

## Article

---

« Évaluation de l'hypothèse de la moyenne-variance : une application au portefeuille des banques canadiennes »

Robert Lafrance

*L'Actualité économique*, vol. 59, n° 1, 1983, p. 20-37.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/601041ar>

DOI: 10.7202/601041ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

---

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

---

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : [info@erudit.org](mailto:info@erudit.org)

# ÉVALUATION DE L'HYPOTHÈSE DE LA MOYENNE-VARIANCE: UNE APPLICATION AU PORTEFEUILLE DES BANQUES CANADIENNES

Robert LAFRANCE\*

*Département de sciences économiques, Université de Montréal*

Le but de cet article est d'évaluer la pertinence du modèle de la moyenne-variance comme schéma explicatif du portefeuille domestique des banques canadiennes. Le modèle théorique entraîne certaines restrictions que nous tentons de vérifier à l'aide d'un test de chi-carré dans le cas de sept banques à charte. Les résultats indiquent que le modèle postulé ne peut être accepté.

---

## 1. Introduction

Les banques à charte sont les institutions clés de notre système financier. Elles dominent plusieurs marchés de crédit et placent une part importante de l'épargne. Elles sont, de plus, le premier canal de transmission de la politique monétaire. Leurs décisions d'allocation de fonds dans leurs portefeuilles d'actifs sont cruciales pour l'économie.

Ainsi plusieurs études ont été consacrées à certains aspects des décisions de portefeuille des banques. White (1975) a analysé la gestion du portefeuille domestique des banques dans le cadre du modèle d'ajustement de Tobin-Brainard (1968). Freedman (1974) a de même évalué le portefeuille étranger des banques. Clinton et Masson (1975) et le modèle financier de la banque du Canada (1982a, 1982b) puisent aux mêmes sources. La question des réserves des banques a été scrutée par White et Poloz (1980), adoptant le cadre analytique de Dingle, Sparks et Walker (1972). Théorêt (1979) a étudié l'effet de la politique monétaire sur le rationnement du crédit bancaire.

Quoique différents quant à leurs objectifs, ces modèles partagent certaines caractéristiques: (1) ce sont des modèles d'ajustement (ou de déséquilibre); (2) les fonctions de demande d'actifs excluent arbitrairement certains arguments, notamment les taux de rendement sur les actifs substitués (faisant partie du portefeuille); (3) ces analyses portent sur l'ensemble du système bancaire (à l'exception de White et Poloz).

---

\* Cette recherche a été rendue possible par une subvention du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada. Je tiens à remercier mes assistants de recherche, Frédéric Martin et Richard Thivierge, qui ont effectué les estimations. J'ai bénéficié des commentaires de Claude Montmarquette et de Daniel Racette, mais je demeure le seul responsable du texte définitif.

Le but de cet article est d'évaluer la pertinence du modèle de la moyenne-variance comme schéma explicatif de la détermination du portefeuille domestique des banques canadiennes. L'approche retenue se distingue des études précédentes de quatre manières : (1) nous proposons un modèle d'équilibre en présumant que les ajustements nécessaires sont réalisés en moins d'un mois (période d'observation); (2) la spécification des fonctions de demande d'actifs est la solution explicite d'un problème d'optimisation; (3) les estimations sont appliquées aux portefeuilles individuels de sept banques; (4) le modèle proposé est évalué en vérifiant si les propriétés sont acceptées par les données.

Dans la littérature<sup>1</sup> on distingue trois approches pour expliquer le comportement des banques et leurs stratégies d'allocation de portefeuille. Certains<sup>2</sup> mettent l'accent sur l'exploitation monopolistique de marchés imparfaits (notamment pour les prêts et les dépôts). D'autres<sup>3</sup> expliquent les stratégies de diversification par la structure non convexe des coûts associés à différentes activités de crédit ou d'emprunt. Enfin la troisième approche, dans laquelle s'inscrit le modèle étudié, explique le choix du portefeuille selon les préférences exprimées en fonction du risque associé aux différents actifs lorsque leurs rendements futurs sont incertains. L'objectif visé par le détenteur de titres est la maximisation de l'espérance de l'utilité de la richesse anticipée découlant de ses placements, sous une contrainte de disponibilité de fonds.

L'application de certaines restrictions sur la fonction d'utilité ou sur la distribution a priori des rendements aléatoires<sup>4</sup>, a permis à Tobin (1958) et Markowitz (1959) de développer le modèle de la moyenne-variance comme solution au problème de sélection de portefeuille. Par ailleurs, en explicitant la forme fonctionnelle de la fonction d'utilité, il est possible de dériver un système de demande pour les titres du portefeuille qui possède certaines propriétés.

Ce modèle particulier de l'approche de Tobin et Markowitz a été appliqué dans l'analyse de la gestion du portefeuille de certains intermédiaires financiers. Les premières contributions sont celles de Parkin, Gray et Barrett (1970), dans le cas des banques du Royaume-Uni et Parkin (1970) pour les Discount Houses. Parmi les études subséquentes dans cette tradition on note les articles de Parkin et Gosh (1972), Courakis

---

1. Voir Baltensperger (1980) pour une revue de la littérature.

2. Par exemple Goldfeld et Jaffee (1970), Klein (1971).

3. Ces auteurs adaptent la théorie de l'entreprise aux intermédiaires financiers. Voir Kareken (1967), Pesek (1970) et Towey (1974), Sealy et Lindley (1977).

4. Tsiang (1972, 1974) discute ces restrictions. Levy et Markowitz (1979) démontrent, pour certaines classes de fonctions d'utilité, que la sélection d'un portefeuille selon le critère de moyenne-variance procurerait un niveau d'espérance d'utilité qui est très près du niveau obtenu par la maximisation directe de l'espérance de l'utilité, indépendamment de la nature de la distribution des taux de rendement aléatoires sur les titres.

(1974, 1975, 1980), et, au Canada dans le cas des caisses populaires, les contributions de Chateau (1977, 1979a, 1979b).

