



Corto

EVALUACIÓN Y PROYECCIÓN DE ESTADÍSTICAS PENSIONALES EN COLOMBIA POR MEDIO DE LA SIMULACIÓN MONTE CARLO

EVALUATION AND PROJECTION OF PENSION STATISTICS IN COLOMBIA THROUGH MONTE CARLO SIMULATION

Diana Catalina Hernández Rojas¹
Fernando Esteban Acosta González²
Alejandra Pesca Barrios³

⁴Julio Fernando Ochoa Rodríguez
⁵Maritza Edilma Sabogal Barbosa

RESUMEN

Objetivo: El artículo tiene como objetivo analizar el sistema de pensiones en Colombia mediante la simulación Monte Carlo, buscando comprender el comportamiento de los pensionados y evaluar las probabilidades asociadas al sistema. **Métodos y Materiales:** Se aplicó la simulación Monte Carlo para analizar el sistema de pensiones en Colombia. Utilizando datos relevantes sobre la distribución de pensiones, enfoque en las pensiones por vejez y la participación de diferentes entidades, se generaron escenarios aleatorios y se realizaron cálculos repetidos para estimar resultados estadísticos. **Resultados y Discusión:** En 2020, un considerable número de personas mayores de 60 años en Colombia carecía de acceso a pensiones de vejez, siendo Colpensiones la entidad preferida. La simulación reveló que la mayoría de los pensionados obtienen su pensión debido a la vejez, y la probabilidad de que entidades distintas a Colpensiones tengan un alto número de pensionados es baja. Esta preferencia generaba aumentos en los costos estatales, financiados principalmente con impuestos, resaltando desafíos financieros asociados al sistema de pensiones colombiano. **Conclusiones:** La simulación Monte Carlo proporcionó una visión detallada, destacando la prevalencia de pensiones por vejez y los retos financieros derivados de las preferencias de los pensionados. Estos hallazgos subrayan la importancia de abordar estratégicamente la distribución de pensiones y los costos asociados para fortalecer el sistema de pensiones en Colombia.

Palabras claves:

Pensión, seguridad social, bienestar social, servicio de salud.

ABSTRACT

Objective: The article aims to analyze the pension system in Colombia through Monte Carlo simulation, seeking to understand the behavior of pensioners and evaluate the probabilities associated with the system. **Methods and Materials:** Monte Carlo simulation was applied to analyze the pension system in Colombia. Using relevant data on pension distribution, focus on old-age pensions and the participation of different entities, random scenarios were generated and repeated calculations were performed to estimate statistical results. **Results and Discussion:** In 2020, a considerable number of people over 60 years of age in Colombia lacked access to old-age pensions, with Colpensiones being the preferred entity. The simulation revealed that the majority of pensioners obtain their pension due to old age, and the probability that entities other than Colpensiones have a high number of pensioners is low. This preference generated increases in state costs, financed mainly with taxes, highlighting financial challenges associated with the Colombian pension system. **Conclusions:** The Monte Carlo simulation provided a detailed view, highlighting the prevalence of old-age pensions and the financial challenges arising from pensioners' preferences. These findings underscore the importance of strategically addressing pension distribution and associated costs to strengthen the pension system in Colombia.

Key words

Pension, social security, social welfare, health care.



INTRODUCCIÓN

Es innegable que los sistemas de pensiones representan una preocupación constante en casi todos los países debido a las implicaciones sociales y financieras que representa. El creciente gasto público plantea dudas sobre su sostenibilidad futura, generando controversias en torno a las propuestas de la reforma, las cuales son sensibles socialmente, ya que afectan las expectativas de los trabajadores jubilados y de aquellos que aspiran a jubilarse. Es importante considerar que una política social de protección a la vejez no puede limitarse únicamente a los regímenes contributivos de pensiones, la sociedad debe garantizar el bienestar de los más desfavorecidos, especialmente aquellos que, debido a su edad, no tienen la capacidad de generar ingresos ni acceder a una pensión mediante sus contribuciones.

El presente artículo hace uso de la simulación Monte Carlo, con el fin de modelar y analizar el total de pensionados partiendo de una conceptualización mínima del sistema general de pensiones en Colombia, proyectando estadísticas que permitan ver su comportamiento y evaluando las probabilidades obtenidas, partiendo de las siguientes fases:

1. Limpieza de datos con el fin de identificar, corregir y eliminar errores, valores atípicos y datos faltantes.
2. Ajuste de la distribución para facilitar el análisis de los datos utilizados para la simulación.
3. Desarrollo de la simulación a partir de un modelo predictivo, utilizado para la generación de números aleatorios.

Finalmente, los resultados obtenidos por la simulación se describen mediante una función de probabilidad que utiliza el modelo ajustado y 1000 simulaciones como argumentos, empleando umbrales para calcular las probabilidades asociadas a los números simulados. Estos resultados revelan la distribución de probabilidades y la variabilidad inherente a las simulaciones, permitiendo evaluar la frecuencia de ocurrencia de cada número en relación con los umbrales establecidos, identifican los números con una mayor probabilidad, lo que brinda información valiosa para la toma de decisiones informadas basadas en los datos simulados.

Antecedentes

El sistema de pensiones en Colombia tiene sus orígenes en 1945 con la creación de la “Caja de Previsión Social de los Empleados y Obreros Nacionales”. Posteriormente se establecieron otras cajas de previsión para financiar las

pensiones y la atención de salud de los afiliados. Además, algunas grandes empresas privadas implementaron planes de pensiones para su personal.

En 1967, se le asignó al Instituto Colombiano de los Seguros Sociales (ICSS), posteriormente llamado Instituto de Seguros Sociales (ISS), la administración de los beneficios de invalidez, vejez y muerte, así como la implementación del sistema de cotizaciones a cargo de empleadores, empleados y el presupuesto nacional.

En 1993, la Ley 100 cambió por completo el sistema de seguridad social en Colombia, incluyendo pensiones, salud y riesgos profesionales. Se estableció que sería aplicable a todos los habitantes del país, pero se mantendrían los derechos, garantías y beneficios adquiridos bajo normas, convenciones o pactos colectivos. Hubo algunas excepciones, como miembros de las Fuerzas Militares, Policía Nacional, personal civil del Ministerio de Defensa, trabajadores de Ecopetrol y maestros públicos afiliados al Fondo Nacional del Magisterio.

