

Article

« La prévision à l'aide des modèles ARMMI et d'information à priori »

Pierre A. Cholette

L'Actualité économique, vol. 57, n° 4, 1981, p. 553-564.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/601006ar>

DOI: 10.7202/601006ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : info@erudit.org

LA PRÉVISION À L'AIDE DES MODÈLES ARMMI ET D'INFORMATION À PRIORI*

Introduction

Granger (1980) et Firth (1977) passent en revue les méthodes de prévision socio-économique *univariées*, où aucune variable explicative autre que la série considérée elle-même n'intervient dans l'élaboration des prévisions ; et, *multivariées*, où plusieurs chroniques s'expliquent les unes les autres. Les modèles économétriques tombent dans le dernier cas ; et les modèles ARMMI et ceux plus ou moins implicites aux méthodes de désaisonnalisation, dans le premier. Les auteurs décrivent comment on peut modifier des prévisions pour tenir compte d'information à priori, quoique les procédés suggérés relèvent d'un certain empirisme, tels combinaisons linéaires de différentes prévisions disponibles de sources diverses, révision à la hausse ou à la baisse des prévisions selon le sentiment — éclairé — du conjoncturiste.

Il arrive souvent, dans la pratique de la science économique, qu'un organisme d'études spécialisées, un scénario envisagé ou un modèle économétrique annuel prédise le niveau, par exemple, d'une variable socio-économique sans toutefois donner tous les détails sur la trajectoire infra-annuelle qu'elle empruntera pour réaliser la prédiction. Ainsi, on prévoira un niveau annuel moyen de chômage de 900 000 en 1982. Mais l'indicateur sera-t-il en hausse, en baisse ou bien à un point de retournement pendant l'année cible ? Qu'arrivera-t-il entre-temps selon le cas ? Pourtant des chiffres infra-annuels précis, une trajectoire, sont requis par les économètres pour soumettre à leurs modèles économétriques (à titre de variable exogène) ; par les décisionnaires, pour fins de gestion de surplus, d'inventaires, etc. ; ainsi que par une variété d'agents socio-économiques.

* Travail présenté au 49^e Congrès de la Société canadienne de Science économique 13 et 14 mai 1981, Sherbrooke, Québec.

Ce travail montre comment les modèles univariés et plus particulièrement les modèles autorégressifs de moyennes mobiles intégrés ARMMI (Box et Jenkins, 1970), qui représentent le mouvement enregistré par une série au cours de son intervalle d'observation, d'une part et d'autre part une information partielle au sujet des prévisions désirées, génériquement qualifiée ici d'*à priori*, peuvent se combiner pour produire des prévisions infra-annuelles. Il s'avérera non seulement possible de spécifier des niveaux à atteindre par les prévisions, mais également toutes sortes de caractéristiques, telles un plafonnement dans la dernière année de prévision (conservatisme prévisionnel), etc.

Certaines variantes de la *méthode de prévision ARMMI avec repères* présentée ici pourraient servir au raccordement de segments d'une série dont les concepts sous-jacents ou l'échantillonnage furent révisés.

La manière retenue pour introduire l'information *à priori* serait applicable à toute méthode — univariée comme multivariée — où les prévisions prennent la forme d'une combinaison linéaire de valeurs passées, tels : le lissage exponentiel de Hold (1957) et de Winters (1960), le « filtrage adaptatif » de Wheelwright et Makridakis (1973) et de Bretschneider, Carbone et Longini (1979).

1. *Exposé du problème de prévision*

Une méthode très répandue de prévision univariée consiste à estimer un modèle autorégressif de moyenne mobile intégré ARMMI sur l'intervalle observé d'une série chronologique et de l'utiliser pour extrapoler la chronique dans le futur (Box et Jenkins, 1970).

Cependant, rien n'assure que les prévisions obtenues se conformeront à quelque information *à priori* au sujet de l'évolution future du phénomène mesuré par la série. Typiquement, le mouvement des prévisions est satisfaisant mais leur niveau se détériore à mesure qu'elles s'éloignent de l'intervalle d'observation.

La technique présentée ici a pour objet de concilier l'information historique, décrite par un modèle ARMMI, avec l'information *à priori*, qui portera souvent sur le niveau attendu des prévisions.

