

Article

« Test d'une hypothèse d'investissement à écarts multiples »

J.-P. Ancot, R. Iwema et J. Paelinck

L'Actualité économique, vol. 56, n° 1, 1980, p. 40-59.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/600888ar>

DOI: 10.7202/600888ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : info@erudit.org

TEST D'UNE HYPOTHÈSE D'INVESTISSEMENT À ÉCARTS MULTIPLES

1. *Introduction : l'hypothèse d'écart multiples*

L'idée de base de l'hypothèse d'écart multiples a été formulée, à son origine, pour les pays en voie de développement¹. Dans ces pays, outre la liaison existant entre le taux de croissance et le volume de l'épargne, l'investissement se heurte également, en général, à une contrainte supplémentaire : les biens d'investissement, importés dans leur majorité en provenance de pays industrialisés, doivent être payés en devises du pays d'origine ou en devises dites « fortes », ce qui peut créer un goulot d'étranglement dépendant du volume des réserves en devises étrangères dans le pays importateur. Cette contrainte peut subsister, même si le volume de l'épargne nationale est suffisant.

Un écart peut donc apparaître entre les réserves de devises et le volume de l'épargne, et le volume d'investissement réalisable sera, en fait, déterminé par celle des deux contraintes qui, à un moment donné, est la plus contraignante.

Cette idée de base peut s'étendre au phénomène d'investissement dans les pays industrialisés. Si l'on admet, comme point de départ, que la fonction d'investissement, suivant la littérature économique et économétrique dans ce domaine², a des déterminantes multiples, on peut envisager, au lieu de considérer chacune de ces déterminantes de manière isolée, de combiner ces dernières dans une explication à « régimes » multiples, de sorte que, à tout moment, il existe entre ces différents régimes des écarts dans le sens indiqué ci-dessus. Plus précisément, un tel modèle partirait de l'hypothèse qu'à toute époque le poids prépondérant dans la détermination du volume d'investissement est celui du « régime » qui se trouve être le plus contraignant. D'autre part, ces écarts et poids relatifs se modifieront dans le temps, probablement même dans le court terme.

1. Voir G. van Welzenis (1973).

2. Voir, par exemple, l'étude comparative de quatre explications alternatives dans D.W. Jorgenson, J. Hunter et M.I. Nadiri, (1970a) et (1970b). Par ailleurs, on trouve un sommaire des travaux empiriques récents ainsi que de plus amples références bibliographiques, entre autres, dans R.F. Wynn et K. Holden (1974), chapitre 2.

La présente étude se limite à l'investissement agrégé des entreprises. Quatre déterminantes (ou contraintes, ou « régimes ») seront retenues.

a) En premier lieu, *les profits attendus*. Les profits attendus se réfèrent à des projets ou à des secteurs d'activité bien précis, de telle sorte que si un projet déterminé s'avère ne pas produire de profit au-dessus d'un seuil minimal, l'investissement ne se fera pas et les placements s'orienteront probablement dans d'autres directions, par exemple, vers les secteurs non productifs ou vers l'étranger.

b) En deuxième lieu, *les possibilités de financement*. Cette source de détermination de l'investissement peut être contraignante pour l'entreprise, sous deux formes. Premièrement, les ressources disponibles sur le marché des capitaux sont limitées et elles sont d'ailleurs pénalisées par des taux d'intérêt élevés. Cette limitation des ressources du marché des capitaux se répercute non seulement sur le volume des investissements, mais aussi sur les taux de profit réalisables (ce qui rejoint le point a), ci-dessus). De plus, s'il s'agit ici surtout d'emprunts à moyen et à long terme, même les disponibilités d'argent à court terme peuvent influencer les décisions d'investissement, dans la mesure où les entreprises souhaitent maintenir un certain niveau de *working capital*. En second lieu, le marché des capitaux peut constituer une contrainte de type institutionnel étant donné que dans les pays industrialisés le contrôle sélectif, par le secteur bancaire, des projets d'investissement se fait de plus en plus sévère. Il s'ensuit que certains projets d'investissement, pourtant jugés rentables par les entreprises concernées, ne pourront pas se réaliser du fait des choix, basés sur des critères différents, des autorités monétaires. Les mouvements internationaux des capitaux — on songe, par exemple, à l'importance du marché des eurodollars — peuvent aussi modifier les données du problème. Finalement, des « fuites » peuvent se présenter sur le marché des capitaux et ainsi restreindre les liquidités disponibles : on citera, par exemple, l'intervention des pouvoirs publics sur le marché des capitaux, sous la forme d'émissions d'obligations à long terme et à taux d'intérêt élevé, la fuite de capitaux, l'investissement en objets d'art, en diamants, etc.

c) En troisième lieu, *la solvabilité des entreprises*. Pour celles-ci, soucieuses de maintenir un rapport minimal entre avoirs propres et avoirs étrangers, la solvabilité peut inciter le candidat investisseur à renoncer à un projet qu'il jugerait, par d'autres critères, réalisable.

d) En dernier lieu, *la condition générale du marché*. Cette dernière est traditionnellement représentée par une sorte d'accélérateur, par exemple, le taux de croissance du produit intérieur brut. Il s'agit, cependant, au moment où le projet d'investissement est envisagé, d'anticipations concernant le développement des marchés tant intérieurs qu'extérieurs.

Dans sa forme la plus rigide, l'hypothèse d'écart multiples (ci-après hypothèse ou modèle rigide à écarts multiples) pose que le volume d'investissement est, à chaque instant, *exclusivement* déterminé par la variable explicative qui, pour l'année en question, constitue le facteur limitatif. Dans sa forme la plus souple (ci-après hypothèse au modèle flexible à écarts multiples), l'hypothèse indique simplement que l'effet marginal sur l'investissement des différentes variables explicatives est d'autant plus grand que la variable correspondante est plus faible au cours de l'année en question.

