

李庆文,曾杏钢,张向东,等.碳纤维布层数对煤圆柱力学特性影响的细观研究[J].煤炭科学技术,2023,51(8):73-85.

LI Qingwen, ZENG Xinggang, ZHANG Xiangdong, *et al.* Mesoscopic study on the effect of CFRP layers on the mechanical properties of coal circular-columns[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(8): 73–85.

碳纤维布层数对煤圆柱力学特性影响的细观研究

李庆文^{1,2},曾杏钢¹,张向东²,禹萌萌¹,刘艺伟¹,曹 行^{1,3}

(1. 辽宁工业大学 土木建筑工程学院, 辽宁 锦州 121001; 2. 辽宁工程技术大学 土木工程学院, 辽宁 阜新 123000;

3. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074)

摘 要:为探究碳纤维布 (CFRP) 层数对煤圆柱力学特性的影响。利用三维的 FLAC-PFC 耦合方法, 建立 CFRP 被动约束煤圆柱的连续-非连续耦合模型,基于已有 0~2 层 CFRP 被动约束煤圆柱试验 数据验证了细观模型的有效性,并在此基础上开展 3~7 层 CFRP 布对煤圆柱力学特性及能量演化的 影响研究。结果表明:煤圆柱的屈服点与峰值点随 CFRP 层数增加而渐进重合,呈现毫无征兆的屈 服即破坏状态;随着 CFRP 层数增加,煤圆柱峰值强度增幅呈现先增大后减小,得到了表征不同层 数下 CFRP 约束煤样峰值强度增幅演化规律的函数,峰值应变增幅呈现先增加后减小,而后再增加 又减小的规律;弹性应变能恒定时,煤圆柱轴向应变与 CFRP 层数无相关性,但其峰值应变与极限 应变均随 CFRP 层数增加而增大;峰值点耗散能转化率随 CFRP 层数增加呈现先增大而后减小规律, 建立了表征不同层数下 CFRP 约束煤圆柱耗散能转化率演化规律的函数;从应力-应变曲线延性特征、 峰值强度增幅、峰值应变增幅、耗散能转化率及总能量增幅等 5 方面综合考虑,兼顾经济成本与缠 绕水平原则,确定 3 层为 CFRP 约束煤圆柱的最优缠绕层数。

关键词:煤圆柱;碳纤维布层数;被动约束;PFC-FLAC 耦合方法;力学特性

中图分类号:TD315 文献标志码:A 文章编号:0253-2336(2023)08-0073-13

Mesoscopic study on the effect of CFRP layers on the mechanical properties of coal circular-columns

LI Qingwen^{1,2}, ZENG Xinggang¹, ZHANG Xiangdong², YU Mengmeng¹, LIU Yiwei¹, CAO Hang^{1,3}

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China; 2. School of Civil Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China; 3. School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: In order to study the effect of CFRP layers on the mechanical properties of coal cylinders. A discrete-continuous coupled mesomechanical numerical model of CFRP passively confined coal cylinders was developed using a three-dimensional FLAC-PFC coupling method. The validity of the model was verified with experimental data of 0-2 layers of CFRP passively confined coal cylinders. On this basis, studies of the influence of 3-7 layers on mechanical properties and energy evolution of CFRP confined coal cylinders was carried out. The results show that the yield limit and the peak of the coal cylinders gradually coincide with the increase of CFRP layers, showing a state of yielding or failure without warning. With the increase of CFRP layers, the increment in the peak strength of coal cylinders first increases and then decreases. A function is obtained to characterize the evolution of the peak strength increment of CFRP confined coal cylinders under different layers. The increment in the peak strain shows a behavior of first increasing and then decreasing, and then increasing and decreasing again. When the elastic strain energy is constant, the axial strain of the coal cylinders has no correlation with CFRP layers, but its peak strain and ultimate strain both increase with the increase of CFRP layers. The dissipative energy conversion ratio at peak point increases first and then decreases with the increase of CFRP layers. A function is established to characterize the evolution of the dispoint increases first and then decreases with the increase of CFRP layers. A function is established to characterize the evolution of the dispoint increases first and then decreases with the increase of CFRP layers. A function is established to characterize the evolution of the dis-

作者简介:李庆文(1987—), 男, 辽宁绥中人, 讲师, 硕士生导师, 博士。E-mail: lgjzlqw@163.com

收稿日期: 2022-06-28 责任编辑: 朱恩光 DOI: 10.13199/j.cnki.cst.2022-0976

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51774166);辽宁省自然科学基金面上资助项目(2023-MS-298);辽宁省博士科研启动基金资助项目(2019-BS-120)

sipative energy conversion ratio of CFRP confined coal cylinders with different layers. The ductility characteristics of stress-strain curves, peak strength increment, peak strain increment, dissipative energy conversion ratio and total energy increment of coal cylinders are considered comprehensively, and taking into account the principles of economic cost and winding level, the three layers are determined as the optimal winding layers for CFRP confined coal circular-columns.

Key words: coal cylinders; CFRP layers; passive confinement; PFC-FLAC coupling method; mechanical properties

0 引 言

煤柱作为地下煤炭资源开采过程中一种普遍使 用的支护结构,每年会产生大量的地下废弃煤柱,不 仅承受上覆岩层荷载,还受到复杂地质环境的腐蚀, 导致逐渐丧失承载能力,造成采空区地表沉降,严重 威胁高铁的运行安全^[1-4]。因此,废弃煤柱加固已成 为岩石力学领域,特别是采空区沉降控制领域的热 点研究课题之一^[5]。目前,煤柱加固主要采用锚索^[6]、 注浆^[7]、喷射混凝土^[8]、充填墙^[9-10]等一种或多种耦 合方法,但在煤炭资源的采出率方面,提高不显著。