Posteriormente, se realizaron modificaciones parciales a la Ley 100, así como la implementación de otras leyes y actos legislativos, dando lugar a dos sistemas de pensión: el Sistema General establecido en la Ley 100, y los Sistemas Exceptuados (especiales). Además, se crearon programas como Colombia Mayor, un auxilio para personas mayores no afiliadas al régimen pensional, y el Sistema de Beneficios Económicos Periódicos (BEPS), que es un programa semi-contributivo.

Sistema General de Pensiones

La pensión en Colombia se entiende como el derecho que tienen todos los ciudadanos colombianos para garantizar que sus familias y ellos estén protegidos durante la vida laboral y después de la edad de retiro”

En forma particular, la tipología de pensiones se divide en:

- Pensiones contributivas: se ha pagado o contribuido a lo largo de un tiempo productivo, normalmente derivado de la vida laboral da acceso a recibir una pensión.
- Pensión de jubilación (otorgada por vejez en Colombia mujeres 57 años, hombres 62 años).
- Pensión por desempleo.
- Pensiones no contributivas: no se ha pagado por ese derecho directamente ya que se deriva del sistema de protección general o de las leyes establecidas.
- Pensión de viudedad/viudez.
- Pensión de orfandad.
- Pensión al cónyuge.
- Pensión alimenticia.



Es importante considerar que tradicionalmente un pago a un empleado jubilado, o inválido, o al cónyuge y descendientes de un empleado fallecido también se les conoce como plan de jubilación, los fondos que suplen esta responsabilidad pecuniaria adquirida pueden tener orígenes estatales o privados.

Pensión de invalidez: En los casos de invalidez, el monto de la mesada pensional puede estar entre el 45% y el 75% del ingreso base de liquidación, dependiendo del número de semanas cotizadas. En ningún caso esta pensión podrá ser inferior a 1 SMLMV. La constitución de reservas para las pensiones de invalidez se financia con parte del 3% destinado a financiar los gastos de administración y el seguro previsional.

Monto de la pensión: Entre el 55% y el 65% del ingreso base de liquidación (IBL) (en forma decreciente según el nivel de ingresos) para un trabajador que haya cotizado el mínimo de semanas requeridas. Este IBL se calcula como el promedio del salario real recibido por el trabajador en los últimos diez años. Por cada 50 semanas adicionales, el porcentaje se incrementa hasta llegar a un máximo que puede equivaler al 80% del IBL. El monto mínimo de la pensión es el salario mínimo mensual legal vigente (SMLMG). El monto máximo es de 25 SMLMV. Se pagan 13 mesadas pensionales al año.

Pensión sobreviviente: En forma vitalicia, son beneficiarios de esta pensión el cónyuge, o la compañera o compañero permanente a la fecha del fallecimiento del causante, siempre y cuando dicho beneficiario tenga en dicha fecha 30 o más años. En caso de que el beneficiario tenga menos de esta edad, la duración máxima de esta pensión será de 20 años. También serán beneficiarios los hijos mayores de 18 años, hasta los 25 años, que estén incapacitados de trabajar por razón de sus estudios. También los hijos inválidos que dependan económicamente del causante, mientras subsistan las condiciones de invalidez.

Marco legal

En la Constitución Nacional de Colombia de 1991 en materia de pensiones el artículo 48... expresa: Se garantiza a todos los habitantes el derecho irrenunciable a la Seguridad Social en sujeción a los principios de eficiencia, universalidad y solidaridad.

El artículo 48 también relacionan texto adicional compuesto de incisos y parágrafos que contemplan varias consideraciones relevantes en materia pensional tales como:

- El Estado debe garantizar la sostenibilidad financiera del Sistema Pensional y estar en disposición de asumir el pago de la deuda pensional.
- Una vez autorizado el pago de la pensión a un individuo por ningún motivo podrá dejarse de pagar, congelarse o reducirse el valor de la mesada de las pensiones.
- Para obtener el derecho a recibir una pensión, se deben cumplir con ciertos requisitos establecidos por la ley, que incluyen la edad, el tiempo de servicio, las semanas de cotización o el capital necesario
- Es necesario considerar de forma independiente las pensiones de invalidez y sobrevivencia, pues ellas poseen disposiciones diferentes a las pensiones regulares las cuales estarán establecidas por la ley del Sistema General de Pensiones que se encargara de establecer los requisitos y beneficios, esta acción del mismo modo es efectuada para pensiones en trabajos de alto riesgo.
- Ninguna pensión podrá ser inferior al salario mínimo legal mensual vigente, debido a que su liquidación depende de los factores sobre los cuales cada persona hubiere efectuado sus cotizaciones.
- Un pensionado no podrá recibir a l al año más de 13 mesadas, exceptuando pensiones otorgadas a la fuerza pública, al presidente de la República las cuales contarán con estatutos y normas propias.
- Desde el 31 de julio de 2010, no se podrán otorgar pensiones que superen los veinticinco (25) salarios mínimos legales mensuales vigentes utilizando recursos de carácter público.
- El régimen de pensiones para los docentes nacionales, que trabajan en el servicio público educativo oficial sigue las disposiciones legales vigentes establecidas por el Magisterio antes conocida como la Ley 812 de 2003 y lo establecido en el artículo 81, a partir de la entrada en vigencia, los docentes que se incorporen al sistema tendrán los derechos de prima media de acuerdo con las leyes del Sistema General de Pensiones, en concordancia con el artículo 81 de la Ley 812 de 2003.

La ley 100 de 1993: Teniendo como base que la seguridad social es un derecho Colectivo que comprende a cada colombiano en territorio nacional e internacional; a continuación, se define que se entiende por seguridad social Integral a través de la

La Ley 100 de 1993 fue promulgada con el propósito de asegurar los derechos de las personas y comunidades, con el objetivo de garantizar una calidad de vida acorde con el principio constitucional de un orden social justo e igualitario, en consonancia con la dignidad humana. Esta

ley busca proteger a las personas de diversas contingencias que puedan afectarlas, y se rige por los principios de eficiencia, universalidad, solidaridad, integralidad, unidad y participación establecido en sala plena por la corte constitucional sentencia C-1027 de 2002.

El Sistema general de pensiones es un sistema contributivo que se financia principalmente a través de las cotizaciones periódicas realizadas por sus afiliados y tiene como objetivo garantizar a la población el amparo de las contingencias de la vejez, la invalidez y la muerte a través del reconocimiento de las prestaciones pensionales respectivas clasificadas así:

1. Pensión de vejez.
2. Pensión por invalidez riesgo común.
3. Sustitución pensional.
4. Indemnización sustitutiva de pensión o devolución de saldos.
5. Auxilio funerario.

