

刘洪涛,韩子俊,郭晓菲,等.考虑轴向应力影响的圆形巷道围岩塑性区边界近似解[J].煤炭科学技术,2023, 51(10):12-23.

LIU Hongtao, HAN Zijun, GUO Xiaofei, *et al.* Approximate solution of plastic zone boundary of surrounding rock of circular roadway considering axial stress[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(10): 12–23.

考虑轴向应力影响的圆形巷道围岩塑性区边界近似解

刘洪涛^{1,2},韩子俊^{1,2},郭晓菲^{1,2},周光东^{1,2},韦晟杰¹,韩 洲¹,陈小港¹,程文聪¹ (1. 中国矿业大学(北京) 能源与矿业学院,北京 100083; 2. 煤炭行业巷道支护与灾害防治工程研究中心,北京 100083)

摘 要:为了研究考虑轴向应力作用的巷道围岩塑性区边界问题,基于 Mohr-Coulomb 准则,通过引入 Lode 角参数,推导出考虑轴向应力作用的圆形巷道围岩塑性区边界隐性方程,通过变化巷道水平 应力 σ_x 、轴向应力 σ_y 分析了不同应力场下的围岩塑性区尺寸及形态,并通过数值模拟进一步说明了 理论分析的可靠性。此外还研究了围岩黏聚力 C、内摩擦角 φ 、巷道半径 R、泊松比 v 对巷道围岩稳 定性的影响。结果表明:①固定轴向侧压变化水平侧压的条件下,围岩塑性区尺寸变化会分为敏感 区和迟钝区,且在水平侧压变化的过程中围岩塑性区形态会呈现圆形、椭圆形及蝶形 3 种形态。②固 定水平侧压变化轴向侧压的条件下,围岩各位置的塑性区会呈现强烈的区间效应,通过与平面应变 问题下的塑性区尺寸对比将区域分为轴向应力影响区和轴向应力无影响区。在轴向应力影响区内,轴向侧压的变化对围岩的塑性区尺寸影响较大。③巷道围岩的破坏形态由水平侧压 η_1 决定,轴向侧 压 η_2 对塑性区形态影响较小,对尺寸影响较大。④围岩 C、 φ 的增加会使巷道围岩的塑性区尺寸不同程度的减小,R的增加会使围岩不同位置塑性区呈等差数列增大。在轴向应力无影响区,v对围岩 塑性区尺寸无影响,在轴向应力影响区内,翼角处的塑性区尺寸不受v的影响,其余位置的塑性区尺寸会受到不同程度的影响。

关键词:围岩破坏;围岩塑性区;塑性区边界;圆形巷道

中图分类号:TD353 文献标志码:A 文章编号:0253-2336(2023)10-0012-12

Approximate solution of plastic zone boundary of surrounding rock of circular roadway considering axial stress

LIU Hongtao^{1,2}, HAN Zijun^{1,2}, GUO Xiaofei^{1,2}, ZHOU Guangdong^{1,2}, WEI Shengjie¹, HAN Zhou¹,

CHEN Xiaogang¹, CHENG Wencong¹

(1. School of Energy and Mining Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China; 2. Research Center of Roadway Support and Disaster Prevention Engineering in Coal Industry, Beijing 100083, China)

Abstract: In order to study the boundary of plastic zone of surrounding rock of a roadway considering axial stress, based on Mohr-Coulomb criterion, the implicit equation of plastic zone boundary of surrounding rock of circular roadway considering axial stress is derived by introducing Lode angle parameter. The size and shape of plastic zone of surrounding rock under different stress fields are analyzed by changing the horizontal stress σ_x and axial stress σ_y of roadway, and the reliability of theoretical analysis is further illustrated by numerical simulation. In addition, the influence of cohesion *C*, internal friction angle φ , roadway radius *R* and Poisson's ratio *v* on the stability of surrounding rock is studied. The results show that : ① Under the condition of fixed axial lateral pressure while changing horizontal lateral pressure, the size change of plastic zone of surrounding rock shows three forms: circular, elliptical and butterfly-shaped. ② Under the condition of fixed horizontal lateral pressure while changing axial lateral pressure, the plastic zone at each position of surrounding rock shows a strong interval effect. By comparing the size of plastic zone under plane strain problem, the region is divided into

收稿日期: 2022-08-29 责任编辑: 朱恩光 DOI: 10.13199/j.cnki.cst.2022-1405

基金项目:国家自然科学基金资助项目 (52004289);中央高校基本科研业务费资助项目(2022XJNY01);国家自然科学基金联合基金项目资助 (U22A20165)

作者简介:刘洪涛 (1981—), 男,吉林怀德人,教授,博士。E-mail: 108925@cumtb.edu.cn 通讯作者:韩子俊 (1996—), 男,山西晋中人,博士研究生。E-mail: cumtbhzj@163.com axial stress-affected zone and axial stress-unaffected zone. In the influence zone of axial stress, the change of axial lateral pressure has great influence on the size of plastic zone of surrounding rock. (3) The failure mode of roadway surrounding rock is determined by the horizontal lateral pressure η_1 , and the axial lateral pressure η_2 has little effect on the shape of plastic zone, but has great influence on the size. (4) The increase of surrounding rock *C* and φ will reduce the size of plastic zone of roadway surrounding rock to varying degrees, and the increase of *R* will increase the plastic zone at different positions of surrounding rock. In the axial stress-affected zone, the size of plastic zone at the wing corner is not affected by *v*, and the size of plastic zone at other locations is affected to different degrees.