Notre contribution consiste à appliquer le modèle au portefeuille des banques à charte canadiennes. Notre objectif est d'évaluer la pertinence du modèle. On notera que la vérification de l'hypothèse de la moyenne-variance, telle que formulée dans le présent article, est entreprise dans un cadre relativement restrictif. En effet, d'une part, nous présumons que les ajustements dans le portefeuille sont réalisés en moins d'un mois (soit la période d'observation) pour justifier l'utilisation d'un modèle d'équilibre; d'autre part, les restrictions légales auxquelles les banques sont assujetties ne sont pas incorporées dans le modèle<sup>5</sup>; enfin, les résultats sont conditionnels à la pertinence des anticipations qu'on doit estimer puisqu'elles ne sont pas observables<sup>6</sup>. Par conséquent, les conclusions de nos tests sont sujettes à caution; les résultats indiquent que l'hypothèse de la moyenne-variance est rejetée si on accepte les hypothèses complémentaires (modèle d'équilibre, formulation des anticipations, absence de contraintes légales).

Nous présentons le modèle théorique à la section 2. Le passage du modèle théorique à l'application économétrique est l'objet de la troisième section: le système d'équations est explicité et les hypothèses sur les anticipations des taux de rendement sont discutées. À la section 4, nous présentons les résultats des tests quant aux propriétés du modèle théorique. Nous concluons à la section 5.

## 2. *Le modèle*

Nous schématisons le problème de la façon suivante. Les gestionnaires de la banque déterminent la composition du portefeuille de la banque selon les disponibilités de fonds pour une période alors que les taux de

---

5. Outre quelques instances de persuasion morale quant à la concurrence pour certains types de dépôts et l'octroi de prêts, les banques à charte sont essentiellement contraintes à maintenir des réserves primaires et secondaires. Lorsque ces contraintes sont effectives, les éléments du bilan détenus pour les rencontrer, sont prédéterminés et par conséquent ils ne peuvent être intégrés au modèle. Le fait de négliger ces contraintes est, nous le reconnaissons, une lacune du modèle. Malheureusement, les données ne nous permettent pas d'évaluer les réserves requises (primaires ou secondaires) car ces réserves sont calculées sur la base des dépôts statutaires et nos observations sont mensuelles. D'autre part les actifs admissibles comme réserves secondaires (bons du trésor, prêts au jour le jour, réserves primaires excédentaires) ne sont pas identifiables puisque tous les prêts à court terme sont agrégés. En conséquence, nous avons adopté le compromis suivant: les réserves primaires sont supposées exogènes et la contrainte des réserves secondaires n'est pas incorporée dans le modèle.

6. Le problème des hypothèses simultanées (dans ce cas, l'hypothèse de la moyenne-variance et la formulation des anticipations) n'a pas de solution. Toute vérification d'un modèle qui incorpore des variables non observables est conditionnelle aux variables témoins. Du point de vue méthodologique on ne doit pas préjuger l'évaluation de l'hypothèse fondamentale (moyenne-variance) par le choix le plus judicieux de l'hypothèse secondaire (anticipations). L'hypothèse secondaire doit être plausible. Dans cet article nous supposons que les banques utilisent l'information disponible de telle sorte que les erreurs de prévisions sont imprévisibles et nulles en moyenne (voir section 3).

rendement sur les actifs ne sont pas connus avec certitude<sup>7</sup>. On présume que les gestionnaires, suite à une consultation des départements de la banque, ont formulé a priori une distribution subjective des taux qui vont se réaliser sur le marché. Les décisions quant à la composition du portefeuille sont alors réévaluées à chaque période<sup>8</sup>.

Les gestionnaires maximisent l'espérance de l'utilité du profit résultant des opérations sur le portefeuille. Nous admettons que le volume du portefeuille est une considération importante pour les gestionnaires, la taille favorisant les économies d'échelle au niveau des opérations et l'accès à de nouveaux marchés, notamment au niveau international<sup>9</sup>. Cependant, à court terme, nous croyons que le profit est une mesure plus adéquate pour évaluer la performance des gestionnaires et satisfaire ainsi les actionnaires.

La préférence pour la maximisation de l'espérance de l'utilité plutôt que de l'espérance du profit comme objectif implique une hypothèse d'aversion au risque de la part des gestionnaires. Cette hypothèse semble particulièrement applicable à des institutions dont la réussite dépend, en partie, de la confiance des créanciers d'être remboursés<sup>10</sup>.

Le modèle peut être formalisé comme suit. Les éléments du bilan de la banque sont répartis en deux sous-ensembles. D'une part, nous avons les

---

7. On néglige ainsi le problème du flux aléatoire des fonds disponibles durant la période. Parkin et alii supposent dans leur cadre théorique que les entrées de fonds ne sont pas connues a priori avec certitude. Mais lorsque le modèle est appliqué au portefeuille agrégé des banques ils introduisent une hypothèse additionnelle à savoir que les erreurs de prévision des banques sur les disponibilités de fonds s'annulent. Puisque nous testons le modèle au niveau des banques individuelles, cet échappatoire n'est pas possible. Par ailleurs, si on formule le modèle avec une hypothèse de disponibilité de fonds aléatoires, on doit résoudre le problème de réconcilier la contrainte du portefeuille planifié avec celle du portefeuille réalisé. Une formulation dynamique d'ajustement du problème produirait un modèle différent et dépasse l'objet de notre analyse.

8. Courakis (1980) considère un horizon temporel de plusieurs périodes. Dans ce cas il faut prendre en considération les prévisions sur les disponibilités de fonds. Notre hypothèse présuppose que les coûts de modifier le portefeuille sont négligeables.

9. Monti (1972) a développé un modèle où la fonction objective peut être caractérisée par un compromis entre le profit et la croissance. Cependant, ce modèle ne s'applique que dans un contexte de certitude. D'autre part, au niveau empirique la pondération entre les objectifs est difficile à évaluer a priori.

