

## Article

---

« L'approche débit-durée-fréquence : historique et avancées »

P. Javelle, G. Galéal et J. M. Grésillon

*Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, vol. 13, n° 3, 2000, p. 305-323.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/705396ar>

DOI: 10.7202/705396ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

---

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

---

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : [info@erudit.org](mailto:info@erudit.org)

# L'approche débit-durée-fréquence : historique et avancées

## The flow-duration-frequency approach: former and new developments

P. JAVELLE<sup>1</sup>, G. GALÉA<sup>1\*</sup>, J.-M. GRÉSILLON<sup>2</sup>

Reçu le 26 janvier 2000, accepté le 29 juin 2000\*\*.

### SUMMARY

Flood risk mitigation requires a good knowledge of hydrological flood regime, which can be described by a flow-duration-frequency (QdF) approach. New developments of this approach are presented and compared to the former method.

Usually, flood frequency analysis deals only with the maximum flood peak distribution or the maximum daily discharge distribution. The QdF approach analyses maximum average flows over different durations  $d$  ( $d = 1, 3, \dots, N$  days). Similar to intensity-duration-frequency curves, each of the QdF curves represents the flood frequency distribution, for the duration  $d$ . QdF modelling aims to express QdF curves by a  $Q(d, T)$  function ( $d$ : the duration;  $T$ : the return period).

Before this present work, QdF modelling was associated with the "reference basin" approach. In this approach, QdF curves (plotted as a function of  $d$ , for fixed  $T$ ) of many studied basins are converted into a dimensionless form. The two characteristics used are the 10-year peak flood,  $Q(d = 0, T = 10 \text{ years})$ , and a characteristic flood duration ( $D$ ) of the studied catchment, calculated from different flood hydrographs. Then, three different families are determined, grouping basins with similar dimensionless QdF curves. For each of these families, one reference basin is chosen. Their dimensionless curves are parameterised, in order to obtain a continuous formulation, as a function on  $T$  and  $d$ . By denormalising one of these dimensionless QdF models with the

1 Cemagref, Unité de recherche hydrologie-hydraulique, 3 bis quai Chauveau, 69336 Lyon cedex 9, France.

2 Laboratoire d'étude des transferts en hydrologie et environnement, BP 95, 38402 Saint Martin d'Heres cedex, France.

\* Correspondance. E-mail : gilles.galea@cemagref.fr

\*\* Les commentaires seront reçus jusqu'au 31 octobre 2001.

local parameters  $Q(0,10)$  and  $D$ , it is possible to obtain the continuous  $Q(d,T)$  formulation for the studied basin. The choice of the correct dimensionless model is made via a choice criterion. It involves  $Q(0,10)$ ,  $D$  and shape parameters of local maximal rainfall distributions (a Gumbel law is assumed), for different durations,  $d$ . These distributions are obtained according to the intensity-duration-frequency approach. If the studied basin is ungauged, local parameters  $Q(0,10)$  and  $D$  are estimated by regional formulas, involving significant variables such as catchment area and rainfall.

Recent work has improved this “reference basin” approach. A new QdF model, called convergent local, has been developed. For fixed  $T$ , the model assumes that the  $Q(d,T)$  is described by a hyperbolic form, as a function of  $d$ . This choice of the hyperbolic form is based on the observation of many catchments (about one hundred). It has also been observed that QdF curves, plotted for fixed  $d$  as a function of  $T$ , converge toward the same point, when  $T$  decreases. Using these observations as assumptions, the model is then able to calculate  $Q(d,T)$  for any return period  $T$  and any duration  $d$ .

If a two-parameter statistical law (such as the exponential law) is adopted, the model contains only 4 parameters. The first parameter is the limit of  $Q(d,T)$ , when  $d$  tends to infinity. It is estimated by calculating the average value over the entire observed period of the  $Q(t)$  discharge time series. The second one gives the hyperbolas curvatures and is  $\Delta$ . The  $\Delta$  parameter has a time dimension and is consequently a characteristic duration of the studied basin. The final two parameters are the location and shape parameters,  $x_p(0)$  and  $a_p(0)$ , of the exponential maximal flood distribution for  $d = 0$ .  $x_p(0)$ ,  $a_p(0)$  and  $\Delta$  parameters are directly adjusted on observed QdF curves of the studied basin.

The comparison between the convergent local model and the “reference basin” approach has been carried out on about 50 basins, drawn from different regions of France. For each basin, the two approaches have been tested. First, the two characteristic durations  $D$  and  $\Delta$ , defined respectively by the “reference basins” approach and the convergent local model, are compared. As mentioned earlier,  $\Delta$  characteristic duration is an adjusted parameter and its calculation does not depend on  $D$ . In spite of their different definitions, a strong correlation between these two parameters is observed. This shows a good coherence between the two tested approaches. Second, in order to compare results, a relative mean error between calculated and observed values is determined for each basin and each model. Only the observed domain ( $T \leq 20$  years) has been considered, because the extrapolations cannot be validated with observed data.

Concerning the “reference basin” approach, the three reference basin models are studied, and the choice criterion is applied. Results show that this choice criterion is not relevant. Concerning the convergent local model, the observed mean relative error is lower than in the “reference basin” approach. These good results are confirmed by a very small error dispersion. Consequently, the convergent local model is robust.

As a conclusion, this paper presents new developments of the QdF approach: the convergent local continuous model. This model, locally adjusted, yields very satisfactory results. The next step is to apply it on ungauged basins, as is possible in the “reference basins” approach. This could be done by adapting regional methods, such as the index flood method.

**Key words:** *frequency analysis, flood, flow-duration-frequency approach, regional model, gradex.*

## 1 – INTRODUCTION

La prévention du risque d'inondation nécessite la connaissance du régime hydrologique des rivières en crue. Lorsque les données de débit sont disponibles sur un nombre d'années suffisant, l'analyse fréquentielle est une approche privilégiée pour traduire ce régime en terme probabiliste et obtenir de bonnes estimations des événements rares. Cependant, ces analyses fréquentielles ne caractérisent en général les crues que par leur débit de pointe maximal, ou leur débit journalier maximal. Cette façon de faire ne traite qu'une partie du problème et ne rend pas compte de la variabilité temporelle des débits, c'est-à-dire de la forme et du volume des crues. Cette information est tout aussi indispensable, par exemple en aménagement de cours d'eau (GILARD, 1998). Pour prendre en compte cette variabilité temporelle dans l'analyse statistique des crues, le Cemagref a développé depuis plusieurs années une approche qui, en plus de l'analyse Débit/Fréquence classique, introduit une troisième variable : la durée. Cette approche est connue sous le nom de débit-durée-fréquence (QdF) (PRUDHOMME, 1995 ; GALEA et PRUDHOMME, 1997), par analogie avec l'approche intensité-durée-fréquence sur les pluies, plus largement connue (GRIS-SOLET *et al.*, 1962). Bien que quelques travaux similaires existent dans la littérature (INSTITUTE OF HYDROLOGY, 1975 ; SHERWOOD, 1994 ; BALOCKI et BURGESS, 1994), l'approche QdF reste assez peu utilisée.

Cet article propose tout d'abord de revenir sur l'historique de l'approche QdF développée ces dernières années. Les différentes étapes de la méthode sont décrites, au besoin en adoptant une présentation différente de celle faite initialement par GALEA et PRUDHOMME (1997). Ensuite, de récents développements sont présentés, donnant lieu à un nouveau modèle QdF, appelé modèle local convergent. Enfin, une comparaison de la nouvelle et de l'ancienne approche est effectuée sur une cinquantaine de bassins observés.

