

## Article

---

« Cycles post-transitionnels et modèles proie-prédateur »

Giuseppe A. Micheli

*Cahiers québécois de démographie*, vol. 17, n° 2, 1988, p. 153-173.

Pour citer cet article, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/600637ar>

DOI: 10.7202/600637ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

---

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

---

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : [info@erudit.org](mailto:info@erudit.org)

## Cycles post-transitionnels et modèles proie-prédateur

Giuseppe A. MICHELI\*

### 1. INTRODUCTION

«Descartes statisticien ne découvrirait jamais la loi de la réfraction» (Kostitsin, 1937).

En parlant du «splendide isolement» de l'économie par rapport aux disciplines contiguës (sociologie, démographie, anthropologie, etc.) Leontief, dans son message présidentiel à l'*American Economic Association*, en 1970, soulignait : «L'établissement de relations systématiques de coopération, au-delà des frontières traditionnelles séparant actuellement l'économie des domaines qui lui sont voisins, est entravé par le sentiment d'auto-suffisance qui résulte ... de la confiance induite dans l'inférence statistique indirecte comme méthode principale de recherche empirique. En tant que théoricien, nous construisons des systèmes dans lesquels les prix, les quantités produites, les taux d'épargne et d'investissement, etc., sont expliqués en termes de fonctions de production, fonctions de consommation et autres relations structurelles, dont les paramètres sont, du moins pour les besoins de l'argumentation, supposés connus. En tant qu'économètre, engagé dans ce qui passe pour de la recherche empirique, nous ne tentons cependant pas de connaître la forme réelle de ces fonctions et de mesurer la valeur de ces paramètres en recueillant de nouvelles informations factuelles. Nous faisons volte-face, et comptons sur l'inférence statistique indirecte pour dégager les relations structurelles inconnues à partir des niveaux observés des prix, des quantités produites et des autres variables que, dans notre rôle de théoricien nous avons traitées comme des inconnues» (Leontief, 1971 : 4; notre traduction).

---

\* Université de Palerme (Italie).

Cet article est basé sur une communication présentée au XXIVe Colloque de l'Association d'économétrie appliquée, qui s'est tenu à Vérone, en février 1988.

Sans doute la citation est-elle un peu longue. Mais elle nous permet, à l'abri du parapluie rassurant de Leontief (et de Kostitsin) de souligner que, dans la définition des interdépendances et des priorités entre les deux aspects de l'argumentation scientifique, il existe un noeud crucial dans la construction des théories et des modèles démographiques. Tous nous savons que la justification d'un schéma théorico-interprétatif exige la présence conjointe de deux propriétés distinctes : d'une part la consistance logique du schéma, sa cohérence et sa rationalité intrinsèque; et d'autre part, sa «fitness», sa synthonisation avec une double «auctoritas» naturelle, celle des données statistiques et celle des règles de bon sens de la complexité du réel.

Mais comment pouvons-nous combiner ces deux critères dans la justification de l'argumentation scientifique ? Parfois, il semble que la recherche n'emprunte qu'une seule voie en figeant la modélisation en un «data-dredging» mécanique, en une sélection «stepwise» des paramètres qui produisent le meilleur ajustement statistique, quoique orphelin de sens. «Le vrai progrès - concluait Leontief - ne peut être réalisé que par un processus itératif dans lequel une formulation théorique améliorée pose de nouvelles questions empiriques et où les réponses à ces questions conduisent à leur tour à de nouveaux aperçus théoriques» (Leontief, 1971 : 5; notre traduction).

Sans oublier cette exigence de priorité du moment avant trait à l'idéation et à la logique sur celui de la réfutation empirique, nous passerons en revue, dans cet article, la consistance logique des modèles mathématiques avec lesquels ont été relues, au cours des deux dernières décennies, les fluctuations de fécondité d'époque post-transitionnelle. Un premier type de modèles sera examiné dans la section 2, en accordant une place particulière à la théorie d'Easterlin. Dans la section 3, le modèle proie-prédateur est identifié en tant que paradigme de la seconde famille de modèles; il en ressort un double registre d'utilisation pour l'étude des populations humaines, et nous en proposerons une application aux fluctuations de post-transition. Finalement, la section 4 sera consacrée à certaines critiques de ce modèle, et en particulier, à celle relative à son irréalisme.

## 2. EASTERLIN ET LA CINÉMATIQUE DÉMOGRAPHIQUE

Les deux grandes vagues dans les cohortes de naissances qui se sont succédées au cours du dernier demi-siècle dans bien des pays occidentaux, ont rendu inadéquat, comme cadre comptable descriptif, le modèle à fluctuations amorties de la population asymptotiquement stable. Frauenthal et Swick ont soutenu que Lotka et Leslie se sont révélés être les auteurs d'une simple «cinématique» du processus de croissance de la population : «Ils relient la trajectoire des naissances aux fonctions de fécondité et de survie par âge de la même manière que, dans la mécanique classique, la position est mise en corrélation avec la vitesse et l'accélération. Ce qui manque dans les équations de population est quelque chose pouvant être comparé avec la relation dynamique de Newton entre force, masse et accélération. Dans le domaine de la population, le correspondant de la dynamique est une relation décrivant quelles sont les «forces» qui influencent les fonctions de fécondité et de survie (Frauenthal et Swick, 1983 : 285; notre traduction).

Devant ce vide théorique, nombreux sont ceux qui ont cru trouver dans l'hypothèse proposée par Easterlin d'une relation inverse entre fécondité et amplitude des cohortes de mères, les rudiments d'une dynamique de la population. On sait en effet que, d'après la régularité relevée par Easterlin, l'équation intégrale du renouvellement de la population (Frauenthal, 1984) devient :

$$B(t) = G(t) + \int_0^t B(t-a) p(t) g(a,t) da \quad (1)$$

où  $B(t)$  = le nombre de naissances féminines entre  $t$  et  $t+dt$ ;  
 $G(t)$  = le nombre de naissances féminines en  $t$ , de mères présentes dans la population au temps  $t=0$ ;  
 $p(t)$  = la proportion de femmes survivantes;  
 $g(a,t)$  = la probabilité qu'une femme née en  $t-a$  enfantera une fille lorsqu'elle sera dans l'intervalle d'âge  $a, a+da$ .