碳纤维增强复合材料(CFRP)作为一种能够有效 提供侧向约束力的加固材料,因其具有轻质高强、力 学性能优越、耐腐蚀和易施工等优点,被广泛用于复 杂环境的工程结构或构件的加固和修复等方面[11-13]。 鉴于此, DAS 等^[14] 率先提出使用 CFRP 布均匀缠绕 标准煤圆柱试件开展单轴压缩试验,充分利用 CFRP 布提供的被动侧向约束力,使之从单一受力状 态转变为三向受力状态,从而达到加固的效果,室内 试验与数值模拟的结果均表明 CFRP 布对煤承载效 能及吸能水平均有极大提高,并且展现出在缩小煤 柱留设尺寸、提高预留煤柱回采率及对煤柱的加固 等方面具有一定的潜在研究价值;刘洪林等[15]、李庆 文等^[16]、姚强岭等^[17]也已开展了 CFRP 布均匀缠绕 标准煤圆柱试件的相关研究工作,多集中于不超过 3 层的, 而 3 层以上 CFRP 布对煤圆柱力学特性影响 方面的研究仍比较少见。

由于煤是一种天然不连续、非均匀和各向异性的散体材料^[18],而 CFRP 是一种均质、高强的拉伸约束材料^[19],二者的材料本质属性各异,导致 CFRP 被动约束煤圆柱的相互作用非常复杂。目前,国内外对于主体材料属性复杂的主要采用数值模拟的方法来研究,而对于数值模拟技术,主要以连续介质力学为基础的有限元方法(FEM)和有限差分方法(FDM),比如 Das A J 等将煤样、CFRP 布材均采用 FDM 软件 FLAC^{3D} 进行数值计算,而煤的模拟则与其非均质属性相背离。目前类煤岩材料多采用离散元方法(DEM)模拟,可有效模拟离散材料属性介质的开裂、分离等非连续现象^[20]。杨磊等^[21]利用 DEM 软件

PFC^{2D} 探究不同强度比组合煤岩力学响应特征与能 量分区演化规律,发现煤岩组合体的强度与变形参 数主要受薄弱载体控制,煤与岩石的应变能演化与 组合体的相似,煤是组合体积聚应变能的重要载体; 靖洪文等^[22]采用颗粒流 PFC^{2D} 再现高应力--动载扰 动耦合下煤巷冲击冒顶全程的细观结构演化特征, 发现在界面剪应力和锚杆-煤岩组合体拉应力的叠 加下,顶板锚索在煤层与直接顶界面处更容易发生 破断,且该破断位置积聚了大量拉剪裂纹;卢志国 等^[23]利用 PFC^{2D} 直观分析含断续结构弱面煤体受载 变形过程中的内部破裂行为及裂隙演化规律,发现 当应力突降时颗粒间黏结及裂隙数量激增,微破裂 相互沟通形成大尺度裂纹,并在试件表面迅速扩展: ZHAO 等^[24] 基于 PFC^{3D} 开发出一种新的柔性墙方法,开 展煤样三轴压缩细观模拟,发现煤样内部的力链发展 和裂纹分布受到了其他矿物空间分布的影响。由此 可见, PFC 能有效捕捉非均质材料细观失效力学行为。

因此,了解 CFRP 布的缠绕层数对煤圆柱力学 特性的影响,遵从材料本性,采用连续(FLAC)-非连 续(PFC)的精细化数值模拟技术,比如谭鑫等^[25-26] 采用 PFC-FLAC 耦合方法探讨土工织物、土工格栅 包裹碎石桩加固软土地基的变形机理; 崔旭浩等^[27] 采用 PFC-FLAC 耦合方法研究有砟轨道碎石与弹性 轨枕的动力学特性。基于此,利用有限差分软件 FLAC 的土工格栅单元模拟 CFRP 布, PFC 颗粒离散 元软件的球形颗粒单元模拟非均质煤圆柱,采用 FLAC^{3D}-PFC^{3D}耦合方法建立 CFRP 被动约束煤圆 柱的连续-非连续细观模型,基于已有 0~2 层 CFRP 约束煤圆柱试验数据验证模型的有效性。并在此基 础上,开展 3~7 层 CFRP 布对力学特性及能量演化 的影响研究,并确定最优层数。

1 CFRP 被动约束煤圆柱细观建模

1.1 煤圆柱

在 FLAC^{3D}6.0 版本软件中加载 PFC^{3D} 模块以实 现两款软件的耦合使用。在加载 PFC^{3D} 模块后开始 进行煤圆柱模型的构建,所建立的模型与实验煤圆 柱尺寸相同,直径 *D* 为 50 mm,高度 *H* 为 100 mm。 借鉴文献 [28-30] 中煤圆柱 PFC^{3D} 模型,煤圆柱粒径 均匀分布在 1~1.9 mm,由 12 681 个颗粒组成。采 用平行黏结模型来描述 2 个颗粒之间接触的力学行 为,接触允许颗粒之间的相对滑移,既可传递力也可 传递力矩^[31-33]。平行黏结模型如图 1 所示,图 1 中 F。为接触力, M。为线性接触力矩, D。颗粒之间的距 离, k_n和k_s分别为平行黏结法向刚度与切向刚度, k_n和 k_s分别为线性接触法向刚度与切向刚度, g_s为颗粒平 行黏结激活间隙, σ_c为平行黏结拉应力, c和φ分别为 平行黏结强度与摩擦角。



Fig.1 Parallel bonding model^[33]

根据文献 [34] 中加载速率为 0.1 mm/min 的 B 组未约束煤圆柱实验结果,利用"试错法"对细观模 型参数进行验证和确定^[28-33]。通过不断假定细观参 数取值,进行修改与调试,利用 PFC^{3D} 模拟得到的应 力应变曲线与室内实验曲线作对比,具体比较情况 如图 2 所示。需要注意的是,图 2 中第一个字母 B 代表 0.1mm/min 的加载速率,字母 CC 代表煤圆柱, 最后数字代表室内试验煤圆柱编号,字母 S 表示为 数值模拟试件。通过图 2 比较分析可知,确定出符 合煤圆柱的细观参数,如下:

颗粒密度 ^[34] //(kg·m ⁻³)	1 300
颗粒杨氏模量 ^[34] E/GPa	3.68
颗粒半径 液 /mm	1 ~ 1.9
摩擦因数μ	0.1
颗粒刚度比k _n /k _s	1.5
平行黏结强度p _b _coh/Pa	1×10^{8}
平行黏结抗拉强度 $p_{b_{-}}$ ten/Pa	1.5×10 ⁸

1.2 CFRP 布

CFRP 布采用 FLAC^{3D} 中的土工格栅单元进行 模拟,土工格栅单元表现为一个各向同性的线弹性 材料,其力学模型^[35] 如图 3 所示,细观参数如下:

