Article

« Programmes optimaux d'investissement en R & D »

The-Hiep Nguyen

L'Actualité économique, vol. 56, n° 4, 1980, p. 535-551.

PROGRAMMES OPTIMAUX D'INVESTISSEMENT EN R & D*

I — INTRODUCTION

Au niveau d'abstraction des modèles agrégés de croissance économique, le progrès technique rentre dans la « partie inexplorée » de la fonction de production. Calculant avec des chiffres réels, c'est-à-dire avec les statistiques disponibles, le rapport entre un indice de produit national dans plusieurs pays industriels avancés et les facteurs de production (capital, travail) incorporés dans une fonction du type Cobb-Douglas, on obtient non pas directement la part du progrès technique, mais plutôt un résidu, un reste qui est d'ailleurs très étendu et qui n'est rien d'autre qu'une simple différence entre la croissance expliquée par l'action des facteurs inclus dans la fonction et la croissance mesurée[1]. En dépit de cette importante action exercée sur l'économie globale par le progrès technique, ce dernier continue, jusqu'au lendemain de la Deuxième Guerre mondiale, à recevoir un traitement de variable exogène dans les modèles de croissance économique.

En effet, l'effort considérable et accru de recherche et développement (R & D) entrepris par les grandes entreprises privées et les gouvernements de nombreux pays industriels semble suggérer que le progrès technique peut être « produit » ou, en d'autres mots, que le taux de changement technologique est fonction des variables plutôt économiques. Dans une première tentative en vue d'endogénéiser la variable progrès technique dans les modèles de croissance, Kaldor (1957, 1961) avance donc l'idée d'une relation positive entre le taux de croissance du produit per capita et le taux de croissance de l'investisse-

*Ce texte est une version modifiée d'une communication présentée au 20e Congrès annuel de la Société canadienne de science économique qui a eu lieu les 14, 15 et 16 mai 1980 à l'Université Laval, Québec. L'auteur a reçu le support financier du Laboratoire de recherche en science de l'administration (L.R.S.A.) de l'Université Laval et du ministère de l'Éducation du Québec (F.C.A.C.) accordé au Groupe de recherche en économie de l'énergie (GREEN). L'auteur tient aussi à remercier Claude Felteau, Nguyen Manh Hung, Lawrence Krohn et Thuan Van Truong pour leurs commentaires et suggestions sur une première version du texte.

1. Voir les estimations devenues classiques de Solow (1957) et Denison (1967).

ment brut : puisque l'innovation schumpeterienne exige du nouveau capital d'équipement (qui incorpore de nouvelles idées et techniques), on ne peut augmenter la productivité qu'en investissant davantage. Dans un autre ordre d'idées, Arrow (1962a) considère le progrès technique comme un élément d'un processus général d'apprentissage : la connaissance étant le produit de l'expérience, si l'on peut mesurer dans ce contexte l'expérience par la quantité de biens produits, plus la production est élevée, plus les possibilités d'approfondissement des connaissances seront importantes et le taux de progrès technique, élevé. Un investissement n'augmente donc pas la productivité de la main-d'oeuvre travaillant sur les machines existantes, mais il accroît la productivité de la main-d'oeuvre qui utilisera les machines ultérieures.

Avec Kaldor et Arrow, les économistes commencent alors à traiter explicitement le progrès technique dans un contexte de croissance [2]. La présente étude suggère que non seulement on peut établir une relation positive entre les changements technologiques et l'investissement brut, comme l'ont fait de façons différentes Arrow et Kaldor, mais aussi doit-on admettre qu'une allocation accrue de ressources économiques aux activités innovatrices pourrait accélérer le progrès technique. On peut donc dire qu'explicitement il est maintenant question de l'existence d'une sorte de « fonction de production » pour l'« industrie des inventions et innovations » prise globalement [3]. L'objet de cet article est donc de développer un modèle qui consiste à déterminer le niveau optimal de dépenses de R & D pour une économie en croissance et qui puisse nous conduire à des formes vérifiables. [4]. Nous commençons, dans la section II, par souligner les propriétés du secteur R & D en général ; ceci nous éclairera sur le besoin d'une intervention étatique efficace, sur les limitations théoriques de toute tentative de modélisation ainsi que sur les difficultés d'estimation rencontrées dans ce genre d'études. La formulation du modèle sera présentée dans la section III, suivie dans la section IV de quelques remarques sur le problème d'estimation. Enfin, nous en tirerons certaines conclusions principales et suggestions.

II — CARACTÉRISTIQUES DU SECTEUR R & D

Il est sans doute intéressant de souligner brièvement quelques caractéristiques principales qui se dégagent du secteur R & D puiqu'elles nous aideront à mieux comprendre les raisons pour les-

2. En même temps, plusieurs études théoriques ont été consacrées au contexte microéconomique du changement technologique. On peut citer, à titre d'exemple, Arrow (1962b), Barzel (1968) et, surtout, Kamien et Schwartz (1972).

3. Nous faisons abstraction, pour le moment, de la différence entre l'invention et l'innovation : on utilisera donc ces deux termes de façon interchangeable.

