« La causalité entre la monnaie et le revenu : une analyse fondée sur un modèle VARMA-échelon »

Jean-Marie Dufour et David Tessier

L'Actualité économique, vol. 73, 1997, p. 351-366.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 73, nos 1-2-3, mars-juin-septembre 1997

LA CAUSALITÉ ENTRE LA MONNAIE ET LE REVENU : UNE ANALYSE FONDÉE SUR UN MODELE VARMA-ÉCHELON*

Jean-Marie DUFOUR
Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.)
Département de sciences économiques
Université de Montréal

David TESSIER
Département des Relations Internationales
Banque du Canada

RÉSUMÉ – Les analyses de causalité, au sens de Wiener-Granger, sont habituellement fondées sur une spécification autorégressive (VAR) du processus générateur des données. C'est le cas, en particulier, pour les nombreuses études de causalité entre la monnaie et le revenu au niveau macroéconomique. Comme la spécification VAR ne constitue qu'une approximation et surtout n'est pas robuste à la désagrégation en sous-vecteurs, nous étudions ici la causalité entre monnaie et revenu à partir du cadre plus général et logiquement cohérent des modèles ARMA multivariés (VARMA). Pour résoudre les problèmes d'identification associés à ces modèles, nous considérons un modèle VARMA sous la forme échelon, lequel fournit automatiquement un modèle identifié. Nous utilisons, pour spécifier les ordres du modèle, la nouvelle méthodologie proposée par Nsiri et Roy (1992, 1996) et fondée sur une estimation des indices de Kronecker du modèle. Cette approche est appliquée à un modèle de l'économie américaine comprenant cinq variables : le revenu réel, le niveau des prix, un taux d'intérêt à court terme, la base monétaire et le multiplicateur de M1. Contrairement à certaines études antérieures, nous trouvons que les variables monétaires (base et multiplicateur) causent le revenu (au sens de Granger), la relation étant unidirectionnelle dans le cas de la base, tandis que le taux d'intérêt ne cause pas directement le revenu, mais a possiblement un effet indirect passant par les variables monétaires. Le niveau des prix apparaît comme une variable passive sans influence sur les autres variables du système.

* Les auteurs tiennent à remercier le Conseil de recherche en sciences humaines du Canada, le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada et le Fonds FCAR du Québec pour leur soutien financier ainsi que Saïd Nsiri pour certains programmes informatiques nécessaires à la phase de spécification. Les opinions contenues dans cet article n'expriment en rien les opinions de la Banque du Canada.

ABSTRACT – Causality analysis in the sense of Wiener-Granger are usually based on a vector autoregressive (VAR) specification of the data-generating process. This is the case in particular for the numerous studies of causality between money and income in macroeconomics. Since a VAR specification is typically only approximate and, most importantly, is not robust to disaggregation into subvectors, we study here causality between money and income using the more general and logically coherent framework of vector ARMA models (VARMA). To solve the identification problems associated with such models, we consider a VARMA model in echelon form, which is automatically identified. To specify the orders of the model, we use the new methodology proposed by Nsiri and Roy (1992, 1996) which is based on estimating the Kronecker indices of the model. This approach is applied to a five-variable model of the U.S. economy, containing : real income, the price level, a short-term interest rate, the monetary base and the M1 multiplier. Contrary to earlier studies, we find that monetary variables (base and multiplier) cause income (in the sense of Granger), causality being unidirectional causality in the case of the base, while the interest rate does not cause income directly but may have an indirect effect through monetary variables. The price level appears to be a passive variable with no influence on the other variables of the system.

INTRODUCTION

Les analyses de causalité, au sens de Wiener (1956) et Granger (1969), sont habituellement fondées sur une spécification autorégressive (VAR) du processus générateur des données. C'est le cas, en particulier, pour les nombreuses études de causalité entre la monnaie et le revenu au niveau macroéconomique. Cependant, plusieurs études ont souligné le peu de robustesse des conclusions; voir Feige et Pearce (1979), Montmarquette et Forest (1979), Christiano et Ljungqvist (1988), Stock et Watson (1989), Todd (1991) et Thoma (1994). Comme la spécification VAR ne constitue qu'une approximation, l'erreur de spécification affecte la puissance des divers tests de causalité utilisés, ce qui peut expliquer certaines contradictions dans les conclusions (Nelson et Schwert, 1982; Guilkey et Salemi, 1982; Geweke, Meese et Dent, 1983; Runkle, 1987; Dufour et Tessier, 1996).

De plus, il est important de noter que la spécification VAR n'est pas robuste à la désagrégation en sous-vecteurs. Ainsi, dans un processus multivarié de type autorégressif-moyenne-mobile (VARMA), tout sous-vecteur satisfait aussi un modèle VARMA; par contre, un sous-vecteur d'un processus VAR n'a pas généralement de représentation autorégressive d'ordre fini, mais plutôt VARMA. En d'autres termes, les modèles VARMA constituent un cadre logiquement cohérent pour représenter la structure de séries chronologiques multivariées, tandis que ce n'est pas le cas pour les modèles VAR. À la lumière de ce fait fondamental, nous allons privilégier ici l'utilisation de modèles VARMA par opposition aux modèles VAR; voir Nelson et Schwert (1982), Dufour et Tessier (1996) et Lütkepohl et Poskitt (1996).

