

# PROCENA CILJNOG POMERANJA ZA NELINEARNU STATIČKU ANALIZU ZGRADA IZLOŽENIH DEJSTVU ZEMLJOTRESA

Dorđe Lađinović\*, Radomir Folić\*, Mladen Čosić \*

\* Fakultet tehničkih nauka, Trg D. Obradovića 6, 21000 Novi Sad, e-mail: ladjin@uns.ac.rs

## REZIME

U radu je dat prikaz različitih metoda za određivanje ciljnog pomeranja, koje se koristi za procenu ponašanja konstrukcija višespratnih zgrada izloženih seizmičkom dejstvu. Sve prikazane metode zasnivaju se na nelinearnoj statičkoj analizi i metodi spektra odgovora. "Pushover" analiza koristi se za konstruisanje "pushover" krive, koja se idealizuje da bi se odredile karakteristike ekvivalentnog SDOF sistema. Za regularne okvirne konstrukcije uprošćene metode daju zadovoljavajuću tačnost. Sve primjenjene raspodele bočnog opterećenja daju skoro identične vrednosti nosivosti, krutosti i duktilnosti.

**KLJUČNE REČI:** Nelinearna statička analiza, ciljno pomeranje, plastični zglobovi, "pushover" kriva

## ESTIMATION OF TARGET DISPLACEMENT FOR NONLINEAR STATIC ANALYSIS OF BUILDINGS SUBJECTED TO EARTHQUAKE ACTION

## ABSTRACT

The paper presents implementation of various methods, which is used for the estimation of the structural behaviour under seismic action. They are based on the simplified procedure which combines nonlinear static (pushover) analysis and response spectrum method. To calculate action effects of the MDOF model, the pushover analysis is used to develop the pushover curve, which is then idealized to determine the characteristics of the equivalent SDOF system. For regular frame structure simplified methods yield to results of adequate accuracy. For all the applied distribution of lateral loads were obtained almost identical levels of strength capacity, stiffness and ductility.

**KEY WORDS:** Nonlinear static analysis, target displacement, plastic hinges, pushover curve

## UVOD

Metode za seizmičku analizu konstrukcija mogu se podeliti na statičke i dinamičke, a modeli konstrukcija na linearne i nelinearne. Stvarno ponašanje konstrukcije na dejstvo zemljotresa može se najbolje simulirati primenom nelinearne dinamičke analize (NDA). Međutim, NDA je još uvek isuviše komplikovane za praktičnu primenu, zbog čega su se poslednje vreme intenzivno razvijale metode proračuna zasnovane na nelinearnoj statičkoj ("pushover") analizi. Rezultati ovih istraživanja su implementirani u najnovije propise za projektovanje seizmički otpornih konstrukcija: ATC 40 [1], i EC 8 [2] FEMA 356 [3] i FEMA 440 [4]. Polazni sistem kod nelinearne statičke analize konstrukcija na seizmička dejstva je sistem sa više stepeni slobode za koji je potrebno odrediti "pushover" krivu, tj.

zavisnost ukupne poprečne horizontalne seizmičke sile i horizontalnog pomeranja vrha zgrade. Nosivost konstrukcije, kao i oblik "pushover" krive, zavisi i od primjenjenog oblika raspodele seizmičkih sila po visini zgrade. U istraživanjima se primenjuju različiti oblici raspodele poprečnog opterećenja: ravnomerna, trougaona i modalna, tj. prema svojstvenim oblicima vibracija [5] i sl.

Za seizmičku analizu višespratnih zgrada koriste se dva matematička modela. Prvi matematički model je sistem sa više stepeni slobode (MDOF – multi degree of freedom), a drugi je sistem sa jednim stepenom slobode (SDOF – single degree of freedom). Za određivanje uticaja u MDOF modelu koristi se nelinearna statička analiza da bi se odredila "pushover" kriva, koja se zatim aproksimira bilinearnom zavisnošću sila-pomeranje da bi se odredile karakteristike ekvivalentnog SDOF sistema. Generisana "pushover" kriva se konvertuje u kružnu kapaciteta u ADRS (Acceleration – Displacement Response Spectrum) formatu. Komparacijom krive kapaciteta i spektralnih krivi pobude, utvrđuje se odnos kapaciteta nosivosti i veličine seizmičkih zahteva, pre svega potrebne nosivosti i ciljnog pomeranja (target displacement). Ovako određeno ciljno pomeranje se ponovo konvertuje u odgovarajuće pomeranje MDOF sistema, nakon čega se ceo sistem "gurne" do tako određenog pomeranja, uz izračunavanje uticaja u konstrukciji i praćenje formiranja plastičnih zglobova i propagacije nelinearnih deformacija.

#### PRORAČUNSKI MODEL ZA NELINEARNU ANALIZU OKVIRNIH KONSTRUKCIJA

Noseća konstrukcija višespratnih zgrada može se analizirati dekompozicijom na određene podkonstrukcije koje čine višespratni okviri opterećeni u sopstvenoj ravni. Pojedini propisi ograničavaju primenu nelinearne statičke analize (NSA) na regularne okvire po visini, s tim što se dozvoljava primena i kod okvira sa diskontinuitetom u prizemlju. Okviri u ravni se modeliraju primenom linijskih elemenata konstantnog poprečnog preseka sa dva čvora i tri stepena slobode pomeranja u svakom čvoru. Za nelinearnu analizu zgrada uobičajeno se koriste modeli sa plastičnim zglobovima koncentrisanim na krajevima štapova [11], a u novije vreme i vlaknasti (fiber) modeli pomoću kojih se može obuhvatiti i propagacije neelastičnih deformacija duž štapova [8].