4. D'autres modèles dynamiques d'innovations industrielles différents du nôtre ont été développés par Shell (1966-1967), Ruff (1969) et, plus récemment, Dasgupta et Stiglitz (1980).

quelles on ne peut rencontrer dans ce secteur un comportement concurrentiel ni attendre du marché parfait, dans le cas où celui-ci existe, une allocation socialement optimale de ressources humaines et financières à ce secteur. Bien sûr, on doit considérer au préalable que les inventions puissent être « produites », que le volume de cette production puisse être mesuré ou au moins « évalué » de façon suffisamment précise pour que les termes d'augmentation ou de diminution du flux d'inventions aient une signification, que les modifications de l'output dépendent, au moins partiellement, des modifications des inputs.

L'activité innovatrice : problèmes de définition et de mesure. — Machlup (1962), Kuznets (1962) et, plus récemment, Griliches (1979) nous ont offert une analyse complète du problème de mesure de l'activité innovatrice. Essentiellement, il s'agit de deux problèmes spécifiques mais reliés : l'existence d'une relation quantitative entre l'input et l'output, et l'identification de l'output et de l'input. D'abord, la recherche, aléatoire par nature, peut — pendant un période elle-même plus ou moins indéterminée — ne déboucher sur aucune découverte ou invention. Considérée comme un investissement, elle est une activité qui se développe non pas dans le risque, mais dans une incertitude fondamentale. Même si l'on admet maintenant l'hypothèse d'une fonction de production d'informations scientifiques, il reste à défendre la thèse selon laquelle il est impossible de définir l'« invention », et plus encore de l'identifier, de la compter, de la pondérer, dans le but de mesurer la quantité produite par l'effort inventif. Malheureusement, une fois le problème conceptuel résolu, on réalise alors que le manque de statistiques détaillées en ce domaine se fait encore grandement sentir.

L'information comme un bien public. — L'information est un produit rare, recherché pour les services qu'elle peut rendre aussi bien dans la réalisation de nouveaux produits intermédiaires que dans la fabrication de produits finis. Toutefois, à l'encontre des produits conventionnels, la quantité d'informations transmise à B, donc possédée par celui-ci, ne réduit pas pour autant la quantité initialement détenue par A, son inventeur. Arrow (1962b) a souligné que la nature « publique » de l'information implique que les entreprises petites et concurrentielles n'auront pas de ressources ni de motivations pour entreprendre la production de ce produit. Donc, tout comme n'importe quel autre bien public, les marchés concurrentiels conduisent directement à un investissement sous-optimal en R & D. Toutefois, à l'encontre des autres biens publics, le producteur d'informations est en mesure de se servir des brevets accordés à son invention ou du secret industriel afin d'approprier les bénéfices de sa recherche. Mais son effort de recherche est intimement lié aux attentes d'un pouvoir de monopole qui conduit directement à une exploitation sous-optimale de l'information produite. Ce sont justement ces observations qui ont fait dire à Schumpeter (1947) et, plus récemment, à Ruff (1969) que l'« inefficacité statique » des entreprises monopolistiques est plus que compensée par les gains dynamiques découlant d'un effort adéquat de R & D.

Externalités. — Nous remarquerons ici que les bénéfices de l'activité innovatrice peuvent très bien ne pas profiter intégralement à l'entreprise ou au secteur qui a fait des efforts financiers importants. Une situation de concurrence sévère entre entreprises essayant d'approprier les bénéfices provenant de l'application de nouvelles idées qui ne sont pas protégées par un système de brevets adéquat ou faisant toutes des recherches couronnées de succès, peut très bien aboutir à une diminution encore plus rapide des prix des produits et, possiblement, des marges bénéficiaires. C'est alors que le reste de l'économie tire indirectement profit des recherches menées à bien. Par contre, une situation de monopole absolu risque d'aboutir à une sclérose de l'activité innovatrice. L'économie risque alors d'avoir trop ou pas assez de cette activité, et le marché, même parfait, ne parviendra pas à réaliser l'efficacité d'allocation. De nouveau, en présence d'externalités, on a à choisir entre l'inefficacité monopolistique (due à l'internalisation d'effets externes par une tendance à la concentration) et l'inefficacité statique due à ces mêmes externalités.

Rendements d'échelle et risque moral. — Vu les coûts fixes considérables que présente l'activité innovatrice et la nature capital-intensive du secteur R & D, Radner et Stiglitz (1975) ont montré qu'il n'est jamais rentable de s'engager dans une recherche à petite échelle[5]. De plus, l'efficacité d'allocation du marché concurrentiel exige l'existence d'un ensemble complet de classes de risques. Toutefois, l'échec d'un projet de recherche donné peut aussi bien être dû au hasard qu'à la négligence du chercheur : tout comme dans le problème de l'assurance en général, le risque moral est présent dans le secteur R & D.

Ayant ces principales caractéristiques présentes à l'esprit, nous passons maintenant à la formulation du modèle théorique.

