

## Article

---

« Modélisation d'une politique d'autocontrôle sur un réseau d'eau potable »

C. Laugier, G. Lang, V. Mary et É. Parent

*Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, vol. 12, n° 1, 1999, p. 201-217.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/705349ar>

DOI: 10.7202/705349ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

---

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

---

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : [info@erudit.org](mailto:info@erudit.org)

## Modélisation d'une politique d'autocontrôle sur un réseau d'eau potable

Modeling autocontrol policy on a drinking water distribution system

C. LAUGIER<sup>1\*</sup>, G. LANG<sup>1\*</sup>, V. MARY<sup>2</sup> et E. PARENT<sup>1</sup>

---

Reçu le 21 février 1997, accepté le 30 juin 1998\*\*.

### SUMMARY

Drinking water quality is monitored regularly by state officers (DDASS), and also by the water distributor at a level of his own choice. A model has been constructed to simulate decision making after observations of one or more bacteriological-positive samples from the drinking water distribution system of suburban Paris (four million inhabitants in 144 boroughs). In cases of non-conformity, a curative action is taken (rinsing, chlorinating...) that tends to increase the level of water quality for the ensuing weeks. The model compares the trade-offs between the global cost of the policy and the risk of quality failure, based on various sampling plans of different intensity which the quality a manager may design to get information from the distribution system. The more weekly analyses he makes, the more money he spends in control, but at the same time, the more valuable is the information that he receives to assess the appropriateness of curative actions to increase quality within the system.

The state of quality in the distribution system is supposed to be homogeneous, with each sampling station representative of the overall water quality. Three discrete classes of quality (acceptable, poor, unsatisfactory) have been defined, corresponding respectively to an average frequency of 5%, 10% and 15% of coliform-positive samples from the control design. The set of alternatives is composed of eight curative actions presently in use in the distribution system when a defect sample is registered: (1) complementary checking of measurements of the quality parameters, such as chlorine and temperature; (2) additional analyses of bacteriological counts; (3) rinses (water is released during a few hours from certain pipes directly into the sewage system, to allow its replacement by fresh water supposedly of better quality); (4) purges (same as rin-

---

1 Laboratoire de gestion du risque en sciences de l'eau, École nationale du génie rural, des eaux et des forêts, 19, avenue du Maine, 75732 Paris cedex 15, France.

2 Compagnie générale des eaux, 92982 La Défense, France.

\* Correspondance : lang@engref.fr

\*\* Les commentaires seront reçus jusqu'au 30 septembre 1999.

ses, but for a longer period in larger zones); (5) disinfection (the defective zone is isolated and a specialized truck introduces a large amount of chlorine into the distribution pipes); (6) deep cleaning (a yearly cleaning of 3% of the distribution system); (7) chlorinating (the level of free chlorine injection is increased in the water treatment plant); (8) a change in the treatment plant mode of operation (the complete process is checked to prevent the possible transfer of bacteria from the river to the distribution system). It also includes the standard decision of "doing nothing", *i.e.*, let the system evolve on its own. The cost of each decision has been evaluated according to the economic data available from the distribution company, taking mainly into account controllers' work hours and travel expenses. Water quality dynamics in the distribution system are modeled as a Markov chain controlled by the possible decisions at each stage. For each curative action a (3\*3) transition matrix is empirically elicited, using both available data and expertise from the team of quality managers. The present control strategy of the distribution company is embedded in the model, by respecting the observed constraints in the sequence of decisions: for instance, if a previous rinse has not been followed by a decrease in the number of coliform-positive samples in the following week, a stronger action such as a purge or disinfection is enforced, rather than repeating the rinse. The strategy also mimics the empirical rules of the quality manager's behavior in facing bacteriological incidents: for example, a single occurrence of coliforms with no specific curative action taken in a previous week will generally dictate a rinse (84% of time), sometimes demand a purge (12%), and occasionally require a disinfection (1%). The Markov model is run in a simulation mode for the spring-summer period: for a given value of the sample size, the average cost of the quality monitoring policy and a failure index (average frequency in the two lowest quality states) can be evaluated by backward induction. Although the assessment of the parameters has been made empirically, the model exhibits realistic performances with regards to side criteria used as discrepancy measures for model rejection checking: the relative use of each curative action and the average time necessary to escape from a non-acceptable state (resiliency) are of the same order of magnitude as the corresponding real indices. A sensitivity analysis reveals that the results are fairly robust to small changes in the probabilities of transition, but do depend on the way the range of water qualities is divided into discrete classes. With the data chosen, the model showed a satisfactory cost/risk balance at 110-140 analyses per week, for the homogeneous subsystem under study. In the case of more data availability, this model could become a valuable decision tool. Provided that a criterion of joint global utility between risk and cost can be defined, it could be used to design a control policy with a weekly varying sample.

*Key-words: drinking water, model, decision, quality control, water resources system management, quality costs, dynamic programming, Markov Chain.*

## RÉSUMÉ

Quel est le nombre d'échantillons à prélever pour analyse bactériologique dans un réseau de distribution d'eau potable afin réaliser un autocontrôle optimal du point de vue économique (coûts analytiques et coût des actions curatives), tout en limitant les risques de dégradation de la qualité ? Pour répondre à cette question, nous proposons un modèle probabiliste qui simule le choix de la décision curative lorsque les analyses indiquent des résultats insatisfaisants ainsi que l'effet de cette décision sur la qualité de l'eau du réseau. Les différentes actions curatives et leur efficacité ont été déterminées empiriquement à partir de l'expertise du gestionnaire du réseau de la Banlieue de Paris et des données collectées de 1992 à 1996. Le modèle s'appuie sur un schéma Markovien d'évolution du couple (Qualité de l'eau, Action curative). Par programmation dynamique, on calcule le coût moyen de la politique décisionnelle de la banlieue de Paris et le risque généré par cette politique en terme de qualité de

**l'eau (fréquence des états dégradés), pour différents niveaux d'autocontrôle (nombre d'analyses d'autocontrôle). Le risque d'avoir un état dégradé diminue avec le nombre d'analyses jusqu'au seuil de 140 analyses (autocontrôle et contrôle réglementaire) puis reste quasiment constant, tandis que les coûts continuent d'augmenter.**

**Mots clés :** *eau potable, modèle, décision, autocontrôle, gestion de système de ressources en eau, coûts de qualité, programmation dynamique, chaîne de Markov.*

## 1 – INTRODUCTION

En France, l'eau potable doit être conforme aux exigences de qualité fixées par la réglementation européenne et française, en particulier du point de vue bactériologique. Cette conformité est vérifiée régulièrement par les DDASS (Direction Départementale de l'Action Sanitaire et Sociale) pour le contrôle réglementaire obligatoire et par le distributeur d'eau (pour l'autocontrôle). Le nombre d'analyses d'autocontrôle par semaine est fixé par le distributeur.