Key words: surrounding rock damage; plastic zone of surrounding rock; plastic zone boundary; circular roadway

0 引 言

在煤炭开采过程中,巷道顶板灾害防治依然是 煤矿安全的重点和难点。在2021年全国煤矿事故 统计中,顶板事故起数及遇难人数分别占煤矿事故 总数的31%和32%。顶板灾害的发生是由于围岩产 生不同形式和范围的破坏所致^[1-2]。因此,研究巷道 围岩破坏范围及塑性区分布规律对巷道围岩的稳定 控制具有重要意义。

地下围岩在自重应力状态下处于稳定状态,巷 道开挖会使围岩应力产生重新分布,当某一点的区 域应力集中程度大于其弹性界限值时,该点处岩体 会产生屈服或破坏^[3]。因此选用合理屈服与破坏准 则对研究地下工程问题是非常重要的。马念杰、赵 志强等^[4-5] 基于 M-C 准则, 利用弹塑性力学理论推导 出非均匀应力场下的圆形巷道围岩塑性区边界八次 隐性方程。尹光志等^[6] 通过对比 M-C、Mises、D-P、 MLC、SMP 准则,对各种准则的适用性进行了评析, 证明了 MLC 准则在真三轴应力条件下的良好适用 性。侯公羽等^[7] 基于 Levy-Mises 本构关系和 Hoke-Brown 屈服准则, 推导出轴对称圆孔在理想弹塑性 条件下的塑性解。师皓宇等^[8-9]基于平面应变问题, 结合三维应力场下的 M-C 准则, 阐述了中间主应力 作用下巷道围岩的屈服破坏状态及规律,并对不同 应力准则下的蝶叶敏感性进行了分析。

此外,地下工程破坏问题是弹性力学中的三维 应力问题^[10]。诸多学者在研究该问题时采用平面应 变问题进行处理,但研究表明,巷道轴向应力对巷道 围岩的变形与破坏也具有重要影响^[11]。赵洪宝等^[12] 对三向非等压应力场下的围岩偏应力及应变能密度 分布进行了研究,并结合弹塑性理论推导出圆孔周 边最大、最小偏应力的计算式。尹光志等^[13-14]、施维 成等^[15]采用控制变量的方法通过真三轴试验研究了 球应力、偏应力及 Lode 角对岩石变形特性的影响。 骆开静等^[16] 以 Lode 参数为指标分析了中间主应力 对围岩塑性区尺寸的影响,并表明中间主应力会表 现出"强烈区间性"。 综上所述,众多学者针对围岩的塑性区边界问题展开了大量研究,并基于不同岩体破坏准则推导出圆形巷道塑性区半径的弹塑性近似解,这些研究 对分析巷道围岩的塑性破坏问题具有重要意义。而 在探究孔洞塑性区边界问题过程中,大多数分析成 果均忽略了巷道轴向应力的影响,而上述众多研究 成果表明巷道轴向应力对围岩的稳定性具有重要作 用。因此,基于 Mohr- Coulomb 准则,通过引入 Lode 角,推导出考虑轴向应力作用的圆形巷道围岩塑性 区边界隐性方程,得出不同三向应力条件下的围岩 塑性区尺寸及形态,通过数值模拟进一步说明了理 论分析的可靠性,为巷道围岩的塑性破坏分析及稳 定控制提供一定的理论指导。

1 圆形巷道围岩弹塑性分析

1.1 圆形巷道围岩应力分析

在地下工程如巷道等长洞型问题中,由于巷道 轴向方向的尺寸远大于其横截断面尺寸,故可将该 类工程问题视为广义平面应变问题^[17]。广义平面应 变问题是将巷道周围的应力场简化为平面应变、面 外剪切以及单轴压缩的问题,简化模型示意图如图 1 所示,郑雨天等^[17]通过上述模型推导出极坐标下巷 道周边任意一点的应力表达式为

$$\sigma_{r} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{z}}{2} \left(1 - \frac{R^{2}}{r^{2}} \right) - \frac{\sigma_{x} - \sigma_{z}}{2} \left(1 - 4\frac{R^{2}}{r^{2}} + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{z}}{2} \left(1 + \frac{R^{2}}{r^{2}} \right) + \frac{\sigma_{x} - \sigma_{z}}{2} \left(1 + 3\frac{R^{4}}{r^{4}} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{v} = \sigma_{y} - 2v \left(\sigma_{x} - \sigma_{z} \right) \frac{R^{2}}{r^{2}} \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_{x} - \sigma_{z}}{2} \left(1 + 2\frac{R^{2}}{r^{2}} - 3\frac{R^{4}}{r^{4}} \right) \sin 2\theta$$
(1)

式中: σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ 分别为巷道周边任意一点的径向应 力、切向应力以及剪应力; σ_x 为垂直巷道帮部的水平 应力; σ_y 为与巷道轴向平行的应力; σ_z 为巷道围岩的 铅垂应力; σ_v 为巷道轴向的应力; r、 θ 为巷道周边任 意一点的极坐标; v为巷道围岩泊松比; R为巷道围 岩半径。



图 1 广义平面应变问题模型 Fig.1 Generalized plane strain problem model

极坐标下围岩任意一点的主应力表达式为

$$\sigma_{1} = \frac{\sigma_{r} + \sigma_{\theta}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{r} - \sigma_{\theta})^{2} + 4\tau_{r\theta}^{2}}$$

$$\sigma_{2} = \sigma_{v} \qquad (2)$$

$$\sigma_{3} = \frac{\sigma_{r} + \sigma_{\theta}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{r} - \sigma_{\theta})^{2} + 4\tau_{r\theta}^{2}}$$

式中: σ_1 、 σ_2 、与 σ_3 为围岩任意点的三个主应力,式中的 σ_1 、 σ_3 并非一定是围岩的最大、最小主应力。

1.2 三向应力场下巷道塑性区边界方程

在研究巷道围岩的屈服与破坏时,需要建立使 围岩产生屈服与破坏的条件与准则。M-C强度准则 是目前应用最为广泛的强度准则,其物理意义在于 当剪切面上的剪应力与正应力之比达到最大时,材 料便会发生屈服与破坏。M-C强度准则在主应力空 间的表述为

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2C \cos \varphi = 0$$
 (3)
式中: *C* 和 φ 分别为为屈服或破坏参数,即岩石的黏
聚力和内磨擦角。