## 2 – RAPPELS SUR L'APPROCHE DÉBIT-DURÉE-FRÉQUENCE

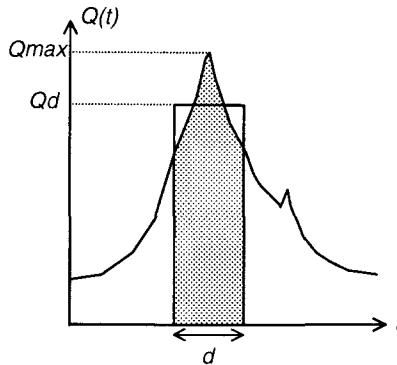
### 2.1 Analyse locale

#### 2.1.1 Analyse fréquentielle : le modèle local discontinu

L'analyse fréquentielle présentée ici porte sur les débits moyens sur une durée  $d$ , maxima lors des crues, notés  $VCXd$  par OBERLIN (1992). Dans la suite de cet article, afin de ne pas alourdir les notations, nous noterons  $VCXd$  simplement  $Qd$  (figure 1).

L'échantillonnage variables  $Qd$  est effectué sur une chronique  $Q'(t)$ . Celle-ci est obtenue à partir de  $Q(t)$  en calculant la moyenne glissante sur la durée  $d$  (LANG, 1998). Ces variables sont échantillonnées par valeurs supérieures à un seuil, plutôt que par la méthode des maxima-annuels (LANG *et al.*, 1999).

En travaillant sur  $N$  durées  $d$  différentes,  $N$  échantillons sont obtenus et pour chacun d'eux, une loi statistique est ajustée, permettant d'obtenir des



**Figure 1** Définition de  $Q_d$ , le débit moyen sur  $d$ , maximal lors de la crue.  
*Definition of the maximum flood mean discharge over  $d$ ,  $Q_d$ .*

quantiles  $Q_d(T)$ <sup>1</sup>. Pour cela le modèle Agregée (MARGOUM *et al.*, 1994) peut être utilisé. Celui ci propose, entre autres, l'ajustement d'une loi exponentielle (1) sur les débits observés puis une extrapolation aux fréquences rares grâce à une adaptation de la méthode du Gradex (GUILLOT et DUBAND, 1967). Lorsque les pluies suivent une loi à gradex constant (Gumbel ou exponentielle), une version simplifiée du modèle d'extrapolation, appelé « Gradex esthétique », est donnée par MICHEL (1982) (2) :

$$\text{Pour } 0,5 \leq T(\text{an}) \leq T_g : \quad Q_d(T) = [a_q]_d \ln(T) + [x_0]_d \quad (1)$$

$$\text{Pour } T > T_g : \quad Q_d(T) = Q_d(T_g) + [a_p]_d \ln \left( 1 + \frac{[a_q]_d}{[a_p]_d} \frac{T - T_g}{T_g} \right) \quad (2)$$

avec :  $[x_0]_d$  et  $[a_q]_d$ , respectivement le paramètre de position et d'échelle (ou gradex) de la loi exponentielle calée sur les débits observés, pour la durée  $d$  fixée, en  $\text{m}^3/\text{s}$  ;

$[a_p]_d$  paramètre d'échelle (ou gradex) des pluies, sur la durée  $d$  fixée (loi exponentielle), ramené en  $\text{m}^3/\text{s}$  à partir de la surface du bassin et de  $d$  ;

$T_g$  : seuil fréquentiel à partir duquel la loi des débits est extrapolée à l'aide de la loi des pluies, généralement fixé à 10 ou 20 ans ;

$\ln(T)$  : logarithme népérien de  $T$ .

Par la suite, ce modèle sera appelé modèle QdF local discontinu, car il s'agit d'une analyse locale, relative à plusieurs durées « discrètes ». C'est-à-dire qu'il n'y a pas, pour l'instant, de modélisation en fonction de  $d$ .

1. Selon cette notation,  $d$  est une variable discrète (notée en indice), alors que  $T$  est continue (notée entre parenthèses).

### 2.1.2 Analyse en fonction de la durée $d$ : le modèle local continu

La seconde étape consiste à étudier la variation des quantiles  $Q_q(T)$  en fonction de  $d$ . Le but est d'obtenir des quantiles définis continûment en  $d$  et en  $T$ , notés  $Q(d, T)$ . Pour cela, des fonctions  $x_q(d)$ ,  $a_q(d)$  et  $a_p(d)$  sont ajustées sur les paramètres  $[x_{0,d}]$ ,  $[a_{q,d}]$ ,  $[a_{p,d}]$  définis en (1) et (2). Chacune de ces trois fonctions prend la forme hyperbolique (3).

$$y(d) = \frac{1}{\alpha \cdot d + \beta} \tag{3}$$

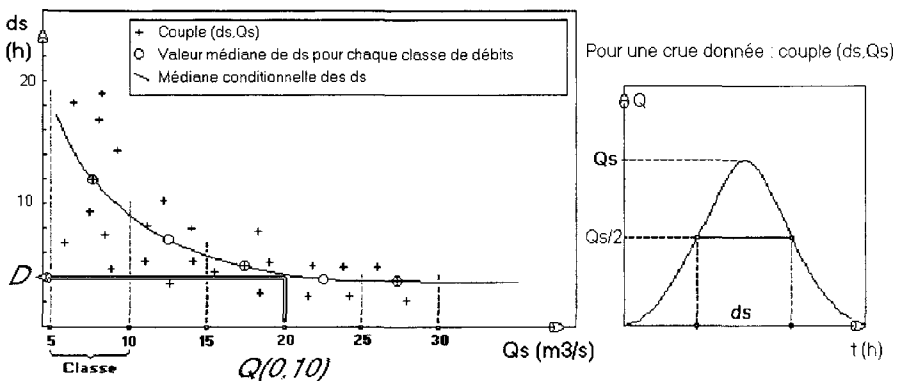
Pour chacune des trois fonctions  $x_q(d)$ ,  $a_q(d)$  et  $a_p(d)$ , les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont ajustés (soit 9 paramètres, pour chaque bassin étudié). À cause de ce grand nombre de paramètres, ce modèle, que nous appelons modèle local continu a été très peu utilisé. L'approche régionale de type « bassin de référence », décrite ci-après, lui a été préférée, même dans le cas de bassins observés.

## 2.2 Analyse régionale : l'approche « bassin de référence »

### 2.2.1 Construction de modèles régionaux relatifs à un bassin de référence

L'approche type « bassin de référence » a consisté à comparer les courbes QdF adimensionnalisées de différents bassins, puis à constituer plusieurs familles. Pour chacune d'elles, un bassin a été choisi comme référence.

Afin de rendre adimensionnelles les courbes QdF, deux normes s'avèrent nécessaires : une pour les débits, une autre pour les durées. Après plusieurs essais, le débit de pointe décennal  $Q(d = 0, T = 10)$  et une durée caractéristique de crue ( $D$ ) du bassin étudié ont été choisis. La durée  $D$  est définie au sens de la méthode Socose (CTGREF, 1980) : pour chaque crue, le débit maximal  $Q_s$ , ainsi que la durée  $d_s$  pendant laquelle  $Q_s/2$  est dépassé sont relevés. Sur un graphe sont alors portés les couples  $(Q_s, d_s)$ . La durée caractéristique de crue  $D$  de Socose est définie comme la valeur de la médiane conditionnelle des  $d_s$ , pour  $Q_s$  égal à  $Q(0, 10)$  (figure 2).