L'étude a porté sur le réseau de distribution d'eau potable du SEDIF (Syndicat des Eaux d'Île-de-France) qui dessert environ 4 millions de personnes en banlieue parisienne, sur 144 communes. Son but était d'élaborer un modèle qui simulerait l'organisation du contrôle de la qualité pour le réseau du SEDIF afin de déterminer le niveau d'autocontrôle optimal du point de vue économique et des risques encourus. Bien sûr, plus le nombre d'analyses réalisé chaque semaine est grand et plus les coûts d'analyses sont importants mais plus la qualité de l'eau dans le réseau est appréhendée de façon fiable, ce qui permet de choisir les actions les plus appropriées à la situation (rinçage, augmentation de la consigne de chloration...) et d'éviter une dégradation de la qualité.

En effet, l'eau provoque encore ponctuellement (problème de traitement, contamination accidentelle...) des maladies dans les pays industrialisés même si elle n'est plus le vecteur de grandes épidémies (choléra, dysenterie, fièvres typhoïdes) grâce aux progrès de la désinfection (REICHARD et GIOVANNI, 1995). Il est de la responsabilité de l'exploitant de distribuer une eau conforme aux normes de qualité tout au long de l'année, en tout point du réseau (KERNEIS, 1994).

Deux types de suivi permettent de s'assurer de la qualité de l'eau :

- le contrôle réglementaire, obligatoire, précisé dans les textes qui permet de vérifier la conformité aux normes de l'eau distribuée,
- l'autocontrôle réalisé par l'exploitant lui-même pour piloter les opérations à effectuer, et dont l'importance est laissée à son appréciation.

Les paramètres bactériologiques couramment contrôlés sont les coliformes totaux et thermotolérants, les streptocoques et les clostridiiums (MATHIEU *et al.*, 1992). En cas de présence de l'un de ces éléments, l'analyse est déclarée non conforme (ou défectueuse) et l'exploitant doit prendre des mesures pour rétablir la situation. L'étude relatée dans cet article se limite à la seule recherche du nombre de prélèvements que le distributeur doit réaliser en sus des prélèvements réglementaires obligatoires pour garantir un respect de la norme en coliformes (LE CHEVALLIER, 1990).

Les exigences du contrôle de la qualité varient selon les pays, Europe, US... et les caractéristiques de chaque réseau comme le montre le tableau 1.

**Tableau 1** Comparaison des programmes de vérification de la qualité bactériologique de plusieurs villes.

**Table 1** Comparison of the Quality control programs for various towns.

	SEDIF (banlieue Paris)	Paris (Ville de)	New York
Longueur du réseau (km)	8 600	1 700	9 650
Population desservie (en millions)	4	2,5	7,5
Nombre d'analyses/an	10 000	5 750	9 600
PF = point fixe	(PF + PM)	(PF + PM)	
PM = point mobile			
Nombre de personnes pour un site d'échantillonnage (Max = 46 000)	20 000/PF	20 000/PF	moy = 30 000
Nombre d'analyses/1 000 pers·an	2,5	2,3	1,3
Nombre d'analyses/km·an	1,16	3,38	0,99
Nombre/1 000 pers·km·an	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
Densité réseau	465	1 470	777

Les réseaux comparés sont très différents comme l'indique leur densité, la population desservie et la longueur du réseau. Le nombre d'analyses bactériologiques faites par an varie fortement d'un réseau à l'autre. Le rapport nombre d'analyses/1 000 pers/an est nettement plus important pour les deux réseaux français.

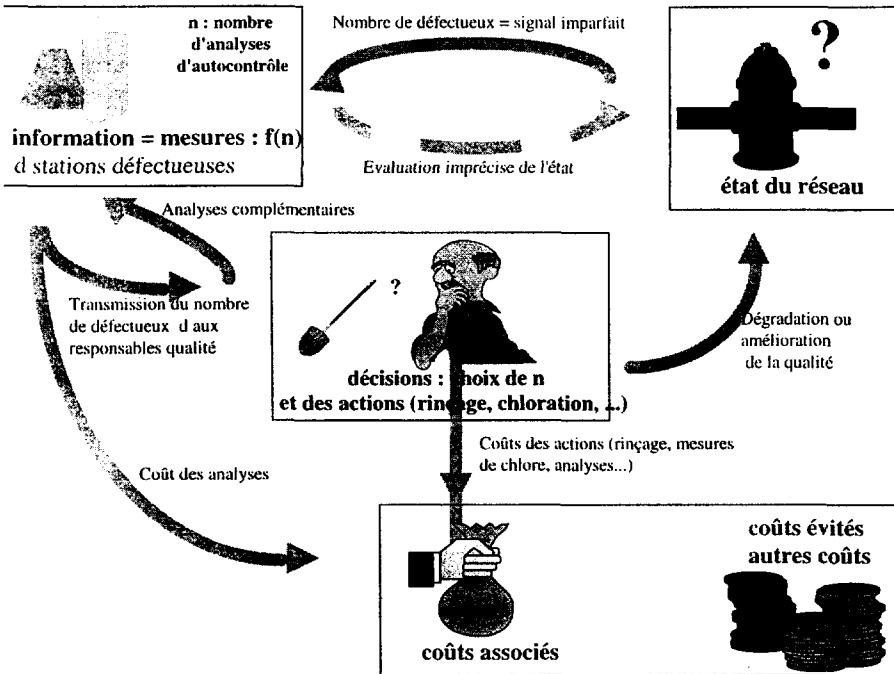
L'organisation générale du contrôle de la qualité bactériologique se fait selon les mêmes règles, à savoir : variabilité géographique et temporelle des prélèvements, avec des points « fixes » échantillonnés régulièrement et des points « mobiles ». On pourrait s'attendre à ce que un réseau moins dense soit moins souvent analysé. C'est le cas entre Paris et le réseau du SEDIF mais ce dernier, le moins dense des réseaux, a un nombre d'analyses/km supérieur à celui de New York.