文献 [5] 将极坐标下任意一点的主应力 σ₁、σ₃ 的 表达式代入式 (3) 推导出平面应变问题下非均匀应 力场中的塑性区八次隐性方程式 (4),并基于式 (4) 对巷道围岩塑性区形态进行深入研究,首次提出"蝶 形塑性区"的概念,揭示了圆形巷道非对称变形破坏 的机理。

$$f\left(\frac{R}{r}\right) = K_1\left(\frac{R}{r}\right)^8 + K_2\left(\frac{R}{r}\right)^6 + K_3\left(\frac{R}{r}\right)^4 + K_4\left(\frac{R}{r}\right)^2 + K_5 = 0$$
(4)

式中:

$$K_{1} = 9(1 - \eta)^{2}$$

$$K_{2} = -12(1 - \eta)^{2} - 6(1 - \eta^{2})\cos 2\theta$$

$$K_{3} = 2(1 - \eta)^{2} \left[\cos^{2}2\theta \left(5 + 2\sin^{2}\varphi\right) - \sin^{2}2\theta\right] + (1 + \eta)^{2} + 4(1 - \eta^{2})\cos 2\theta$$

$$K_{4} = -4(1 - \eta)^{2}\cos 4\theta - 2(1 - \eta^{2})\cos 2\theta (1 + 2\sin^{2}\varphi) + \frac{4}{\gamma H}(1 - \eta)\cos 2\theta \sin 2\varphi C$$

$$K_{5} = (1 - \eta)^{2} - \sin^{2}\varphi \left(1 + \eta + \frac{2C\cos\varphi}{\gamma H\sin\varphi}\right)^{2}$$

其中:η为最大围压与最小围压的比值。从式(4)可 以看出,蝶形塑性区八次隐性方程是将平面应变问 题模型下的两向围压定义为最大(最小)、最小(最大) 主应力,而未考虑巷道轴向应力 σ, 的情况。事实上, 圆孔围岩处于三向应力场下,在 X、Y、Z 三个方向的 应力数值大小未知的情况下,无法判断哪个坐标方 向的应力为最大主应力和最小主应力。

根据岩土塑性力学可知,3个方向应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 可以通过应力不变量与 Lode 角表示为式 (5):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m \\ \sigma_m \\ \sigma_m \end{bmatrix} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \begin{bmatrix} \sin\left(\theta_\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\theta_\theta \\ \sin\left(\theta_\theta + \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: σ_m 为平均应力, $\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ 。 J_2 为偏应 力第二不变量, 代表着各种剪应力的大小:

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right]$$

 $θ_{\sigma} 为 π 平面上主应力矢量投影 τ_{\pi} 与 σ_{y} 在 π 平面$ $上的投影 σ'_{y} 之间的夹角, 简称应力 Lode 角: θ_{\sigma} =$ $<math>\frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{-3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3}}{J_{2}^{3/2}}\right), 其中, J_{3} 为偏应力第三不变量,$ 代表着剪应力的方向: $J_{3} = (\sigma_{1} - \sigma_{2})(\sigma_{2} - \sigma_{3})(\sigma_{1} - \sigma_{3})$ 此时将式 (5) 代入式 (3) 即可得三维应力状态下

的 M-C 强度准则可以通过 σ_m 、 J_2 与 θ_σ 表述为^[18]:

$$\sigma_{\rm m} \sin \varphi - \sqrt{J_2} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta_{\sigma} \sin \varphi + \cos \theta_{\sigma} \right] + C \cos \varphi = 0$$
(6)

将极坐标下任意一点的应力表达式式 (1) 代入 主应力表达式式 (2), 得到的结果再分别代入偏应力 第二不变量 J₂、偏应力第三不变量 J₃、应力 Lode 角 θ_e以及平均应力 σ_m 各自的表达式, 即可得各自的计 算解析式, 再将得到的计算解析式代入式 (6), 即可得 考虑轴向应力的三维应力场下的圆形巷道围岩塑性 区边界隐性方程 (7):

$$f = f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, R, v, C, \varphi, r, \theta)$$
(7)

由于该隐性方程的求解极其复杂,因此无法直接转换成塑性区边界解析式。可在三向应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 以及巷道半径 R、泊松比 v、围岩黏聚力 C 和内摩擦角 φ 都给定的情况下,通过数学软件 Maple 即可计算出巷道围岩的塑性区尺寸。

2 巷道塑性区尺寸及分布形态分析

在一般的地质围岩环境中,巷道所受围压比值 为1~2,而在大埋深复杂地质构造带、高构造应力 以及叠合采动应力影响下,巷道围压比值表现为非 常规性,最大围压比值可高达10倍以上。为研究不 同应力场下圆孔的围岩塑性区尺寸及形态,此处设 定水平侧压 η_1 与轴向侧压 η_2 分别为式 (8) 和式 (9), 且由于篇幅有限仅研究深埋煤层条件,取巷道埋深 为 800 m 的应力环境, σ_z =20 MPa, 黏聚力 C=2 MPa, 内摩擦角 φ =30°, 泊松比 v=0.25, 巷道半径为 2 m。 由于 σ_x 变化后的塑性区尺寸及形态与 σ_z 变化后旋 转 90°结果完全一致,因此仅讨论 σ_x 、 σ_y 的变化对孔 洞围岩塑性区尺寸及形态特征的影响。

$$\eta_1 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \tag{8}$$

$$\eta_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} \tag{9}$$

2.1 水平侧压对巷道塑性区尺寸及形态影响

为探究水平侧压 η_1 对巷道塑性区尺寸及形态的 影响,此处固定轴向应力 σ_y =10 MPa,即固定轴向侧 压 $\eta_2 = \frac{10 \text{ MPa}}{20 \text{ MPa}} = 0.5,将水平侧压 <math>\eta_1$ 从 0.3 增加至 1.8 时对应的应力代入计算式 (7),得到不同 η_1 情况下巷 道帮部 (坐标系 0°)、翼角 (45°)、顶底板 (90°) 处的塑 性区尺寸,如图 2 所示。



Fig.2 Size and partition of plastic zone in different position of roadway under different η_1