Model okvira sa plastičnim zglobovima formira se primenom linijskog (grednog) konačnog elementa, pri čemu se na krajevima štapova "postavljuju" plastični zglobovi. Veza greda-stub se modelira uvođenjem nedeformabilnih delova štapova vezanih u čvoru. U ovom slučaju položaj plastičnih zglobova se pomera od krajeva štapa za vrednost dužine nedeformabilnih delova štapa. Nelinearni efekti mogu se javiti kao posledica materijalne i/ili geometrijske nelinearnosti. Geometrijski nelinearni efekti uvode se preko tzv.  $P-\Delta$  efekata i inkrementalnog određivanja pomeranja [7], dok se materijalna nelinearnost uvodi primenom nelinearne veze sila-deformacija u plastičnim zglobovima. Kod plastičnih zglobova mora biti definisana zavisnost sila-deformacija, npr. moment-rotacija ili momenat-krivina [10]. Kod stubova zavisnost momenat-krivina je funkcija aksijalne sile koja se menja u toku proračuna, o čemu se mora voditi računa.

U NSA određuje se zavisnost između ukupne smičuće sile i horizontalnog pomeranja vrha zgrade u vidu tzv. "pushover" krive. Celokupno poprečno seizmičko opterećenje deli se na inkremente, a celokupan sistem se posmatra kroz različite konfiguracije u kojima se jednačine ravnoteže rešavaju za inkrementalno opterećenje. U okviru svakog inkrementa, pretpostavlja se da je sistem jednačina linearan, pa se rešenje nelinearnog problema dobija kao zbir niza inkrementalnih rešenja. Kao posledica linearizacije, javljaju se neuravnotežene (rezidualne) sile, zbog čega se u okviru svakog inkrementa vrše iteracije, kako bi se izbalansiralo rezidualno opterećenje. Raspodela seizmičkog opterećenja po visini zgrade uzima se da je konstantno u toku inkrementalnog priraštaja (konvencionalna analiza) ili sa promenom oblika opterećenja u inkrementalnim situacijama (adaptivna analiza).

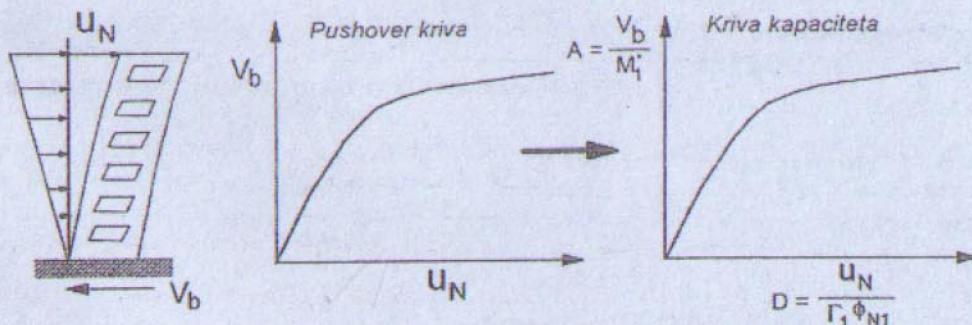
U konvencionalnoj analizi prvo se sprovodi statička analiza za vertikalno opterećenje. Prethodno je potrebno definisati geometriju sistema, karakteristike materijala i preliminarne dimenzije poprečnih preseka i količinu armature za sve štapove, karakteristike plastičnih zglobova (npr. prema [3]) u zavisnosti od tipa elementa (greda, stub...). Nakon toga se postepeno nanosi poprečno opterećenje i prati formiranje plastičnih zglobova sa prelaskom sistema u nelinearnu fazu ponašanja. Kod vitkih, neukrućenih okvira, moguć je problem stabilnosti rešenja i pojava divergencije usled efekata teorije drugog reda. Nedostatak konvencionalne metode je što se poprečno seizmičko opterećenje ne menja sa pojmom i propagacijom plastičnih zglobova, već se raspodela opterećenja zadržava konstantnom u toku celokupne analize. Zbog toga se prema propisima (npr. [2], [3]) zahteva da se u analizi moraju koristiti bar dve različite raspodele opterećenja.

U poslednje vreme su razvijene metode sa inkrementalnom korekcijom poprečnog opterećenja, za koje se koristi termin adaptivna "pushover" analiza. U njoj se raspodela poprečnog seizmičkog opterećenja menja u toku analize. U njoj se sprovodi korekcija vektora seizmičkog opterećenja zavisno od promene svojstvenih vrednosti i svojstvenih oblika usled nelinearnog ponašanja sistema. Modifikacija se ogleda se u tome što se nakon svake veće promene krutosti redefiniše model, nakon čega se u više koraka određuju novi periodi i svojstveni oblici vibracija konstrukcije, a time i nova raspodela horizontalnih sila za svaki novi redefinisani model. Na ovaj načina se sprovodi niz analiza u kojima se naizmenično vrši proračun svojstvenih oblika okvira i određuje novo seizmičko opterećenje. Ograničenja primenljivosti konvencionalnih i adaptivnih nelinearnih statičkih analiza razmatrana su u radu [9], dok je u radu [5] korišćena korekcija seizmičkih sila na osnovu korigovanog svojstvenog oblika, koji se određuje na osnovu nelinearne matrice krutosti iz prethodnog koraka analize.

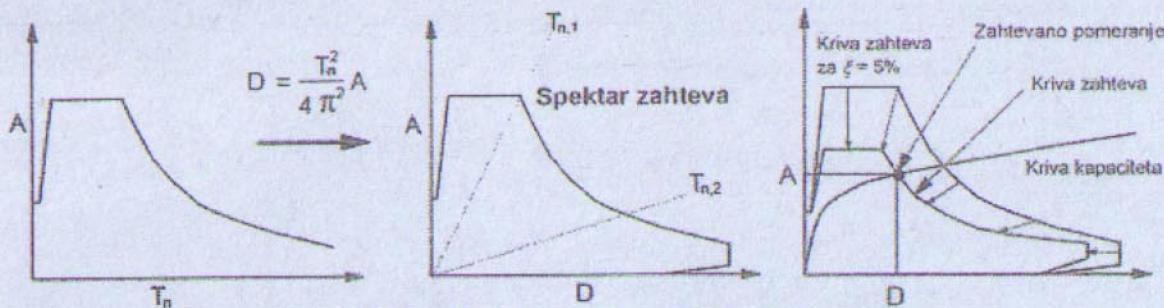
#### PROCENA CILJNOG POMERANJA

Procena ciljnog pomeranja predstavlja drugu fazu nelinearne statičke seizmičke analize sistema, koja se zasniva se na analizi SDOF sistema. Zavisnost od primenjene procedure za određivanja ciljnog pomeranja, razvijeno je nekoliko različitih postupaka. Istraživanja u ovom radu su ograničena na analize koje su verifikovane u praktičnim primenama i implementirane u različite tehničke propise: 1) Metod spektra kapaciteta – ATC 40 [1], 2) Metoda koeficijenata – FEMA 356 [3], 3) Metod ekvivalentne linearizacije – FEMA 440 [4] i 4) Metod modifikacije pomeranja – FEMA 440.