10. La taille, l'assurance-dépôt, le rôle du prêteur de dernier recours de la Banque du Canada et la disponibilité des réserves, dont un minimum légal est imposé, sont autant de lignes de défense pour assurer la liquidité (et ultimement la solvabilité) des banques. Cependant, la conduite prudente des affaires suggère que l'aversion au risque est une attitude qui caractérise les gestionnaires. Ainsi, dans le cadre d'un modèle où les banques sont sujettes à des flux aléatoires de dépôts et de non-remboursement de certains prêts, Ratti (1980) a trouvé que l'aversion relative au risque croissait avec le niveau de profit dans le cas de certaines banques américaines. Rhoades et Rutz (1982) à partir d'un échantillon de 6 500 banques américaines, ont trouvé que les banques dans des marchés oligopolistiques (ou monopolistiques) avaient une plus grande aversion au risque que les banques dans un marché concurrentiel.

actifs qui sont choisis par les gestionnaires dans la détermination du portefeuille. Ce sont les variables endogènes. Soit  $y$ , le vecteur de ces actifs, de dimension  $n \times 1$ . Les taux de rendement de ces actifs sont représentés par le vecteur  $r$ , de même dimension. Les autres items du bilan, dont la sommation constitue la disponibilité de fonds, sont représentés par le vecteur  $w$  (dimension:  $m \times 1$ ). Les taux de rendement de ces items du bilan sont représentés par le vecteur  $s$ , de même dimension. Les coûts administratifs de la gestion du portefeuille sont supposés fixes et symbolisés par le salaire  $c$ .<sup>11</sup> Enfin,  $\iota$  et  $\iota_*$ , sont des vecteurs de sommation, respectivement de dimension  $(n \times 1)$  et  $(m \times 1)$ . Par convention, les éléments du bilan ( $y$ ,  $w$ ) qui correspondent à des items de l'actif (du passif) sont affectés d'un signe positif (négatif). Un vecteur,  $x$ , transposé est dénoté  $x'$ .

Selon notre notation le profit sur une période s'écrira :

$$\pi = r'y + s'w - c \quad (1)$$

et le bilan ou la contrainte du portefeuille

$$\iota'y + \iota_*'w = 0. \quad (2)$$

Soient:  $U$ , la fonction d'utilité et  $\phi(q')$ , où  $q' = (r', s')$  la distribution a priori subjective des taux de rendement. Le problème des gestionnaires peut s'écrire alors comme suit :

$$\text{Max}_y \int U(r'y + s'w - c) \phi(q') dq' \quad (3)$$

sous réserve que  $\iota'y + \iota_*'w = 0$ .

Afin de rendre le modèle opérationnel, nous adoptons, selon Parkin et alii (1970) et Courakis (1974), les restrictions suivantes sur la fonction d'utilité et la distribution des taux de rendement. La fonction d'utilité est une exponentielle :

$$U(\pi) = \alpha - \gamma \exp(-\beta\pi) \quad (4)$$

où  $\alpha, \beta, \gamma > 0$ .

Ceci implique que l'aversion absolue au risque au sens de Arrow et Pratt, soit  $\beta$ , est constante et que l'aversion relative ( $\beta\pi$ ) est proportionnelle au niveau du profit. D'autre part, nous supposons que les taux de rendement sont distribués selon une loi normale multivariée. Sous ces hypothèses, comme l'a démontré Freund (1956), le problème en (3) et (4) est équivalent à l'hypothèse de la moyenne-variance de la théorie du portefeuille, soit :

11. En réalité il y a des coûts spécifiques de transaction associées aux divers actifs. Ils sont négligés dans l'analyse par manque d'information. On suppose que les coûts d'opération sont répartis sur l'ensemble du portefeuille.

$$\text{Max}_y E(\pi) - .5 \beta V(\pi) \quad (5)$$

sous la contrainte  $\iota'y + \iota'_*w = 0$

où, par définition,  $E(\pi)$  et  $V(\pi)$  représentent respectivement l'espérance et la variance du profit. Le problème (5) s'écrit de façon explicite :

$$\text{Max}_y E[r'y + s'w - c] - .5 \beta [y', w'] \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} V_{rr} & V_{rs} \\ V_{sr} & V_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ w \end{bmatrix} - \lambda(\iota'y + \iota'_*w)$$

où  $Ex =$  espérance mathématique de  $x$ ,  $x = r, s$ ;

$V_{xz}$  = matrice de variance-covariance des variables aléatoires,  $x, z$ ;  
 $x = r, s$ ;  $z = r, s$ .

La solution<sup>12</sup> de ce problème après manipulation est de la forme :

$$y = A Er + Bw \quad (7)$$

où  $A = \bar{G}/\beta$  et  $B = -(GV_{rs} + K\iota'_*)$ , avec

$$G = V_{rr}^{-1} - V_{rr}^{-1} \iota \iota' V_{rr}^{-1} [\iota' V_{rr}^{-1} \iota]^{-1} \text{ et } K = V_{rr}^{-1} \iota [\iota' V_{rr}^{-1} \iota]^{-1}$$

Ainsi les demandes d'actifs ( $y$ ) sont des fonctions linéaires des taux de rendement anticipés sur ces actifs ( $Er$ ) et des items exogènes du bilan ( $w$ ). De plus le modèle laisse entrevoir certaines propriétés qui correspondent à des restrictions sur les matrices des paramètres ( $A, B$ ), formellement<sup>13</sup> :

- (i)  $A$  est symétrique
- (ii)  $A\iota \equiv 0$
- (iii)  $\iota'A \equiv 0$  et  $\iota'B \equiv -\iota'_*$
- (iv) les éléments de la diagonale de la matrice  $A$  sont positifs.