Les premiers travaux visant à caractériser et à tester la causalité à partir d'une spécification VARMA le furent dans un cadre bivarié (Kang, 1981; Eberts et Steece, 1984 et Newbold et Hotopp, 1986), puis dans un cadre multivarié (Boudjellaba, Dufour et Roy, 1992, 1994). Les conditions de non-causalité sous une spécification VARMA prennent la forme de contraintes non linéaires, ce qui complique la procédure pour tester ces conditions conjointement. De plus, des problèmes de régularité asymptotique peuvent apparaître dans ce contexte lorsque le rang de la matrice des dérivées des contraintes par rapport aux paramètres est déficient sous l'hypothèse nulle (voir à ce sujet Boudjellaba, Dufour et Roy, 1992 : section 5). À la lumière de ces difficultés, nous avons développé une caractérisation des conditions de non-causalité dans les modèles VARMA qui repose sur la représentation autorégressive du processus; voir Dufour, Nsiri et Tessier (1994). Les conditions ainsi obtenues ont l'avantage de se présenter dans un ordre naturel en commençant par des contraintes linéaires. Cette nouvelle caractérisation facilite une procédure séquentielle de test qui peut souvent mener à des conclusions sur les relations de causalité en ne testant que la première condition (linéaire), évitant ainsi les problèmes de régularité asymptotique associés aux conditions non linéaires.

Dans cet article, nous présentons une analyse de causalité sur des données macroéconomiques américaines dont la méthodologie innove sur deux plans. D'abord, les conditions de non-causalité seront obtenues à partir de la caractérisation autorégressive décrite plus haut. Ensuite, le modèle VARMA servant de cadre à l'analyse sera spécifié au moyen d'une procédure récemment développée par Nsiri et Roy (1992, 1996). Celle-ci est fondée sur l'estimation des indices de Kronecker du processus et conduit à un modèle VARMA de forme échelon. L'utilisation d'une telle forme «canonique» est requise pour spécifier un modèle dont tous les coefficients sont identifiables. Dans le cas de la forme échelon, la structure d'un modèle identifié (dans le sens où deux représentations VARMA-échelon différentes doivent avoir des structures d'autocovariances différentes) est entièrement déterminée par les indices de Kronecker du modèle. Cette propriété rend la forme échelon particulièrement commode du point de vue pratique, car elle permet d'obtenir automatiquement un modèle identifié, caractéristique absente des procédures de spécification les plus courantes (Tiao et Box, 1981 et Tiao et Tsay, 1989). Sur la spécification de modèles VARMA, le lecteur pourra aussi consulter Cooper et Wood (1982), Hannan et Kavalieris (1984), Tsay (1989a, 1989b), Poskitt (1992) ainsi que Lütkepohl et Poskitt (1996).

Dans la première section, nous présentons le cadre général dans lequel s'effectueront les estimations, en mettant l'emphase sur la description des modèles VARMA sous la forme échelon. La section 2 traite de la procédure empirique qui servira à déterminer les indices de Kronecker. Dans la section 3, nous décrivons les données et les estimations, de même que les résultats des tests de causalité effectués. Nous concluons dans la dernière section.

1. MODELES VARMA SOUS LA FORME ÉCHELON

Soit $\{X_t : t \in Z\}$ un processus stationnaire au second ordre de dimension d possédant une représentation ARMA(p,q) :

$$\Phi(L)x_t = \bar{\mu} + \Theta(L)u_t$$

où

$$\Phi(L) = I_d + \sum_{k=1}^{p} \Phi_k L^k, \quad \Theta(L) = I_d + \sum_{k=1}^{q} \Theta_k L^k,$$

$\{u_t : t \in Z\}$ est un bruit blanc avec une matrice de covariance non singulière Σ et $\bar{\mu}$ est un vecteur de constantes. Si les racines des polynômes $det[\Phi\ (z)]$ et $det[\Theta\ (z)]$ sont toutes à l'extérieur du cercle unité, alors le modèle sera stationnaire et inversible.

Une des premières méthodes de spécification d'un modèle de ce type fut celle de Tiao et Box (1981). Cette technique est une extension directe de la méthode de Box et Jenkins (1976) pour le cas univarié. L'identification de modèles ARMA requiert que les polynômes autorégressifs (AR) et moyenne mobile (MA) soient définis de manière unique par la représentation de Wold du processus (moyenne mobile d'ordre infini). Dans le cas univarié, le problème d'identification est résolu en imposant que les polynômes AR et MA ne possèdent pas de facteurs communs et n'ont pas de racine à l'intérieur du cercle unitaire. Toutefois, dans les modèles multivariés, ce type de conditions n'est pas suffisant pour spécifier un modèle identifié. Afin de remédier à ce problème, au moins deux approches ont été proposées. D'une part, Tiao et Tsay (1989) ont développé une représentation canonique utilisant des modèles à composantes scalaires. D'autre part, on peut utiliser un modèle sous la forme échelon fondé sur les indices de Kronecker, ce qui conduit à un modèle unique (Hannan et Deistler, 1988 : chapitre 3). L'avantage de cette dernière approche est que les indices de Kronecker sont déterminés uniquement par le processus et sont donc indépendants de l'écriture du modèle. Chaque indice de Kronecker représente le degré maximal des polynômes caractéristiques associés à chaque équation du modèle VARMA (les indices de Kronecker dépendent de l'ordre des variables). On peut aussi montrer que les indices de Kronecker sont liés aux propriétés de dépendance linéaire entre les composantes des vecteurs de prévisions à différents horizons. Nous utiliserons ici cette seconde approche que nous allons maintenant brièvement décrire.