**Metod spektra kapaciteta (Capacity Spectrum Method – CSM).** Ova metoda je aproksimativna, u kojoj se ciljno pomeranje određuje primenom ekvivalentnog linearogn sistema sa jednim stepenom slobode. Ciljno pomeranje nelinearnog sistema usled zemljotresnog dejstva se određuje dinamičkom analizom niza ekvivalentnih linearnih sistema sa uspešivom korekcijom ekvivalentnog perioda vibracija  $T_{eq}$  i ekvivalentnog koeficijenta prigušenja  $\xi_{eq}$ . Metoda se zasniva na primeni dva matematička modela, jednog MDOF i drugog SDOF. Prvi korak u analizi je određivanje "pushover" krive MDOF modela, koja se zatim konvertuje u krivu kapaciteta (capacity curve, capacity spectrum) ekvivalentnog SDOF sistema u ADRS formatu (sl. 1). Nakon određivanja krive kapaciteta, radi pojednostavljenja postupka, ona se može predstaviti i u obliku bilinearne zavisnosti sila-pomeranje, pri čemu se krutost u nelinearnoj oblasti uobičajeno prikazuje kao deo efektivne elastične krutosti  $K_e$ :  $K_N = \alpha K_e$ . Efektivna elastična krutost  $K_e$  određuje kao mesto (tačka) preseka "pushover" krive pri 60% smičuće sile na granici tečenja  $V_y$ . Sila na granici tečenja  $V_y$  predstavlja vrednosti sile pri kojoj dolazi do pojave prvog plastičnog zgoba u MDOF modelu. Sledeći korak u analizi je određivanje krive (spektra) zahteva za 5% viskoznog prigušenja (demand spectrum), koja se takođe predstavlja u ADRS formatu (sl. 2). Kao spektar zahteva može se koristiti idealizovani spektar odgovora prema propisima ili spektar generisan iz zapisa zemljotresa. Nakon toga se određuju krive zahteva za različite vrednosti viskoznog prigušenja (u intervalu od 5% do 40%), da bi se uzelo u obzir i histerezisno prigušenje koje participira u ukupnom prigušenju sistema  $\xi_{tot}$ .



Slika 1 – Konverzija "pushover" krive u krivu kapaciteta  
Figure 1 – Conversion of pushover curve to capacity curve



Slika 2 – Određivanje zahtevanog pomeranja  
Figure 2 – Determination of demand displacement

Postupak određivanja ciljnog pomeranja je iterativan, pri čemu se kao ciljno pomeranje (target displacement) podrazumeva maksimalno globalno pomeranje kojem će sistem biti izložen za dejstvo projektnog zemljotresa. U početnoj fazi analize se za maksimalno zahtevano spektralno pomeranje uzima da je  $S_{d,i} = S_d$ , a određuje se na osnovu preseka radijalne linije za period vibracija  $T_1$ , koji odgovara periodu vibracija elastičnog sistema i elastičnog spektra odgovora pri viskoznom prigušenju  $\xi = 5\%$ . Nakon toga se određuje duktilnost sistema prema izrazu:  $\mu = S_{d,i} / S_{dy}$ , gde je  $S_{dy}$  spektralno pomeranje na granici elastičnosti (tj. tečenja). Ukupno prigušenje se izračunava kao zbir viskoznog i dodatnog prigušenja na osnovu jednačine:

$$\xi_{tot} = \xi_{in} + \kappa \cdot \xi_0 \quad (1)$$

gde je  $\xi_{tot}$  ukupno prigušenje,  $\xi_{in}$  viskozno prigušenje za linearno ponašanje konstrukcije ( $\xi_{in} = 5\%$ , konstantno),  $\kappa$  faktor modifikacije prigušenja kojim se uzima u obzir moguće imperfekcije u histerezisnim petljama, a  $\xi_0$  koeficijent histerezisnog prigušenja, predstavljen kao koeficijent ekvivalentnog viskoznog prigušenja. Ekvivalentno viskozno prigušenje može da se odredi izjednačavanjem energije disipirane u jednom ciklusu vibracija neelastičnog sistema sa energijom koju utroši ekvivalentni linearни sistem ( $\xi_0 = (E_H / E_S) / 4\pi$ , gde je  $E_H$  energija disipirana u neelastičnom sistemu data kao površina ograničena histerezisnom petljom, a  $E_S$  maksimalna energija deformacije). Faktor modifikacije prigušenja  $\kappa$  zavisi od ponašanja konstrukcije, odnosno od tipa konstrukcijskog sistema i vremena trajanja seizmičke pobude. U ATC 40 [1] su definisana tri različita modela ponašanja sistema. Tip A predstavlja histerezisno ponašanje sa potpuno stabilnim histerezisnim petljama, dok tip C predstavlja histerezisno ponašanje sa efektima uštinuća (pinching effects) i/ili degradacije nosivosti i krutosti. Tip B se odnosi na histerezisno ponašanja koje odgovara međuvrednosti tipa A i C.

Kada se odredi ukupno prigušenje u sistemu, na istom dijagramu konstruišu se korigovani spektar odgovora za ovako određeno ukupno prigušenje  $\xi_{tot}$  i kriva kapaciteta, a zatim se određuje spektralno pomeranje  $S_{d,j} = D$  (sl. 2). Provera konvergencije sprovodi se prema izrazu:  $(S_{d,j} - S_{d,i}) / S_{d,i} < tol$ , gde

je  $tol$  vrednost usvojene tolerancije. Ukoliko je ispunjen prethodni uslov, tada je spektralno pomeranje  $S_d = S_{d,i}$ , a u suprotnom slučaju se uzima da je  $S_{d,i} = S_{d,f}$  i nastavlja sa iteracijama. U najvećem broju slučajeva nije potreban veliki broj iteracija da bi se postigao postavljeni uslov.

