

煤炭加工与环保



移动扫码阅读

冯泽宇,董宪姝,陈茹霞. 基于分形特征的煤泥滤饼孔渗关系模型研究[J]. 煤炭科学技术, 2023, 51(10): 312-322.

FENG Zeyu, DONG Xianshu, CHEN Ruxia. The relationship between permeability and pore structure of coal slime filter cake based on fractal characteristics[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(10): 312-322.

基于分形特征的煤泥滤饼孔渗关系模型研究

冯泽宇¹,董宪姝²,陈茹霞²

(1. 太原理工大学 安全与应急管理工程学院, 山西 太原 030024; 2. 太原理工大学 矿业工程学院, 山西 太原 030024)

摘要: 建立滤饼复杂微观孔隙结构特征与宏观渗流行为的相关关系是解决煤泥脱水困难的重要基础。为了真实、精确、直观地表征滤饼孔隙结构特征并建立其孔-渗关系模型, 选取煤泥复杂组分中的精煤、石英、高岭石和蒙脱石 4 种主要矿物为研究对象, 分别对其进行加压过滤试验并对其滤饼样品进行 CT 扫描成像, 构建三维数字滤饼并提取孔隙网络模型, 最终实现了滤饼孔隙结构的三维显示和定量表征, 深入对比分析了经典 KC 方程和双重分形渗透率模型在滤饼渗透率计算方面的局限性, 基于分形理论、Hagen-Poiseuille 定律和 Darcy 定律, 结合低场核磁共振技术引入束缚水饱和度和孔隙形状分形维数, 对现有分形渗透率模型进行修正, 建立了滤饼微观渗透率预测模型, 结果表明: 煤泥滤饼中矿物成分非常复杂, 各个矿物所形成的滤饼具有明显的特征差异, 精煤和石英脱水效果最佳, 精煤滤饼的孔径分布以大孔为主, 但内部存在一定量的孤立小孔, 连通性一般, 孔隙迂曲度最低, 石英滤饼孔隙率最大, 连通性最高, 但迂曲度较大; 蒙脱石和高岭石所形成的滤饼, 孔隙数量极少, 而且多由 10 μm 以下的细孔所组成, 迂曲度较大, 连通性也较差, 脱水十分困难; 煤泥滤饼以狭窄条状分布为主, 且孔径较小, 总体孔隙率较低, 连通性差, 迂曲度高, 脱水困难。滤饼微观渗透率预测模型对石英和精煤滤饼渗透率预测精度高, 相对误差分别为 1.34% 和 1.15%, 对于复杂组分的煤泥滤饼以及高岭石滤饼, 其渗透率预测误差能够控制在 5% 之内, 而且蒙脱石滤饼渗透率的计算误差也可降低至 13.42%。

关键词: 煤泥; 脱水; 滤饼; 孔隙结构; 渗透率

中图分类号: TD94 文献标志码: A 文章编号: 0253-2336(2023)10-0312-11

The relationship between permeability and pore structure of coal slime filter cake based on fractal characteristics

FENG Zeyu¹, DONG Xianshu², CHEN Ruxia²

(1. College of Safety and Emergency Management Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;

2. College of Mining Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: Establishing the correlation between the complex microscopic pore structure characteristics of the filter cake and the macroscopic seepage behavior is an important basis for solving the difficulty of coal slime dewatering. In order to characterize the pore structure of the filter cake accurately, four main minerals in the coal slime such as clean coal, quartz, kaolinite and montmorillonite were used as the research objects. The samples were scanned and imaged by CT, a 3D digital filter cake was constructed and a pore network model was extracted. Finally, the 3D display and quantitative characterization of the pore structure of the filter cake was realized. The classical K-C equation and the double fractal permeability model were deeply compared and analyzed in the filter cake permeability calculation. Based on fractal theory, Hagen-Poiseuille law and Darcy's law, combined with low-field nuclear magnetic resonance technology, bound water saturation and pore shape fractal dimension were introduced, and the existing fractal permeability model was revised to establish a filter cake