III — LA FORMULATION DU MODÈLE

Nous allons maintenant étudier une économie qui produit deux biens : un bien de consommation produit par le secteur « productif » et un bien « technologique » ou « invention » produit par le secteur R & D. Vu les caractéristiques présentées ci-dessus du secteur R & D,

---

5. Voir aussi Arrow (1962b) et Dasgupta et Stiglitz (1980). Ces deux derniers ont d'ailleurs esquissé une liste assez complète des caractéristiques du secteur R & D.

l'autorité centrale essaie maintenant de contrôler et de planifier l'investissement en vue de maximiser le flux infini de consommation per capita actualisé. Il est alors supposé que le rendement d'investissement et le taux d'épargne diffèrent entre deux secteurs et que l'investissement *ex ante* soit égal à l'épargne *ex ante* (par coordination centrale). Nous essayons donc d'identifier un modèle de planification explicite pour une économie fermée qui possède des fonctions de consommation et d'investissement linéaires et homogènes[6]. Le modèle ainsi étudié n'est qu'une variété de la version néo-classique des modèles de croissance à deux secteurs.

1. *Le modèle*

Du fait de la croissance exogène de la population, la force de travail L(t) s'accroît à un taux constant n :

$$L(t) = L(0)\, e^{n\,t}\,. \tag{1}$$

On l'utilise dans deux secteurs, recherche et développement (R & D) et bien de consommation ou productif (PR) :

$$L(t) = L_1(t) + L_2(t) \tag{2}$$

où $L_i\,(t)$, *avec* $i = 1, 2$, désigne le nombre de travailleurs utilisé dans le secteur i.

Soit $\ell(t)$ la proportion de la population active utilisée dans le secteur R & D, nous avons aussi :

$$L_1(t) = \ell(t)\, L(t)$$
$$L_2(t) = [1 - \ell(t)]\, L(t)$$

et

$$0 \leq \ell(t) \leq 1.$$

Chaque secteur produit son output utilisant deux facteurs de production capital et travail, d'après une fonction de production de la forme[7] :

$$Y_i(t) = A_i(t)\, F_i(K_i, L_i) \tag{3}$$

où F_i est une fonction néo-classique avec toutes les propriétés usuelles et $A_i(t)$ est un facteur qui tient compte du progrès technique dans le secteur i.

La production totale de l'économie est égale à la somme des productions sectorielles, l'output du secteur R & D étant mesuré en termes d'unités du secteur PR :

$$Y(t) = p\,Y_1(t) + Y_2(t) \tag{4}$$

6. Il n'est pas difficile d'envisager, dans un deuxième temps, la possibilité, pour cette économie, d'une ouverture à l'extérieur afin d'accueillir et d'adapter une technologie importée.

7. Nous faisons donc abstraction des problèmes associés à l'incertitude discutés dans la section précédente puisque cette relation fonctionnelle est déterministe.

où p est un facteur de transformation de l'output R & D en output PR. Dans le cas d'une transformation rapide, d'un ajustement instantané, il est supposé que $p = 1$. Le taux d'accumulation du capital dans chaque secteur est :

$$\dot{K}_1 = \sigma s Y - \mu K_1 \tag{5}$$

$$\dot{K}_2 = (1 - \sigma) s Y - \mu K_2 \tag{6}$$

où μ est le taux de dépréciation du capital, s la part de Y consacrée à l'accumulation du capital et σ la part de sY d'investissement alloué au secteur R & D. Aussi avons-nous :

$$0 \leq s \leq 1$$

$$0 \leq \sigma \leq 1,$$

et

$$\mu > 0.$$

Il s'agit maintenant, pour l'autorité centrale, de choisir les variables contrôles $s \in [0, 1]$, $\sigma \in [0, 1]$ et $\ell \in [0, 1]$ à chaque instant de sorte que le flux infini de consommation actualisé per capita soit maximisé :

$$\max U = \int_0^\infty [1 - s(t)] \cdot \frac{Y(t)}{L(t)} e^{-\delta t} \, dt, \tag{7}$$

$s.a.$ (5) et (6), étant donné $K_1(0) = K_1^0$ et $K_2(0) = K_2^0$,

δ étant le taux d'actualisation.

Si nous réécrivons :

$$k_i \equiv K_i/L, \; y_i \equiv Y_i/L$$

$$x_1 \equiv K_1/L_1, \; x_2 \equiv K_2/L_2 = k_2/(1 - \ell),$$

nous pouvons réduire ces fonctions de production en Cobb-Douglas, soit

$$F_1 = K_1^\alpha L_1^{1-\alpha} e^{s_1(t)}$$

$$= L_1 (K_1/L_1)^\alpha e^{s_1(t)}$$

nous avons :

$$F_1/L_1 = x_1^\alpha e^{s_1(t)}$$

$$= (F_1/L)(L/L_1)$$

$$= y_1/\ell$$

Ainsi :

$$y_1 = \ell x_1^\alpha e^{s_1(t)}$$

et, de la même façon,

$$F_2/L_2 = y_2/(1 - \ell).$$

En d'autres mots, nous avons :

$$y_1 = \ell \,.\, f_1 (x_1) A_1 (t) \tag{8}$$

$$y_2 = (1 - \ell) f_2 (x_2) A_2 (t). \tag{9}$$

Les équations (8) et (9) supposent implicitement que l'output per capita du secteur R & D, y_1, peut être augmenté par une augmentation des inputs ℓ et x_1 ainsi que par un facteur de progrès technique $A_1(t)$ découlant des inventions non brevetées ou non marchandes. De même, la production per capita du bien de consommation dans le secteur PR, y_2, peut être modifiée non seulement en modifiant les inputs employés dans ce secteur mais aussi en tenant compte du progrès technique $A_2(t)$ qui a été aisément transmis à ce secteur.