**Metod koeficijenata (Coefficient Method – CM).** U odnosu na metodu spektra kapaciteta koja se zasniva na grafičkoj prezentaciji određivanja ciljnog pomeranja, gde se vizuelno može predstaviti odnos kapaciteta i seizmičkih zahteva, kod metode koeficijenata koristi se postupak u kojem se ciljno pomeranje određuje modifikacijom spektralnog pomeranja ekvivalentnog SDOF sistema pomoću različitih koeficijenata:

$$\delta_t = C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot S_a \cdot \frac{T_e^2}{4\pi^2} \cdot g \quad (2)$$

gde je  $T_e$  efektivan period vibracija, koji se određuje kao  $T_e = T_i (K_i / K_e)^{0.5}$ . Pomoću koeficijenta  $C_0$  dovodi se u vezu spektralno pomeranje ekvivalentnog SDOF sistema sa pomeranjem kontrolnog čvora MDOF sistema. On se izračunava preko faktora participacije prvog svojstvenog oblika vibracija, pri čemu vrednost ovog koeficijenta ne sme biti manja od 1,0.

Koeficijent  $C_1$  dovodi u vezu maksimalno nelinearno pomeranje sa pomeranjem linearno elastičnog sistema:

$$C_1 = \begin{cases} 1 & \text{za } T_e \geq T_s \\ \left[ 1 + (R-1) \cdot T_s/T_e \right] / R & \text{za } T_e < T_s \end{cases} \quad (3)$$

gde karakterističan period vibracija  $T_s$  predstavlja granicu između oblasti konstantnog ubrzanja i oblasti konstantnih brzina. Koeficijent  $R$  je faktor redukcije, koji se izračunava prema:

$$R = \frac{S_a}{V_g/W} \cdot C_m \quad (4)$$

gde je  $S_a$  spektralno ubrzanje koje se određuje iz spektra odgovora za određenu vrednost osnovnog perioda, a  $C_m$  je koeficijent efektivne tonske mase, jednak 0,9 za  $T_i < 1$  s, odnosno 1,0 za  $T_i \geq 1$  s.

Pomoću koeficijenta  $C_2$  uzima se u obzir efekat uštinuća histerezisne petlje, degradacija krutosti i deterioracija nosivosti pri maksimalnom odgovoru sistema (za detalje videti [3]), pri čemu se za nelinearnu statičku analizu može uzeti da je  $C_2 = 1,0$ . U [3] date su redukovane vrednosti koeficijenta  $C_2$  za različiti nivo oštećenja, u funkciji očekivanih performansi sistema.

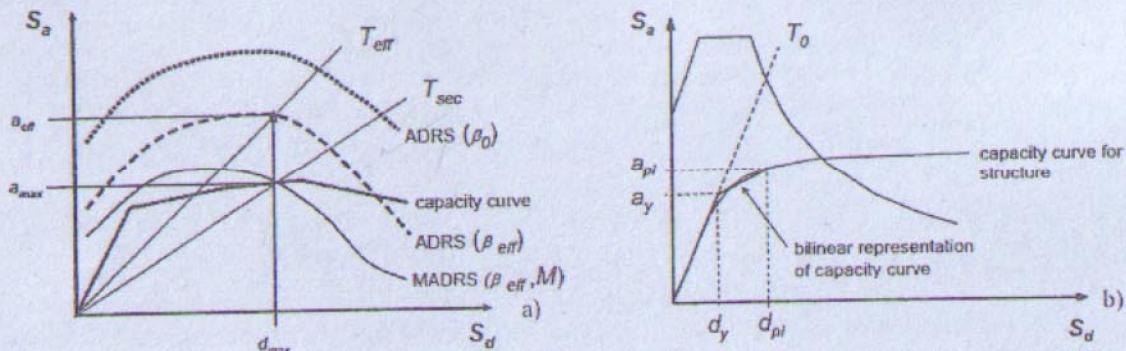
Koeficijentom  $C_3$  uvodi se povećanje pomeranja usled dinamičkih  $P-A$  efekata. Za pozitivnu krutost u nelinearnoj fazi uzima se vrednost  $C_3 = 1,0$ , dok se za negativnu krutost pri nelinearnom ponašanju određuje prema:

$$C_3 = 1 + |\alpha| \cdot (R-1)^{3/2} / T_e \quad (5)$$

gde je  $\alpha$  odnos krutosti u nelinearnoj fazi ponašanja prema efektivnoj elastičnoj krutosti. Stepen povećanja pomeranja izazvan dinamičkim  $P-A$  efektima zavisi od koeficijenta  $\alpha$ , svojstvenog perioda sistema, histerezisnog ponašanja, frekventnih karakteristika zemljotresa i dužine trajanja jakog dela kretanja tla za vreme zemljotresa.

**Metod ekvivalentne linearizacije (Equivalent Linearization Method – ELM).** Konvencionalna metoda spektra kapaciteta koristi sekantni period vibracija kao efektivan period vibracija u određivanju ciljnog pomeranja, kao mesto preseka krive kapaciteta i krive zahteva za efektivno prigušenje u ADRS formatu. Efektivan period vibracija  $T_e$  poboljšane procedure je generalno manji od sekantnog perioda vibracija  $T_{sec}$  (sl. 3a). Množenjem ordinate ADRS krive zahteva za odgovarajuće efektivno

prigušenje  $\xi_e$  sa koeficijentom modifikacije  $M = a_e / a_r$  dobija se modifikovani spektar zahteva (Modified Acceleration Displacement Response Spectrum – MADRS), gde je  $a_e$  ubrzanje pri ciljnog pomeranju prema MADRS zahtevu, a  $a_r$  ubrzanje pri ciljnog pomeranju prema ADRS zahtevu.



