

Article

« Validation des écoulements par l'analyse discriminante »

A. Abdelgader, F. Achour et J. Mudry

Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science, vol. 9, n° 2, 1996, p. 219-230.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/705250ar>

DOI: 10.7202/705250ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : info@erudit.org

Validation des écoulements par l'analyse discriminante

Validation of underground flows by the discriminant analysis

A. ABDELGADER¹, F. ACHOUR², J. MUDRY²

Reçu le 28 novembre 1994, accepté le 19 janvier 1996*.

SUMMARY

The plateau of Besançon spreads between the large valley of the Ognon to the north and the enclosed valley of the Doubs to the south. Stratigraphically, the principles formations belongs to the middle Jurassic. This sector is marked by a brittle tectonic characterized by NE-SW faults. The Bajocian and Bathonian limestones constitute a karstic aquifer (200 m of thickness), which is free on its greater part and become confined under the oxfordian marls towards the Doubs valley. The drainage basin presents a complex system so by its geohydrological and structural boundaries that by its outlets hydrochemical response and its hydrodynamical functioning. The reservoir is drained principally by the Mouillère, Trébignon, and Roche-lez-Beaupré springs, these outlets are situated mainly in the Doubs valley (Eastern France).

This sector is largely covered by a dense vegetation, essentially forests, which constitutes a zone of underground-fed water, and the conglomeration of Besançon. It is one of the most karstified regions in France (ABDELGADER, 1994). On this site are implanted two groups of wells which feed the town of Besançon with drinking water: the first group is situated on the unconfined zone of the aquifer (Chailluz), and the second one is located on the confined part of the karstic aquifer (Thise). The whole wells are equipped by a continuously monitoring water levels systems.

The rainfall distribution on this karstic region is homogeneous. The observed precipitations were 1143,7 mm at Besançon, with an evapotranspiration constituting about 50% of the measured precipitations, during the hydrologic cycle 1991/1992. On the plateau of Besançon, the water mineralization of different karstic springs is linked generally to the media crossed (lithology, importance of karstification, etc.) to the time water stays and to the seasonal variations (characteristics of the rainfall episode, hydroclimatic events, etc.). The water

1. Laboratoire de Mécanique des fluides et Génie Civil, quai Frissard B.P. 265, 76055 Le Havre cedex (France).
2. Laboratoire de Géologie Structurale et Appliquée, 1 place Leclerc, 25030 Besançon (France).

* Les commentaires seront reçus jusqu'au 13 décembre 1996.

chemistry is relatively stable during the drying up periods, and presents a high fluctuations during the floods periods. The variability of water physico-chemistry of outlets was followed for a cycle and half (of January 1991 to August 1992) with a weekly sampling, sometimes every ten days. The sampling frequencies cover all kinds of water-level situations in the aquifer (low-water period, high-water period, drying up period, etc.), and permit the application of some multidimensional statistical tools.

The study of underground flow and drainage pattern are generally realized by the establishment of the piezometric maps and profiles. The piezometric profile and lithologic correlations between the boreholes of Chailluz and Thise show that the highest hydraulic gradient is calculated between Chailluz boreholes and Trébignon spring. The hydraulic gradient is low on the confined part of the aquifer (between Thise boreholes and the spring of Roche-lez-Beaupré). Two zones are noticed:

- a free zone distinguished by a flows and drainage relationships between Chailluz boreholes and Trébignon spring.
- a confined zone, this sector present a links between Thise boreholes and Roche-lez-Beaupré spring, which correspond to a common water circulations.

We try here to confirm results obtained from the piezometric study by the multidimensional statistical processing of the hydrochemicals data of karstic springs, and more precisely by using the factorial discriminant analysis.

The factorial discriminant analysis is a multivariables method which permit the test of some hypothesis (ABDELGADER, 1995; LEFEBVRE, 1980; MUDRY, 1986, 1987; ROLET et SEGUIN, 1986). It belongs to the decisional statistics, and it is based on the comparison of multidimensional intragroup variances to intergroup variance (BOUROCHE et SAPORTA, 1983). These methods can show the presence of certain relationships between a qualitative explained criteria and a group of quantitative explanatory characters, and on the other hand they allow to describe these last existing relationships. The cross discriminant analysis permit to conclude on the pertinence of an hypothesis and the dominant factor.

The introduction of a qualitative variable within a population allows the division of this population into different groups and each individual to be assigned to one sole group. The discrimination of the groups consist to maximize the variance between the centres of gravity of groups (we effect a principle components analysis on the matrix of the centres of gravity of the definite groups *a priori*), then one can clarify the properties that can distinguish the different groups.