En normalisant  $g(a,t) = g(a)$ .  $M [B(t-a)]$  de façon à ce que

$$\int_0^t p(a) g(a) da = 1 = R$$

où  $R$  représente le taux net de reproduction, alors  $M [B(t-a)]$  peut être interprété comme le taux net de reproduction de la cohorte, et les cohortes de naissances sont alors représentées comme

$$B \cdot M [B] = E + (1-c) \cdot (B-E) + g (B-E) \quad (2)$$

où E représente la trajectoire d'«équilibre» des naissances B; c est le paramètre qui mesure l'effet Easterlin; et g (B-E) est le terme quadratique dans le développement de Taylor.

Lee (1974), qui fut l'un des premiers à reformuler les observations d'Easterlin dans un système d'équations aux différences finies, leur a assigné un rôle historique important en tant que point de rencontre entre les théories centrées sur les cycles relatifs à des générations et les théories centrées sur les cycles de contrôle. En réalité, entre les mécanismes d'autorégulation d'Easterlin et les processus homéostatiques des théoriciens de la reproduction démographique (Malthus, Wriglev) court le profond sillon d'une différente construction conceptuelle. Chez les uns, la trajectoire des naissances est le résultat privilégié d'un système rétroactif totalement interne au processus de substitution démographique (se basant sur l'alternance de cohortes de dimension variée), et où les facteurs exogènes (économiques ou sociaux) restent de simples variables intermédiaires, d'ailleurs relativement mal identifiées. Chez les autres, au contraire, la fluctuation des naissances est uniquement une manifestation (ou «proxy-variable») d'une partie d'un système d'autorégulation sociale plus vaste et plus complexe.

Sous cet aspect, l'«effet Easterlin» n'apparaît plus comme un *unicum* conceptuel, mais se révèle au contraire apparenté à la famille des modèles économiques fondés sur l'idée (formalisée par le fameux *Cobweb Theorem*) selon laquelle les fluctuations ne dépendent pas tellement de la façon dont une population se rapporte à son milieu, mais sont plutôt le résultat de choix stratégiques et de processus d'autocorrection des attentes, influencés par les transferts intergénérationnels. «L'erreur de l'optimisme et l'erreur du pessimisme, une fois découvertes, se créent les unes les autres en une chaîne sans fin» (Pigou, 1921).

La formule la plus utilisée dans un système dynamique d'auto-équilibre des naissances est la formule linéaire (Tuma et Hannan, 1984) :

$$dB(t) / dt = r \cdot [B(t) - B^0(t)] \quad (3)$$

où r est le paramètre qui exprime la vitesse d'ajustement, la rapidité d'apprentissage de l'erreur, la «length of memory», et où le résultat du processus est donc continuellement redéfini en fonction de l'écart entre le niveau courant et un critère quelconque, le «target level»  $B^0$ .

Il n'est pas sans intérêt de rappeler à cet égard que les diverses formulations mathématiques de l'effet Easterlin ne sont pas nécessairement fondées sur les mêmes bases théoriques. En effet, elles interprètent le processus de formation des nouvelles cohortes démographiques en utilisant tantôt l'une, tantôt l'autre des deux hypothèses sur les mécanismes de formation des attentes avancées par les économistes. Dans certains cas (Lee, 1974), on retrouve le mécanisme adaptatif proposé par Nerlove (1958), dans lequel les naissances attendues («target level» du processus d'ajustement) sont définies par l'équilibre dynamique du système, c'est-à-dire par le sentier de von Neumann de croissance «normale». Dans d'autres cas (Keyfitz 1972; Samuelson 1976; Le Bras, 1980), le critère est celui de la dimension du paramètre de naissances à un intervalle générationnel  $T$  immédiatement précédent :  $R \cdot B(t-T)$ , où  $R$  est le taux naturel de reproduction qui actualise les naissances pour pouvoir les comparer les unes aux autres au même instant  $t$ .

Deux aspects de la mathématique de l'«effet Easterlin» sont importants pour en comprendre la logique. Le premier est que, quelle que soit l'affiliation théorique des modèles, leur apport heuristique consiste à révéler quelque chose de non évident à la simple observation, à savoir, en l'occurrence, qu'à une certaine forme des interdépendances entre les cohortes et à certaines valeurs du paramètre d'ajustement, correspondent chaque fois des ondes différentes se superposant aux oscillations amorties de Lotka et de Bernardelli, ondes asymptotiquement convergentes vers un cycle limite. Plusieurs contributions récentes ont d'ailleurs remis en cause la capacité des modèles de type Easterlin à saisir la dynamique intrinsèque des processus, en approfondissant soit le degré de «fitness» statistique, soit la consistance logique. Leur conclusion est que l'oscillation asymptotiquement stable, en tant qu'effet des résonances générationnelles, résiste à l'extension du modèle à des classes d'âge plus désagrégées (Le Bras, 1980) mais perd sa valeur de solution unique, car pour des valeurs appropriées du paramètre d'ajustement, elle peut même se mêler avec les oscillations amorties (de Lotka et Bernardelli) en produisant une accélération de la convergence vers l'équilibre de la population stable.

La croissance stable le long du sentier de von Neumann et la convergence vers un cycle limite (pendant une période qui est approximativement le double de l'intervalle entre deux générations) se révèlent alors comme deux interfaces d'un seul système d'interdépendances, comme les deux ramifications à partir d'un seul point de bifurcation (Frauenthal et Swick, 1983). La constatation que «l'allure des résultats peut être considérablement modifiée par une légère modification des

paramètres» (Le Bras, 1980) est parfois perçue comme une faiblesse heuristique du modèle. Au contraire, il s'agit là d'un exemple remarquable de ce qu'est l'argumentation scientifique : de l'effort d'approfondissement de la syntaxe d'un modèle - et non de l'optimisation de sa «fitness» aux données statistiques - s'élabore une version de second niveau du modèle, un Easterlin no 2, qui incorpore et historicise les mouvements exponentiels et oscillatoires, en les contextualisant dans le cadre de paramètres historiquement donnés.