抗拉强度 ^[34] Tg/MPa	918.07
极限拉应变 ^[34] Eg/10 ⁻²	1.94
弹性模量 ^[34] Eg/GPa	47.54
CFRP布厚度 ^[34] n/(mm·ply ⁻¹)	0.167
界面剪切刚度 ^[25] K _s /(N·m ⁻³)	3.5×10 ⁶
界面凝聚力 ^[25] c _i /kPa	10.0
界面摩擦角 $\varphi_i/(^\circ)$	30

作用在土工格栅结构上的应力由侧向约束力 σ_m 和总剪应力 τ 组成,由土工格栅单元内部形成的膜应 力 N 平衡。侧向约束力 σ_m 是施加在单元表面的法 向应力,是由煤圆柱相邻的颗粒相互挤压膨胀的。 通过观察土工格栅表面的颜色变换和凸起变形来分 析土工格栅的受力情况。









1.3 CFRP 被动约束煤圆柱

在 FLAC^{3D}6.0 软件中加载 PFC^{3D}模块以实现 CFRP 被动约束煤圆柱的细观建模,如图 4 所示。

依据文献 [34] 中 0.1 mm/min 加载速率的 B 组 1~2 层数 CFRP 约束煤圆柱试验,在 Balls 的顶部和 底部两端创建了两堵刚性墙,从而代替试验机加载

板,模拟室内真实 CFRP 约束煤圆柱的加载过程。 模拟加载时顶板固定,通过对底加载板向上施加 0.1 mm/min 加载速率。同步记录端部的平均应力与 位移,从而获得 CFRP 约束煤圆柱整体轴向应力-应 变曲线,如图 5 所示。这里需要注意:图 5 与图 2 字 母与数字组合一致,CFRP 前的数字代表约束层数。





图4 CFRP 约束煤圆柱细观模型



从图 5 分析可知,试验与细观模拟的峰值应力 及峰值应变一致,煤圆柱的破坏形态及位置也较为 吻合,对比结果表明,采用 FLAC^{3D}-PFC^{3D} 耦合模拟 CFRP 均匀约束煤圆柱效果显著,未约束煤圆柱参数 与 CFRP 布参数较为科学准确,依据上述参数采用 FLAC^{3D}-PFC^{3D} 耦合方法,精细模拟研究更多层数 CFRP 布对煤圆柱力学特性的影响。

1.4 细观模拟方案

细观模拟方案见表 1, 在煤圆柱尺寸、加载速率、 颗粒数不变的情况下模拟不同层数 n(3~7层) CFRP 被动约束煤圆柱的轴压试验, 分析 CFRP 布层 数对煤圆柱力学特性与能量演化影响。

Table 1	Mesoscopic simulation schemes
	表1 细观模拟方案

尺寸/(mm×mm)	n/层	颗粒数/个	加载速率 v/(mm·min ⁻¹)
50×100	3~7	12 681	0.1

2 细观模拟结果与讨论

2.1 应力-应变曲线及破坏形态

图 6 为模拟 3~7 层 CFRP 布约束煤圆柱应力-应变曲线及破坏形态。为便于后续分析,在应 力-应变曲线上分别选取了 4 个特征点,即 A、B、C、 D 四点,其中 AB 之间为弹性模量取值段。

从图 6 分析可知, 3~7 层 CFRP 布约束煤圆柱 单轴压缩应力-应变曲线比较相似,其失稳破坏的形 态也比较一致,其主要原因是因 CFRP 布提供了显 著的侧向约束力。当加载速率一定的条件下,随着 CFRP 布缠绕层数的增加,煤圆柱的峰值强度和峰值 应变均有显著增长,这与文献 [34] 室内试验得到的 结论相一致。从 3~7层 CFRP 均匀约束煤圆柱应 力-应变曲线形态角度考虑,模拟曲线没有"下凹"的 初始阶段,加载过程中直接呈现"上凸"的初始阶段 (0A), 而且随着 CFRP 布缠绕层数的增加, 这种"上 凸"现象也逐渐消失。在室内煤圆柱单轴压缩试验 中应力-应变曲线的"下凹"现象,是指初始裂隙压密 阶段,煤作为一种非均质材料,自身固有大量的裂隙 及缺陷,在压缩过程中煤中裂隙及缺陷发生闭合,产 生不可逆的变形。导致试验与细观模拟初始阶段产 生这种"凹凸差异"现象的主要原因,在于 PFC^{3D} 构 建煤圆柱细观模型过程中,随机生成后颗粒分布更 加均匀紧凑,且颗粒为刚性体,因此,细观模拟无 法实现煤圆柱在单轴压缩过程中的裂隙压密阶 段^[36-38]。

弹性阶段(AB)随着 CFRP 层数增加而增大,而 屈服阶段(BC)则逐渐减小,致使屈服点 B 与峰值点 C 渐进重合。由此可见, CFRP 布缠绕层数增长,煤 圆柱的峰值强度和轴向变形能力都能得到显著提高, 但屈服点与峰值点之间的距离也就越近,也就是进 入了屈服即破坏的状态,毫无征兆,属于脆性破坏。 因此,在兼顾经济成本、CFRP 布缠绕施工水平以及





延性等 3 方面实际情况,存在最优 CFRP 布缠绕层数问题,这与文献 [34,39] 分析结果相一致。从目前应力-应变曲线走势初步明确,最优缠绕层数为 3 层, 且 3 层 BC 段也比较平缓,形似"屈服平台"。

2.2 煤圆柱环向变形及接触力链

为了分析 3~7 层 CFRP 约束煤圆柱的环向变 形及接触力链受力,依据图 6 应力--应变曲线特征点 (*A、B、C、D*),取过煤圆柱中心点的细观数值模型切 片,不同特征点环向变形及峰值点力链的切片见表 2。 其中,颗粒颜色的深浅表征煤圆柱环向变形的大小, 及接触力链受力情况,这里需要指出细观图的下端 实际为真实试验机不动的顶板。