收稿日期: 2022-12-19 责任编辑: 黄小雨 DOI: 10.13199/j.cnki.cst.2022-2207

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51820105006); 山西省基础研究计划(自由探索类)青年资助项目(202103021223081, 202203021212198)

作者简介: 冯泽宇(1991—), 男, 山西繁峙人, 讲师, 博士。E-mail: feng18636976878@163.com

通讯作者: 董宪姝(1964—), 女, 辽宁葫芦岛人, 教授, 博士生导师。E-mail: dxshu520@163.com

microstructure. The permeability prediction model, the results show that the mineral composition in the slime filter cake is very complex, the filter cake formed by each mineral has obvious characteristic differences, the dewatering effect of clean coal and quartz is the best, and the pore size distribution of the clean coal filter cake is in the order of large pores. Mainly, but there are a certain amount of isolated pores inside, the connectivity is average, the pore tortuosity is the lowest, the porosity of the quartz filter cake is the largest, the connectivity is the highest, but the tortuosity is large. The filter cake formed by montmorillonite and kaolinite, the number of their pores is very small, and most of them are composed of pores below 10 μm , with large tortuosity, poor connectivity, which cause the poor dewatering performance. The filter cake of coal slime is mainly distributed in narrow strips, and the pore size is small. The overall porosity is low, the connectivity is poor, the tortuosity is high, and dehydration is difficult. The filter cake micro-permeability prediction model has high prediction accuracy for the permeability of quartz and clean coal filter cake, with relative errors of 1.34% and 1.15%, respectively. For the complex composition of slime filter cake and kaolinite filter cake, its permeability prediction error can be controlled within 5%, and the calculation error of the permeability of the montmorillonite filter cake can also be reduced to 13.42%.

Key words: coal slime; dewatering; filter cake; pore structure; permeability

煤炭水分是连接煤炭流向与碳脉和估算煤炭相关 CO_2 排放量的关键环节, 煤炭高效脱水是实现“双碳”目标和推动煤炭资源绿色低碳发展的重要保障^[1-2]。近年来, 随着煤炭机械化开采的快速发展, 以及富矿资源的日益枯竭, 导致入选原煤中原生煤泥和次生煤泥的含量显著增加, 高泥化煤泥水具有黏土矿物含量高、颗粒比表面积大、表面负电性强、水化作用明显、毛细管作用强等特点, 致使煤泥滤饼水分偏高、过滤速度慢、过滤设备的工作效率低、煤泥利用价值低等问题^[3-5]。

为提高煤泥固液分离效率, 当前学者们围绕入料性质、药剂-颗粒相互作用、设备结构参数以及脱水工艺等多个方面进行了深入研究^[6-10], 然而, 现有研究多集中在相关影响因素的探究和宏观过滤效果的描述上, 而针对滤饼孔隙结构特性以及渗流机理的研究报道却较为罕见, 事实上, 诸多影响因素可以通过改变滤饼孔隙参数, 进而影响滤饼渗透率, 最终导致过滤性能的差异。当前研究滤饼结构的途径仍然以连续切片观察法为主^[11], 但是该方法是一种有损检测法, 且只能在二维平面内分析滤饼特性, 三维重建难度大。同时, 由于滤饼自身存在易松散、水分高、颗粒成分复杂等特征, 现有多孔介质孔隙结构表征方法, 譬如压汞法、氮气吸附法、核磁共振法、扫描电镜法等^[12-15] 由于样品制备或测试条件等方面的限制也难以用于微细矿物滤饼结构的表征分析当中, 如何实现滤饼结构的三维无损定量表征是选煤行业亟待解决的一大技术难题。