**Figure 2** Définition de la durée caractéristique de crue  $D$  de Socose.  
*Socose Flood characteristic duration definition.*

Si l'on raisonne avec les valeurs adimensionnelles définies ci-dessus, on obtient :

$$d^* = d / D ; Q^*(d^*, T) = Q(d, T) / Q(0, 10) \quad (4)$$

$$\text{Pour } 0,5 \leq T(\text{an}) \leq T_g : Q^*(d^*, T) = a_q^*(d^*) \ln T + x_0^*(d^*) \quad (5)$$

$$\text{Pour } T > T_g : Q^*(d^*, T) = Q^*(d^*, T_g) + a_p^*(d^*) \ln \left( \frac{a_q^*(d^*) T - T_g}{a_p^*(d^*) T_g} \right) \quad (6)$$

avec :

$$a_q^*(d^*) = \frac{1}{x_1 d^* + x_2} + x_3 ; x_0^*(d^*) = \frac{1}{x_4 d^* + x_5} + x_6 ; a_p^*(d^*) = \frac{1}{x_7 d^* + x_8} + x_9 \quad (7)$$

Des études effectuées sur de nombreux bassins (français en majorité) ont permis d'identifier trois familles de courbes QdF adimensionnelles. Pour chacune d'elles, un bassin a été jugé représentatif, et a été choisi comme référence. Ce choix a été fait de façon empirique. Il s'agit de la Mimente à Florac, du Roubion à Soyans, et de la Dragne à Vandenesse, situés respectivement dans les départements de la Lozère (sud des Cévennes), de la Drôme et de la Nièvre (Bourgogne). Pour ces trois bassins, l'analyse en fonction de  $d^*$  a été effectuée selon les équations (7). Pour chacun d'eux, neuf paramètres  $x_i$  ( $i = 1 \dots 9$ ) ont été ajustés, permettant de déterminer les courbes QdF adimensionnelles dites de Florac, de Soyans et de Vandenesse, notées  $Q_{\text{Florac}}^*(D^*, T)$ ,  $Q_{\text{Soyans}}^*(D^*, T)$  et  $Q_{\text{Vandenesse}}^*(D^*, T)$  (tableau 1). Par abus de langage, on parle des modèles de Florac, Soyans et Vandenesse, mais il s'agit en fait de trois paramétrisations différentes des fonctions définies par les équations (7).

**Tableau 1** Paramètres des trois modèles « bassin de référence ».

**Table 1** Parameters of the three "reference basins" models.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
Vandenesse	2,635	6,190	0,016	1,045	2,385	0,172	1,083	1,750	0,000
Florac	1,120	3,560	0,000	0,950	3,180	0,039	1,560	1,910	0,085
Soyans	0,870	4,600	0,000	1,070	2,500	0,099	0,569	0,690	0,046

## 2.2.2 Application à un site quelconque

Les trois modèles régionaux de type « bassin de référence » peuvent être utilisés pour estimer les quantiles  $Q(d, T)$  d'un site quelconque, observé ou non. Les étapes suivantes sont distinguées.

1. Chaque bassin est caractérisé par trois paramètres locaux : la durée caractéristique de crue de Socose ( $D$ ), le débit de pointe décennal  $Q(0, 10)$  et les valeurs du gradex des pluies  $[a_p]_d$  relatives à plusieurs durée  $d$ . Les deux premiers paramètres sont estimés directement à partir des mesures de débit lorsqu'elles existent, ou bien à partir de formules empiriques. Celles-ci ont été établies à l'échelle nationale ou régionale et utilisent des variables explicatives

facilement estimables, telle que la surface, ainsi que des valeurs caractéristiques de pluie (CTGREF, 1980). Le gradex des pluies peut être obtenu auprès de Météo-France ou lorsqu'il n'y a pas de données disponibles en consultant des études de synthèse, comme par exemple BOIS *et al.* (1995).

**2.** Choix de l'un des trois modèles type « bassin de référence » (*tableau 1*) : les gradex de pluie observés sur le bassin pour différentes durées  $d$ , notés  $[a_p]_d$  sont exprimés en  $m^3/s$  connaissant la surface du bassin et les durées  $d$ , puis adimensionnalisés par le débit instantané décennal du bassin,  $Q(0,10)$ . Connaissant la durée  $D$  du bassin, ces rapports  $[a_p]_d/Q(0,10)$ , représentés par des symboles carrés sur la *figure 3*, sont comparés à deux limites  $L_1(d^*)$  et  $L_2(d^*)$ . Suivant la position de ces rapports (*inférieur à  $L_1$ , compris entre  $L_1$  et  $L_2$ , ou supérieur à  $L_2$* ), on choisit le bassin de référence Vandenesse, Florac ou Soyans. Sur l'exemple de la *figure 3*, le modèle de Vandenesse est sélectionné. Les limites  $L_1(d^*)$  et  $L_2(d^*)$  sont de la forme  $f(x) = 1/(a \cdot x + b) + c$  et ont été déterminées expérimentalement par PRUDHOMME (1995).

**3.** Calcul des quantiles adimensionnels (formules (5), (6) et (7)) relatifs au bassin de référence choisi (*tableau 1*) et restitution des quantiles  $Q(d,T)$  locaux, en dénormant ces quantiles adimensionnels par les paramètres du site cible ( $Q(0,10)$  et la durée  $D$ ) :

$$Q(d,T) = Q_{ref}^*(d^*,T)Q(0,10) ; \quad d = d^* D \quad (8)$$

avec : *ref* = Florac, Soyans ou Vandenesse

Pour plus de détails, on se reportera à GALEA et PRUDHOMME (1997) ou PRUDHOMME (1995).

### 2.3 Position de l'approche QdF « bassin de référence » par rapport à d'autres méthodes régionales

Comme le soulignent OUARDA *et al.* (1999), les modèles régionaux type « bassin de référence » possèdent quelques points communs avec des méthodes régionales, décrites dans la littérature, et en particulier avec celles de type indice de crue (DALRYMPLE, (1960) ; CUNNANE (1988) ; GREHYS, (1996a, b)). Dans cette approche, trois étapes sont distinguées :

**1.** Construction de régions hydrologiques homogènes. Ces régions sont soit purement géographiques, soit non contiguës. Elles peuvent être fixes, ou de « type région d'influence » (BURN, 1990a, b), c'est-à-dire que chaque site étudié possède sa propre région.

**2.** Établissement d'une distribution régionale adimensionnelle, à l'aide de toutes les données de débit de la région préalablement normées par un indice de crue. Cet indice est en général la moyenne des valeurs échantillonnées par maximum annuel, ce qui équivaut à un quantile de période de retour d'environ 2 ans.

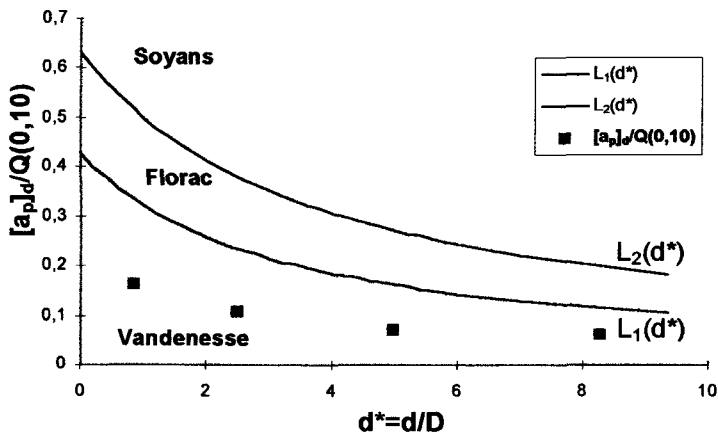
**3.** Transfert régional : dénormalisation en un site cible de la distribution régionale par l'indice de crue du bassin étudié. Si le site cible est jaugé, l'indice est calculé à partir des mesures de débit. Si le site n'est pas observé, il est estimé à partir des caractéristiques physiographiques les plus significatives du site.