Si on suppose que le processus $\{X_t : t \in Z\}$ est stationnaire sans composante strictement déterministe, il possède une représentation de Wold :

$$X_t = \mu + \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k u_{t-k} + u_t$$

où $\mu = (\mu_1,...,\mu_d)'$ est un vecteur de constantes. Si, de plus, la matrice de covariance Σ est non singulière, alors les matrices associées à la représentation de Wold sont définies de manière unique. Dénotons $X_{t+h|t}$ la projection orthogonale, composante par composante, du vecteur X_{t+h} sur l'espace engendré par le passé du processus $\{X_t, X_{t-1},...\}$. Par les équations de prévision de Wiener-Kolmogorov, on peut écrire :

$$F_{t+1|t} = \Psi_{\infty}^{\infty} U_t$$

où

$$F_{t+1|t} = \begin{pmatrix} X_{t+1|t} \\ X_{t+2|t} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \Psi_{\infty}^{\infty} = \begin{pmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 & \cdots \\ \Psi_2 & \Psi_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \quad U_t = \begin{pmatrix} u_t \\ u_{t-1} \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

L'espace engendré par les composantes $F_{t+1\,|\,t}$ est dénoté par P_t. On appelle la dimension de P_t la dimension dynamique du processus. Si cette dimension est finie, on peut démontrer qu'il existe une représentation ARMA multivariée pour le processus X_t (voir Hannan et Deistler, 1988 : chapitre 3 ou Gouriéroux et Monfort, 1990 : chapitre 8). Si la dimension de P_t est égale à n, les n premières composantes linéairement indépendantes de $F_{t+1\,|\,t}$ constituent un choix de base naturel. Si ces éléments apparaissent aux positions $k_1,...,k_n$, on peut alors montrer que l'ensemble $I_Z = \{k_1,...,k_n\}$ satisfait la condition suivante :

$$\forall k \in N, \;\; k \notin I_Z \Rightarrow (k + d) \notin I_Z \;\; .$$

De cette propriété, on peut déduire d entiers positifs $n_1,...,n_d$ tels que

$$I_Z = \{1,1 + d,...,1 + (n_1 - 1)\,d;2,2 + d,...,2 + (n_2 - 1)\,d;...; \\ d,d + d,...,d + (n_d - 1)\,d\}$$

avec la convention que $n_i = 0$ si et seulement si l'indice i n'appartient pas à l'ensemble I_Z . Ces entiers sont appelés indices de Kronecker ou indices dynamiques du processus et ils sont suffisants pour spécifier un modèle VARMA identifié. Ainsi, on pourra spécifier les polynômes associés au VARMA par :

$$\Phi_{ij}(L) = \Phi_{ij}(0) + \sum_{k=n_i+1-n_{ij}}^{n_i} \Phi_{ijk}L^k, \;\; \Theta_{ij}(L) = \Theta_{ij}(0) + \sum_{k=1}^{n_i} \Theta_{ijk}L^k,$$

où

$$n_{ij} = \begin{cases} min\,(n_i + 1, n_j), & \text{pour } i > j \\ min\,(n_i, n_j), & \text{autrement.} \end{cases}$$

On notera que $\Phi\,(0) = \Theta\,(0)$ et que ces matrices sont triangulaires vers le bas. Chaque ligne du modèle VARMA peut donc s'écrire :

$$\sum_{k=0}^{n_i} \Phi_{i.}(k)X_{t-k} = \mu_i + \sum_{k=0}^{n_i} \Theta_{i.}(k)u_{t-k}, \quad i = 1,\ldots,d$$

où $\Phi_{i.}\,(k)$ et $\Theta_{i.}\,(k)$ sont les i-èmes lignes des matrices $\Phi\,(k)$ et $\Theta\,(k)$. En outre, étant donné les indices de Kronecker, Nsiri et Roy (1996) ont développé une procédure de raffinement qui permet de réduire l'ordre des polynômes autorégressifs et moyenne mobile pour chaque variable. Chaque ligne du modèle sous la forme raffinée s'écrit :

$$\sum_{k=0}^{p_i} \Phi_{i.}(k)X_{t-k} = \mu_i + \sum_{k=0}^{q_i} \Theta_{i.}(k)u_{t-k}, \quad i = 1,\ldots,d$$

où p_i et q_i sont tels que $\Phi_{i.}(p_i) \neq 0$ et $\Theta_{i.}(q_i) \neq 0$. Le problème demeure toutefois la détermination empirique des indices de Kronecker ainsi que des paramètres de la procédure de raffinement, sujet que nous allons maintenant discuter.

Il est important de noter que les procédures de spécification de Nsiri et Roy (1992, 1996) tendent à produire des modèles relativement parcimonieux qui peuvent impliquer diverses contraintes sur les propriétés dynamiques du modèle, notamment des contraintes de non-causalité. Par conséquent, ces contraintes ne peuvent être testées à l'intérieur de ce modèle. On peut néanmoins considérer qu'elles ont été mises à l'épreuve des données via la procédure de spécification elle-même et ont été jugées acceptables par celle-ci.