Slika 3 – a) Modifikovani spektar odgovora za period  $T_{sec}$ , b) Bilinearna reprezentacija krive kapaciteta  
Figure 3 – a) Modified response spectrum for period  $T_{sec}$ , b) Bilinear representation of the capacity curve

Pošto su vrednosti ubrzanja u direktnoj korelacji sa odgovarajućim periodima vibracija i duktilnošću, modifikacioni faktor se može odrediti prema:

$$M = (T_e / T_{sec})^2 = (T_e / T_i)^2 \cdot (T_i / T_{sec})^2 = [1 + \alpha \cdot (\mu - 1)] / \mu \quad (6)$$

Primenjujući proceduru ekvivalentne linearizacije u praksi, potrebno je koristiti redukcionu faktoru za korekciju inicijalnog spektra odgovora za odgovarajući nivo efektivnog prigušenja  $\xi_e$ . Ovaj faktor je funkcija efektivnog prigušenja  $B(\xi_e)$  i koristi se za korekciju ordinata spektralnog ubrzanja kao  $(S_a)_g = (S_a)_0 / B(\xi_e)$ , dok se sam faktor  $B$  određuje iz  $B(\xi_e) = 4 / (5,6 - \ln \xi_e)$ . Dati izraz je veoma sličan sa odgovarajućim izrazom prema ATC 40, pri čemu početni ADRS spektar zahteva odgovara koeficijentu duktilnosti  $\mu = 1,0$ , dok se za dalju analizu u MADRS spektru odgovora, duktilnost povećava inkrementalno ( $\mu = 2, 3, 4, \dots$ ).

Pošto efektivan period vibracija  $T_e$  i efektivno prigušenje  $\xi_e$  zavise od zahtevane duktilnosti, proračun ciljnog pomeranja primenom ekvivalentne linearizacije se odvija u iteracijama, u sledećim koracima:

- u početnoj fazi se konstruiše spektar odgovora sa  $\xi_i = 5\%$  prema propisima,
- dobijeni spektar odgovora se koriguje u saglasnosti sa FEMA 440 kako bi se obuhvatili efekti interakcije konstrukcija-tlo i konvertuje u ADRS format prema ATC 40,
- dobijena "pushover" kriva konvertuje se u krivu kapaciteta saglasno odredbama ATC 40,
- odredi se bilinearna kriva kapaciteta u skladu sa ATC 40, a zatim i inicijalni period vibracija  $T_0$ , pomeranje na granici tečenja  $d_y$  i ubrzanje na granici tečenja  $a_y$  (sl. 3b),
- odredi se inicijalno ubrzanje  $a_{pi}$  i pomeranje  $d_{pi}$  primenom principa jednakosti pomeranja linearog i nelinearnog odgovora SDOF sistema (sl. 3b),
- na osnovu bilineane krive kapaciteta, odredi se duktilnost  $\mu$  ( $\mu = d_{pi} / d_y$ ) i vrednost koeficijent  $\alpha$ , koji predstavlja odnos krutosti pri nelinearnom i linearном ponašanju:

$$\alpha = (a_{pi} - a_y) / (d_{pi} - d_y) \cdot d_y / a_y \quad (7)$$

- odredi se efektivno prigušenje  $\xi_e$  u zavisnosti od zahtevane duktilnosti:

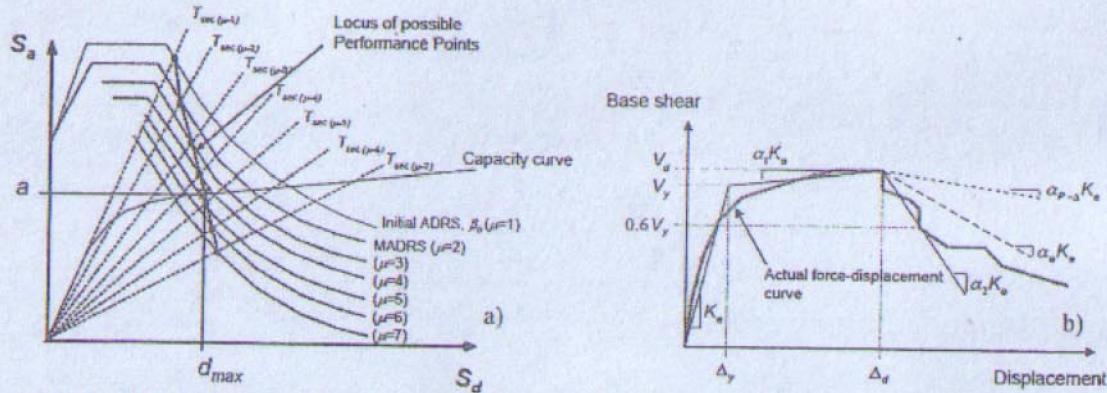
$$\begin{aligned} \text{za } 1 < \mu < 4: \quad \xi_e &= A \cdot (\mu - 1)^2 + B \cdot (\mu - 1)^3 + \xi_0 \\ \text{za } 4 \leq \mu \leq 6,5: \quad \xi_e &= 14 + 0,32 \cdot (\mu - 1) + \xi_0 \\ \text{za } \mu > 6,5: \quad \xi_e &= 19 \cdot \left[ 0,64 \cdot (\mu - 1) - 1 / [0,64 \cdot (\mu - 1)]^2 \right] \cdot (T_e / T_0)^2 + \xi_0 \end{aligned} \quad (8)$$

Koeficijenti  $A, B, C, D, E$  i  $F$  (dati u [4]) zavise od histerezisnog ponašanja i koeficijenta  $\alpha$ .