分析图 2 可知: 对于巷道顶底板而言, 侧压系数 η_1 在区间 [0.3,1.3] 时, 塑性区变化范围较小, 塑性区尺寸仅增加 0.69 m, 说明 σ_x 的增加引起的曲线斜率变化较小,称该区域为应力迟钝区。在该区域内, η_1 为 0.4 时, 顶底板不产生塑性区; η_1 在区间 [1.3,1.8] 时, 塑性区变化范围较大, 变化曲线呈指数型增长, 塑性区尺寸增加 2.83 m, 最大塑性区尺寸达 3.54 m。

对于巷道翼角而言, η₁ 在区间 [0.3,0.7] 内处于 应力敏感区,该区域内塑性区尺寸减少 3.89 m; η₁ 在 区间 [0.7,1.3] 内处于应力迟钝区,该区域内塑性区尺 寸变化仅 0.03 m, η₁=0.9 时翼角尺寸达到整个区域最 小值 0.07 m; η₁ 在区间 [1.3,1.8] 内处于应力敏感区, 塑性区范围增加 5.90 m,最大塑性区尺寸达 6.58 m。

对于巷道两帮而言, 塑性区尺寸对 η₁ 的变化敏 感性较差, 在区间 [0.3,1.8] 内, 塑性区仅变化 0.56 m, η₁ 为 1.8 时, 塑性区尺寸达最大值 1.17 m。

由式(7)可以看出,该隐式方程的求解在实际应 用时较为困难。为使巷道围岩塑性区计算变得简单、 快捷,采用 Python 开发了"巷道围岩塑性区求解软 件"系统,系统界面如图 3 所示。

基于已开发的塑性区求解软件,选取侧压系数 η₁为 0.3、0.5、0.8、1.0、1.2、1.5 及 1.8 共 7 种情况, 将对应的应力代入式(7)得不同水平侧压下的巷道 塑性区形态如图4、5所示。

由图 4 可以看出, 当 η_1 =0.3 时, 巷道塑性区轮廓 呈四象限突出, 坐标轴处凹陷的蝶形形态, 最大塑性 区尺寸发生在象限角平分线附近; 当 η_1 增加至 0.8 时, 巷道塑性区最大塑性区半径发生在横轴, 最 小塑性区半径发生在纵轴, 塑性区形态呈横椭圆形 态; 当 η_1 为 1 时, 圆孔各处塑性区半径一致, 呈标准 的圆形形态。

由图 5 可知, 当 η_1 为 1.2 时, 巷道最大塑性区半 径在坐标纵轴, 最小塑性区半径在坐标横轴, 呈竖椭 圆形态; 随着 η_1 的继续增大, 最大塑性区半径开始由 纵轴向纵轴两侧扩展, η_1 为 1.5 时, 塑性区形态呈类 蝶形形态; 当 η_1 为 1.8 时, 最大塑性区半径发生在角 平分线附近, 塑性区形态呈蝶形形态。

从上述分析可以看出:

1)固定轴向侧压 η_2 的情况下,变化水平侧压 η_1 时围岩顶底板及翼角处破坏会分区域出现应力敏感 区和迟钝区,而围岩两帮的塑性区尺寸对 η_1 变化的 敏感程度较小。

2)在 η₁ 从 0.3 增大至 1.8 的过程中, 巷道塑性区 形态会呈现蝶形→椭圆→圆形→椭圆→蝶形 3 种形 态的演化过程。



图 3 巷道围岩塑性区求解软件操作界面









图 5 η₁>1 时围岩塑性区形态演化规律 Fig.5 Evolution law of plastic zone morphology of surrounding rock when η₁>1

2.2 轴向侧压对巷道塑性区尺寸及形态影响

为探究轴向侧压 η_2 对巷道围岩塑性区尺寸及形态的影响,取水平侧压 η_1 为 1、1.2、2 三种情况,对相同 η_1 不同轴向侧压 η_2 情况下的巷道塑性区尺寸及

形态进行分析,具体分析方案详见表1所示。需要 说明的是,在方案三中,η2取0.3、0.4、0.5时,围岩产 生的高偏应力过大,根据式(7)知,巷道周围已经产 生完全破坏,因此不对该3种情况进行讨论。

表 1 巷道塑性区分析方案 Table 1 Analysis scheme of surrounding rock plastic zone

方案	σ _x /MPa	σ _z /MPa	σ _y /MPa	η_1	η_2
方案一	20	20	6、8、 10, …, 60	1.0	0.3、0.4、 0.5, …, 3
方案二	24	20	6、8、 10, …, 60	1.2	0.3、0.4、 0.5, …, 3
方案三	40	20	12、14、 16, …, 60	2.0	0.6、0.7、 0.8, …, 3

将方案一中的 σ_x 、 σ_z 代入平面应变问题下的塑 性区边界方程式(4),得到不同轴向侧压条件下巷道 顶底板、帮部、翼角处塑性区尺寸如图 5 中红色线条 所示,由于式(4)不考虑巷道轴向 σ_y 的影响,因此相 同 σ_x 、 σ_z 情况下,变化 η_2 时巷道不同位置的塑性区尺 寸均不会发生变化,因此红色线条恒为直线。将方 案一中不同 η_2 下的三向应力代入式(7),得到不同轴向 侧压 η_2 情况下的塑性区尺寸,如图 6 中紫色线条所示。

由图 6 可知: ① η_1 =1 时, 圆形孔洞顶底板、两帮 以及翼角处的围岩塑性区尺寸随 η_2 的增加变化趋势 及数值完全一致, 说明 η_1 确定的情况下, η_2 的变化会 使围岩各个方向的塑性区等量增长。②在区间 0.5~1.5, 两种方程计算下的塑性区尺寸均为 0.61 m, 说明该区域内 σ_y 的变化对圆孔的塑性区尺寸没有影 响, 笔者将该区域定义为轴向应力无影响区。在区 间 0.3~0.5 以及 1.5~3.0 范围内, 两种方程计算下 的塑性区尺寸存在差异, 笔者将该区域定义为轴向 刘洪涛等:考虑轴向应力影响的圆形巷道围岩塑性区边界近似解



图 6 当 η_1 =1 时不同 η_2 情况下巷道不同位置塑性区尺寸及分区 Fig.6 Size and partition of plastic zone in different position of roadway under different η_2 when $\eta_1 = 1$