Si l'hypothèse d'écart multiples était vérifiée, elle permettrait de jouer un double rôle :

- a) dans l'étude du type « prévision ex post » du passé, elle pourrait fournir des éléments d'explication des irrégularités et des discontinuités tendancielle jusqu'à présent inexplicables ; de plus, elle pourrait, également, éclairer d'un jour nouveau des explications qui ont été fournies préalablement et qui, peut-être, ont même guidé certaines décisions des pouvoirs publics ;
- b) dans l'établissement de prévisions « ex ante » du futur, dans un climat où de nouvelles « contraintes » pourraient se présenter, on pourrait utiliser l'hypothèse d'écart multiples pour la construction de modèles opérationnels qui permettraient de cerner de manière plus précise, les effets différentiels des différents développements.

Le but de cette étude est de présenter différentes modélisations de l'hypothèse d'écart multiples et d'appliquer ces modèles à l'investissement des entreprises aux Pays-Bas durant la période 1951-1974. Dans la section 2 sont présentés les différents modèles retenus, ainsi que les procédés d'estimation économétrique utilisés. Les résultats de l'étude empirique sont discutés dans la section 3 ; finalement la section 4 contient quelques brèves conclusions.

2. Les trois modèles et leur estimation économétrique

Plusieurs versions de modèles à régimes multiples ont été traitées dans la littérature. Les approches se détachant sont les suivantes :

- a) Si les différentes sous-périodes correspondant aux différents régimes sont connues a priori, l'estimation se fait pour chacune des sous-périodes par moindres carrés ordinaires. En outre, le test de Chow³ peut être utilisé pour tester si les différentes structures estimées sont significativement différentes.
- b) D'autres approches se penchent sur la situation plus difficile où l'on ne sait pas a priori par lequel des différents régimes une observation

3. G. Chow (1960).

particulière est générée. S'il n'y a que deux régimes et une seule transition d'un régime à l'autre, de telle sorte que les t premières observations appartiennent au premier régime et que les $T-t$ dernières au second régime, on peut citer les traitements suivants :

- (i) Quandt exprime la fonction de vraisemblance de l'échantillon comme fonction des paramètres et de t ⁴.
 - (ii) Farley et Hinich supposent que tous les points de transition d'un régime à l'autre sont équiprobables et ils dérivent un test de signification entre les deux régimes ⁵.
 - (iii) Brown et Durbin dérivent un test basé sur des résidus récurrents ⁶.
- c) Les formulations plus complexes posent que le système peut passer d'un régime à l'autre plusieurs fois. Dans cette catégorie rentrent les approches suivantes :
- (i) Mc Gee et Carleton considèrent un processus itératif basé sur des groupements hiérarchiques d'observations voisines ⁷.
 - (ii) Fair et Jaffee supposent qu'il existe a priori une variable supplémentaire qui permettrait de classer les observations entre les différents régimes ⁸.
 - (iii) Goldfeld et Quandt généralisent l'approche de Fair et Jaffee en ne posant plus que la *cut-off value* est connue ⁹.
 - (iv) Quandt estime un modèle à deux régimes, où chacun des deux régimes a une probabilité (de transition) inconnue, au moyen du principe de maximum de vraisemblance ¹⁰.

A partir des deux formulations de l'hypothèse d'écarts multiples développées à la section précédente nous avons spécifié, pour notre part, trois modèles : le modèle dit « rigide », et deux modèles, dits « flexibles ». Les définitions précises des variables utilisées dans chacun de ces trois modèles sont reprises dans la section suivante.

a) *Le modèle rigide*

Si l'hypothèse « rigide » d'écarts multiples est valable au niveau macro-économique, il devrait être possible de diviser la période d'observation en quatre sous-périodes au cours desquelles une des variables explicatives est exclusivement déterminante de volume d'investissement. On se trouve donc en présence de quatre régimes différents, chacun

4. R.E. Quandt (1958).

5. J.V. Farley et M.J. Hinich (1970).

6. R.L. Brown et J. Durbin (1968).

7. V.E. McGee et W.T. Carleton (1970).

8. R.C. Fair et D.M. Jaffee (1972) et R.C. Fair et H.H. Kelajian (1974).

9. S.M. Goldfeld et R.E. Quandt (1970).

10. R.E. Quandt (1972).

caractérisé par une variable explicative, et au cours de chaque année un régime et un seul détermine le niveau de la variable dépendante.

En général, cette hypothèse peut se formaliser dans sa partie déterministe de la façon suivante, pour k régimes, chacun caractérisé par une fonction f_i d'une seule variable explicative x_i , ($i = 1, \dots, k$) :

$$y_t = \sum_{i=1}^k a_{it} f_i(x_{it}) \quad (1)$$

où y_t représente l'investissement à l'époque t , ($t = 1, \dots, T$) et a_{it} des paramètres zéro-un dont la valeur est déterminée par la condition suivante.

Pour t donné, on pose

$$a_{jt} = 1, \quad a_{it} = 0, \quad i \neq j \quad (2)$$

où l'indice j est celui du régime qui se trouve être le plus contraignant à l'époque t , c'est-à-dire du régime j pour lequel

$$f_j(x_j) < f_i(x_i), \quad \forall i \neq j \quad (3)$$

L'estimation par moindres carrés de paramètres de fonctions $f_i(\cdot)$, correspond à la minimisation, par rapport à ces paramètres, de

$$S = \sum_{t=1}^T \left(y_t - \sum_{i=1}^k a_{it} f_i(x_{it}) \right)^2 \quad (4)$$

sous la contrainte (3). Ce problème peut se ramener à un programme quadratique en nombres entiers, dont la formulation et, a fortiori, la résolution présentent des difficultés dépassant le cadre de cette étude. On a préféré adopter ici une technique d'estimation plus simple.