近年来, 随计算机科学和相关图像重建技术的进步, 显微 CT 技术凭借其成像精度高、易于重构、样品制备简单、无损检测等优势被快速推广到多孔介质研究领域当中, 为矿物颗粒和滤饼孔隙结构研究提供了强有力的支持^[16]。LIN 和 MILLER 将显微 CT 技术和 LBM 模拟相结合, 实现了精煤滤饼的

三维定量分析和孔隙网络模型构建, 并模拟计算了其渗透率^[17-18]。LI 等^[19] 通过 X 射线显微分析仪(3D-XRM) 分析了石英/高岭石絮体的结构和滤饼的孔隙率。FENG 等^[20] 在此基础上对石英矿物的滤饼的孔隙连通性、迂曲度、孔隙形状以及孔径分布等关键结构参数进行了提取和表征。以上研究为探索滤饼微观孔隙结构特征提供了新思路。此外, 如何建立滤饼微观结构与渗透性之间的关系也是一个仍在研究中的关键课题。目前主流的多孔介质渗透率预测模型包括经典 K-C 方程和分形渗透率模型, 由于经验系数的局限性和未充分考虑到孔隙结构参数的多样性和复杂性, 致使其适用性受到了限制^[21-24]。虽然先前学者对此做了大量的修正和优化, 但对于各向异性的多孔介质, 仍然无法准确地描述和预测其宏观渗透率。而对于滤饼这类高随机性复杂多孔介质的孔渗关系的报道更是少之甚少。

笔者以煤泥、精煤、高岭石、蒙脱石以及石英等矿物为研究对象, 分析了其过滤性能和渗透性的差异, 利用 CT 扫描技术, 研究了不同矿物颗粒的三维滤饼孔隙结构特性, 并结合核磁共振技术, 引入束缚水饱和度和孔隙截面形状分形维数, 对现有分形渗透率模型进行修正, 建立了滤饼微观渗透率预测模型, 以期完善固液分离理论与优化脱水操作等提供依据和借鉴。

1 试验材料与表征

试验中使用的煤泥来自山西焦煤集团公司西曲选煤厂的浓缩机底流样品, 质量浓度为 380 g/L, 该煤泥样品 45 μm 以下的微细矿物颗粒占 87.09%; $d_{50}=17.21 \mu\text{m}$, 灰分为 67.82%。使用 MiniFlex600 型 X 射线衍射仪对该煤样进行 XRD 分析, 其 XRD 图谱如图 1 所示。由 XRD 测试图谱结果可知, 煤泥中含有大量的高岭石、石英、蒙脱石、白云石、碳酸钙

等矿物质。为了进一步考察煤泥样品各组分对其滤饼孔隙结构和渗透率的影响,本文选取精煤、高岭石、蒙脱石以及石英纯矿物作为研究对象。其中,精煤样品来自于山西焦煤集团公司西曲选煤厂的浮选精煤,试验所用钠基蒙脱石 (Na-Mt) 原矿选自内蒙古赤峰市,高岭石为化学纯样品,纯度为 99%,石英样品为河北富彩纳米材料公司生产的高纯度石英 (SiO₂>99%)。采用 Microtrac S3500 激光粒度分析仪分别对试验样品粒度组成进行分析,结果如图 2 所示。由图 2 可知,精煤、石英、高岭石以及蒙脱石颗粒的中值粒径 d_{50} 分别为 31.71、32.48、18.5 和 0.48 μm 。

