« Asymétrie d’information et marchés financiers : une synthèse de la littérature récente »

Bruno Biais et Thierry Foucault

L'Actualité économique, vol. 69, n° 1, 1993, p. 8-44.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 69, n° 1, mars 1993

ASYMÉTRIE D'INFORMATION ET MARCHÉS FINANCIERS : UNE SYNTHÈSE DE LA LITTÉRATURE RÉCENTE*

Bruno BIAIS
Thierry FOUCAULT
Département Finance-Économie
Groupe HEC, France

RÉSUMÉ – Cet article est une synthèse des recherches récentes en matière d'asymétrie d'informations sur les marchés financiers. L'impact de différentes hypothèses sur l'existence et l'efficience informationnelle des équilibres est étudié. Le cas de la concurrence parfaite est d'abord analysé (Grossman et Stiglitz, 1980). Puis la concurrence imparfaite est analysée. On distingue deux cas, selon que le bruit qui empêche le prix d'être parfaitement révélateur provient d'une offre exogène (Kyle, 1985, 1989), ou d'une dotation aléatoire des agents informés (Glosten, 1989; Bhattacharya et Spiegel, 1990; Bossaerts et Hughson, 1991). Dans le premier cas, l'équilibre existe toujours. Dans le second cas, il n'existe que si le bruit est assez élevé ou si le support de sa distribution est borné.

ABSTRACT – *Asymmetric Information and Financial Markets : A Synthesis.* The impact of different hypotheses on the existence and informativeness of rational expectations equilibria is analyzed within a simple synthetic model. The case of perfect competition is first analyzed (Grossman and Stiglitz, 1980). Second imperfect competition with exogenous noise trading is studied (Kyle 1985, 1989). Informational efficiency is lower than in the previous case, because of the strategic behaviour of the insider. Third, imperfect competition without noise trader, but with unknown random endowments of the informed agent is analyzed (Glosten, 1989; Bhattacharya and Spiegel, 1990; Bossaerts and Hughson, 1991). In contrast with the previous case, equilibrium exists only if there is enough noise.

INTRODUCTION

L'asymétrie d'information sur les marchés financiers a été la source de deux voies de recherche bien distinctes. La première (initiée par Bhattacharya, 1979; Ross, 1977; Leland et Pyle, 1977...), essentiellement préoccupée par les asymétries d'information existant entre les investisseurs et les entrepreneurs, étudie comment il est possible de résoudre ces asymétries en utilisant la théorie des signaux. La résolution de l'asymétrie

* Nous remercions la FNEGE pour son aide financière.

d'information passe alors, en général, par l'utilisation de variables étrangères au marché (les dividendes, la part personnelle investie dans son projet par l'entrepreneur, etc...) qui permettent aux agents non informés d'obtenir des informations sur la valeur du projet dans lequel ils doivent investir.

La seconde voie de recherche (initiée par Grossman, 1976) étudie les asymétries d'information entre investisseurs. Elle s'attache à montrer, en utilisant les concepts développés par la théorie des équilibres en anticipations rationnelles, que le prix d'un titre financier peut permettre de résoudre les asymétries d'information existant entre les agents ayant accès à des informations privilégiées sur la valeur du titre (les initiés) et les autres agents (les agents non informés). Un agent recevant une information favorable sur la valeur d'un actif, cherche à profiter de cette information en plaçant des ordres d'achat. Cet accroissement de la demande provoque une augmentation du prix, qui signale ainsi son information privilégiée. Si les agents non informés anticipent correctement la relation qui peut exister entre le prix et l'information de l'initié, ils peuvent ainsi pour chaque niveau de prix faire des inférences sur l'information privée. L'article de Grossman (1976) fournit une modélisation de cette situation. Il donne ainsi un fondement micro-économique à la notion d'efficience informationnelle des marchés financiers.

Mais ce résultat pose un problème. Si le prix transmet toute l'information privée, l'initié ne peut tirer de profit de son information. Dans ce cas, si l'information est coûteuse il n'a pas intérêt à l'acquérir. C'est ce problème que formalise Grossman et Stiglitz (1980) en montrant que l'acquisition coûteuse d'information, nécessite que le prix d'équilibre ne soit pas parfaitement révélateur.

Les travaux plus récents sur la transmission d'information par les prix (Kyle, 1985; Kyle, 1989; Gale et Hellwig, 1989; Laffont et Maskin, 1990...) abandonnent l'hypothèse d'un comportement concurrentiel des agents informés. Les résultats obtenus semblent moins clairs et beaucoup plus divers. D'une part, les articles de Kyle (1985) et Kyle (1989) montrent que, conformément à la première intuition, lorsque les agents informés sont conscients de leur impact sur les prix, l'efficience informationnelle des prix est diminuée. D'autre part, les articles de Gale et Hellwig (1989) et de Laffont et Maskin (1990) montrent que lorsque les agents informés ont un comportement non concurrentiel plusieurs équilibres peuvent être obtenus et que le degré d'efficience informationnelle du prix d'équilibre dépend dans ce cas de l'équilibre considéré. Laffont et Maskin (1990), par exemple, obtiennent un équilibre dans lequel toute l'information de l'agent informé est révélée et un équilibre dans lequel aucune information n'est révélée par le prix d'équilibre. Enfin d'autres articles (Glosten, 1989; Bhattacharya et Spiegel, 1990; Bossaerts et Hughson, 1991) mettent en évidence que lorsque l'agent informé a un comportement non concurrentiel, les conditions d'existence des équilibres sont plus restrictives que dans le cas concurrentiel alors que l'article de Kyle (1985) suggère l'inverse.

Il n'est pas facile de repérer la cause ou les causes pour lesquelles ces articles diffèrent. En effet, s'ils utilisent en général un ensemble d'hypothèses communes (par exemple la normalité des distributions pour les variables aléatoires), ils diffèrent par un grand nombre d'hypothèses (degré d'aversion au risque des agents, qualité de leur information, structure de marché considérée, dotations en actifs risqués des agents, etc...). L'objectif de cet article est donc de faire le point sur ces recherches en matière de transmission de l'information par les prix, en s'attachant à présenter les diverses contributions dans le cadre d'un modèle synthétique, de façon à pouvoir mesurer la sensibilité des résultats obtenus à une variation des hypothèses. De ce fait, cet article ne cherche pas l'exhaustivité. De nombreux travaux intéressants ne sont pas présentés. Nous n'abordons pas, par exemple, les articles consacrés au problème du coût de l'information et à la décision de vendre ou d'acheter de l'information (Verrechia, 1982; Admati et Pfleiderer, 1986; Allen, 1990...).

Dans la première section, nous discutons les hypothèses qui sont utilisées le plus souvent dans les modèles avec transmission de l'information par les prix. Nous distinguons en particulier les hypothèses qui sont communes à tous les modèles des hypothèses qui semblent pouvoir expliquer des différences de résultats. La seconde section est consacrée à la présentation des principaux résultats obtenus en matière de transmission de l'information par les prix lorsqu'on suppose que les agents informés ont un comportement concurrentiel. Nous utilisons pour cela une version simplifiée du modèle de Grossman et Stiglitz (1980). Dans la troisième section, nous modifions le modèle utilisé dans la deuxième section, en supposant que les agents informés ont un comportement non concurrentiel. Nous étudions successivement deux cas. D'abord, le cas où l'initié n'a pas de dotation en actif risqué et où il existe une offre de titre exogène, puis le cas où l'initié a une dotation en actif risqué et où il n'existe pas d'offre exogène. Dans le premier cas, nous obtenons, dans le cadre d'un modèle simplifié, des résultats similaires à ceux de Kyle (1985, 1989). Dans le second cas nous obtenons les mêmes résultats que Glosten (1989) et nous discutons les liens qu'entretient cet équilibre avec ceux obtenus dans les modèles de Bhattacharya et Spiegel (1990) et Bossaerts et Hughson (1991). À chaque fois nous comparons les résultats obtenus avec ceux de la première section, en particulier en matière d'efficience informationnelle. Finalement, nous nous interrogeons sur les différences qui existent entre ces deux cas. La différence la plus marquée concerne la question de l'existence et de l'unicité de l'équilibre. Ce problème est discuté au regard des résultats de Laffont et Maskin (1990) et de Rochet et Vila (1991).

1. Hypothèses

Dans cette section, nous présentons les hypothèses qui sont traditionnellement utilisées dans les modèles formalisant la transmission d'information par les prix. Nous donnons également la plupart des notations qui seront utilisées par la suite.

L'économie

H.1 Il existe un seul actif risqué et un actif sans risque de rendement nul. L'actif sans risque sert de numéraire. On note la valeur finale de l'actif risqué :

$$V = S + E$$

S et E sont normalement distribués de moyenne nulle et de variances respectives σ_s^2 et σ_e^2. De plus, on suppose que S et E sont des variables aléatoires indépendantes. L'économie ne comporte qu'une période. L'actif risqué est échangé au début de la période au prix P et sa valeur (V) est révélée à la fin de la période.

H.2 Les agents ont une utilité exponentielle négative (aversion au risque constante).

$$U_k(W_k) = -\,\mathrm{EXP}(-\,A_k.W_k)$$

(W_k est la richesse finale de l'agent d'indice k et $U_k(.)$ la fonction d'utilité).

Dans certains cas, on considère qu'un groupe d'agents est neutre au risque ($A_k = 0$). Les hypothèses H.1 et H.2 sont fortes. Cependant elles sont pratiquement toujours faites car elles permettent d'obtenir un cadre moyenne-variance et des résultats simples, en particulier en ce qui concerne le calcul du prix d'équilibre, la formulation des anticipations et de la demande des agents[1].

H.3 Les agents se répartissent en deux groupes distincts.

(1) Les agents informés qui observent la réalisation de S. Ils reçoivent donc une information bruitée sur la valeur de liquidation de l'actif risqué. Le nombre d'agents informés est noté M.

(2) Les agents non informés qui ne reçoivent aucun signal sur la valeur future de l'actif risqué. Cependant ces agents prennent en compte l'information relative à V qui est contenue dans le prix d'équilibre. Le nombre d'agents non informés est noté N.

Chaque agent détermine sa demande de façon à maximiser son espérance d'utilité conditionnellement à l'information dont il dispose

1. Laffont et Maskin (1990) et Ausubel (1990) font exception à cette règle.

(notée F_k). Si de plus on suppose que la richesse finale des agents est normalement distribuée conditionnellement à F_k alors sous les hypothèses H.1 et H.2, les demandes des agents dépendent du prix d'équilibre P de l'espérance conditionnelle de la valeur future de l'actif risqué : $E_k(V|F_k)$ et de sa variance conditionnelle : $\Sigma k(V|F_k)$. L'information d'un agent informé est constituée par l'observation de S. Celle des agents non informés est constituée par l'observation du prix d'équilibre dans la mesure où ceux-ci sont conscients que le prix d'équilibre dépend du signal S.