Il existe une analogie entre l'approche QdF type « bassin de référence » et la méthode de l'indice de crue : dans les deux cas, les quantiles adimensionnels



doivent être dénormés par les caractéristiques du bassin cible. L'approche QdF utilise une durée caractéristique et le débit instantané décennal. La méthode de l'indice de crue, qui ne considère que la distribution des débits instantanés ou journaliers, n'utilise qu'un quantile d'une période de retour d'environ 2 ans.

Pendant deux différences existent entre les deux approches. D'une part, les trois modèles régionaux QdF relatifs à un bassin de référence ont chacun été calés, comme leur nom l'indique, sur un seul bassin (Soyans, Florac, ou Vandenesse). À l'inverse, la distribution régionale de la méthode de l'indice de crue est déterminée à partir de tous les bassins jaugés de la région. Dans l'approche QdF décrite ci-dessus, le transfert d'information n'est donc pas, à proprement parler, un transfert « régional » mais plutôt un transfert du bassin de référence vers le bassin étudié.



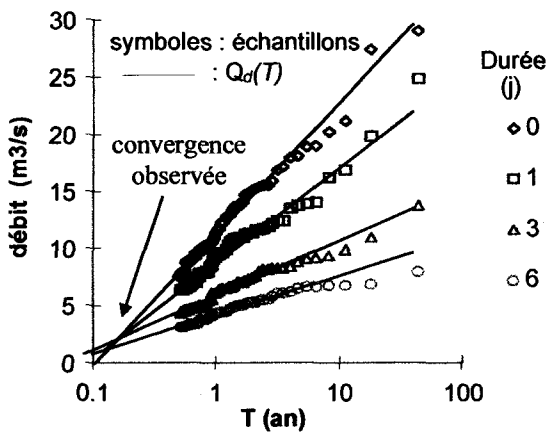
**Figure 3** Choix du modèle type « bassin de référence », selon la position des gradex de pluie du bassin adimensionalisé :  $[a_p]_d/Q(0,10)$ .

*“Reference basin” model choice according the location of dimensionless rain “gradex”:*  $[a_p]_d/Q(0,10)$ .

D'autre part, l'approche QdF, comme cela est couramment pratiqué en France, tient compte de l'information pluviométrique locale pour extrapoler les distributions de débit aux fréquences rares. Cette information est introduite explicitement pour les trois bassins de référence (6) et implicitement pour un bassin quelconque, grâce au critère de choix. Rappelons que ce critère utilise des gradex de pluie sur différentes durées (figure 3). Pour la méthode de l'indice de crue, l'information pluviométrique peut être utilisée pour constituer les régions, mais pas pour extrapoler les distributions des débits. L'extrapolation aux fréquences rares est faite uniquement à l'aide de l'information sur les débits, consolidée par cette approche régionale.

### 3 – LES AVANCÉES DE LA MODÉLISATION DÉBIT-DURÉE-FRÉQUENCE : LE MODÈLE LOCAL CONVERGENT

Un récent travail a permis de redéfinir le modèle local continu (§ 1.1.2). Afin de simplifier sa formulation, une propriété structurante est utilisée. En effet, JAVELLE *et al.* (1999) ont observé sur de nombreux bassins (plus d'une centaine) que les distributions exponentielles des débits liées à différentes durées tendent à converger vers un même point. La *figure 4* montre l'exemple de l'Orgeval au Theil ( $S = 104 \text{ km}^2$ ), bassin de recherche situé en région parisienne, géré par le Cemagref d'Antony. Le modèle présenté ci-après intègre cette observation dans ses hypothèses, d'où son nom : modèle local convergent.



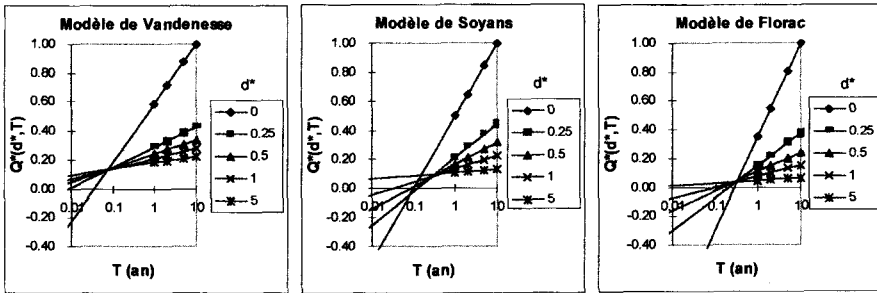
**Figure 4** Distributions des débits moyens  $Q_d(T)$ . Exemple de l'Orgeval au Theil ( $S = 103 \text{ km}^2$ ).

$Q_d(T)$  Mean discharges distributions. Example of the Orgeval river at Theil ( $A = 103 \text{ km}^2$ ).

Cette propriété non explicite dans les analyses précédentes (PRUDHOMME, 1995) était de fait quasiment vérifiée par les trois modèles QdF de référence (*figure 5*).

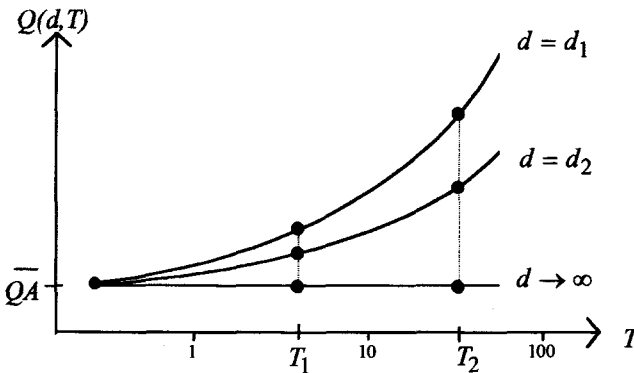
Cette hypothèse de convergence, validée sur le domaine des crues observables ( $T \leq 20$  ans), correspond à une propriété d'affinité qui peut s'exprimer de manière plus générale : « La distribution relative à une durée  $d_2$  peut être déduite de la distribution relative à une durée  $d_1$  grâce à une transformation affine orthogonale, ayant un axe parallèle à l'axe des  $T$  ». D'un point de vue théorique, cette hypothèse suppose une invariance d'échelle quelle que soit la durée  $d$ . Il serait intéressant d'étudier sa signification d'un point de vue fractal, comme cela a été fait pour les courbes intensité-durée-fréquence des précipitations (BENDJOUDI *et al.*, 1997)

Cette propriété d'affinité a été vérifiée pour les distributions des valeurs courantes ( $T \leq 20$  ans) sur lesquelles la loi exponentielle a été ajustée (*figure 4*). En revanche, pour les fréquences plus rares ( $T > 20$  ans) cela reste à valider.



**Figure 5** Convergence des distributions observées sur chacun des 3 modèles de référence.  
*Observation on the three reference models of the distributions convergence.*

Dans la suite de cet article, on fait l'hypothèse que cette propriété d'affinité est vérifiée dans la gamme des fréquences observables pour tout type de loi (figure 6). Aussi le modèle est-il présenté avec une formulation générale.