Limitant le nombre de régimes différents à quatre et spécifiant pour chacun de ceux-ci une fonction linéaire d'une seule variable explicative, on a fait appel à un processus itératif d'estimation par moindres carrés, défini comme suit :

- (i) point de départ : si \mathcal{I} représente l'ensemble des indices $t = 1, \dots, T$, on définit une partition de \mathcal{I} en $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3$ et \mathcal{I}_4 à partir de la règle

$$t \in \mathcal{I}_j \quad \text{si} \quad \hat{y}_{jt}^{(0)} < \hat{y}_{it}^{(0)}, \quad \forall i \neq j$$

où \hat{y}_{it} est la valeur estimée de y au moyen de la régression simple où l'investissement est expliqué en fonction de la variable x_i , l'estimation étant faite à partir de toutes les observations $t \in \mathcal{I}$;

- (ii) ensuite on réestime chaque régime j à partir des seules observations appartenant au sous-ensemble \mathcal{I}_j correspondant ; ces résultats sont alors utilisés pour obtenir de nouvelles estimations $\hat{y}_{it}^{(1)}$ de y_t ($i = 1, \dots, 4$; $t \in \mathcal{I}$) à partir desquelles une nouvelle partition de \mathcal{I} en quatre sous-ensembles est définie suivant la règle (i) ;

(iii) Si la nouvelle partition est identique à la partition initiale, le processus a convergé ; sinon, on itère suivant (ii) jusqu'à convergence, c'est-à-dire, jusqu'à ce que la partition obtenue à l'étape (s) soit identique à celle obtenue à l'étape (s-1).

b) *Le premier modèle « flexible »*

L'hypothèse « rigide » sous-jacente au modèle décrit à la sous-section précédente ne fait probablement pas justice à la réalité. Il est, en effet, peu vraisemblable que l'explication au niveau macro-économique du phénomène d'investissement puisse, à tout moment, se faire au moyen d'une variable explicative, à l'exclusion de toute autre. Des secteurs différents réagiront différemment aux contraintes, de telle sorte que le comportement de l'investissement au niveau macro-économique répondra à une combinaison pondérée des différentes contraintes.

Il s'agit donc de trouver une spécification mathématique pour la fonction d'investissement $F(\cdot)$ de telle sorte que celle-ci satisfasse aux conditions *générales* suivantes, impliquées par l'hypothèse flexible d'écarts multiples :

(a) $F(0_i) \equiv 0$ (5)

(b) $F(\infty_i) < \infty$ (6)

(c) $F'_i > 0$ (7)

(d) $F'(\infty_i) \equiv 0$ (8)

(e) $F''_{ii} < 0$ (9)

(f) $F''_{ij} > 0$ (10)

Si on examine les fonctions suivantes de ces six points de vue on obtient les caractéristiques résumées au tableau 1.

(a) Fonction Cobb-Douglas : $y = \gamma \prod_i x_i^{\alpha_i}$ (11)

(b) Fonction « à écarts » flexible ¹¹ : $y = \sum_i \alpha_i \mu_i x_i$ (12)

où

$$\mu_i = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j x_j}{\sum_j \alpha_j x_j} (n - 1)^{-1} \quad (13)$$

11. Cette fonction est « construite » à partir de l'hypothèse flexible d'écarts multiples, la fonction d'investissement étant essentiellement une moyenne pondérée des quatre régimes en présence.

$$(c) \text{ Fonction linéaire : } y = \sum_i \alpha_i x_i \quad (14)$$

$$(d) \text{ Fonction « inverse » : } y^{-\delta} = \sum_i \alpha_i x_i^{-\delta}, \quad \delta > 0 \quad (15)$$

Le choix est clair : l'hypothèse flexible d'écarts multiples peut être testée par une comparaison des modèles (14) et (15).

TABLEAU 1
CARACTÉRISTIQUES DES QUATRE FONCTIONS RETENUES

fonction	(11)	(12)	(14)	(15)
caractéristique				
(5)	OUI	NON	NON	OUI
(6)	NON	OUI	NON	OUI
(7)	OUI, $\alpha_i > 0$			
(8)	OUI, $\alpha_i < 1$	OUI	NON	OUI
(9)	OUI	OUI	NON	OUI
(10)	OUI	OUI	NON	OUI

c) *Le second modèle « flexible »*

Le troisième modèle ressemble davantage que les deux autres aux modèles discutés par R. Quandt et dont il a été question au début de cette section. Il est analogue au modèle présenté à la sous-section précédente, dans le sens qu'il combine à tout moment donné les différents régimes en présence et que ce sera le régime qui à cet instant se trouve être le plus contraignant qui jouera le rôle prépondérant dans la détermination du volume des investissements. D'autre part, il est également étroitement apparenté au premier modèle dit « rigide » — lequel en est d'ailleurs un cas particulier — parce que, comme celui-ci, il fait, peut-être plus nettement que dans le modèle précédent, la distinction entre les différents régimes.

Ce troisième modèle trouve son point de départ dans une application de la théorie des sous-ensembles flous à une situation économique à régimes multiples. Supposons, en utilisant la notation de la sous-section 2 a), que chacun des k régimes en présence puisse se représenter, à l'époque t , par une fonction $f_i(\cdot)$ de la seule variable explicative x_i , ($i = 1, \dots, k$). Pour chacun des k régimes i et pour chaque année t on associe un poids $\mu_{it} \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \mu_{it} = 1$, ($t = 1, \dots, T$), de sorte que

l'investissement de l'année t apparaît comme une moyenne pondérée des quatre régimes, les poids pouvant varier d'année en année. Ces poids peuvent encore s'interpréter comme des probabilités que tel ou tel régime soit déterminant au cours de l'année en question. Si, de plus, comme précédemment, on suppose que les fonctions $f_i(\cdot)$ sont linéaires, on écrit :

$$y_t = \sum_{i=1}^k \mu_{it} (\alpha_i + \beta_i x_{it} + \varepsilon_{it}) \quad (16)$$

où les paramètres à estimer sont les poids μ_{it} et les paramètres structurels $\alpha_i, \beta_i, \varepsilon_{it}$ étant l'aléa associé au régime i à l'époque t .