## 2 – DÉMARCHE ET MÉTHODE

### 2.1 L'organisation du système qualité

Un modèle étant une représentation simplifiée de la réalité, tous les éléments intervenant dans le coût de l'autocontrôle de la qualité ne sont donc pas pris en compte dans cette étude. Le modèle cherche à relier les quatre éléments suivants : l'état du réseau, les informations sur l'état du réseau données par les mesures bactériologiques, les décisions et actions curatives associées, et les coûts, présentés sur la figure 1.

Chaque semaine  $n$  prélèvements d'autocontrôle sont faits sur le réseau. Sur ces  $n$  prélèvements,  $d$  sont défectueux soit parce que la qualité de l'eau au point considéré est mauvaise, soit parce que le prélèvement n'a pas été fait correcte-



**Figure 1** Représentation des relations entre les éléments du système qualité.  
*Relations between the various components of the quality control organisation.*

ment (mauvais rinçage du point de prélèvement, mauvaise désinfection). L'eau distribuée peut être néanmoins de qualité acceptable car la norme tolère un certain nombre de points défectueux. Le décideur, à la vue du rapport d/n, évalue l'état du réseau et prend les décisions qu'il estime justifiées. Il choisit parmi un ensemble d'actions possibles (rinçage, analyses supplémentaires, désinfection locale, chloration à l'usine...) celles qui doivent être menées. Chacune de ces actions possède une certaine probabilité d'améliorer (ou de laisser se dégrader) l'état sanitaire du réseau, et entraîne un coût. À ce coût de traitement s'ajoute le coût des analyses d'autocontrôle lui-même.

**2.2 Les actions curatives employées**

Les décisions possibles sont les actions curatives couramment employées sur le réseau du SEDIF, en présence de relevés de points défectueux. D'une façon générale la décision d'engager une action curative est fonction de :

- la spécificité de chaque zone du réseau (temps de transfert ou présence de réservoirs intermédiaires favorisant la reviviscence bactérienne) ;
- la saison, et la température de l'eau ;
- la mise en évidence de certains paramètres hors norme : turbidité élevée, pH, résiduels de chlore... ;

- l'historique de la zone : zone dont les points de contrôle sont souvent défectueux, réclamations clients... ;
- la connaissance d'un problème éventuel lors du traitement en usine : par exemple taux d'abattement mal adapté à une surcharge bactériologique conjoncturelle du milieu naturel de prélèvement (rivière, nappe) ou dysfonctionnements au cours du nettoyage des filtres ;
- la zone d'influence des usines : approvisionnement auprès d'un autre distributeur en eau de moindre qualité.

On peut ainsi répertorier, en sus de l'action « ne rien faire », les alternatives suivantes :

- Les rinçages : R.

L'ouverture d'une ventouse pendant quelques heures permet d'évacuer l'eau stagnante vers les égouts pour la remplacer par une eau propre convenablement chlorée (débit de 2 à 3 m<sup>3</sup>/h au maximum).

- Les purges : P.

Le principe est le même que celui des rinçages mais la ventouse reste ouverte pendant plusieurs jours.

- La désinfection : D.

Si la zone est très contaminée ou si les rinçages se sont avérés insuffisants une désinfection est programmée (conduites, ou réservoirs). Elle requiert un camion de désinfection. La conduite est rincée puis on fait passer une eau très fortement chlorée. On vidange et on rince la conduite jusqu'à obtenir la concentration résiduelle en chlore observée en moyenne dans le réseau.

- Le nettoyage : N.

Ponctuellement, pour 2 à 3 % du linéaire total par an, on a recours à un nettoyage de conduites selon le procédé eau-air-eau.

- L'augmentation de la consigne de chloration : Cl.

La consigne de chloration en sortie d'usine ou de station de rechloration peut être augmentée pour enrayer un développement bactérien. C'est une action qui doit être limitée dans le temps car les usagers se plaignent du goût et de l'odeur de chlore de l'eau (si la teneur est supérieure à 0,3 mg/L).

- La modification du taux de traitement en usine : U.

Si les points défectueux sont nombreux et répartis sur l'ensemble d'un secteur alors cela peut signifier que le traitement réalisé à l'usine est insuffisant. Le traitement doit donc être modifié pour obtenir un meilleur abattement des bactéries, par exemple en augmentant la consigne de floculation ou en nettoyant les filtres.

À ces traitements curatifs s'ajoutent des mesures de chlore et de température (M) et des analyses complémentaires (A) réalisées par les inspecteurs du Syndicat des Eaux d'Île-de-France qui précisent l'identification des germes présents avant de choisir le traitement à appliquer et permettent de vérifier son efficacité.

À partir des informations recueillies au cours de enquêtes et du bilan des actions du secteur Est, neuf scénarios ont été retenus. Ils associent une combinaison des actions décrites ci-dessus. Le tableau 2 classe ces scénarios par « force » de réaction croissante vis-à-vis des divers incidents et indices de pollution bactériologique en réseau.

Tous les scénarios s'appliquent localement aux tronçon contenant le point défectueux sauf le nettoyage de conduites (NA) et la modification de la consigne

**Tableau 2** Les scénarios curatifs retenus.

**Table 2** Selected curative actions.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
Rien	MARA	MCIAM	MAPA	RA	PA	NA	DA	UA

usine (UA) qui sont des méthodes appliquées sur l'ensemble du réseau. Les scénarios 5 à 9 ne se font dès la première semaine que si le pourcentage de défectueux observé est très élevé car la situation est alors perçue comme très dégradée et nécessite un traitement énergique de façon urgente. On ne peut alors se permettre d'attendre les résultats des analyses de confirmation pour agir et il y a peu de chances d'erreur pour l'estimation de la gravité de la situation.

Le scénario MARA est identique à RA en termes d'effet sur le réseau, mais les coûts sont différents. On retrouve la même chose entre les scénarios MAPA et PA. Les deux ont été retenus car selon la gravité présumée de la dégradation du réseau, on choisira l'un ou l'autre. Ainsi quand le taux d'échantillons positifs grimpe au-delà des 15 % de défectueux, il ne s'agit sûrement pas d'une fausse alerte : l'état du réseau est vraisemblablement dégradé, et il est alors inutile de confirmer la dégradation par de nouvelles analyses avant toute action curative. De plus si la semaine précédente on a déjà réalisé le scénario MARA, la semaine suivante on se limitera plutôt à RA.