Il est aussi supposé que :

$$\lim_{x_i \to 0} [f_i (x_i) - x_i f_i' (x_i)] = 0, \tag{10}$$

et

$$\lim_{x_i \to \infty} [f_i (x_i) - x_i f_i' (x_i)] = \infty$$

$$\lim_{x_i \to 0} f_i' (x_i) = \infty, \tag{11}$$

et

$$\lim_{x_i \to \infty} f_i'(x_i) = 0$$

et que le secteur R & D est plus intensif en capital, c'est-à-dire que les solutions (x_1, x_2) de

$$f_1 (x_1) - x_1 f_1' (x_1) = f_2 (x_2) - x_2 f_2' (x_2) = w \tag{12}$$

(w étant le taux de salaire)

soient telles que :

$$x_1 (w) > x_2 (w) \text{ pour tout } w, \tag{13}$$

et que

$$\psi (w) = f_1' (x_1) / f_2' (x_2) \tag{14}$$

soit croissante en w, $\psi'(w) > 0$, avec

$$\psi (0) < 1 < \psi (\infty). \tag{15}$$

Maintenant, en réécrivant (7) :

$$\frac{Y}{L} = \frac{Y_1}{L} + \frac{Y_2}{L} = y_1 + y_2$$

d'où :

$$y = y_1 + y_2.$$

Ainsi, en utilisant (8) et (9), notre problème d'optimisation devient :

$$\text{Max } U = \int_0^\infty (1 - s)\, y\, e^{-\delta t}\, dt \tag{16}$$

s.a. (5) et (6) réécrites comme suit :

$$\dot{K} = \sigma s Y - \mu K_1$$

ou

$$\frac{\dot{K}_1}{L} = \sigma s \frac{Y}{L} - \mu \frac{K_1}{L}$$

De $K_1 = k_1 L$, nous avons :

$$\dot{K}_1 = \dot{k}_1 L + k_1 \dot{L},$$

ou

$$\frac{\dot{K}_1}{L} = \dot{k}_1 + nk \text{ (car } \dot{L}/L = n).$$

Par conséquent, si

$$\dot{k}_1 + nk_1 = \sigma sy - \mu k_1,$$

il vient :

$$\dot{k}_1 = \sigma sy - (n - \mu)\, k_1 \tag{17}$$

$$= \sigma sy - \lambda k_1$$

où $\lambda = n + \mu.$

De la même façon, nous obtenons :

$$\dot{k}_2 = (1 - \sigma)\, sy - \lambda k_2. \tag{18}$$

Notre problème devient :

$$\text{Max } U = \int_0^\infty (1 - s)\, y\, e^{-\delta t}\, dt$$

$$s.a.\ \dot{k}_1 = \sigma sy - \lambda k_1$$

$$\dot{k}_2 = (1 - \sigma)\, sy - \lambda k_2$$

avec :

$$0 \leq s(t) \leq 1$$
$$0 \leq \sigma(t) \leq 1$$
$$0 \leq \ell(t) \leq 1.$$

2. *Le problème d'optimisation sociale*

Le Hamiltonien du problème est :

$$H = (1 - s)\, y + \eta_1 (\sigma s y - \lambda k_1) + \eta_2 [(1 - \sigma)\, s y - \lambda k_2]$$

$$= - \lambda \eta_1 k_1 - \lambda \eta_2 k_2 + [(1 - s) + \sigma s \eta_1 + (1 - \sigma)\, s \eta_2]\, y$$

ou : $H = - \lambda (\eta_1 k_1 + \eta_2 k_2) + q y$

où : $q = (1 - s) + \sigma s \eta_1 + (1 - \sigma)\, s \eta_2.$ (19)

En nous servant du principe du maximum, nous savons que pour qu'il existe un sentier (k_1, k_2) optimal, il doit exister des fonctions continues $\eta_1(t)$ et $\eta_2(t)$ de sorte que les conditions suivantes soient satisfaisantes :

*Les équations de transition :

$$\dot{k}_1 = \partial \mathrm{H}/\partial \eta_1 = \sigma s y - \lambda k_1 \tag{20}$$

$$\dot{k}_2 = \partial \mathrm{H}/\partial \eta_2 = (1 - \sigma)\, s y - \lambda k_2 \tag{21}$$

$$\dot{\eta}_1 = \delta \eta_1 - \partial H/\partial k_1 = \delta \eta_1 + \lambda \eta_1 - q f_1'(x_1)\, A_1(t) \tag{22}$$

$$\dot{\eta}_2 = \delta \eta_2 - \partial H/\partial k_2 = \delta \eta_2 + \lambda \eta_2 - q f_2'(x_2)\, A_2(t) \tag{23}$$