2. DÉTERMINATION DES INDICES DE KRONECKER

Akaike (1974) a démontré que les indices de Kronecker peuvent être déterminés à partir des premières lignes linéairement indépendantes de la matrice de Hankel associée aux matrices de covariance :

$$\Gamma_\infty^\infty = \begin{pmatrix} \Gamma(1) & \Gamma(2) & \cdots \\ \Gamma(2) & \Gamma(3) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}.$$

Par la suite, Nsiri et Roy (1992) ont démontré l'équivalent pour les matrices de corrélations $\{\rho\ (k), k > 0\}$. De plus, cette matrice de Hankel, bien qu'étant de dimension infinie, est de rang n, soit la dimension dynamique du processus. L'avantage de cette formulation est que la matrice d'autocorrélations s'estime facilement et les estimateurs possèdent des propriétés asymptotiques bien définies. C'est sur cette matrice de Hankel de dimension finie, c'est-à-dire,

$$\rho_s^s = \begin{pmatrix} \rho(1) & \cdots & \rho(s) \\ \rho(2) & \cdots & \rho(s+1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(s) & \cdots & \rho(2s-1) \end{pmatrix}, s \geq n$$

que seront basés les tests déterminant les indices de Kronecker.

L'étape suivante consiste à définir une statistique pour tester la dépendance linéaire entre les lignes de cette matrice. Soit $U^{(i)}$ la i-ième ligne de la matrice de Hankel des corrélations et $U, U^{(1)}, \ldots, U^{(q)}$ un ensemble de lignes de cette même matrice, chacune de dimension $p = sd$. Le test consiste à vérifier l'hypothèse :

$$H_0 : U \in E$$

où E est l'espace linéaire engendré par les vecteurs $U^{(1)}, \ldots, U^{(q)}$. Si on définit

$$M = [U^{(1)}, \ldots, U^{(q)}]$$

et

$$P = M(M'M)^{-1}M'$$

la matrice de projection orthogonale sur l'espace E, on peut écrire $V = (I - P)U$. L'hypothèse $H_0 : U \in E$ peut donc s'écrire :

$$H_0 : V = 0.$$

De plus, soit $V_N = (I - P)U_N$, où U_N est le vecteur des corrélations empiriques associé au vecteur U. Le théorème 1 de Nsiri et Roy (1992) fournit une statistique S_N pour tester cette hypothèse ainsi que sa distribution asymptotique :

$$S_N = N(V_N - V)' \Lambda^{-1}(V_N - V) \rightarrow \chi^2(p - q)$$

où

$$\Lambda = (I - P)\Omega(I - P) + MM'$$

et Ω est la matrice de variance asymptotique du vecteur de corrélations empiriques :

$$N^{1/2}(U_N - U) \rightarrow N(0,\Omega).$$

En pratique, Ω et M doivent être estimés. Toutefois, Nsiri et Roy (1996, théorèmes 3.1 et 3.2) ont démontré que l'on peut remplacer ces matrices dans la statistique S_N par leur équivalent empirique sans affecter la distribution asymptotique.

La procédure consiste à tester de façon séquentielle l'indépendance linéaire de chaque ligne, depuis la première jusqu'à la détermination complète des indices de Kronecker. Pour chaque ligne k, si H_0 est rejetée, alors le vecteur correspondant à la ligne k est ajouté à la base servant à engendrer l'espace linéaire; on passe alors à la ligne $k + 1$. Si, au contraire, on accepte H_0, c'est-à-dire que la ligne k est dépendante des précédentes, on conclut que l'indice de Kronecker $n_i = j$, où i et j sont les entiers définis de manière unique par la relation $k = i + jd$. Par la suite, il ne sera pas nécessaire de tester les lignes $k + jd$ pour $j > 1$, car elles seront nécessairement dépendantes des précédentes, selon la caractéristique des indices de Kronecker indiquée précédemment.

3. RÉSULTATS EMPIRIQUES

Les données que nous allons analyser proviennent de la banque de données historiques (trimestrielles) de Balke et Gordon (1986) qui couvre la période de 1875 à 1983 inclusivement. L'échantillon considéré s'étend de 1954.1 à 1983.4 et comprend 120 observations. Les variables retenues sont le produit national brut réel (Y) , le taux d'intérêt commercial (R) , la base monétaire (B) , le multiplicateur monétaire ($m = M1/B$) et l'indice de prix implicite du produit national brut (P) . Comme la théorie statistique utilisée requiert la stationnarité des données, nous allons modéliser le logarithme naturel de chacune des variables (à l'exception toutefois du multiplicateur et du taux d'intérêt), différencié une ou deux fois suivant les besoins. Le vecteur de variables ainsi retenu sera $X_t = [(1 - L)\, ln\, (Y_t), (1 - L)^2 ln\, (P_t), (1 - L)\, (M1_t / B_t), (1 - L)\, R_t, (1 - L)^2 ln\, (B_t)]'$. Dans la suite de ce texte, les variables *Y, R, B, m* et *P* désigneront les formes transformées de ces mêmes variables, telles qu'apparaissant dans le vecteur X_t, et les relations de causalité identifiées doivent (au sens strict) être interprétées comme liant ces mêmes variables transformées. Par conséquent, le « produit national brut » doit être interprété comme le taux de croissance de ce dernier, le taux d'intérêt et le multiplicateur sont les changements (premières différences) de ces mêmes variables, tandis que le niveau des prix ainsi que la base monétaire correspondent aux changements de leurs taux de croissance respectifs.