**2.3 Les coûts des actions curatives**

À chacune des actions curatives précitées correspond un coût. Pour l'évaluer, il a tout d'abord fallu fixer un certain nombre d'hypothèses, récapitulées dans le tableau 3. Ce sont des hypothèses techniques : diamètre moyen des conduites, quantité d'eau produite... et des données de gestion : salaires, prix des fournitures, prix de l'eau « perdue » c'est-à-dire envoyée à l'égout lors des rinçages... (frais directs de production). Seuls comptent les coûts relatifs, présentés en unité de valeur arbitraire dans le tableau 3 en raison du caractère confidentiel de ces données.

**Tableau 3** Données et hypothèses retenues pour le calcul des coûts.

**Table 3** Data used for the calculation of the costs.

	<b>Valeur retenue</b>
Diamètre moyen conduites	300 mm
Débit moyen pour un rinçage	2 à 3 m <sup>3</sup> /h
Prix voiture/an	65 unités
Moyenne salaire brut inspecteur	660 unités
Fournitures (papier...)	15 unités/an
Téléphone	12 à 15 unités/an
Ordinateur	30 à 60 unités/an
Production eau annuelle	350 millions m <sup>3</sup>
Prix de l'eau perdue (rinçages...)	une unité/1 000 m <sup>3</sup>

Selon le pourcentage de défectueux observé, et donc la gravité supposée de la contamination du réseau, les coûts de traitement par défectueux varieront :



certaines opérations nécessiteront du personnel supplémentaire (sous-traitance), une quantité plus importante de produits... Le tableau 4 donne donc une fourchette de prix. Ces coûts correspondent essentiellement à des frais de déplacement et de présence des inspecteurs, et aux produits. Le coût de l'eau perdue est par contre très faible. Le coût de l'augmentation de la consigne de chloration n'a pas été évalué, étant principalement un coût de produit, doublé d'une perte d'image de marque quand le goût de chlore devient trop prononcé.

**Tableau 4** Coût de chaque scénario curatif.

**Table 4** Curative actions costs.

	Coût relatif
Mesure de chlore	0,25 à 0,3 unité
Analyse	1,6 à 2 unités
Rinçage	0,7 à 1 unité
Purge, selon durée ouverture	0,6 à 1 unité
Chloration	/
Désinfection : 1 000 mL de 300 mm, en 2 h, 1 agent	6 à 7 unités
Nettoyage conduites : 2 à 3 % du linéaire/an	10 unités/jour
Augmentation consigne floculant usine pour + 5 mg·L sur 7 jours	2,5 à 11 unités/jours selon secteurs

Pour le nettoyage des conduites et l'augmentation de la consigne de chlore les coûts donnés dans le tableau 4 sont des coûts pour un ensemble de défectueux et non par défectueux comme les autres coûts.

## 2.4 Les hypothèses du modèle

Dans ce modèle, on considère que l'éventail des décisions possibles pour améliorer la qualité du réseau est régi par la stratégie actuellement en usage : on conserve donc les réactions du distributeur face au nombre de défectueux transmis chaque semaine au responsable qualité. Dans l'étude, seul le nombre  $n$  de prélèvements d'autocontrôle variera (et donc la quantité d'information disponible pour prendre des décisions efficaces). Pour définir le modèle puis le programmer les hypothèses suivantes ont été posées :

### 2.4.1 Une entité homogène

L'installation de production et son réseau aval de distribution d'eau potable seront considérés comme une seule entité homogène appelée réseau. C'est une hypothèse très éloignée de la réalité (l'influence du traitement en usine et le développement bactérien dans le réseau ne sont pas forcément homogènes, ni même nécessairement reliés) mais elle est nécessaire dans un premier temps pour l'élaboration du modèle en rendant tous les points de mesure également représentatifs de la qualité présente en réseau.

### 2.4.2 Unité de temps

L'unité de temps retenue pour la modélisation est la semaine. Cela semble raisonnable car la durée d'acquisition des résultats bactériologiques définitifs est de 48 heures, puis il faut intervenir dans les 24 heures maximum si le résultat est mauvais.

### 2.4.3 Trois états discrets pour décrire le réseau

On distingue plusieurs états du réseau, notés 0, 1 et 2, dans le sens d'une dégradation de la qualité de l'eau en réseau. Ces états sont décrits par un paramètre unique  $p_i$  que l'on interprétera comme la proportion moyenne de points défectueux représentatifs de cette classe pour l'ensemble du réseau.

État 0 : qualité acceptable, entre 0 et 5 % de points défectueux dans le réseau,  $p_0 = 0,05$ .

État 1 : qualité moyenne, entre 5 et 10 % de points défectueux dans le réseau,  $p_1 = 0,10$ .

État 2 : qualité dégradée, plus de 10 % de points défectueux dans le réseau,  $p_2 = 0,15$ .

Les mesures ponctuelles de qualité étant en petit nombre par rapport à l'étendue du réseau et étant supposées indépendantes les unes des autres, leur résultat correspond au tirage d'une loi binomiale  $B(n, p_i)$ , lorsque le réseau est dans l'état  $i$ . Ceci est une simplification de travail : une représentation floue (BARDOSSY et DUCKSTEIN, 1995) ou à l'aide d'une répartition probabiliste seraient également appropriées mais compliqueraient inutilement les calculs.

- Système décrit par le modèle

On modélise conjointement le couple formé par l'état du réseau et la décision associée. On note  $(E, S)(t)$ , l'état et la scénario de traitement choisi à l'instant  $t$ . On appelle :

$$\mathcal{F}_t = \{(E, S)(t-1) = (e_{t-1}, s_{t-1}), (E, S)(t-2) = (e_{t-2}, s_{t-2}), \dots, (E, S)(0) = (e_0, s_0)\} \quad (1)$$

le passé de l'évolution du système à l'instant  $t$ . La probabilité que l'état soit  $i$  et le scénario  $j$  dépend éventuellement de tout le passé de l'évolution du système, elle s'écrit alors :

$$P[(E, S)(t) = (i, j) \mid \mathcal{F}] = F[i, j, e_{t-1}, s_{t-1}, e_{t-2}, s_{t-2}, \dots, e_0, s_0] \quad (2)$$

Supposons que l'état du réseau la semaine  $t$  dépende de l'état de la semaine  $t-1$  et de la dernière décision prise. De même, la décision prise la semaine  $t$  dépend de l'état du réseau la semaine  $t$ , mais également de la dernière décision prise : par exemple, on ne répète pas un traitement léger lorsque ces effets n'ont pas été satisfaisants mais on passe à un traitement plus lourd. Les probabilités d'apparition d'un couple (état du réseau, scénario) donné ne dépendent du passé que par les valeurs du couple à la semaine précédente. La relation précédente se trouve alors simplifiée en :

$$P[(E, S)(t) = (i, j) \mid \mathcal{F}_t] = F[i, j, e_{t-1}, s_{t-1}] \quad (3)$$

ce qui implique que le modèle décrivant l'évolution du système est un processus de Markov (KARLIN, 1966).