Mais ici se branche un second aspect de la mathématique des modèles de type Easterlin. Quelle est en effet la signification du coefficient d'ajustement, quels sont les processus qui sous-tendent une certaine valeur historiquement donnée de ce coefficient (ou de sa variation dans le temps) ? On a eu recours à de nombreuses argumentations théoriques «ad hoc» pour tenter de justifier l'effet Easterlin. Parmi celles-ci, il y a d'authentiques perles rares, comme celle de l'impact négatif du nombre d'enfants d'un ménage sur le «capital humain pro capita», et en particulier sur le quotient intellectuel des nouvelles cohortes de femmes infécondes (Wray, 1971). Le recours à de telles «argumentations» ne fait que confirmer la nécessité de compléter la cinématique de Keyfitz, Lee et Samuelson par une dynamique, toute à découvrir, du système plus vaste de la reproduction sociale au sein de laquelle l'évolution temporelle des stratégies de contrôle procréateur n'est plus qu'une partie d'un tout.

### 3. VOLTERRA ET LA DYNAMIQUE DU SYSTÈME DE REPRODUCTION

Lorsque, dans un milieu intégré, c'est-à-dire un milieu dans lequel il existe, entre les parties, une interaction quelconque (de coopération ou de compétition, de symbiose ou de commensalisme), on introduit des fluctuations dans les forces et les populations en cause, on obtient quasiment toujours des relations non linéaires.

Un système d'équations différentielles à la Kolmogorov représente un schéma suffisamment général des modèles écologiques à deux populations :

$$\dot{x} = x \cdot f(x, y) \quad (4)$$

$$\dot{y} = y \cdot g(x, y) \quad (4')$$

où le signe des dérivées partielles croisées ( $\partial f/\partial y$  et  $\partial g/\partial x$ ), qui représentent les impacts interspécifiques, définit la typologie du système.

Une forme simple de la fonction de croissance  $f(x,y)$  est la fonction linéaire du type

$$f(x, y) = a + bx + cy$$

qui implique que l'on se retrouve avec des modèles quadratiques de population (voir, par exemple, Hallam et Levin, 1986). Dans ce cas, le «no cycles theorem» formulé par Coleman (in Braun et alii, 1983) est d'application : «presque aucun système de cette forme ne possède de cycles». Parmi les quelques rares modèles quadratiques qui ne répondent pas aux conditions de Coleman et peuvent, de ce fait, satisfaire notre soif de cyclicité, le plus important est sans aucun doute le système proposé par Lotka en 1925 et approfondi par Volterra en 1927, pour décrire un rapport de prédation entre une population biologiquement non autonome et vorace, et une autre capable, au contraire, d'autoreproduction (ou autocatalyse) :

$$\dot{x} = x.(a - b.y) \quad (5)$$

$$\dot{y} = y.(-c + d.x) \quad (5')$$

On sait que ce système n'admet qu'un seul point singulier non trivial, défini par les coordonnées  $x = c/d$  et  $y = a/b$ . Dans la théorie qualitative des systèmes dynamiques, cet état d'équilibre est connu comme un centre : les trajectoires qui décrivent le comportement dynamique du système sont des orbites fermées stables mais non asymptotiquement stables : un choc, même minime, qui entraîne le système hors de son état d'équilibre, ne sera jamais suivi par un retour à l'équilibre initial, mais portera vers de nouvelles orbites ayant toujours une structure instable.

Bien que la description du modèle de Volterra puise à pleines mains dans le dictionnaire de la biologie et de l'écologie, il ne faut pas en déduire que ses applications aux problèmes de dynamique sociale sont limitées à d'improbables relations de déprédation entre groupes humains. En fait, les applications du modèle de Volterra peuvent être classées le long d'un continuum où, à une extrémité, on se trouve devant une utilisation essentiellement descriptive, littérale, du modèle, portant sur des dynamiques «métaboliques» entre groupes, et à l'autre, devant une utilisation nettement «métaphorique» se rapportant à des «forces» ou des variables économiques, sociales ou démographiques qui interagissent entre elles, s'instituant en système.

Keyfitz (1965), dans son application du schéma proie-prédateur au problème de la dominance sexuelle dans le modèle de Leslie-Lotka, est proche de la première borne extrême, tandis que le premier à s'être approché de la seconde est Goodwin (1967), dans son analyse du cycle économique en tant que dialectique entre les salaires réels (prédateur) et l'occupation (proie). Goodwin écrivait d'ailleurs à cette occasion : «D'une certaine manière, la ressemblance (avec Volterra) est purement formelle, quoique pas totalement. J'ai longtemps pensé que le problème de la symbiose de deux populations, en partie complémentaires et en partie hostiles, est utile pour comprendre les contradictions dynamiques du capitalisme» (Goodwin, 1967). Aussi vaste qu'ait été l'écho du cycle de croissance de Goodwin et son influence sur les études ultérieures de la dynamique économique, on doit cependant constater que bien peu ont vu les implications épistémologiques de la façon non conformiste dont Goodwin traite le modèle mathématique, c'est-à-dire le refus d'une utilisation hyper-réaliste de la modélisation, en se tenant à bonne distance d'un paradigme formel des modèles mathématiques qui, à travers von Neumann et Debreu, semble aujourd'hui être dominant.