- efektivan period vibracija određuje se prema (9), gde se numeričke vrednosti koeficijenata  $G, H, I, J, K$  i  $L$  mogu naći u [4]:

$$\begin{aligned} \text{za } 1 < \mu < 4: \quad T_e &= \left[ G \cdot (\mu - 1)^2 + H \cdot (\mu - 1)^3 + 1 \right] \cdot T_0 \\ \text{za } 4 \leq \mu \leq 6,5: \quad T_e &= \left[ I + J \cdot (\mu - 1) + 1 \right] \cdot T_0 \\ \text{za } \mu > 6,5: \quad T_e &= \left\{ K \cdot \left[ \sqrt{(\mu - 1)/[1 + L \cdot (\mu - 2)]} - 1 \right] + 1 \right\} \cdot T_0 \end{aligned} \quad (9)$$

- za prethodno određeno efektivno prigušenje  $\xi_e$ , koriguje se spektar odgovora ( $S_a$ ) $_{\xi} = (S_a)_0 / B(\xi_e)$ ,
- vrednosti ubrzanja  $S_a$  za  $\xi_e$  se multipliciraju faktorom  $M$ , a zatim se generiše MADRS,
- spajanjem tačaka koje se dobijaju iz preseka radikalnih linija sekantnih perioda  $T_{sec}$  sa modifikovanim spektrima odgovora, dobija se spektar zahteva sa promenljivim prigušenjem (sl. 4a),
- ciljno pomeranje ( $d_{max}$ ) se određuje iz preseka spektra zahteva i krive kapaciteta (sl. 4a).



Slika 4 – a) Određivanje ciljnog pomeranja primenom MADRS-a, b) Aproksimacija krive kapaciteta  
Figure 4 – a) Determination of the target displacement using MADRS, b) Approximation of the capacity curve

**Metod modifikacije pomeranja (Displacement Modification Method – DMM).** U ovoj metodi su izvedena određena poboljšanja u odnosu na metodu koeficijenata prema FEMA 356. Koeficijent  $C_1$  prema FEMA 356 je ograničen na područje kratkih perioda vibracija konstrukcija, dok se prema FEMA 440 ovakvo ograničenje eliminiše i izračunava kao  $C_1 = 1 + (R - 1) / (a T_e^2)$ , gde je  $a$  konstanta čija je vrednost 130, 90 i 60 za B, C i D tip tla, respektivno. Za period vibracija kraći od 0,2 s, vrednost koeficijenta  $C_1$  se određuje prema datom izrazu, dok se za periode duže od 1,0 s uzima kao  $C_1 = 1,0$ . Dati izraz za  $C_1$  omogućuje bolju procenu maksimalnih pomeranja elasto-plastičnog SDOF sistema u odnosu na maksimalna pomeranja linearног SDOF sistema.

Povećanja deformacija usled ciklične degradacije zavisi od histerezisnog ponašanja. Poznato je na odgovor sistema utiću dva tipa degradacije – degradacija krutosti i degradacija nosivosti. U metodi modifikacije pomeranja uzima se u obzir samo efekat degradacije krutosti i određuje iz izraza:

$$C_2 = 1 + [(R - 1)/T]^2 / 800 \quad (10)$$

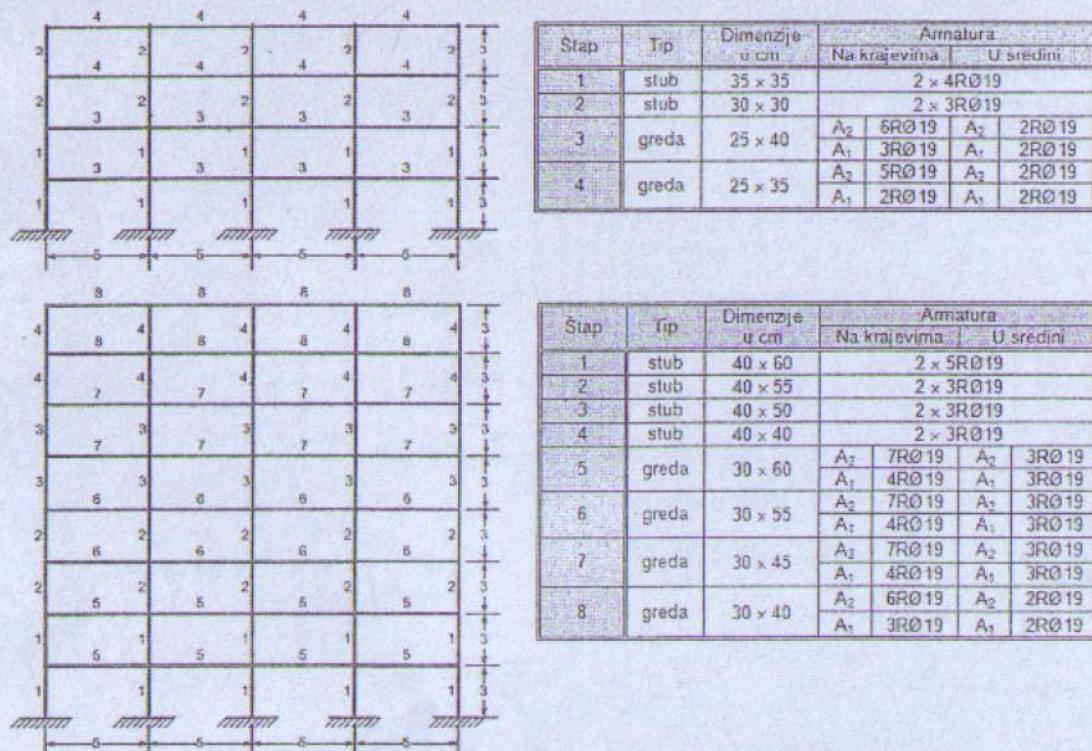
koji je određen na osnovu statističkih analiza sa različitim tipovima degradacije krutosti pri cikličnim deformacijama. Koeficijent  $C_2$  se za periode vibracija kraće od 0,7 s određuje na osnovu (10), dok se za periode vibracija duže od 0,7 s uzima  $C_2 = 1,0$ . Modifikacioni koeficijent  $C_3$  iz CSM, u DMM je zamjenjen sa faktorom redukcije nosivosti  $R_{max}$ , koji obezbeđuje minimalnu nosivost da bi se izbegla dinamička nestabilnost:

$$R_{max} = \Delta_d / \Delta_y + |\alpha_e|^{-t} / 4 \quad (11)$$

gde se vrednost  $t$  uzima kao  $t = 1 + 0,15 \ln T$ , dok se  $\Delta_d$ ,  $\Delta_y$  i  $\alpha_e$  određuju prema slici 4b.