L'interprétation de ces propriétés est immédiate. Les demandes pour les actifs sont homogènes de degré zéro en termes des rendements anticipés (ii) : c'est la propriété d'homogénéité. Les fonds disponibles, selon

12. Voir Parkin (1970) et Courakis (1974).

13. Preuve: (i)  $A = G/\beta$  par définition, or  $G$  est la différence entre deux matrices symétriques puisque  $V_{rr}$  est symétrique par définition (matrice de variance-covariance), donc  $G$  et  $A$  sont symétriques;  
 (ii)  $A\iota = 1/\beta G\iota = V_{rr}^{-1} \iota - V_{rr}^{-1} \iota = 0$ ; (iii) par (i) et (ii)  $\iota'A = 0$ , de plus  $\iota'\beta = \iota'GV_{rs} - \iota'K\iota'_* = 0 - \iota'_* = -\iota'_*$ ; (iv) cette propriété résulte des conditions de second ordre du problème pour assurer le maximum [voir Parkin (1970), Courakis (1974)].

chaque composante de  $w$ , sont entièrement alloués aux items du portefeuille, c'est-à-dire que  $\iota'B = -\iota_*$ . Par (iii), la sommation des paramètres de chaque colonne de  $A$  est égale à zéro et la somme des paramètres de chaque colonne de  $B$  est égale à  $-1$ . Ce résultat correspond à la propriété d'additivité indiquant que la contrainte du bilan est respectée.

Les propriétés (i) et (iv) nous indiquent que les effets des taux de rendement anticipés sur les demandes d'actifs sont symétriques (une condition analogue aux effets-prix de Slutsky dans la théorie néo-classique de la demande) et positifs. Nous allons maintenant confronter le modèle aux données.

### 3. Application aux banques canadiennes

Nous avons appliqué le modèle aux sept principales banques canadiennes: la Banque Royale (*ROY*), la Banque Canadienne Impériale de Commerce (*COM*), la Banque de Montréal (*MTL*), la Banque de Nouvelle-Écosse (*BNE*), la Banque Toronto-Dominion (*TOR*), la Banque Canadienne Nationale (*BCN*) et la Banque Provinciale du Canada (*PRO*). La période échantillonnale s'étale de novembre 1969 à octobre 1977 et couvre un total de 96 observations mensuelles.

Les éléments du portefeuille considérés, les composantes du vecteur  $y$ , ont été les suivants: les bons du trésor (*BT*), les prêts à court terme (*PCT*), les obligations fédérales à échéance de moins de trois ans (*OFC*), les obligations fédérales à échéance de trois ans ou plus (*OFL*), les prêts (*PRT*) et les titres (*Ti*)<sup>14</sup>.

Les fonds disponibles, les composantes de  $w$ , ont été regroupés en trois catégories: les dépôts à vue (*DV*) en dollars canadiens, à l'exclusion des dépôts du gouvernement canadien, des provinces et des autres banques; les dépôts sujets à préavis et à terme en dollars canadiens (*DT*) et le résidu (*RES*) des éléments considérés au préalable pour équilibrer le bilan. Les sources et les définitions de ces items sont fournies dans l'appendice.

Le tableau 1 nous indique la composition moyenne du portefeuille analysé des différentes banques pour la période.

Malgré les différences dans le volume du portefeuille considéré entre les banques on note une similitude dans la répartition des actifs. L'exception à la règle est la Banque Canadienne Nationale, dont la proportion en prêts est nettement inférieure à la moyenne et dont la détention de titres est supérieure à la moyenne. De même la Banque Provinciale a relativement plus de titres et moins d'obligations fédérales. Ces différences s'ex-

14. Nous n'avons retenu que certaines composantes du portefeuille domestique des banques. Nous avons exclu les transactions en devises étrangères. Ce portefeuille devrait constituer un objet d'analyse en soit (voir C. Freedman (1974)).



TABLEAU 1  
COMPOSITION DES PORTEFEUILLES DES BANQUES

Banque	% avoirs dans le portefeuille considéré						Total Avoirs considérés <sup>1</sup>	Ratio Dépôts <sup>2</sup>
	<i>BT</i>	<i>PCT</i>	<i>OFC</i>	<i>OFL</i>	<i>PRT</i>	<i>Ti</i>		
<i>COM</i>	7,71	2,19	5,31	5,12	73,98	5,66	10,42	0,27
<i>ROY</i>	7,63	1,99	4,64	4,82	76,04	4,85	10,27	0,31
<i>MTL</i>	6,96	1,94	5,23	4,93	75,64	5,27	8,73	0,27
<i>TOR</i>	6,87	2,83	4,01	3,93	76,04	6,29	5,55	0,29
<i>BNE</i>	6,72	2,13	3,48	3,96	76,99	6,68	5,27	0,26
<i>BCN</i>	7,88	3,19	2,05	6,72	67,44	13,01	2,36	0,20
<i>PRO</i>	7,41	2,62	3,82	3,75	73,87	8,50	1,38	0,20
<i>AGR</i> <sup>3</sup>	7,32	2,24	4,53	4,77	75,05	6,07	43,98	0,27

1. En milliards de dollars.

2. Ratio: dépôts à vue/dépôts à terme et à préavis.

3. *AGR* = Agrégat, soit la somme des sept banques.

pliquent par le caractère plus régional de ces banques<sup>15</sup> et leur implication au niveau des prêts aux gouvernements locaux. En contrepartie, pour compenser les risques de liquidité, leur ratio dépôt à vue/dépôt à préavis et à terme est plus faible.

Les taux de rendement, les éléments du vecteur  $r$ , sont: le taux de rendement sur les bons du trésor à 3 mois (*RBT*), le taux d'intérêt sur les prêts au jour le jour (*RJJ*), le taux de rendement moyen des obligations du Canada de 1 à 3 ans (*ROC*), le taux de rendement moyen des obligations du Canada de 3 à 5 ans (*ROL*), le taux de base des prêts aux entreprises (*RPB*), le rendement moyen de 10 obligations industrielles selon l'indice de McLeod, Young et Weir (*RTi*).