Tout récemment, von Tunzelmann (1986) a apporté une contribution importante à la mosaïque d'applications socio-démographiques du schéma de Volterra, en utilisant une version dynamique du principe de population de Malthus, dont une première formulation avait d'ailleurs déjà été avancée par Morishima en 1969. Au contraire des tenants de l'école classique, le noyau de la théorie de Malthus n'est pas l'existence d'un équilibre, mais une trajectoire oscillante selon laquelle la population et les subsistances peuvent essayer de s'approcher de l'équilibre. La dynamique écologique qui aboutit au «miseria and vice path» de Malthus correspond effectivement à un système de Volterra où la population devient le «prédateur»  $y$  (qui s'extermine en dessous d'un seuil économique de survie), et où le taux de salaire réel est la «proie»  $x$ . Le fait qu'on puisse appliquer ce type de modèle «struggle for life» à Malthus ne doit pas nous surprendre. Il y a une généalogie des idées qui va de Malthus à Lotka et Volterra, en passant par Wallace et Darwin. Il y a aussi le fait que Malthus lui-même avait été influencé par la description de communautés animales en compétition que l'on retrouve dans la *Dissertation* de Townsend publiée en 1786.

Mais la comparaison entre les deux modèles de fluctuations, celui de Malthus et celui de Volterra, ne s'arrête pas là. von Tunzelmann souligne en effet le fait que Malthus a prudemment attribué la progression géométrique aux populations ayant un régime de croissance «unchecked», non contrôlé, alors

qu'en réalité, dans un pays en croissance l'expansion sera limitée par l'«espace», catégorie que Malthus emprunte d'ailleurs à Franklin. Cette expansion aura, de ce fait, une «carrying capacity» personnelle qui nous amène à une équation de population de la forme

$$\dot{y} = y \cdot [-c + d \cdot x - e \cdot y] \quad (6)$$

Cette équation est typique des modèles de croissance logistique de longue période. Comme le souligne von Tunzelmann, le jumelage entre cette fonction de population et celle des salaires se manifeste, dans l'espace des états  $(x,y)$ , non plus par une orbite fermée et structurellement instable, mais par une trajectoire à spirale, qui converge vers un foyer, point d'équilibre entre la population et les ressources, que Malthus considère implicitement comme l'aboutissement de l'idéal canonique de la diffusion des stratégies procréatrices centrées sur le «moral restraint». On peut donc avancer que le schéma de fluctuations amorties de Malthus contient déjà, avant la lettre, une explication de la transition démographique en tant que diffusion «épidémique» (selon Omran) de stratégies procréatrices fondées sur un choix rationnel.

Cependant, une fois achevé - en longue période - le processus de «modernisation» de la société occidentale, processus conforme au schéma malthusien, réapparaissent les effets de «résonance» qui, comme nous l'avons discuté dans la section précédente, affectent les «ondes» de population et les paramètres d'«adaptation» entre une génération et la suivante. Le problème est de justifier de telles fluctuations. On peut alors se poser la question, et c'est l'essence même de notre réflexion, s'il ne serait pas utile d'introduire de telles fluctuations dans un schéma dynamique portant sur l'ensemble du système de reproduction sociale, qui mette à jour le «sentier de la misère et du vice» cher à Malthus, et qui puisse être formulé dans les termes mathématiques du modèle de Volterra.

À cet égard, deux qualités clés du modèle proie-prédateur doivent être soulignées. Tout d'abord, ce modèle réalise largement l'objectif principal du «penser-par-modèles», où il s'agit non pas d'adhérer comme un cellophane aux données observées, mais de creuser en dessous des données en dégagant les implications non évidentes, qui, dans notre cas, concernent le rapport intrinsèque entre une certaine configuration des interdépendances structurelles et l'allure oscillatoire du système. En deuxième lieu, ce modèle exprime un réseau d'interdépendances qui est bien plus qu'une simple combinaison avantageuse permettant la coexistence entre des populations ou

des forces; il formalise en réalité un mécanisme universellement présent dans les processus de reproduction sociale, celui de la dialectique entre deux pôles qui sont à la fois complémentaires et antagonistes.

Cette idée d'associer le mouvement cyclique d'un système «reproductif» (au sens large) à l'interaction entre deux principes complémentaires et antagonistes, revient comme un *locus classicus* dans l'histoire des théories de la population, et ce, bien au-delà de Malthus. Il suffit de penser, par exemple, à la dialectique entre individuation et genèse dans la *Theory of Population* présentée en 1899 par Spencer, aux deux «lois» sur les variations régionales de la fécondité, avancées par Sadler en 1830, ou encore à la bipolarité réflexivité-instinct proposée par Gini en 1945 pour expliquer la rationalité (à la fois biologique et sociale) de la limitation croissante des naissances (voir à cet égard Micheli, 1987).

Les mécanismes d'autorégulation d'aujourd'hui ne sont évidemment plus ceux du temps de Malthus. Dans nos sociétés la «modernisation» et une certaine prospérité ont permis la mise en place de freins positifs, sous forme de logiques de comportement : une «mise à jour» des mécanismes d'autorégulation s'est effectuée, mise à jour qui se manifeste en termes de stratégie autonome d'action. C'est précisément dans le domaine de la théorie de l'action que le débat sociologique et démographique sur la fécondité semble converger vers l'hypothèse d'un double niveau hiérarchique de stratégies décisionnelles.

Prenons, par exemple, l'interprétation que donne Lestaeghe (1983) des changements démographiques et culturels en Europe occidentale depuis un siècle. D'un côté, «le mécanisme démographique régulateur ... cède la place au principe de la liberté de choix individuelle, permettant par le fait même d'étendre le domaine de la rationalité économique au phénomène de la reproduction». Mais d'un autre côté, «si des personnes se mettent à évaluer les utilités et les désutilités, elles opèrent sur la base d'une échelle de préférences, et si une telle structure des préférences existe, il doit aussi y avoir un système signifiant ou idéationnel qui la dirige». Or, précise Lestaeghe, «il n'y a aucune raison de croire que de tels systèmes idéationnels sont constants dans le temps ou uniformes entre individus et sociétés. C'est pourquoi toute modélisation de la structure formelle du processus de calcul et de prise de décision devrait être complétée par une tentative de relier le résultat du choix aux modifications dans les composantes idéationnelles elles-mêmes. En d'autres termes, un paradigme coût-bénéfice est nécessaire, mais pas suffisant» (Lestaeghe, 1983 : 411-412; notre traduction).