应力影响区。③在区间 0.3~0.5 内,塑性区尺寸呈 负指数型下降,说明该区域塑性区尺寸对 σ_y的变化 十分敏感,最大塑性区尺寸达 2.03 m;在区间 1.5~3.0 内,变化曲线呈指数型增长,最大塑性区尺 寸达 3.89 m。

方案二中不同轴向侧压 η₂条件下的塑性区尺寸, 如图 7 所示。由图 7 可知: ①η₁=1.2 时,随着 η₂的增加,圆形巷道顶底板、两帮以及翼角处的围岩塑性区 尺寸的变化趋势均呈现强烈的区间效应。在区间 0.3~0.5 内均为轴向应力影响区, 塑性区尺寸曲线呈 负指数型下降, 最大塑性区尺寸分别为 6.39、2.67、 4.95 m。②圆孔顶底板、两帮以及翼角处的轴向应 力无影响区间分别为 0.5~1.8、0.5~1.6、0.5~1.7, 该区间内塑性区尺寸分别恒定为 0.68、0.57、0.65 m。 ③巷道顶底板、两帮以及翼角处的第二次轴向应力 影响区间分别为 1.8~3.0、1.6~3.0、1.7~3.0, 在该 区间内塑性区尺寸曲线斜率急剧增加, 当 η₂=3 时, 最 大塑性区尺寸分别达 3.19、2.21、3.00 m。





方案三中不同轴向侧压 η_2 条件下的塑性区尺寸, 如图 8 所示。由图 8 可知: ① η_1 =2.0 时, 巷道的顶底 板、两帮以及翼角在 η_2 的变化下均呈现强烈的区间 效应。在区间 0.6~0.7 内均为轴向应力影响区,该 区域内最大塑性区尺寸分别为 1.58、0.79、3.33 m。 ②巷道顶底板、两帮以及翼角处的轴向应力无影响 区分别为 0.7~2.8、0.7~1.6、0.7~2.3,该区间内塑 性区尺寸恒为 0.91、0.44、1.45 m。③巷道顶底板、 两帮以及翼角处的第二次轴向应力影响区间分别为 2.8~3.0、1.6~3.0、2.3~3.0,该区间内塑性区随 η_2 的增加而不断增加, η_2 =3 时的最大塑性区尺寸分别 为 1.12、1.12、4.00 m。

在方案一和方案二中,选取轴向侧压 η2 为 0.3、

 1.5、3.0,在方案三中,选取 η₂ 为 0.6、1.5、3.0,将 3 种 方案下 η₁、η₂所对应的应力代入式 (7),得到不同侧
 压系数条件下的巷道塑性区形态如图 9 所示。

由图 9 可知, 在固定 η_1 =1 变化 η_2 情况下, 巷道 围岩塑性区形态均为圆形形态, η_2 值的增加仅仅带 来塑性区尺寸的改变, 而无形态的改变。同样, 当 η_1 =1.2 变化 η_2 情况下, 巷道围岩塑性区形态为类"竖 椭圆"形态。当 η_1 =2 变化 η_2 情况下, 孔洞围岩的塑 性区形态均为蝶形形态。

从上述3种方案分析可以得到如下规律:

固定 σ_x、σ_z 变化轴向应力 σ_y 的过程中, 巷道顶底 板、两帮、翼角处的塑性区均随着 η₂ 的增加呈现强 烈的区间效应, 都会伴随 η₂ 的增加呈现轴向应力影







图 9 三种不同方案下塑性区形态演化规律 Fig.9 Morphological evolution of plastic zone under three different schemes

响区、轴向应力无影响区、轴向应力影响区 3 种区间 效应。在轴向应力影响区间内,轴向侧压的增加或 减少对围岩的塑性区尺寸影响都会很大。

结合 2.1 的分析结果来看, 巷道围岩的塑性区形态由水平侧压 η₁ 决定, 轴向侧压 η₂ 对巷道围岩的塑 性区形态影响较小, 对尺寸影响较大。

2.3 数值模拟分析

为进一步说明上述数学手段分析结果的合理性, 采用有限差分软件 FLAC^{3D}7.0 进行数值模拟分析。 本文建立 X 轴、Y 轴、Z 轴长度分别为 40、0.8、40 m 的块体模型,采用放射状网格划分方式共生成单元 格 101 600 个,模型六面均采用位移约束,运算时间 设置为自动求解,不平衡率达到 10⁻⁵时运算停止。 本构模型采用 Mohr-Coulomb,具体岩层力学参数与 上文数学分析采用的参数完全一致。

由于篇幅有限, 仅对上文中 2.1 节与 2.2 节的 方案三进行模拟结果分析。数学分析与数值模拟 的塑性区形态对比如图 10 所示。通过数学分析与 数值模拟的塑性区特征对比图发现, 2 种分析手段 下的塑性区形态能够较好的吻合, 在不同的水平 侧压及轴向侧压条件下, 巷道围岩塑性区的形态 演化规律几乎完全一致, 均呈现圆形、椭圆形与蝶 形 3 种形态。计算顶底板、翼角及两帮的数据,与 上文数学分析所得的数据对比图如图 11a、图 11b 所示。

为了得出数学与数值分析下不同位置塑性区尺 寸变化的相关性,通过对比数学与数值模拟下不同 位置的塑性区尺寸,采用拟合度 R² 指标来衡量 2 种 分析手段的相关程度。

由图 11 可知,固定轴向侧压变化水平侧压的情况下,巷道两帮、翼角及顶底板的拟合度 *R*² 分别为 0.97、0.93、0.90;固定水平侧压变化轴向侧压的情况下,巷道两帮、翼角及顶底板的拟合度 *R*² 分别为 0.94、0.99、0.74。由相关性结果可以得出,6 组数据 中前 5 组数据的拟合程度都在 0.9 之上,说明巷道顶底板、两帮、翼角位置,数学分析与数值模拟分析所 得数据变化趋势基本一致。最后一组数据顶底板的 相关性较低是由于数值模拟塑性区的计算取决于单 元格大小,当两种 η 值所造成的破坏范围差值小于 单位单元格时,数值模拟默认破坏范围一致,即数值 模拟的网格依赖性问题,因此会出现部分 η 增加而 斜率不变的情况。