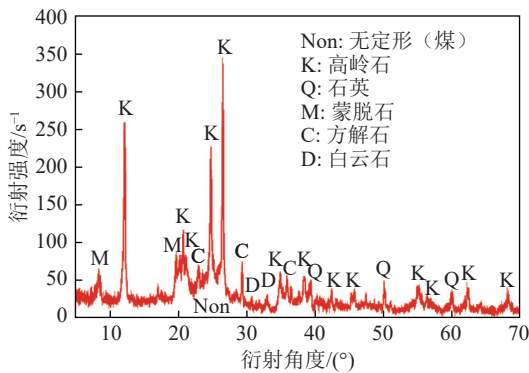


图 1 煤泥中矿物质的 XRD 分析

Fig.1 XRD analysis of minerals in coal slime

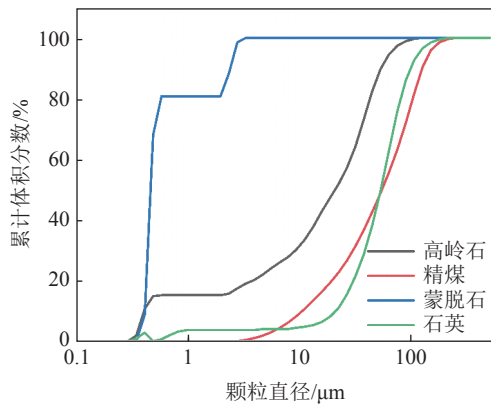


图 2 不同矿物的粒度分布

Fig.2 Particle size distribution of different minerals

2 试验方法

2.1 过滤试验

采用图 3 所示的试验室自主研发的智能加压脱水试验装置进行煤泥脱水试验,具体步骤如下:①量取 100 mL 煤泥水样品充分混合搅拌 5 min;②打开加压脱水机的空气压缩泵,调节压力,将煤泥水倒入样品池中,将样品池安装固定至脱水机内;③打开数据采集软件和智能加压脱水机启动开关,实时记录

滤液体积、过滤时间及压力变化值;④将滤饼放置在 105 $^{\circ}\text{C}$ 的烘箱内干燥并测量其水分;⑤根据公式 (1)和公式(2)分别计算滤饼渗透率和平均过滤速度,利用文献 [16] 中的方法计算滤饼比阻。

$$\frac{Q}{A} = -\frac{k \Delta P}{\mu L} \quad (1)$$

式中: Q 为流体流过滤饼的流量, m^3/S ; A 为过滤器截面积, m^2 ; k 为滤饼渗透率, m^2 ; μ 为滤液黏度, $\text{Pa}\cdot\text{s}$; ΔP 为滤饼两端的压差, Pa ; L 为渗流路径长度, m 。

$$u = \frac{V}{At} \quad (2)$$

式中: V 为滤液体积; A 为过滤面积; t 为过滤时间。

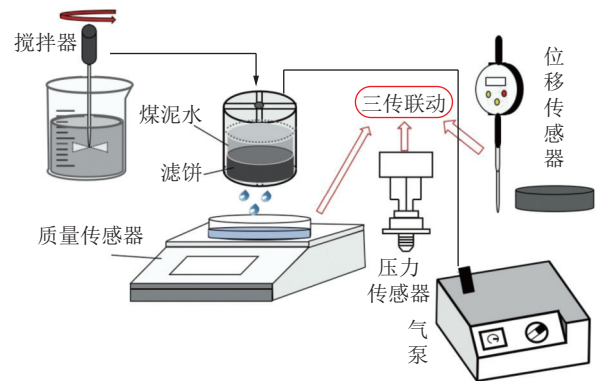


图 3 加压过滤装置

Fig.3 A schematic of the filtration experimental setup

2.2 CT 试验

利用 nanoVoxel-4000 高分辨 X 射线三维显微镜分别对不同矿物的滤饼样品进行 CT 分析,该 CT 扫描系统主要由 X 射线源、平板探测器、精密样品台、图像采集系统、三维图像重建和处理系统等组成。将聚丙烯圆管垂直向下插入压滤成型的滤饼进行取样,将夹有滤饼的采样器放置液氮罐中冷却 10 min,从液氮罐中取出采样器,立即放入冷冻干燥箱中冷冻 24 h 得到硬化后的滤饼,将试样固定在载物台上,打开主控计算机,开启 X 射线源,设置扫描电压为 70 kV,电流 40 μA ,曝光时间为 60 s,将旋转 360 $^{\circ}$ 后所获得的一系列投影图进行图像重构后得到滤饼样品的三维图像(图 4)。