On notera $Q_k(P, F_k)$ la demande d'un investisseur ayant une information F_k et X l'offre globale d'actif risqué. Le prix d'équilibre est déterminé par la condition d'équilibre du marché de l'actif risqué :

$$\sum_{k=1}^{N+M} Q_k\left(P, F_k\right) = X$$

Le prix d'équilibre dépend de X et S. La forme fonctionnelle de ce prix d'équilibre est déterminée précisément par la façon dont les agents formulent leurs anticipations (calculent $E_k(V|F_k)$). C'est à ce niveau qu'intervient l'hypothèse d'anticipations rationnelles.

H.4 On suppose que les agents ont des anticipations rationnelles. Ceci signifie que les agents formulent leurs anticipations sur la base de la relation fonctionnelle qui s'établit effectivement à l'équilibre entre : le prix d'équilibre, X et S. La connaissance de cette relation leur permet de déterminer la distribution jointe de V et P. L'ensemble d'information d'un agent non informé (noté par la suite F_u) comprend donc non seulement l'observation du prix d'équilibre mais aussi la relation qui lie ce prix à la réalisation de X et S. Ceci implique qu'il n'est pas possible de déterminer séparément les fonctions de demande et le prix d'équilibre. Les fonctions de demande obtenues sont les fonctions de demande se réalisant à l'équilibre[2].

Si les agents informés reçoivent tous le même signal S, le prix d'équilibre ne rentre pas dans l'ensemble d'information de l'agent informé. On pourrait également supposer que les signaux reçus diffèrent d'un agent à l'autre. Le prix d'équilibre dépend alors des signaux particuliers de chaque agent. Il agrège l'information des différents agents informés. Un agent informé peut dans ce cas espérer améliorer sa connaissance de la valeur future de V en inférant du prix d'équilibre une information sur les signaux obtenus par les autres agents. Son ensemble d'information est alors consti-

2. Il existe d'autres possibilités pour formaliser les anticipations des agents. On pourrait supposer par exemple dans un modèle dynamique que les agents ne peuvent utiliser que l'information contenue dans les prix passés (voir Hellwig, 1982). Une autre façon de modéliser la formation des anticipations par les agents est de supposer que ceux-ci sont « myopes ». Ils ne prennent en compte pour formuler leurs anticipations que l'information qu'ils possèdent et pas celle qui est contenue dans le prix d'équilibre. Pour un exemple voir Larnac (1990).

tué à la fois de son signal et du prix d'équilibre. Ce cas est étudié par exemple dans Grossman (1976), Hellwig (1980), Diamond et Verrechia (1981), Gennote et Leland (1990), Kyle (1989)...Ces modèles sont à la fois des modèles de transmission et d'agrégation de l'information par les prix. L'analyse est plus complexe mais n'est pas fondamentalement modifiée par rapport au cas où les agents informés reçoivent tous le même signal. C'est pourquoi nous nous limitons ici à l'hypothèse simplificatrice d'un seul signal.

Les quatre hypothèses (H1, H2, H3, H4) sont faites, à quelques exceptions près, par tous les modèles étudiant la transmission d'information par les prix. D'autres hypothèses, relatives au comportement des agents informés et à l'origine de l'offre aléatoire(X) diffèrent d'un modèle à l'autre. Elles expliquent ainsi en partie la diversité des résultats qui sont obtenus.

Comportement des agents informés : concurrentiel ou non concurrentiel (H.5, H.5 bis)

Les premiers modèles (Grossman, 1976; Grossman et Stiglitz, 1980) qui ont étudié la transmission d'information par les prix font l'hypothèse que les agents informés ont un comportement concurrentiel (ils sont *price-taker*). Ils placent leurs ordres de vente ou d'achat sans prendre en compte l'impact de ceux-ci sur la réalisation du prix d'équilibre et la quantité d'information transmise par celui-ci aux agents non informés. Dans une économie où le nombre d'agents informés est fini, cette hypothèse est peu réaliste (ce point a été mis en évidence initialement par Hellwig, 1980). En effet, les agents informés disposent d'un pouvoir de marché du fait de leur information. Ceci se traduit explicitement par le fait que le prix d'équilibre dépend directement des signaux reçus par les agents informés. Hellwig (1980) montre qu'une façon de sauvegarder cette hypothèse est de supposer que le nombre des agents informés est infini. Une hypothèse alternative est de supposer que les agents informés ont en fait un comportement non concurrentiel et qu'ils déterminent leur demande de façon stratégique, en prenant en compte l'impact de leurs transactions sur le prix d'équilibre.

Selon que les agents sont concurrentiels ou non, des résultats complètement différents sont obtenus, en particulier en ce qui concerne les propriétés informationnelles ou les cas d'inexistence des équilibres. On présentera donc successivement une modélisation de la transmission de l'information par les prix lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel et lorsqu'ils ont un comportement non concurrentiel.

Bruit : exogène ou endogène (H.6, H.6 bis)

Supposons que l'offre d'actifs risqués (X) soit observée par tous les agents quel que soit leur type. Si le prix d'équilibre $P(S,X)$ est inversible en

S, alors les agents non informés vont pouvoir inférer parfaitement le signal des agents informés en observant le prix d'équilibre. Dans ce cas, l'équilibre en anticipations rationnelles est dit parfaitement révélateur.

Une hypothèse alternative est que l'offre d'actif risqué (X) est aléatoire et non observable. Quant à l'origine de cet aléa, deux hypothèses alternatives sont formulées. Soit que l'on considère que l'offre d'actif risqué est le fait d'agents extérieurs (*noise traders* ou *liquidity traders*) qui échangent un montant (X) d'actif déterminé de façon exogène. Soit que l'on considère que les agents informés ont des dotations aléatoires en actifs risqués, normalement et indépendamment distribuées, dont la somme (X) constitue l'offre d'actif risqué[3]. Lorsque les agents informés ont un comportement concurrentiel, les résultats obtenus sont indifférents au type de bruit utilisé (*noise-trading* ou dotations aléatoires). En revanche, lorsque les agents informés ont un comportement non concurrentiel, la nature et les propriétés des équilibres obtenus ne sont pas les mêmes selon que l'on considère que le bruit provient du *noise trading* ou de dotations aléatoires (ce point est souligné dans Gale et Hellwig, 1989). En fait, lorsque l'information transmise par le prix est bruitée par les dotations aléatoires des agents informés, le niveau du bruit est variable. Il dépend en particulier du poids des dotations des agents informés dans leur volume d'échange. Or, ce poids varie en fonction de l'aversion au risque des agents informés et de la qualité de l'information qu'ils reçoivent. Le bruit n'est plus donné de manière exogène, mais il est en quelque sorte endogène car il dépend de l'équilibre considéré et en particulier de l'aversion au risque des agents informés et de la précision de leur information $(\sigma_e^2)^{-1}$. La comparaison des résultats obtenus par Kyle (1985) et Glosten (1989) fournit un exemple du caractère déterminant de l'une ou l'autre de ces hypothèses.

L'offre aléatoire X est supposée normale, centrée, de variance σ_x^2. Enfin, on suppose que les variables aléatoires S, E et X sont indépendantes.

Les 6 hypothèses précédentes peuvent être modulées suivant les cas. Par exemple, de nombreux modèles considèrent que l'agent informé est monopoleur[4]. D'autres modèles supposent que les agents non informés ou informés sont neutres au risque. On peut également envisager un troisième type d'agent, intermédiaire entre l'agent informé et l'agent non informé qui n'observe pas de signal sur la valeur future de l'actif risqué mais qui observe un signal sur la réalisation de l'offre aléatoire[5]. Dans les modèles dans lesquels les agents informés ont des comportements stratégiques,

---

3. Pour simplifier, on suppose que les agents non informés ont une dotation en actif risqué toujours nulle.

4. Voir Kyle (1985), Laffont et Maskin (1990), Bhattacharya et Spiegel (1991)...

5. Voir Gennote et Leland (1990)

des hypothèses doivent être formulées sur la nature des équilibres considérés (nash-bayésien comme dans Kyle, 1989 ou Stackelberg comme dans Grinblatt et Ross, 1984 ou Bossaerts et Hughson, 1991).

Structure de marché

Deux types de structure de marché sont utilisés pour analyser la transmission d'information par les prix. Certains modèles analysent la transmission d'information par les prix lorsque les échanges s'effectuent sur un marché de type walrasien[6]. Nous entendons par là que les agents transmettent leurs ordres (c'est-à-dire leurs fonctions de demande) à un commissaire priseur qui ne prend pas part à l'échange mais fixe le prix afin de minimiser l'écart entre offre et demande.

D'autres modèles analysent la formation du prix sur les marchés de contrepartie[7]. Dans ce cas c'est aux teneurs de marché (*market-makers*) de fixer un prix pour chaque niveau de transactions. Ceux-ci sont parties prenantes dans les transactions puisqu'ils se portent contrepartie des ordres nets d'achat ou de vente. Dans la fixation de son prix, le *market-maker*, lorsqu'il existe des agents informés, est confronté à un problème d'antisélection. Il fixe son prix en essayant d'inférer le signal privé, à partir du flux d'ordres qu'il reçoit. Les prix cotés par les *market-makers* reflètent donc l'information qu'ils ont été en mesure d'obtenir grâce à leur position privilégiée qui leur permet d'observer le flux d'ordres. Lorsque ce type de microstructure est utilisé, il est pratiquement toujours supposé que les *market-makers* (les agents non informés) sont neutres au risque et qu'ils se livrent une concurrence à la Bertrand. Cette hypothèse simplifie énormément l'analyse du problème puisque ce type de concurrence entre les *market-makers* les oblige à coter tous le même prix, qui doit être égal à l'espérance de la valeur finale de l'actif risqué conditionnellement au flux d'ordres qu'ils reçoivent. Dans ce cas, les résultats obtenus (en particulier ceux de Kyle, 1985; Glosten, 1989) sont identiques à ceux que l'on obtiendrait sur un marché de type walrasien en supposant les agents non informés neutres au risque. Dans le cas où les *market-makers* sont averses au risque, l'analyse de la concurrence est plus complexe et il n'est pas certain que l'équivalence précédente soit vérifiée.

Un autre élément de microstructure important à prendre en compte lorsqu'on analyse la transmission d'information par les prix est le type d'ordre que peuvent transmettre les agents. Les agents peuvent transmettre deux types d'ordre : des ordres limite (une quantité conditionnellement à un prix) ou des ordres au mieux (une quantité inconditionnelle). On

6. Voir Grossman (1976), Grossman et Stiglitz (1980), Kyle (1989), Laffont et Maskin (1990)...

7. Voir Kyle (1985), Glosten et Milgrom (1985), Glosten (1989), Bossaerts et Hughson (1991)...

trouve les deux hypothèses dans la littérature. Le plus souvent les agents peuvent transmettre des ordres limites (Grossman et Stiglitz, 1980; Kyle, 1989....). Cependant dans certains cas, en particulier lorsqu'il est monopoleur, l'initié doit transmettre des ordres au mieux (Kyle, 1985; Glosten, 1989; Bhattacharya et Spiegel, 1990....).