La détermination des valeurs numériques des paramètres α_i, β_i et μ_i ($i = 1, \dots, k ; t = 1, \dots, T$) peut alors se faire à partir de critères tels que les suivants :

$$(a) \quad \min \varphi_a = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^k \mu_{it} \varepsilon_{it} \right]^2 \quad (17)$$

$$\text{s. t.} \quad \mu_{it} \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^k \mu_{it} = 1 \quad , \quad i = 1, \dots, k, \quad t = 1, \dots, T$$

$$(b) \quad \min \varphi_b = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^k \mu_{it}^2 \varepsilon_{it}^2 \quad (18)$$

$$\text{s. t.} \quad \mu_{it} \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^k \mu_{it} = 1 \quad , \quad i = 1, \dots, k, \quad t = 1, \dots, T$$

et

$$(c) \quad \min \varphi_c = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^k \mu_{it} \varepsilon_{it}^2 \quad (19)$$

$$\text{s. t.} \quad \mu_{it} \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^k \mu_{it} = 1 \quad , \quad i = 1, \dots, k, \quad t = 1, \dots, T.$$

Dans chacun des trois cas il s'agit donc de minimiser une fonction objective sous contraintes linéaires et de non-négativité. La fonction objective est elle-même non linéaire de degré trois (c) ou quatre ((a) et (b)) dans les paramètres.

3. Résultats empiriques

Cette section présente l'essentiel des résultats obtenus pour les trois types de modélisation de l'hypothèse d'écart multiples présentés ci-dessus. On discutera d'abord le premier modèle « flexible », caractérisé par l'équation (15), pour traiter ensuite du modèle « rigide » ((1) et (3)) et du deuxième modèle « flexible » (équation (16)).

Une première tentative d'estimation de l'équation (15) exploite une approche suggérée par Kmenta¹² pour le cas de la fonction de production C.E.S. à partir d'une approximation de celle-ci.

Pour quatre régimes on peut écrire le modèle « flexible » comme suit :

$$y^{-\delta} = \sum_{i=1}^4 a_i x_i^{-\beta_i \delta} \cdot e^u \quad (20)$$

où la spécification (15) a été généralisée de manière à ce que les exposants des différentes variables puissent prendre des valeurs différentes, u étant l'aléa.

Transformant (20) et en passant aux logarithmes, il vient

$$\ln y = -\frac{1}{\delta} \ln \left(\sum a_i x_i^{-\beta_i \delta} \right) = -\frac{1}{\delta} f(\delta) \quad (21)$$

L'expression $f(\delta)$ peut être approchée par une expansion en série de Taylor

$$f(\delta) = f(0) + \delta f'(0) + \frac{\delta^2}{2!} f''(0) + \dots \quad (22)$$

En limitant l'expansion aux termes de la dérivée seconde et en ne retenant pour celle-ci que les termes en $(\ln x_i)^2$, on obtient approximativement

$$f(\delta) \simeq a^* + \delta \sum_i \frac{b_i^*}{a^*} \ln x_i + \frac{\delta^2}{2} \sum_i \frac{a^* b_i^* \beta_i - b_i^{*2}}{a^{*2}} (\ln x_i)^2 \quad (23)$$

où on définit :

$$a^* = \sum_i a_i$$

et

$$b_i^* = a_i \beta_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (24)$$

Par élimination de $f(\delta)$ entre (21) et (23), il vient :

$$\ln y \simeq -\frac{1}{\delta} a^* - \sum_i \frac{b_i^*}{a^*} \ln x_i - \frac{\delta}{2} \sum_i \frac{a^* b_i^* \beta_i - b_i^{*2}}{a^{*2}} (\ln x_i)^2 + u \quad (25)$$

12. J. Kmenta (1967).

Cette dernière équation peut être estimée par moindres carrés ordinaires et à partir des estimations des coefficients de cette équation, les valeurs des paramètres du modèle (21) peuvent se recalculer.

L'estimation de l'équation (25) produit le résultat suivant

$$\begin{aligned} \ln y = & 120,502 - 0,948 \ln x_1 - 0,137 \ln x_2 - 54,610 \ln x_3 - 0,236 \ln x_4 \\ & (100,010) \quad (0,769) \quad (0,341) \quad (45,736) \quad (0,423) \\ & + 0,340 (\ln x_1)^2 + 0,074 (\ln x_2)^2 + (6,337 (\ln x_3)^2 - 0,026 (\ln x_4)^2 \\ & (0,271) \quad (0,076) \quad (5,264) \quad (0,062) \\ \bar{R}^2 = & 0,813 \end{aligned} \tag{26}$$

où les chiffres entre parenthèses représentent les écarts-types des paramètres et \bar{R}^2 est le coefficient de détermination corrigé (pour perte de degrés de liberté). Du point de vue statistique, la qualité de cet ajustement est médiocre (ordre de grandeur relatifs des écarts-types) malgré un coefficient de détermination relativement élevé. Ainsi qu'il a été expliqué plus haut, ces estimations permettent de recalculer des estimations des paramètres du modèle de départ (20), donnant le résultat suivant

$$y^{-0,084} = 1,261 x_1^{0,639} + 0,109 x_2^{1,055} - 10,662 x_3^{-4,355} - 0,831 x_4^{-0,241} \tag{27}$$

Ce résultat, qui présente la particularité que dans les termes du membre de droite, les exposants et les coefficients des mêmes variables ont le même signe, ne semble pas, à première vue, appuyer l'hypothèse d'écarts multiples ; il convient toutefois de remarquer que, bien que de valeur absolue faible, la valeur estimée pour le paramètre δ est de signe positif. Et, bien sûr, il faut également souligner la nature approximative de l'approche poursuivie, et donc considérer ces résultats avec les plus grandes réserves.

Une méthode¹³ d'estimation directe des paramètres du modèle flexible a, d'autre part, procuré les résultats repris et commentés ci-dessous.