Le paradigme des choix rationnels n'est donc pas suffisant pour expliquer les mutations post-transitionnelles des choix procréateurs. Il requiert la présence d'un second paradigme, qui porte sur la genèse et la conservation d'un système signifiant. Ce système signifiant sert en quelque sorte de stabilisateur du marché de l'échange symbolique au sein duquel se forme toute évaluation de type «choix rationnel». On pourrait d'ailleurs avancer encore une autre hypothèse, selon laquelle entre les deux principes stratégiques que sont l'identité et l'intérêt, il subsisterait un type d'interdépendance par complémentarité et antagonisme, comme celui formulé par le modèle proie-prédateur. D'un côté la stratégie décisionnelle du type «choix rationnel» ne peut survivre de façon autonome sans le support d'un système de coordonnées symboliques qui stabilisent les valeurs de l'échange (Pizzorno, 1983), et dont, de fait, elle se «nourrit». D'un autre côté, si la stratégie de renforcement d'identité est, par définition, «autopoïétique», elle subit cependant - comme l'a démontré magistralement Simmel dans sa «Philosophie de l'argent» (1907) - un processus d'érosion de longue période, à cause du rayonnement de la rationalité économique (tout au moins dans notre contexte historique).

Mais quel lien peut-il exister entre les deux principes stratégiques (identité et intérêt) et les choix procréateurs ? De plus en plus souvent, dans le débat démographique, ces choix sont décrits comme ayant pour but (sciemment ou non) le renforcement de l'identité de l'individu, qui cherche ainsi à stabiliser en quelque sorte sa projection dans le futur. «Désirer des enfants est une manière de s'étendre indéfiniment dans le futur», écrivait Berelson en 1972. Et Kellerhals ajoutait, en 1979 : «L'enfant est l'histoire du couple, et cette dernière fournit comme telle la finalité de l'action : le couple se nourrit de son histoire». Donc, si le choix procréateur est réservé aux stratégies de maintien de l'identité, il sera marqué intrinsèquement par un mouvement oscillatoire dans le temps, ancré à un mouvement analogue (mais déphasé dans le temps) de la diffusion de la stratégie utilitariste de l'action, à condition que des choix extérieurs au système de la reproduction sociale, économique et symbolique, ne viennent troubler la stabilité naturelle du système.

#### 4. PROBLÈMES D'OPÉRATIONNALISATION DU MODÈLE DE VOLTERRA

Peut-on essayer de vérifier la validité empirique du modèle de conservation de Volterra après 50 années de fluctuations post-transitionnelles de la fécondité ? À notre avis, une telle tentative est à la fois possible et utile, même si elle implique de sérieux problèmes d'opérationnalisation du schéma théorique. Ces problèmes relèvent de deux ordres distincts.

Le premier ordre de problèmes est celui de l'estimation statistique d'un système d'équations différentielles non linéaires, privé de toute solution explicite, et qui, de ce fait, exige de recourir à l'une des méthodes eulériennes d'approximation discrète exacte (discutées par exemple dans Tuma et Hannan, 1984).

Le deuxième ordre de problèmes est celui qui concerne le contenu théorique et les hypothèses permettant de passer du schéma théorique général au modèle statistique basé sur des indicateurs empiriques. Dans notre cas, la théorie auxiliaire à construire se présente particulièrement complexe. En effet, non seulement faut-il garantir l'hypothèse de la corrélation entre la fécondité et la diffusion de la stratégie de renforcement d'identité dans les processus décisionnels, mais il faut également trouver des indicateurs empiriques simples et univoques, qui soient cependant «à large spectre» et capables de représenter dans toute sa complexité le phénomène de la diffusion de la logique du «choix rationnel».

Dans une contribution précédente (Micheli, 1985), nous avons proposé de lier l'évolution temporelle de la diffusion du principe de rationalité économique à l'évolution du nombre de «degrés de liberté» qui sont à la disposition de l'individu dans les choix eux-mêmes. La diffusion de l'usage des moyens de transport, en modifiant la configuration de l'espace de vie individuelle, pourrait être une bonne «proxy» de l'évolution des processus décisionnels basés sur le «choix rationnel». Le système prédateur «identité-intérêt» est ainsi filtré à travers un système auxiliaire «fécondité-potentialité de mouvement».

Ce système auxiliaire, qui, il importe de le souligner, n'est pas le produit d'une induction statistique, mais d'une analyse approfondie de la réalité (voir par exemple, Simmel, 1907; Binswanger, 1956; Pizzorno, 1983; ainsi que les travaux de l'école française de géographie, comme ceux de Brunet et de Frémont), apparaît fort plausible même à une première vérification qualitative des données empiriques. En effet, si pour les cinq dernières décennies, nous épurons les données

italiennes de fécondité et de mobilité des tendances (respectivement négative et positive) qui les caractérisent, nous obtenons des résidus qui montrent des allures fluctuantes (un double cycle complet) déphasées les unes par rapport aux autres, exactement comme on devrait s'y attendre selon la dynamique «proie-prédateur».

Après avoir ainsi illustré qu'il est possible de vérifier empiriquement le modèle de Volterra, nous allons maintenant nous concentrer sur les problèmes d'opérationnalisation qu'il pose. Cela nous donnera d'ailleurs l'occasion de rencontrer les critiques de simplisme et d'irréalisme traditionnellement adressées à ceux qui utilisent le schéma de Volterra dans le domaine de la reproduction sociale et démographique.

La puissance d'une métaphore mathématique appliquée aux phénomènes sociaux est toute dans la capacité de cueillir la non-réalité des faits, grâce à la transposition analogique dans le domaine du réel du mécanisme cohérent au sein du modèle. C'est là que se trouve la priorité logique de la cohérence sur l'ajustement statistique. «Consistency before fitness» dirait-on en anglais. Un modèle simplificateur et «irréal» (comme, par exemple, les chaînes de Markov en matière de mobilité, ou la population stable pour le renouvellement démographique) peut être, comme tel, bien plus utile qu'un modèle recopiant de façon épidermique l'apparence des faits. Cela ne signifie évidemment pas que nous pouvons refuser les possibilités d'améliorer l'adhérence du modèle aux faits, même si bien souvent une telle augmentation d'adhérence est payée par une perte de clarté paradigmatique du mécanisme interne propre au modèle.