2. *Élaboration d'un modèle*

Soit la série ($z_t = x_t$) observée pour les périodes t variant de 1- N à 0; et (z_t), la série de prévisions recherchées pour les périodes t de 1 à

n . Selon la forme inversée des modèles ARMMI, la prévision est reliée aux observations antérieures de la manière suivante¹

$$z_t = \sum_{k=1}^N p_k z_{t-k} + a_t, \quad t = 1, \dots, n, \quad (1)$$

où a_t est une erreur de prévision inconnue à minimiser (*Ibidem*, p. 101). Les poids p_k sont connus et donnés par le modèle choisi et les valeurs de ses paramètres (p. 161). Des prévisions qui minimiseraient la variance des erreurs a_t de (1) suivraient un modèle ARMMI. En particulier, si on pose les a_t égaux à leur espérance, zéro, on obtient les prévisions ARMMI classiques \hat{z}_t .

Un deuxième élément du problème consiste à trouver des prévisions satisfaisant à l'information a priori disponible. Supposant d'abord, par simplicité, que celle-ci prenne la forme de repères isolés y_i , les prévisions z_{ti} devraient transiter dans un voisinage e_i , à minimiser, des valeurs prescrites :

$$z_{ti} - y_i = e_i, \quad i = 1, \dots, m; \quad m < n; \quad 1 \leq t_i \leq n. \quad (2)$$

On peut combiner les deux éléments du problème de prévision ainsi formulé en minimisant simultanément la somme de carré des erreurs de prévisions, a_t de (1), et celle des écarts e_i de (2), des prévisions par rapport aux repères isolés y_i .

$$\min f(z) = \sum_{t=1}^n |a_t|^2 + \sum_{i=1}^m g_i e_i^2 = \sum_{t=1}^n (z_t - \sum_{k=1}^N p_k z_{t-k})^2 + \sum_{i=1}^m g_i (z_{t_i} - y_i)^2 \quad (3)$$

où les g_i sont fixés et mesurent l'importance relative accordée par le prévisionniste aux deux types d'erreur (celle-ci pouvant varier avec i pour chaque repère). Il est à remarquer que si on choisit des poids g_i suffisamment grands (ex. 1 000), la formulation du problème revient à minimiser les erreurs a_t de (1) sujet aux contraintes $z_{ti} - y_i = 0$.

3. Solution du problème

Le développement de (3) et le remplacement des valeurs observées de z_t par x_t donne :

1. Cette relation est exacte, si N tend vers l'infini ; et, approximative autrement. Box et Jenkins emploient π_k au lieu de p_k .

$$f(z) = ((z_1) + (-p_1x_0 - p_2x_{-1} - \dots - p_Nx_{1-N}))^2 + ((z_2 - p_1z_1) + (-p_2x_0 - \dots - p_Nx_{2-N}))^2 + \dots + ((z_n - p_1z_{n-1} - \dots - p_{n-1}z_1) + (-p_nx_0 - \dots - p_Nx_{n-N}))^2 + \sum_{i=1}^m g_i (z_{t_i} - y_i)^2 \quad (4)$$

La définition des matrices

$$P_1 = \begin{matrix} n \times n \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -p_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -p_2 & -p_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -p_{n-1} & -p_{n-2} & -p_{n-3} & \dots & -p_1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad Z = \begin{matrix} n \times 1 \\ \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5)$$

$$P_2 = \begin{matrix} n \times N \\ \begin{bmatrix} -p_N & -p_{N-1} & \dots & -p_2 & -p_1 \\ 0 & -p_N & \dots & -p_3 & -p_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -p_{n-1} & -p_n \end{bmatrix} \end{matrix} \quad X = \begin{matrix} N \times 1 \\ \begin{bmatrix} x_{1-N} \\ x_{2-N} \\ \vdots \\ x_0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (6)$$

$$Y = \begin{matrix} m \times 1 \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} m \times n \\ \begin{bmatrix} b_{ij} = 0, j \neq t_i \\ 1, j = t_i \end{bmatrix} \end{matrix} \quad G = \begin{matrix} m \times m \\ \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_m \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (7)$$

permet la réécriture de la fonction objective (4) en algèbre linéaire

$$F(Z) = (P_1Z + P_2X)' (P_1Z + P_2X) + (BZ - Y)'G (BZ - Y) \quad (8)$$

La prise des dérivées par rapport à Z et la formation des équations normales débouchent sur la solution :

$$Z = (P_1'P_1 + B'GB)^{-1} (-P_1'P_2X + B'GY) = AX + DY = W \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (9)$$

Il appert que les prévisions recherchées sont une combinaison linéaire des observations, l'information historique X , et des repères, l'information a priori Y .