La première phase de la spécification du modèle consiste à déterminer les indices de Kronecker, de même que les ordres des polynômes autorégressifs et de moyenne mobile, en appliquant la procédure de Nsiri et Roy (1992). Pour chaque ligne de la matrice de corrélations de Hankel, dont la dimension est fixée à 15, les niveaux marginaux de signification (*p-values*) associés aux statistiques S_N apparaissent au tableau 1 (le programme utilisé pour ce faire a été développé par Nsiri avec le logiciel *S* [Becker, Chambers et Wilks, 1988]). Pour obtenir plus de détails sur les statistiques associées à la procédure de raffinement, le lecteur pourra consulter Nsiri et Roy (1996). Les résultats nécessaires à la spécification du modèle sous la forme échelon sont les suivants :

i	n_i	p_i	q_i
1	1	1	0
2	1	0	1
3	1	1	1
4	2	0	1
5	2	1	0

où *i* est l'indice associé à la *i*-ième variable de X_t. Par la théorie exposée dans la première section, l'ensemble de ces valeurs est suffisant pour déterminer un modèle VARMA(1,1) sous la forme échelon :

$$X_t + \Phi X_{t-1} = \mu + u_t + \Theta u_{t-1}$$

où chaque matrice Φ et Θ contient des paramètres égaux à 0 par les contraintes de spécification. L'estimation de ce modèle a été effectuée par maximum de vraisemblance conditionnelle à l'aide d'un algorithme défini dans Lütkepohl (1991 : chapitre 8). Les résultats de l'estimation sont :

$$\hat{\Phi}=\begin{pmatrix} 0,18 & -0,01 & 0,51 & 0,08 & 0,40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,13 & -0,17 & 0,88 & 0,21 & 0,42 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,12 & -0,44 \end{pmatrix},\ \hat{\Theta}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,07 & -0,71 & -0,15 & 0,08 & 0,17 \\ 0,25 & -0,02 & 0,27 & -0,51 & -0,35 \\ 0,16 & 0,37 & -0,38 & 0,61 & 0,03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

avec les écarts-types

$$\sigma_{\hat{\Phi}}=\begin{pmatrix} 0,09 & 0,20 & 0,12 & 0,07 & 0,16 \\ - & - & - & - & - \\ 0,34 & 0,19 & 0,30 & 0,17 & 0,34 \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & 0,03 & 0,08 \end{pmatrix},\ \sigma_{\hat{\Theta}}=\begin{pmatrix} - & - & - & - & - \\ 0,03 & 0,07 & 0,06 & 0,03 & 0,08 \\ 0,35 & 0,19 & 0,31 & 0,16 & 0,36 \\ 0,06 & 0,23 & 0,16 & 0,07 & 0,23 \\ - & - & - & - & - \end{pmatrix}.$$

TABLEAU 1

SPÉCIFICATION DES INDICES DE KRONECKER

Ligne	S_N	*p-value*
1	45,6	0
2	95,1	0
3	65,9	0
4	28,3	0,01
5	68,9	0
6	6,7	0,75
7	9,2	0,51
8	11,7	0,30
9	21,9	0,02
10	21,1	0,01
14	3,7	0,89
15	13,1	0,11

Quant aux constantes, elles sont non significatives :

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} 0,003 \\ 0,000 \\ 0,007 \\ -0,003 \\ 0,001 \end{pmatrix}, \quad \sigma_{\hat{\mu}} = \begin{pmatrix} 0,002 \\ 0,003 \\ 0,006 \\ 0,004 \\ 0,001 \end{pmatrix}.$$

Les tests de causalité sont basés sur les conditions de non-causalité développées dans Dufour, Nsiri et Tessier (1994), utilisant la représentation autorégressive du processus. Sous forme autorégressive, le modèle devient

$$X_t + \sum_{k=1}^{\infty} \Pi_k X_{t-k} = u_t$$

et dans le cas particulier d'un processus ARMA(1,1) multivarié, les paramètres de la représentation autorégressive sont donnés par les expressions suivantes :

$$\Pi_1 = \Phi - \Theta, \quad \Pi_k = \Theta\Pi_{k-1} \quad k = 2,3,...$$

Par la proposition 2 de Dufour, Nsiri et Tessier (1994), une condition suffisante pour que X_j ne cause pas X_i est :

$$\pi_{ijk} = 0, \qquad \text{pour } k = 1,2,...,\bar{p}_{ij}$$

où

$$\bar{p}_{ij} = Max_{1 \le k \le m} \{deg(\Theta^*_{ik}) + deg\,(\Phi_{kj})\}$$

et $\Theta^*(z)$ est la matrice des cofacteurs de $\Theta(z)$, soit $\Theta^*(z) = |\Theta(z)|\,\Theta\,(z)^{-1}$. Dans le cas du modèle estimé précédemment, ces valeurs sont égales à :

$$deg(\Theta^*) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; deg(\Phi) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \bar{p}_{ij} = \begin{pmatrix} - & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & - & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & - & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & - & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & - \end{pmatrix}$$

Par conséquent, pour tout $i \neq j$, la condition

$$H_{ij0} : \pi_{ijk} = 0, \quad k = 1,2,3,4$$

est nécessaire et suffisante pour que $X_j \not\rightarrow X_i$, et la condition linéaire

$$H^{(1)}_{ij0} : \phi_{ij} - \theta_{ij} = 0$$

est nécessaire à la non-causalité. Si on rejette $H^{(1)}_{ij0}$, on peut alors rejeter l'hypothèse de non-causalité. Comme cette dernière hypothèse est facile à tester et ne pose pas de problèmes de régularité, nous allons nous concentrer sur celle-ci.