De acuerdo con el artículo 15 de la ley 100 toda persona vinculada mediante contrato de trabajo, incluyendo las que prestan sus servicios mediante contratos de “prestación de servicio” y los trabajadores independientes en general serán afiliados al sistema general de pensiones en forma obligatoria.

Las relaciones laborales, se establecen a partir de un vínculo tripartita conformado por el trabajador, empleador y las entidades administradoras de pensiones en las que cada uno de estos agentes poseen diversas obligaciones en relación con la financiación donde el trabajador, tiene la responsabilidad de elegir de manera voluntaria su régimen pensional preferido; El empleador tiene el deber de afiliarse al trabajador y realizar las correspondientes cotizaciones, tanto su aporte como el aporte del trabajador a su servicio y las entidades administradoras están obligadas a reconocer las prestaciones pensionales causadas y realizar los pagos oportunos de las mesadas al afiliado.

La Ley 100 de 1993 reconoce dos regímenes de pensiones obligatorias excluyentes regidos por el principio de la solidaridad:

1. Régimen de prima media con prestación definida –RPM– (administrado por Colpensiones). En la que los afiliados o sus beneficiarios obtienen una pensión de vejez, de invalidez o de sobrevivientes, o una indemnización, previamente definidas artículo 31.
2. Régimen de ahorro individual con solidaridad –RAIS– (gestionado por las administradoras de fondos de pensiones –AFP–), es el conjunto de entidades, normas

y procedimientos, mediante los cuales se administran los recursos privados y públicos destinados a pagar las pensiones y prestaciones que deban reconocerse a sus afiliados artículo 59. En este régimen los aportes no ingresan a un fondo común, sino que son depositados en una cuenta individual de ahorro pensional constituida a título personal y, dada la relación entre el ahorro y la pensión, el monto de la pensión será variable y no previamente definido.

Marco normativo

En lo relacionado a las normas técnicas el Servicio de Normalización, ICONTEC es el asesor principal del Gobierno Nacional es una entidad sin ánimo de lucro reconocido por el Gobierno Colombiano como Organismo Nacional de Normalización mediante el Decreto 1595 de 2015. La misión del ICONTEC es promover, desarrollar y guiar la aplicación de Normas Técnicas Colombianas y demás documentos normativos para la obtención de una economía óptima de conjunto, mejoramiento de la calidad y facilitar las relaciones cliente-proveedor a nivel empresarial, nacional o internacional.

Por su parte los procesos de pensiones se ven incluidos por el ICONTEC a través de la norma NTC 6535 del 20 de OCTUBRE del 2020 que tiene por nombre “Inclusión y diversidad. gestión para la empleabilidad del adulto mayor. Requisitos” Esta normativa tiene en cuenta el aprovechamiento de la experticia de los adultos mayores, pues en la actualidad en Colombia hay 7,1 millones de personas mayores de 60 años y, según el DANE, esta población está compuesta por 44,9% de hombres y 55,1 de mujeres de las que solamente el 25,5% logra acceder a pensión una vez cumplida la edad requerida.

Esta norma NTC 6535 considera el modelo laboral que se utiliza actualmente en Colombia que tradicionalmente presenta condiciones en la que los colaboradores como el adulto mayor se ve en desventaja en términos de condiciones, garantías y oportunidades a los que se ven sometidos las que por regla general están muy por debajo de las dignas, debido a su edad. Es por esto que la norma se enfoca en promover los espacios de integración económica hacia el adulto mayor, con el fin de promover, proteger y asegurar el reconocimiento y los derechos de las libertades fundamentales de este tipo de personas.

El documento normativo establece los requisitos que debe cumplir una organización para gestionar la empleabilidad de un adulto mayor que cuentan con la edad de pensión, pero no cumplen con los requisitos adicionales para acceder a la misma funcionando como oportunidad para pro-



Figura 1
Requisitos para el acceso a la pensión de vejez

PRINCIPALES DIFERENCIAS ENTRE EL RPM Y EL RAIS		
REQUISITOS ACCESO A PENSIÓN DE VEJEZ		
Característica	RPM	RAIS
Edad	Mujeres: 57 años. Hombres: 62 años.	No es necesario el requisito de edad mínima*.
Semanas cotizadas	Mínimo 1300 sem	No es necesario el requisito del mínimo de semanas.
Capital mínimo acumulado	No se requiere.	El capital mínimo acumulado debe alcanzar para cubrir 110 % de una pensión de un (1) smmlv.
Tasa de remplazo	Entre 65-80 %.	La tasa dependerá del capital acumulado.
Modalidad pensional	Mesada pensional.	Dos básicas: retiro programado o renta vitalicia

Nota: Adaptación de ABC de las pensiones en Colombia, 2022

veer recursos que le permitirán una vida digna a cambio de la puesta en práctica de sus conocimientos y habilidades adquiridas.

El documento también establece las directrices y recomendaciones que permiten a una organización, fortalecer su gestión frente a una empleabilidad de adultos mayores y las condiciones que se deben reformar para ajustarse a las necesidades propias de esta población con el fin de no representar una barrera al acceso del mercado laboral formal.

METODOLOGÍA

Simulación Monte Carlo: Consiste en realizar varios experimentos o iteraciones con números aleatorios para simular las variaciones y resultados potenciales de un sistema. Estos experimentos se basan en modelos matemáticos y estadísticos que muestran cómo funciona ese sistema. Para realizar una simulación de Monte Carlo, se suelen seguir los siguientes pasos:

1. Definición e identificar el fenómeno o el sistema a simular, junto con las variables aleatorias.
2. La estructura del modelo matemático o estadístico para representar el sistema (relación entre las variables de entrada y salida).
3. Simular los valores de las variables aleatorias de en-

trada según sus distribuciones de probabilidad utilizando generadores de números aleatorios.

4. Ejecutar simulación: usando valores aleatorios creados anteriormente para realizar repeticiones del modelo. Cada iteración da como resultado un resultado o un conjunto de resultados.
5. Análisis de los resultados calculando estadísticas relevantes (promedios, desviaciones o percentiles) generando conclusiones sobre el comportamiento del sistema.

La simulación de Monte Carlo permite tener en cuenta la incertidumbre y la variabilidad inherentes a muchos procesos y fenómenos del mundo real, lo que la convierte en una herramienta poderosa para comprender y optimizar sistemas complejos.