*De plus, il faut que s, σ et ℓ maximisent H :

$$\frac{\partial H}{\partial s} = -y + \eta_1 \sigma y + \eta_2 (1 - \sigma)\, y = 0 ; y \geq 0$$

d'où

$$\eta_1 \sigma + \eta_2 (1 - \sigma) = 1 \tag{24}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \sigma} = \eta_1 s y - \eta_2 s y = 0$$

d'où

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta.$$

D'après (24), on a maintenant :

$$\eta \sigma + \eta - \eta \sigma = 1 \tag{25}$$

d'où : $\eta = 1$

$$\frac{\partial H}{\partial \ell} = (1 - s) \frac{dy}{d\ell} + \eta_1 \sigma s \frac{dy}{d\ell} + \eta_2 (1 - \sigma)\, s \frac{dy}{d\ell} = 0$$

$$= \frac{dy}{d\ell} [(1 - s) + \eta_1 \sigma s + \eta_2 (1 - \sigma)\, s] = 0$$

$$= \frac{dy}{d\ell} [1 + s (\eta_1 \sigma + \eta_2 (1 - \sigma) - 1)]$$

Étant donné que $(\eta_1 \sigma + \eta_2 (1 - \sigma) - 1) = 0$ d'après (24), on a :

$$\frac{\partial H}{\partial \ell} = \frac{dy}{d\ell} = 0.$$

Comme

$$y = \ell f_1(x_1) A_1(t) + (1 - \ell) f_2(x_2) A_2(t)$$

et que

$$x_1 = k_1/\ell, \; x_2 = k_2/(1 - \ell),$$

on a :

$$\frac{\partial y}{\partial \ell} = \left(f_1(x_1) + \ell \frac{\partial f_1(x1)}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \ell}\right) A_1(t)$$

$$+ \left(- f_2(x^2) + (1 - \ell) \frac{\partial f_2(x_2)}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \ell}\right) A_2(t).$$

Écrivons par $x_1 = k_1/\ell$:

$$f_1(x_1) + \ell \frac{\partial f_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \ell} = f_1(x_1) + \ell f_1(x_1) - \left(\frac{k_1}{\ell^2}\right) \tag{26}$$

$$= f_1(x_1) - \frac{k_1}{\ell} \cdot f_1'(x_1)$$

$$= f_1(x_1) - x_1 f_1'(x_1).$$

Nous effectuons la même démarche avec $f_2(x_2)$[8].

Par conséquent, ℓ doit satisfaire l'équation :

$$[f_1(x_1) - x_1 f_1'(x_1)] \mathrm{A}_1(t) = [f_2(x_2) - x_2 f_2'(x_2)] A_2(t). \tag{27}$$

*Les conditions de transversalité :

$$\lim_{t \to \infty} \eta_1 e^{-\delta t} = \lim_{t \to \infty} \eta_2 e^{-\delta t} = 0.$$

3. *Le programme de R & D socialement optimal*

Nous savons, d'après les équations de transition et (26), (27), que s et σ sont déterminés par :

$$s \begin{cases} = 0 \\ \in [0, 1] \\ = 1 \end{cases} \text{si } \max\{\eta_1, \eta_2\} \lesseqgtr 1 \tag{28}$$

$$\sigma \begin{cases} = 0 \\ \in [0, 1] \\ = 1 \end{cases} \text{si } \eta_1 \lesseqgtr \eta_2 \tag{29}$$

8. L'équation (26) est aussi la condition de concurrence parfaite sur le marché de travail.

D'où plusieurs cas possibles :

a. max $\{\eta_1, \eta_2\} < 1$, $s = 0$, $q = 1$
b. max $\{\eta_1, \eta_2\} = \eta_1 > 1$, $s = 1$, $\sigma = 1$, $q = \eta_1$
c. max $\{\eta_1, \eta_2\} = \eta_2 > 1$, $s = 1$, $\sigma = 0$, $q = \eta_2$
d. max $\{\eta_1, \eta_2\} = \eta_1$, $s \in [0, 1]$, $\sigma = 1$, $q = 1$
e. max $\{\eta_1, \eta_2\} = \eta_2 = 1$, $s \in [0, 1]$, $\sigma = 0$, $q = 1$
f. $\eta_1 = \eta_2 = 1$, $s \in [0, 1]$, $\sigma \in [0,1]$, $q = 1$.