Cette corrélation entre amélioration de l'ajustement statistique («fitness») et perte de cohérence («consistency») du modèle, ne se vérifie cependant pas à chaque fois. Parfois le modèle original, soumis à la tension d'une plus grande adhérence au contexte, réalise celle-ci non pas en dénaturant, mais au contraire en faisant pleinement mûrir les potentialités inexprimées de sa logique propre, aboutissant ainsi à un modèle de classe supérieure, plus global, plus compréhensif, plus pénétrant, un modèle no 2.

Les exemples de ce type d'épanouissement d'un modèle ne manquent pas. On peut citer le cas des perspectives ouvertes par les modèles semi-markoviens lorsque l'on a essayé de réintroduire le temps et la durée dans les processus stochastiques de transition entre états. Un autre exemple est celui du saut logique entre les modèles Easterlin no 1 et Easterlin no 2, discuté dans la section 2. De la même manière,

certains développements du modèle de Volterra n'en infirment absolument pas la cohérence, mais, au contraire, ils indiquent le passage vers un modèle interprétatif plus mûr. Dans les pages qui suivent, nous allons tenter d'esquisser ce passage à un Volterra no 2, en passant en revue quatre ordres de critiques que l'on peut exprimer à propos du soi-disant simplisme du modèle de base.

1° La première critique concerne le fait que, sans doute, les ondes de population se suivent comme chez Volterra, mais avec de nettes asymétries dans les décalages. De telles asymétries peuvent être dues à la conjonction des processus de propagation dans le temps avec des processus de diffusion spatiale intraspécifique, nécessaires à une ou deux espèces pour atteindre le seuil d'impact. Un type d'équation de «décalage» qui décrit un tel système serait, par exemple :

$$\dot{y} = -c.y + d.x(t-T) \cdot y(t-T) \quad (7)$$

Une telle équation appartient logiquement à la famille de Volterra et possède des solutions d'équilibre analogues, même si en augmentant le retard T, on augmente aussi l'instabilité (à cet égard, voir Burton, 1983). Ce type de système n'a été formulé et simulé qu'assez récemment, par Wangersky et Cunningham (1957).

2° La seconde critique se base sur certaines exceptions à l'hypothèse selon laquelle il y aurait une connection entre fécondité et renforcement de l'identité. Comment doit-on, par exemple, considérer les syndromes dépressifs typiques chez les femmes après la naissance de leur troisième enfant ? De même que la «prudence» freine la croissance de l'espèce «prédateur» dans le modèle de Malthus-von Tunzelmann, on peut penser ici à une sorte de «capacité de charge» pour l'espèce «proie» (la stratégie d'identité, ou de fécondité). Notre schéma proie-prédateur s'enrichit ainsi, dans l'équation de la proie, d'un terme non linéaire de type logistique :

$$\dot{x} = a.x - b.x.y - x \cdot f(x,y) \quad \text{avec } f(x,y) = x \quad (8)$$

qui converge en spirale vers un sentier de von Neumann d'équilibre stable.

3° Dans le schéma logistique, le facteur de résistance de l'environnement est très simplifié. Il peut se présenter sous des formes bien plus complexes et plus significatives. Volterra et Kostitsin introduisirent d'ailleurs eux-mêmes dans le schéma proie-prédateur, à côté des coefficients de croissance autonome

et de compétition, un facteur d'accumulation héréditaire ou de «toxicité» (Volterra, 1927; Kostitsin, 1937; Volterra et Kostitsin, 1938). L'effet de l'interaction d'une population (ou d'un principe stratégique) avec une autre n'est donc pas limité à l'instant du dernier contact, mais il dépend de l'histoire des interactions passées. Dans notre schéma identité-intérêt (Micheli, 1985), la première stratégie (ou sa «proxy», la fécondité) peut être freinée par le stockage en mémoire d'un excès d'expériences passées, pouvant paralyser la fonction de signification. On peut imaginer quelque chose de semblable pour la seconde stratégie.

Les facteurs d'hérédité ou de toxicité sont exprimés par Kostitsin sous la formule intégrale type :

$$f(x,y) = \int_{t-T}^t F(t-s) y(s) d(s) \quad (9)$$

où l'on suppose une durée de mémoire (ou d'héritage direct)  $T$  non infinie. Pour des valeurs non nulles des facteurs d'héritage, le nouveau système d'équations intégro-différentielles suivra des allures différentes selon le signe des coefficients, mais de toute façon la périodicité de la solution est rendue vaine, et le mouvement devient instable (Davis, 1962).

4° Nous sommes ainsi arrivés à une dernière critique, qui résume en fait toutes les autres. Chacune des variantes proposées a entraîné une profonde modification dans l'allure des caractères étudiés. Ce n'est pas seulement l'amplitude ou la période des oscillations qui est mise en cause, mais la périodicité ou la stabilité même du modèle. On se trouve devant un système à stabilité orbitale précaire : la conservation du cycle initial implique l'absence de tout choc externe, si bien que ce type d'équilibre devient «aussi impossible à observer dans la réalité qu'un oeuf en équilibre vertical» (Medio, 1979). C'est ainsi qu'on condamne le modèle en lui niant toute validité descriptive.

Voilà une bien curieuse façon d'évaluer un modèle ! On reproche sa non-fiabilité à un modèle structurellement instable élaboré pour décrire une réalité que nous savons très bien être tout autre que stable ! Les fluctuations post-transitionnelles se sont décomposées dans le temps en des fragments de période et d'amplitude différentes. Cela ne contredit en rien l'hypothèse de stabilité «neutre», c'est-à-dire telle que, à chaque choc, on passe d'un cycle fermé à un autre cycle de paramètres différents. En outre, les fluctuations ont historiquement succédé aux sentiers de croissance (ou de déclin) stables des

paramètres démographiques, et, pendant que les démographes s'empressaient de justifier ce changement de régime, voici qu'à nouveau changeait la configuration du système, s'émoissaient les oscillations, réapparaissaient les sentiers de von Neumann avec un signe négatif...