La spécification estimée est la suivante :

$$y_t = (c + \sum_{i=1}^4 a_i x_{it}^{-\delta} + bt)^{-1/\delta} + \varepsilon_t \tag{28}$$

où les symboles ont la même interprétation que ci-dessus. On voit donc qu'outre les quatre déterminants de l'investissement, la fonction contient également un terme représentatif de la tendance ainsi qu'une constante. Le critère d'estimation des paramètres c , a_i ($i = 1, \dots, 4$), b et δ est la minimisation des carrés des résidus. La procédure consiste à estimer pour

13. G. den Broeder (1979). Il s'agit d'un algorithme de métrique variable permettant un meilleur contrôle de la progression vers l'optimum, que les méthodes classiques dérivées des méthodes de Newton-Raphson et du gradient.

une grille de valeurs de δ , les paramètres c , a_i et b et à choisir le résultat fournissant la somme minimale des carrés des résidus. Dans ce but et pour δ donné, on ajuste les autres paramètres un à un jusqu'à ce que la somme des carrés des résidus ne diminue plus significativement.

L'application de cette méthode donne le résultat suivant :

$$y = (0,068 + 0,160 x_1^{-\delta} + 0,074 x_2^{-\delta} + 0,856 x_3^{-\delta} - 0,144 x_4^{-\delta} + 0,015 t)^{-1/\delta} \quad ; \quad \delta = -1,550$$

$$(0,433) \quad (0,074) \quad (0,056) \quad (0,420) \quad ; \quad R^2 = 0,882 \quad (29)$$

$$(0,067) \quad (0,018)$$

Les valeurs entre parenthèses représentent les écarts-types estimés. La valeur estimée pour δ , $-1,550$, est donc contraire à l'hypothèse testée. Tous les paramètres estimés sont statistiquement significatifs suivant les critères usuels, sauf la constante et le coefficient du terme représentant la tendance. Tous ces coefficients ont également le signe attendu, sauf le coefficient de la variable x_4 , représentant l'accélérateur.

L'apparente diversité des résultats (27), (29) et (30) ci-après, correspondant à différentes approches au problème de l'estimation du modèle dit flexible, peut partiellement s'expliquer par l'allure des courbes de la somme des carrés des résidus et du coefficient de détermination autour de l'optimum, pour différentes valeurs du paramètre δ . On observa que dans l'intervalle $(-2,00 ; 1,05)$ la première de ces courbes est extraordinairement plate expliquant, sans doute, partiellement les divergences observées. Par rapport à l'hypothèse testée, c'est-à-dire $\delta > 0$, il faut remarquer que, étant donné l'allure de cette courbe, tout un intervalle de valeurs, de chaque côté de l'origine, peut être considéré comme autant de « quasi-solutions » du problème de minimisation.

Ces remarques sont également importantes pour l'interprétation des comparaisons présentées dans le tableau 2 et pour celle des tests y correspondant.

Finalement une troisième approche a consisté à fixer dans l'équation (15), a priori, l'exposant de la variable à expliquer, à la valeur -1 , et, ensuite, d'estimer les autres paramètres y compris une constante et un terme représentant la tendance directement et sans autres contraintes au moyen de moindres carrés non linéaires. Cette estimation s'est faite par l'application de l'algorithme de Marquardt¹⁴, combinant la méthode du gradient et la méthode de Newton-Raphson. Le résultat de cet exercice a été le suivant :

$$y^{-1} = -4,407 + 0,497 x_1^{-0,018} + 0,605 x_2^{-0,018} + 3,937 x_3^{-0,018} - 0,303 x_4^{-0,018} - 0,001 t \quad (30)$$

14. D.W. Marquardt (1963). Cet algorithme n'avait pas réussi à estimer l'équation (15) directement, ainsi qu'il a été indiqué ci-dessus.

Ce processus itératif ayant convergé après 16 itérations et la variance résiduelle étant égale à $0,37.10^{-5}$. Comme dans le cas précédent, la valeur estimée du paramètre δ est faible en valeur absolue et de signe positif. Les coefficients des variables représentant le rendement (x_1), les moyens financiers (x_2) et la solvabilité (x_3) sont positifs. Seul le coefficient de la variable x_4 n'a pas le signe attendu, mais étant donné l'ordre de grandeur relatif de cette variable et celui de son coefficient, son impact sur y^{-1} est relativement faible. Enfin, le coefficient de la variable t , représentant la tendance, est extrêmement faible. Il ressort donc, en général, de ce résultat que, bien que l'exposant de la variable à expliquer ait été contraint, l'hypothèse d'écarts multiples semble être confirmée.

Finalement, pour compléter cette analyse du modèle (15) on a tenu à le confronter aux spécifications alternatives (11) et (14). Dans ce but, on a fixé δ à l'unité et on a estimé chacune des trois spécifications par moindres carrés ordinaires avec et sans terme représentant la tendance. Ces résultats sont présentés au tableau 2.

TABLEAU 2¹

Modèle	Variable	Rende- ment	Moyens finan- ciers	Solva- bilité	Accélé- rateur	Temps	Const- tante	\bar{R}^2
Linéaire (14) avec trend		0,593 (0,266)	0,245 (0,062)	0,146 (0,054)	-31,526 (11,451)	0,119 (0,050)	0,673 (4,486)	0,849
Linéaire (14) sans trend		0,299 (0,268)	0,360 (0,044)	0,068 (0,048)	-45,656 (11,112)	—	8,981 (3,228)	0,803
Loglinéaire (11) avec trend		0,088 (0,067)	0,139 (0,034)	0,845 (0,221)	-0,074 (0,026)	0,007 (0,003)	-1,615 (0,934)	0,854
Loglinéaire (11) sans trend		-0,011 (0,063)	0,207 (0,025)	0,569 (0,224)	-0,105 (0,027)	—	0,435 (0,942)	0,801 0,833
« Inverse » (15) avec trend		0,013 (0,017)	0,050 (0,016)	5,004 (1,046)	-0,0001 (0,00005)	-0,0005 (0,0002)	-0,005 (0,106)	
« Inverse » (15) sans trend		-0,019 (0,017)	0,096 (0,014)	3,998 (1,240)	-0,0002 (0,00006)	—	0,007 (0,012)	0,738

1. Les chiffres entre parenthèses sont les écarts-types et \bar{R}^2 est le coefficient de détermination corrigé (pour perte de degrés de liberté).