综合图 10 和图 11 中数值模拟与理论分析形态 及尺寸结果对比来看,当巷道围岩塑性区形态为圆





Fig.10 Mathematical analysis and numerical simulation of plastic zone morphology comparative analysis





Fig.11 Mathematical analysis and numerical simulation of plastic zone size comparative analysis

形或椭圆形时,数值模拟与理论分析所得塑性区尺 寸差值较小;当巷道为蝶形塑性区形态时,2种计算 结果的差值较大。这是由于数值模拟考虑了高偏应 力场下应力动态调整过程中塑性区会进一步扩大的 问题,而数学分析未能考虑该因素^[19]。由此可以认 为,在工程实践中,类似应力场条件下巷道围岩可能 产生更大的破坏。

综上分析可知,数学分析与数值模拟分析在塑

性区尺寸变化趋势及形态演化规律上吻合程度较高, 更进一步证明了数学算法的准确性。

3 巷道围岩塑性区稳定性因素分析

从式 (7) 可以看出, 巷道围岩塑性区尺寸除了会 受到三向应力环境的影响之外, 还会不同程度地受 围岩黏聚力 C、内摩擦角 φ、巷道半径 R 以及泊松 比 v 这几个因素的影响, 因此本节在上述已讨论围 岩应力对围岩稳定性影响的基础上,分析 *C*、φ、*R*、μ 四个参数对巷道围岩稳定性的影响规律。

3.1 黏聚力 C 对巷道围岩稳定性的影响

为分析黏聚力 C 对巷道围岩稳定性的影响, 设 定 σ_x=40 MPa, σ_y=12 MPa, σ_z=20 MPa, φ=30°, v=0.25, R=2 m, 分别将 C 为 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 MPa 代入式 (7), 得不同黏聚力时的围岩顶底板、 翼角、两帮塑性区尺寸以及塑性区形态, 如图 12 所示。





从图 12 左侧点线图可以看出,巷道顶底板、翼 角以及两帮的围岩塑性区尺寸均与黏聚力呈负相关, 而 3 个位置的变化速率却各不相同,随着黏聚力的 增加,顶底板塑性区尺寸的降幅分别为 5.62%, 5.66%, 5.92%, 6.29%, 1.95%, 2.16%, 2.52%, 翼角处的塑性区 尺寸降幅分别为 35.76%, 21.19%, 15.63%, 12.03%, 2.96%, 2.82%, 2.69%, 两帮的塑性区尺寸降幅分别 为 20.05%, 10.97%, 7.60%, 5.55%, 1.30%, 1.24%, 1.18%。由降幅可以看出,巷道 3 个位置对黏聚力变 化的敏感性有所差异,敏感性分别为翼角>顶底板> 两帮。从极坐标图中可以看出,随着黏聚力的增加, 塑性区蝶叶的退化速率逐渐减小,塑性区形态逐渐 由"蝶形"向"蝶形前态"转变。因此,黏聚力较大时, 巷道围岩的工程隐患下降,蝶形冒顶风险降低。

3.2 内摩擦角 φ 对巷道围岩稳定性的影响

为分析内摩擦角 φ 对巷道围岩稳定性的影响, 设定 σ_x=40 MPa, σ_y=12 MPa, σ_z=20 MPa, C=2 MPa, v=0.25, R=2 m, 分别将 φ 为 29°, 30°, 31°, 32°, 33°, 34°, 35°, 36°代入式 (7), 得不同内摩擦角时的围岩顶 底板、翼角、两帮塑性区尺寸以及塑性区形态如图 13 所示。

从图 13 点线图分析可知,巷道顶底板、翼角以 及两帮的围岩塑性区尺寸与内摩擦角呈反比关系。







随着黏聚力的增加,3个位置的围岩塑性区尺寸呈 不同速率变化,顶底板的塑性区尺寸减小幅值为 20.92%,12.82%,9.48%,2.90%,1.68%,1.58%,1.49%, 翼角处的塑性区尺寸减小幅值为 31.21%,20.27%, 15.72%,12.86%,2.86%,2.70%,2.54%,两帮的塑性区 尺寸减小幅值为 3.23%,3.13%,3.04%,2.94%,2.85%, 2.75%,2.65%。从减小幅值可以看出,随着内摩擦角 的增大,3个位置中翼角处敏感性最大,顶底板次之, 两帮最小。且同一内摩擦角下,三者之间的塑性区 尺寸始终为翼角>顶底板>两帮。从极坐标图中可以 看出,内摩擦角较小时,蝶叶随着内摩擦角的增加退 化速率较快,内摩擦角较大时,蝶叶退化速率逐渐减 小。因此,内摩擦角越大,围岩的稳定性越好。

3.3 半径 R 对巷道围岩稳定性的影响

为分析巷道半径 R 对巷道围岩稳定性的影响, 设定 σ_x=40 MPa, σ_y=12 MPa, σ_z=20 MPa, C=2 MPa, φ=30°, v=0.25, 分别将 R 为 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5 m 代入式 (7), 得不同巷道半径时的围岩顶底板、翼角、 两帮塑性区尺寸以及塑性区形态如图 14 所示。





由图 14 左侧点线图可以看出, 巷道顶底板、翼 角以及两帮的巷道围岩塑性区尺寸与巷道半径 R 呈 正相关关系, 且随着半径 R 的增加, 3 个位置处的敏 感性大小排序为翼角>顶底板>两帮。顶底板、翼角 处、两帮 3 个位置处的围岩塑性区增幅均为 25.00%, 20.00%, 16.67%, 14.29%, 12.50%。从极坐标图可以 看出, 随着半径 R 的增加, 蝶叶塑性区形态呈均匀扩 展。因此, 巷道断面越大, 围岩的塑性破坏越大, 顶 板发生冒顶的概率就越大。