Une telle hypothèse est forcément simplificatrice et réductrice. Le responsable qualité décide des actions à mener en fonction de ce qui s'est passé les semaines précédentes et pas seulement en fonction de la dernière semaine. Cependant l'état du système au cours de cette dernière est une résultante de l'ensemble des états précédents et des actions précédemment engagées. Cette hypothèse Markovienne permet de simplifier l'algorithme d'évolution des états du système.

## 2.5 La mise en forme du modèle

L'évolution du modèle à chaque pas de temps de simulation se fait selon le schéma présenté sur la figure 2.

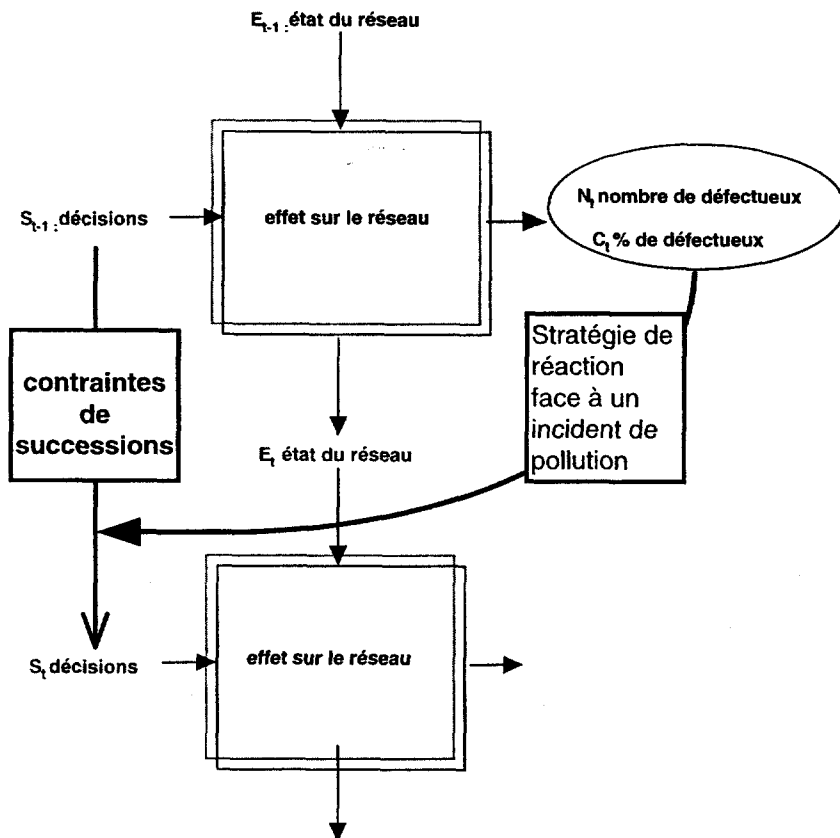


Figure 2 Organisation du modèle.  
Model organization.

### 2.5.1 Mise en place des données

Pour un état du réseau donné,  $E_{t-1} = i$ , à la fin de la semaine  $t-1$ , et en procédant à  $n$  analyses la semaine suivante, la probabilité d'avoir  $d$  défectueux est donnée par une loi binomiale  $B(n, p_i)$ . Le choix du scénario  $S_t$  à appliquer est alors fonction du pourcentage de défectueux observé organisé en 6 classes (0 %, 0-5 %, 5-10 %, 10-15 %, 15-20 %, 20 %+) et du scénario  $S_{t-1}$  employé la semaine précédente. L'efficacité du scénario  $S_t$  est alors fonction de l'état réel du réseau  $E_{t-1} = i$ . Ces informations, la règle de décision et l'efficacité d'un scénario, sont rentrées sous forme matricielle, comme le montre le tableau 5. À chaque pas de temps, il y a tirage aléatoire du scénario retenu puis de son effet sur l'état du réseau. Les coûts des neuf scénarios ont eux aussi été rentrés sous forme matricielle, en fonction des classes de défectueux.

**Tableau 5** Exemple de matrice de transition  $Q^k ((MARA, E_i) \rightarrow E_j)$ , qui donne la probabilité d'avoir un état  $E_t$  à la fin d'une semaine sachant que le scénario  $k = MARA$  a été appliqué et que l'état du réseau à la fin de la semaine précédente était de  $E_{t-1}$ .

**Table 5** *Matrice  $Q^k$ , which gives for the scenario  $k$  the probability to get a certain water quality at the end of the week, knowing that the quality was  $E_{t-1}$ , at the end of the previous week.*

	$E_t = 0$	$E_t = 1$	$E_t = 2$
$E_{t-1} = 0$	1	0	0
$E_{t-1} = 1$	0,9	0,1	0
$E_{t-1} = 2$	0,1	0,7	0,2

Dans le tableau 5, on peut lire que si l'état du réseau est 1, et si on applique le scénario  $k$ , alors l'état reste égal à 1 dans 10 % des cas et passe à 0 dans 90 % des cas. L'action curative n'est donc pas toujours efficace. Les pourcentages de choix des scénarios et d'efficacité ont été fixés de façon empirique, en cherchant à respecter la situation réelle. Il y a 9 matrices de ce type, une pour chaque scénario possible.

**2.5.2 Définition des coûts et des risques**

Les coûts moyens sont égaux à la somme, à chaque pas de temps  $t$ , des coûts d'autocontrôle  $C_{\text{autocontrôle}}$  et de l'espérance de coûts de traitement  $C_{\text{traitement}}$  et divers  $C_{\text{divers}}$  (frais de justice, compensations...).

Le coût moyen se calcule par :

$$E(W(n)) = \sum_{t=0}^T \left[ \sum_{e,s} E(C_{\text{traitement}}(d, s, n) + C_{\text{divers}}(d, n) | (E, S)(t) = (e, s) \times P_t(e, s)) \right] + C_{\text{autocontrôle}} \quad (4)$$

avec  $n$  le nombre d'analyses par semaine,  $k$  le scénario et  $d$  le nombre de défectueux et  $P_t$  la probabilité à l'instant  $t$ .

$E(C_{\text{traitement}}(d, s, n) + C_{\text{divers}}(d, n) | (E, S)(t) = (e, s))$  représente le coût moyen de l'instant  $t$  quand l'état réel du réseau est  $e$  et le scénario choisi vaut  $s$ .