If the individual is close to the centre of mass of its group, it is « well classified ». In the case where the distance to the centre of mass of its group is superior to that to the centre of mass of another group, it is « poorly classified » and it will be reassigned to this last group.

Another advantage of these methods is the use of the supplementary individuals, which are not involved in the definition of the groups. The supplementary individuals are reassigned to the groups to which they are statistically linked (MUDRY, 1991). In karstic geohydrology, the cross of factorial discriminant analysis of a population enables to validate the classification criterias based on the analysis of flows and concentrations, these unities of classification deal with the hydrokinematical phases (time or season variable) or with the intrinsic systems (geographic variable). Therefore, in our case one has crossed two qualitative factors « system » (Trébignon, Roche-lez-Beaupré), and « season » (spring, summer, autumn, winter) by undertaking two different analyses on the same series of data.

The application to the limestones aquifer of the Bathonian-Bajocian (plateau of Besançon, Eastern France) shows that the intrinsic factors predominates in the outlets water mineralization acquiring. On the other hand, this method enables one to situate boreholes chemistry to tested springs: association of a group of boreholes with some springs originates in quick circulations and drainage in the unconfined zone of the karstic media, this is the case of the association of Chailluz boreholes (situated in the unconfined zone of the aquifer) with Trébignon spring which behave in the same way hydrochemically. When other boreholes are grouped with confined aquifer working, this case correspond with the assignment of Thise boreholes (implanted in the confined zone of the aquifer) to the spring of Roche-lez-Beaupré. These results corroborate those obtained from the piezometric study.

The factorial discriminant analysis has permitted to verify the appropriation of the predefined groups to the discriminant factors: geohydrologic character (lithology, structure of the drainage, gradients, etc.) and the hydroclimatic phenomena (season, hydrometeorological episodes, etc.). So the choice of the property groups based on the geographic and geologic criterias was pertinent.

Mots-clés : piézométrie, analyse discriminante, hydrogéochimie, écoulement, karst.

RÉSUMÉ

L'étude des écoulements souterrains et du drainage est généralement réalisée par l'établissement des cartes et des profils piézométriques (en effectuant des campagnes de relevés piézométriques dans les forages et les piézomètres captant la nappe). On essaye ici de confirmer les résultats obtenus à partir statistique multidimensionnel de l'interprétation de la piézométrie par le traitement des données hydrogéochimiques des sources, et plus précisément l'analyse factorielle discriminante, et de caractériser l'importance et la dominance de l'un des paramètres responsables de la minéralisation des eaux karstiques : les phénomènes climatiques (saisons), et les caractéristiques du système (lithologie, structure du drainage, gradients).

L'application à la nappe des calcaires du Bathonien-Bajocien du plateau de Besançon (Jura externe, France) a permis de démontrer que la variabilité chimique des eaux aux exutoires karstiques est conditionnée plus par les caractéristiques hydrogéologiques de l'aquifère (unités hydrogéologiques) que par les événements hydroclimatiques (effet « campagne » ou période d'étude), et de resituer les forages par rapport aux sources testées ; l'association d'un groupe de forages avec certaines sources est à relier avec des circulations rapides en zone libre, ce cas est celui du regroupement de la source du Trébignon et les puits de Chailluz (situés dans la zone libre de l'aquifère) qui présentent le même comportement hydrochimiques. Alors que d'autres forages sont groupés avec le fonctionnement de la nappe en zone captive, ce cas correspond à celui de l'affectation des puits de Thise (implantés dans la partie captive de l'aquifère) à la source de Roche-lez-Beaupré. Ces résultats corroborent ceux obtenus par l'étude piézométrique.

Key words : piezometric, discriminant analysis, geochemistry, flow, karst.

1 – INTRODUCTION

Le plateau de Besançon est situé entre la vallée du Doubs et la vallée de l'Ognon (*fig. 1*). Séparant les Avant-Monts au nord du faisceau bisontin au sud, ce secteur à caractère monoclinale, est traversé par un réseau de failles orientées NE-SW. On note une prépondérance des affleurements calcaires du Jurassique moyen. La morphologie est marquée par une variété de manifestations karstiques (dolines, lapiaz, vallées sèches). La couverture végétale est essentiellement forestière (CHAUVE *et al.*, 1973).