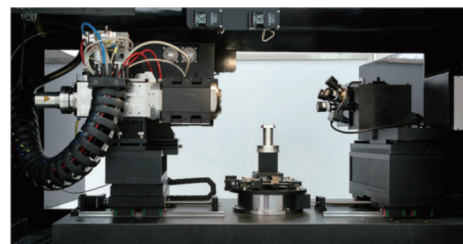


图 4 nanoVoxel-4000 系列 X 射线三维显微镜

Fig.4 NanoVoxel-4000 series X-ray 3D microscope

2.3 低场核磁共振试验

采用上海纽迈电子科技有限公司生产的 MacroMR12-150H-I 系列核磁共振分析仪对冷冻干燥后的滤饼试样(饱水状态下)进行低场核磁共振测试,采用 CPMG 序列采集样品信号值,测试参数设置如下:共振频率为 12.98 MHz,磁体强度 0.55 T,线圈直径为 25 mm,磁体温度为 32 ℃,回波数为 8 000,回波时间为 0.2 ms,采样等待时间为 3 000 ms,重复扫描次数为 32,试验在 25 ℃ 恒温环境下进行。采样结束后,等间隔对滤饼的回波曲线进行取点,并保存数据,采用 CONTIN 算法对滤饼样品的回波曲线进行反演得到样品 T2 分布曲线,对 T2 分布曲线中不同的峰进行积分,得到该部分水分的面积,即水分分布。

3 试验结果与讨论

3.1 过滤试验结果

为考察不同矿物的过滤脱水特性,分别对煤泥、精煤、高岭石、蒙脱石以及石英进行了加压过滤试验,以滤饼水分,滤饼比阻,滤饼渗透率及平均过滤速度为指标分别考察其过滤性能,试验结果见表 1。不同矿物的过滤结果表明,由于微细黏土矿物(蒙脱石和高岭石)粒度细,比表面积大、强亲水性和强表面电负性等特点,因而其过滤速度最慢,滤饼比阻和水分最高,煤泥样品由于集中了大量的黏土矿物,其体系十分稳定复杂,脱水也较为困难。而精煤和石英的粒度较大且分布集中,表面性质较为稳定,因此过滤

表 1 不同矿物的过滤性能分析结果

Table 1 Statistic results of filtration performance

样品	滤饼水分/%	滤饼比阻/ ($\text{m}\cdot\text{kg}^{-1}$)	渗透率/ ($10^{-12}\cdot\text{m}^2$)	平均过滤速度/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
蒙脱石	67.73	4.96×10^{13}	3.65×10^{-7}	1.35×10^{-6}
高岭石	39.67	2.17×10^{13}	1.84×10^{-3}	4.55×10^{-6}
石英	17.48	9.80×10^8	3.73	1.47×10^{-3}
精煤	19.31	4.58×10^8	1.74	7.81×10^{-4}
煤泥	29.65	1.13×10^{10}	0.25	8.27×10^{-5}

速度最快,滤饼比阻和水分最低。

3.2 CT 试验结果

在 AVIZO 2019 软件中利用三维中值滤波算法对 5 种不同矿物滤饼的 CT 灰度图像进行滤波增强处理,以提高图像质量,便于后续图像分割及定量分析,并利用 Interactive Thresholding 模块与 Interactive Top-Hat 模块相结合的图像分割方法对微米级 CT 灰度图像进行二值化分割(图 5),划分出孔隙和矿物颗粒基质,将孔隙区域用蓝色渲染并进行三维重构(图 6、图 7),依据分割结果计算各滤饼的孔隙率,并与气测法所测结果进行对比,以验证 CT 方法的准确性和可行性。使用 Axis Connectivity 命令模块对滤饼孔隙连通性进行分析,分别统计滤饼多孔介质当中的联通孔隙、孤立孔隙以及颗粒的体积,最后计算孤立孔隙占总孔隙的体积比例及连通孔隙的体积比,5 种矿物滤饼的孔隙连通性分析结果见表 2,进一步利用 Separate Objects 功能将相互连接的整体孔

