« Une table de vie active pour les Françaises »

Robert Maheu

Cahiers québécois de démographie, vol. 5, n° 2, 1976, p. 65-73.

DOI: 10.7202/600718ar

UNE TABLE DE VIE ACTIVE POUR LES FRANÇAISES

par

Robert Maheu
Division des études démographiques, Registres de la population

INTRODUCTION

Les tables de vie active sont généralement calculées à partir de données d'un seul recensement. On observe, à chaque âge ou groupe d'âges, la fraction des personnes qui participent à l'activité économique. En intégrant ces fractions dans la population stationnaire définie par la table de mortalité, on arrive à calculer une table de vie active qui, à chaque âge, ne comporte que des entrées en activité ou des sorties d'activité. Dans chaque cas, il s'agit d'un mouvement net d'entrée ou de sortie.

On procède ainsi, faute de données adéquates. Mais de telles tables ont deux défauts: premièrement, l'utilisation des quotients nets, d'entrée ou de sortie selon l'âge, nous fait sous-estimer l'ampleur des mouvements bruts; car à tout âge, il y a à la fois des entrées et des sorties d'activité, qui se neutralisent plus ou moins selon le cas. Deuxièmement, ces tables ne sont ni des tables de génération puisqu'elles sont fondées sur un seul recensement, ni des tables du moment parce que les pourcentages d'actifs aux divers âges sont assez peu influencés par les entrées ou sorties du moment, sauf au début et à la fin de la table.

Une table de vie active du moment devrait être calculée à partir des entrées en activité et des sorties, observées au cours d'une année ou d'un petit groupe d'années. On obtiendrait ainsi une table de vie active qui serait analogue aux tables de mortalité du moment.

Ayant eu accès à des données non publiées d'une enquête sur l'emploi de l'I.N.S.E.E., nous publions ici la table de vie active des Françaises pour les années 1962-1964. Mais nous établirons tout d'abord les principales équations de la table.

Principales équations de la table de vie active

Soit: S_x, les survivants à l'âge exact x dans la table de mortalité du moment.

A_x, le nombre d'actifs à l'âge exact x;

I_x, le nombre d'inactifs à l'âge exact x;

Par définition, $S_x = A_x + I_x$ (1)

On utilisera les quatre probabilités suivantes:

${}_ns_x$, la probabilité pour un actif d'âge x, de sortir d'activité entre les âges exacts x et x + n, en l'absence de mortalité.

${}_ne_x$, la probabilité pour un inactif d'âge x d'entrer en activité.

${}_nq_x$, le quotient de mortalité

${}_np_x$, la probabilité de survie telle que:

$${}_np_x = 1 - {}_nq_x \qquad (2)$$

On a l'équation usuelle:

$$S_{x+n} = S_x . {}_np_x \qquad (3)$$

qu'on peut décomposer comme suit:

$$\begin{aligned} S_{x+n} = {} & A_x.(1-{}_ns_x).\ {}_np_x \text{ (actifs demeurés actifs et survivants)} \\ & + A_x.{}_ns_x.{}_np_x \text{ (actifs devenus inactifs et survivants)} \\ & + I_x.\ (1- {}_ne_x).\ {}_np_x \text{ (inactifs demeurés inactifs et survivants)} \\ & + I_x.{}_ne_x.{}_np_x \text{ (inactifs devenus actifs et survivants)} \end{aligned} \qquad (4)$$

On utilisera aussi:

nLx, le nombre total d'années vécues en activité entre les âges exacts x et x+n.

On peut décomposer nLx selon les divers groupes qui y contribuent:

$$nLx = nL_x^{aa} \quad \text{(actifs demeurés actifs)}$$
$$+nL_x^{ai} \quad \text{(actifs devenus inactifs)}$$
$$+nL_x^{ia} \quad \text{(inactifs devenus actifs)} \qquad (5)$$

Nous démontrerons ci-après comment on peut calculer le terme nL_x^{ai}, c'est-à-dire le temps vécu en activité par ceux qui doivent prendre leur retraite entre les âges x et x + n. Pour l'instant, nous ne considérerons donc que ce groupe: $Ax.n^Sx$.