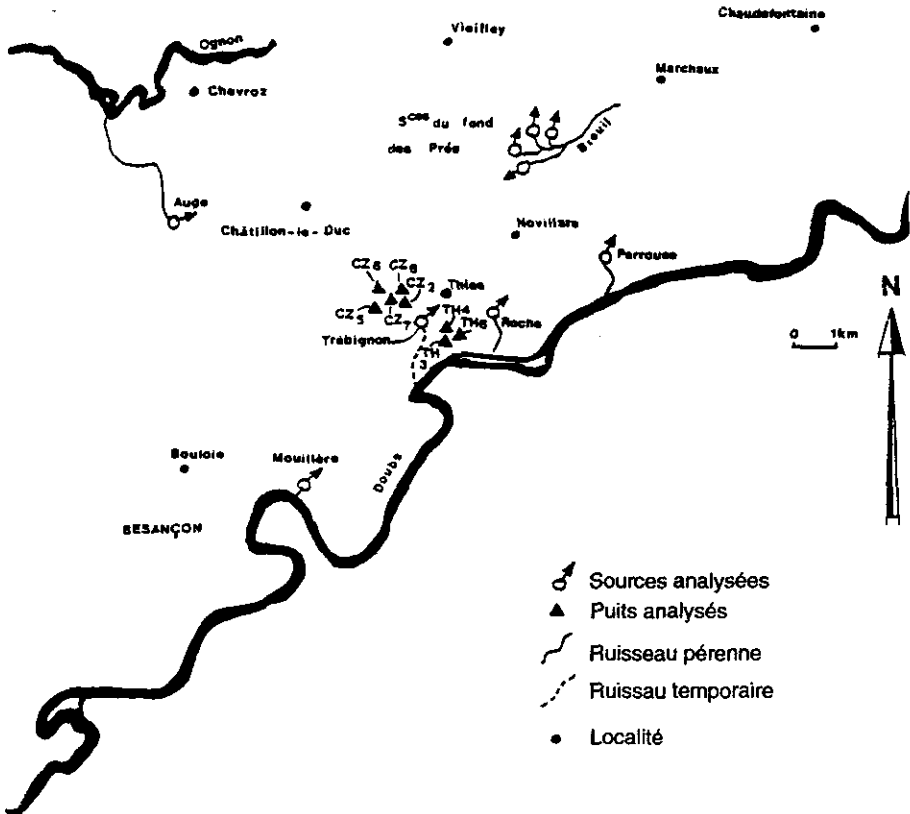


Figure 1 Situation des sources et des forages surveillés.

Situation of monitored springs and boreholes.

L'aquifère karstique est encaissé dans un ensemble calcaire du Jurassique moyen atteignant 200 m d'épaisseur. La nappe repose sur les marnes du Lias imperméable et correspond à un karst noyé libre dans la plus grande partie du bassin versant et captif vers la vallée du Doubs sous les marnes oxfordiennes. Dans ce secteur, il existe deux champs de captage (*fig. 1*) : les forages de Thise

(TH3, TH4 et TH6) et ceux de Chailluz (CZ2, CZ5, CZ6, CZ7 et CZ8), Ils captent la nappe des calcaires du Bathonien-Bajocien. Du fait de l'hétérogénéité de l'aquifère, les puits ont des productivités variables et représentatives de la zone où ils se trouvent (TINETTE, 1981).

Cette zone possède comme exutoire principale la source pérenne de la Mouillère (son débit moyen en 1991/1992 était de $0,69 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$), la source du Trébignon qui réagit comme un trop plein (son débit moyen en 1991/1992 était de $0,1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$) et la source de Roche-lez-Beaupré à faible débit.

La moyenne des précipitations enregistrées pendant 30 cycles est de 1105 mm, au cours du cycle 1991/1992 elles sont de 1144 mm (ABDELGADER, 1994).

2 – INTERPRÉTATION DES DONNÉES PIEZOMÉTRIQUES DES CHAMPS CAPTANTS DE THISE ET CHAILLUZ

Trois campagnes piézométriques menées les 12, 19 et 27 décembre 1991 dans les puits de Thise (TH2, TH4 et TH6) et de Chailluz (CZ2, CZ6, CZ7 et CZ8) avant le fonctionnement des pompes, ont montré une surface piézométrique inclinée du nord-ouest vers le sud-est. Dans le champs captant de chailluz, entre les puits CZ6 et CZ7, la pente s'incline vers l'ouest (fig. 2).