2. ÉQUILIBRE EN ANTICIPATIONS RATIONNELLES ET CONCURRENCE PARFAITE

Nous analysons ici le processus de formation du prix d'équilibre sur un marché de type walrasien lorsque tous les agents sont concurrentiels et ont des anticipations rationnelles. Le modèle de Grossman et Stiglitz (1980) est représentatif du courant de littérature qui formalise la transmission d'information par les prix dans ces conditions. On dérive leurs principaux résultats dans un modèle très proche de celui qu'ils utilisent mais qui en diffère en ce que l'offre d'actif risqué est constituée par les dotations des agents informés[8]. En résumé, les hypothèses H.1, H.2, H.3, H.4, H.5 sont faites. De plus, on suppose que tous les agents informés (respectivement les agents non informés) ont le même paramètre d'aversion pour le risque A_i (respectivement A_u).

Équilibre

Chaque type d'agent formule sa demande en actif risqué de façon à maximiser l'espérance de l'utilité de sa richesse future, conditionnellement à son information F_k. Pour déterminer ces fonctions de demande, il faut donc résoudre le programme suivant :

$$Q_k\left(P\right) \in \arg\max E\left(-EXP\left(-A_k . W_k\right) \middle| F_k\right) \tag{1}$$

$$W_k = V.(Q_k + I_k) + C_0 - P.Q_k$$

(C_0 est le montant initial de numéraire de l'agent k. I_k est nul pour un agent non informé).

Si V est normalement distribuée conditionnellement à F_k, la condition du premier ordre du programme (1) nous donne la fonction de demande d'un agent de type k :

$$Q_k\left(P\right) = \frac{E\left(V \middle| F_k\right) - P}{A_k . \Sigma\left(V \middle| F_k\right)} - I_k \tag{2}$$

où $\Sigma(.|.)$ indique la variance conditionnelle.

---

8. On suppose que les agents informés ignorent l'impact de leur propre dotation sur l'offre totale (concurrence parfaite), cette hypothèse est relâchée dans la section suivante.

Pour un agent informé, on a $F_i = S$. On en déduit que la demande d'un agent informé s'écrit :

$$Q_i\left(P\right)=\frac{S-P}{A_i.\sigma_e^2}-I_i \tag{3}$$

L'ensemble d'information d'un agent non informé est constitué de l'observation du prix d'équilibre : P et de la connaissance de la relation fonctionnelle qui lie le prix d'équilibre au signal des agents informés (S) et à la réalisation de l'offre d'actifs risqués (X). La fonction de demande d'un agent non informé s'écrit donc :

$$Q_u\left(P\right)=\frac{E\left(V\,\middle|\,P\right)-P}{A_u.\Sigma\left(V\,\middle|\,P\right)} \tag{3bis}$$

Finalement, le prix d'équilibre P doit être tel que pour toutes réalisations de S et de X, le marché de l'actif risqué soit équilibré :

$$M.Q_i(P) + N.Q_u\,(P) = 0 \tag{4}$$

Il n'y a pas de technique générale pour rechercher la fonction P. Il faut en fait postuler une forme particulière pour cette fonction et vérifier ensuite qu'elle constitue bien un équilibre. Cette fonction n'est pas forcément unique. Comme pratiquement toujours dans ce cas, on cherchera seulement s'il existe un équilibre linéaire en S et X.

PROPOSITION 1 (Grossman et Stiglitz,1980)[9]

Sous toutes les hypothèses précédentes, il existe un équilibre en anticipations rationnelles linéaire, donné par :

$$P_M\left(S,X\right)=k.Z_M\equiv k.\left(S-\frac{A_i.\,\sigma_e^2.X}{M}\right) \tag{5}$$

$$k=\frac{\dfrac{M}{A_i.\,\sigma_e^2}+\dfrac{N.\sigma_s^2}{A_u.\sigma_{zm}^2\,\Sigma\left(V\,\middle|\,Z_M\right)}}{\dfrac{M}{A_i.\,\sigma_e^2}+\dfrac{N}{A_u.\Sigma\left(V\,\middle|\,Z_M\right)}}$$

où σ_{zm}^2 est la variance inconditionelle de Z_M.

9. Dans l'article de Grossman et Stiglitz, le bruit provient d'une offre exogène aléatoire. Mais formellement leur résultat est identique à celui obtenu ici.

La preuve de cette proposition n'est pas donnée ici en détail. On en esquisse seulement les points principaux. En utilisant les propriétés des espérances conditionnelles appliquées à des variables aléatoires normales, on peut écrire :

$$E\left(V \mid P\right) = E\left(V \mid Z_M\right) = \frac{\sigma_s^2 . Z_M}{\sigma_{zm}^2}$$

Comme les variables sont normales, $\Sigma(V|Z_M)$ ne dépend pas de la réalisation de Z_M. On en déduit que la demande d'un agent non informé s'écrit dans ce cas :

$$Q_u = \frac{\frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2} . Z_M - P}{A_u . \Sigma\left(V \mid Z_M\right)}$$

On peut alors vérifier en remplaçant P et Z_M par leur expression que la relation (4) est vérifiée pour tout S et tout X.

Prix d'équilibre et efficience informationnelle

L'observation du prix d'équilibre permet aux agents non informés d'inférer un signal Z_M sur la valeur future de l'actif. Cependant, ils ne peuvent pas inférer parfaitement le signal observé par les agents informés car ils n'observent pas la réalisation de X. Le prix d'équilibre ne révèle donc pas toute l'information privée. Intuitivement, ceci provient du fait que les échanges des agents informés ont deux composantes :

- Une composante informationnelle : par exemple une hausse de S incite l'agent informé à accroitre sa demande d'actif risqué.
- Une composante échange de risque : un accroissement de sa dotation incite l'agent informé à rééquilibrer son portefeuille d'actifs en vendant de l'actif risqué.

Une variation du prix d'équilibre peut être due à l'une ou l'autre de ces deux composantes, ce qui empêche l'agent non informé d'inférer parfaitement le signal reçu par les agents informés. La dotation aléatoire agrégée des agents informés introduit un bruit dans le prix d'équilibre et permet ainsi d'obtenir un équilibre qui ne soit pas parfaitement révélateur. Cependant, si les informés sont neutres face au risque $A_i = 0$, ou parfaitement informés $\sigma_e^2 = 0$, ou si leurs dotations sont connues des non informés σ_x^2 ou si le nombre des informés tend vers l'infini, alors le prix d'équilibre ne dépend plus que du signal S et l'équilibre est parfaitement révélateur. En dehors de ces cas limites, le prix fournit aux agents non informés une information moins précise que le signal obtenu par les agents informés. On peut le constater aisément en vérifiant que $\Sigma(V \mid Z_M) > \Sigma(V \mid S)$. Dans les 4 cas où l'équilibre est parfaitement révélateur, on a $\Sigma(V \mid Z_M) = \Sigma(V \mid S)$. On peut donc mesurer l'efficience informationnelle du système de prix par[10] :

$$\Sigma\left(V \mid P\right) = \Sigma\left(V \mid Z_M\right) = \sigma_e^2 + \sigma_s^2 \left(1 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2}\right)$$

Plus le système de prix est informatif, plus $\Sigma(V \mid Z_M)$ est petit et proche de $\Sigma(V \mid S) = \sigma_e^2$.

Afin d'obtenir une mesure normalisée, c'est-à-dire qui prenne la valeur 0 quand l'efficience informationnelle est nulle et 1 quand toute l'information est révélée, on définit :

$$K = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2}$$

K varie entre 0 et 1. Plus K est proche de 1 et plus le marché est informationnellement efficient. K représente la part de la variance du signal observé par les non informés Z_M qui est expliquée par la variance du signal des agents informés. Cette mesure sera utilisée dans la section suivante pour analyser l'impact du comportement stratégique sur la révélation d'information.

Coût d'information et efficience informationnelle

Dans le modèle de Grossman et Stiglitz la proportion d'agents informés est endogène. Pour devenir informé, un agent doit payer un coût c. Nous n'effectuons pas ici le raisonnement qui permet de dériver la proportion d'agents informés à l'équilibre. Cette proportion dépend en particulier des paramètres σ_x^2, σ_e^2, A_i, c. Grossman et Stiglitz montrent que plus le coût d'information est élevé, plus la proportion d'agents informés à l'équilibre est faible. D'autre part, ils montrent qu'il n'est pas possible de trouver une proportion d'agents informés d'équilibre (et donc un prix d'équilibre) si la dotation des initiés est parfaitement connue ($\sigma_x^2 = 0$), ou si leur information est parfaite ($\sigma_e^2 = 0$), ou s'ils sont neutres face au risque ($A_i = 0$). Dans ces 3 cas, le prix d'équilibre est parfaitement révélateur dès que M est non nul (voir équation (5)). Un agent informé ne peut espérer

10. Cette mesure est similaire à celle utilisée par Kyle (1985)

compenser son coût d'information par un profit supérieur à celui d'un agent non informé. Donc, aucun agent ne s'informe. Dans ces conditions, le prix ne révèle aucune information. Mais il devient alors intéressant pour au moins un agent de s'informer, malgré le coût d'information. Il est par conséquent impossible de trouver une proportion stable d'agents informés et donc un prix d'équilibre (puisque le prix d'équilibre dépend de cette proportion) lorsque le prix d'équilibre est parfaitement révélateur. Grossman et Stiglitz mettent ainsi en évidence une difficulté de la notion d'efficience informationnelle.

Dans les cas de neutralité au risque, d'information parfaite ou d'absence de bruit, il n'existe pas d'équilibre. Si ces 3 cas aboutissent au même résultat, les problèmes qu'ils posent ne sont cependant pas identiques.

L'absence d'équilibre dans les deux premiers cas est étroitement liée à l'hypothèse de comportement concurrentiel des agents informés. Cette hypothèse implique que dans ces deux cas, les agents informés ont des demandes infinies dès que le prix diffère de leur signal. Le seul prix d'équilibre possible est donc $P = S$. Mais ce comportement concurrentiel est myope, car les transactions des informés ont un impact sur les prix. Une façon de résoudre ce problème et de retrouver un équilibre qui ne soit pas parfaitement révélateur, est donc de lever l'hypothèse de comportement concurrentiel. (voir la section suivante; Kyle, 1989; Kyle, 1985....). Une autre approche consiste à conserver l'hypothèse de comportement concurrentiel, mais en supposant que les agents doivent acquitter des coûts de transactions (Biais et Foucault, 1990). Dans ces conditions, les agents informés ont une incitation à ne pas placer des ordres infinis. Ceci permet que l'équilibre ne soit pas totalement révélateur lorsque les agents informés sont neutres au risque ou lorsqu'ils ont une information parfaite. Il se peut même que dans certains cas, un accroissement des coûts de transaction provoque un accroissement de la proportion d'agents informés à l'équilibre.