Soit t, une durée écoulée telle que $o \leq t \leq n$

Nous ferons les deux hypothèses suivantes:

P(A), la probabilité de prendre sa retraite durant t, $= \frac{t}{n}$ (6)

nous supposons donc une distribution uniforme des retraites entre o et n, en l'absence de mortalité;

P(B), la probabilité de décéder avant t, $= n^{q}x.\frac{t}{n}$ (7)

Or, A et B, ne sont pas disjoints. D'autre part, nous faisons l'hypothèse de l'indépendance statistique entre A et B; cette hypothèse qui n'est pas tout à fait exacte, est néanmoins acceptable pour les fins qui nous occupent. Par conséquent:

$$P\ (AUB) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) \qquad (8)$$

En substituant (6) et (7) dans (8), nous obtenons

$$P(AUB)t = \frac{t}{n} + n^{q}x.\frac{t}{n} - n^{q}x.\frac{t2}{n2} \qquad (9)$$

De même:

$$1 - P(AUB)_t = 1 - \frac{t}{n} - n^{q}x.\frac{t}{n} + n^{q}x.\frac{t2}{n2} \qquad (10)$$

= probabilité d'être encore un survivant actif au temps t soit $A_x^{ai}(t)$ le nombre d'actifs au temps t parmi ce groupe de personnes qui doivent prendre leur retraite. Nous avons:

$$A_x^{ai}(t) = Ax._n s_x.(1-P(AUB)_t) \qquad (11)$$

En substituant (10) dans (11), nous obtenons:

$$A_x^{ai}(t) = Ax._n s_x.\left(1-\frac{t}{n} - n q_x.\frac{t}{n} + n q_x.\frac{t2}{n2}\right) \qquad (12)$$

Or, nL_x^{ai} n'est pas autre chose que la surface sous la courbe $A_x^{ai}(t)$ entre les limites o et n.
Par conséquent:

$$nL_x^{ai} = \int_0^n Ax._n s_x.\left(1-\frac{t}{n} - n q x.\frac{t}{n} + n q x.\frac{t2}{n2}\right) dt \qquad (13)$$

$$nL_x^{ai} = Axn^s x.\frac{n}{2}.\left(1-\frac{nqx}{3}\right) \qquad (14)$$

On pourrait aussi démontrer que:

$$nL_x^{ia} = Ixn^e x.\frac{n}{2}.\left(1-2.\frac{nqx}{3}\right) \qquad (15)$$

$$nL_x^{aa} = Axn.(1-n^s x).\left(1-\frac{nqx}{2}\right) \qquad (16)$$

Passons maintenant au calcul de l'espérance de vie active.
Soit:

e_{ax}^{a}, l'espérance de vie active des actifs d'âge x;

e_{ix}^{a}, l'espérance de vie active des inactifs d'âge x;

Supposons qu'il existe un âge exact W qui soit un âge de retraite obligatoire ou tout simplement un âge au delà duquel il n'y a plus d'actifs. Plaçons-nous maintenant à un âge y tel que: y + n = W
Alors:

$$e_{ay}^{a} = \frac{nL_y^{aa} + nL_y^{ai}}{Ay} \qquad (17)$$

= total des années vécues en activité, divisé par l'effectif initial.

En substituant (14) et (16) dans (17), nous obtenons:

$$e^a_{ay} = n.\left(1-\frac{nq_y}{2} - \frac{n^s y}{2} + \frac{n^s y \cdot nq_y}{3}\right) \qquad (18)$$

De même, et en utilisant (15), nous obtenons:

$$e^a_{Iy} = \frac{nL^{ia}_y}{Iy} = n^e y.\frac{n}{2}\left(1-\frac{2}{3}.nq_y\right) \qquad (19)$$

= total des années vécues en activité, divisé par l'effectif initial.