Le tracé du profil piézométrique et les corrélations lithologiques entre les champs captants de Chailluz, la source du Trébignon et les forages de Thise (fig. 2), montrent une dénivellation d'environ 50 m entre les deux champs captants. L'écoulement de la source du Trébignon est lié aux variations piézométriques de la nappe lesquelles sont liées aux précipitations observées et à l'intensité des pompages dans les puits. L'écart des niveaux piézométriques entre les champs captants oscille entre 4,85 m et 6,27 m pour une distance de 1062,5m.

Dans la zone libre, il existe des relations d'écoulements et de drainage entre le champs captant de Chailluz et la source du Trébignon. On remarque un point de divergence, entre les puits CZ6 et CZ7, qui peut correspondre à une zone de diffuence des écoulements à l'ouest vers la source de la Mouillère et à l'est vers la source du Trébignon et les puits de captage. La partie sud de la nappe est sous captivité sous les alluvions du Doubs. Dans ce secteur, les écoulements des eaux dans l'aquifère peuvent correspondre à des circulations communes entre les puits de Thise (TH3, TH4 et TH6) et la source de Roche qui émerge à la limite de captivité de la nappe.

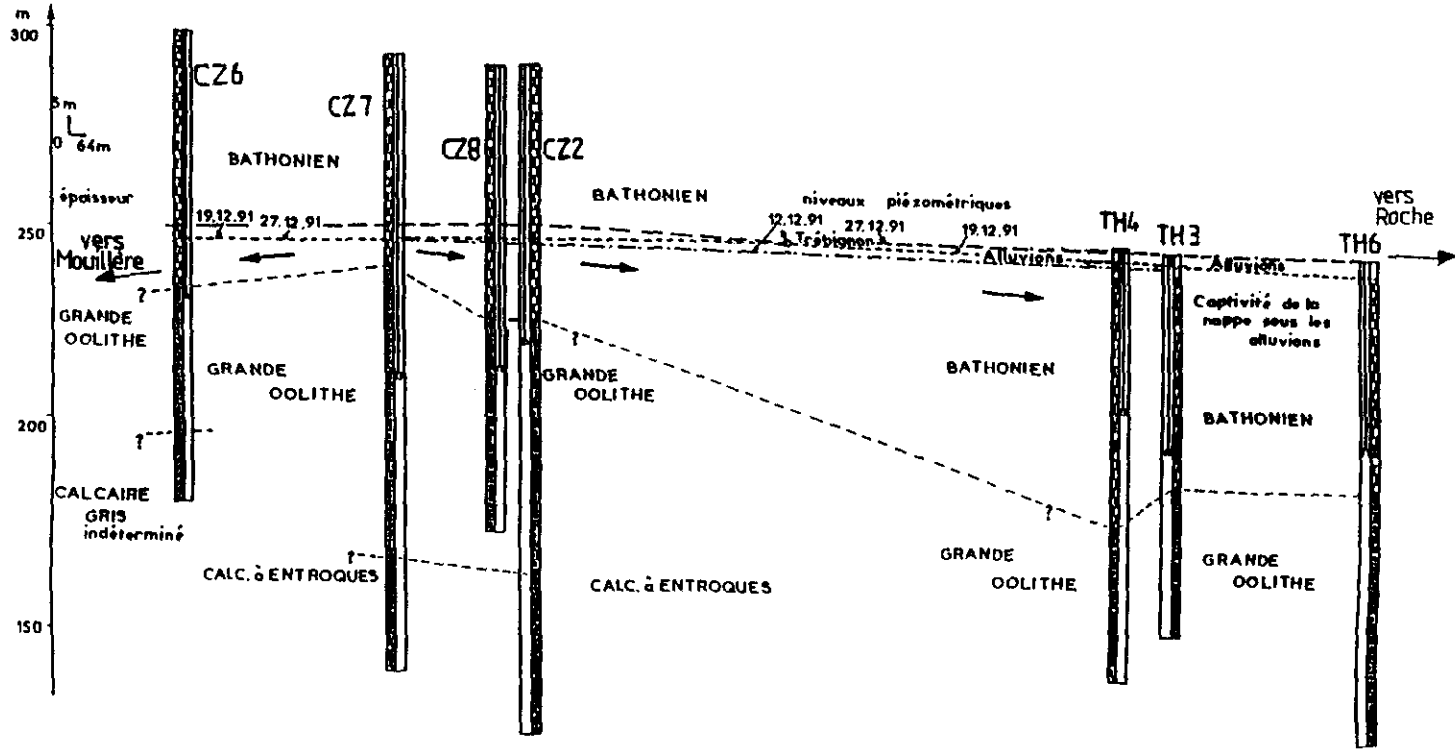


Figure 2 Profil piézométrique et corrélations lithologiques entre les champs captants de Thise et Chailluz.
Piezometric profile and lithologic correlations between the boreholes of Thise and Chailluz.