Compte tenu des éléments retenus du portefeuille, le système d'équations que nous estimons, conformément au modèle de l'équation (7), est explicité comme suit:

$$\begin{bmatrix} BT \\ PCT \\ OFC \\ OFL \\ PRT \\ Ti \end{bmatrix} = [\alpha_{ij}] E \begin{bmatrix} RBT \\ RJJ \\ ROC \\ ROL \\ RPB \\ RTi \end{bmatrix} + [\beta_{kj}] \begin{bmatrix} -DV \\ -DT \\ RES \end{bmatrix} + [\gamma_j] + [u_j] \quad (8)$$

15. Ces banques ont fusionné depuis. Leur portefeuille agrégé dans l'échantillon serait plus près de celui des autres banques.

où :  $i = 1, \dots, 6$ ;  $k = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, \dots, 6$ . C'est-à-dire que nous avons ajouté une constante  $[\gamma_j]$  à chaque équation et représenté les erreurs aléatoires par le vecteur  $[u_j]$ . On présume que ces dernières possèdent les propriétés classiques (moyenne nulle, absence de corrélation temporelle, homoscedastiques).

Avant de procéder à l'estimation, nous devons formuler certaines hypothèses quant à la formation des anticipations, puisque les taux de rendement anticipés ne sont pas observables. Deux solutions sont proposées. Dans le premier cas nous adoptons l'hypothèse des attentes rationnelles : cette approche nous indique que, compte tenu de l'information disponible, les erreurs de prévisions sur les taux de rendements seront nuls en moyenne. Donc le taux anticipé est égal au taux actuel sur le marché plus une erreur aléatoire, à moyenne nulle. L'erreur de prévision est alors intégrée dans l'erreur résiduelle de chaque équation. Le taux de rendement observé est alors la variable témoin du taux anticipé.

Dans le deuxième cas, nous estimons les prévisions à partir de modèles autorégressifs et de moyennes mobiles (ARIMA) et Box de Jenkins (1970), en supposant que les processus estimés sont stables pour l'ensemble de la période échantillonnale. L'estimation de ces processus est reportée en annexe. Ceci suppose que l'information pertinente pour prévoir les taux de rendement est incorporée dans l'évolution temporelle du taux à prévoir.

On vérifie la validité du modèle par un test de coefficient de vraisemblance. Le modèle de l'équation (8) est dit modèle sans contrainte. Si on impose les propriétés (i) – (iv) au modèle, spécifiquement<sup>16</sup> la symétrie des coefficients  $\alpha$  ( $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ ) et la propriété d'homogénéité ( $\sum_i \alpha_{ij} = 0$ ), on obtient le modèle contraint. Soit  $\gamma$ , le ratio de vraisemblance du modèle contraint sur le modèle non contraint. La valeur de  $-2 \log \gamma$  est alors distribuée asymptotiquement selon une loi du chi-carré. Par conséquent, on teste la validité du modèle en comparant cette valeur à une valeur critique de la distribution chi-carré appropriée. Pour chaque banque et dans le cas du portefeuille agrégé, nous présentons les résultats de six tests : la vérification de la propriété d'homogénéité, la vérification de la symétrie étant donné l'homogénéité, et les deux propriétés ou le modèle complet. L'expérience est réalisée pour chacune des deux formulations des anticipations sur les taux d'intérêt. Par la propriété d'additivité (inhérente aux données), il existe une dépendance linéaire entre les résidus ( $u_j$ ). Par conséquent, la matrice de covariance des résidus est singulière et le modèle ne peut être estimé. Pour obvier à ce problème, il suffit d'estimer le modèle en omettant une équation (Theil 1971, pp. 335-36) et de

16. L'additivité est toujours vérifiée par construction. La contrainte de non-négativité des éléments de la diagonale n'a pas été imposée. En ceci nous sommes conformes à la tradition de Parkin et alii et Courakis.

recupérer l'estimation des paramètres de l'équation omise par la propriété d'additivité. Le modèle empirique comprend donc cinq équations, l'équation des titres étant omise.

#### 4. Les résultats empiriques

Les statistiques<sup>17</sup> du chi-carré calculé sont regroupées au tableau 2. Soit  $\chi^2 = -2\log(V_N/V_C)$  où  $V_N/V_C$  représente la vraisemblance du modèle non contraint (contraint). Considérant que le test du chi-carré n'est valide qu'asymptotiquement, nous avons adopté la suggestion de Hendry et Anderson (1976) pour corriger la valeur du chi-carré estimé dans le cas des petits échantillons. Ainsi les valeurs tabulées sont  $\bar{\chi}^2 = \delta\chi^2$  où  $\delta$  est un facteur de correction;  $\delta = [1 - \theta/nT]$  et  $\theta = p + .5 [n(n+1) + q]$ . Par définition,  $n$  est égal au nombre d'équations stochastiques,  $p$  représente le nombre de paramètres du modèle contraint,  $q$  correspond au nombre de degrés de liberté résultant de l'imposition des contraintes et  $T$  symbolise le nombre d'observations.

TABLEAU 2  
TESTS DU QUOTIENT DE VRAISEMBLANCE: VALEURS  $\bar{\chi}^2$

Banque	Homogénéité		Hypothèse symétrie		Modèle complet	
	A	B	A	B	A	B
COM	33,3	38,6	59,2	36,4	92,5	74,3
ROY	17,4	31,9	72,2	69,7	82,3	90,5
MTL	32,8	49,2	53,0	41,5	85,8	89,9
TOR	36,0	30,8	40,6	43,3	76,8	73,4
BNE	25,7	22,3	39,5	34,4	64,5	56,0
BCN	30,2	30,4	56,1	48,3	86,2	88,6
PRO	19,9	27,5	48,9	45,4	68,7	72,1
AGR	22,8	36,18	90,2	68,1	111,4	102,6
$\chi^2_{.05}$	11,07		18,30		24,99	

NOTES: A et B correspondent respectivement aux anticipations rationnelles et au processus ARIMA. Les facteurs de correction ( $\delta$ ) sont, selon le cas, égaux à 0,88 (homogénéité), 0,896 (symétrie) et 0,80 (modèle complet), les valeurs des paramètres ( $p, q, n, T$ ) étant, dans l'ordre précédent, (40, 5, 5, 96), (30, 10, 5, 96) et (30, 15, 5, 96).  $\chi^2_{.05}$  est la valeur critique au seuil de 5%.