从表 2 观察可知, A 点环向变形从顶端约 0.2 倍 柱高(0.2H) 且约 0.25 倍直径(0.25D)向内均匀对称 变形,其余高度范围均未变形,对缠绕层数不敏感; B 点煤圆柱的环向变形从顶端的约 0.4H 且约 0.5D 向 内对称均匀分布,其余高度范围均未发生环向变形, 随着缠绕层数的增加环向变形向煤圆柱远端传递越 显著; C 点煤圆柱的环向变形从顶端的约(0.75~1.0) H 且约 0.5D 向内对称均匀分布,随着缠绕层数的增 加环向变形向煤圆柱远端传递越显著; D 点为破坏 时刻点,因 CFRP 布的存在致使煤圆柱整体环向变 形处于完整的中间对称状态,且缠绕层数越多对称 分布状态越好。环向变形及力链应力状态均随着 CFRP 层数增加而分布的越均匀,这与分布均匀紧凑 的刚性体颗粒性质有关^[38]。

2.3 CFRP 应力场

为了分析 3~7 层 CFRP 布的受力情况,选取图 6 应力-应变曲线特征点(*A*、*B*、*C*、*D*)时其 CFRP 布的 受力状态,见表 3。其中,颜色渐变表征不同 CFRP 层数环向受力的大小,这里需要指出表中模拟图的 下端实际为真实试验机固定不动的顶板。

从表 3 分析可知, CFRP 布的应力场状态一般是 对称的, 与表 2 中煤圆柱环向变形及接触力链相对 应, 造成此现象的主要原因是 CFRP 约束是一种被 动约束, 只有煤圆柱发生侧向变形时, CFRP 布才发 挥被动约束效应, 提供显著的被动侧向约束力。因 此, 表 3 中的 CFRP 布应力状态与表 2 中煤圆柱环 向变形具有很好的一致对应性。从表 3 中 CFRP 布 不同缠绕层数破坏时刻的应力状态分析可知, CFRP 布表面出现很多局部凸出的断裂效果, 更加接近室 内试验真实的破坏形态, 而采用有限元软件或有限 差分软件求解得到 CFRP 布失效状态, 只有单一颜 色的渐变显示破坏或环向发生膨胀兼颜色渐变破坏 的效果。由此可见, 采用 FLAC^{3D}-PFC^{3D} 耦合方法 模拟 CFRP 均匀约束煤圆柱, 其得到 CFRP 布失效形

表 2 煤圆柱环向变形及接触力链

Table 2 Hoop deformation and contact force chain of coal circular-columns



态更加贴近试验真实形态,不仅显现局部刺穿凸起还同步表现达到 CFRP 布的最大应力状态,但此时的应力要小于 CFRP 布单轴拉伸试验的拉应力,主要原因是 CFRP 布在直接拉伸试验中破坏与其包裹在非均质煤圆柱外部破坏所处的受力状态有较大区别。当包裹煤圆柱破坏时,CFRP 不仅受到因煤圆柱膨胀引起的拉伸变形,还将受到非均质煤样刚性颗粒形状和移动带来的刺入及磨损^[31]。

2.4 CFRP 层数对煤圆柱力学特性的影响

2.4.1 峰值强度增幅

图 7 给出了煤圆柱峰值强度及其增幅与 CFRP 布缠绕层数的关系,强度增幅定义为多层 CFRP 约束煤圆柱的峰值应力减去前一层 CFRP 约束煤样煤 圆柱的峰值应力(例如,3 层 CFRP 约束煤圆柱强度 增幅等于 3 层 CFRP 约束的峰值强度减去 2 层约束 的峰值强度)。从图 7 分析可知,煤圆柱的峰值强度



随着 CFRP 约束层数的增加而增加,但峰值强度增 幅并没有随着 CFRP 层数增加而增大,在 CFRP 层数 为4时产生了1个拐点。当层数 n <4 时,煤圆柱峰 值强度增幅随着 CFRP 层数增加而快速增长;当 n>4 时,煤圆柱峰值强度增幅随着 CFRP 层数增加 而减小。1~2 层 CFRP 约束煤圆柱强度增幅快速增 长,大小为 52.35 MPa。从3 层开始强度增幅增长速 率逐渐减小,趋于平稳,4 层强度增幅比3 层的增长 了 4.45 MPa。可见虽然4 层为拐点,但是3~4 层强 度增幅较小,兼顾考虑经济成本与缠绕施工水平,将 3 层作为最优 CFRP 约束层数,这与 2.1节 3 层 CFRP 约束煤圆柱应力-应变曲线出现形似"屈服平 台"构成相互验证。

基于前述不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值强 度增幅变化规律,遵循兼顾拟合精度高、函数简单且 参数少的原则,采用 Origin 软件非线性拟合的模型 比较功能进行筛选,得到了能够表征不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值强度增幅演变规律的函数, R^2 =0.99, 精度较高, 如式(1): $\Delta \sigma_p = -111.34 + 149.23n 44n^2 + 6.03n^3 - 0.333n^4$ (1)

式中: $\Delta \sigma_{\rm p}$ 为峰值强度增幅, MPa。





2.4.2 峰值应变增幅

图 8 为煤圆柱峰值轴向应变及其增幅与 CFRP 层数的关系,峰值轴向变形增幅定义与峰值强度增 幅相似。由图 8 分析可知,煤圆柱峰值轴向应变随 着 CFRP 层数的增加而增加,轴向变形能力得到显 著提高,但峰值应变增幅并未随层数增加而增加,出 现了 3 个峰值应变增幅拐点,分别是 3 层、5 层与 6 层。当 n < 3 层,峰值应变增幅随 CFRP 缠绕层数 增加而增加,达到 1.19%;当 3 < n < 5 时,峰值应变增 幅随 CFRP 缠绕层数增加而减小;当 5 < n < 6 时,峰 值应变增幅随 CFRP 缠绕层数增加而增加;当 n > 6 时,峰值应变增幅随着 CFRP 缠绕层数增加而 减小。由此可见,CFRP 缠绕层数为 3 层、6 层时,与 之对应的峰值应变增幅为峰值增幅。从经济与缠绕 施工水平角度考虑,3 层依然是首选的最优缠绕 层数。

结合上述不同层数下峰值应变增幅变化规律, 遵循兼顾拟合精度高、函数简单且参数少的原则,采 用 Origin 软件非线性拟合的模型比较功能进行筛选, 获得了表征不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值应变 增幅变化规律的函数:

 $\Delta \varepsilon_{\rm p} = -0.253 - 1.49n + 2.86n^2 1.375n^3 + 0.287n^4 - 0.027 \ 2n^5 + 9.55 \times 10^{-4}n^6$ $\vec{x}_{\rm p} \pm \Delta \varepsilon_{\rm p} \beta \psi \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{v} \hat{u}^2, \qquad (2)$





2.4.3 峰值强度增强比验证

引人文献 [34] 中不同加载速率与 0~2层 CFRP 均匀约束煤圆柱室内试验强度增强比三维预 测曲面,具体曲面函数如式(3)所示。

$$n_0 = 3.23 + 1.63v^{-0.147}n^{1.2485} \tag{3}$$

将细观模拟不同层数 CFRP 约束煤圆柱峰值强 度进行计算,得到 0.1 mm/min 加载速率下 3~7 层强 度增强比结果,绘置于预测曲面坐标系中,如图 9 所 示。采用整体绝对误差(Integral Absolute Error, *I*_{AE}) 来评价预测曲面与模拟计算结果优越性^[40]。从图 9 分析可知,基于 0.01~10 mm/min 加载速率范围、 0~2 层室内试验建立的强度增强比预测曲面,能够 有效预测 3~7 层模拟结果,模拟值略低于理论值, 但 *I*_{AE} 的指标为 0.173,指标越小接近于 0,表明预测 效果越显著,二者之间构成相互验证。表明采用

FLAC^{3D}-PFC^{3D}耦合方法,模拟不同层数下 CFRP 约束煤圆柱,得到的细观模拟结果具有一定的可靠性,

为后续研究奠定了基础。



图 9 强度增强比理论值与模拟值对比 Fig.9 Comparison of theoretical and simulated values of strength enhancement ratio

3 CFRP 层数对煤圆柱能量演化规律的影响

3.1 能量计算原理

将 CFRP 约束煤圆柱作为整体,忽略 CFRP 布自 重,单轴受载 CFRP 约束煤圆柱的弹性能和耗散能 关系,如图 10 所示。煤圆柱单压变形过程也是能量 输入、积累、耗散和释放的动态过程。假定不考虑温 度产生的热能,外荷载对煤圆柱做功一部分以弹性 能存储于煤圆柱中,一部分以塑性能和损伤等形式 的耗散;当存储能量达到极限时,煤圆柱失稳^[41]。试 验过程中外力对煤圆柱所产生的总能量为 U,由热 力学第一定律^[41],可知:

$$U = U^{\rm e} + U^{\rm d} \tag{4}$$

式中: *U* 为煤圆柱总能量, J/cm³; *U*^d 为煤圆柱耗散能, J/cm³, 主要用于塑性变形和内部损伤变形; *U*^e 为煤 圆柱弹性应变能, J/cm³。





煤圆柱单元能量[42-43] 为

 σ_1

$$U = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 + \int_0^{\varepsilon_2} \sigma_2 d\varepsilon_2 + \int_0^{\varepsilon_3} \sigma_3 d\varepsilon_3 \qquad (5)$$

$$U^{\rm e} = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1^e + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2^e + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3^e \tag{6}$$

由胡克定律,将式(6)改写为

$$U^{e} = \frac{1}{2E} \left[\sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} - 2\mu (\sigma_{1}\sigma_{2} + \sigma_{2}\sigma_{3} + \sigma_{1}\sigma_{3}) \right]$$
(7)

式中: *E* 为弹性模量; *µ* 为泊松比。对于单轴压缩而 言, *σ*₂=*σ*₃=0, 弹性能计算公式可简化为

$$U^{\rm e} = \frac{\sigma_1^2}{2E} \tag{8}$$

根据定积分计算面积概念^[41-43],总能量 U 计算公 式为

$$U = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\sigma_{1}^{i} + \sigma_{1}^{i+1}\right) \left(\varepsilon_{1}^{i+1} - \varepsilon_{1}^{i}\right)}{2}$$
(9)

式中: σ_1^i 为 CFRP 约束煤圆柱轴向应力-应变曲线任 一点应力, MPa; ε_1^i 为应力-应变曲线中任一点应 变, 10^{-2} 。

故单轴压缩下 CFRP 被动约束煤圆柱变形的耗 散能^[41,44] 为

$$U^{\rm d} = U - U^{\rm e} \tag{10}$$

3.2 层数对煤圆柱能量演化规律的影响

依据 2.1 节模拟得到的 3~7 层 CFRP 约束煤圆 柱应力-应变曲线,利用 3.1 节式(8)、式(9)及式(10) 换算成不同层数下 CFRP 约束煤圆柱的总能量、弹 性应变能以及耗散能,其结果如图 11 所示。

由图 11 分析可知, CFRP 层数对煤圆柱轴向形 变能力及能量演化规律的影响很显著。在煤圆柱总 能量与耗散能恒定时, 4~7 层 CFRP 约束煤圆柱的 轴向应变随着 CFRP 缠绕层数的增加而增大, 这里 未含3层; 而对于处于同一弹性应变能水平的 CFRP 布约束煤圆柱, 其轴向应变与 CFRP 层数无相 关性, 但其峰值轴向应变与极限轴向应变均随着





CFRP 缠绕层数的增加而增大。由此可见,从能量角 度考虑存在差异,表明 3 层可能是 CFRP 布约束煤 圆柱的最优缠绕层数能量拐点,这与前文的应力--应 变曲线、峰值强度增幅以及峰值应变增幅结论相 一致。

3.3 层数对煤圆柱耗散能转化率的影响

为了深入分析层数对煤圆柱耗散能及耗散能转 化率的影响,取峰值强度时耗散能以及耗散能转化 率,这里耗散能转化率是指峰值点处耗散能与总能 量之比,如图 12 所示。从图 12 分析可知,峰值点耗 散能随着 CFRP 缠绕层数的增加而增加,而耗散能 转化率在 3 层存在拐点,耗散能转化率随着 CFRP 缠绕层数的增加呈现先增大而后减小趋势,CFRP 布 的存在显著提高了煤圆柱塑性变形能力。可见,耗 散能转化率能够表征煤圆柱延塑性强弱的指标,指 标越大表明煤圆柱的延塑性越好^[45]。而拐点层数 3 恰好为 1~7 层 CFRP 约束煤圆柱的最大耗散能转 化率指标,大小为 60.7%。故该指标也验证了前文提 出 3 层为最优层数结论。