3 – DÉFINITION DES RELATIONS D'ÉCOULEMENT PAR L'ANALYSE FACTORIELLE DISCRIMINANTE DES DONNÉES HYDROCHIMIQUES

3.1 Principe de l'analyse factorielle discriminante

Contrairement aux statistiques descriptives (analyses en composantes principales, analyses factorielles des correspondances) qui résument l'information d'une matrice de données (BAKALOWICZ, 1979 et 1982), l'analyse factorielle discriminante est une méthode d'analyse multivariées sur données continues, qui permet le test d'hypothèses (ABDELGADER, 1995 ; BOUROCHE et SAPORTA, 1983 ; LEFEBVRE, 1980 ; MUDRY, 1986, 1987). Elle appartient donc aux statistiques décisionnelles qui permettent de conclure sur la pertinence d'une hypothèse, sur la prédominance d'une hypothèse sur l'autre.

La méthode consiste à faire une analyse en composantes principales (c'est-à-dire à déterminer les valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice de données) sur la matrice des centres de gravité des groupes définis *a priori*. La variance d'un caractère donné peut être décomposée en deux : variance inter-classe, provenant de la dispersion des centres de gravité des classes prédéfinies autour de l'origine.

Variance intraclasse, provenant de la dispersion des individus d'une classe autour de leur centre de gravité. Par définition, le poids d'une classe est égal à la somme des poids des observations leur appartenants.

Ainsi, la mesure de la distance entre chacun des individus d'un groupe et les centres de gravité de tous les groupes définis *a priori*, permet de resituer chaque individu (MUDRY, 1991).

Si l'individu est effectivement plus proche du barycentre de son groupe d'appartenance, il est dit bien classé, dans le cas où sa distance au barycentre d'un autre groupe est inférieure à celle au barycentre de son groupe, il est dit mal classé et il est affecté à cet autre groupe (groupe d'affectation).

Les analyses discriminantes croisées consistent à effectuer plusieurs traitements sur le même jeu de données en choisissant pour chaque traitement une variable qualitative différente permettant de définir pour chacun un indice de groupe (groupe d'affectation).

Dans notre cas, nous avons utilisé pour chaque jeu de données, deux variables qualitatives qui ont permis de faire deux analyses discriminantes :

- la variable saison, qui peut prendre la valeur « printemps », « été », « automne », « hiver »,
- la variable système, qui peut prendre la valeur « Trébignon », « Roche ».

Un autre intérêt de la méthode est l'affectation des individus supplémentaires (qui ne participent pas à la définition des groupes) aux groupes dont ils sont statistiquement les plus proches.

3.2 Application : l'affectation des forages dans le milieu karstique

L'objectif est de voir le classement des forages de Thise (TH3, TH4 et TH6, situés dans la partie captive de la nappe) et ceux de Chailluz (CZ2, CZ6, CZ7 et CZ8, situés dans la partie libre de la nappe) afin de préciser l'existence des relations d'écoulements ou de drainage, captivité, ... entre les champs captants et les

sources, et de déterminer si la variation chimique des sources est plus conditionnée par les événements climatiques (c'est-à-dire l'influence saisonnière) ou par le contexte hydrogéologique (structure, lithologie, organisation du système de drainage,...).

Cette analyse a été appliquée sur les données des sources du Trébignon et de Roche avec les forages de Thise et Chailluz pris comme individus supplémentaires. Les individus supplémentaires, qui ne participent pas à la définition des groupes sont resitués par l'algorithme qui calcule leur distance aux différents centres de gravité.

Nous avons croisé deux variables qualitatives : système (Trébignon et Roche) et saison (hiver, printemps, été et automne), en effectuant sur le même jeu de données deux analyses discriminantes différentes. L'une avec un groupe système : Trébignon et Roche, l'autre avec un groupe saison : hiver, printemps, été et automne.

