Compte rendu

Ouvrage recensé :

*Théorie de l'optimisation statique et différentiable*, par MICHEL TRUCHON. — GAËTAN MORIN, Chicoutimi, 1987.

par Edouard Wagneur

*L'Actualité économique*, vol. 64, n° 1, 1988, p. 138-139.



DOI: 10.7202/601442ar

**Théorie de l'optimisation statique et différentiable**, par MICHEL TRUCHON. — GAËTAN MORIN, Chicoutimi, 1987.

Le manuel se compose de 13 chapitres, dont les 11$^e$ et 12$^e$ (conditions nécessaires et suffisantes pour l'optimum) constituent le thème central.

Les quatre premiers chapitres sont, pour l'essentiel, un rappel utile des mathématiques de base composant le bagage des finissants de CEGEP : « Ensembles et fonctions » (chap. 1), « Espaces vectoriels » (chap. 2), algèbre linéaire (« Variétés linéaires et cônes polyédriques convexes », chap. 3) et différentiabilité (« Fonctions différentiables et variétés », chap. 4). L'auteur a efficacement enrichi ces premiers chapitres de notions moins connues de nos étudiants : semi-continuité (1.6), structures d'ordre et notion d'optimalité dans $R^n$ (2.6), cônes polyédriques convexes et inéquations linéaires (3.3), conditions de 2$^e$ ordre pour l'optimalité (4.3) et le théorème des fonctions implicites (4.4).

Le chapitre 5 est consacré à la notion d'espace tangent à une variété différentiable (on dit aussi variété différentielle). L'auteur appelle simplement variété une variété différentiable de classe $C^1$, dont il donne trois définitions à partir d'une application $f: D \to R^n$ de classe de différentiabilité $C^1$, où $D$ est un ouvert de l'espace numérique $R^k$. L'image de $D$ est appelée variété sous forme paramétrique, la préimage d'un point de $R^n$ variété sous forme implicite et le graphe de $f$ variété sous forme explicite. Cette approche présente l'avantage, appréciable dans un manuel d'optimisation, d'une simplicité certaine. L'auteur met aussi bien en évidence le fait que les variétés ainsi introduites seront en général singulières.

Les formes quadratiques, que l'on aurait souhaité rencontrer avant le paragraphe 4.3 (conditions de 2$^e$ ordre pour l'optimum), sont étudiées au chapitre 6. Le sujet est traité de manière très complète, voire trop complète (pourquoi étudier en détail les deux cas $> 0$ et $< 0$ ?).

Les chapitres 7, 8 et 9 (« Fonctions concaves et convexes », « Fonctions quasiconcaves et quasiconvexes », « Fonctions pseudoconcaves et pseudoconvexes », respectivement) présentent de manière très complète à peu près tous les cas de figure rencontrés dans la nature. Ces notions sont opportunément introduites à l'aide de celles d'hypographe et d'épigraphe, ce qui permet d'éviter l'écueil de la définition paramétrique, dans laquelle plus d'un étudiant se perd, faute de pouvoir distinguer aisément l'essentiel de l'accessoire. Plusieurs figures, de nombreux exemples et des tableaux permettront peut-être aux lectrices et lecteurs de s'y retrouver dans une toponymie un peu fastidieuse (quasiconcavité semi-stricte, pseudoconvexité stricte, etc.).

Les théorèmes de séparation et de l'alternative, véritables introductions aux deux chapitres suivants, sont présentés au chapitre 10, ainsi que les notions de support (dans le sens de fonction d'appui) d'une fonction, de sousgradient, de supergradient (pourquoi ce nom horrible ?) et d'optimum vectoriel.

Les conditions nécessaires pour l'optimum sous contraintes, ainsi que le théorème de Kuhn et Tucker, sont démontrées au chapitre 11, qui, outre les conditions nécessaires pour l'optimum vectoriel (11.4) et l'analyse de sensibilité des multiplicateurs de Lagrange (11.5), présente également l'interprétation économique des conditions de Kuhn et Tucker (11.6).

Les conditions suffisantes font l'objet du chapitre 12. C'est ici que les connaissances patiemment élaborées tout au long des chapitres 6, 7, 8 et 9 trouvent leur pleine justification.

Le dernier chapitre traite du principe de dualité en optimisation et apporte un complément utile aux interprétations économiques des multiplicateurs et des conditions de Kuhn et Tucker abordées précédemment (chap. 11).

Cet ouvrage s'adresse particulièrement aux étudiants orientés vers les applications des techniques de l'optimisation classique. Le praticien y trouvera aussi une référence utile. En particulier les chapitres 6 à 9 le dispenseront de l'effort de « retrouver » telle caractérisation ou propriété tantôt d'une forme quadratique, tantôt d'une arborescence de la convexité.

D'une manière générale l'ouvrage est bien présenté, agrémenté de nombreuses figures et de facture agréable. De nombreux problèmes émaillent et enrichissent l'exposé. Les exercices concluant chaque chapitre fournissent aussi un complément heureux et varié.

Toutefois, ainsi qu'il m'a déjà été donné de le signaler à l'auteur, une certaine familiarité de ton rend parfois l'exposé un peu lourd (... « Un concept étroitement associé à celui de limite pour une suite est celui de limite pour une fonction »..., p. 12 ; ... « Parfois tout ce qu'on exige et obtient d'une forme quadratique, c'est qu'elle soit positive ou négative non pas pour tout $x \neq 0$, mais uniquement pour un ensemble de $x$ satisfaisant à un système d'équations linéaires homogènes » ..., p. 108 ; ... « Une question qui va nous intéresser au plus haut point est celle de savoir si $\zeta_1 = \omega_1$ ... », p. 254).

Enfin sans perdre en rigueur, l'ouvrage eut certainement gagné en élégance d'un recours plus systématique à l'équivalence des notions présentées (chap. 6 à 9 en particulier).

Edouard WAGNEUR,
*Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions*
*École des Hautes Études commerciales (Montréal)*