La statistique utilisée pour tester chacune des hypothèses $H_{ij0}^{(1)}$ sera celle du quotient de vraisemblance :

$$\tau_{LR} = 2[L(\hat{\theta}) - L(\hat{\theta}^0)]$$

où L est le logarithme de la vraisemblance, que l'on évalue aux valeurs non contrainte et contrainte de l'estimateur ($\hat{\theta}$ et $\hat{\theta}^0$). Sous $H_{ij0}^{(1)}$, la distribution asymptotique de J_{LR} est χ^2 avec 1 degré de liberté. Les résultats de ces tests apparaissent au tableau 2.

TABLEAU 2

RÉSULTATS DES TESTS DE CAUSALITÉ

H_0	Condition	τ_{LR}
$Y \nrightarrow P$	nécessaire	5,58*
$Y \nrightarrow m$	nécessaire	4,74*
$Y \nrightarrow R$	nécessaire	5,51*
$Y \nrightarrow B$	exacte	—
$P \nrightarrow Y$	nécessaire et suffisante	0,00
$P \nrightarrow m$	nécessaire	2,86
$P \nrightarrow R$	nécessaire	1,94
$P \nrightarrow B$	exacte	—
$m \nrightarrow Y$	nécessaire et suffisante	13,46*
$m \nrightarrow P$	nécessaire	4,16*
$m \nrightarrow R$	nécessaire	2,62
$m \nrightarrow B$	exacte	—
$R \nrightarrow Y$	nécessaire et suffisante	1,48
$R \nrightarrow P$	nécessaire	6,92*
$R \nrightarrow m$	nécessaire	16,16*
$R \nrightarrow B$	nécessaire et suffisante	15,32*
$B \nrightarrow Y$	nécessaire et suffisante	6,19*
$B \nrightarrow P$	nécessaire	4,06*
$B \nrightarrow m$	nécessaire	4,30*
$B \nrightarrow R$	nécessaire	0,04

NOTE : Les statistiques affectées d'une étoile signifient le rejet de l'hypothèse nulle.

De ces résultats, nous constatons que les variables monétaires (base et multiplicateur) ont une forte relation causale avec le revenu, confirmant ainsi les conclusions d'études antérieures sur l'importance des variables monétaires pour l'évolution du revenu national (Sims, 1972, 1980a et Boudjellaba, Dufour et Roy, 1992). On notera, en outre, que la relation de causalité entre la base et le revenu est unidirectionnelle (de la base vers le revenu). La base cause aussi le multiplicateur de façon unidirectionnelle.

Par contre, à la différence de Sims (1980b) ainsi que Litterman et Weiss (1985), pour les États-Unis, et de Boudjellaba, Dufour et Roy (1992, 1994), pour le Canada, qui ont tous trouvé une relation «causale» importante allant du taux d'intérêt vers le revenu (ou la production), nous voyons ici que le taux d'intérêt semble avoir peu d'influence directe sur le revenu. Toutefois, il y a une forte relation causale et unidirectionnelle qui va du taux d'intérêt vers le multiplicateur et la base. Le revenu, par ailleurs, cause le multiplicateur monétaire et le taux d'intérêt, mais pas la base. Le niveau des prix, enfin, est causé par la base, le multiplicateur et le taux d'intérêt, mais n'a pas d'influence significative sur les autres variables du système. Ces résultats suggèrent la structure causale représentée par la figure 1 (où $x \longrightarrow y$ signifie que «x cause y» au sens de Granger).

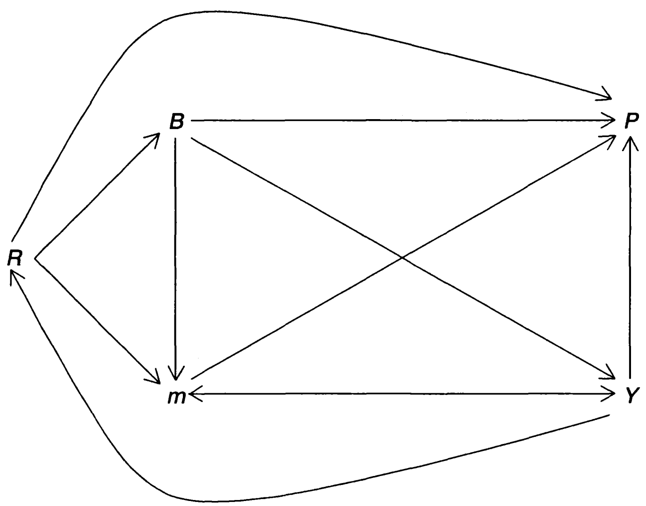
Nous n'avons pas tenté d'analyser en détail les facteurs qui contribuent le plus au contraste entre nos résultats et ceux des études mentionnées plus haut. Ces facteurs sont potentiellement nombreux : la forme du modèle est plus générale (modèle VARMA plutôt que VAR), la variable monétaire est décomposée en deux éléments (base et multiplicateur), les variables sont stationnarisées dans certains cas de manière différente, etc. Enfin, il est important de noter que Sims (1980b) ainsi que Litterman et Weiss (1985) ne présentent pas de tests formels de non-causalité (au sens de Granger), mais utilisent plutôt des décompositions de variance qui peuvent facilement conduire à des conclusions trompeuses sur les structures de «causalité»; voir Dufour et Tessier (1993). De toute manière, contrairement à Sims (1980b) et Litterman et Weiss (1985), nous concluons ici que le taux d'intérêt ne cause pas directement le revenu, mais peut avoir une influence indirecte sur celui-ci dans la mesure où il cause les variables monétaires (à savoir la base et le multiplicateur). Le caractère endogène du multiplicateur est, bien sûr, tout à fait attendu par suite des ajustements de portefeuille associés aux fluctuations de taux d'intérêt. L'endogénéité de la base par rapport au taux d'intérêt pourrait refléter le fait que celle-ci s'ajuste (ou est ajustée par les autorités monétaires) de façon à atteindre une cible de taux d'intérêt.