图 12 不同层数 CFRP 约束煤圆柱耗散能转化率 Fig.12 Dissipative energy conversion ratio of CFRP confined coal circular-columns with different layers

依据前述不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值点 耗散能转化率的演变规律,遵循兼顾拟合精度高、函 数简单且参数少的原则,采用 Origin 软件非线性拟 合的模型比较功能进行筛选,得到了能够表征不同 层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值点耗散能转化率演化 规律的函数, *R*²=0.99, 精度较高。

$$\zeta = \left(-0.205 + 2.91n^2 - 0.246n^4 + 0.012n^6\right) / \left(1 + 5.125n^2 - 0.502n^4 + 0.205n^6 - 2.284 \times 10^{-5}n^8\right)$$
(11)

式中: ζ为耗散能转化率,%。

3.4 层数对煤圆柱吸能水平增幅影响

借鉴文献 [46] 纤维织物约束固废颗粒吸特性研究,分析 CFRP 层数对煤圆柱吸能水平的影响,图 13 给出了峰值点总能量及其增幅与层数关系。由图 13 分析可知,峰值点总能量随着 CFRP 缠绕层数的增 加而增加,而峰值点总能增幅则出现了吸能平台及 吸能增幅拐点。峰值点总能量增幅随着 CFRP 缠绕 层数的增加,当 n<3 层时增长快速;当 3≤n≤5 时 处于平稳小幅增长状态,形成形似"延性吸能平台"; 6 层峰值点总能量增幅为吸能峰值拐点,当 6<n≤ 6时,总能量增幅又快速增长;当 n>6 层时,总能增 幅又快速降低。由此可见,从峰值点吸能增幅角度 考虑,3~5 层为吸能增幅平台段,在兼顾考虑经济与 施工水平以及耗散能转化率延塑性指标的原则下, 确定为3 层为最佳 CFRP 缠绕层数。



图 13 不同层数 CFRP 约束煤圆柱峰值总能增幅 Fig.13 Total energy increment at peak of CFRP confined coal circular-columns with different layers

根据不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值点总能 增幅变化规律,遵循兼顾拟合精度高、函数简单且参 数少的原则,采用 Origin 软件非线性拟合的模型比 较功能进行筛选,获得了能够表征不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值点总能量增幅演化规律的函 数, R²=0.99,精度较高。

$$\Delta U_{\rm p} = 5.147 - 13.347n + 11.5n^2 -$$

$$3.83n^3 + 0.559\ 97n^4 - 0.029\ 8n^5$$
(12)

式中: ΔU_p 为峰值点总能量增幅, J/cm³。

4 结 论

1)因 CFRP 布层数增加,煤圆柱承载力和轴向 变形能力得到显著提升,弹性阶段逐渐增大,致使屈 服点与峰值点渐进重合,煤圆柱处于毫无征兆的屈 服即破坏状态。

2) 煤圆柱峰值强度增幅出现1个拐点,随 CFRP 层数增加呈现先增大后减小,得到了表征不同 层数下煤圆柱峰值强度增幅演变规律函数;随 CFRP 层数增加峰值应变增幅呈现先增加后减小,而 后再增加又减小,建立了可表征不同层数下煤圆柱 峰值应变增幅演化规律函数。

3)CFRP 层数对煤圆柱能量的影响显著。当总能量与耗散能一定时,4~7 层 CFRP 约束煤圆柱轴向应变随 CFRP 层数的增加而增大,而同一弹性应变能时,其轴向应变与 CFRP 层数无相关性,但其峰

值应变与极限应变均随 CFRP 层数的增加而增大;3 层为煤圆柱峰值点耗散能转化率拐点,随 CFRP 层 数的增加呈现先增大而后减小,建立了表征不同层 数下 CFRP 约束煤圆柱耗散能转化率演化规律函数; 峰值点总能量随 CFRP 层数增加而增加,而峰值点 总能量增幅随层数增加则出现了吸能平台,获得了 表征不同层数下 CFRP 约束煤圆柱峰值点总能量增 幅演化规律的函数。

4)从不同层数下 CFRP 约束煤圆柱的应力-应变 曲线延性特征、峰值强度增幅、峰值轴向应变增幅、 峰值点耗散能转化率以及峰值点总能量增幅等 5 方 面考虑,同时兼顾考虑经济成本与缠绕工艺的因素, 最终确定 3 层 CFRP 布为煤圆柱的最优缠绕层数。

参考文献(References):

- [1] ZHAO T B, GUO W Y, TAN Y L, *et al.* Case studies of rock bursts under complicated geological conditions during multi-seam mining at a depth of 800m[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2018, 51(5): 1539–1564.
- [2] ZHU W B, CHEN L, ZHOU Z L, et al. Failure propagation of pillars and roof in a room and pillar mine induced by longwall mining in the lower seam[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2019, 52(4): 1193–1209.
- [3] ZHANG C W, JIN Z X, FENG G R, et al. Double peaked stress-strain behavior and progressive failure mechanism of encased coal pillars under uniaxial compression [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, 53(7): 3253–3266.
- [4] POULSEN B A, ADHIKARY D P. A numerical study of the scale effect in coal strength[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, 63: 62–71.
- [5] PRASSETYO S H, IRNAWAN M A, SIMANGUNSONG G M, et al. New coal pillar strength formulae considering the effect of interface friction[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, 123: 104102.
- [6] 王 波,谷长宛,王 军,等.对穿锚索加固作用下沿空掘巷留设 煤柱承压性能试验研究[J].中国矿业大学学报,2020,49(2): 262-270.

WANG Bo, GU Changwan, WANG Jun, *et al.* Bearing capacity experimental study of coal pillar in the gob-side entry driving under the reinforcement of inflatable lock-type anchor[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2020, 49(2): 262–270.

- [7] 赵国贞,马占国,孙 凯,等.小煤柱沿空掘巷围岩变形控制机理研究[J].采矿与安全工程学报,2010,27(4):517-521.
 ZHAO Guozhen, MA Zhanguo, SUN Kai, *et al.* Research on deformation controlling mechanism of the narrow pillar of roadway driving along next goaf[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2010, 27(4): 517-521.
- [8] ZHOU N, LI M, ZHANG J X, *et al.* Roadway backfill method to prevent geohazards induced by room and pillar mining: a case

study in Changxing coal mine, China[J]. Natural Hazards and Earth System Sciences, 2016, 16(12): 2473–2484.