## NUMERIČKA ANALIZA

Analizirani su četvorobrodni okviri sa 4 i 8 etaže. Da bi se odredila potrebna armatura u gredama i stubovima, izvršena je preliminarna seizmička analiza, pri čemu su seizmički uticaji određeni ekvivalentnom statičkom analizom. Pri dimenzionisanju je korišćena armatura RA 400/500 i beton MB 30, a usvojene dimenzijske štapova i dobijena armatura za razmatrane okvire prikazane su na sl. 5. Nakon toga su za sve plastične zglobove definisane krive sila-deformacija prema FEMA 356.

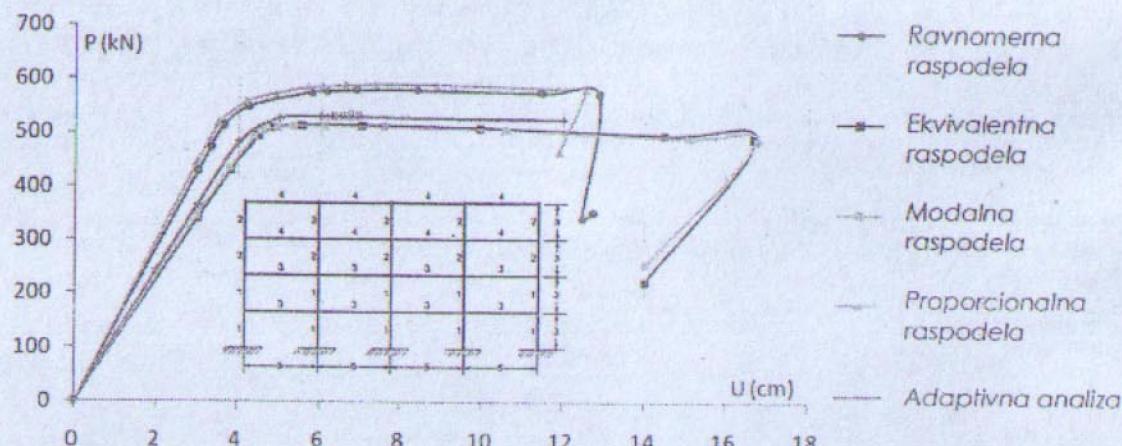


Slika 5 – Uzajamno pomeranje razmatranih četvorospratnih i osmospratnih okvira  
Figure 5 – Input data for considered four and eight storey frame

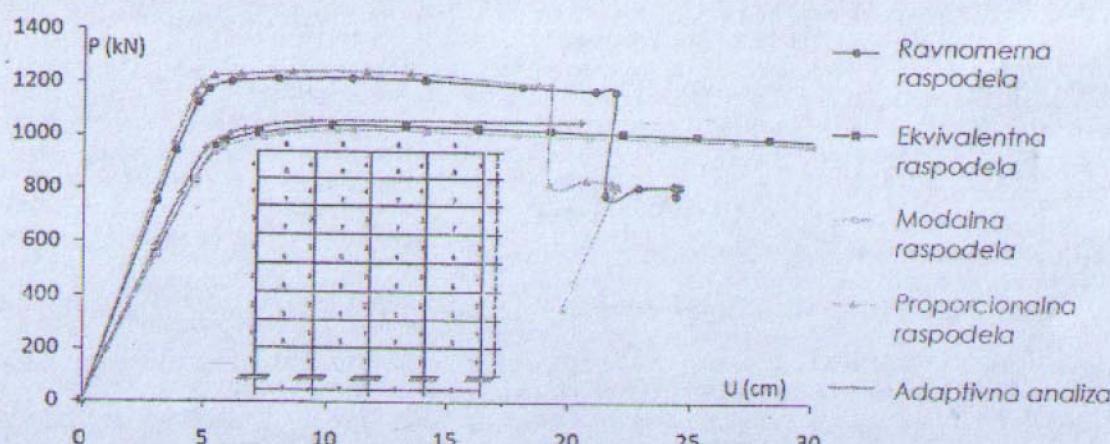
Na osnovu prethodno opisanih postupaka, određena su ciljna pomeranja razmatranih okvira, a rezultati proračuna su dati u Tabeli 1. Za ove potrebe su formirani numerički modeli sa plastičnim zglobovima na krajevima štapova, nakon čega je sprovedena numerička analiza u kojoj su određene "pushover" krive za različite raspodele poprečnog opterećenja: ravnomernu, ekvivalentnu i modalnu. Pomoću ovih krivi uspostavljena je zavisnost između horizontalnog pomeranja vrha konstrukcije i ukupne horizontalne sile u osnovi zgrade. Dobijene "pushover" krive za razmatrani četvorospratni okvir prikazane su na slici 6, a za osmospratni na slici 7. Najbitniji parametri koji se mogu odrediti iz dobijenih "pushover" krivi su: krutost, nosivost i duktilnost konstrukcije. Krutost u nelinearnoj oblasti približava se nultoj vrednosti, što je posledica stvaranja plastičnog mehanizma, ali i  $P-\Delta$  efekata. Nosivost, u funkciji maksimalnog opterećenja koje konstrukcija može da primi, razlikuje se za različite raspodele opterećenja. Najveća nosivost se dobija za ravnomernu raspodelu, dok se za ekvivalentnu i modalnu raspodelu prema prvom svojstvenom obliku dobijaju nešto manje vrednosti. Primenom ravnomerne raspodele (sile proporcionalne spratnim masama) dobija se manje duktilno ponašanje u odnosu na ekvivalentnu i raspodelu prema prvom svojstvenom obliku. Primenom adaptivne metode dobijena je "pushover" kriva koja se dosta dobro slaže sa krivama određenim konvencionalnom metodom. Razlog za ovo je što su razmatrani regularni okviri relativno niske spratnosti, kod kojih viši tonovi vibracija ne utiču znatno na ukupan odgovor sistema.