CONCLUSION

Les conditions de non-causalité dans les modèles VARMA apparaissent souvent difficiles à tester. Cet article démontre que la procédure de spécification de Nsiri et Roy (1992, 1996) ainsi que les caractérisations des propriétés de non-causalité données dans Dufour, Nsiri et Tessier (1994) peuvent être utiles pour analyser les structures de causalité en macroéconomie. En effet, la modélisation VARMA obtenue de cette manière conduit typiquement à des modèles parcimonieux sur lesquels les hypothèses de non-causalité entre variables s'expriment sous la forme d'un nombre fini de restrictions sur les paramètres de la représentation autorégressive du modèle. De plus, ces restrictions se présentent naturellement suivant un ordre croissant de non-linéarité, la première restriction étant nécessairement linéaire. Par conséquent, les restrictions linéaires ainsi obtenues constituent des conditions nécessaires de non-causalité qui sont relativement faciles à tester. De plus, à partir de ces restrictions et en tenant compte des diverses contraintes imposées par la procédure de spécification, on peut souvent voir que ces conditions sont nécessaires et suffisantes.

FIGURE 1

STRUCTURE DE CAUSALITÉ D'UN MODÈLE À CINQ VARIABLES DE L'ÉCONOMIE AMÉRICAINE



En particulier, pour les cinq variables considérées, la méthodologie de Nsiri et Roy (1992, 1996) nous a permis d'obtenir un modèle VARMA d'un ordre remarquablement peu élevé, à savoir un modèle VARMA(1,1) avec de nombreuses restrictions de coefficients à zéro. Dans le cadre de ce modèle, nous avons trouvé que les variables monétaires (base et multiplicateur) causent (au sens de Granger) le revenu réel et les prix, tandis que le taux d'intérêt ne cause pas directement le revenu, mais a possiblement une influence indirecte sur ces variables en passant par les variables monétaires. Le niveau des prix, par ailleurs, apparaît comme une variable passive qui est causée par toutes les variables du système, mais sans influence sur celles-ci. Ces résultats paraissent donc compatibles avec une interprétation monétariste du mécanisme de transmission monétaire, du moins pour la période considérée.

BIBLIOGRAPHIE

AKAIKE, H. (1974), «Markovian Representation of Stochastic Processes and Its Application to the Analysis of ARMA Processes», *Annals of the Institute of Statistical Mathematics,* 26 : 363-387.

BALKE, N.S., et R.J. GORDON (1986), «Historical Data», dans R.J. GORDON (éd.), *The American Business Cycle: Continuity and Change* : 781-850. University of Chicago Press, Chicago, Illinois.

BECKER, R.A., J.M. CHAMBERS, et A.R. WILKS (1988), *The New S Language,* Wadsworth Edition, Pacific Grove.

BOUDJELLABA, H., J.-M. DUFOUR, et R. ROY (1992), «Testing Causality between Two Vectors in Multivariate ARMA Models», *Journal of the American Statistical Association,* 87 : 1081-1090.

BOUDJELLABA, H., J.-M. DUFOUR, et R. ROY (1994), «Simplified Conditions for Non-Causality between Vectors in Multivariate ARMA Models», *Journal of Econometrics,* 62 : 271-287.

BOX, G.E.P., et G.M. JENKINS (1976), *Time Series Analysis : Forecasting and Control,* Holden-Day, San Francisco.

CHRISTIANO, L.J., et L. LJUNGQVIST (1988), «Money Does Granger Cause Output in the Bivariate Money-Output Relation», *Journal of Monetary Economics,* 22 : 217-235.

COOPER, D.M., et E.F. WOOD (1982), «Identifying Multivariate Time Series Models», *Journal of Time Series Analysis,* 3 : 153-164.

DUFOUR, J.-M., S. NSIRI, et D. TESSIER (1994), «Parsimonious Autoregressive Conditions for Non-Causality in Multivariate ARMA Models», *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section* : 129-134.

DUFOUR, J.-M., et D. TESSIER (1993), «On the Relationship between Impulse Response Analysis, Innovation Accounting and Granger Causality», *Economics Letters,* 42 : 327-333.