**Figure 6** Hypothèses simplificatrices.  
*Simplifying assumptions.*

La distribution limite de débits  $Q(d, T)$  lorsque  $d$  tend vers l'infini fait intervenir des débits moyennés sur une durée infinie. Par conséquent, l'ordonnée de cette distribution limite horizontale est désignée par  $\overline{QA}$ , le module interannuel.

$$\lim_{d \rightarrow \infty} (Q(d, T)) = \overline{QA} \tag{9}$$

En utilisant la propriété d'affinité des distributions (figure 6), le rapport suivant est vérifié quel que soit  $T$ , et ne dépend que de  $d_1$  et  $d_2$  :

$$\frac{Q(d_1, T) - \overline{QA}}{Q(d_2, T) - \overline{QA}} = f(d_1, d_2) \tag{10}$$

En particulier, on peut écrire :

$$\frac{Q(d, T) - \overline{QA}}{Q(d = 0, T) - \overline{QA}} = f(d) \quad (11)$$

L'équation (11) signifie que les distributions  $Q(d, T)$  peuvent se déduire les unes des autres à condition de connaître l'une d'elles ainsi que la fonction  $f(d)$ . L'étude de nombreux exemples a montré que la fonction  $f(d)$  était bien représentée par une forme hyperbolique. Nous avons donc choisi la forme suivante :

$$\frac{Q(d, T) - \overline{QA}}{Q(d = 0, T) - \overline{QA}} = \frac{1}{1 + d/\Delta} \quad (12)$$

$\Delta$  est un paramètre de la dimension d'un temps, qui sera optimisé afin que le modèle s'ajuste le mieux possible sur les observations. Le paragraphe 3.2 reviendra sur la signification de  $\Delta$ . L'équation (12) peut finalement se mettre sous la forme :

$$Q(d, T) = \frac{Q(d = 0, T) - \overline{QA}}{1 + d/\Delta} + \overline{QA} \quad (13)$$

avec :  $Q(d = 0, T)$  : distribution des débits instantanés ;

$\overline{QA}$  : module interannuel ;

$\Delta$  : paramètre d'ajustement, de la dimension d'un temps.

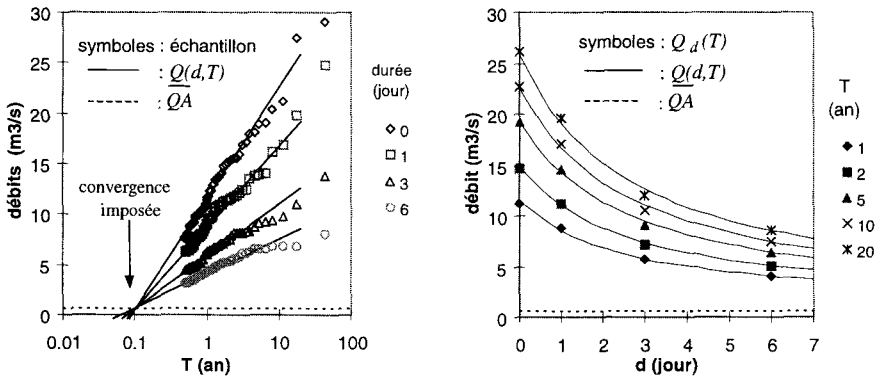
L'équation (13) est l'équation générale du modèle local convergent, indépendante de la loi statistique. Si l'on suppose que la distribution statistique des débits pour toute durée  $d$  est représentée par la loi exponentielle, nous obtenons alors le modèle à quatre paramètres :

$$Q(d, T) = \frac{a_q(0) \ln T + x_0(0) - \overline{QA}}{1 + d/\Delta} + \overline{QA} \quad (14)$$

$\overline{QA}$ , le module interannuel est calculé en faisant la moyenne de la chronique  $Q(t)$  des débits observés.  $a_q(0)$  et  $x_0(0)$ , relatifs à la distribution instantanée ( $d = 0$ ), sont respectivement les paramètres d'échelle et de position consolidés par la modélisation. Ces deux paramètres, ainsi que  $\Delta$  sont ajustés afin que le modèle convergent (14) décrive le mieux possible l'ensemble des quantiles expérimentaux échantillonnés, pour toutes les durées étudiées. La figure 7 donne un exemple d'ajustement du modèle, pour l'Orgeval au Theil ( $S = 104 \text{ km}^2$ ), en région parisienne. Le graphique de gauche compare les quantiles  $Q(d, T)$  exprimés en fonction de  $T$  pour  $d$  fixé avec les distributions expérimentales. Le graphique de droite compare les quantiles  $Q(d, T)$  exprimés fonction de  $d$  pour  $T$  fixé avec les quantiles  $Qd(T)$  ajustés sur la figure 4. La convergence des distributions en une ordonnée égale à  $\overline{QA}$  fait partie des hypothèses du modèle local convergent. Cette convergence est donc imposée par le modèle, lors de l'ajustement de ses paramètres (figure 7). On trouvera plus de détails sur la méthode d'ajustement dans JAVELLE *et al.* (1999).

### Signification des paramètres $x_0(0)$ , $a_q(0)$ et $\Delta$ :

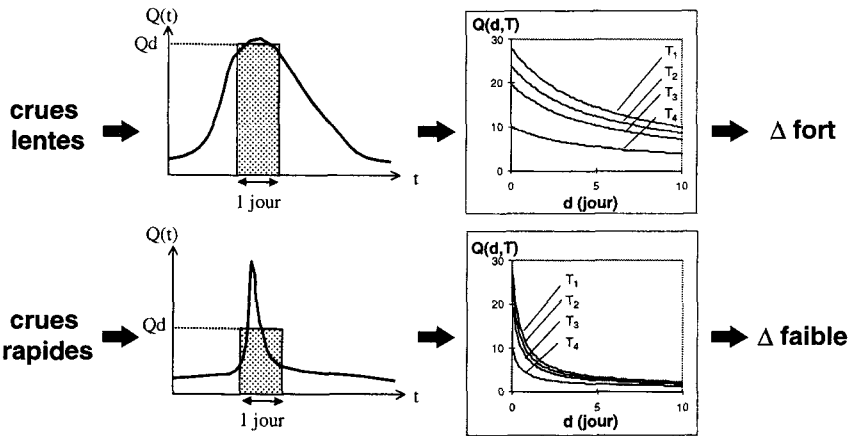
$x_0(0)$  et  $a_q(0)$  définissent la distribution  $Q(d = 0, T)$  calculée par le modèle convergent (14), relative aux débits instantanés. Il ont été ajustés à l'aide de l'ensemble des distributions expérimentales, toutes durées confondues. Ces



**Figure 7** Quantiles  $Q(d,T)$  obtenus par le modèle local convergent, représentés en fonction de  $T$ , pour  $d$  fixé (gauche) et en fonction de  $d$  pour  $T$  fixé (droite).

$Q(d,T)$  quantiles obtained by the local convergent model, plotted as a function of  $T$  for fixed  $d$  (left), and as a function of  $d$  for  $T$  fixed (right).

paramètres sont donc différents des paramètres  $[x_{0}]_{d=0}$  et  $[a_{0}]_{d=0}$  qui eux, ont été ajustés uniquement à l'aide de la distribution expérimentale des débits instantanés, c'est-à-dire  $d = 0$  (1). D'ailleurs, si la référence instantanée n'est pas disponible (cas d'une chronique journalière de débit), le modèle convergent peut quand même être ajusté, et les paramètres  $x_{0}(0)$  et  $a_{0}(0)$  permettent alors de calculer des quantiles  $Q(d,T)$  « extrapolés » en  $d = 0$  (JAVELLE et al., 1998).