Lorsque $\sigma_x^2 = 0$, le problème vient non pas de l'hypothèse de comportement concurrentiel mais de l'absence de bruit. Dans ce cas, les agents non informés sont en mesure d'inférer parfaitement l'information des agents informés. Si les agents informés doivent acquitter un coût d'information, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre.

3. ÉQUILIBRE EN ANTICIPATIONS RATIONNELLES ET CONCURRENCE IMPARFAITE

L'objet de cette section est d'analyser les propriétés des équilibres obtenus lorsque les agents déterminent leur demande d'actif risqué en prenant en compte leur impact sur la réalisation du prix d'équilibre. La plupart des modèles qui étudient cette question font l'hypothèse que l'agent informé est monopoleur (voir Grinblatt et Ross, 1984; Kyle, 1985;

Laffont et Maskin, 1990,...). Nous retiendrons également cette hypothèse simplificatrice. Par ailleurs, nous supposons encore que la structure du marché est walrasienne de façon à pouvoir comparer les résultats obtenus avec ceux de la section précédente. Cette structure de marché n'est pas celle étudiée dans tous les articles consacrés à l'étude de la transmission d'information par les prix lorsque les agents informés ont un comportement stratégique. Gould et Verrechia (1985), Kyle (1985), Glosten (1989), Bossaerts et Hughson (1991), se placent dans le cadre d'un marché de contrepartie. On montre cependant que les résultats obtenus ici ne diffèrent pas de ceux de Kyle ou Glosten. Quant à l'origine du bruit, qui prévient la révélation parfaite de l'information, on distingue deux cas que nous nommons respectivement jeu 1 et jeu 2 : soit que le bruit provienne d'une offre d'actif risqué exogène et aléatoire, soit qu'il provienne des dotations non observables des agents informés[11].

3.1 *Offre exogène aléatoire : jeu 1*

Supposons qu'il existe un seul agent informé. Le marché auquel il est confronté n'est pas en général infiniment liquide. L'agent informé fait face à une fonction inverse de demande résiduelle dont la pente n'est pas nulle. Il dispose donc d'un pouvoir de monopole. Dans ces conditions, l'initié va placer ses ordres de manière stratégique en prenant en compte son impact sur les prix. Il est alors confronté au dilemme habituel entre effet quantité et effet prix. Si l'initié reçoit un signal très élevé, il a intérêt à échanger une quantité importante, mais ce faisant il risque de provoquer une forte variation du prix qui diminuera ses possibilités de profit. Si les agents informés sont conscients de ce phénomène (c'est-à-dire s'ils ne sont pas *price-taker*), on peut s'attendre à ce que, toutes choses égales par ailleurs, ils réduisent leur volume de transaction par rapport au cas concurrentiel, et en particulier la sensibilité de ce volume à leur signal, de façon à limiter finalement l'efficience informationnelle du prix d'équilibre. L'analyse qui suit modélise et confirme cette intuition dans le cas où l'agent informé est unique.

L'analyse du comportement de l'agent informé est plus complexe que celle d'un monopoleur traditionnel. En effet, les agents non informés prennent en compte l'information contenue dans le prix d'équilibre pour établir leurs fonctions de demande. Or, cette information dépend de la stratégie de l'initié (c'est en ce sens que l'on peut dire que l'initié « manipule » le prix d'équilibre. Dans une certaine mesure, l'initié a le choix du degré d'efficience informationnelle du prix d'équilibre). Par conséquent, la demande des agents non informés dépend de la stratégie de l'agent informé. Inversement cette stratégie dépend justement des fonctions de

11. Notons que l'« offre » peut en fait être négative. Pour simplifier, on fait l'hypothèse que les ventes à découvert sont possibles.

demande des agents non informés. En effet, celles-ci déterminent la fonction de demande résiduelle à laquelle est confronté le monopoleur. À l'équilibre il faut déterminer de façon jointe la fonction de demande des non informés et la stratégie de l'agent informé. Cette interdépendance des décisions des deux types d'agents nécessite l'utilisation de concepts d'équilibre développés par la théorie des jeux.

Par rapport au modèle de la section précédente, trois hypothèses sont modifiées :

1. Il existe un seul agent informé ($M = 1$) et il n'est plus concurrentiel.
2. L'agent informé ne transmet pas des ordres limite mais des ordres au mieux. Ceci signifie que sa demande est seulement une fonction de son information et non du prix d'équilibre.
3. Il existe une offre exogène aléatoire X (provenant de *noise traders*). Pour simplifier, les dotations des agents sont supposées nulles.

Le modèle ainsi défini est proche de celui étudié par Kyle (1989). Cependant, certaines hypothèses simplificatrices, retenues ici, ne sont pas faites par Kyle.

1. L'informé est monopoleur, alors que Kyle (1989) étudie $M > 2$ informés.
2. Les non-informés sont concurrentiels, alors que Kyle (1989) suppose qu'ils ont un comportement stratégique.
3. L'informé ne peut placer que des ordres au mieux, alors que Kyle (1989) suppose que les agents adressent des courbes de demande non contraintes (des ordres limites).

Les hypothèses faites ici permettent de simplifier l'analyse. Cependant, comme on le verra plus loin, l'interprétation des résultats est proche de Kyle (1989).

Définition de l'équilibre

Le prix d'équilibre est une fonction de X, Q_u et Q_i : $P = P(X, Q_u, Q_i)$. C'est la fonction d'offre résiduelle à laquelle est confronté l'agent informé. Comme $Q_i(.)$ dépend de S, le prix d'équilibre dépend en dernier lieu de S. Il reflète donc l'information de l'agent informé. Mais les propriétés informationnelles de ce prix d'équilibre dépendent de la forme de $Q_i(.)$. C'est la raison pour laquelle la demande des agents non informés dépend de la stratégie des agents informés. Un équilibre sera défini par un triplet de fonctions ($Q_i(.)$, $Q_u(.)$, $P(.,.,.)$) telles que :

1. Étant donné $P(.,.,.)$, la stratégie $Q_i(.)$ de l'agent informé est optimale, c'est-à-dire qu'elle est solution du programme suivant :

$$Q_i\left(S\right) \in \underset{Q_i}{\arg\max}\ E\left(-\mathrm{EXP}\left(-A_i.\,W_i\right)\middle|\, S, P\left(.,.,.\right)\right) \tag{6}$$

$$W_i = V.Q_i + C_0 - P(X,Q_i).Q_i$$

2. Étant donné $P(.,.,.)$, la stratégie $Q_u(.)$ de l'agent non informé est optimale, c'est-à-dire qu'elle est solution du programme suivant :

$$Q_u\left(P\right) \in \underset{Q_u}{\arg\max}\ E\left(-\mathrm{EXP}\left(-A_u.\ W_u\right)\middle|\, P\left(.,.,.\right)\right) \tag{7}$$

$$W_u = V.Q_u + C_0 - P\,Q_u$$

3. Étant donné $Q_i(.)$ et $Q_u(.)$, le prix $P(.,.,.)$ équilibre le marché pour toute réalisation de S et X

$P(.,.,.)$ figure dans le conditionnement de l'espérance d'utilité de l'agent informé comme de l'agent non informé. Cependant, il n'y joue pas le même rôle. L'agent non informé ne prend en compte que le contenu informationnel du prix, c'est-à-dire son impact sur la distribution de V, alors que l'agent informé prend aussi en compte l'impact de sa demande sur le prix.

L'équilibre du jeu considéré est un équilibre nash-bayésien dans les fonctions de demande. La fonction d'offre résiduelle à laquelle est confrontée l'initié dépend d'une variable qui lui est inconnue : X. L'initié sait que sa demande d'actif risqué a un impact sur le prix d'équilibre mais il ne connait qu'imparfaitement cet impact. Par conséquent, il court un risque sur la réalisation du prix qui découlera de sa décision d'achat ou de vente. La détermination de sa stratégie optimale se fait en intégrant ce risque. Ceci constitue une différence essentielle avec le cas où la dotation de l'initié est aléatoire et où il n'y a pas d'offre exogène. On peut noter que le fait de contraindre l'agent informé à placer des ordres au marché peut concourir à renforcer ce risque. En effet, la possibilité de placer des ordres limite permettrait à l'initié de conditionner ses ordres à la réalisation du prix d'équilibre, ce qui peut dans certains cas lui permettre de résoudre ce problème d'incertitude sur la fonction d'offre résiduelle[12].

Nous restreignons ici l'analyse à la recherche d'équilibres linéaires.

---

12. Ce point est mis en évidence dans Kyle (1989), pp. 325 à 327. L'intuition du résultat est la suivante : pour tout X, l'initié calcule (en supposant X connue) l'ordre au mieux qui maximise son espérance d'utilité. On obtient alors Q_i comme une fonction de X et S. En utilisant la fonction de demande résiduelle, l'initié en déduit le prix d'équilibre pour toute valeur de X. S'il est alors possible d'exprimer X en fonction du prix d'équilibre, il suffit de remplacer X en fonction de P dans l'expression de Q_i pour obtenir la stratégie d'ordre limite optimale pour l'agent informé.

PROPOSITION 2

Le jeu 1 admet un équilibre linéaire[13]

$$Q_i = \mu_i.S$$
$$P(X,Q_i) = \beta.(X - Q_i)$$

où ß et μ_i sont tels que :

$$\mu_i = \left(-2\beta + A_i.\left(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2\right)\right)^{-1}$$

$$N.\beta = \frac{-N.\mu_i.\sigma_s^2 + A_u.\left(\sigma_s^2 \mu_i\right)^2}{\sigma_x^2 + \sigma_s^2 \mu_i} - A_u.\left(\sigma_s^2 + \sigma_e^2\right)$$

(voir preuve en annexe)

Notons d'abord que, dans ce cas, l'équilibre existe toujours[14]. Ce ne sera plus le cas lorsque le bruit proviendra des dotations des agents. Les paramètres ß et μ_i caractérisent l'équilibre. $|\beta|^{-1}$ mesure la liquidité du marché. En effet, plus $|\beta|$ est grand, plus le prix d'équilibre réagira toutes choses égales par ailleurs à une variation de la demande de l'initié. On peut remarquer que μ_i varie en sens inverse de ß. Ceci signifie que lorsque la liquidité du marché est faible, l'initié cherche à limiter son impact sur les prix en diminuant la sensibilité de sa demande à son signal. Ce comportement est donc tout à fait différent de celui observé dans le cas concurrentiel. Il provoque en particulier une baisse de l'efficience informationnelle par rapport au cas concurrentiel. La comparaison de cet équilibre à celui de la proposition 1 permet d'énoncer le corollaire suivant.