Il nous semblerait que puisque l'équation (1) est un cas particulier de modèles de « filtrage adaptatif » (Bretschneider, Carbone et Longini, 1979, eq. (1)), ces derniers — dans leur forme univariée comme multivariée — se prêteraient à l'insertion des repères de la manière pratiquée ici. Il en irait donc de même des modèles de Hold (1957) et Winters (1960).

au quatrième trimestre devrait s'élever à 100 dans l'année de prévision (au lieu de 75 dans la dernière année d'observation) ; et la somme annuelle, à 1 000. Il pose alors :

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & -1 & 1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \times 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} & \end{matrix}, Y = \begin{matrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 1000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Grâce à ce genre de contrôle, le jugement économique du conjoncturiste peut s'exercer au maximum sans être entravé par la mécanique, le labeur et tâtonnement, que comporte pareille recherche sans une méthode appropriée, surtout lorsqu'il s'agit de séries à forte saisonnalité ou à mouvements cycliques substantiels ou d'apparence heurtée.

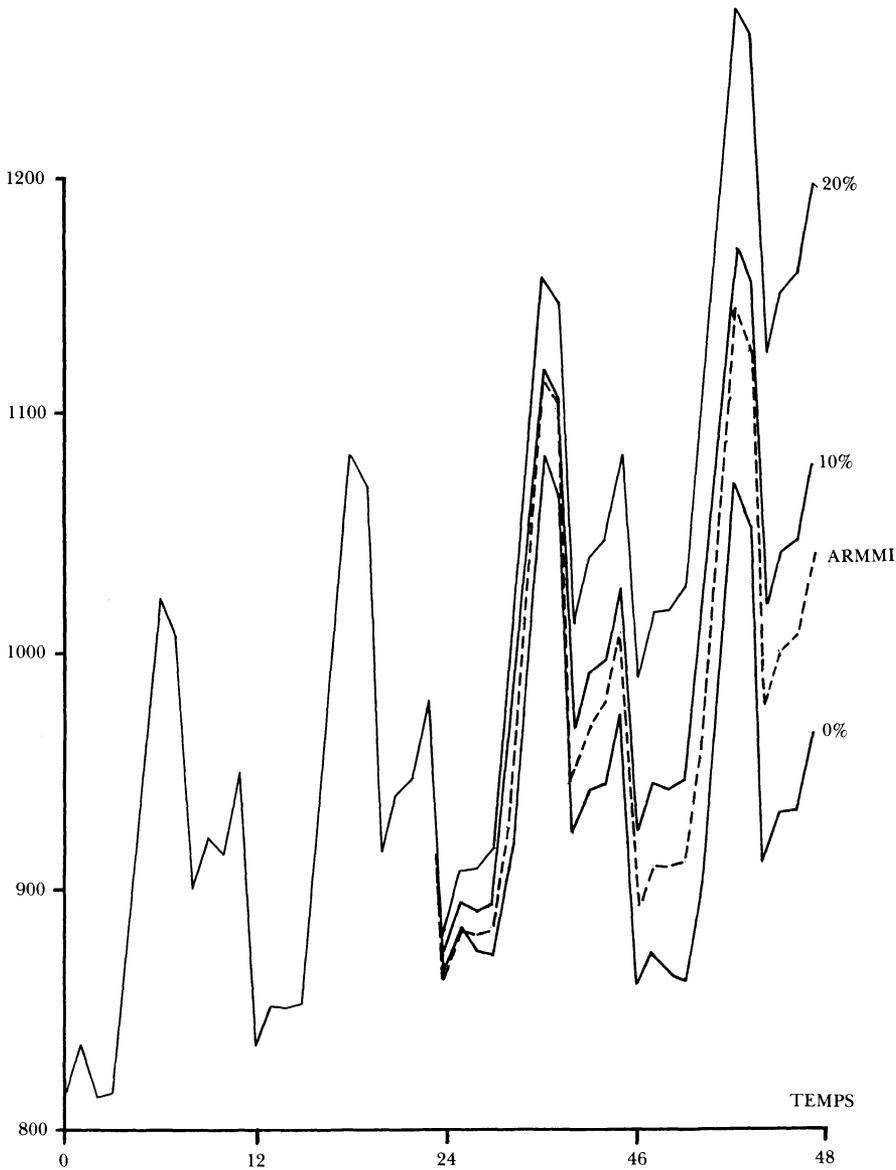
À remarquer qu'en régime de repères isolés (où chaque rangée de B ne contient qu'une seule valeur différente de zéro), les modèles spécifiés peuvent être logarithmiques ; mais non pas en régime de repères quelconques, où par exemple une somme de logarithmes égale à $\ln y_t$ signifierait un produit (et non une somme) des valeurs retransformées égal à y_t .