Limpieza de datos y ajuste de distribución:

Es importante mencionar que para poder realizar una correcta simulación Monte Carlo y posteriormente un correcto análisis de resultados, se tuvieron que realizar una limpieza de datos y un ajuste de distribución correspondiente. La limpieza de datos es un proceso iterativo que requiere herramientas estadísticas, dominio y experiencia en el manejo de datos. Antes de realizar cualquier análisis estadístico o modelado, es fundamental asegurarse de que los datos estén limpios y preparados adecuadamente.

Para completar la etapa de limpieza es necesario hacer uso de la prueba Dixon's Q, como método estadístico para encontrar y eliminar valores inusuales en conjuntos de datos univariados. Se basa en la comparación de un valor crítico con el valor más extremo y su vecino más cercano en los datos ordenados. Si el valor Q calculado es mayor que el valor crítico, se considera que el valor más extremo es un posible valor atípico y se puede eliminar del conjunto de datos que incluyó la corrección de errores.

Ahora los datos estaban preparados para el ajuste de distribución que es el proceso de encontrar la distribución de probabilidad que mejor se ajusta al conjunto de datos observados, identificando la función de densidad de probabilidad o la función de distribución acumulativa que mejor describe el comportamiento de los datos.

Es importante destacar que el ajuste de distribución asume que los datos siguen una distribución específica y que cualquier desviación de esta distribución es el resultado de errores aleatorios. Por lo tanto, la realización de pruebas de bondad de ajuste es esencial para evaluar la adecuación del modelo seleccionado y la calidad del ajuste.

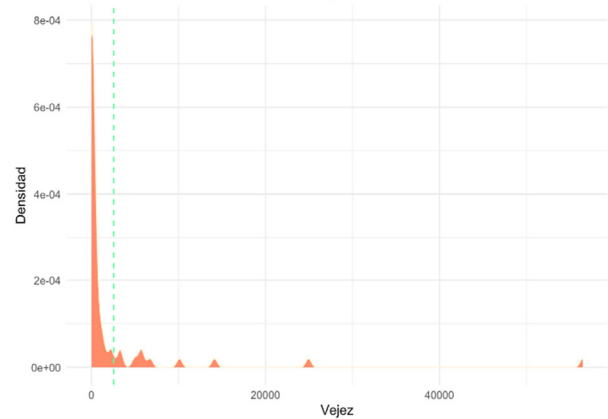
Identificar distribución original mediante un análisis visual de los datos se estima que siguen una distribución gamma. Las figuras de densidad (figura 2, figura 3 y figura 4) de las variables a considerar fueron evaluados para determinar el tipo de distribución.

La distribución de los datos se parece significativamente a una distribución gamma con parámetros $k=1$ y $\theta=2$. Se procedió a realizar un ajuste de distribución para simplificar el análisis estadístico y trabajar con una distribución normal de manera más conveniente.

Análisis gráfico (Gráficos de barras): Debido a su capacidad para resumir y visualizar la distribución de los resultados generados, los diagramas de barras son una herramienta importante en una simulación de Monte Carlo. Proporciona una representación visual clara de los datos, resume las medidas clave, identifica patrones y permite la comparación entre varios escenarios simulados. Cabe destacar que se utilizan diagramas de barras en vez de histogramas debido a que tenemos datos nominales o discretos.

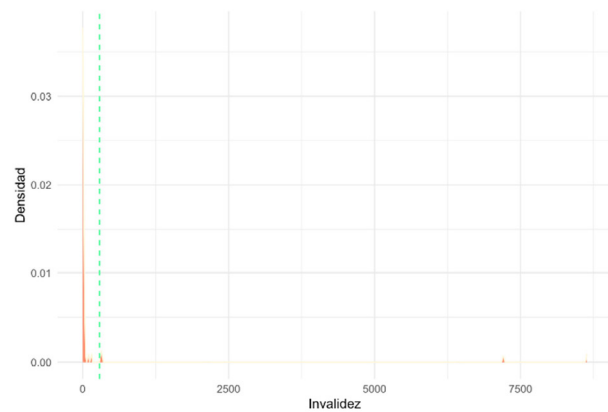
Para verificar el cambio de distribución realizamos gráficos de barras, de manera que se observe el cambio de distribución para cada una de las variables:

Figura 2
Función de Densidad Variable Vejez



Nota: Elaboración propia

Figura 3
Función de Densidad Variable Invalidez



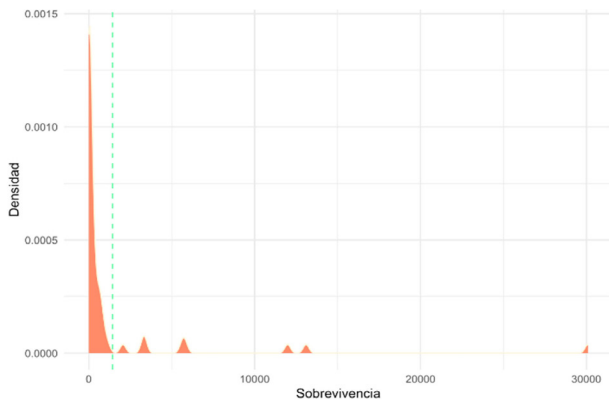
Nota: Elaboración propia

Desarrollo de la simulación Monte Carlo

Una vez que hemos ajustado nuestros datos en una distribución normal, es posible usar técnicas y métodos específicos nuestros datos de manera precisa y confiable. Para modelar varios escenarios durante la simulación Monte Carlo, utilizaremos valores aleatorios creados a partir de nuestra distribución normal ajustada. Estos escenarios nos brindarán información útil sobre el comportamiento o fenómeno de interés de nuestro sistema.

La simulación Monte Carlo nos permite recopilar datos y realizar múltiples iteraciones para analizar la variabilidad y tomar decisiones basadas en los resultados probables. Podemos realizar estimaciones más precisas y realizar proyecciones confiables sobre el comportamiento futuro de nuestro sistema al ajustar los datos en una distribución normal.