Le risque  $R(n)$  se définit comme le temps moyen pendant lequel le réseau est dans un état dégradé 1 ou 2 ; ce risque se calcule exactement de la même façon que la fonction de coût moyen. Il suffit de remplacer les coûts de traitement par la fonction qui vaut 1 quand  $e = 1$  ou 2. Le coût de la politique d'autocontrôle ainsi que le risque sont calculés par une méthode d'induction rétrograde dynamique.

**2.5.2 Calcul par induction dynamique rétrograde**

La complexité du calcul de  $E(W(n))$  vient du fait qu'on ne connaît pas  $P_t(e, s)$ , probabilité au temps  $t$ , mais la probabilité conditionnelle  $P[(E, S)(t) = (e, s) | (E, S)(t-1) = (e', s')] = F(e, s, e', s')$ . Le coût d'autocontrôle est un coût fixe, uniquement fonction de la taille de l'échantillon  $n$ . On note  $C_{\text{total}}(d, s, n) = C_{\text{traitement}}(d, s, n) + C_{\text{divers}}(d, n)$ .

Si on note  $E(W(n, j|e', s')) = \sum_{t=j}^T E(C_{\text{total}}(d, s, n)|(E, S)(t) = (e, s))$  la somme des coûts moyens après la date  $j$  lorsque le système était en  $(e', s')$  à la date  $j$ , utilisant la relation  $P_t(e, s) = \sum_{e', s'} P_{t-1}(e', s')F(e, s, e', s')$ , on a la relation suivante :

$$E(W(n, j-1|e', s')) = \sum_{e, s} [E(C_{\text{total}}(d, s, n)|(E, S)(j) = (e, s), (E, S)(j-1) = (e', s')) + E(W(n, j|e, s))]F(e, s, e', s')$$

Cette relation indique que le coût entre la date  $j-1$  et la date  $T$  en partant de  $(e', s')$  est la somme, sur tous les états  $(e, s)$  possibles pour la date  $j$ , du coût pour passer de  $(e', s')$  à  $(e, s)$  et des coûts de la date  $j$  à la date  $T$  partant de  $(e, s)$ , pondérée par la probabilité de passer de  $(e', s')$  à  $(e, s)$ .

Il suffit maintenant de fixer l'état de départ  $(E, S)(0) = (e_0, s_0)$ , et de remarquer

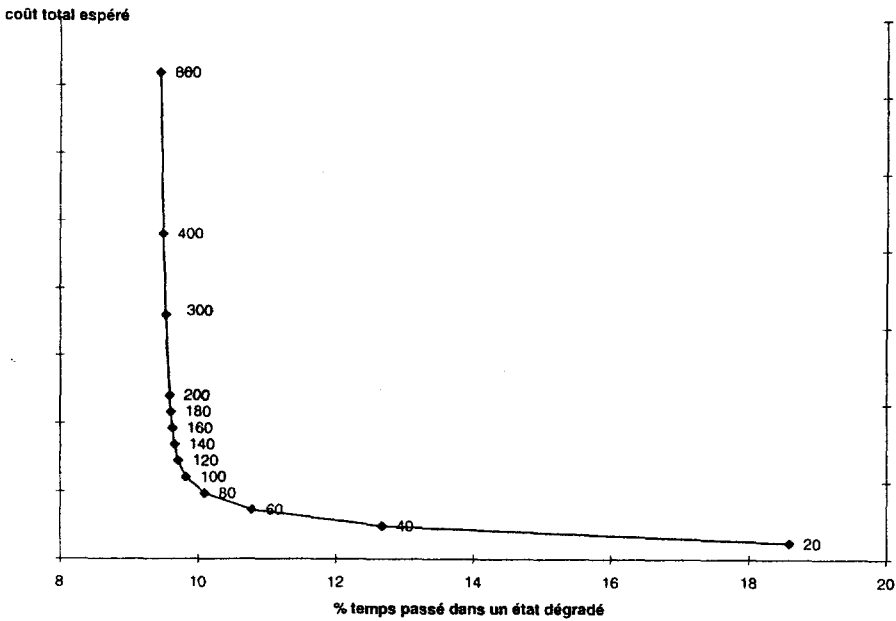
que  $E(W(n)) = \sum_0^T C_{\text{autocontrôle}} + E(W(n, 0|e_0, s_0))$ . Cette dernière quantité se

calcule par récurrence descendante en remarquant que  $E(W(n, T|e, s)) = 0$ . Cette technique est couramment employée en programmation dynamique (KOTTEGODA, 1980) ; la situation est néanmoins beaucoup plus simple ici, puisque travaillant à stratégie de réaction fixée, il n'existe pas de phase d'optimisation à chaque étape de l'algorithme. Le calcul de la fonction de risque peut se faire de la même façon. Le programme calcule toutes ces fonctions en parallèle dans une même boucle de récurrence. Notons qu'une évaluation plus « brutale » aurait pu se faire directement par moyenne empirique sur une simulation numérique intensive de trajectoires du processus  $(E, S)$ , méthode moins précise, plus longue et plus coûteuse en temps de calcul.

### 3 – DISCUSSION SUR LES RÉSULTATS

Le programme a été lancé plusieurs fois avec un nombre  $n$  d'analyses par semaine variant de 0 à 600, sur 11 semaines de simulation. On obtient alors la figure 3, pour des probabilités initiales de 0,9 pour  $E = 0$ , 0,1 pour  $E = 1$  et 0 pour  $E = 2$  (l'unité de coût sur l'axe des  $y$  n'a pas été reportée pour des raisons de confidentialité). Pour chaque  $n$ , on peut ainsi établir le risque et le coût moyens de la stratégie actuelle du contrôle de la qualité de la société de distribution des eaux potables en réseau.

On observe que le coût moyen augmente avec le nombre d'analyses tandis que la fréquence des états dégradés diminue. Le coût moyen augmente d'abord linéairement avec  $n$ . Au-delà 110-140 analyses par semaine le risque de défaillance diminue très lentement. La courbe présente une asymptote verticale : le coût moyen augmente tandis que le risque se maintient autour de 9,4 %. Au-



**Figure 3** Coût moyen et risque de se trouver dans un état dégradé selon le nombre d'analyses effectuées.

*Average cost versus risk of low quality state for different analysis numbers.*

delà d'une centaine d'analyses, il n'y a pas d'intérêt à faire plus d'analyses car la probabilité que l'état du réseau soit dégradé est quasiment stable tandis que les coûts augmentent rapidement, sauf si l'on estime qu'une diminution du risque de quelques dixièmes de pour-cent est fortement appréciable.