Il ressort de l'examen de ce tableau que la performance des trois modèles est très semblable. Les valeurs des coefficients de détermination corrigés sont voisines ; sur base de ce critère, on classerait, par ordre de préférence décroissante, d'abord le modèle loglinéaire, suivi du modèle linéaire et enfin le modèle « inverse ». Cependant, comme il a été indiqué à la section 2, ce critère de comparaison peut être fragile, d'autant plus que les valeurs calculées sont très proches les unes des autres. Dans le modèle linéaire avec (sans) trend, 4 (3) paramètres ont le signe attendu et 5 (3) sont significatifs (à 5%) ; dans le modèle loglinéaire avec (sans) trend, 4 (2) paramètres ont le signe attendu et 4 (3) sont significatifs ; enfin dans le modèle dit « inverse », avec (sans) trend, 3 (2) paramètres ont le signe attendu et 4 (3) sont significatifs. Il semble, à partir de cette comparaison, qu'un léger désavantage devrait revenir au modèle représentant l'hypothèse à écarts multiples.

Afin de tester si ces différences entre les trois modèles sont significatives on a utilisé un test dû à Cox¹⁵ et recommandé par Pesaran¹⁶, dont le but est de tester des hypothèses non imbriquées. La conclusion générale de ce test est qu'au niveau de signification de 5%, aucune hypothèse ne peut être rejetée en faveur d'aucune autre. En d'autres termes, ce résultat confirme, à ce niveau de signification, les suppositions initiales, notamment que les données ne permettent pas de différencier entre les trois modèles. En outre, sur la base des résultats obtenus, on est tenté de donner un léger avantage aux modèles loglinéaire et « inverse » par rapport au modèle linéaire ; les deux premiers apparaissent cependant équivalents.

Quant au modèle rigide, dont l'estimation s'est faite suivant la méthode exposée à la section 2, le processus itératif a convergé après quatre itérations, aboutissant aux résultats suivants :

a) le régime 1, caractérisé par la variable rendement, n'est déterminant pour aucune année ;

b) le second régime, correspondant aux moyens de financement, est déterminant au cours des années 1951, 1952, 1953, 1961, 1962, 1963, 1966, 1967 et 1970 ; pour ce cas l'estimation du modèle est comme suit :

$$y = 11,672 + 0,437 x_2, \quad \bar{R}^2 = 0,951 \quad (31)$$

(0,482) (0,034)

c) le troisième régime, fonction de la solvabilité des entreprises, gouverne l'investissement au cours des années 1955, 1956, 1960, 1971 et 1972 ; l'estimation donne cette fois

$$y = 1,507 + 0,213 x_3, \quad \bar{R}^2 = 0,974 \quad (32)$$

(1,192) (0,015)

15. D.R. Cox (1962).

16. M.H. Pesaran (1972).

d) finalement, le dernier régime, correspondant à l'accélérateur, domine les années 1954, 1957, 1958, 1964 et 1969 ; l'équation estimée est

$$y = 15,630 + 43,692 x_4, \quad \bar{R}^2 = 0,946 \quad (33)$$

$$(0,294) \quad (5,107)$$

Au cours des deux années restantes, 1959 et 1968, aucun régime n'est apparu comme déterminant. Comme il fallait s'y attendre, vu la classification des années en différents régimes, ces ajustements produisent des coefficients de détermination élevés et des coefficients significatifs. Il est plus intéressant de noter que tous ces coefficients ont le signe positif attendu.

En ce qui concerne, finalement, le second modèle flexible, défini par l'équation (16), à cause principalement du coût élevé de calcul par programmation non linéaire, on s'est limité à l'utilisation du critère (18). Ce critère a été préféré aux critères (17) et (19) parce qu'il avait donné de meilleurs résultats dans une étude précédente¹⁷. Il conviendrait toutefois d'étudier également la performance des deux autres critères, et on réserve cela pour une étude ultérieure. Afin de réduire la dimensionalité du problème, on a réduit le nombre de paramètres en calculant les μ par paires d'années, définies sur la période d'observation suivant l'ordre chronologique. Cet exercice a été poursuivi sur 7 itérations, ce qui a produit le résultat peu intéressant où le premier régime correspondant au rendement, est à lui seul déterminant, pour chacune des périodes ($\mu_{it} = 1$, et $\mu_{it} = 0$, $i = 2, \dots, 4$; $t = 1, \dots, 11$).

Dans le but de se familiariser davantage avec le second modèle flexible, on a ensuite divisé la période d'observation en quatre sous-périodes afin de calculer pour chacune de celles-ci des valeurs des quatre paramètres μ . On a calculé les paramètres pour cinq divisions différentes de la période en quatre sous-périodes : comme dans le cas précédent on a tout d'abord divisé l'ordre chronologique des années en quatre groupes de longueur à peu près égale (5, 6, 5, 6) ; ensuite pour les autres divisions on a pris comme point de départ les résultats du modèle rigide, décrits ci-dessus, et on a utilisé les quatre divisions obtenues pour chacune des quatre itérations qui avaient été nécessaires pour faire converger l'estimation de ce modèle. Les résultats de ces calculs sont repris aux tableaux 3 à 7.