Figura 4
Función de Densidad Variable Sobrevivencia



Nota: Elaboración propia

Formulación del modelo: El modelo propuesto para simular correctamente las pensiones utilizando la tabla de datos seleccionada se define de la siguiente manera:

$$\text{Pensiones} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Vejes} + \beta_2 \cdot \text{Invalidez} + \beta_3 \cdot \text{Sobrevivencia}$$

Donde:

Pensiones: Total pensionados por entidad en Colombia.
 Vejes: V. número de pensionados por Vejes.
 Invalidez: V. número de pensionados por Invalidez.
 Sobrevivencia: V. N° de pensionados por Sobrevivencia.
 β_0 , β_1 , β_2 y β_3 son coeficientes que se estimarán para ajustar el modelo a los datos.

Este modelo permitirá estimar el monto de la pensión en función de las variables explicativas incluidas. Una vez ajustado el modelo, se podrá utilizar para realizar simulaciones y obtener valores estimados de pensiones en diferentes escenarios.

El modelo utilizado en una línea de código de R se muestra en la figura 9.

En este código, se utiliza la función `lm()` de R para ajustar un modelo lineal. La variable dependiente es Pensiones, y las variables independientes son Vejes, Invalidez y Sobrevivencia. Los datos utilizados se encuentran en el objeto `datos_limpio`.

Adicionalmente decidimos calcular los coeficientes que explican el número de pensionados en el país, de manera que obtuvimos los valores para los coeficientes en la figura 10.

Obteniendo así el siguiente modelo:

$$\text{Pensiones} = 0.00 + 1.00 \cdot \text{Vejes} + 1.00 \cdot \text{Invalidez} + 1.00 \cdot \text{Sobrevivencia}$$

Es decir:

$$\beta_0 = 0,00; \beta_1 = 1,00; \beta_2 = 1,00; \beta_3 = 1,00$$

Por otro lado, para tener un mayor conocimiento del comportamiento del modelo se hicieron tres análisis.

Gráfico de residuos vs. valores ajustados: Este gráfico muestra los residuos (diferencia entre los valores observados y los valores ajustados por el modelo) en el eje vertical y los valores ajustados por el modelo en el eje horizontal. Una interpretación deseable es que los residuos se distribuyan aleatoriamente alrededor de la línea horizontal en 0, lo que sugiere que el modelo es adecuado y se ajusta bien a los datos, como es nuestro caso a excepción de que hay un único valor atípico.

Gráfico Q-Q de los residuos: Este gráfico compara los cuantiles de los residuos con los cuantiles teóricos de una distribución normal. Si los puntos se ajustan aproximadamente a una línea recta, es indicativo de que los residuos siguen una distribución normal, como es nuestro caso.

Gráfico de dispersión de residuos vs. valores ajustados: Este gráfico es similar al primero, pero muestra los residuos en el eje vertical. Al igual que en el primer gráfico, se busca una distribución aleatoria de los residuos alrededor de la línea horizontal en 0, como es nuestro caso, lo que quiere decir que no se presentan problemas de no linealidad o heterocedasticidad.

Se procede a definir la función que realizará las simulaciones Monte Carlo de manera iterativa. Figura 14.

En esta función, se utiliza el modelo ajustado y el número de simulaciones `n_simulaciones` como argumentos.

Se obtienen los coeficientes del modelo mediante la función `coef()`. Luego, se genera una muestra aleatoria para cada variable predictora utilizando la función `rnorm()`, con medias y desviaciones estándar estimadas previamente. Posteriormente, se calcula el resultado de interés utilizando los coeficientes y las variables generadas. Los resultados se almacenan en un vector y se devuelven al final de la función.



Una vez que disponemos de esta función, podemos realizar las simulaciones Monte Carlo. En este caso, hemos seleccionado realizar 1.000 simulaciones. Figura 15.

Luego, se llama a la función `simulacion_montecarlo` utilizando el modelo ajustado `modelo` y el número de simulaciones como argumentos. Los resultados de la simulación se guardan en el objeto `resultados simulación`.

Finalmente, calculamos las probabilidades para un umbral específico de pensiones. En nuestro caso, hemos seleccionado un umbral de 20.000 pensiones. Para calcular las probabilidades, hemos utilizado la siguiente fórmula:

$$\text{Probabilidad} = (\sum(\text{resultados simulaciones} > \text{umbral})) / (\text{número simulaciones})$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

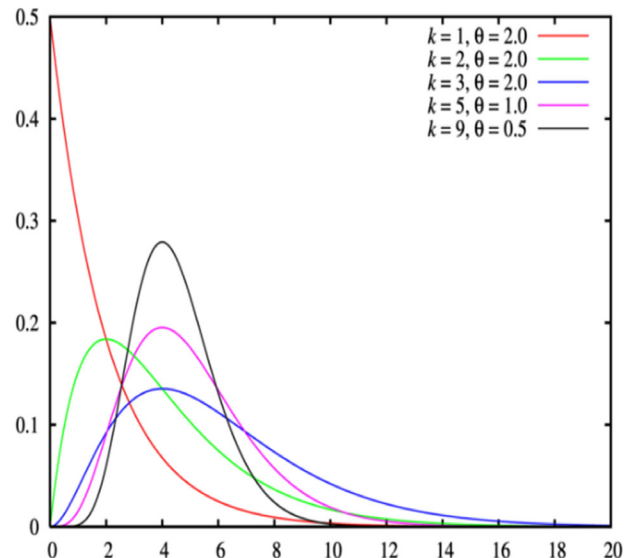
De acuerdo con la fórmula y el umbral antes seleccionado se definieron tres segmentos o vectores umbrales de interés usando la Función “`sapply`” para los que se calcularon las probabilidades de los que los resultados se almacenan en el objeto `probabilidades`.

Finalizando con los resultados obtenidos de la simulación, se imprime la probabilidad de que el número de pensionados sea mayor al umbral especificado. Figura 17.

De la simulación podemos inferir que, a mayor umbral, menor será la probabilidad de que una entidad colombiana haya tenido un total de pensionados, indicándonos que la menor parte de los pensionados salieron de fondos privados, los cuales acumulan totales que se encuentran entre 0 y 40000, donde la mayor parte de los pensionados son por vejez. Esto lo podemos reconfirmar a través del gráfico pastel y el gráfico de barras que explican el total de pensionados, presentados a continuación.

En la simulación de Monte Carlo, los gráficos de pastel son cruciales porque pueden mostrar la distribución de resultados y destacar eventos atípicos. Proporciona una representación clara y concisa de las diversas categorías de resultados, lo que facilita la comparación de escenarios y la comunicación efectiva de los hallazgos. A pesar de sus limitaciones, como la dificultad de comparar tamaños relativos, los gráficos de pastel siguen siendo una herramienta útil para presentar los resultados de la simulación de Monte Carlo de manera comprensible y fácil de entender. Por esta razón hemos decidido graficar nuestra base de datos en un diagrama pastel. Figura 18

Figura 5
Distribución Gamma



Nota: Adaptada de Función de Densidad de una Gamma, de Cburnett, 2005.