5. Exemple d'application

La figure 1 montre les deux dernières années d'observations d'une série mensuelle d'emploi accompagnées de deux années de prévisions générées par les méthodes ARMMI avec et sans repère. La courbe du bas représente un scénario pessimiste, où la variable en question ne croît pas du tout en moyenne annuelle entre l'année de base, dernière année d'observation, et l'année cible, la deuxième année de prévision ; la troisième courbe à partir du bas, un scénario dit réaliste, où la même croissance mesure 10 pourcent ; et celle du haut, un scénario optimiste³, 20 pourcent. La courbe restante, la deuxième du bas, est constituée par les prévisions ARMMI classiques sans repère. Toutes ces trajectoires affichent un mouvement infra-annuel presque identique. Ceci confirme que la structure historique est préservée malgré l'insertion des repères et que — comme prévu — la méthode affecte surtout le niveau des prévisions tout en maintenant une continuité de mouvement entre les données de l'intervalle d'observation et les prévisions. Ces courbes résident entièrement à l'intérieur des limites de confiance (n'apparaissant pas dans la figure) des prévisions sans repère.

3. La somme annuelle de la dernière année d'observations ainsi que de la dernière année de prévisions du scénario de 0% s'élève à 11 203,0 ; celle de la dernière année du scénario de 10%, à 12 323,3 ; de celui de 20% à 13 443,6 ; enfin celle de la dernière année de prévisions sans repère, à 12 059,9 (ce qui représente une croissance de 7,6%).

FIGURE 1



PRÉVISION DE DEUX ANNÉES À L'AIDE DES MÉTHODES ARMMI SANS REPÈRE ET AVEC REPÈRES ANNUELS REPRÉSENTANT TROIS SCÉNARIOS DE CROISSANCE PESSIMISTE, RÉALISTE ET OPTIMISTE.

TABLEAU 1

DONNÉES DE LA SÉRIE ET PRÉVISIONS OBTENUES AVEC LES MÉTHODES ARMMI SANS REPÈRE ET AVEC REPÈRES REPRÉSENTANT DES SCÉNARIOS PESSIMISTE, RÉALISTE ET OPTIMISTE.

A. DONNÉES HISTORIQUES

Mois	Années						
	1	2	3	4	5	6	7
1	663	698	746	767	766	813	834
2	679	709	769	797	794	836	852
3	684	737	760	801	793	813	851
4	705	727	769	823	800	815	853
5	719	763	784	855	861	862	895
6	770	810	849	913	911	928	982
7	829	886	924	972	969	1 025	1 084
8	831	874	903	953	946	1 006	1 068
9	776	798	829	859	850	900	915
10	780	796	832	862	871	922	940
11	762	810	844	859	869	914	948
12	772	832	845	856	888	951	981

B. PRÉVISIONS

<i>t</i>	Limite inférieure	Scénario pessimiste	Sans repères	Scénario réaliste	Scénario optimiste	Limite supérieure
1	841	868	873	875	882	905
2	853	883	893	896	908	933
3	841	874	888	892	909	934
4	838	873	890	895	918	943
5	876	913	934	940	967	992
6	952	990	1 014	1 021	1 053	1 077
7	1 045	1 084	1 112	1 120	1 157	1 179
8	1 024	1 064	1 095	1 104	1 145	1 167
9	880	922	956	966	1 010	1 031
10	900	942	980	991	1 039	1 059
11	901	944	984	996	1 047	1 067
12	930	974	1 016	1 029	1 084	1 102
13	810	860	909	923	987	1 007
14	821	874	928	945	1 015	1 035
15	808	864	923	941	1 017	1 038
16	803	862	926	945	1 027	1 048
17	840	902	969	990	1 078	1 099
18	914	978	1 050	1 071	1 165	1 185
19	1 005	1 072	1 148	1 171	1 269	1 290
20	982	1 052	1 131	1 155	1 257	1 279
21	837	910	991	1 016	1 123	1 145
22	855	931	1 015	1 041	1 151	1 174
23	854	933	1 019	1 046	1 159	1 184
24	881	964	1 051	1 079	1 195	1 222