A un âge quelconque x, nous aurons:

$$e^a_{ax} = \frac{nL^{aa}_x}{Ax}$$ (années vécues en activité entre les âges x et x+n par les actifs qui demeurent actifs)

$$+ \frac{Ax.(1-n^{sx}).\,npx.\;e^a_{ax+n}}{Ax}$$ (années vécues en activité, au delà de l'âge x et n, par ce groupe des actifs demeurés actifs entre les âges x et x + n)

$$+ \frac{nL^{ai}_x}{Ax}$$ (années vécues en activité entre les âges x et x+ n par les actifs qui deviennent inactifs)

$$+ \frac{Ax.n^s{}_x npx\;.\;e^a_{ix+n}}{Ax}$$ (années vécues en activité au delà de l'âge x + n par les actifs devenus inactifs) (20)

Dans l'équation (20), nous avons donc totalisé les années vécues en activité et avons divisé par l'effectif initial. Nous ferons de même pour le calcul de l'espérance de vie active des inactifs d'âge exact x:

$$e^a_{ix} = \frac{nL^{ia}_x + Ix.(1-ne_x).np_x\;.\;e^a_{ix+n} + Ix.n^e{}_x.np_x.e^a_{ax+n}}{Ix} \qquad (21)$$

En pratique, nous calculons d'abord l'espérance de vie active à l'âge y, puis à l'âge y-n, ensuite y-2n, etc...

PRESENTATION DE LA TABLE:

Nos données proviennent de l'enquête sur l'emploi d'octobre 1964, réalisée par l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques (France). Cette enquête nous fournit des résultats sur la situation socio-économique des enquêtés en octobre 1962 et octobre 1964. C'est la comparaison de la situation des personnes à ces deux dates qui permet de calculer des entrées ou des sorties d'activité.

Sans donner ici tous les détails du calcul, mentionnons que nous avons calculé des taux d'entrée et de sortie pour cette période de deux ans par groupes quinquennaux d'âges. Par lecture graphique, nous avons relevé ensuite les taux pour des groupes d'âges de deux ans, pour faire coincider les groupes d'âges avec la période d'observation de la mobilité. Nous avons recalculé une table de mortalité conforme à nos besoins à partir d'une table valable pour cette période (1).

Dans la table de vie active ci-jointe, les séries Sx, 2qx et 2px, proviennent de la table de mortalité. Les séries 2ex et 2sx ont été calculées à partir des données de l'enquête sur l'emploi. Nous avons calculé Ax et Ix grâce à l'équation (4). Le temps vécu en activité par divers sous-groupes a été calculé avec les équations (14), (15) et (16). Ce sont les équations (18), (19), (20) et (21) qui nous ont permis de calculer l'espérance de vie active.