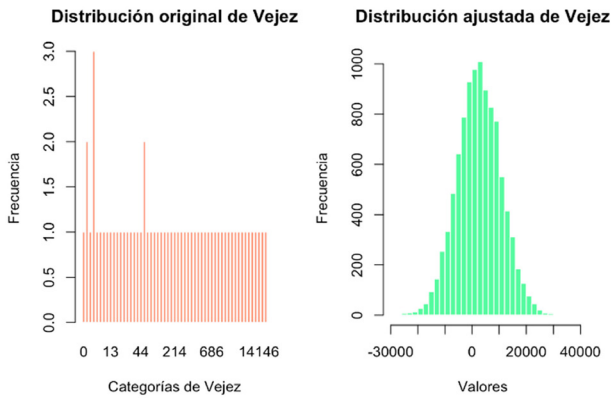
En la simulación Monte Carlo, un gráfico de barras es una herramienta esencial para visualizar y analizar los resultados. Permite comparar diferentes escenarios e identificar valores atípicos al proporcionar una representación visual de la distribución de probabilidad de los resultados simulados. Además, ayuda a los hallazgos a ser comunicados de manera efectiva a diferentes audiencias. En resumen, los gráficos de barras son una herramienta útil para la simulación Monte Carlo para comprender la variabilidad, evaluar la incertidumbre y apoyar la toma de decisiones informadas.

Por otro lado, es altamente preocupante que el número de pensionados estadísticamente disminuya cuando el crecimiento de la población es exponencial, por supuesto esta consideración solo se debe hacer para el conjunto de personas en etapa productiva dentro del territorio nacional lo que nos lleva a un nuevo planteamiento de preguntas y variables aplicables a la situación como: ¿Cuál es el impacto de la modalidad de empleo informal dentro de los resultados estadísticos?, ¿Si en su mayoría los fondos de pensiones privados manejan un pequeño porcentaje de la población pensional entonces el estado tiene la solvencia para amortiguar la carga financiera?

Del lado de la legislación a partir de los resultados y sobre todo de la limpieza de los datos podemos estimar que la legislación es deficiente frente a las necesidades de la población pues en Colpensiones se concentra la mayor cantidad de pensionados del país, a pesar de que en ella están afiliados todas las entidades públicas; al punto que

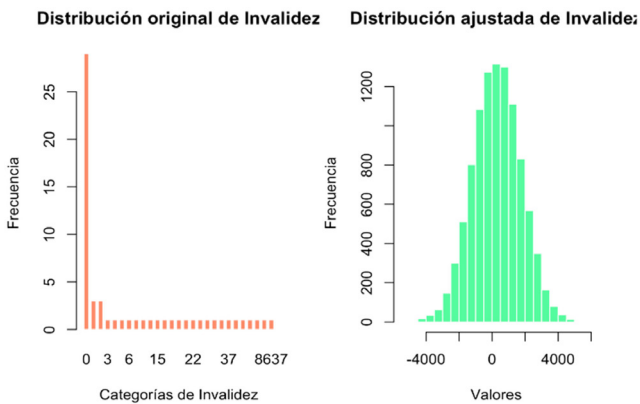
las normas técnicas en específico el Servicio de Normalización, ICONTEC en su papel como asesor principal del Gobierno Nacional expide la norma NTC 6535 del 20 de octubre del 2020 que tiene en cuenta el aprovechamiento de la experticia de los adultos mayores para poder darle opciones para completar las semanas de cotización necesarias para que logren acumular los requisitos necesarios y obtener su pensión para la vejez.

Figura 6
Distribución Original Variable Vejez y Distribución Ajustada Variable Vejez



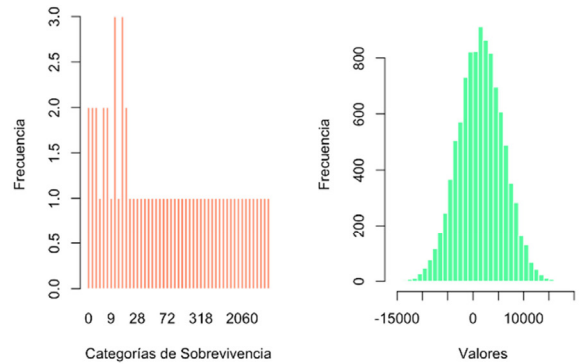
Nota: Elaboración propia

Figura 7
Distribución Original Variable Invalidez y Distribución Ajustada Variable invalidez



Nota: Elaboración propia

Figura 8
Distribución Original Variable Vejez y Distribución Ajustada Variable Vejez



Nota: Elaboración propia

Figura 9
Código de Ajuste del Modelo Lineal

```
# Función objetivo: Ajustar un modelo de regresión lineal
modelo <- lm(Pensionados ~ Vejez + Invalidez + Supervivencia, data = datos_limpio)
```

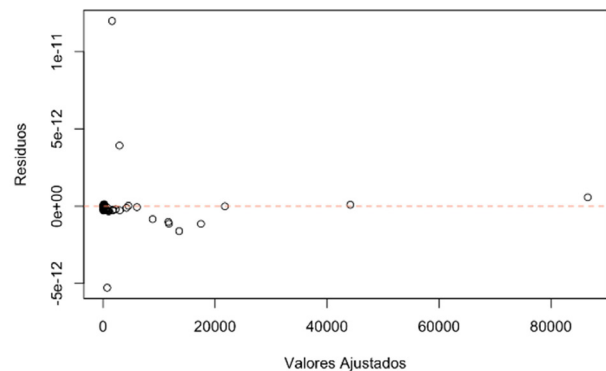
Nota: Elaboración propia

Figura 10
Coeficientes del Modelo

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.000e+00	2.598e-13	0.000e+00	1
Vejez	1.000e+00	8.790e-17	1.138e+16	<2e-16 ***
Invalidez	1.000e+00	2.378e-16	4.205e+15	<2e-16 ***
Sobrevivencia	1.000e+00	1.757e-16	5.690e+15	<2e-16 ***