Le suivi chimique porte sur deux sources, de janvier 1991 à août 1992, avec un pas de temps d'échantillonnage hebdomadaire, parfois décadaire :

- source du Trébignon : l'un des exutoires de l'impluvium de Thise-Chailluz, elle émerge au contact des calcaires du Bathonien-alluvions du Doubs.
- source de Roche-lez-Beaupré : elle émerge à la limite de captivité de la nappe, du bassin de Thise-Chailluz, au contact du Rauracien et des alluvions du Doubs et possède un faible débit.

La fréquence hebdomadaire du suivi physico-chimique est suffisante, pour cette étude statistique, tant que le nombre important de données couvre toutes les situations : hautes eaux, basses eaux, étiage,...(BAKALOWICZ, 1977 ; BLAVOUX et MUDRY, 1988).

Pour cette analyse nous avons pris en compte pour chaque source 46 observations étalées sur une période d'un an et demi, et 11 individus supplémentaires correspondant aux analyses physico-chimiques effectuées sur les puits de Thise et Chailluz, et qui sont répartis comme suit :

- 2 campagnes (individus) pour les puits CZ2, TH3 et TH4,
- 1 seule campagne pour chacun des puits : CZ5, CZ6, CZ7, CZ8 et TH6.

12 variables physico-chimiques ont fait l'objet de traitement statistique : HCO_3 , Ca, Cl, SO_4 , Na, Mg, NO_3 , K, Fe, NH_4 , pH et la conductivité électrique (Ct).

3.3 Résultats et interprétations

Les tableaux 1 et 2 montrent les groupes d'appartenance, les groupes d'affectation et le classement des individus supplémentaires.

Selon le groupement par système, on obtient globalement 97,8 % d'individus bien classés. Le Trébignon est complètement distinct (100 % de bien classés), ce qui démontre le rôle dominant de la lithologie dans la minéralisation. La source de Roche possède 95,45 % de bien classés avec un seul individu mal classé.

Il existe (k-1) axes factoriels discriminant, avec k est le nombre de groupes définis *a priori*. Dans notre cas il n'y a qu'un axe factoriel discriminant (fig. 3). Les puits de Thise sont affectés au système de Roche et ceux de Chailluz sont classés dans le système du Trébignon (fig. 3).

Tableau 1 Classement par système des sources du Trébignon et Roche-lez-Beaupré, (les forages de Thise et de Chailluz en individus supplémentaires).**Table 1** Classification of Trébignon and Roche-lez-Beaupré springs versus system, (Thise and Chailluz boreholes are analyzed as supplementary elements).

Groupe d'appartenance				
Groupe d'affectation	Trébignon	Roche	Bien classés %	% global de bien classés
Trébignon	24 CZ2, CZ2, CZ7, CZ8 CZ6, CZ5	0	100	97,8
Roche	1	21 TH4, TH4, TH3 TH6, TH3	95,45	

CZ2, CZ5, CZ6, CZ7, CZ8 : forages réaffectés à la source du Trébignon.

TH3, TH4, TH6 : forages réaffectés à la source de Roche-lez-Beaupré.

Tableau 2 Classement par saison des sources du Trébignon et Roche-lez-Beaupré (les forages de Thise et de Chailluz en individus supplémentaires).**Table 1** Classification of Trébignon and Roche-lez-Beaupré springs versus season, (Thise and Chailluz boreholes are analyzed as supplementary elements).

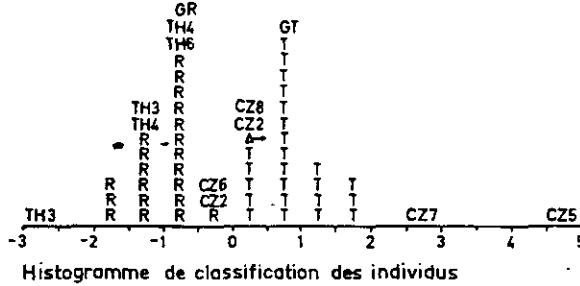
Groupe d'appartenance						
Groupe d'affectation	Hiver	Printemps	Eté	Automne	Bien classés %	% global de bien classés
Hiver	19 CZ2, CZ7, TH4, TH3, CZ5	0	0	0	100	
Printemps	1	9 CZ2, TH4, TH3, CZ8, TH6, CZ6	1	0	81,81	93,4
Eté	0	0	4	0	100	
Automne	1	0	0	11	91,66	

CZ2, CZ7, TH4, TH3, CZ5 : forages réaffectés à l'hiver.

CZ2, TH4, TH3, CZ8, TH6, CZ6 : forages réaffectés au printemps.