On voit clairement que, pour tous les cas (sauf le cas f), ou bien $s = 0$ (ou $s = 1$) ou bien $\sigma = 0$ (ou $\sigma = 1$) ou bien dans les deux, seul donc le cas f sera retenu et exploré. Si $\eta_1 = \eta_2 = 1$ et $q = 1$, les équations (20)-(23) deviennent :

$$\dot{k}_1 = \sigma s y - \lambda k_1 \tag{30}$$

$$\dot{k}_2 = (1 - \sigma)\, s y - \lambda k_2 \tag{31}$$

$$\dot{\eta}_1 = \delta + \lambda - f_1'(x_1)\, A_1(t) = 0 \tag{32}$$

$$\dot{\eta}_2 = \delta + \lambda - f_2'(x_2)\, A_2(t) = 0. \tag{33}$$

Les deux équations (32) et (33) impliquent que le cas considéré ne sera stable que s'il existe une solution (x_1^*, x_2^*) à (27) de sorte que la relation suivante tienne[9] :

$$f_1'(x_1^*)\, A_1(t) = f_2'(x_2^*)\, A_2(t) = \delta + \lambda. \tag{34}$$

Si nous posons :

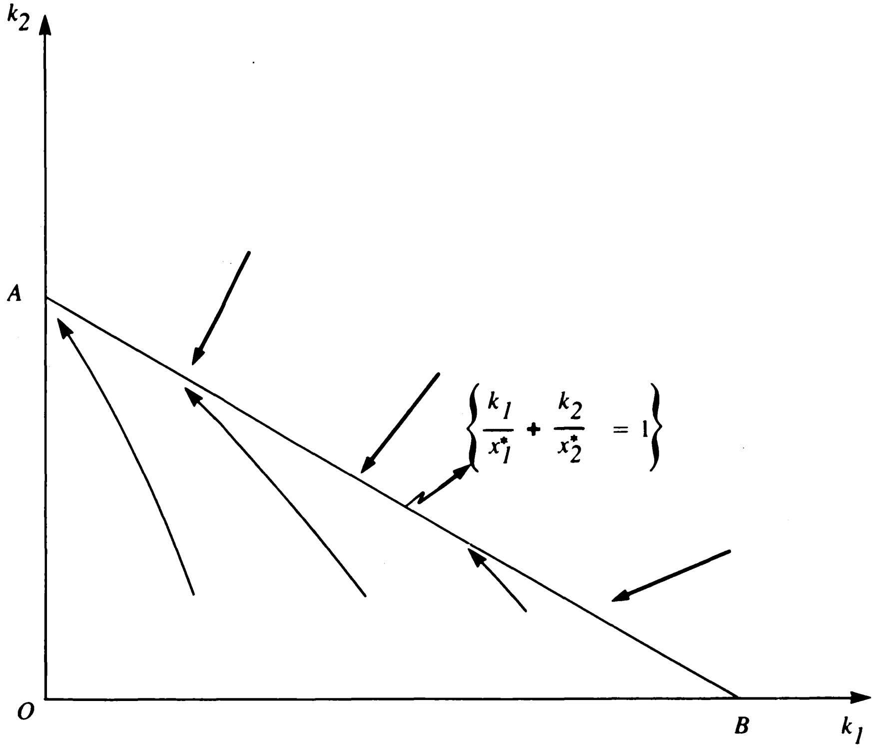
$$k_1 = \ell x_1^* \text{ et } k_2 = (1 - \ell)\, x_2^*,$$

il vient :

$$\frac{k_1}{x_1^*} + \frac{k_2}{x_2^*} = \ell + 1 - \ell = 1 \tag{35}$$

9. Le problème de la stabilité dans les modèles à deux secteurs est d'ailleurs bien connu. On n'a qu'à se référer, entre autres, à Hahn et Matthews (1971).

qui définit alors la ligne AB dans le plan (k_1, k_2) suivant :



Si nous différencions maintenant (32) et (33), nous obtiendrons :

$$s\left(\frac{\sigma}{x_1^*} + \frac{1-\sigma}{x_2^*}\right) = \frac{\lambda}{y} \tag{36}$$

qui ne conduit pas à une solution unique de s et σ. Pour qu'il existe un état stationnaire, pour tout (k_1, k_2) sur la ligne AB, si nous mettons

$$s = \lambda\,(k_1 + k_2)\,/\,y = s\,(k_1, k_2) \tag{37}$$

$$\sigma = \left\{\frac{1}{x_2^*} - \frac{1}{\ell x_1^* + (1-\ell)\,x_2^*}\right\} \Big/ \frac{1}{x_2^*} - \frac{1}{x_2^*} \tag{38}$$

les équations (30) et (31) seront réduites à

$$\dot{k}_1 = \left\{\frac{k_1}{x_2^*} + \frac{k_2}{x_1^*} - 1\right\} \Big/ \left\{\frac{1}{x_2^*} - \frac{1}{x_1^*}\right\} = 0, \tag{39}$$

$$\dot{k}_2 = \dot{k}_1 = 0 \tag{40}$$

et l'économie se trouve dans un état stationnaire. De plus, la ligne (35) constitue un continuum d'états stationnaires, continuum qui inclut (k_1^*, 0) et (0, k_2^*), $k_1^* = x_1^*$ et $k_2^* = x_2^*$ étant deux cas spéciaux. Par conséquent, d'après (30), si $\dot{k}_1 = 0$, nous aurons :

$$\lambda k_1 = \sigma sy. \tag{41}$$

Et si la condition (34) est satisfaite, nous aurons l'efficacité d'allocation dans deux secteurs, PR et R & D et, par conséquent, une croissance balancée de deux secteurs sera optimale.