- [9] 陈绍杰,张俊文, 尹大伟,等. 充填墙提升煤柱性能机理与数值模 拟研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2017, 34(2): 268-275.
 CHEN Shaojie, ZHANG Junwen, YIN Dawei, *et al.* Mechanism and numerical simulation of filling walls improving performance of coal pillar[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2017, 34(2): 268-275.
- [10] 张洪伟,万志军,张 源,等.工作面顺序接续下综放沿空掘巷 窄煤柱稳定性控制[J].煤炭学报,2021,46(4):1211-1219.
 ZHANG Hongwei, WAN Zhijun, ZHANG Yuan, *et al.* Stability control of narrow coal pillars in the fully-mechanized gob-side entry during sequenced top coal caving mining[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(4): 1211-1219.
- [11] 杨俊龙,王吉忠,卢世伟,等. FRP非均匀约束海水海砂混凝土 方柱轴压性能[J].复合材料学报,2022,39(6):2777-2786. YANG Junlong, WANG Jizhong, LU Shiwei, et al. Axial compressive behavior of FRP nonuniformly wrapped sea-water seasand concrete in square columns[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2022, 39(6): 2777-2786.
- [12] 柏佳文,魏 洋,张依睿,等. 新型碳纤维增强复合材料-钢复合 管海水海砂混凝土圆柱轴压试验[J]. 复合材料学报, 2021, 38(9): 3076-3085.
 BAI Jiawen, WEI Yang, ZHANG Yirui, *et al.* Axial compression behavior of new seawater and sea sand concrete filled circular carbon fiber reinforced polymer-steel compo-site tube columns[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2021, 38(9): 3076-3085.
- [13] SHAYANFAR J, BARROS J A O, REZAZADEH M. Generalized analysis-oriented model of FRP confined concrete circular columns[J]. Composite Structures, 2021, 270: 114026.
- [14] DAS A J, MANDAL P K, GHOSH C N, et al. Extraction of locked-up coal by strengthening of rib pillars with FRP-A comparative study through numerical modelling[J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2017, 27(2): 261-267.
- [15] 刘洪林, 赵红超, 陈辉, 等. 预应力纤维布加固房柱式采煤工作 面遗留煤柱的方法[P]. ZL 201910632413.4, 2021-07-09.
- [16] 李庆文,杨 浩,董芳红,等.一种快速加固小煤柱的FRP装置 [P]. ZL 201921478839.0, 2020-04-28.
- [17] XIA Z, YAO Q L, LI X H, et al. Acoustic emission characteristics and energy mechanism of CFRP-jacketed coal specimens under uniaxial compression[J]. Construction and Building Materials, 2022, 342: 127936.
- [18] SONG H H, JIANG Y D, ELSWORTH D, et al. Scale effects and strength anisotropy in coal[J]. International Journal of Coal Geology, 2018, 195: 37–46.
- [19] 田会文,周 臻,陆纪平,等.纤维增强树脂复合材料约束超高 性能混凝土轴压性能的细观数值模拟[J].复合材料学报,2020, 37(7):1629-1638.

TIAN Huiwen, ZHOU Zhen, LU Jiping, *et al.* Meso-scale numerical simulation of axial compression performance of fiber reinforced polymer composite-confined ultra-high performance concrete[J]. Acta Materiae Compositae Sinica. 2020, 37(7): 1629-1638.

- [20] ZHANG H, LU C P, LIU B, et al. Numerical investigation on crack development and energy evolution of stressed coal-rock combination[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2020, 133: 104417.
- [21] 杨 磊,高富强,王晓卿.破坏程度不同煤体失稳过程红外辐射及裂隙演化特征研究[J].岩石力学与工程学报,2020,39(S2): 3297-3305.

YANG Lei, GAO Fuqiang, WANG Xiaoqing. Mechanical response and energy partition evolution of coal-rock combinations with different strength ratios[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(S2): 3297–3305.

[22] 靖洪文,吴疆宇,尹 乾,等.动载扰动下深部煤巷冲击冒顶的
 颗粒流数值模拟研究[J].岩石力学与工程学报,2020,39(S2):
 3475-3487.

JING Hongwen, WU Jiangyu, YIN Qian, *et al.* Particle flow simulation of rock burst and roof fall of deep coal roadway under dynamic disturbance[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(S2): 3475–3487.

[23] 卢志国,鞠文君,高富强,等.结构性煤体间歇性破坏行为的实验及数值模拟研究[J].岩石力学与工程学报,2020,39(5):971-983.

LU Zhiguo, JU Wenjun, GAO Fuqiang, *et al.* Experimental and numerical simulation research on intermit-tent failure of structural coal[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(5): 971–983.

- [24] ZHAO Y F, KONIETZKY H, HERBST M. Damage evolution of coal with inclusions under triaxial compression[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2021, 54(10): 5319–5336.
- [25] TAN X, HU Z B, CAO M, et al. 3D discrete element simulation of a geotextile-encased stone column under uniaxial compression testing[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 126: 103769.
- [26] TAN X, Hu Z B, CHEN C F, et al. 3D DEM-FDM coupled analysis of the behavior of an isolated geogrid-encased stone column under axial loading[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(6): 04021028.
- [27] 崔旭浩,肖 宏. 基于PFC-FLAC耦合的弹性轨枕力学特性分析[J]. 铁道学报, 2021, 43(5): 144-152.
 CUI Xuhao, XIAO Hong. Mechanical characteristics analysis of elastic sleeper based on PFC-FLAC coupling method[J]. Journal of Railways, 2021, 43(5): 144-152.
- [28] HE P F, KULATILAKE P H S W, YANG X X, et al. Detailed comparison of nine intact rock failure criteria using poly axial intact coal strength data obtained through PFC^{3D} simulations[J]. Acta Geotechnica, 2018, 13(2): 419–445.
- [29] ZHANG L, REN T, LI X C, et al. Acoustic emission, damage and cracking evolution of intact coal under compressive loads: Experimental and discrete element modelling[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 252: 107690.
- [30] 王 刚,王 锐,武猛猛,等. 渗透压-应力耦合作用下煤体常规
 三轴试验的颗粒流模拟[J]. 岩土力学, 2016, 37(S1): 537-546.
 WANG Gang, WANG Rui, WU Mengmeng, *et al.* Simulation of conventional triaxial test on coal under hydro-mechanical coup-

ling by particle flow code[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(S1); 537-546.