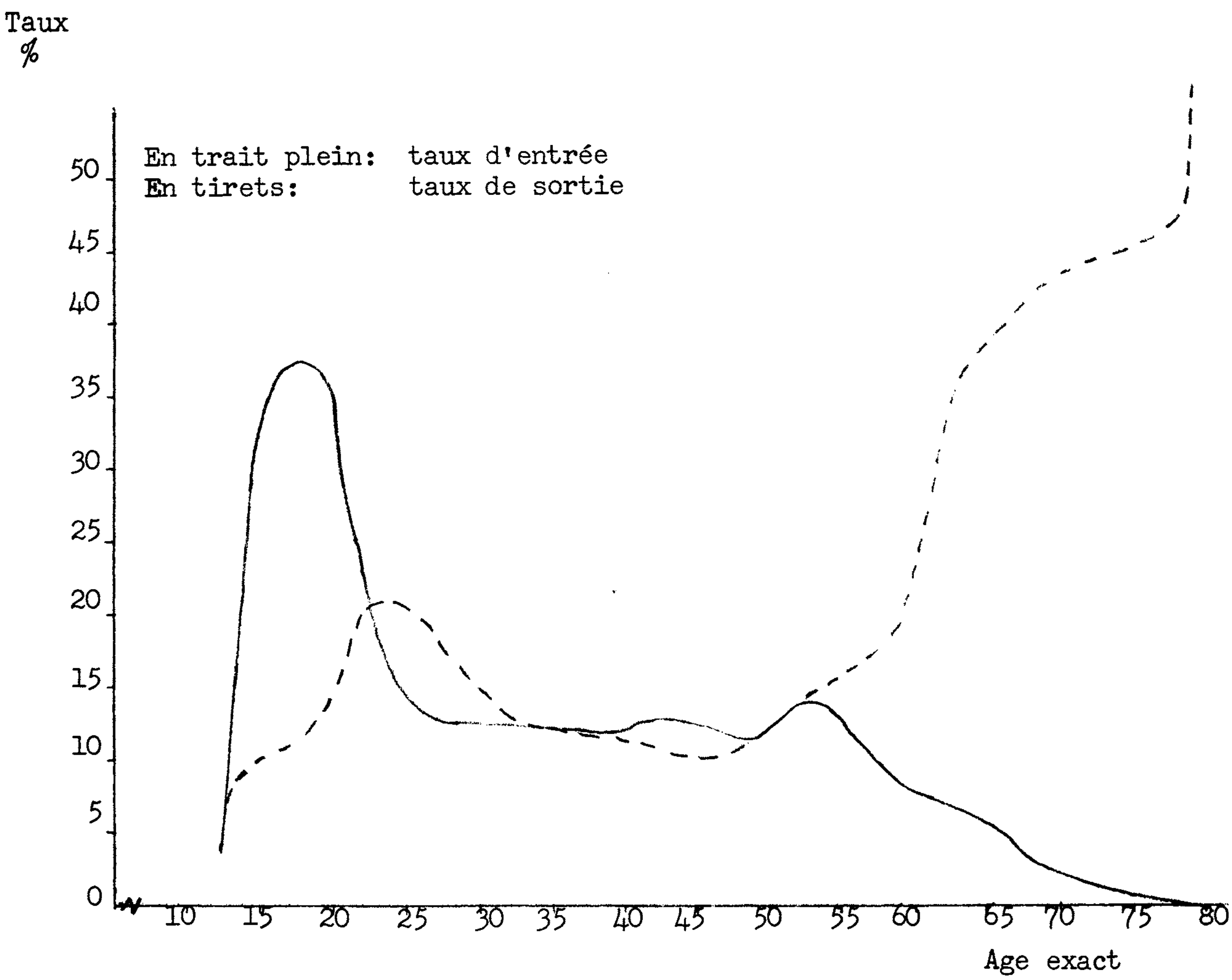
(1) Table de mortalité de la population française pour la période 1960-1964, Etudes et conjoncture, avril 1969.