IV — PROBLÈMES D'ESTIMATION

Comment peut-on déterminer, à partir du modèle théorique précédent, le niveau optimal d'investissement en R & D pour une économie en croissance?

Bien sûr, il faudrait d'abord spécifier la forme des fonctions de production des deux secteurs, PR et R & D. Comme nous l'avons mentionné dans la section II, pour ce qui est du secteur R & D, nous allons rencontrer essentiellement deux genres de problèmes. Tout d'abord, il faudra admettre l'existence d'une fonction de production déterministe et qu'elle ait, par exemple, la forme d'une Cobb-Douglas. Ensuite, il faudra résoudre le problème d'unités de mesure des inputs et de l'output ainsi que celui de la confiance accordée aux données relatives aux variables retenues, données qui viennent souvent des sources différentes, incomparables entre elles et peu agencées. On peut utiliser le nombre de scientifiques, d'ingénieurs et de techniciens employés à des travaux de R & D, et les dépenses totales aux titres de la R & D comme le flux d'investissement dans ce secteur ($\dot{K}_1$). Pour trouver le stock K_1 du même secteur, il est permis de prendre, à titre d'exemple, le rapport investissement-capital du secteur qui produit le bien de consommation (secteur PR) pour l'appliquer au secteur R & D afin d'en déduire K_1 qu'on peut appeler le stock de « capital » du secteur R & D[10]. C'est d'ailleurs un proxy bien défendable puisqu'on sait qu'en dehors de l'équilibre, il doit y avoir une tendance au transfert de ressources d'un secteur (PR) à un autre (R & D) jusqu'au moment de l'égalisation des taux de rendements relatifs dans ces deux secteurs. L'étape suivante consiste à définir, identifier, compter et pondérer l'output du secteur R & D afin de pouvoir le mesurer convenablement. Comme nous l'avons souligné dans la section II, il n'est pas difficile d'admettre avec Machlup (1962) que, sur le plan purement théorique, on peut raisonnablement considérer le nombre de brevets comme output de ce secteur pris globalement. Bien sûr, il n'est pas non plus illégitime de retenir les revenus que procurent les brevets transigés sur le

10. Les problèmes relatifs aux mesures du stock de capital de R & D ont été étudiés par Wagner (1968) et, plus récemment, par Griliches (1980).

marché, lorsqu'ils sont disponibles. Toutefois, dans l'un ou dans l'autre cas, les brevets non marchands ou les inventions qui n'aboutissent pas à des brevets accordés augmentent aussi la productivité du travail dans le sens de Arrow (1962a) et sont par conséquent considérés dans le facteur $A_i(t)$ de notre modèle.

En régressant l'output per capita R & D sur le stock de capital de ce secteur et sur le temps, on obtiendra :

$$\log y_1 = a \log k_1 + b\, t,$$

ce qui conduit à l'utilisation d'une fonction de production du type Cobb-Douglas par exemple :

$$F_1 = K_1^{\alpha} L_1{}^{1-\alpha} e^{s1(t)}$$

dans laquelle fonction, α exprime le coefficient a déjà trouvé et s_1, le coefficient b[11].

D'autre part, de notre modèle théorique se dégage l'équation (34) :

$$f_1'(x_1)\, A_1(t) = \delta + \lambda^{12}$$

ou :

$$f_1(x_1) = x_1^{\alpha} \cdot e^{s1(t)}$$

Ainsi, on a :

$$\alpha x_1^{\alpha-1} \cdot e^{s_1(t)} = \delta + \lambda$$

ou bien :

$$x_1 = \left(\frac{\alpha}{\delta + \lambda}\right)^{1/(1-\alpha)} \cdot e^{\left(\frac{s_1}{1-\alpha} \cdot t\right)} \qquad (42)$$

Bien sûr, cette valeur de x_1 donnée par le modèle peut facilement être estimée, ce qui permet de comparer directement ces valeurs optimales de x_1 avec les valeurs observées de x_1. On remarquera alors si les x_1 observés se situent bien sur le sentier optimal que représente la droite AB sur le plan (k_1, k_2) de notre modèle.

V — CONCLUSIONS ET SUGGESTIONS

Nous avons jusqu'ici mentionné les raisons pour lesquelles une politique de R & D s'impose. L'État éprouve lui-même le besoin d'intervenir, parfois parce que la science donne la puissance militaire, parfois parce qu'elle est devenue un facteur de production. Mais, surtout, pour obtenir une répartition optimale des ressources, il lui est impératif

11. Soulignons de nouveau que b et s_1 traduisent les inventions non brevetées ou non marchandes.

12. δ est le taux d'actualisation et λ le taux d'amortissement.

de corriger les défaillances de marché du secteur de R & D industrielle, faute de quoi la somme des calculs individuels conduirait toujours à fixer la dépense globale de R & D au-dessous de l'optimum.