3.4 泊松比 v 对巷道围岩稳定性的影响

由 2.2 节分析可知, σ, 对巷道围岩稳定性的影响 区域可分为轴向应力影响区和轴向应力无影响区, 在轴向应力无影响区内, 围岩塑性区尺寸与平面应 变下的蝶形破坏方程式 (4) 计算结果一致, 由式 (4) 可知, 泊松比 v 对巷道围岩的塑性区边界没有任何 影响, 由此可知, 在轴向应力影响区域内, 泊松比 v 不会对围岩的稳定性产生影响。

在轴向应力影响区内,为分析泊松比对巷道围 岩稳定性的影响,设定 σ_x=40 MPa, σ_y=12 MPa, σ_z= 20 MPa, C=2 MPa, φ=30°, R=2 m,分别将 v 为 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 代入式 (7),得不同巷道泊松比时的 围岩顶底板、翼角、两帮塑性区尺寸以及塑性区形态 如图 15 所示。





bility of roadway surrounding rock

由图 15 左侧点线图分析可知,巷道顶底板、翼 角以及两帮的巷道围岩塑性区尺寸受泊松比影响会 呈现不同的变化趋势,随着泊松比的不断增加,顶底 板的围岩塑性区尺寸呈先急剧减小后缓慢下降,在 ν=0.4 和 0.5 时塑性区尺寸均为 2.91 m,两帮的围岩 塑性区尺寸在 ν=0、0.1、0.2 时保持一致,均为 2.44 m, 从 ν=0.2 开始塑性区尺寸不断增加,翼角处的塑性区 尺寸不受泊松比的影响,塑性区值恒为 5.33 m,是因 为在式(1)中,当 θ=45°时,余弦函数的值为 0,轴向应 力仅受 σ, 值的影响。由极坐标图分析可知, 随着泊 松比的不断增加, 围岩较小应力(σ_z)方向的塑性区尺 寸不断减小, 较大应力(σ_x)方向的塑性区尺寸逐渐增 加。因此, 当泊松比较小时, 巷道冒顶的概率较大, 要特别注重对巷道顶板及翼角处的支护。

综合文章的第2章第3部分的分析来看,侧压 系数、黏聚力、内摩擦角、巷道设计半径、泊松比等 因素对巷道围岩的稳定性不尽相同。当侧压系数较 小时,围岩塑性区形态为圆形、椭圆形形态,侧压系 数较大时围岩塑性区形态会呈现蝶形形态,侧压系 数较大时围岩塑性区形态会呈现蝶形形态,即侧压 系数为影响巷道围岩稳定性的先决条件。内摩擦角、 黏聚力在合理参数范围内变化时,巷道最大塑性区 尺寸先呈指数型变化而后转变为线性变化;巷道半 径及泊松比在变化过程中最大破坏半径呈线性变化。 黏聚力 *C*、内摩擦角 *φ*、泊松比*v*、巷道半径 *R* 为影 响巷道围岩稳定性的主要条件。

4 对工程实践的指导

研究了轴向应力对巷道围岩稳定性的影响,当 水平侧压及轴向侧压较大(较小)时,围岩的塑性破 坏范围较大。研究可从以下2个方面指导工程实践。

4.1 巷道取向判据

在深部开采条件下,巷道布置的方向对围岩的 变形破坏具有很大影响,甚至在一定程度上超过支 护本身造成的影响^[20]。因此要依靠正确调整巷道方 向与应力场方向的关系,削减构造应力对围岩稳定 的影响。

当巷道旋转一定角度后受力分析如图 16 所示。 假设巷道沿 Y 轴布置,巷道初始轴向与 σ_y 平行, α 为 巷道旋转角,即 σ_y 与巷道轴向的夹角, S'_{xx} 为垂直巷 道帮部的应力, S'_{yx} 为平行巷道轴向的应力。



通过应力平衡方程及切应力互等定理可求得 S'xx、S'w的大小。再将巷道旋转后所处的三向应力

第 51 卷

S'_{xx}、S'_{yy}及 σ_z代入圆形巷道围岩塑性区边界隐性方 程式(7),便可求得不同旋转 α 角度下的围岩塑性区 大小。

因此在巷道掘进前,可根据地应力测试结果,依 据三向应力塑性区方程确定较优的巷道布置方向, 避免巷道布置在蝶形应力环境区域。

4.2 巷道灾害预测及治理

可依据理论公式判断某种三向应力环境下的围 岩塑性区形态,若围岩的塑性破坏产生蝶形塑性区, 要对蝶叶扩展部位进行加强支护。此外当巷道不可 避免的布置在高偏应力环境时,要通过工程手段如 高应力方向卸荷等来改善围岩的应力环境。

5 结 论

1) 在相同轴向侧压不同水平侧压条件下, 巷道 围岩塑性区尺寸变化分为迟钝区和敏感区, 且不同 水平侧压下围岩的塑性破坏会呈现圆形、椭圆形及 蝶形 3 种形态。

2) 在相同水平侧压不同轴向侧压条件下, 围岩 的塑性区尺寸变化呈现强烈的区间效应, 基于平面 应变求解下的塑性区尺寸将影响区间分为轴向应力 影响区和轴向应力无影响区, 在轴向应力影响区内, 轴向侧压随围岩的塑性区尺寸影响很大, 充分说明 了轴向应力的重要性。

3)水平侧压对围岩塑性破坏的尺寸影响较大, 轴向侧压对塑性破坏的形态几乎无影响,对塑性区 尺寸影响较大。

4)巷道围岩的黏聚力、内摩擦角越大,围岩各个 位置的塑性区尺寸越小,冒顶风险越低。围岩的塑 性区尺寸会随着巷道半径的增加呈等差数列增长。 在轴向应力无影响区内,巷道围岩的塑性区尺寸不 会受到泊松比的影响,在轴向应力影响区内,翼角处 的塑性区尺寸恒为定值,随着泊松比的增加,围岩塑 性破坏向围压较大一侧方向扩展。

参考文献(References):

- [1] 赵志强,马念杰,刘洪涛,等.巷道蝶形破坏理论及其应用前景[J].中国矿业大学学报,2018,47(5):969-978.
 ZHAO Zhiqiang, MA Nianjie, LIU Hongtao, *et al.* A butterfly failure theory of rock mass around roadway and its application prospect[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2018,47(5):969-978.
- [2] 康红普, 徐 刚, 王彪谋, 等. 我国煤炭开采与岩层控制技术发展40 a 及展望[J]. 采矿与岩层控制工程学报, 2019, 1(2): 7-39.
 KANG Hongpu, XU Gang, WANG Biaomou, *et al.* Forty years development and prospects of underground coal mining and strata

control technologies in China[J]. Journal of Mining and Strata Control Engineering, 2019, 1(2): 7–39.