Il faut remarquer que les coûts d'analyses représentent la majeure partie du coût global, et donc que les coûts de traitement sont peu importants comparativement aux coûts d'analyses.

En fait, une partie des analyses de contrôle de la qualité est obligatoire, c'est le contrôle dit « réglementaire ». Sur le cas d'application considéré, un secteur du Syndicat des Eaux d'Île-de-France, zone *a priori* homogène car alimentée par une même usine de potabilisation, il y a ainsi 70 analyses obligatoires par semaine. Compte tenu de l'information fournie par les 70 prélèvements obligatoires, les choix pratiques du distributeur se situent dans la zone où le risque de défaillance ne varie que de 9,3 % pour (70 + 600) analyses à 10 % pour 70(+ 0) analyses. Le risque d'avoir un état dégradé est donc relativement faible, quel que soit le nombre d'analyses d'autocontrôle (de 0 à 600) car on dispose déjà de l'information relative aux 70 analyses obligatoires. De fait, on connaît suffisamment le réseau pour éviter les situations les plus catastrophiques. En revanche par l'autocontrôle on peut encore réduire ce risque, mais le gain marginal en terme de risque évité est de plus en plus faible à chaque mesure supplémentaire.

Une analyse de sensibilité a été effectuée. Elle a consisté à changer dans une gamme de 5 % les fréquences d'emploi des actions curatives après un même

incident de pollution bactériologique et dans la même gamme les coefficients de chaque matrice de transition. Il apparaît que le modèle est plus sensible au choix du scénario qu'à l'effet du scénario sur le réseau. Les variations observées sur les coûts et le risque sont cependant réduites.

#### 4 – VALIDATION DU MODÈLE

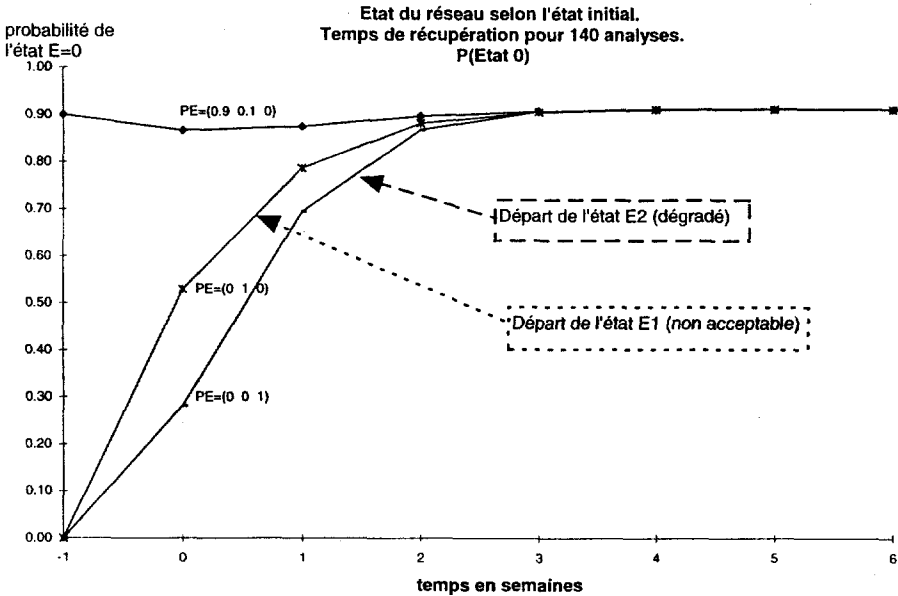
Pour chacune des 9 actions possibles, il faut estimer une matrice de transition d'états de dimension  $3 \times 3$  dans laquelle il y a 3 relations de cumul de probabilités à 1 ; du fait que l'on ne dispose que de cinq années (1992-1996) de données hebdomadaires complètement renseignées sur la seule période printemps-été, avec de très rares incidents de pollution (une centaine d'enregistrements), un calage statistique rigoureux ne peut pas, bien entendu, être entrepris. Les coefficients des matrices de transition pour chacune des neuf actions curatives ont été ajustés empiriquement, par discussion avec les responsables qualité et la politique de réaction du distributeur a été évaluée de façon à respecter les fréquences observées de chaque action curative après un même type d'incident de pollution : par exemple, si l'on observe la présence de coliformes sur une seule station de mesure, on entreprendra le plus souvent un simple rinçage après analyse complémentaire, parfois une purge, très rarement une désinfection. Par simplification opérationnelle, le modèle simule ces orientations par un aléa annexe (à titre d'illustration numérique, dans ce cas on effectuera selon un tirage dans une répartition trinomiale (0,84-0,14-0,02)). Ceci représente un raccourci caricatural de la réalité car, dans une telle situation d'occurrence d'un seul défectueux, le gestionnaire dispose en plus d'informations complémentaires pour étayer ses décisions : température, niveau de chlore, expérience de ses agents... C'est dire que les résultats fournis par le modèle doivent donc, en premier lieu, être interprétés en tant que simulation du comportement qualitatif du réseau dont le niveau sanitaire bactériologique est « pilotée », semaine après semaine, par le gestionnaire du système de distribution.

Du point de vue quantitatif, on vérifie cependant que les ordres de grandeur de deux critères descriptifs importants ; résilience et fréquence d'appels à chaque type de scénario curatif sont tout à fait acceptables.

##### 4.1 La résilience

La résilience est le laps de temps nécessaire pour que le réseau revienne, à partir d'un état dégradé, à un état propre  $E = 0$  défini par exemple par  $P(E = 0)$  supérieur à 90 %. La figure 4 montre l'évolution de la probabilité de l'état propre  $E = 0$  au cours du temps en fonction de l'état initial.

D'après la figure 4, **la résilience est de l'ordre de 3 à 4 semaines**, que l'on parte de  $E = 1$  ou de  $E = 2$  (on pose  $P(E = 1) = 1$  ou  $P(E = 2) = 1$  à l'instant initial et on lance le calcul). Or en moyenne le temps de retour à la normale observé sur le terrain, est compris entre 10 et 15 jours avec des extremums de quelques jours à plus d'un mois. La résilience calculée semble raisonnable.