Nota: Elaboración propia

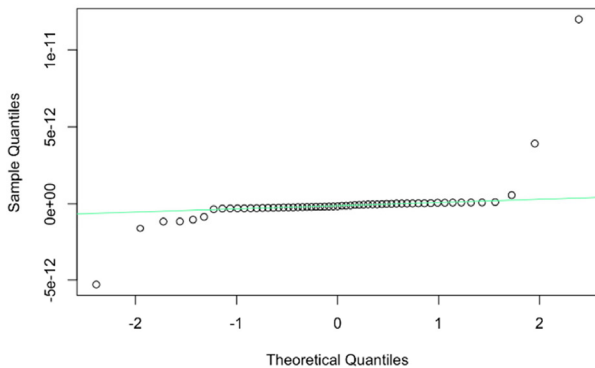
Figura 11
Gráfico de Residuos vs. Valores Ajustados



Nota: Elaboración propia

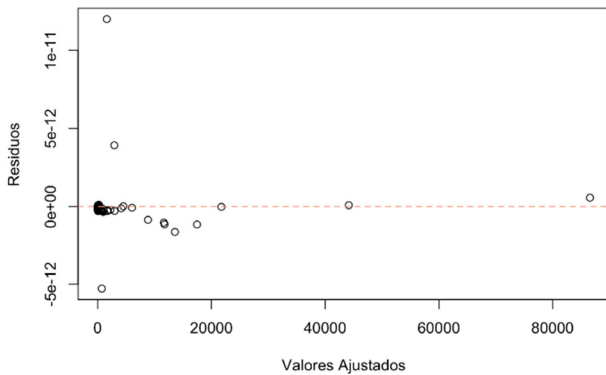


Figura 12
Gráfico Q-Q de los Residuos



Nota: Elaboración propia

Figura 13
Gráfico de Dispersión de Residuos vs. Valores Ajustados



Nota: Elaboración propia

Figura 14
Código de las simulaciones

```
# Definir función para realizar la simulación de Montecarlo
simulacion_montecarlo <- function(modelo, n_simulaciones) {
  coeficientes <- coef(modelo) # Coeficientes del modelo
  resultados <- numeric(n_simulaciones) # Vector para almacenar los resultados de la simulación

  for (i in 1:n_simulaciones) {
    # Generar muestras aleatorias de las variables predictoras
    vejez <- rnorm(10, mean = dist_vejez$estimate[1], sd = dist_vejez$estimate[2])
    invalidez <- rnorm(10, mean = dist_invalidez$estimate[1], sd = dist_invalidez$estimate[2])
    sobrevivencia <- rnorm(10, mean = dist_sobrevivencia$estimate[1], sd =
dist_sobrevivencia$estimate[2])

    # Calcular el resultado de interés utilizando el modelo ajustado
    resultado <- coeficientes[1] + coeficientes[2] * vejez + coeficientes[3] * invalidez +
coeficientes[4] * sobrevivencia

    resultados[i] <- resultado
  }
  return(resultados)
}
```

Nota: Elaboración propia

Figura 15
1000 Simulaciones

```
# Realizar la simulación de Montecarlo con 1000 simulaciones
n_simulaciones <- 1000
resultados_simulacion <- simulacion_montecarlo(modelo, n_simulaciones)
```

Nota: Elaboración propia

Figura 16
Definición de Umbrales

```
umbrales <- c(5000, 10000, 20000)

probabilidades <- sapply(umbrales, function(umbral) {
  sum(resultados_simulacion > umbral) / n_simulaciones
})

# Imprimir las probabilidades calculadas
for (i in 1:length(umbrales)) {
  cat("Probabilidad de que Pensionados sea mayor a", umbrales[i], ":", probabilidades[i], "\n")
}
```

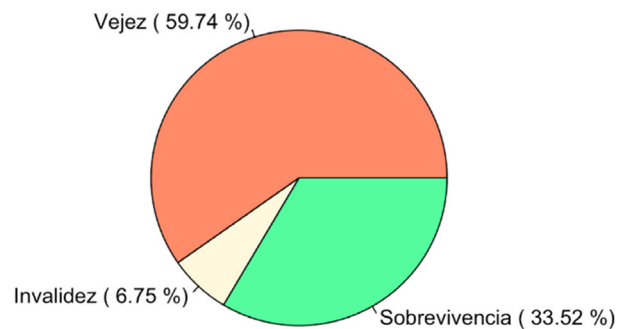
Nota: Elaboración propia

Figura 17
Probabilidad de los umbrales específicos

```
## Probabilidad de que Pensionados sea mayor a 5000 : 0.466
## Probabilidad de que Pensionados sea mayor a 10000 : 0.265
## Probabilidad de que Pensionados sea mayor a 20000 : 0.046
```

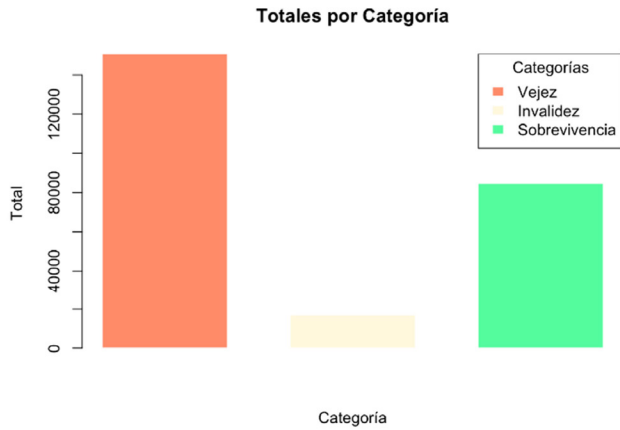
Nota: Elaboración propia

Figura 18
Pastel del Total de Pensionados
Distribución por Categoría



Nota: Elaboración propia

Figura 19
Barras del Total de Pensionados



Nota: Elaboración propia

CONCLUSIONES

Se evidencia que para el año 2020, 7,1 millones de personas mayores de 60 años, y según el DANE, alrededor del 25% logran acceder a una pensión de vejez.

Del porcentaje de personas que logran pensionarse en su mayoría prefieren realizar el proceso con Colpensiones captando a más de la mitad de los jubilados en el país lo que representa un aumento en los costos asumidos por el estado para este rubro el cual depende de los impuestos.

De las causales de pensión a saber, invalidez, sobrevivencia y vejez, la que mayor impacto tiene en el número de pensionados a nivel nacional corresponde a vejez (59,74%), seguido por sobrevivencia (33,52%) y cerrando con invalidez (6,75%).