- [3] 张学言, 闫澍旺. 岩土塑性力学基础[M]. 天津: 天津大学出版社, 2004.
- [4] 李 季,强旭博,马念杰,等. 巷道围岩蝶形塑性区蝶叶方向性形成机制及工程应用[J]. 煤炭学报, 2021, 46(9): 2838-2852.
 LI Ji, QIANG Xubo, MA Nianjie, *et al.* Formation mechanism and engineering application of the directionality of butterfly leaf in the butterfly plastic zone of roadway rock surrounded[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(9): 2838-2852.
- [5] 赵志强. 大变形回采巷道围岩变形破坏机理与控制方法研究[D]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2014.
 ZHAO Zhiqiang. Mechanism of surrounding rock deformation and failure and control method research in large deformation mining roadway[D]. Beijing: China University of Mining and Technology (Beijing), 2014.
- [6] 尹光志, 鲁 俊, 张东明, 等. 真三轴应力条件下钻孔围岩塑性区及增透半径研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(S1): 1-10.
 YIN Guangzhi, LU Jun, ZHANG Dongming, *et al.* Study on plastic zone and permeability-increasing radius of borehole surrounding rock under true triaxial stress conditions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(S1): 1-10.
- [7] 侯公羽,牛晓松. 基于Levy-Mises本构关系及Hoek-Brown屈服准则的轴对称圆形巷道理想弹塑性解[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(4): 765-777.

HOU Gongyu, NIU Xiaosong. Perfect elastoplastic solution of axisymmetric cylindrical cavity based on Levy-Mises constitutive relation and Hoek-Brown failure criterion[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(4): 765–777.

- [8] 师皓宇. 龙门山断裂带形成的力学机制及其量化分析[D]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2020.
 SHI Haoyu. Mechanics mechanism and its quantitative analysis of the formation of longmenshan faults[D]. Beijing: China University of Mining and Technology (Beijing), 2014.
- [9] SHI H Y, MA Z K, ZHU Q J, *et al.* Comparison of shape characteristics of plastic zone around circular tunnel under different strength criteria[J]. Journal of Mechanics, 2020, 36(6): 1–8.
- [10] 马念杰,侯朝炯.采准巷道矿压理论及应用[M].北京:煤炭工业 出版社,1995.
- [11] 邹银辉,程 波.煤岩受载过程与瓦斯渗透特性映射规律试验研究[J].煤炭科学技术,2019,47(11):224-230.
 ZOU Yinhui, CHENG Bo. Experimental study on mapping mechanism of loading process of rock and coal and gas permeability[J]. Coal Science and Technology, 2019, 47(11): 224-230.
- [12] 赵洪宝,程 辉,王 磊,等.非静水压力条件下巷道围岩偏应 力场分布特征与围岩破坏规律[J].煤炭学报,2021,46(2): 370-381.

ZHAO Hongbao, CHENG Hui, WANG Lei, *et al.* Distribution characteristics of deviatoric stress field and failure law of road-way surrounding rock under non-hydrostatic pressure[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(2): 370–381.

[13] 尹光志,鲁 俊,李 星,等.应力Lode角对砂岩变形特性影

响[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(9): 2081-2091.

YIN Guangzhi, LU Jun, LI Xing, *et al.* Influence of stress Lode angle on deformation characteristics of sandstone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(9): 2081–2091.

- [14] 尹光志, 鲁 俊, 李 星, 等. 中间主应力对砂岩扩容及强度特性影响[J]. 煤炭学报, 2017, 42(4): 879-885.
 YIN Guangzhi, LU Jun, LI Xing, *et al.* Influence of intermediate principal stress on dilation and strength characteristics of sand-stone[J]. Journal of China Coal Society, 2017, 42(4): 879-885.
- [15] 施维成,朱俊高,代国忠,等. 球应力和偏应力对粗粒土变形影响的真三轴试验研究[J]. 岩土工程学报,2015,37(5):776-783.

SHI Weicheng, ZHU Jungao, DAI Guozhong, *et al.* True triaxial tests on influence of spherical and deviatoric stresses on deformation of coarse-grained soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(5): 776–783.

[16] 骆开静,董海龙,高全臣.考虑流变和中间主应力的巷道围岩变形分区[J].煤炭学报,2017,42(S2):331-337.
 LUO Kaijing, DONG Hailong, GAO Quanchen. Deformation division for surrounding rock of circular roadway by considering

rheology and the intermediate principal stress[J]. Journal of China Coal Society, 2017, 42(S2): 331–337.

- [17] 郑雨天. 井巷和钻孔周围三维应力场的简化模式[J]. 煤炭学报, 1982, 7(4): 74-80.
 ZHENG Yutian. Simplified model of three-dimensional stress field around borehole and roadway[J]. Journal of China Coal Society, 1982, 7(4): 74-80.
- [18] 郑颖人. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [19] 李永恩, 郭晓菲, 马念杰, 等. 孔洞围岩塑性区边界计算的理论 研究现状与分析评价[J]. 煤炭科学技术, 2021, 49(5): 141-150.

LI Yongen, GUO Xiaofei, MA Nianjie, *et al.* Research status and evaluation of theoretical calculation of plastic zone boundary for hole surrounding rock[J]. Coal Science and Technology, 2021, 49(5): 141–150.

[20] 孙玉福.水平应力对巷道围岩稳定性的影响[J].煤炭学报, 2010,35(6):891-895.

SUN Yufu. Affect of horizontal stress on stability of roadway surrounding rock[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(6): 891–895.