**Figure 4** Résilience calculée pour 140 analyses.  
*Resilience calculated for 140 analysis.*

**4.2 La fréquence d'emploi des scénarios**

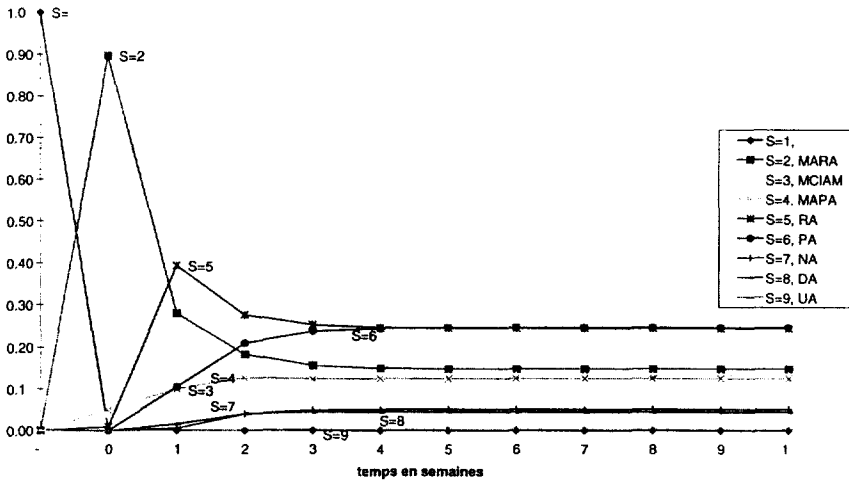
Au bout de plusieurs semaines de simulation la probabilité des états  $E = i$  et la probabilité d'emploi des scénarios (*figure 5*) se stabilisent à un niveau qui est fonction de  $n$ . En effet si l'on fait peu d'analyses, on appréhende mal l'état du réseau et les actions curatives entreprises ne sont pas optimales.

Les scénarios les plus fréquemment employés sont ceux qui correspondent à des situations de faible gravité : MARA, MCIAM, MAPA ou RA et PA. Ce sont aussi dans la réalité les scénarios les plus couramment appliqués.

**5 – CONCLUSIONS**

Malgré une estimation de ses paramètres tout à fait empirique, les simulations du modèle confirment qu'un total de 140 analyses par semaine (doublement du nombre de prélèvements réglementaires au titre de l'autocontrôle) permet à l'exploitant d'avoir une politique de qualité présentant un risque d'état dégradé minimum pour un coût minimum. L'essentiel du coût moyen d'une telle politique correspond aux frais d'analyses tandis que les coûts de traitement ne représentent que 10 % de ce coût moyen. Le modèle a été calé de façon heuristique pour représenter approximativement la réalité et des améliorations peuvent y être apportées (augmentation de la taille de la base de données pour permettre un véritable calage statistique).





**Figure 5** Stabilisation de la probabilité d'emploi des différents scénarios dans le temps.

*Stabilisation of the use of the various curative scenario during the time simulation.*

Il ne faut cependant pas perdre de vue que l'hypothèse d'homogénéité de l'ensemble usine de production et réseau aval (permettant l'emploi d'une loi binomiale) est une hypothèse forte et par conséquent discutable. Au choix du nombre d'analyses requis pour avoir une information fiable sur l'état du réseau, s'ajoute donc le choix de la localisation des points complémentaires d'analyse et la représentation de leur influence locale sur la qualité bactériologique du réseau.

L'analyse de sensibilité réalisée a permis de mettre en évidence une certaine robustesse des sorties du modèle vis-à-vis de changements significatifs des paramètres d'entrée. Il semble que les deux facteurs principaux qui jouent sur les résultats soient la matrice de décision et le choix du paramètre de la loi binomiale  $e(i)$  : l'influence du découpage en classes de qualité doit donc faire l'objet de recherches complémentaires de façon à respecter une pertinence vis-à-vis du gestionnaire tout en maintenant la maniabilité indispensable au modélisateur.

Ce modèle, inspiré des modèles d'optimisation des campagnes de maintenance et de contrôle dans les industries (PATE-CORNELL *et al.*, 1987 ; VALDEZ-FLORES et FELDMAN, 1989) est général. Dans cette étude, seule l'influence du nombre de prélèvements a été analysée. Si l'on disposait d'une série longue de données incluant un nombre important de situations de pollution bactériologique, on pourrait également tester les différentes politiques de contrôle de la qualité et rechercher une stratégie optimale de réaction aux incidents de pollution c'est-à-dire à la fois le choix du scénario approprié à un compromis coût-risque (qui reste à déterminer) et le nombre d'analyses d'autocontrôle à effectuer, nombre éventuellement variable selon les situations de qualité du réseau. Ce modèle ouvre donc une voie de recherche pour construire un véritable outil d'aide à la décision, permettant au gestionnaire d'un réseau de distribution d'utiliser de façon pertinente toute l'information que peut récolter le responsable qualité par sa politique d'autocontrôle.

## REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier Dominique Gatel du groupe Biologie-Désinfection du service Équipement de la banlieue de Paris de la CGE qui a fourni les données et l'expertise technique indispensables à cette étude.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BARDOSSY A. et DUCKSTEIN L., 1995 Fuzzy rule-based modeling with applications to geophysical, Biological and Engineering Systems. CRC Press, Boca Raton, Florida.
- KARLIN S., 1966 A First Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York.
- KERNEIS A., 1994. Le contrôle de la qualité de l'eau potable ; *Méthodes de qualification des réseaux de distribution*. Thèse de doctorat, Institut national Agronomique Paris-Grignon, France.
- KOTTEGODA N.T., 1980 Stochastic Water Resources Technology. The MacMillian Press Ltd.
- LE CHEVALLIER M.W. 1990 Coliform regrowth in drinking water : a review. *Research and Technology Journal AWWA*, pp. 74-86.
- MATHIEU L. PAQUIN J.L., BLOCK J.C., RANDON G., MAILLARD J., REASONER D., 1992. Paramètres contrôlant la prolifération des bactéries dans les réseaux de distribution. *Sci. Eau*, 5, 91-112.
- PATE-CORNELL E., LEE H.L., TAGARAS G., 1987. Warnings of malfunction : the decision to inspect and maintain production process on schedule or on demand. *Management Science*, vol. 33, n° 10.
- REICHARD E.G., GIOVANNI A.Z. (Eds) 1995. *Assessing and Managing Risk from Drinking Water Contamination : Approaches and Applications*. IAHS Publication n° 233. IAHS Press. Wallingford.
- VALDEZ-FLORES C., FELDMAN R.M. 1989. A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. *Naval Research Logistics*, vol. 36, pp. 419-446.