TABLE DE VIE ACTIVE POUR LES FRANCAISES

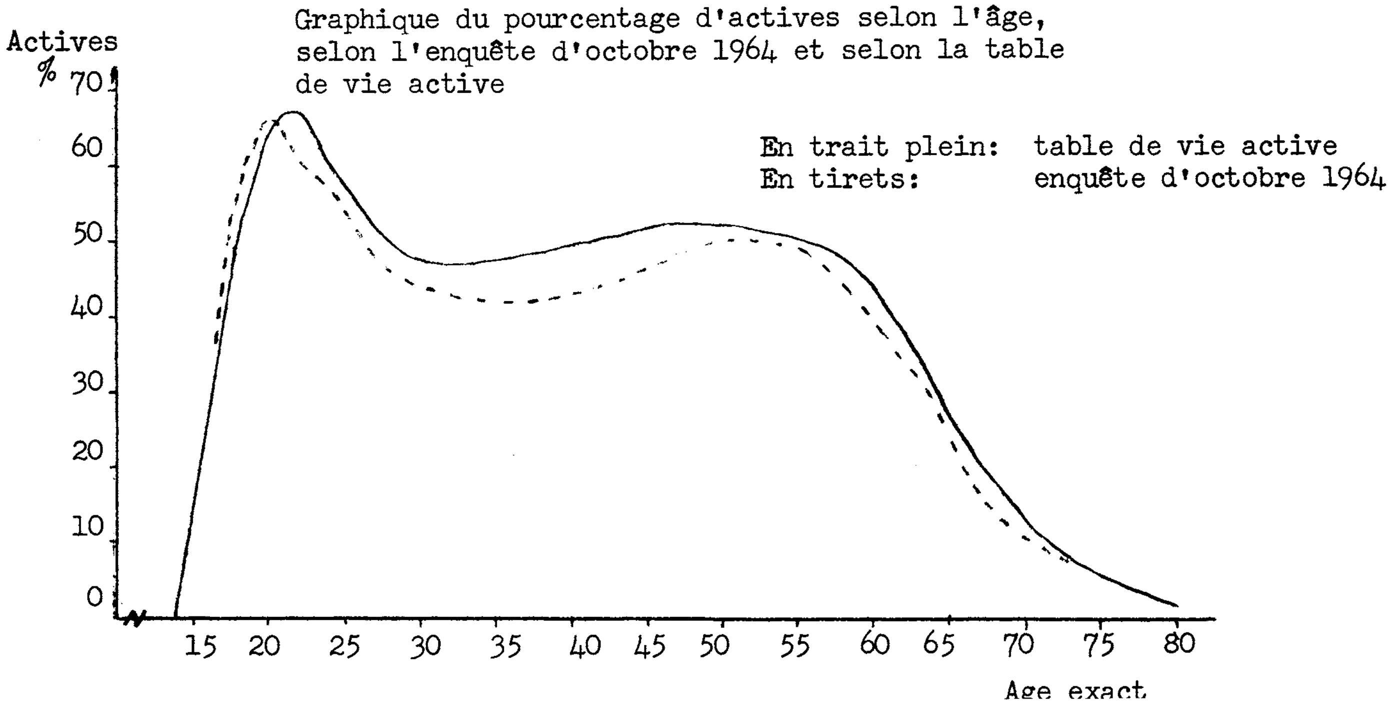
1962-1964

Age exact x	Sx	2qx	2px	2ex	2sx	Ax	Ix	$2L^{aa}_x$	$2L^{ai}_x$	$2L^{ia}_x$	e^a_{ax}	e^a_{ix}	Ax/Sx
12	100000	.000533	.999467	.030	.000	0	100000	-	-	2999	-	24.794	.000
14	99947	.000687	.999313	.275	.095	2999	96948	5426	285	26648	28.633	24.658	.030
16	99878	.000903	.999097	.355	.105	29354	70524	52520	3081	25021	27.068	23.686	.294
18	99788	.001120	.998880	.375	.120	51262	43526	90171	6149	18184	25.555	22.140	.514
20	99676	.001255	.998745	.350	.145	63237	36439	108067	9166	12743	24.157	20.370	.634
22	99551	.001359	.998641	.235	.205	66737	32814	106040	13675	7704	22.987	18.462	.670
24	99416	.001454	.998546	.170	.210	60685	38731	95813	12738	6578	22.310	17.005	.610
26	99271	.001570	.998430	.135	.200	54446	44825	87045	10884	6045	21.801	15.847	.548
28	99115	.001727	.998273	.125	.175	49530	49585	81654	8663	6191	21.326	14.865	.500
30	98944	.001958	.998042	.125	.150	46979	51965	79786	7042	6487	20.729	13.914	.475
32	98750	.002222	.997778	.125	.130	46337	52413	80537	6019	6542	19.973	12.937	.469
34	98531	.002570	.997430	.120	.125	46761	51770	81727	5840	6202	19.071	11.951	.475
36	98278	.002994	.997006	.120	.120	47007	51271	82608	5635	6140	18.134	11.006	.478
38	97984	.003515	.996485	.120	.115	47377	50607	83710	5442	6059	17.156	10.068	.484
40	97640	.004137	.995863	.125	.110	47833	49807	84967	5254	6209	16.132	9.145	.490
42	97236	.004850	.995150	.130	.105	48595	48641	86774	5099	6303	15.076	8.100	.500
44	96764	.005679	.994321	.125	.100	49574	47190	88980	4948	5876	13.969	7.119	.512
46	96214	.006638	.993362	.120	.105	50228	45986	89610	5262	5494	12.802	6.210	.522
48	95575	.007755	.992245	.115	.110	50137	45438	88898	5501	5198	11.644	5.379	.525
50	94834	.009037	.990963	.120	.120	49461	45373	86658	5917	5412	10.481	4.633	.522
52	93977	.010570	.989430	.135	.140	48528	45449	83027	6770	6092	9.340	3.902	.516
54	92984	.012359	.987641	.135	.155	47364	45620	79551	7311	6108	8.296	3.108	.509
56	91835	.014523	.985477	.115	.165	45611	46224	75617	7489	5264	7.314	2.340	.497
58	90501	.017195	.982805	.090	.180	42770	47731	69540	7654	4247	6.333	1.729	.473