Or, le problème que tend à résoudre une politique de R & D ne peut être différent de celui qui se propose de résoudre une politique économique: entre des emplois alternatifs, il s'agit de favoriser la répartition des ressources rares de l'économie en vue d'obtenir au moindre coût le meilleur résultat souhaité. Et puisque l'output du secteur R & D tend à augmenter la productivité, on peut et doit considérer ce problème dans un cadre d'optimisation dynamique, c'est-à-dire dans un contexte de croissance. Toutefois, la politique de R & D nous confronte à des limites connues de calcul économique explicite.

D'abord, le manque de statistiques détaillées en ce domaine se fait encore grandement sentir. Ensuite, il faut résoudre les problèmes conceptuels que pose l'« industrie de la R & D ». Si l'on ne se contente pas des critères tout à fait arbitraires (comme les comparaisons des rapports dépenses de R & D — PNB entre différents pays), on doit être en quête d'un cadre plus ou moins rigoureux. Notre modèle, vérifiable, tout en ayant aussi ses limites, demeure assez riche quant à l'explication du rôle de l'innovation dans la croissance économique.

On peut aussi bien expliquer la croissance soutenue de plusieurs pays (tels que l'Allemagne fédérale et le Japon d'après-guerre) par l'abondance relative de leur stock de connaissances technologiques — ou de capital social dans la terminologie de Shell (1967) — alors que leur stock de capital physique a été presque complètement détruit. En d'autres termes, le secteur Y_1 peut soutenir Y_2 en vue de maximiser Y. De plus, si l'on adopte l'hypothèse d'après laquelle $0 < p < 1$ (voir l'équation (4)), on aura une discussion intéressante sur tout le processus invention-innovation-diffusion du secteur R & D. Enfin, dans un cas comme le Canada par exemple, on pourrait introduire dans la contrainte (5) un terme Y_1^m qui représente la technologie importée:

$$\dot{K}_1 = \sigma s Y - \mu K_1 - Y_1^m$$

ce qui offrira une vue encore plus complète sur ce domaine.

The-Hiep NGUYEN
Université Laval

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARROW, Kenneth J., "The Economics Implications of Learning by Doing", *Review of Economic Studies,* vol. XXIX, juin, 1962(a).

ARROW, Kenneth J., "Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention", dans National Bureau of Economic Research, *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors,* Princeton University Press, Princeton, 1962(b), pp. 609-626.

BARZEL, Y., "Optimal Timing of Innovation", *Review of Economic and Statistics,* vol. 50, no 3, août 1968, pp. 348-355.

DASGUPTA, P. et STIGLITZ, J., *Industrial Structure and the Nature of Innovative Activity,* paper presented at the Fifth World Congress of the International Economic Association, Tokyo, 29 août — 3 septembre 1977; also in *Economic Journal,* vol. 90, no 358, juin 1980, pp. 266-293.

DENISON, E., *Why Growth Rates Differ?,* The Brookings Institution, Washington D.C. 1967.

GRILICHES, Zvi, "Issues in Assessing the Contribution of Research and Development to Productivity Growth", *The Bell Journal of Economics,* vol. 11, no 1, printemps 1979, pp. 92-116.

HAHN, F.H. et MATTHEWS, R.C.O., *Théorie de la croissance économique,* traduction, Economica, Paris, 1971.

KALDOR, N., "A Model of Economic Growth", *Economical Journal,* vol. LXVII, décembre 1957.

KALDOR, N., "Capital Accumulation and Economic Growth", dans F.A. Lutz and D.C. Hague (eds), *The Theory of Capital,* MacMillan, London, 1961.

KAMIEN, M. et SCHARTZ, N., "Timing of Innovations Under Rivalry", *Econometrica,* vol. 40, no 1, pp. 43-60.

KUZNETS, S., "Inventive Activity: Problems of Definition and Measurement", dans National Bureau of Economic Research, *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors,* Princeton University Press, Princeton, 1962, pp. 19-43

MACHLUP, F., "The Supply of Inventors and Invention", dans National Bureau of Economic Research, *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors,* Princeton University Press, Princeton, 1962, pp. 143-170.

RADNER, R. et STIGLITZ, J.E., *Fundamental Non-Convexities in the Value of Information,* Stanford University, mimeo, 1975.

RUFF, L., "Research and Technological Progress in a Cournot Economy", *Journal of Economic Theory,* vol. 1, 1969, pp. 397-415.

SCHUMPETER, J., *Capitalism, Socialism and Democracy,* Harper and Row, New York, 1947.

SHELL, K., "Toward a Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation", *American Economic Review,* vol. 56, no 2, mai 1966, pp. 62-68.

SHELL, K., "A Model of Inventive Activity and Capital Accumulation", dans K. Shell (ed.), *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth,* The MIT Press, Cambridge, 1967, pp. 67-86.

SOLOW, R.M., "Technical Change and the Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics,* vol. 39, août 1957.

WAGNER, L.U., "Problems in Estimating Research and Development Investment and Stock", dans American Statistical Association, *1968 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section,* Washington D.C., 1968, pp. 189-197.