**Figure 8** Signification du paramètre  $\Delta$ .  
 $\Delta$  parameter signification.

Le paramètre  $\Delta$  quant à lui, donne la forme des hyperboles définissant les quantiles  $Q(d,T)$  pour  $T$  fixé. Si  $\Delta$  est faible, les hyperboles seront très incurvées. Inversement, si  $\Delta$  est fort, les hyperboles seront très aplaties. Or, comme le schématise la figure 8, la forme des hyperboles est quant à elle liée à la

forme des crues observées. En effet, plus l'ensemble des crues étudiées sera rapide, plus la différence entre les débits de pointe et les débits maximaux moyens sur une durée  $d$  (par exemple 1 jour, sur la *figure 8*) sera grande. Cette différence entre les débits de pointes et les débits moyens se traduira pour les courbes  $QdF$  (en fonction de  $d$ , pour  $T$  fixé) par une plus ou moins forte concavité. Par conséquent, un bassin caractérisé par des crues rapides aura des courbes  $QdF$  très incurvées. Inversement, s'il est caractérisé par des crues lentes, ses courbes  $QdF$  seront plus aplaties. Le paramètre  $\Delta$  servant à décrire la forme des courbes  $QdF$  (en fonction de  $d$ , pour  $T$  fixé), sa valeur nous renseigne donc sur la dynamique des crues étudiées. Étant de la dimension d'un temps, nous considérerons que  $\Delta$  est une durée caractéristique de crue, définie par le modèle local convergent.

#### 4 – COMPARAISON DU MODÈLE LOCAL CONVERGENT AVEC L'APPROCHE RÉGIONALE DE TYPE « BASSIN DE RÉFÉRENCE »

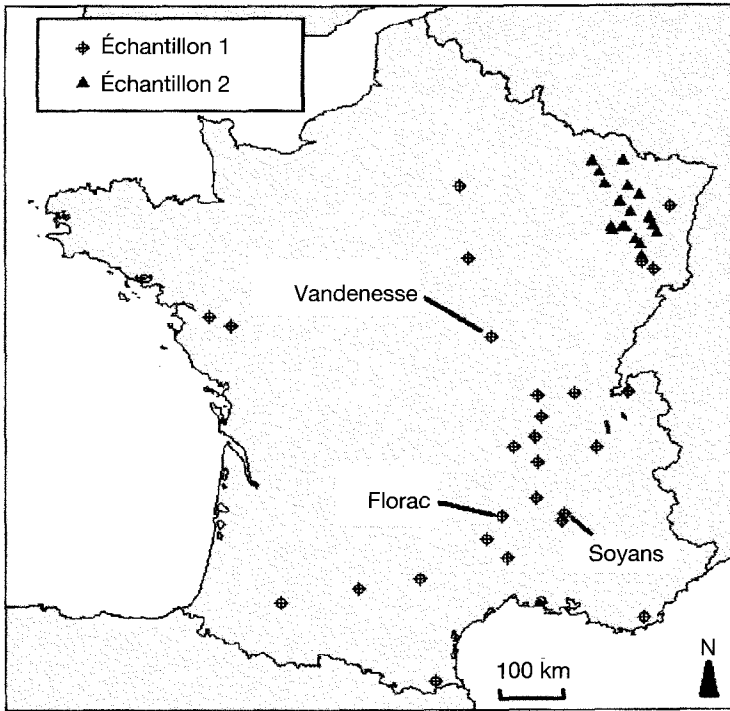
##### 4.1 Méthodologie

Les bassins étudiés se situent en France et sont issus de deux échantillons. Les 27 bassins de l'échantillon 1 (plus quelques autres bassins dont les données n'étaient pas disponibles) ont été utilisés par PRUDHOMME (1995) pour définir les trois typologies et leur critère de choix (*figure 3*). Un second échantillon, appelé échantillon 2, est constitué de 22 bassins situés dans le bassin hydrographique de la Moselle (*figure 9*). Cet échantillon n'ayant pas été utilisé par PRUDHOMME (1995), il servira à valider le critère de choix de l'approche « bassin de référence » (cf. ci-après). La superficie des bassins des deux échantillons est comprise entre 10 et 500 km<sup>2</sup>.

Pour chacun des bassins décrits ci-dessus, un échantillonnage multi-durées a été effectué, permettant d'obtenir les quantiles de crue  $Q_d(T)$  (§ 1.1.1). Les crues étudiées sont pour la plupart d'origine pluviale, et pour quelques bassins situés dans les Alpes, d'origine pluvio-nivale. L'échantillonnage n'a pas été saisonnalisé, mais ceci pourrait être fait lors d'analyses plus fines.

Sept durées différentes ont été traitées, allant de  $d_1 = 0$  (débits instantanés) à une durée maximale  $d_7$  compatible avec la dynamique de crue du bassin étudié. Pour cela, la durée caractéristique de crue au sens de la méthode Socose (*figure 2*) a été déterminée pour chaque bassin. Puis les durées  $d_i$  ont été indexées sur  $D$ , en allant de 0 à  $5D$ . En effet, on a remarqué expérimentalement qu'au-delà de  $5D$ , les débits moyens  $Qd$  échantillonnés ne sont plus représentatifs des crues, mais caractérisent les variations des débits à plus long terme.

Une fois l'échantillonnage multi-durées effectué, l'ajustement de la relation (1) sur chaque échantillon permet d'obtenir les quantiles  $Q_d(T)$ . Puis, les deux approches, « bassin de référence » et « modèle local convergent », permettent, chacune à leur manière, de calculer les quantiles  $Q(d, T)$  définis continûment en fonction de  $d$  et  $T$ .



**Figure 9** Situation des 3 bassins de référence ainsi que des autres bassins étudiés.

*Location of the 3 reference basins and of other studied basins.*

#### 4.2 Comparaison des durées caractéristiques $D$ et $\Delta$

Tout d'abord, les durées  $D$  et  $\Delta$ , définies respectivement par l'approche « bassin de référence » et le modèle convergent, ont été comparées. Rappelons que  $D$  est une durée caractéristique de crue, définie à partir des hydrogrammes de crue (figure 2), alors que  $\Delta$  est un paramètre d'ajustement du modèle convergent (14). Une forte liaison entre ces deux durées est observée pour l'ensemble des échantillons 1 et 2 (figure 10), même si l'indépendance des résidus et l'homoscédasticité ne semblent pas totalement respectées. Ceci confirme donc le fait que la durée  $\Delta$  permet de caractériser la dynamique des crues observées (figure 8). Cette liaison entre  $D$  et  $\Delta$  a aussi été observée sous des régimes climatiques très différents, comme en Martinique (MEUNIER, 1999) et en Guadeloupe (GALÉA et JAVELLE, 2000). Dans ces deux cas, on relève aussi un rapport  $\Delta/D$  de l'ordre de 3, ce qui tend à montrer que cette liaison ne dépend pas de la région considérée, ni de son climat.