El modelo evidencia que con 1000 iteraciones la probabilidad de que el número de pensionados sea mayor a 5000 corresponde a 0.466, y la probabilidad de que los pensionados sea mayor a 10000 corresponde a 0.265, finalmente la probabilidad de que los pensionados sea mayor a 20000 corresponde a 0.046, por lo tanto, es evidente que a mayor número de pensionados, menor es la probabilidad de obtener la pensión por cualquiera de las 3 modalidades descritas en el documento.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Arias-Rodríguez, F., & Parra-Polanía, J. A. (2021). Pensiones y reforma pensional: efectos macroeconómicos del envejecimiento en Colombia. <https://doi.org/10.32468/be.1173>
- Así funciona el sistema pensional en Colombia. El Tiempo. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). <https://www.eltiempo.com/economia/finanzas-personales/como-funciona-el-sistema-pensional-en-colombia-659985>
- Botero, J. C., & Iregui, A. M. (2017). The effects of Colombia's pension and health insurance reforms on formal and informal labor market outcomes. *Journal of Development Economics*, 126, 95-112.
- Cárdenas, N. (2015). Modelación basada en agentes en el sistema pensional col. López-Castaño, H. A., Lasso-Valderrama, F. J., & Lasso-Valderrama, F. J. (2012). El mercado laboral y el problema pensional colombiano. <https://doi.org/10.32468/be.736> ombiano. Una aproximación desde el mercado laboral y la dinámica poblacional. *Revista Cife*, 16(24), 119. <https://doi.org/10.15332/s2248-4914.2014.0024.04>
- Castro, J. (2018). Constitución política de Colombia. Concordancias, referencias, índice analítico. Universidad del Rosario. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). Disponible en <https://doi.org/10.12804/tp9789587842258>
- Colpensiones. ¿Qué es una pensión?. Recuperado el 9 de julio de 2023, de <https://www.colpensiones.gov.co/educacion/publicaciones/2850/que-es-una-pension/#:~:text=Es%20el%20derecho%20que%20tienen,de%20la%20edad%20de%20retiro.>
- Compilación Jurídica Colpensiones. (Fecha de publicación o actualización no disponible). [BNJ COLPENS 013] - Colpensiones - Administradora Colombiana de Pensiones. Recuperado el 9 de julio de 2023, de https://normativa.colpensiones.gov.co/colpens/docs/bnj_colpens_013.htm
- Datos Abiertos Colombia. Pensionados en Colombia. Recuperado el 9 de julio de 2023, de <https://www.datos.gov.co/Trabajo/Pensionados-en-Colombia/yjvt-9cab>
- Franco Castrillón, L. (2013). El sistema pensional colombiano: un análisis a los determinantes de la afiliación y su papel en el impacto de las reformas pensionales.
- García, M. L., & Sánchez, F. (2018). Simulación estocástica de los sistemas pensionales en Colombia. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 17(32), 183-201.
- García Moreno, M. (2015). Seguridad social en pensiones y el mercado laboral: factores que inciden en la cobertura del sistema pensional colombiano.
- Hay más de 7 millones de adultos mayores en Colombia: ¿en qué condiciones envejecen?. Noticias Caracol. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). <https://noticias.caracoltv.com/salud/hay-mas-de-7-millones-de-adultos-mayores-en-colombia-en-que-condiciones-envejecen#:~:text=%20Solamente%20el%2025,5%%20de%20las%20personas%20en,y%20en%20todas%20las%20ciudades%20capitales,%20anotó%20Oviedo.>
- Leyes desde 1992 - Vigencia expresa y control de constitucionalidad [LEY_0100_1993]. Secretaría General del Senado. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). http://www.secretariassenado.gov.co/senado/basedoc/ley_0100_1993.html
- López-Castaño, H. A., Lasso-Valderrama, F. J., & Lasso-Valderrama, F. J. (2012). El mercado laboral y el problema pensional colombiano. <https://doi.org/10.32468/be.736>
- Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2007). *Introducción a la Probabilidad y Estadística* (12a ed.). Cengage Learning Editores S.A. de C.V.
- Normalización - Icontec. Icontec. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). <https://www.icontec.org/normalizacion/#¿Qué%20Es%20Normalización?>
- Parra, J., Arias, F., Bejarano, J. A., Lopez, M. L. H., Ospina, J., Romero, J., & Sarmiento, E. (2020). Sistema pensional colombiano: descripción, tendencias demográficas y análisis macroeconómico. *Ensayos sobre Política Económica*, 96, 1-64. <https://doi.org/10.32468/espe.96>
- ¿Qué es la Ley 100 de 1993? Pensión, Salud y Accidentes



tes Laborales. SGSST | Sistema de gestión de seguridad y salud en el trabajo. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). <https://steel.net.co/ley-100-de-1993/#:~:text=La%20Ley%20100%20de%201993%20define%20que%20la%20pensión%20es,un%20número%20de%20semanas%20cotizadas>.

República de Colombia. Corte Constitucional de Colombia | Guardián de la Constitución. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). <https://www.corteconstitucional.gov.co/relatoria/2002/C-1027-02.htm>

XV Congreso Internacional de Envejecimiento y Vejez: "Década del Envejecimiento Saludable 2020 2030. "Personas mayores en Colombia, hacia la inclusión y la participación" DANE. (Fecha de acceso: 23 de junio de 2023). <https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/notas-estadisticas/nov-2021-nota-estadistica-personas-mayores-en-colombia-presentacion.pdf>

NOTAS

¹Estudiante de economía y estudiante de Ingeniería estadística. Pregrado. Correo electrónico: diana.hernandez-r@mail.escuelaing.edu.co - ORCID <https://orcid.org/0009-0003-2399-6576>

²Estudiante de ingeniería industrial, pregrado. Correo electrónico: feacostag@udistrital.edu.co - ORCID <https://orcid.org/0009-0005-4035-1336>

³Estudiante de ingeniería industrial. Pregrado. Correo electrónico: apescab@udistrital.edu.co - ORCID <https://orcid.org/0000-0003-2914-4836>

⁴Especialista en higiene, seguridad y salud en el trabajo. Magister en ingeniería industrial. Estudiante, doctorado en ingeniería. Correo electrónico: jfochoa@sanmateo.edu.co - ORCID <https://orcid.org/0000-0002-2904-5961>

⁵Master en Prevención de riesgos laborales. Estudiante Especialización en docencia Universitaria. Correo electrónico: direccion.sst@sanmateo.edu.co