17. P. Mastenbroek et J. Paelinck (1977).

TABLEAU 3

Régime	Paramètres	μ				Intercept	Pente
		Période					
		1	2	2	4		
Rentabilité	1,00	1,00	1,00	1,00	1,66	3,15	
Financement	0	0	0	0	12,85	3,15	
Solvabilité	0	0	0	0	0,34	1,19	
Accélérateur	0	0	0	0	19,64	0	

$\min \varphi = 59,12$

Définition des périodes

Période	Années					
1	1951,	1952,	1953,	1954,	1955	
2	1956,	1957,	1958,	1959,	1960,	1961
3	1962,	1963,	1964,	1965,	1966	
4	1967,	1968,	1969,	1970,	1971,	1972

TABLEAU 4

Régime	Paramètres	μ				Intercept	Pente
		Période					
		1	2	3	4		
Rentabilité	1,00	0,69	0,96	1,00	6,33	2,87	
Financement	0	0,28	0,04	0	12,85	1,05	
Solvabilité	0	0	0	0	2,69	1,28	
Accélérateur	0	0,03	0	0	19,64	0	

$\min \varphi = 118,92$

Définition des périodes

Période	Années
1	1959
2	1951, 1952, 1953, 1957, 1961, 1963, 1965, 1966, 1967, 1969, 1970
3	1955, 1956, 1960, 1962, 1964, 1968, 1971, 1972
4	1954, 1958

TABLEAU 5

Régime	Paramètres	μ				Intercept	Pente
		Période					
		1	2	3	4		
Rentabilité		1,00	0,24	1,00	1,00	9,73	5,21
Financement		0	0,76	0	0	12,85	5,45
Solvabilité		0	0	0	0	1,98	84,86
Accélérateur		0	0	0	0	19,64	0

min $\varphi = 50,84$

Définition des périodes

Période	Années
1	1959, 1968
2	1951, 1952, 1953, 1962, 1963, 1965, 1966, 1967, 1969, 1970
3	1955, 1956, 1960, 1961, 1964, 1971, 1972
4	1954, 1957, 1958

TABLEAU 6

Régime	Paramètres	μ				Intercept	Pente
		Période					
		1	2	3	4		
Rentabilité		1,00	0,55	1,00	0,82	7,16	3,03
Financement		0	0,45	0	0,18	12,86	1,59
Solvabilité		0	0	0	0	2,52	1,31
Accélérateur		0	0	0	0	19,63	0

min $\varphi = 123,07$

Définition des périodes

Période	Années
1	1959, 1968
2	1951, 1952, 1953, 1961, 1962, 1966, 1967, 1970
3	1955, 1956, 1960, 1963, 1965, 1971, 1972
4	1954, 1957, 1958, 1964, 1969

TABLEAU 7

Régime	Paramètres	μ				Intercept	Pente
		Période					
		1	2	3	4		
Rentabilité		0,74	0,32	0,89	0,74	6,30	3,11
Financement		0,26	0,68	0,09	0,26	12,85	0,68
Solvabilité		0	0	0	0	2,81	0,97
Accélérateur		0	0	0,03	0	19,65	0

min $\varphi = 113,70$

Définition des périodes

Période	Années									
1	1959,	1968								
2	1951,	1952,	1953,	1961,	1962,	1963,	1966,	1967,	1970	
3	1955,	1956,	1960,	1965,	1971,	1972				
4	1954,	1957,	1958,	1959,	1969					

Les tableaux 3 à 7 appellent les commentaires suivants. Les résultats du tableau 3 ressemblent à ceux du modèle où on distinguait 11 sous-périodes : le premier régime domine absolument au cours des quatre périodes. Il n'y a évidemment aucune raison a priori pour que chacune des quatre sous-périodes retenues, à partir d'une subdivision chronologique, ait un comportement homogène du point de vue de l'importance relative des régimes en présence. Au contraire, on s'attendrait plutôt à ce que les décisions d'investir résultent tantôt surtout d'un régime, et tantôt surtout d'un autre régime. C'est pourquoi il a semblé logique de prendre comme point de départ de la division de la période en sous-périodes, les résultats du modèle rigide. On a donc retenu les divisions obtenues à l'issue de chacune des quatre itérations de ce modèle, et les valeurs calculées correspondantes sont reprises aux tableaux 4 à 7, ce dernier correspondant à la situation obtenue dans le modèle rigide après convergence. On constate, à la lecture de ces tableaux, que les sous-périodes varient peu de tableau en tableau, mais que, par contre, on observe des variations de valeurs de paramètres assez considérables. Il semble donc que ce type de modèle soit sensible à la définition des sous-périodes considérées. Cependant, ces tableaux présentent également un certain nombre de constantes. Tout d'abord, on note que c'est toujours le premier régime qui tend à dominer les autres, mais il n'est plus le seul déterminant comme c'était le cas pour les divisions chronologiques arbi-

traires. En fait, le second régime (financement) et dans une très faible mesure le quatrième régime (accélérateur) interviennent également avec des poids non nuls. Seul le troisième régime (solvabilité) n'est jamais déterminant. Une autre caractéristique commune aux quatre cas, sont les valeurs constantes des différents régimes. Les valeurs des pentes, par contre, varient assez bien, sauf pour le premier régime qui, rappelons-le, semble être le plus important.

Ces résultats doivent également être contrastés avec ceux du modèle rigide. Dans le cas de ce dernier, le seul régime qui n'avait pas été retenu était celui qui dans le présent modèle semble jouer le rôle prépondérant. Cette apparente contradiction entre les résultats de modèles somme toute apparentés — le modèle rigide peut être considéré comme un cas particulier du modèle flexible discuté ici — peut s'expliquer par le fait que, bien qu'un régime domine les autres régimes en présence pour l'ensemble de la période, il est tout à fait possible, qu'à lui seul il ne puisse jamais déterminer l'état du système. Cette explication signifierait simplement que le rendement d'un investissement est la condition nécessaire mais non suffisante pour que la décision en faveur du projet soit prise ; de plus, comme on l'a dit, au niveau macro-économique, un modèle à régimes rigides est peu adéquat.

4. *Conclusions*

L'évidence empirique en faveur ou en défaveur de l'hypothèse d'investissements à écarts multiples est encore trop maigre pour qu'une conclusion définitive puisse être prise ; il s'agit de poursuivre la recherche dans différentes directions que voici.