17. Les modèles ont été estimés à l'aide du programme RESIMUL de C.R. Wymer utilisant la méthode du maximum de vraisemblance à information complète. Les données ont été désaisonnalisées préalablement à l'estimation en soustrayant la moyenne saisonnière (pour chaque mois) des observations. Ceci est équivalent à utiliser des variables muettes pour chaque mois.

L'examen des valeurs du  $\bar{\chi}^2$  nous indique que les hypothèses du modèle sont rejetées par les données puisque la valeur calculée est supérieure à la valeur critique. On ne peut accepter les contraintes d'homogénéité et de symétrie prises ensemble, ou considérées séparément. Ce résultat négatif est confirmé pour l'ensemble des banques et dans le cas de chaque banque individuelle quelle que soit la nature des anticipations.

Quant aux hypothèses des anticipations, les résultats sont partagés, si on examine les valeurs du  $\bar{\chi}^2$  en imposant l'homogénéité et la symétrie. Les attentes rationnelles favorisent le modèle dans le cas de quatre banques (*ROY, MTL, BCN, PRO*) tandis que pour les trois autres banques (*COM, TOR, BNE*) et l'agrégat les processus ARIMA sont préférables. Notons enfin que les valeurs du  $\bar{\chi}^2$  sont inférieures dans les cas individuels relativement à l'agrégat (modèle complet). Puisque l'agrégation requiert que les banques aient les mêmes anticipations ( $E\tau$ ) et des matrices de covariance identiques ( $V$ ) et donc des distributions subjectives sur les taux de rendement semblables (Courakis 1974, p. 185), et que nous avons imposé des anticipations uniques, on peut conclure que la deuxième condition n'est pas acceptable.

Par souci de concision nous ne présentons pas les estimations des paramètres individuels pour les divers modèles. Cependant, on peut résumer l'allure générale des résultats. D'abord, on note des différences marquées entre les coefficients des banques. Ceci reflète les différences au niveau de la taille, de la confiance dans les prévisions des taux (variances subjectives) et du degré d'aversion au risque. Par conséquent, le modèle ne peut être appliqué de façon cohérente au niveau agrégé. De plus les coefficients pour les dépôts à vue et les dépôts à terme et à préavis sont différents. Ainsi, la composition des dépôts est un élément important dans le choix du portefeuille.

Au sujet des effets des taux de rendement (les coefficients  $\alpha_{ij}$ ), les résultats sont résumés au tableau 3. On note qu'une grande proportion des coefficients (130 des 294 paramètres estimés) ne sont pas significatifs. De plus, plusieurs éléments de la diagonale sont significativement négatifs (18 des 94 paramètres estimés) contrairement à l'hypothèse du modèle (propriété iv).

Pour ce qui est des coefficients hors de la diagonale on peut dégager certaines relations générales de substitution et de complémentarité (certaines banques ne se conforment pas au schéma). Deux actifs sont des substituts (compléments) si le signe de l'effet croisé des taux de rendement est négatif (positif). Ainsi les bons du trésor sont substituts aux prêts à court terme, aux obligations à long terme et aux titres. Les prêts sont substituts aux titres et aux obligations fédérales à court terme. Les titres sont complémentaires aux obligations fédérales à court et à long terme.

TABLEAU 3  
LES SIGNES DES COEFFICIENTS DES TAUX DE RENDEMENT

	<i>RBT</i>	<i>RJJ</i>	<i>ROC</i>	<i>ROL</i>	<i>RPB</i>	<i>RTi</i>
<i>BT</i>	2,5,7	0,8,6	4,10,0	0, 8,6	14,0,0	1, 2,11
<i>PCT</i>		5,7,2	1, 9,4	4, 6,4	3,8,3	2,10, 2
<i>OFC</i>			1,10,3	2,10,2	1,5,8	12, 2, 0
<i>OFL</i>				4, 8,2	4,6,4	5, 9, 0
<i>PRT</i>					5,5,4	0, 0,14
<i>Ti</i>						12, 2, 0

Les chiffres expriment respectivement le nombre de coefficients significativement positifs, non significativement différents de zéro et significativement négatifs pour les sept banques et les deux versions d'anticipations. Le seuil de signification retenu a été de 10%.

Nos résultats indiquent que le modèle n'est pas confirmé par les données. Courakis (1974), en appliquant le modèle au portefeuille agrégé des banques du Royaume-Uni, avait conclu dans le même sens. Réexaminant le problème et l'appliquant aux banques individuelles, Courakis (1980) ne peut infirmer le modèle modifié dans le cas de onze banques anglaises. L'extension du modèle de Courakis consiste à allonger l'horizon du portefeuille à trois périodes (mois) et à inclure dans le modèle les taux de rendement et les variations dans les items exogènes du portefeuille pour les trois mois subséquents au moment de la sélection du portefeuille. Cette formulation permet un nombre considérable (80) de degrés de liberté pour tester le modèle lorsqu'on impose les propriétés. Cependant, la validation du modèle peut être suspecte si la majorité des coefficients estimés ne sont pas significatifs auquel cas les restrictions de symétrie et d'homogénéité ne seraient pas contraignantes. Puisque l'auteur ne rapporte pas le degré relatif de signification de ces paramètres, on doit admettre qu'un doute subsiste quant à l'acceptation du modèle. Deuxièmement, la formulation des anticipations (sur les taux de rendement et les variations des disponibilités de fonds) basée sur des régressions sur des variables exogènes futures réalisées va à l'encontre du principe même des anticipations. En effet, les prévisions ne sauraient s'établir qu'à partir d'informations disponibles au moment de la prise de décision.

### 5. Conclusion

Le constat du rejet de l'hypothèse de la moyenne-variance dans le cadre de notre modèle doit être interprété d'une façon nuancée. En effet, nous avons formulé un certain nombre d'hypothèses secondaires (modèle d'équilibre, formulation des anticipations, absence de contraintes légales) afin de réaliser la vérification de l'hypothèse principale. Les tests impliquent le rejet de toutes ces hypothèses conjointes. Par le fait même trois conclusions s'imposent: (1) nous n'avons pas démontré d'une manière

incontestable que l'hypothèse de la moyenne-variance doit être écartée pour expliquer la détermination du portefeuille des banques; (2) les tests ne permettent pas d'identifier laquelle (ou lesquelles) des hypothèses simultanées est (ou sont) rejetée (rejetées) par les observations; (3) la modification des hypothèses secondaires, tout en respectant les propriétés des fonctions de demande d'actifs selon l'hypothèse de la moyenne-variance, impliquerait des modèles différents qui pourraient ne pas être rejetés par les données.