Selon le regroupement par saison, l'axe I (55,6 % de variance expliquée) est déterminé par les éléments en provenance du karst (HCO_3 , Ca) et représentant la zone noyée. Ils sont opposés aux éléments du milieu confiné (Fe, NH_4) caractérisant la zone captive. L'axe II (32,2 % de variance expliquée) est représenté

par les éléments du milieu externe à l'aquifère ou indicateurs de pollution (Na, NO₃) correspondant à la zone libre ou à la zone d'infiltration (fig. 4).



Groupe d'appartenance	Bien classés	Mal classés	Centre de gravité des groupes
Trébignon	T		GT
Roche	R	Δ→	GR

Figure 3 Analyse discriminante des données des sources du Trébignon et Roche (axe I). Classification par système.

Discriminant analysis of chemical date of Trébignon and Roche spings (axis I). Classification versus sytem.

L'ensemble des puits est réaffecté aux groupes correspondants aux prélèvements d'hiver et du printemps (fig. 4), traduisant une relative homogénéité saisonnière de la minéralisation des eaux des forages qui n'échantillonnent pas les zones les plus karstifiées où (comme cela est observé aux exutoire) la variabilité chimique est plus grande.

On obtient 93,4 % de bien classés selon le regroupement par saison. Ce pourcentage est inférieur à celui obtenu par la variable système, cependant la variabilité hydrochimique des sources attribuable au système domine celle attribuable à la saison. C'est-à-dire la minéralisation des exutoires est plus influencée par les caractéristiques de l'aquifère que par la succession d'événements pluvieux.

L'association du Trébignon et des puits de Chailluz, qui ont les mêmes caractéristiques hydrochimiques, met en évidence une circulation rapide en zone libre, c'est-à-dire un axe de drainage entre le captage de Chailluz et la source du Trébignon (déjà constaté par la piézométrie). Le regroupement de la source de Roche et les forages de Thise montre une relation qui correspond au rôle de la circulation en zone captive. Ce phénomène corrobore les résultats de l'étude piézométrique.

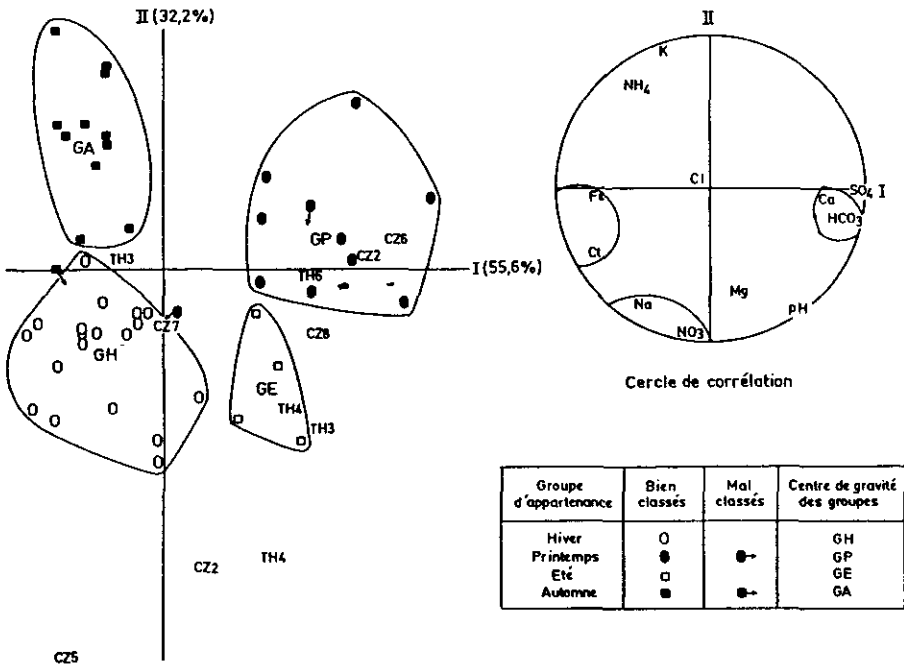


Figure 4 Analyse discriminante des données des sources du Trébignon et Roche (plan I-II). Classification par saison.

Discriminant analysis of chemical data of Trébignon and Roche springs (factor plan I-II). Classification versus season.

4 – CONCLUSION

Dans le cas du plateau de Besançon, les analyses discriminantes croisées ont permis de démontrer que la variabilité hydrochimique des exutoires est donc plus influencée par les caractéristiques hydrogéologiques de l'aquifère que par les événements climatologiques. Les forages exploités ont pu être rattachés à deux types d'aquifères, l'un libre (le Trébignon) avec des vitesses élevées de circulation, l'autre captif (Roche), avec de plus faibles vitesses.