Nous savons qu'un centre, point singulier d'un système neutralement stable comme celui de Volterra, peut être imaginé comme un point d'équilibre d'une famille d'équations différentielles soumise à une bifurcation de Hopf, point de passage entre un foyer stable et un cycle limité tout aussi stable. Les résultats relatifs au point stationnaire du centre peuvent donc être généralisés aux deux cas structurellement stables, et, de ce fait, empiriquement vérifiables (May, 1974; Goodwin et alii, 1984; Hallam et Levin, 1986).

Wilson (1981) a fait remarquer que c'est justement l'accouplement des caractéristiques de rétroaction («feedback») et de non-linéarité qui donne à certains modèles (comme les variantes de Volterra) d'intéressantes propriétés de bifurcation. May (1976) a montré l'existence réelle quoique improbable, de cycles proie-prédateur dans la nature, et a observé qu'il existe une tendance à la formation de cycles stables quand le taux de croissance de la proie dépasse celui du prédateur, c'est-à-dire quand la croissance de la proie n'est pas freinée par une «capacité de charge» imminente. La famille des variantes de Volterra (appelons-la Volterra no 2) comporte donc des points critiques importants correspondant à la situation où il n'y a plus de paramètres de «toxicité» ou de surpeuplement, ou encore, correspondant à celle où (dans la variante Kostitsin) la durée T de l'héritage direct ou de la mémoire s'annule, de telle sorte que se réalise, pour reprendre l'expression de Roussel et Girard (1982), «une sorte de refus du temps, où l'homme s'efforcera, recherchant la «plénitude du possible», de demeurer sans cesse disponible».

Le concept de périodicité représenté par la famille des modèles Volterra no 2 (et par celle des Easterlin no 2) est donc plus vaste que celui des modèles de premier ordre. Selon la variation de certains paramètres, des allures oscillatoires peuvent prendre la place des allures linéaires stables, et vice versa. L'aspect important dans un cycle économique, social ou démographique, n'est pas la répétition exacte des mêmes trajectoires mais la poursuite des phases. La périodicité de phase implique un phénomène de relaxation dans le système à chaque transition de phase, et l'étude de ces transitions est un parent proche et plus âgé de l'analyse des points de bifurcation. Dans le domaine économique, Georgescu-Roegen (1951), tout comme Leontief d'ailleurs, est un pionnier de la

théorie des périodicités de relaxation. Mais, dans notre secteur d'intérêt, Kostitsin lui-même (1937), lorsqu'il décrit en termes de telles périodicités le fonctionnement du théorème du seuil épidémiologique, et Volterra, dans la troisième partie de son étude de 1927, utilisaient déjà ces concepts, quoique avec des définitions différentes. «La principale valeur heuristique du modèle (de Volterra) réside dans le développement de situations où le système est poussé au bord de l'effondrement, alors qu'en même temps, en maintenant la proie à une valeur encore positive, on a tendance à croire que les choses 'vont mieux'» (Scudo, 1984; notre traduction).

#### CONCLUSION

On pourrait soutenir que, même sous cette forme plus sophistiquée, le schéma de Volterra n'a pas la prise nécessaire pour décrire une réalité très complexe. C'est possible. Cela n'impliquerait cependant pas qu'il faille nécessairement poursuivre encore plus loin la recherche de l'adhérence parfaite avec les faits. Jusqu'ici, rendre le schéma théorique plus complexe s'est accompli sans dommages, au contraire, avec même un enrichissement de la capacité de pénétration du modèle. Au delà, il se peut qu'une telle puissance heuristique décline. Il vaut mieux se souvenir de ce qu'écrit à ce sujet Coleman : «(Le modèle de Volterra) est une impression, non un portrait. Même s'il manque certains détails et si d'autres sont déformés, nous pouvons non seulement néanmoins reconnaître le sujet du tableau, mais nous le percevons également dans un monde nouveau et plus lumineux» (in Braun et alii, 1983; notre traduction).

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BERELSON, B., 1972. The Value of Children : a Taxonomical Essay. New York, The Population Council Annual Report, 19-27.
- BINSWANGER, L., 1956. Drei Formen Missglückten Daseins. Tübingen, Max Niemeyer Verlag.
- BRAUN, M. et alii, 1983. Differential Equation Models. Berlin, Springer Verlag.

- BURTON, T.A., 1983. Volterra Integral and Differential Equations. New York, Academic Press.
- DAVIS, H.T., 1962, Introduction to Nonlinear Differential and Integral Equations. New York, Dover Books.
- FRAUENTHAL, J.C., 1984. «Population Dynamics and Demography». Symposia in Applied Mathematics, Proceedings, vol. 30.
- FRAUENTHAL, J.C. and K.E. SWICK, 1983. «Limit Cycle Oscillations of the Human Population». Demography, 20, 3, 285-298.
- GEORGESCU-ROEGEN, N., 1951. «Relaxation Phenomena and Their Economic Interpretation». In T.C. Koopmans (Ed.), Activity Analysis of Production and Allocation, New York, John Wiley and Sons, 116-131.
- GINI, C., 1945. Teorie della popolazione. Roma, Castellani.
- GOODWIN, R.M., 1967. «A Growth Cycle». In C.H. Feinstein (Ed.), Socialism, Capitalism and Economic Growth : Essays presented to Maurice Dobbs, New York and London, Cambridge University Press, 54-58.
- GOODWIN, R.M. et alii, 1984. Nonlinear Models of Fluctuations Growth. Berlin, Springer Verlag.
- HALLAM, T.G. and S.A. LEVIN, 1986. Mathematical Ecology. Berlin, Springer Verlag.
- KELLERHALS, J., 1979. «Stratification sociale, représentation de l'enfant et carrières de procréation : quelques questions». Actes du VIe Colloque national de démographie (Lille, avril 1979).
- KEYFITZ, N., 1965. «On the Interaction of Population». Demography, 2, 276-288.
- KEYFITZ, N., 1972. «Population Waves». In T.N. Greville (Ed.), Population Dynamics, New York, Academic Press, 1-38.
- KOSTITSIN, V.A., 1937. Biologie mathématique. Paris, Colin.
- LE BRAS, H., 1980. «Résonance et équilibres : Alternatives au modèle Samuelson-Easterlin». Revue économique, 31, 1105-1128.