Nous pouvons suggérer quelques voies de recherche qui mériteraient d'être explorées. On pourrait examiner des processus de formation d'anticipations distincts de ceux qui ont été considérés, notamment pour distinguer les anticipations entre les banques. Par ailleurs, le modèle tel que formulé est un modèle d'équilibre. Il serait pertinent d'examiner la validité des hypothèses dans le cadre d'un modèle dynamique d'ajustement qui tiendrait compte des coûts d'ajustement du portefeuille. Enfin, il est probable que les anticipations quant aux variations des items exogènes du bilan soient des facteurs importants à considérer dans la décision d'allocation du portefeuille. Par conséquent, elles devraient être intégrées dans le calcul du portefeuille optimal.

ANNEXE I  
LES DONNÉES

Les données sur les portefeuilles nous ont été fournies par la Banque du Canada. Elles sont publiées dans le supplément à la *Gazette du Canada*. Les définitions sont les suivantes.

- BT* : Bons du trésor du Canada à leur valeur amortie.
- PCT* : Prêts sur titres, au jour le jour, à vue et à court terme, à des négociants et courtiers en valeurs, en monnaie canadienne.
- OFC* : Autres valeurs émises ou garanties par le Canada, échéant dans les trois ans, à leur valeur amortie.
- OFL* : Valeurs émises ou garanties par le Canada, n'échéant pas dans les trois ans, à leur valeur amortie.
- PRT* : Autres prêts en monnaie canadienne, moins provisions pour pertes.
- $T_i$  : Autres valeurs émises par des Canadiens, n'excédant pas le cours du marché, plus prêts à une province en monnaie canadienne, plus prêts à un corps municipal ou scolaire du Canada, en monnaie canadienne, moins provisions pour perte.
- DV* : Autres dépôts à demande en monnaie canadienne.
- DT* : Dépôts d'épargne des particuliers au Canada remboursables sur préavis plus autres dépôts à préavis, en monnaie canadienne.

Les taux de rendements sont tirés de la banque CANSIM de Statistique Canada. Le numéro de référence est indiqué entre parenthèses.

- RBT* : Taux de rendement des bons du trésor à l'adjudication du jeudi, à 3 mois (B14007).
- RJJ* : Taux sur les prêts au jour le jour, moyenne hebdomadaire des taux de clôture (B14002).
- ROC* : Rendement moyen des obligations du Canada, de 1 à 3 ans (B14009).
- ROL* : Rendement moyen des obligations du Canada, de 3 à 5 ans (B14010).
- RPB* : Taux de base des prêts aux entreprises (B14020).
- RTi* : Rendement moyen de 10 obligations industrielles (McLeod, Young, Weir), (B14016).

## ANNEXE 2

Le tableau suivant décrit les processus ARIMA estimés. Ils ont été calculés à partir d'un échantillon de 138 observations (juin 1966 à octobre 1977).

ESTIMATION DES PROCESSUS AUTORÉGRESSIFS ET DE MOYENNES  
MOBILES DES TAUX DE RENDEMENT

(1)	$(1 + 0,559B)(1 - B)RBT_t = 0,0069 + (1 + 0,1728B^6)e_t;$	$Q = 22,95$
	(0,781) (1,24) (2,01)	
(2)	$(1 - B)RJJ_t = 0,0139 + (1 - 0,3453B^2)e_t;$	$Q = 12,49$
	(0,30) (-4,27)	
(3)	$(1 - B)ROC_t = 0,0146 + (1 - 0,2555B + 0,2733B^6 - 0,1760B^{12})e_t;$	$Q = 21,94$
	(0,44) (-3,19) (3,37) (-2,05)	
(4)	$(1 + 0,2259B - 0,3338B^6)(1 - B)ROL_t = 0,0212 + e_t;$	$Q = 14,85$
	(2,83) (-4,20) (0,81)	
(5)	$(1 - B)RPB_t = 0,0172 + (1 - 0,1728 - 0,1515B^2 - 0,229B^3 - 0,2036B^4)e_t;$	$Q = 16,91$
	(0,46) (-2,06) (-1,79) (-2,64) (-2,38)	
(6)	$(1 - B)RTi_t = 0,0234 + (1 - 0,3105B + 0,1641B^6 - 0,2772B^{12})e_t;$	$Q = 13,98$
	(1,18) - 3,99) (2,07) (-3,43)	

Par convention,  $B$  est l'opérateur de retard :  $B^k x_t = x_{t-k}$ . Les  $t$  de Student sont indiqués entre parenthèses. La statistique  $Q$  de Box et Pierce (1970), calculée sur les 24 premiers retards, nous indique que les résidus sont des bruits blancs (les valeurs étant inférieures aux valeurs critiques d'une distribution chi-carré au seuil de signification de 5%).