60	88945	.020538	.979462	.080	.235	38690	50255	58588	9030	3965	5.332	1.306	.435
62	87118	.024699	.975301	.070	.325	32928	54190	43904	10613	3731	4.486	0.972	.378
64	84966	.029970	.970030	.060	.375	25377	59589	31246	9421	3504	3.964	0.697	.299
66	82420	.036692	.963308	.055	.395	18854	63566	22395	7356	3410	3.614	0.469	.229
68	79396	.045256	.954744	.030	.420	14356	65040	16276	5939	1892	3.322	0.263	.181
70	75803	.056286	.943714	.020	.435	9813	65990	10777	4189	1270	3.091	0.157	.129
72	71536	.070520	.929480	.015	.440	6478	65058	7000	2783	930	2.868	0.090	.091
74	66491	.088574	.911426	.010	.450	4279	62212	4498	1869	585	2.574	0.043	.064
76	60602	.111408	.888592	.006	.460	2712	57890	2766	1201	322	2.153	0.016	.045
78	53859	.138892	.861108	.003	.470	1610	52240	1588	722	142	1.435	0.003	.030
80	46371			.000	1.000	870	45501	0	0	0	0	0	.019

Graphique des taux d'entrée et de sortie d'activité pour les Françaises 1962-1964.



Graphique du pourcentage d'actives selon l'âge, selon l'enquête d'octobre 1964 et selon la table de vie active



<u>BREFS COMMENTAIRES:</u>

Comme on peut le voir sur le premier graphique, les taux d'entrée et de sortie sont importants à tous les âges. Entre 30 et 55 ans, les taux d'entrée sont presque égaux aux taux de sortie et le pourcentage d'actives varie assez peu. La méthode traditionnelle de calcul des tables de vie active, à partir des données d'un rencensement nous aurait indiqué une mobilité nette très faible. La réalité est toute autre. La mobilité des Françaises, par rapport à leur participation à l'activité économique, est donc très élevée.

D'autre part, comme on peut le constater sur le deuxième graphique, le pourcentage d'actives est nettement plus élevé dans la table, entre 20 et 75 ans, que dans la population. Notre table représente donc mieux ce qu'ont vraiment été les mouvements d'entrée et de sortie d'activité durant la période 1962-1964.

Dans notre introduction, nous avions mentionné que les tables de vie active traditionnelles ont deux défauts théoriques. Ces deux défauts théoriques, nous les avons retrouvé dans la pratique.

Février 1976.