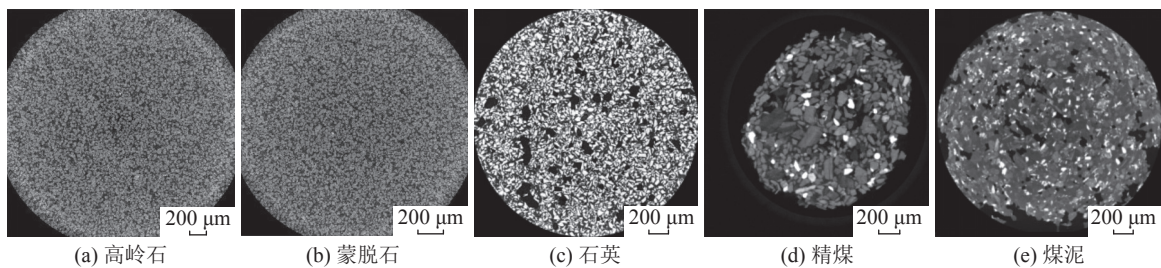


图 5 不同矿物滤饼的原始二维切片

Fig.5 Original two-dimensional slice images of cakes with different mineral

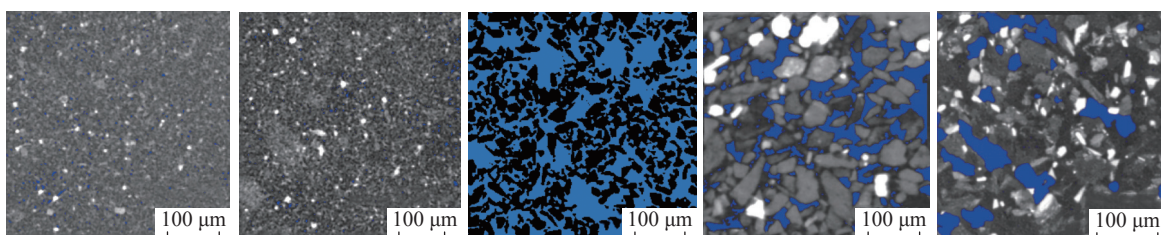


图 6 CT 图像阈值分割结果

Fig.6 Threshold segmentation results of cakes

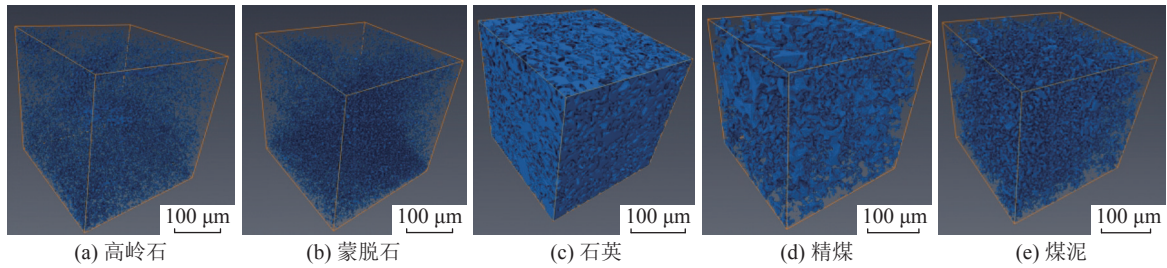


图 7 滤饼孔隙空间三维重构结果

Fig.7 Three-dimensional reconstruction results of filter cake pore space

表 2 孔隙连通性分析结果

Table 2 Analysis results of pore connectivity

样品	实测孔隙率/%	总孔隙率/%	有效孔隙率/%	孤立孔比例/%
高岭石	6.34	6.22	5.11	17.81
蒙脱石	5.18	5.73	3.89	32.09
石英	50.33	51.14	49.82	2.58
精煤	40.06	41.15	38.58	6.24
煤泥	16.93	18.18	16.52	9.13