COROLLAIRE 1 : L'efficience informationnelle dans le jeu 1 est toujours plus faible que dans le cas où les agents informés ont un comportement concurrentiel.

Conformément à l'intuition, lorsque l'initié est conscient de son impact sur le prix d'équilibre, il modère ses transactions pour limiter son impact sur les prix. Ainsi, il diminue l'efficience informationnelle du prix d'équilibre par rapport au cas concurrentiel. Ce résultat est obtenu par Kyle (1989).

---

13. Pour simplifier, on n'écrit pas explicitement la dépendance du prix par rapport à la demande des non informés.

14. Si $\sigma_x^2 = 0$, le seul équilibre possible est $P=S$ et il n'y a plus de raisons d'échanger pour les agents dans ce cas.

Il serait évidemment intéressant d'arriver à résoudre explicitement le système précédent de façon à obtenir μ_i et β en fonction des paramètres exogènes du modèle, en particulier A_i, σ_e^2, σ_x^2 qui étaient des paramètres critiques dans le cas où l'agent informé avait un comportement concurrentiel. Ceci ne paraît malheureusement pas simple dans le cas général. On peut cependant obtenir des solutions intéressantes dans deux cas particuliers :

1. Lorsque le nombre d'agents non informés tend vers l'infini.
2. Lorsque tous les agents sont neutres au risque ($A_i = 0$ et $A_u = 0$) et lorsque les agents informés ont une information parfaite $\sigma_x^2 = 0$. Ce cas extrême correspond au cas étudié par Kyle (1985). On montre ci-dessous que la solution obtenue dans ce cas pour le jeu 1 est identique à celle de Kyle (1985).

1. *Premier cas particulier* : $N \to \infty$

Dans ce cas, les transactions de l'informé n'ont d'impact sur le prix que du fait de leur contenu informationnel. Au contraire, lorsque N est fini, les capacités de prise de risque des non informés sont finies. Les transactions du monopoleur ont alors un impact sur le prix, indépendamment de leur contenu informationnel, à cause de l'aversion pour le risque des non informés.

Dans ce cas, l'efficience informationnelle du prix, et la stratégie de l'initié, sont caractérisées par le corollaire suivant.

COROLLAIRE 2 :

1. Si la variance du bruit est non nulle, il existe un équilibre bien défini, avec μ_i et β finis et non nuls, même si l'informé est neutre au risque ou dispose d'une information parfaite. Dans ce cas, l'efficience informationnelle (K) reste inférieure à 1/2.
2. Lorsque la variance du bruit tend vers 0, le marché devient infiniment illiquide ($|\beta|^{-1} \to 0$) mais les transactions de l'informé sont de plus en plus petites et l'efficience informationnelle reste bornée par 1/2.

Ces résultats sont similaires à ceux obtenus par Kyle (1989). Ils contrastent fortement avec ceux obtenus dans le cas concurrentiel. Ils mettent ainsi en évidence l'impact du comportement non concurrentiel de l'agent informé sur les propriétés de l'équilibre. L'informé, lorsqu'il a un comportement stratégique, place des ordres finis même lorsqu'il est neutre au risque ou qu'il dispose d'une information parfaite. C'est pourquoi l'équilibre n'est pas parfaitement révélateur. À mesure que le bruit diminue, l'informé réduit ses transactions. À la limite, quand le bruit disparait, l'informé n'échange plus.

2. *Deuxième cas particulier : Agents neutres au risque et information parfaite de l'initié* ($A_i = A_u = \sigma_e^2 = 0$)

La résolution du système définissant l'équilibre dans ce cas, nous permet d'énoncer le corollaire suivant :

COROLLAIRE 3 (Kyle, 1985)

Lorsque $A_u = 0$, $A_i = 0$, $\sigma_e^2 = 0$, le jeu 1 admet un équilibre défini par :

$$\beta = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sigma_s^2}{\sigma_x^2}}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_s^2}}$$

Ce corollaire est semblable au théorème 1 dans Kyle (1985), obtenu dans le cas d'un marché de contrepartie où les agents non informés sont les teneurs de marché. Notons que, bien que l'initié ait une information parfaite et soit neutre face au risque, la révélation d'information n'est pas parfaite.

$$K = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sigma_s^2 + \sigma_e^2}{\sigma_s^2}$$

Remarquons cependant que l'efficience informationnelle est plus élevée que dans le cas précédent (corollaire 2).

3.2 *Dotations aléatoires : jeu 2*

Nous considérons exactement le même jeu que dans la section précédente mais nous supposons que l'offre d'actif risqué provient seulement de la dotation aléatoire I_i de l'agent informé dont la réalisation n'est pas observée par les agents non informés. On trouve cette hypothèse dans les articles de Glosten (1989), Bhattacharya et Spiegel (1990), et Bossaerts et Hughson (1991). Le modèle présenté ici est très proche de celui de Bhattacharya et Spiegel. Il diffère des modèles de Glosten et Bossaerts et Hughson par le type de microstructure que nous envisageons. En effet, ces deux modèles analysent la formation des prix en présence de sélection adverse sur un marché de contrepartie avec des *market-makers* neutres au risque. Cependant, comme dans la section précédente pour Kyle, nous montrons que lorsque les agents non informés sont neutres au risque, les résultats obtenus dans une structure walrasienne sont identiques à ceux de Glosten.

En utilisant la même définition de l'équilibre que dans la section précédente, on obtient la proposition suivante :

PROPOSITION 3 :

Si $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2>\sigma_s^2$ alors le jeu 2 admet un équilibre linéaire défini par :

$$Q_i = \frac{Z}{2.\lambda + A_i.\sigma_e^2} \equiv \frac{S - A_i.\sigma_e^2.I_i}{2.\lambda + A_i.\sigma_e^2}$$

$$P\left(Q_i\right) = \lambda.Q_i$$

avec

$$\lambda = \frac{\dfrac{A_u.\Sigma\left(V \mid P\right).\sigma_z^2}{N.\sigma_s^2} + A_i.\sigma_e^2}{\dfrac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 2}$$

Si $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2<\sigma_s^2$, il n'y a pas d'équilibre.

(voir preuve en annexe) (σ_z^2. est la variance de Z)

Remarques :

1. Ce résultat est identique à celui obtenu par Bhattacharya et Spiegel (1990) bien qu'ils résolvent le jeu en utilisant comme variable stratégique pour l'initié le prix et non la quantité.
2. On peut également dans ce cas dériver assez facilement des équilibres non linéaires et même tous les équilibres pour lesquels $P(.)$ est continue et différentiable. Le prix d'équilibre est alors donné par :

$$P(Q_j) = \lambda.Q_j + C.(\text{signe de } Q_j).|Q_j|^{(-Y)}$$

(avec C déterminé par les conditions initiales et $Y = (\sigma_z^2./\sigma_s^2.-2)$).

Ce résultat est le même que celui obtenu par Glosten (1989) et Bhattacharya et Spiegel (1990). Dans ce cas encore, l'équilibre n'existe que si :

$$A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 > \sigma_s^2.$$

Lorsque $C = 0$, on retrouve l'équilibre linéaire. On a choisi ici de présenter l'équilibre linéaire pour simplifier les calculs permettant d'obtenir l'équilibre.

3. Z est la somme du signal privé et d'un bruit dépendant de la dotation de l'agent informé. Z a la même forme et le même rôle que Z_M dans la proposition 1.

Existence du marché

Lorsque $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 < \sigma_s^2$, il n'est pas possible d'obtenir un équilibre (linéaire ou non) pour le jeu 2. Il y a donc écroulement du marché (impossibilité de trouver un prix d'échange). Ainsi, contrairement au cas précédent et comme dans le cas concurrentiel, lorsque $A_i = 0$, $\sigma_e^2 = 0$, $\sigma_x^2 = 0$, il y a inexistence du marché. La condition d'existence d'un équilibre dans ce jeu est même plus forte que dans le cas concurrentiel puisqu'il suffit que A_i, σ_e^2, σ_x^2, soient petits pour qu'il y ait disparition du marché. En fait lorsque l'avantage informationnel de l'agent informé devient trop grand le marché devient de moins en moins liquide $\left(\beta \to \infty\right)$. À la limite, le marché devient infiniment illiquide et il ne peut plus y avoir d'échanges.

Cet écroulement du marché est surprenant à deux titres. Dans le jeu 1, même lorsque $\sigma_x^2 = 0$, il existe un équilibre. Cet équilibre est parfaitement révélateur : $P = S$. En fait, le bruit dans les jeux du type 1 (jeux à la Kyle) n'est pas à proprement parler nécessaire pour obtenir un équilibre. Le bruit sert seulement à obtenir un équilibre qui ne soit pas parfaitement révélateur. Au contraire dans le jeu 2, un niveau minimum de bruit ($\sigma_x^2 > \sigma_s^2/(A_i.\sigma_e^2)^2$) est absolument nécessaire pour obtenir un équilibre. Par ailleurs, l'existence d'une motivation pour l'échange autre qu'informationnelle devrait faciliter la réalisation d'un équilibre même lorsque l'avantage informationnel de l'initié est faible.

Bossaerts et Hughson (1991) étudient cette question dans le cadre d'analyse des jeux de signaux. La relation entre les non-informés et l'informé est similaire à une relation principal agent. L'agent (l'informé) annonce un type. Le principal (les non-informés) répond par un prix. À l'équilibre, la fonction de réponse du principal est telle que l'agent annonce « honnêtement » son type (contrainte d'incitation). Ce qui est particulier au cas présent est que le « type » de l'informé est en fait une combinaison linéaire de sa dotation en actif risqué et de son signal, correspondant au Z de la proposition 3. Comme l'initié est averse au risque (et si son information n'est pas parfaite), il veut partager les risques avec les non-informés. S'il a une dotation très élevée il veut vendre beaucoup. Mais une offre élevée peut aussi correspondre à un signal bas. Donc les non-informés répondent par un prix faible à une offre élevée. L'informé n'accepte de faire l'échange à ce prix que s'il a vraiment un signal bas ou une dotation élevée. C'est ce qui se traduit par la contrainte d'incitation.

Bossaerts et Hughson (1991) montrent que dans le cas où la distribution de la dotation de l'initié a un support infini, cette contrainte ne peut être satisfaite que si le bruit est suffisamment élevé. Dans le cas du jeu étudié ici, la distribution est normale et a donc un support infini. Alors, les fonctions $Q_i(.)$ et $P(.)$ définies dans la proposition 3 sont un équilibre du jeu de signaux si $\sigma_x^2 > \sigma_s^2/(A_i.\sigma_e^2)^2$. Dans le cas contraire, la contrainte d'incitation ne peut être vérifiée. À l'inverse, si le support de la distribution de la dotation de l'initié a un support fini, alors Bossaerts et Hughson (1991) montrent qu'il existe toujours un équilibre, même en l'absence de bruit.