Tabela 1. Rezultati proračuna za četvorospratni i osmospratni okvir  
Table 1. Analysis results for four and eight - storey frame

Raspodela	Metoda:	Četvorospratni okvir – $n = 4$				Osmospratni okvir – $n = 8$			
		CSM	CM	ELM	DMM	CSM	CM	ELM	DMM
Ravnomerna	$F_t$ (kN)	578,1	570,1	578,8	570,1	1215,1	1182,6	121,7	1182,6
	$u_t$ (cm)	9,10	16,40	8,70	16,40	10,10	18,70	9,80	18,70
	$T_e$ (s)	1,534	1,027	—	1,027	1,679	1,168	—	1,168
	$\zeta_{eff}$ (%)	25,40	—	10,30	—	24,50	—	9,50	—
Ekvivalentna	$F_t$ (kN)	508,5	488,1	509,7	488,1	1034,2	1007,2	1034,7	1007,2
	$u_t$ (cm)	10,10	18,40	9,50	18,40	11,90	21,80	11,60	21,80
	$T_e$ (s)	1,729	1,521	—	1,152	1,973	1,365	—	1,365
	$\zeta_{eff}$ (%)	26,20	—	9,60	—	24,50	—	9,80	—
Modalna	$F_t$ (kN)	505,7	484,9	506,8	484,9	1017,4	990,2	1018,1	990,2
	$u_t$ (cm)	10,10	18,30	9,50	18,30	12,00	21,90	11,60	21,90
	$T_e$ (s)	1,735	1,146	—	1,146	1,999	1,371	—	1,371
	$\zeta_{eff}$ (%)	26,20	—	9,90	—	24,80	—	10,00	—



Slika 6 – "Pushover" krive za četvorospratni okvir i različite raspodele poprečnog opterećenja  
Figure 6 – Pushover curves of four - storey frame for different lateral load distribution



Slika 7 – "Pushover" krive za osmospratni okvir i različite raspodele poprečnog opterećenja  
Figure 7 – Pushover curves of eight - storey frame for different lateral load distribution

## ZAVRŠNE NAPOMENE

U radu je prikazana primena različitih metoda za procenu nelinearnog odgovora višespratnih zgrada pod dejstvom zemljotresa. Sve korišćene metode zasnivaju se na nelinearnoj statičkoj analizi i metodi spektra odgovora, pri čemu se u analizi koriste dva matematička modela. Prvi je sistem sa više stepeni slobode (MDOF), a drugi sistem sa jednim stepenom slobode (SDOF). Za određivanje uticaja u MDOF modelu koristi se NSA da bi se odredila "pushover" kriva, koja se zatim idealizuje da bi se odredile karakteristike ekvivalentnog SDOF sistema i konvertuje u krivu kapaciteta predstavljenu u ADRS formatu. Komparacijom krive kapaciteta i spektralnih krivi pobude, utvrđuje se odnos kapaciteta nosivosti i veličine seizmičkih zahteva – potrebne nosivosti i ciljnog pomeranja.

Upoređujući rezultate različitih metoda za procenu ciljnog pomeranja, može se uočiti da se primenom CSM i ELM dobijaju znatno manje vrednosti pomeranja u odnosu na CM i DMM. Ovo ukazuje da još uvek ne postoji jedinstvena metodologija za određivanje pomeranja kojem će zgrade biti izložene pri nelinearnom odgovoru. Zbog toga su potrebna dodatna istraživanja u vezi procene pomeranja vrha zgrade koje odgovara projektnom seizmičkom dejstvu, jer to ima bitnog uticaja na raspodelu nelinearnih deformacija po visini zgrade [6]. Za sve primenjene raspodele opterećenja po visini dobijene su skoro identične vrednosti nosivosti, krutosti i duktilnosti. Ovo ukazuje da regularni okviri, kod kojih su seizmički uticaji određeni primenom uprošćenih postupaka a noseći elementi dimenzionisani u saglasnosti sa važećim tehničkim propisima, mogu da razviju povoljne plastične mehanizme i time omoguće sposobnost prenošenja inercijalnih sila i disipaciju energije pri cikličnim deformacijama.

### Zahvalnica

Rad je urađen u okviru naučno-istraživačkog projekta TR 16017 koji finansira Ministarstvo za nauku i razvoj Republike Srbije.

## LITERATURA

- [1] ATC-40, Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings. ATC-40 Report, Vol. 1 and 2, Applied Technology Council, Redwood City, California, 1996.
- [2] EN 1998 – Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance, Part 1, General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings. CEN, Brussels, 2004.
- [3] FEMA 356, Pre-Standard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings. American Society of Civil Engineers, Federal Emergency Management Agency, Washington D. C., 2000.
- [4] FEMA 440, Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures. Applied Technology Council (ATC-55 Project), Federal Emergency Management Agency, Washington D. C., 2005.
- [5] Ladinović Đ., Čosić M.: *Pushover* analiza višespratnih okvira. SGIS, Zemljotresno inženjerstvo i inženjerska seismologija, Prvo naučno-stručno savetovanje, Soko Banja, 2008, str. 113- 120.
- [6] Ladinović Đ., Folić R., Čosić M.: Comparative analysis of seismic demands of regular multi-story concrete frames. International Conference on Earthquake Engineering, Banja Luka, 2009, pp. 129-144.
- [7] Ladinović Đ., Folić R.: Analiza uticaja teorije drugog reda pri dejstvu zemljotresa. Materijali i konstrukcije, br. 3-4, Beograd, 2003, str. 73-77.
- [8] Mazzoni S., McKenna F., Scott M.H., Fenves G.L., et al.: Open System for Earthquake Engineering Simulation. PEER, University of California, Berkeley, OpenSees version 2.0, May 2009.
- [9] Pinho R., Antoniou S., Casarotti C., Lopez M.: A Displacement-Based Adaptive Pushover for Assessment of Buildings and Bridges. NATO SfP977231, Istanbul, 2005.
- [10] Rašeta A., Radujković A., Ladinović Đ: Modeliranje plastičnih zglobova za "pushover" analizu višespratnih okvira. INDIS 2009, Novi Sad, 2009, str. 345-352.
- [11] SAP2000: Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures. CSI – Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, 2009.