隙分割为单一的对象(图 8),并用于孔隙特征定量分析,分别统计不同矿物滤饼的孔隙率和连通性以及孔径分布,结果分别如表 2 和图 9 所示,使用 Auto Skeleton 命令将孔隙空间的体素骨架转换为由节点和线段组成的孔隙中轴线图,其中节点是分支点和端点,而线段是连接节点的曲线(图 10),并计算各个

样品的孔隙迂曲度(图 11)。

以上结果表明:CT 扫描方法能够准确地提取和分割滤饼图像内的颗粒基质和孔隙空间,其孔隙率测试结果与气测法结果吻合良好。石英和精煤滤饼孔隙率最高且连通性最佳,孤立孔比例最低,而高岭石和蒙脱石滤饼孔隙最低,且连通性极差,孤立孔所占比例较大,煤泥滤饼有效孔隙率较低,连通性较差;蒙脱石滤饼孔隙尺寸最小,10 μm 以下孔径占到 90% 以上,高岭石滤饼的孔径也较细,煤泥滤饼孔道较狭窄,孔径略大于粘土矿物滤饼,而精煤滤饼的平均孔径最大,石英次之,且以 10~30 μm 的大孔为主;煤泥滤饼的迂曲度最大,精煤滤饼迂曲度最小,石英次之,而蒙脱石和高岭石滤饼由于孔隙数量较少,孔径较小的原因导致迂曲度也较大。

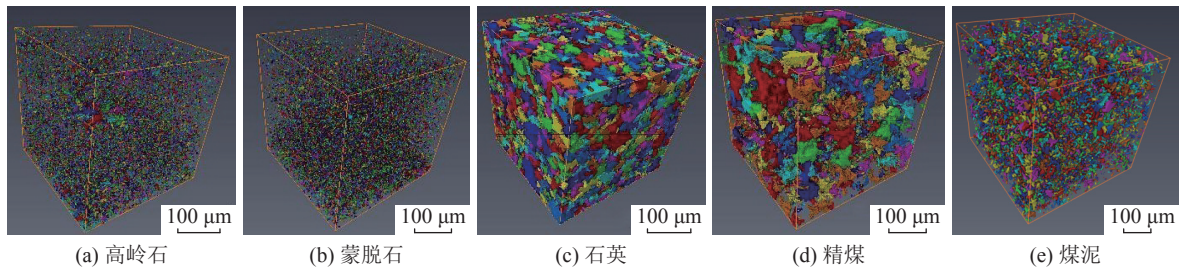


图 8 滤饼孔隙空间分割结果

Fig.8 Filter cake pore space segmentation results

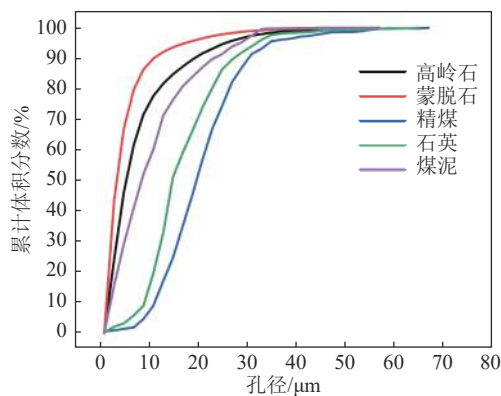


图 9 样品孔径累计分布

Fig.9 Cumulative distribution of sample pore size

3.3 现有渗透率模型的验证

在微细矿物过滤过程中,流体在滤饼中的渗流往往会受到其自身孔隙结构的控制,考察滤饼微观结构对其渗透率的影响并建立两者之间的相关关系是评价宏观过滤性能的重要基础。目前广泛使用的渗透率预测模型仍然以 KC 方程为主,其表达式如下:

$$K = \frac{\phi^3}{k(1-\phi)^2 S^2} = \frac{\phi^3}{36k(1-\phi)^2} d^2 \quad (3)$$