- [31] 谭 鑫,曹 明,冯龙健,等. 土工织物包裹碎石桩力学特性的数值模拟研究[J]. 中国公路学报, 2020, 33(9): 136-145.
 TAN Xin, CAO Ming, FENG LongJian, *et al.* Numerical study on mechanical behaviors of geotextile wrapped stone column[J].
 Chinese Journal of Highways, 2020, 33(9): 136-145.
- [32] 郭润兰, 范雅琼, 王广书, 等. 基于PFC3D的机床床身用树脂矿 物复合材料损伤性能细观研究[J]. 复合材料学报, 2022, 39(2): 834-844.

GUO Runlan, FAN Yaqiong, WANG Guangshu, *et al.* Mesoscale study on damage performance of resin mineral composite material for machine tool bed based on PFC3D[J]. Journal of Composites, 2022, 39(2): 834–844.

- [33] 石 崇,张 强, 王盛年. 颗粒流(PFC5.0)数值模拟技术及应用
 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018.
 SHI Chong, ZHANG Qiang, WANG Shengnian. Numerical simulation techniques and applications of granular flow[M]. Beijing: China Construction Industry Press, 2018.
- [34] 李庆文, 胡露露, 曹 行, 等. CFRP布均匀约束煤圆柱轴压性能[J]. 复合材料学报, 2022, 39(11): 5611-5624.
 LI Qingwen, HU Lulu, CAO Hang, *et al.* Axial compressive behavior of CFRP uniformly wrapped coal in circular columns[J].
 Acta Materiae Compositae Sinica, 2022, 39(11): 5611-5624.
- [35] 王 涛. FLAC3D数值模拟方法及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.

WANG Tao. Numerical simulation methods and engineering applications based on FLAC3D[M]. Beijing: China Construction Industry Press, 2015.

[36] 谭 攀,饶秋华,李 卓,等.考虑断裂韧度的PFC3D细观参数 标定新方法[J].中南大学学报(自然科学版),2021,52(8): 2849-2866.

TAN Pan, RAO Qiuhua, LI Zhuo, *et al.* A new method for quantitative determination of PFC3D microscopic parameters considering fracture toughness[J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2021, 52(8): 2849–2866.

[37] 荣浩宇,李桂臣,梁东旭,等.应力路径影响下高应力岩石力学 特性颗粒流模拟[J].采矿与安全工程学报,2022,39(1): 163-173.

RONG Haoyu, LI Guichen, LIANG Dongxu, *et al.* Particle flow simulation of mechanical properties of high stress rock under the influence of stress path[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2022, 39(1): 163–173.

[38] 于利强,姚强岭,徐 强,等.加载速率影响下裂隙细砂岩裂纹 扩展试验及数值模拟研究[J].煤炭学报,2021,46(11): 3488-3501.

YU Liqiang, YAO Qiangling, XU Qiang, *et al.* Experimental and numerical simulation study on crack propagation of fractured fine sandstone under the influence of loading rate[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(11): 3488–3501.

 [39] 李明钊,张志刚,葛 涛,等. 玄武岩纤维包裹混凝土圆形柱的 抗冲击性能研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(22): 215-220.
 LI Mingzhao, ZHANG Zhigang, GE Tao, *et al.* Experiments on impact behaviors of BFRP confined concrete columns[J]. Vibration and Impact, 2016, 35(22): 215–220.

- [40] WU Y F, ZHOU Y W. Unified strength model based on Hoek-Brown failure criterion for circular and square concrete columns confined by FRP[J]. Journal of Composites for Construction, 2010, 14(2): 175–184.
- [41] 李庆文,高森林,胡露露,等.不同加载速率下非均质煤样能量 耗散损伤本构关系[J].煤炭学报,2022,47(S1):90-102.
 LI Qingwen, GAO Senlin, HU Lulu, *et al.* Constitutive relation of energy dissipation damage of heterogeneous coal samples under different loading rates[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(S1):90-102.
- [42] 张 亮, 王桂林, 雷瑞德, 等. 单轴压缩下不同长度单裂隙岩体 能量损伤演化机制[J]. 中国公路学报, 2021, 34(1): 24-34. ZHANG Liang, WANG Guilin, LEI Ruide, *et al.* Energy damage evolution mechanism of single jointed rock mass with different lengths under uniaxial compression[J]. Chinese Journal of Highways, 2021, 34(1): 24-34.
- [43] 尹升华, 侯永强, 杨世兴, 等. 单轴压缩下混合集料胶结充填体 变形破坏及能耗特征分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2021, 52(3): 936-947.

YIN Shenhua, HOU Yongqiang, YANG Shixing, et al. Analysis

of deformation failure and energy dissipation of mixed aggregate cemented backfill during uniaxial compression[J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2021, 52(3): 936–947.

- [44] LI P, CAI M F. Energy evolution mechanism and failure criteria of jointed surrounding rock under uniaxial compression[J]. Journal of Central South University, 2021, 28(6): 1857–1874.
- [45] 陈子全,何 川,吴 迪,等. 深埋碳质千枚岩力学特性及其能量损伤演化机制[J]. 岩土力学, 2018, 39(2): 445-456.
 CHEN Ziquan, HE Chuan, WU Di, *et al.* Mechanical properties and energy damage evolution mechanism of deep-buried carbonaceous phyllite[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(2): 445-456.
- [46] 周宏元,于鸿鑫,王小娟,等.玄武岩纤维平纹织物约束建筑固体废弃物颗粒力学性能及吸能特性[J].复合材料学报,2022, 39(2):695-706.

ZHOU Hongyuan, YU Hongxin, WANG Xiaojuan, *et al.* Mechanical properties and energy absorption characteristics of basalt fiber plain woven fabric constrained building solid waste particles[J]. Acta Materiae Compositae Sinica. 2022, 39(2): 695–706.