La partie A du tableau 1 donne les chiffres historiques de la série, et la partie B, les prévisions selon les trois scénarios envisagés, les prévisions ARMMI classiques sans repère ainsi que les limites de confiance (à 95%) inférieure et supérieure associées à ces dernières. Selon l'interprétation des limites, 95% des données devenant disponibles se situeront dans l'intervalle de confiance défini par elles, si le modèle est bon. Donc, si les repères sont compatibles avec le modèle, la trajectoire associée aux repères devrait également résider à l'intérieur de l'intervalle, et nous nous attendrions à ce que le conjoncturiste choisisse les repères en conséquence. En n'agissant pas ainsi, il admet implicitement qu'un changement structurel surviendra probablement dans la série (ex. saut). En d'autres mots, si 95% des données non encore disponibles devront tomber dans l'intervalle, il devrait également en être ainsi pour les prévisions avec repères.

La pondération g_i accordée au repère annuel était de 100; et un écart négligeable par rapport à ce dernier fut enregistré. Un modèle ARMMI $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ avait été retenu et ajusté sur les sept années ($N = 84$) de données. Les paramètres estimés, $\theta = 0,24$ et $\Theta = 0,27$ ont servi au calcul des 84 poids p_k à substituer dans les matrices P_1 et P_2 des équations (5) et (6) pour obtenir W .

6. Utilisation suggérée pour les séries infra-annuelles

Voici brièvement comment pour les chroniques infra-annuelles et dans un contexte opérationnel, nous recommanderions l'utilisation de la méthode de prévision ARMMI avec repères présentée dans ce travail.

Premièrement, il convient de remplacer par des valeurs raisonnables les valeurs extrêmes, c'est-à-dire aberrantes, de la série considérée, car leur présence — surtout dans les dernières années d'observation — créera certainement dans les prévisions un mouvement infra-annuel distortionné, qui ne sera pas représentatif du même mouvement dans les autres années. L'examen de l'équation (1) rend cela évident, puisque les poids p_k culminent durant les dernières années. On procédera aussi avec la *chronique non désaisonnalisée*, car la désaisonnalisation modifie la structure des séries, hétérogénise leurs propriétés statistiques d'une période à l'autre et pour d'autres raisons mentionnées par Plosser (1979) et Wallis (1974).

Deuxièmement, on estime un modèle ARMMI saisonnier sur la série non désaisonnalisée avec extrêmes remplacés. Ces deux premières étapes peuvent s'effectuer à l'aide du programme de désaisonnalisation X-11-ARMMI (Dagum, 1980), où existe une option

de remplacement des extrêmes à l'étape d'estimation du modèle ARMMI préalable à la désaisonnalisation proprement dite.

La troisième étape consiste à calculer les poids p_k associés au modèle et à ses paramètres ainsi que les poids W de la section 3 ; et à appliquer ceux-ci à la série et aux repères (équation (9)). Encore là, le dernier traitement s'effectue sur la série non désaisonnalisée et avec extrêmes remplacés. Si nécessaire, on répète l'application des poids pour plusieurs valeurs des repères Y (W étant fixée). Cette étape produit les prévisions recherchées qui satisfont à l'information historique et à l'information à priori relative aux prévisions. Un logiciel d'algèbre linéaire suffit à ce type de calculs, bien qu'un programme spécial à cet effet soit disponible (Cholette, 1981). En fait, ce programme effectue les étapes un, deux et trois.

Quatrièmement — s'il y a lieu — on désaisonnalise la série en soumettant au programme d'ajustement saisonnier la chronique originale telle quelle (avec extrêmes cette fois, car ceux-ci seront de nouveau identifiés et remplacés) accompagnée des prévisions obtenues à l'étape antérieure. En d'autres mots, la désaisonnalisation se fait sur la série originale prolongée.