#### 4.3 Comparaison des performances des différentes approches

Les performances des différents modèles testés sont comparées. Un critère d'erreur est calculé pour chaque bassin étudié, inspiré des critères utilisés par OUARDA et ASHKAR(1994) :

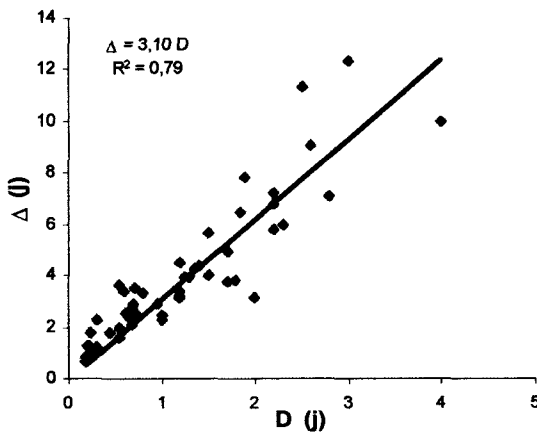
$$\varepsilon = \frac{1}{N \times M} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{|Q_d(T_j) - Q(d_i, T_j)|}{Q_d(T_j)} \quad (15)$$

avec :  $N$  et  $M$  : respectivement le nombre de durées et de périodes de retour étudiées ;

$d_i$  : les durées étudiées ( $N = 7$ ) ;

$T_j$  : les périodes de retour étudiées ( $M = 5$ ) :  $T_j = 0,5 ; 1 ; 5 ; 10$  et  $20$  ans.

Les erreurs entre le modèle testé  $Q(d, T)$  et les quantiles « observés »  $Q_d(T)$  ne sont calculées que pour des périodes de retour observables ( $T \leq 20$  ans). En effet, au-delà, les quantiles  $Q_d(T)$  dépendent du choix de la méthode d'extrapolation choisie.



**Figure 10** Corrélation entre  $\Delta$  et  $D$  observée sur les échantillons 1 et 2.  
*Correlation between  $\Delta$  and  $D$ , observed on samples 1 and 2.*

Pour chaque bassin étudié, quatre modèles sont testés : les trois modèles de l'approche « bassin de référence », appelés *Soyans*, *Florac* et *Vandenesse* ; ainsi que le modèle local convergent. La *figure 10* indique pour ces quatre modèles les critères d'erreur obtenus pour les bassins de l'échantillon 2. Pour une meilleure lisibilité, les bassins ont été classés par ordre croissant d'erreur, en considérant le meilleur des trois modèles « bassin de référence ». D'autre part, le critère défini par PRUDHOMME (*figure 3*) a été appliqué, et le modèle ainsi choisi est indiqué par un trait plein (*figure 11*).

Afin d'avoir une synthèse des résultats de la *figure 11*, la *figure 12* indique la moyenne et l'écart type des erreurs  $\varepsilon$ , calculés pour le modèle local convergent, le meilleur des trois modèles « bassin de référence » et le modèle « bassin de référence » désigné par le critère de choix (*figure 3*). Ces trois cas sont respectivement notés local, meilleur et critère. Les résultats concernant l'échantillon 1 ont également été portés.

Les *figures 11* et *12* montrent que le modèle local convergent donne les meilleurs résultats. Ceci est vrai aussi bien du point de vue de la moyenne des erreurs, que de leur dispersion (*figure 12*).



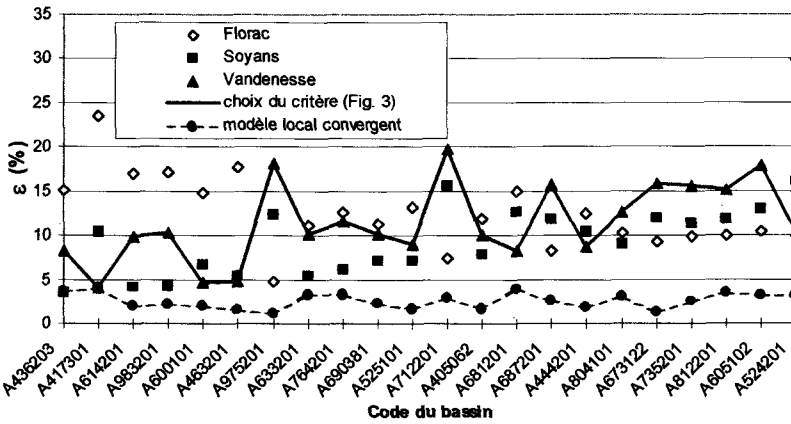


Figure 11 Erreurs moyennes ( $\epsilon$ ) pour l'échantillon 2.  
Mean errors ( $\epsilon$ ), for sample 2.

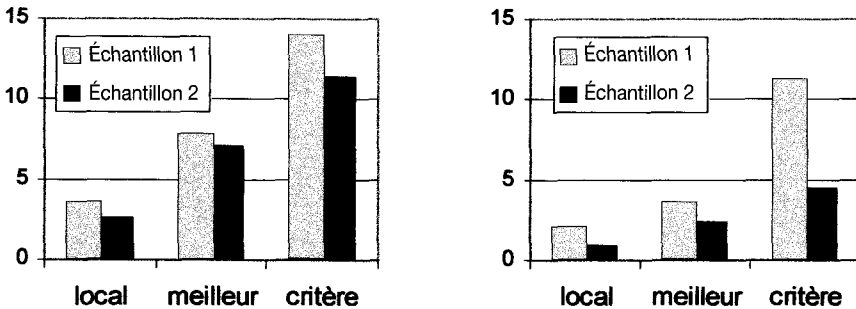


Figure 12 Moyenne et écart type des erreurs, pour les échantillons 1 et 2.  
Mean and standard deviation of errors, for samples 1 and 2.

Par ailleurs, sans pour autant donner de « mauvais » résultats (14 et 12 % d'erreur en moyenne pour les échantillons 1 et 2, le choix effectué par le critère (figure 3) n'est pas significatif. En effet, il s'avère que le modèle désigné par le critère de choix n'est le meilleur que dans 44 % des cas pour l'échantillon 1 et 27 % des cas pour l'échantillon 2. Un choix aléatoire donnerait des résultats similaires.

Pourtant, les résultats de PRUDHOMME (1995) obtenus sur les bassins de l'échantillon 1 indiquaient que le critère désignait le meilleur choix dans 83 % des cas. Cette différence est due au fait que, contrairement à nous, PRUDHOMME a aussi considéré le domaine des fréquences rares ( $T > 20$  ans) en extrapolant les distributions des débits à l'aide de la méthode du gradex esthétique (2). Dans ces conditions, le critère de choix (figure 3), faisant lui aussi intervenir les gradex de pluie, indique effectivement le modèle qui donnera les meilleures extrapolations, au sens de la méthode du gradex esthétique (2). La typologie définie par PRUDHOMME (1995) n'a donc de sens que si l'on choisit cette méthode d'extrapolation.

D'un point de vue opérationnel, cette façon de faire est justifiée puisque dans le cas de bassins non observés, l'information pluviométrique est souvent

la seule disponible. Cependant, il convient d'être conscient que ces résultats sont issus d'une méthode d'extrapolation. À moins d'avoir recours à une information historique, ils ne sont pas validables à l'aide des observations.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les résultats de cette étude, réalisée sur des bassins observés et en ne considérant que le domaine des fréquences observables, amènent aux conclusions suivantes :

Le modèle local convergent donne de meilleurs résultats que l'approche « bassin de référence », et cela, quel que soit le bassin de référence choisi (Soyans, Florac ou Vandenesse). Ce résultat ne concerne que des bassins situés en régime tempéré. Cependant MEUNIER (1999) ainsi que GALEA et JAVELLE (2000) ont aussi testé de façon concluante le modèle local convergent, respectivement en Martinique et en Guadeloupe. La prise en compte de la convergence observée des courbes débit-durée-fréquence vers les faibles fréquences a donc permis d'établir un modèle robuste, dont les bons résultats autorisent des perspectives intéressantes. La signification de cette convergence fait l'objet d'interrogations en cours, par approche fractale entre autres.