## RÉFÉRENCES

- BALTENSPERGER, E., « Alternative Approaches to the Theory of the Banking Firm », *Journal of Monetary Economics*, vol. 6, n° 1, janvier 1980, pp. 1-37.
- Banque du Canada, « The Equations of RDX: September 1980 Version », Rapport technique n° 25, 1982a.
- Banque du Canada, « The Structure and Dynamics of RDX: September 1980 Version », Rapport technique n° 26, 1982b.
- BOX, G.E.P., JENKINS, G.M., *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 1970.
- BOX, G.E.P., PIERCE, D., « Distribution of Residual Autocorrelation in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Models », *Journal of the American Statistical Association*, vol. 65, décembre 1970, pp. 1509-1526.
- BRAINARD, W.C., TOBIN, J., « Pitfalls in Financial Model Building », *American Economic Review*, vol. 58, mai 1968, pp. 99-122.
- CHATEAU, J.-P.D., « Une analyse économétrique du comportement d'intermédiation financière des sociétés de crédit populaire: le cas des Caisses Populaires », *L'Actualité Économique*, vol. 53, n° 3, 1977, pp. 415-447.
- CHATEAU, J.-P.D., « Une analyse économétrique de la demande et de l'offre de dépôts des sociétés de crédit populaire: le cas des Caisses Populaires », *L'Actualité Économique*, vol. 55, n° 2, 1979a, pp. 207-229.
- CHATEAU, J.-P.D., « Choix rationnel en incertitude: un modèle dynamique de sélection du portefeuille d'actifs des sociétés de crédit populaire », *Journal de la Société de Statistique de Paris*, vol. 120, n° 3, 1979b, pp. 159-177.
- CLINTON, K., MASSON, P., « A Monthly Model of the Canadian Financial System », Banque du Canada, Rapport technique n° 4, août 1975.
- COURAKIS, A.S., « Clearing Bank Asset Choice Behavior: A Mean Variance Treatment », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 36, n° 3, août 1974, pp. 173-201.
- COURAKIS, A.S., « Testing Theories of Discount House Portfolio Selection », *Review of Economic Studies*, vol. 42 (4), n° 132, octobre 1975, pp. 643-648.
- COURAKIS, A.S., « In Search of an Explanation of Commercial Bank Short-Run Portfolio Selection », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 42, n° 4, novembre 1980, pp. 305-336.
- DINGLE, J.F., SPARKS, G.R., WALKER, M.A., « Monetary Policy and the Adjustment of Chartered Bank Assets », *Revue Canadienne d'Économie*, vol. 5, n° 3, pp. 494-514.

- FREEDMAN, C., « The Foreign Currency Business of the Canadian Banks : An Econometric Study », Banque du Canada, Travail de recherche n° 10, 1974.
- FREUND, R.J., « The Introduction of Risk into a Programming Model », *Econometrica*, vol. 24, n° 3, juillet 1956, pp. 253-263.
- GOLDFELD, S.M., JAFFE, D.M., « The Determinants of Deposit Rate Setting by Savings and Loans Associations », *Journal of Finance*, vol. 25, juin 1970, pp. 615-632.
- HENDRY, D.F., ANDERSON, G.J., « Testing Dynamic Specification in Small Simultaneous Systems : An Application to a Model of Building Society Behavior in the United Kingdom », Mimeo, London School of Economics, 1976.
- KAREKEN, J.H., « Commercial Banks and the Supply of Money : A Market-Determined Demand Deposit Rate », *Federal Reserve Bulletin*, n° 53, octobre 1967, pp. 1699-1712.
- KLEIN, M.A., « A Theory of the Banking Firm », *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 3, n° 2(1), mai 1971, pp. 205-218.
- LEVY, H., MARKOWITZ, H.M., « Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance », *American Economic Review*, vol. 69, n° 3, juin 1979, pp. 308-317.
- MARKOWITZ, H.M., *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments*, John Wiley and Sons, New York, 1959.
- MONTI, M., « Deposit, Credit and Interest Rate Determination under Alternative Bank Objective Functions », dans *Mathematical Models in Investment and Finance*, G. Szego, K. Shell (éd.), North-Holland, Amsterdam, 1972, pp. 430-454.
- PARKIN, M., « Discount House Portfolio and Debt Selection », *Review of Economic Studies*, vol. 37 (4) n° 112, octobre 1970, pp. 469-497.
- PARKIN, M., GOSH, D., « A Theoretical and Empirical Analysis of the Portfolio, Debt and Interest Rate Behavior of Building Societies », *The Manchester School*, vol. 40, n° 3, 1972, pp. 231-244.
- PARKIN, M., GRAY, M.R., BARRETT, R.J., « The Portfolio Behavior of Commercial Banks, dans *The Econometric Study of the United Kingdom*, K. Hilton (éd.), MacMillan, Londres, 1970, pp. 229-251.
- PESEK, B., « Bank's Supply Function and the Equilibrium Quantity of Money », *Revue Canadienne d'Économique*, vol. 2, n° 3, août 1970, pp. 357-385.
- RATTI, R.A., « Bank Attitude Toward Risk, Implicit Rates of Interest, and the Behavior of an Index of Risk Aversion for Commercial Banks », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 95, n° 2, septembre 1980, pp. 309-331.

- RHOADES, S.A., RUTZ, R.D., « Market Power and Firm Risk : A Test of the Quiet Life Hypothesis », *Journal of Monetary Economics*, vol. 9, n° 1, janvier 1982, pp. 73-86.
- SEALY, C.W., LINDLEY, J.T., « Inputs, Outputs, and a Theory of Production and Costs at Depository Financial Institutions », *Journal of Finance*, vol. 32, n° 4, septembre 1977, pp. 1251-1266.
- THEIL, H., *Principles of Econometrics*, John Wiley and Sons, New York, 1971.
- THEORET, R., « L'impact de la Banque du Canada sur la disponibilité du crédit bancaire : 1967-1976 », *L'Actualité Économique*, vol. 55, n° 2, 1979, pp. 181-206.
- TOBIN, J., « Liquidity Preference as Behavior Towards Risk », *Review of Economic Studies*, vol. 25, n° 67, février 1958, pp. 65-86.
- TOWEY, R.E., « Money Creation and the Theory of the Banking Firm », *Journal of Finance*, vol. 29, n° 1, mars 1974, pp. 57-72.
- TSIANG, S.C., « The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis, Skewness Preference and the Demand for Money », *American Economic Review*, juin 1972, vol. 62, pp. 354-371.
- TSIANG, S.C., « The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Reply and Errata for Original Article », *American Economic Review*, juin 1974, vol. 64, n° 3, pp. 442-450.
- WHITE, W.R., « Management by the Canadian Banks of their Domestic Portfolio 1956-71 : An Econometric Study », Banque du Canada, Travail de recherche n° 11, 1975.
- WYMER, C.R., « RESIMUL », Mimeo, Fonds Monétaire International, 1977.