L'analyse factorielle discriminante est donc un puissant moyen de séparation typologique qui a permis la comparaison de deux variables qualitatives (système, saison) et a montré la prédominance d'un paramètre responsable de la minéralisation des eaux des sources étudiées.

Les données supplémentaires issues des forages ne participent pas à la définition des axes discriminants, mais leur affectation aux groupes dont ils sont statistiquement les plus proches (possédant une chimie voisine), permet de mettre en évidence des relations entre les groupes d'appartenance (sources étudiées)

et les individus supplémentaires (forages). Ces relations peuvent correspondre à des circulations communes en milieu karstique, à un drainage ou à un même milieu d'acquisition des paramètres physico-chimiques.

L'analyse factorielle discriminante a mis en évidence des résultats analogues à ceux obtenus dans l'étude piézométrique. Cette méthode est un moyen puissant pour définir les relations entre les systèmes étudiés (groupe d'appartenance) et les forages (individus supplémentaires).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ABDELGADER A., 1994. Essai de caractérisation des bassins versants dans la zone des Avant-Monts (Doubs). Thèse Univ. de Franche-comté, Besançon, 194 p.
- ABDELGADER A., ACHOUR F., MUDRY J., 1995. Influence des événements hydroclimatologiques et du caractère lithologique sur la minéralisation des eaux karstiques. Exemple : plateau de Besançon (Jura externe, France). *Compte Rendu Académie des Sciences Paris*, 321, série II a, p.129-135.
- BAKALOWICZ M., 1977. Etude du degré d'organisation des écoulements souterrains dans les aquifères carbonatés par une méthode hydrogéochimique nouvelle. *Compte Rendu Académie des Sciences Paris*, 284, série D, p.2463-2466.
- BAKALOWICZ M., 1979. Contribution de la géochimie des eaux à la connaissance de l'aquifère karstique et de la karstification. Thèse Etat Paris VI, 269 p.
- BAKALOWICZ M., 1982. La genèse de l'aquifère karstique vue par un géochimiste. Actes « Reunion Monografica sobre el Karst », Larra (Espagne), 159-174.
- BLAVOUX B., MUDRY J., 1988. Importance of the sampling rhythm in the hydrochemical study and hydrokinematical knowledge of karstic aquifers. *Ass. Int. Hydrogéol.*, Guilin (Chine), oct. 88, 21, 2, 864-869, 4 fig.
- BOUROCHE J., SAPORTA G., 1983. L'analyse des données. Que sais-je ? 2^e édition, 125 p.
- CHAUVE P., MATHIS V., MUDRY J., ROSENTHAL P., 1973. Etude géologique de la forêt de Chailluz. Rapport Labo. de Géol. Struct. et Appl., Besançon, inédit.
- LEFEBVRE J., 1980. Introduction aux analyses statistiques multidimensionnelles. 2^e édition, 259 p., 70 fig. Masson et Cie, Paris.
- MUDRY J., 1986. Analyse discriminante des données hydrochimiques des aquifères karstiques. Colloque de Lille-CNRS-GRECO 35 (Hydrogéologie). *Ann. Scientif. Univ. Besançon, Géologie*, 4, 7, 122-123, 1 fig.
- MUDRY J., 1987. Apports du traçage physico-chimique naturel à la connaissance hydrocinématique des aquifères carbonatés. Thèse Etat Besançon, *Ann. Scientif. Univ. Besançon, Géologie*. Mémoire HS n° 4, 381 p., 244 fig., 65 tab.
- MUDRY J., 1991. L'analyse discriminante, un puissant moyen de validation des hypothèses hydrogéologiques. *Revue sci. de l'eau* n° 4, 19-37.
- ROLET P., SEGUIN J.J., 1986 a. Traitement des données multivariées (application aux sciences de la terre). Approche théorique. Rapport BRGM 86 DT 005 ISA, 58 p.
- ROLET P., SEGUIN J.J., 1986 b. Traitement des données multivariées (application aux sciences de la terre). Aspects pratiques. Rapport BRGM 86 DT 006 ISA, 62 p.
- TINETTE R., 1981. Etude de cheminement d'eau souterraines par traceurs. Mise en évidence de liaisons autoroute-captages à Besançon. *Bull. Liaison Labo. P. et Ch.*, 45-52.