Par ailleurs, la typologie des bassins définie par l'approche « bassin de référence » n'est pas réellement significative. Sans pour autant donner de mauvais résultats, le critère de choix ne désigne pas le modèle restituant le mieux les courbes « débit-durée-fréquence » dans le domaine des fréquences observables. Cette typologie ne concerne que les quantiles de fréquence rare ( $T > 20$  ans), obtenus par extrapolation à l'aide des gradex de pluie. Elle implique que l'on accepte cette méthode d'extrapolation, inspirée de la théorie du Gradex (GUILLOT et DUBAND, 1967), et ne trouve donc pas sa justification par une concordance entre valeurs observées et calculées.

Les travaux en cours s'articulent autour de deux axes. Il s'agit d'une part de l'extrapolation vers les fréquences rares et d'autre part de la régionalisation, nécessaire pour estimer l'hydrologie des bassins non observés ou peu observés.

Pour l'extrapolation aux fréquences rares, il est prévu d'étudier de longues séries afin de pouvoir valider le modèle local convergent. Celui-ci devra alors pouvoir prendre en compte d'autres type de lois que la loi exponentielle utilisée ici. De plus, les différentes méthodes d'extrapolation existantes pourront être considérées, à savoir : l'introduction de données historiques, l'utilisation de l'information régionale ou encore la prise en compte du régime pluviométrique.

Pour la régionalisation, un premier travail ayant pour but de déterminer des régressions entre les quantiles de crue  $Q(d, T)$  et les caractéristiques physiographiques des bassins a déjà été réalisé sur l'ensemble du bassin hydrographique de la Moselle (CHARLEUX *et al.*, 1999). Il est maintenant prévu que le modèle convergent s'inspire de méthodes régionales telle que l'indice de crue. L'intérêt, par rapport à l'approche « bassin de référence », devrait être une meilleure utilisation de l'information régionale. Une comparaison des résultats du modèle régional convergent et de l'approche « bassin de référence » pourra alors être faite sur des bassins tests.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BALOCKI J.B., BURGESS S.J., 1994. Relationships between n-day flood volumes for infrequent large floods. *Journal of Water Resource Planning and Management*, 120(6), 794-818.
- BENDJOUDI H., HUBERT P., SCHERTZER D., LOVEJOY S., 1997. Interprétation multifractale des courbes intensité-durée-fréquence des précipitations. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 325(série IIa), 323-326.
- BOIS P., MAILLOUX H., OBLED C., DE SAINTIGNON F., 1995. Atlas expérimental des risques de pluie intense dans la région Cévennes Vivarais. *Pôle Grenoble des Risques Naturels*, LAMA, Grenoble.
- BURN D.H., 1990a. An appraisal of the "region of influence" approach to flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*, 35(2), 149-165.
- BURN D.H., 1990b. Evaluation of regional flood frequency analysis with a region of influence approach. *Water Resources Research*, 26(10), 2257-2256.
- CHARLEUX J., JAVELLE P., PUECH C., GALEA G., GRESILLON J.M., 1999. Regionalisation of hydrologic parameters using remotely sensed data. *2nd Inter-Regional Conference on Environment-Water*, September 1-3, 1999, Lausanne, Switzerland.
- CTGREF, SRAE, DIAME S.H., 1980. Synthèse nationale sur les crues des petits bassins, fascicule 2 : la méthode SOCOSE, *Information technique n° 38-2*, Antony.
- CUNNANE C., 1988. Method and merits of regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 100, 269-290.
- DALRYMPLE T., 1960. Flood frequency analysis. *U.S. Geol. Surv. Water Supply Pap.*, 1543A.
- GALEA G., JAVELLE P., 2000. Modèles débit-durée-fréquence de crue en Guadeloupe. *Rapport d'étude*, protocole Cemagref-Lyon DIREN Guadeloupe et Météo-France, Cemagref, Lyon.
- GALEA G., PRUDHOMME C., 1997. Notions de base et concepts utiles pour la compréhension de la modélisation synthétique des régimes de crue des bassins versants au sens des modèles QdF. *Revue des Sciences de l'Eau*, 1, 83-101.
- GILARD O., 1998. Les bases techniques de la méthode Inondabilité. Cemagref Éditions, Antony.
- GREHYS, 1996a. Inter-comparaison of regional flood frequency procedures for Canadian rivers. *Journal of Hydrology*, 186, 85-103.
- GREHYS, 1996b. Presentation and review of some methods for regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 186, 63-84.
- GRISOLET H., GUILMET B., ARLERY R., 1962. Climatologie - Méthodes et pratiques. Gauthiers-Villars Cie Éditeur, Paris.
- GUILLOT P., DUBAND D., 1967. La méthode du Gradex pour le calcul de la probabilité des crues à partir des pluies, Leningrad 15-22 août, *AISH publications*, 84, 560-569.
- INSTITUT OF HYDROLOGY, 1975. Estimation of flood volumes over different durations, Flood Studie Report, Vol I, pp. 243-264, Natural Environment Research Council (NERC), Londres.
- JAVELLE P., GALEA G., GRESILLON J.M., 1998. A new formulation of flow-duration-frequency models. *FRIEND-AMHY annual meeting*, Istanbul October, IHP series, Unesco Paris, 73-82.
- JAVELLE P., GRESILLON J.M., GALEA G., 1999. Modélisation des courbes débit-durée-fréquence en crue et invariance d'échelle. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, Sciences de la terre et des planètes, 329, 39-44.
- LANG M., 1998. Comparaison des modes d'échantillonnages par sélection du maximum annuel et des valeurs supérieures à un seuil. Méthodes statistiques et approches bayésiennes en hydrologie. E. PARENT, P. HUBERT, B. BOBEE, J. MIQUEL (eds), *UNESCO Press. Paris*, IHP-V, Technical Documents in Hydrology, 20, 147-179.
- LANG M., OUARDA T.B.M.J., BOBEE B., 1999. Towards operational guidelines for over-threshold modeling. *Journal of Hydrology*, 225, 103-117.

- MARGOUM M., OBERLIN G., LANG M., WEINGARTNER R., 1994. Estimation des crues rares et extrêmes : principes du modèle Agregée. *Hydrologie Continentale*, 9(1), 85-100.
- MEUNIER M., 1999. Les torrents du Nord-Ouest de la Martinique - Hydrologie des crues, érosion, hydraulique et dynamique torrentielle. 403 p, Collection études, n° 24, Cemagref Éditions, Antony.
- MICHEL C., 1982. Extrapolation par la méthode du Gradex. Note interne KG 03.05.82, Cemagref, *Div. Hydro.*, Antony.
- OBERLIN G., 1992. Normalisation des variables dans les modèles hydrologiques descriptifs. Informations Techniques du Cemagref, n° 85, note 4, 8 p., Antony.
- OUARDA T.B.M.J., ASHKAR F., 1994. Bootstrap-based intercomparison of regional flood frequency models, Rapport technique, Département de mathématiques, Université de Moncton. 13 p.
- OUARDA T.B.M.J., LANG M., BOBEE B., BERNIER J., BOIS, P., 1999. Synthèse de modèles régionaux d'estimation de crue utilisée en France et au Québec. *Revue des Sciences de l'Eau*, 12(1), 155-182.
- PRUDHOMME C., 1995. Modèles synthétiques des connaissances en hydrologie, Application à la régionalisation des crues en Europe Alpine et Méditerranéenne, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 397 p.
- SHERWOOD J.M., 1994. Estimation of volume-duration-frequency relations of ungauged small urban streams in Ohio. *Water Resources Bulletin*, 30(2), 261-269.