Lorsqu'il n'y a plus de bruit $\sigma_x^2 = 0$, l'équilibre est parfaitement révélateur mais l'agent informé conserve une incitation à l'échange s'il détient une dotation non nulle en actif risqué.

Structure de marché

Les modèles de Glosten (1989) et Bossaerts et Hughson (1991) étudient un jeu similaire au jeu présenté ici mais sur un marché de contrepartie. Dans ces modèles, les agents non informés sont les teneurs de marché et ils sont neutres au risque. La comparaison de leur résultats avec ceux obtenus ici permet d'énoncer le corollaire suivant :

COROLLAIRE 4 : Lorsque $A_u = 0$, l'équilibre obtenu à la proposition 3 est le même que celui obtenu dans Glosten (1989) (p.20), Bossaerts et Hughson (1991) (p.15, proposition 4). La condition d'existence de l'équilibre est exactement la même.

On retrouve l'équivalence entre le prix se réalisant sur un marché de contrepartie et celui se réalisant sur un marché walrasien lorsque $A_u = 0$. Notons ici que cette équivalence n'est sans doute vraie que sous l'hypothèse de neutralité au risque des agents non informés. En effet, lorsque les *market-makers* sont averses au risque, le prix (ou les prix) coté(s) dépendent étroitement de la nature de la concurrence à laquelle ils se livrent. L' équivalence notée ci-dessus alors de disparaître. Cette question de l'équivalence entre un marché de type walrasien et un marché de contrepartistes n'a pas encore été beaucoup étudiée à notre connaissance (même en l'absence d'asymétrie d'information)[15].

Efficience informationnelle

L'efficience informationnelle est grande si la variance de V conditionnelle au prix $(\Sigma(V|P))$ est faible.

15. Sur ce thème, voir Pihyacharyakul (1986) pour une étude théorique et Pagano et Roell (1990) pour une étude empirique.

$$\Sigma\left(V \mid P\right)=\Sigma\left(V \mid Z\right)=\sigma_s^2+\sigma_e^2-\frac{\sigma_s^4}{\sigma_s^2+\left(A_i.\sigma_e^2\right).\sigma_x^2} \tag{8}$$

Lorsque le marché existe, on peut vérifier que l'efficience informationnelle du prix d'équilibre dans le jeu 2 est exactement la même que lorsque l'agent informé a un comportement concurrentiel. Ce résultat va à l'encontre de l'intuition. Le comportement stratégique de l'initié, qui cherche à limiter l'impact de ses transactions, ne lui permet pas d'éviter la révélation d'information comme cela se produit dans le jeu 1.

Une interprétation de ce résultat surprenant est la suivante. Comme l'informé a un comportement stratégique, il limite la sensibilité de ses transactions à son signal et à sa dotation. Le premier effet réduit la révélation d'information. Mais le deuxième l'augmente, en diminuant l'impact du bruit sur le prix. Dans le cas de variables normales et d'utilités exponentielles, ces deux effets se compensent exactement. Dans le jeu 1, le second effet n'existe pas dans la mesure où le niveau du bruit est exogène. C'est ce qui explique que l'efficience informationnelle du jeu 1 est toujours plus faible que dans le cas du jeu 2.

De plus, la portée de ce résultat est modérée par le problème de la multiplicité des équilibres. Comme le montrent Bossaerts et Hughson (1991) ou Gale et Hellwig (1990), le jeu 2 est un problème de signalement. Or, de tels jeux peuvent avoir de multiples équilibres, séparateurs, comme celui étudié ici, ou mélangeants. Par exemple, Laffont et Maskin (1990) analysent un problème analogue de formation des prix sur un marché financier. Ils montrent l'existence d'un équilibre révélateur, qui correspond à une efficience informationnelle élevée, et d'un équilibre mélangeant qui correspond à une efficience nulle.

La question de l'unicité de l'équilibre fait apparaître une autre différence entre le jeu 1 et le jeu 2. Rochet et Vila (1990) montrent que les jeux du type Kyle, qui correspondent à notre jeu 1, admettent un équilibre unique. En replongeant ces jeux dans un cadre plus général des jeux à la Cho et Kreps (1987), ils montrent que cette propriété d'unicité n'est pas obtenue pour les jeux du type Laffont et Maskin (1990), analogue de notre jeu 2. Ceci est mis en évidence ici par le fait qu'il est possible d'obtenir d'autres équilibres que l'équilibre linéaire pour le jeu 2.

Conclusion

Cet article présente une revue de la littérature récente sur l'asymétrie d'information et les marchés financiers. Un modèle simplifié est utilisé, dans le cadre duquel le rôle des hypothèses faites par les différents auteurs est analysé. On montre que deux types d'hypothèses sont particulièrement importants. D'une part, les hypothèses portant sur le comportement concurrentiel ou stratégique des agents. D'autre part, les hypothèses portant sur l'origine exogène ou endogène du bruit. Deux types de résultats sont obtenus. Les uns portent sur la question de l'existence des équilibres. Les autres analysent l'efficience informationnelle des prix.

1. *Existence de l'équilibre.* Dans le cas de la concurrence parfaite, l'équilibre existe, sous nos hypothèses, sauf dans un cas : lorsque l'information est coûteuse et qu'il n'y a pas de bruit. C'est le résultat de Grossman et Stiglitz (1980). Dans le cas de la concurrence imparfaite, le problème de l'existence se pose différemment selon que le bruit est endogène ou exogène. Dans le cas d'un bruit exogène (*noise trader,* ou offre exogène aléatoire) il existe toujours un équilibre. Ce cas est analysé par Kyle (1985, 1989). Dans le cas d'un bruit endogène (dotations aléatoires des agents), l'équilibre existe si le bruit est suffisament élevé (Glosten, 1989; Bhattacharya et Spiegel, 1990) ou si le support du signal privé est borné (Bossaerts et Hughson, 1990).

2. *Efficience informationnelle.* Le prix des actifs reflète l'information privée. Mais plusieurs facteurs limitent la révélation d'information. En particulier, i) le bruit lié à des chocs de liquidité et ii) le comportement stratégique des agents informés. Cependant, lorsque le bruit provient de la dotation aléatoire de l'informé, l'efficience informationnelle est la même dans le cas de concurrence parfaite et dans la cas de concurrence imparfaite.

De nombreuses voies de recherche intéressantes n'ont pas été étudiées dans la présente synthèse. Parmi ces dernières on peut compter les questions suivantes.

- Le modèle simple présenté ici est statique. Certains auteurs étudient des modèles dynamiques. Kyle (1985) analyse le comportement dynamique d'un informé monopoleur et neutre au risque.

- Les problèmes de bien-être liés a l'existence d'asymétries d'information sont importants. Laffont (1985), Bajeux et Rochet (1988), Rochet et Vila (1990), Laffont et Maskin (1990), et Bossaerts et Hughson (1991) analysent ces questions. Le problème est d'évaluer les gains de l'échange et les bénéfices de la révélation d'information.

Ces derniers sont liés au problème de l'impact de l'information révélé par les prix des actifs financiers sur le secteur réel. Cette question importante n'est encore que partiellement étudiée. Dennert (1990) propose une analyse intéressante de ce problème.

- La présente synthèse étudie le cas où un seul actif risqué est échangé. Admati (1985), et Caballe et Krishnan (1989) étudient le cas où l'économie comporte plusieurs actifs risqués de distribution jointe normale.

Khoury et Martel (1985), (1989), et Khoury et Yourougou (1985) étudient le cas des marchés à terme. Biais et Hillion (1991) étudient le cas des options. Ces différentes approches étudient l'impact de la multiplicité des actifs sur la révélation d'information.

- Les articles présentés dans cette synthèse font (presque) tous l'hypothèse de variables normales et d'utilités exponentielles. Il serait intéressant d'évaluer la robustesse des résultats au relâchement de ces hypothèses. En particulier, on aimerait pouvoir se prononcer sur la généricité des problèmes de non-existence. Un élément de réponse à cette question est apporté par Bossaerts et Hughson (1991).
- Enfin, un dernier thème est l'impact de la structure du marché sur son efficacité. Le présent article considère un marché d'agence, où tous les agents sont en situation identique pour soumettre leur fonction de demande au « commissaire priseur ». En quoi les résultats diffèrent-ils dans le cas d'un marché de contrepartie ? Une série de réponses partielles est apportée par des articles qui étudient telle ou telle structure de marché. La question générale de la nature de la structure de marché optimale n'a pas encore été étudiée.

ANNEXE

Preuve de la proposition 2

On cherche un équilibre linéaire, nash-bayesien dans les fonctions de demande, du type :

$$Q_i = \mu_i . S$$
$$P\left(X, Q_i\right) = \beta\left(X - Q_i\right)$$

demande de l'agent informé

Étant donné $P(.,.)$, le programme de l'agent initié s'écrit :

$$Q_i\left(S\right) \in \arg\max_{Q_i} E\left(W_i \mid S\right) - \frac{A_i}{2} . \Sigma\left(W_i \mid S\right)$$

avec

$$E\left(W_i \mid S\right) = E\left(\left(V - P\left(X, Q_i\right)\right) . Q_i + C_0 + V.I_i \mid S\right) = Q_i . S + Q_i^2 . \beta + C_0$$
$$\Sigma\left(W_i \mid S\right) = \Sigma\left(\left(V - P\left(X, Q_i\right)\right) . Q_i + C_0 + V.I_i \mid S\right) = Q_i^2\left(\sigma_e^2 + \beta^2 . \sigma_x^2\right)$$

(Pour dériver ces moments conditionnels, nous utilisons l'hypothèse d'indépendance et de normalité de X et S).