Généralement, avec des prévisions moyennement exactes, le conjoncturiste bénéficiera ici d'un effet secondaire heureux : les valeurs désaisonnalisées des deux ou trois dernières années (d'authentiques observations) jouiront de propriétés statistiques supérieures à celles qui auraient normalement prévalu. En effet, les chiffres désaisonnalisés sont toujours moins fiables dans la dernière année d'une série que dans l'avant-dernière, et surtout, moins fiables que dans la troisième avant-dernière où les estimés deviennent finaux c'est-à-dire aucunement sujets à révision. Autrement dit, le fait que grâce à l'artifice de la prévision, la dernière année d'observations soit considérée par le programme comme l'avant-dernière (ou même comme la deuxième avant-dernière, si la chronique a été prolongée de deux ans) et l'avant-dernière comme la deuxième avant-dernière, et ainsi de suite, produit de meilleurs estimés désaisonnalisés pour les années en question. En effet, puisque ceci se vérifie avec des prévisions ARMMI classiques sans repère (Dagum, 1975, 1980), ce serait davantage le cas avec les prévisions avec repères.

Enfin, dernière étape : l'utilisation de la série prolongée, désaisonnalisée ou non, avec ou sans extrêmes, selon le besoin.

Il va sans dire que si la série comprend la composante de rotation des jours, on la retire en même temps que les extrêmes, car les modèles ARMMI ne peuvent la simuler ; on la réintroduit à la fin de la troisième étape.

Conclusion

Il s'avère possible de combiner l'information historique, consignée dans un modèle ARMMI, et l'information à priori fragmentaire, au sujet du comportement futur d'une série chronologique, pour trouver des prévisions univariées qui soient conformes à l'une et à l'autre.

La technique de prévision ARMMI avec repères présentée dans ce travail donne le champ libre à l'économiste pour exercer pleinement son jugement et son évaluation conjoncturels dans l'élaboration des prévisions, en minimisant les difficultés rencontrées en l'absence d'une méthode systématique.

Pour les séries infra-annuelles, un effet secondaire bénéfique de la méthode — lorsqu'appliquée comme suggéré à la section 6 — sera d'augmenter la qualité des chiffres désaisonnalisés relatifs aux dernières années d'observation comparativement à ce qu'elle aurait normalement été.

Pierre A. CHOLETTE*
Groupe de la désaisonnalisation
Statistique Canada

* Je tiens à remercier M. Ghislain Dusseault du groupe des Analyses de conjoncture de Statistique Canada, qui en me faisant part et en discutant de son besoin et des diverses applications d'une méthode comme celle présentée ici, fut en quelque sorte l'instigateur du projet; M. Bernard Lefrançois et Mme Ruth McDougall du même groupe; ainsi que Mme Estela B. Dagum, directeur de groupe de la Désaisonnalisation, qui a suscité certaines améliorations à la rédaction originale.

RÉFÉRENCES

- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. (1970), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day.
- BRETSCHNEIDER, S., CARBONE, R., LONGINI, R. L. (1979), « An Adaptive Approach to Time Series Forecasting », *Decision Sciences*, vol. 10, pp. 232-244.
- CHOLETTE, P. A. (1981), *Le manuel de l'utilisateur du programme TYMPAC d'estimation des modèles ARMMI*, Groupe de la désaisonnalisation, Statistique Canada, Ottawa (non publié).
- DAGUM, E. B. (1975), « Seasonal Factor Forecasts from ARIMA Models », *Contributed Papers of the International Statistical Institute*, 40, th Session, Warsaw, vol. 3, pp. 206-219.
- DAGUM, E. B. (1980), *La méthode de désaisonnalisation X-11-ARMMI*, Statistique Canada, cat. 12-564F.
- FIRTH, M. (1977), *Forecasting Methods in Business and Management*, Edward Arnold, London.
- GRANGER, C. W. J. (1980), *Forecasting in Business and Economics*, Academic Press.
- HOLD, C. C. (1957), *Forecasting Seasonals and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages*, Office of Naval Research Memorandum No. 52, Carnegie Institute of Technology.
- PLOSSER, C. I. (1979), « Short-term Forecasting and Seasonal Adjustment », *J.A.S.A.*, vol. 74, n° 365, pp. 15-24.
- WALLIS, K. F. (1974), « Seasonal Adjustment and Relations Between Variables », *J.A.S.A.*, vol. 69, n° 345, pp. 18-31.
- WHEELWRIGHT, S. C., MAKRIDAKIS, S. (1973), « Forecasting with Adaptive Filtering », *Revue Française d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationnelle*, vol. 1, pp. 32-52.
- WINTERS, P. R. (1960), « Forecasting Sales by Exponential Weighted Moving Averages », *Management Science*, vol. 6, n° 3.