- LEE, R.D., 1974. «The Formal Dynamics of Controlled Populations and the Echo, the Boom and the Bust». Demography, 11, 4, 563-585.
- LEONTIEF, W., 1971. «Theoretical Assumptions and Nonobserved Facts». American Economic Review, LXI, 1, 1-7.
- LESTAGHE, R., 1983. «A century of demographic and cultural change in Western Europe : an exploration of underlying dimensions». Population and Development Review, 9, 3, 411-435, 578-580.
- MAY, R.M., 1974. Stability and Complexity in Model Ecosystems. Princeton (New Jersey), Princeton University Press.
- MAY, R.M., 1976. Theoretical Ecology. Principles and Applications. Philadelphia, Saunders.
- MEDIO, A., 1979. Teoria nonlineare del ciclo economico. Bologna, Il Mulino.
- MICHELI, G.A., 1985. «Identity and Time as Fertility Determinants». In Contribution of Italian Scholars. IUSSP General Conference 1985. Roma, Consiglio Nazionale delle Ricerche - Istituto di ricerche sulla popolazione, 143-158.
- MICHELI, G.A., 1987. «Exploring Theoretical Frameworks for the Analysis of Fertility Fluctuations». European Journal of Population, 3, 2, 177-201.
- MORISHIMA, H., 1969. Theory of Economic Growth. London, Oxford University Press.
- NERLOVE, M., 1958. «Adaptative Expectations and Cobweb Phenomena». Quarterly Journal of Economics, 73, 227-240.
- PIGOU, A.C., 1921. The Economics of Welfare. London, Macmillan.
- PIZZORNO, A., 1983. «Identità e interesse». In L. Sciolla (ed.), Identità : Percorsi di analisi in sociologia, Turin, Rosenberg & Sellier, 139-154.
- ROUSSEL, L. et A. GIRARD, 1982. «Régimes démographiques et âges de la vie». Actes du VIIe Colloque national de démographie (Strasbourg), Paris, Presses Universitaires de France, 15-23.

- SADLER, M.T., 1830. The Law of Population. London.
- SAMUELSON, P.A., 1976. «An Economist's Non-Linear Model of Self-Generated Fertility Waves». Population Studies, 30, 2, 243-247.
- SCUDO, F., 1984. «The Golden Age of Theoretical Ecology». Cahiers Vilfredo Pareto. Revue européenne des sciences sociales, 22.
- SIMMEL, G., 1907. Philosophie des Geldes. Berlin, Duncker und Humblot.
- SPENCER, H., 1899. The Principles of Biology. Edinburgh, Williams and Norgate, volume II.
- TUMA, N.B. and M.T. HANNAN, 1984. Social Dynamics : Models and Methods. New York, Academic Press, 578 p.
- VOLTERRA, V., 1927. «Variazioni a fluttuazioni del numero di individui in specie animali conviventi». Memorie del Regio Comitato Talassografico Italiano, 81.
- VOLTERRA V. et V.A. KOSTITSIN, 1938. «Remarques sur l'action toxique du milieu». Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 207.
- VON TUNZELMANN, G.N., 1986. «Malthus' Total Population System». In D. Coleman and R. Schofield (Eds.), The State of Population Theory, New York, Basil Blackwell.
- WANGERSKY, P.J. and W.J. CUNNINGHAM, 1957. «Time-Lag in Prey-Predator Population Models». Ecology, 38.
- WILSON, A.G., 1981. Catastroph Theory and Bifurcation. London, Crom Helm.
- WRAY, J., 1971. «Population Pressures on Families». In National Academy of Sciences, Rapid Population Growth, Baltimore, Johns Hopkins Press.

## RÉSUMÉ - SUMMARY - RESUMEN

MICHELI Giuseppe - CYCLES POST-TRANSITIONNELS ET MODÈLES  
PROIE-PRÉDATEUR

Cet article examine la cohérence logique des modèles mathématiques utilisés dans l'analyse des fluctuations de la fécondité depuis la fin de la «transition démographique». Deux grandes familles de modèles sont distinguées : ceux liés à ce qu'on peut appeler la «cinématique démographique», et parmi lesquels le modèle d'Easterlin prend une place importante; et ceux liés à la «dynamique» du système de reproduction, parmi lesquels émerge le modèle proie-prédateur de Volterra, dont les possibilités d'opérationnalisation font l'objet d'une réflexion approfondie.

MICHELI Giuseppe - POST-TRANSITIONAL CYCLES AND PREY-PREDATOR  
MODELS

This paper investigates the logical consistency of the mathematical models used in the analysis of fertility fluctuations since the end of demographic transition. Two main families of models may be distinguished : those related to demographic «cinematics», including the well known Easterlin model; and those related to the «dynamics» of the reproduction system, among which Volterra's prey-predator model takes a particular place. The possibilities of operationalizing the latter model are also discussed.

MICHELI Giuseppe - CICLOS POST-TRANSICIONALES Y MODELOS PRESA-  
PREDATOR

Este artículo examina la coherencia lógica de los modelos matemáticos utilizados en el análisis de las fluctuaciones de la fecundidad a partir de la «transición demográfica». Dos grandes familias de modelos están distinguidas : los que están relacionados a lo que podemos llamar la cinemática demográfica y dentro de los cuales el modelo de Easterlin toma un lugar importante, y los que están relacionados a la dinámica del sistema de reproducción, dentro de los cuales surge el modelo presa-predator de Volterra cuyas posibilidades de puesta en marcha hacen el objeto de una profunda reflexión.