La condition du premier ordre du programme de l'initié s'écrit donc :

$$S + 2Q_i.\beta - A_i.Q_i.\left(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2\right) = 0 \tag{A.1}$$

La condition du second ordre est :

$$-2.\beta + A_i.\left(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2\right) > 0 \tag{A.2}$$

L'équation (A.1) se réécrit :

$$Q_i = \frac{S}{\left(-2\beta + A_i.\left(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2\right)\right)}$$

On en déduit que :

$$\mu_i = \left(-2\beta + A_i.\left(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2\right)\right)^{-1} \tag{A.3}$$

demande d'un agent non informé

En utilisant les mêmes arguments que dans la section 1, la demande d'un agent non informé s'écrit :

$$Q_u(P) = \frac{E(V \mid P) - P}{A_u.\Sigma(V \mid P)}$$

L'agent non informé a des anticipations rationnelles. Comme à l'équilibre, $P = \beta.(X - \mu_i.S)$, on en déduit que :

$$E(V \mid P) = \frac{-\mu_i.\sigma_s^2}{\beta\left(\sigma_x^2 + \mu_i^2.\sigma_s^2\right)}.P$$

$$\Sigma(V \mid P) = \sigma_s^2 + \sigma_e^2 - \frac{\left(\mu_i.\sigma_s^2\right)^2}{\left(\sigma_x^2 + \mu_i^2.\sigma_s^2\right)}$$

condition d'équilibre du marché

La condition d'équilibre du marché de l'actif risqué s'écrit :

$$N.Q_u(P) + Q_i = X$$

Soit

$N.Q_u(P) = X - Q_i$

On remplace dans cette équation Q_u (P) par son expression et on isole P, pour finalement obtenir la fonction d'offre résiduelle :

$$P=\frac{\left(\left(\sigma_s^2+\sigma_e^2\right)-\dfrac{\left(\mu_i.\sigma_s^2\right)^2}{\left(\sigma_x^2+\mu_i^2.\sigma_s^2\right)}\right).A_u}{-N.\left(\dfrac{\mu_i.\sigma_s^2}{\beta\left(\sigma_x^2+\mu_i^2.\sigma_s^2\right)}+1\right)}.\left(X-Q_i\right)$$

On en déduit qu'à l'équilibre on doit avoir finalement :

$$\beta=\frac{\left(\left(\sigma_s^2+\sigma_e^2\right)-\dfrac{\left(\mu_i.\sigma_s^2\right)^2}{\left(\sigma_x^2+\mu_i^2.\sigma_s^2\right)}\right).A_u}{-N.\left(\dfrac{\mu_i.\sigma_s^2}{\beta\left(\sigma_x^2+\mu_i^2.\sigma_s^2\right)}+1\right)}$$

Cette expression peut se réécrire :

$$\frac{-N.\mu_i.\sigma_s^2+A_u.\left(\sigma_s^2\,\mu_i\right)^2}{\sigma_x^2+\sigma_s^2\,\mu_i}-A_u.\left(\sigma_s^2+\sigma_e^2\right)=N.\beta \qquad \text{(A.4)}$$

On obtient alors facilement :

$$-N\left(\frac{\mu_i.\sigma_s^2}{\left(\sigma_x^2+\mu_i^2\,\sigma_s^2\right)}\right)-A_u\,\Sigma\left(V\,\middle|\,P\right)=N.\beta \qquad \text{(A.5)}$$

D'après la condition du second ordre (A.2), si le jeu admet une solution, on doit avoir $\mu_i > 0$ (cf. A.3). On en déduit en utilisant l'équation (A.5) que si le jeu 1 admet une solution, on doit également avoir : $\beta < 0$.

Les paramètres μ_i et ß définissant l'équilibre sont solutions du système (A3), (A4). En substituant μ_i de (A3) dans (A4) on obtient une seule équation en ß.

$$T(\beta)=\left(N.\beta+A_u\left(\sigma_s^2+\sigma_e^2\right)\right)\left(\sigma_x^2\left(-2.\beta+A_{i.}\left(\sigma_e^2+\beta^2.\sigma_x^2\right)\right)^2+\sigma_s^2\right)$$
$$+N.\sigma_s^2\left(-2.\beta+A_{i.}\left(\sigma_e^2+\beta^2.\sigma_x^2\right)\right)-A_u.\sigma_s^4=0$$

$T(.)$ est un polynôme, continu, en ß. $T(0)>0$ et tend vers moins l'infini quand ß tend vers moins l'infini si σ_x^2 n'est pas nul. Donc, il existe une solution negative à l'équation $T(ß) = 0$ si σ_x^2 est différent de 0. Notons finalement qu'elle correspond bien à un optimum, car pour ß<0 la condition de second ordre est satisfaite. On en déduit que le jeu 1 admet toujours au moins un équilibre si la variance de l'offre exogène n'est pas nulle. Lorsque $\sigma_x^2 = 0$, le jeu 1 admet un équilibre trivial : $P = S$ et dans ce cas les agents n'échangent pas.

Q.E.D

Preuve du corollaire 1

Dans ce cas, la valeur de la mesure de l'efficience informationnelle K, définie dans la section 3, est :

$$K=K_{CI}=\frac{\sigma_s^2}{\dfrac{\sigma_x^2}{\mu_i^2}+\sigma_s^2} \tag{B.1}$$

Dans le cas concurrentiel, la valeur de K est :

$$K=K_C=\frac{\sigma_s^2}{\sigma_{zm}^2}=\frac{\sigma_s^2}{\left(A_i\,\sigma_e^2\right)^2.\sigma_x^2+\sigma_s^2} \tag{B.2}$$

K_C et K_{CI} représentent respectivement les valeurs prises par K dans le cas concurrentiel et dans le cas non-concurrentiel. L'expression de K_C est obtenue en utilisant l'expression de Z_M définie par l'équation (5) en notant que dans le cadre des hypothèses du jeu 1, le nombre d'informés est $M = 1$ et que la variance du bruit est ici σ_x^2.

L'efficience informationnelle est plus faible dans le cas du jeu 1 si pour toutes les valeurs des paramètres exogènes du modèle :

$K_{CI} < K_C$

En utilisant les expressions de K_C et K_{CI}, on montre que cette condition est équivalente à :

$$\mu_i^2 < \left(\frac{1}{A_i . \sigma_e^2} \right)^2$$

En remplaçant μ_i par sa valeur donnée en (A.3), et en notant que ß est négatif, on constate que cette inégalité est toujours vérifiée.

QED

Preuve du corollaire 2

Lorsque $N = \infty$, on a (voir proposition 2) :

$$\beta = \frac{-\mu_i . \sigma_s^2}{\sigma_x^2 + \mu_i^2 . \sigma_s^2} \tag{C.1}$$

et

$$\mu_i = \frac{1}{-2.\beta + A_i . \left(\sigma_e^2 + \beta^2 . \sigma_x^2 \right)} \tag{C.2}$$

L'équation (C.2) se réécrit :

$$\beta^2 = \frac{1 + 2\beta.\mu_i - A_i . \sigma_e^2 . \mu_i}{A_i . \sigma_x^2 . \mu_i} \tag{C.3}$$

L'équation (B.1) nous donne l'expression de K dans le cas non-concurrentiel. En combinant cette équation et l'équation (C.1), on obtient :

$$\beta . \mu_i = -K \tag{C.4}$$

Par ailleurs, d'après (B.1), on a :

$$\mu_i^2 = \frac{K . \sigma_x^2}{\sigma_s^2 . (1 - K)} \tag{C.5}$$

Des équations (C.4) et (C.5), on obtient :

$$K^2 = \frac{K . \sigma_x^2}{\sigma_s^2 . (1 - K)} . \beta^2$$

En utilisant l'expression de β^2 donnée par l'équation (C.3), on réécrit l'équation précédente :

$$K^2 = \frac{K.\sigma_x^2}{\sigma_s^2.(1-K)}.\left(\frac{1+2\beta.\mu_i - A_i.\sigma_e^2.\mu_i}{A_i.\sigma_x^2.\mu_i}\right)$$

D'après (C.4) et (C.5), cette équation se réécrit :

$$K^2 = \frac{K.\sigma_x^2}{\sigma_s^2.(1-K)}.\left(\frac{1}{A_i.\sigma_x^2}.\sqrt{\frac{\sigma_s^2.(1-K)}{\sigma_x^2.K}}.(1-2K) - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}\right)$$

Après quelques manipulations, cette équation se réécrit :

$$\frac{1-2K}{K(1-K)+\frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}}.\sqrt{\frac{(1-K)}{K}} = A.\sqrt{\sigma_x^2.\sigma_s^2} \tag{C.6}$$

On montre à présent que $K < 0.5$. D'après les équations (C.2) et (C.4), on a :

$$K = -\frac{\beta}{-2.\beta + A_i.\left(\sigma_e^2 + \beta^2.\sigma_x^2\right)} \tag{C.7}$$

Comme β est négatif, cette dernière équation implique que $K < 0.5$ dans tous les cas.

Posons :

$$g(K) = \frac{1-2K}{K(1-K)+\frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2}}.\sqrt{\frac{1-K}{K}} = A.\sqrt{\sigma_x^2.\sigma_s^2}$$

Comme $K < 0.5$, on peut vérifier que $g(.)$ est une fonction décroissante de K. Par conséquent, plus A_i, σ_x^2 ou σ_e^2 sont petits, plus K est grand. Cependant si K augmente dans ces trois cas, elle reste bornée par 0.5. D'autre part, l'équation (C.6) implique que l'efficience informationnelle n'est jamais nulle ($K = 0$) si les paramètres A_i, σ_x^2, σ_e^2 sont finis et si σ_x^2 n'est pas nul. Par conséquent, $0 < K < 0.5$ pour toutes les valeurs finies de A_i, σ_x^2, σ_e^2. On en déduit en utilisant les équations (C.4) et (C.5) que les paramètres définissant l'équilibre : μ_i et ß sont finis et non nuls dès lors que A_i, σ_x^2, σ_e^2 sont finis et que σ_x^2 est non nul. Ceci achève la preuve de la première partie du corollaire 2.

Nous prouvons à présent la seconde partie du corollaire 2. L'équation (C.6), combinée avec l'inégalité $K < 0.5$, implique que lorsque σ_x^2 tend vers 0, K tend vers 1/2. Or par définition :

$$K = \frac{\sigma_s^2}{\frac{\sigma_x^2}{\mu_i^2} + \sigma_s^2}$$

Cette équation se réécrit :

$$\mu_i^2 = \frac{K.\sigma_x^4}{\sigma_s^2.\left(1-K\right)}$$

Par conséquent, lorsque σ_x^2 tend vers 0, μ_i tend vers 0. Or d'après l'équation (C.4), si μ_i tend vers 0, alors ß tend vers $-\infty$. Ceci prouve donc finalement que lorsque le bruit devient infiniment petit, le marché devient infiniment illiquide et les transactions de l'initié deviennent de plus en plus petites. C'est ce comportement de l'initié qui permet à l'efficience informationnelle de rester bornée par 0.5, même lorsque le bruit disparaît[16].