DUFOUR, J.-M., et D. TESSIER (1996), «Causality Tests under VAR and VARMA: A Comparative Study», document de travail, C.R.D.E., Université de Montréal.

EBERTS, R.W., et B.M. STEECE, (1984), «A Test for Granger Causality in a Multivariate ARMA Model», *Empirical Economics,* 9 : 51-58.

FEIGE, E.L., et D.K. PEARCE (1979), «The Casual Causal Relationship between Money and Income: Some Caveats for Time Series Analysis», *Review of Economics and Statistics,* 61 : 521-533.

GEWEKE, J., R. MEESE, et W.T. DENT (1983), «Comparing Alternative Tests of Causality in Temporal Systems», *Journal of Econometrics,* 21 : 161-194.

GOURIÉROUX, C., et A. MONFORT (1990), *Séries temporelles et modèles dynamiques,* Economica, Paris.

GRANGER, C.W.J. (1969), «Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods», *Econometrica,* 37 : 424-438.

GUILKEY, D.K., et M.K. SALEMI (1982), «Small Sample Properties of Three Tests for Granger Causal Ordering in a Bivariate Stochastic System», *Review of Economics and Statistics,* 64 : 562-571.

HANNAN, E.J., et M. DEISTLER (1988), *The Statistical Theory of Linear Systems,* John Wiley and Sons, New York.

HANNAN, E.J., et L. KAVALIERIS (1984), «Multivariate Linear Time Series Models», *Advances in Applied Probability,* 10 : 492-561.

KANG, H. (1981), «Necessary and Sufficient Conditions for Causality Testing in Multivariate ARMA Models», *Journal of Time Series Analysis,* 2 : 95-101.

LITTERMAN, R.B., et L. WEISS (1985), «Money, Real Interest Rates, and Output: A Reinterpretation of Postwar U.S. Data», *Econometrica,* 53 : 129-156.

LÜTKEPOHL, H. (1991), *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlin.

LÜTKEPOHL, H., et D.S. POSKITT (1996), «Testing for Causation Using Infinite Order Vector Autoregressive Processes», *Econometric Theory,* 12 : 61-87.

LÜTKEPOHL, H., et D.S. POSKITT (1996), «Specification of Echelon-Form VARMA Models», *Journal of Business and Economic Statistics,* 14 : 69-79.

MONTMARQUETTE, C., et C. FOREST (1979), «Application et interprétation d'un test statistique de causalité à la politique fiscale et monétaire canadienne», *Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique,* XII : 282-291.

NELSON, C.R., et G.W. SCHWERT (1982), «Tests for Predictive Relationships between Time Series Variables: A Monte Carlo Investigation», *Journal of the American Statistical Association,* 77 : 11-18.

NEWBOLD, P., et S.M. HOTOPP (1986), «Testing Causality Using Efficiently Parametrized VARMA Models», *Applied Mathematics and Computation,* 20 : 329-348.

NSIRI, S., et R. ROY (1992), «On the Identification of ARMA Echelon Form Models», *Canadian Journal of Statistics,* 20 : 369-386.

NSIRI, S., et R. ROY (1996), «Identification of Refined ARMA Echelon Form Models for Multivariate Time Series», *Journal of Multivariate Analysis,* 56 : 207-231.

POSKITT, D.E. (1992), «Identification of Echelon Canonical Forms for Vector Linear Processes Using Least Squares», *The Annals of Statistics,* 20 :195-215.

RUNKLE, D.E. (1987), «Vector Autoregressions and Reality», *Journal of Business and Economic Statistics,* 5 : 437-442.

SIMS, C.A. (1972), «Money, Income and Causality», *American Economic Review,* 62 : 540-552.

SIMS, C.A. (1980a), «Macroeconomics and Reality», *Econometrica,* 48 : 1-48.

SIMS, C.A. (1980b), «Comparison of Interwar and Postwar Business Cycles: Monetarism Reconsidered», *American Economic Review,* 70 : 250-257.

STOCK, J.H., et M.W. WATSON (1989), «Interpreting the Evidence on Money-Income Causality», *Journal of Econometrics,* 40 : 161-181.

THOMA, M.A. (1994), «Subsample Instability and Asymmetries in Money-Income Causality», *Journal of Econometrics,* 64 : 279-306.

TIAO, G.C., et G.E.P. BOX (1981), «Modeling Multiple Time Series with Applications», *Journal of the American Statistical Association,* 76 : 802-816.

TIAO, G.C., et R.S. TSAY (1989), «Model Specification in Multivariate Time Series», *Journal of the Royal Statistical Society,* 51 : 157-213.

TODD, R.M. (1991), «Vector Autoregressive Evidence on Monetarism: Another Look at the Robustness Debate», *Quarterly Review of the Federal Reserve Bank of Minneapolis,* Spring.

TSAY, R.S. (1989a), «Identifying Multivariate Time Series Models», *Journal of Time Series Analysis,* 10 : 357-372.

TSAY, R.S. (1989b), «Parsimonious Parametrization of Vector ARMA Models», *Journal of Business and Economic Statistics,* 7 : 327-341.

WIENER, N. (1956), «The Theory of Prediction», dans E.F. BECKENBACK (éd.), *Modern Mathematics for Engineers* (Series 1), McGraw-Hill, New-York, chapitre 8.