(a) D'autres données, par exemple pour d'autres pays ou à un niveau désagrégé, devraient être utilisées pour conduire des tests analogues. En particulier, on songe à l'exploitation de séries chronologiques et de séries en coupe instantanée combinées, ainsi qu'il a été suggéré, par exemple, dans deux études récentes¹⁸. Il est intéressant de noter notamment que G. Oudiz conclut qu'un des déterminants principaux de l'investissement est le rendement qui, à part son rôle propre et étant donné l'imperfection du marché français des capitaux, affecte les investissements principalement parce qu'il permet leur financement. Les résultats du deuxième modèle flexible indiquent également que le régime principal est le rendement suivi du financement. Oudiz note, en outre, que ce facteur joue surtout pour les petites entreprises qui souffrent d'un rationnement du crédit. Il est évident que ces commentaires ouvrent des perspectives intéressantes pour des recherches ultérieures à un niveau désagrégé, permettant également d'incorporer des changements de régime¹⁹.

18. R. Eisner (1977) et G. Oudiz (1977).

19. J. Paelinck et Sj. Wagenaar (1976).

(b) Les méthodes économétriques d'estimation devraient être raffinées. Pour le premier modèle flexible, il s'agit de perfectionner les méthodes d'estimations indirectes et de trouver des transformations des variables permettant une estimation directe des paramètres de la fonction d'investissement. En ce qui concerne la méthode directe proposée et utilisée dans cette étude, il convient d'en étudier les propriétés (par exemple, de convergence, de robustesse, etc.) et d'en étendre l'utilisation à une classe de fonctions non linéaires plus vaste. Ceci est un problème de théorie économétrique dépassant le cadre de la présente étude, qui fait l'objet d'une étude indépendante actuellement en cours d'élaboration. Finalement, pour le deuxième modèle flexible, ou plus généralement pour les modèles à régimes multiples s'appliquant à des situations de déséquilibre, on en est, bien sûr, encore aux premiers stades de développement. En particulier, il faudrait envisager la minimisation des fonctions objectives (17) et (19).

(c) Du point de vue des tests statistiques, largement ignorés dans le présent contexte, il faudrait développer des tests non paramétriques pour tester notamment le second modèle flexible ²⁰.

Nous entendons bien poursuivre nos efforts de recherche dans ces différentes directions.

J.-P. ANCOT, R. IWEMA et J. PAELINCK,
avec l'assistance de G. den BROEDER,
Netherlands Economic Institute, Rotterdam.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BROWN R.L. et DURBIN (1968), « Methods of investigating whether a regression relationship is constant over time », Paper presented at the European Statistical Meeting, Amsterdam.
- CHOW, G. (1960), « Tests of the quality between two sets of coefficients in two linear regressions », *Econometrica*, 28, pp. 561-605.
- COX, D.R. (1962), « Further results on tests of separate families of hypotheses », *Journal of the Royal Statistical Society*, 24, Series B.
- DEN BROEDER, G., « Between Newton and Cauchy : the diagonal variable metric method ; theory and test results », to appear in *Journal of Applied and Computational Mathematics*.
- EISNER, R. (1977), « Cross section and time-series estimates of investment functions », *Annales de l'INSEE*, 30-31, pp. 99-130.

20. Voir P. Mastenbroek et J. Paelinck (1977).

- FAIR, R.C. et D.M. JAFFEE (1972), « Methods of estimation for markets in disequilibrium », *Econometrica*, 40, pp. 497-514.
- FAIR, R.C. et H.H. KELEJIAN (1974), « Methods of estimation for markets in disequilibrium : A further study », *Econometrica*, 42, pp. 177-190.
- FARLEY, J.U. et M.J. HINNICH (1970), « A test for a shifting slope coefficient in a linear model », *Journal of the American Statistical Association*, 65, (September 1970), pp. 1320-1329.
- GOLDFELD, S.M. et R.E. QUANDT (1972), *Nonlinear methods in econometrics*, Amsterdam, North Holland Publishing Company.
- JORGENSON, D.W., J. HUNTER et M.I. NADIRI (1970a), « A comparison of alternative econometric models of quarterly investment behaviour », *Econometrica*, 38, pp. 187-212.
- JORGENSON, D.W., J. HUNTER et M.I. NADIRI (1970b), « The predictive performance of econometric models of quarterly investment behaviour », *Econometrica*, 38, pp. 213-224.
- KMENTA, J. (1967), « On the estimation of the C.E.S. production function », *International Economic Review*, 8, pp. 180-189.
- MC GEE, V.E. et W.T. CARLETON (1970), « Piecewise regression », *Journal of the American Statistical Association*, 65, pp. 1109-1124.
- MASTENBROEK, P. et J. PAELINCK (1977), *On fuzzy spatial econometrics*, Rotterdam, Netherlands Economic Institute, Series : « Foundations of Empirical Economic Research », 1977/13.
- MARQUARDT, D.W. (1963), « An algorithm for least squares estimation of non linear parameters », *S.I.A.M. Journal of Applied Mathematics*, II, pp. 431-441.
- ODUZ, G. (1977), « Investment behavior of French industrial firms : a study in longitudinal data », *Annales de l'INSEE*, 30-31, pp. 511-542.
- PAELINCK, J. et S.J. WAGENAAR (1977), « Treatment of multidimensional data, a review and some contributions », *Revue belge de Statistique, d'Informatique et de Recherche Opérationnelle*, vol. 17, n° 3, pp. 23-48.
- PESARAN, M.H. (1972), « On the general problem of model selection », *Review of Economic Studies*, 41, pp. 153-171.
- QUANDT, R.E. (1958), « The estimation of the parameters of a linear regression system obeying two separate regimes », *Journal of the American Statistical Association*, 53, pp. 873-880.
- QUANDT, R.E. (1972), « A new approach to estimating switching regressions », *Journal of the American Statistical Association*, 67, pp. 306-310.
- WELZENIS, G. VAN (1973), « Two-gap Analyse », Thèse de doctorat, Rotterdam.
- WYNN, R.F. et K. HOLDEN (1974), *An introduction to applied econometric analysis*, London, MacMillan.