Q.E.D

Preuve de la proposition 3

On cherche un équilibre linéaire, nash-bayesien, du type :

$$Q_i = \delta_1.S + \delta_2.I_i$$
$$P\left(Q_i\right) = \lambda.Q_i$$

demande de l'agent informé

Étant donné $P(.)$, le programme de l'agent initié s'écrit :

$$Q_i\left(S\right) \in \arg\max_{Q_i} E\left(W_i \mid S\right) - \frac{A_i}{2}.\Sigma\left(W_i \mid S\right)$$

16. Rigoureusement, ce résultat est vrai pour σ_x^2, infiniment proche de 0 mais pas égal à 0 car dans ce cas le seul équilibre possible est $P=S$ et il n'y a pas d'échanges.

avec

$$E\left(W_i \mid S\right) = E\left(\left(V - P\left(Q_i\right)\right).Q_i + C_0 + V.I_i \mid S\right) = \left(Q_i + I_i\right).S - Q_i.\lambda + C_0$$

$$\Sigma\left(W_i \mid S\right) = \Sigma\left(\left(V - P\left(Q_i\right)\right).Q_i + C_0 + V.I_i \mid S\right) = \left(Q_i + I_i\right)^2.\sigma_e^2$$

La condition du premier ordre de l'agent informé s'écrit :

$$S - 2\lambda.Q_i - A_i.\sigma_e^2.\left(Q_i + I_i\right) = 0$$

Cette équation se réécrit :

$$Q_i = \frac{S - A_i.\sigma_e^2.I_i}{2.\lambda + A_i.\sigma_e^2} \tag{D.1}$$

On réécrit cette équation :

$$Q_i = \gamma_i.Z$$

avec

$$\gamma_i = \left(2.\lambda + A_i.\sigma_e^2\right)^{-1}$$

$$Z = S - A_i.\sigma_e^2.I_i$$

On en déduit que:

$$\delta_1 = \frac{1}{2\lambda + A_i.\sigma_e^2}$$

$$\delta_2 = \frac{-A_i.\sigma_e^2.I_i}{2\lambda + A_i.\sigma_e^2}$$

Par ailleurs la condition du second ordre de l'agent informé est :

$$2\lambda + A_i.\sigma_e^2 > 0$$

On en déduit que $\delta_1 > 0$ et $\delta_2 < 0$.

demande d'un agent non informé

Pour les mêmes raisons que dans la section 1, la demande d'un agent non informé s'écrit :

$$Q_u(P) = \frac{E(V \mid P) - P}{A_u \cdot \Sigma(V \mid P)}$$

Comme l'agent non informé a des anticipations rationnelles et que $P = \lambda.Q_i = \lambda.\gamma_i.Z$, on a :

$$E(V \mid P) = E(V \mid Z) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2}.Z$$

$\Sigma(V \mid P)$ ne dépend pas de Z, ni de λ.

condition d'équilibre du marché

Elle s'écrit :

$$N.Q_u(P) + Q_i = 0$$

Soit

$$\frac{N}{A_u.\Sigma(V \mid P)} \cdot \left(\frac{\sigma_s^2.P}{\sigma_z^2.\lambda.\gamma_i} - P \right) + Q_i = 0 \qquad \text{(D.2)}$$

d'où

$$P = -\frac{A_u.\Sigma(V \mid P)}{N.\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2.\lambda.\gamma_i} - 1 \right)}.Q_i$$

On en déduit que

$$\lambda = -\frac{A_u.\Sigma(V \mid P)}{N.\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_z^2.\lambda.\gamma_i} - 1 \right)}$$

Cette équation se réécrit :

$$\frac{1}{\gamma_i} - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}.\lambda = -\frac{A_u.\Sigma(V \mid P).\sigma_z^2}{N.\sigma_s^2}$$

En remplaçant γ_i par son expression, il vient :

$$\lambda.\left(2 - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}\right) = -\left(\frac{A_u.\Sigma(V \mid P).\sigma_z^2}{N.\sigma_s^2} + A_i.\sigma_e^2\right)$$

Si σ_z^2/σ_s^2 n'est pas égal à 2, l'équation ci-dessus se réécrit :

$$\lambda = \frac{\dfrac{A_u.\Sigma(V \mid P).\sigma_z^2}{N.\sigma_s^2} + A_i.\sigma_e^2}{\dfrac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2} - 2} \qquad \text{(D.3)}$$

En écrivant P en fonction de Q_i, l'équation (D.2) se réécrit :

$$\frac{N}{A_u.\Sigma(V \mid P)}.\left(\frac{\sigma_s^2.P}{\sigma_z^2.\gamma_i} - \lambda\right) + 1 = 0 \qquad \text{(D.4)}$$

Comme la condition du second ordre de l'agent informé impose que $\gamma_i > 0$, (D.4) impose $\lambda > 0$. Par conséquent, l'expression de λ dans (D.3) nous donne le prix d'équilibre à condition que, en plus, $\sigma_z^2/\sigma_s^2 > 2$. Il est facile de vérifier que cette condition est équivalente à $A_i^2.\sigma_e^4.\sigma_x^2 > \sigma_s^2$

Ainsi les équations (D.1), (D.3) et cette condition sur les paramètres du modèle définissent un équilibre linéaire du jeu 2.

Q.E.D

BIBLIOGRAPHIE

ADMATI, A. (1985), « A Noisy Rational Expectations Equilibrium for Multi-Asset Securities Market », *Econometrica*, 53(3) : 629-657.

ADMATI, A. (1989), « Information in Financial Markets : The Rational Expectations Approach ». *in* S. BHATTACHARYA et G. CONSTANTIDINES (*eds*), *Financial Markets and Incomplete.Information : Frontiers of Finance Theory*, Rowman and Littlefield, Princeton N.J.

ADMATI, A.R., et P. PFLEIDERER (1988), « A Theory of Intraday Trading Patterns : Volume and Price Variability », *The Review of Financial Studies,* 43(1) : 3-40.

ADMATI, A.R., et P. PFLEIDERER (1986), « A Monopolistic Market for Information », *Journal of Economic Theory,* 39 : 400-439.

ALLEN, F. (1990), « The Market for Information and the Origin of Financial Intermediation », *Journal of Financial Intermediation,* 1 : 3-30.

AUSUBEL, L. (1990), « Insider Trading in a Rational Expectations Economy », *American Economic Review,* 80(5) : 1022-1041.

BAJEUX, I., et J-C. ROCHET (1989), « Opérations d'initiés : une analyse de surplus », *Finance,* 10 : 7-19.

BHATTACHARYA, U., et M. SPIEGEL (1990), « Insiders, Outsiders, and Market Breakdowns », working paper, Columbia University.

BIAIS, B. (1990), « Formation des prix sur les marchés de contrepartie », *Revue Economique,* (5) : 755-788.

BIAIS, B., et T. FOUCAULT (1991), « Information Revelation with Transaction Costs », working paper, H E C.

BOSSAERT, P., et E. HUGHSON (1991), « Noisy Signalling in Financial Markets », working paper, California Institute of Technology.

CABALLE, J., et M. KRISHNAN (1989), « Insider Trading and Asset Pricing in an Imperfectly Competitive Multi-Security Market », working paper, Universita Autonomia de Catalunia.

CHO, I.K., et D. KREPS (1987), « Signalling Games and Stable Equilibria », *Quarterly Journal of Economics,* 102 : 179-221.

DENNERT, J. (1990), « Insider Trading and the Allocations of Risks », working paper, University of Basel.

GALE, D., et M. HELLWIG (1989), « Informed Speculation in Large Markets »,working paper, University of Basel.

GENNOTE, G., et H. LELAND (1990), « Market Liquidity, Hedging, and Crashes », *American Economic Review,* 80(5) : 999-1021.

GLOSTEN, L. (1989), « Insider Trading, Liquidity, and the Role of the Monopolist Specialist », *Journal of Business,* 62 : 211-235.

GLOSTEN, L., et P. MILGROM (1985), « Bid-Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders », *Journal of Financial Economics,* 14(1) : 71-100.

GOULD, J., et R. VERRECHIA (1985), « The Information Content of Specialist Pricing », *Journal of Political Economy,* 93 : 66-83.

GRINBLATT, M.S., et S.A. ROSS (1985), « Market Power in a Securities Market with Endogenous Information », *Quarterly Journal of Economics,* 100(4) : 1143-1167.

GROSSMAN, S. (1976), « On the Efficiency of Competitive Stock Markets when Traders Have Diverse Information », *Journal of Finance,* 31 : 573-585.

GROSSMAN, S. (1981), « An Introduction to the Theory of Rational Expectations under Asymetric Information », *Review of Economic Studies*, 48 : 541-559.

GROSSMAN, S., et J. STIGLITZ (1976), « Information and Competitive Price Systems », *American Economic Review*, 66 : 246-252.

GROSSMAN, S., et J. STIGLITZ (1980), « On the Impossibilty of Informationally Efficient Markets », *American Economic Review*, 70(3) : 393-408.

HELLWIG, M. (1980), « On The Aggregation of Information in Competitive Markets », *Journal of Economic Theory*, 22(3) : 279-312.

HELLWIG, M. (1982), « Rational Expectations Equilibrium with Conditionning on Past Prices : a Mean-Variance Example », *Journal of Economic Theory*, 22 : 477-498.

JACKSON, M. (1991), « Equilibrium, Price Formation and the Value of Private Information », *The Review of Financial Studies*, 1 : 1-16.

JORDAN, J., et R. RADNER (1982), « Rational Expectations in Microeconomic Models : an Overview », *Journal of Economic Theory*, 26 : 201-223.

KHOURY, N., et J.-M. MARTEL (1985), « Optimal Futures Hedging in the Presence of Asymetric Information », *The Journal of Futures Markets*, 5(4) : 595-605.

KHOURY, N., et J.-M. MARTEL (1989), « A Supply of Storage Theory with Asymetric Information », *The Journal of Futures Markets*, 9(6) : 573-581.

KHOURY, N., et P. YOUROUGOU (1985), « The Informationnal Content of the Basis : Evidence from Canadian Barley, Oats, and Canola Futures Markets », *The Journal of Futures Markets*, 11(1) : 69-80.

KYLE, A. (1985), « Continuous Auctions and Insider Trading », *Econometrica*, 53(6) : 1315-1335.

KYLE, A. (1989), « Informed Speculation with Imperfect Competition », *Review of Economic Studies*, 56(3) : 317-356.

LAFFONT, J.-J. (1985), « On the Welfare Analysis of Rational Expectations Equilibria with Asymetric Information », *Econometrica*, 53 : 1-30.

LAFFONT, J.-J., et E.S. MASKIN (1989), « Rational Expectations with Imperfect Competition : a Bertrand-Edgeworth Example », *Economic Letters*, 30 : 269-274.

LAFFONT, J.-J., et E.S. MASKIN (1990), « The Efficient Market Hypothesis and Insider Trading on The Stock Market », *Journal of Political Economy*, 98(1) : 70-93

LARNAC, P.M. (1990), « Équilibres financiers concurrentiels avec risque d'information privée », *Revue Économique*, 799-815

PAGANO, M., et A. ROELL (1990), « Stock Markets », 10, *Economic Policy*, 66-115.

PITHYACHARIYAKUL, P. (1986), « Exchange Markets, a Welfare Comparison of Market-Maker and Walrassian Systems », *Quarterly Journal of Economics*: 69-84

ROCHET, J.C., et J.L. VILA (1990), « Insider Trading and Market Manipulations : a Weak Invisible Hand Result », à paraître, *Review of Economic Studies.*

VERRECHIA, R. (1982), « Information Acquisition in a Noisy Rational Expectations Economy », *Econometrica,* 50(6) : 1415-1430.