其中, K 为多孔介质的渗透率; ϕ 为多孔介质的孔隙率; S 为颗粒的比表面积; d 为颗粒粒径; k 为常数,经验系数,随材料变化而变化,对于均匀固定的颗粒床, k 通常取 5,对于快速移动的床层, k 近似为 3.36。

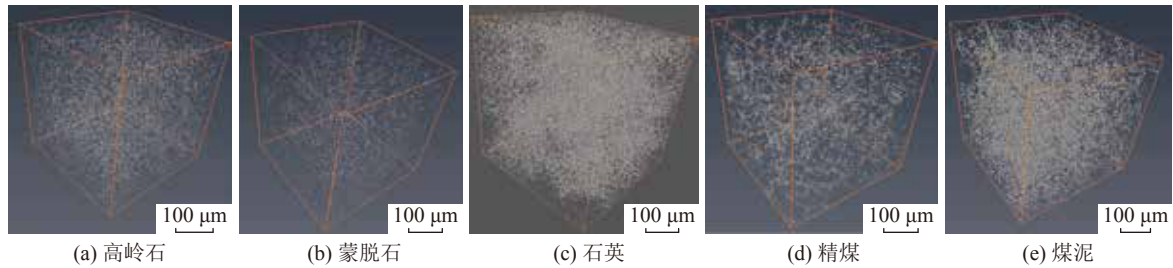


图 10 不同矿物滤饼的孔隙中轴线提取结果

Fig.10 Extraction results of pore central axis of cakes with different minerals

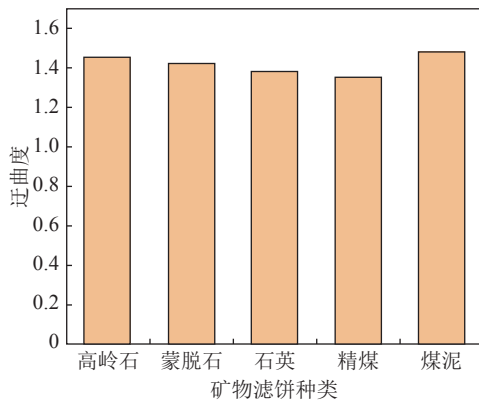


图 11 不同矿物滤饼的孔隙迂曲度计算结果

Fig.11 Calculation results of pore tortuosity of cakes with different minerals

众所周知, KC 方程虽被广泛应用于众多领域的多孔介质渗透率预测中, 但 KC 常数是一个没有明确物理意义的经验常数, 且研究表明 KC 常数是一个依赖于微观孔隙结构参数的变量, 该方程自提出以来就被不断修正以改进其计算精度。分形作为描述复杂、无规、非线性物体的可行理论工具, 逐渐替代传统欧氏几何方法被广泛用于描述多孔介质微结构, XU 和 YU^[25] 根据分形几何理论并结合毛管束模型提出了具有分形特征的 KC 方程, 具体表达形式如方程(4)所示:

$$K = \frac{(\pi D_f)^{(1-D_f)/2}}{128} \frac{[4(2-D_f)]^{(1+D_f)/2}}{3-D_f+D_T} \left(\frac{\varphi}{1-\varphi} \right)^{(1+D_f)/2} \lambda_{\max}^2 \quad (4)$$

式中: K 为渗透率; D_f 为孔径分布分形维数; D_T 为孔隙迂曲度的分形维数; φ 为孔隙率; λ_{\max} 为多孔介质中的最大孔径。区别于其它渗透率模型, 该模型考虑到孔隙特征中孔隙大小分布分形维数 D_f 和孔道迂曲度分形维数 D_T 及孔隙率三个重要参数对渗透率的影响, 更加接近实际流动情况, 也得到了具有分形形式的 KC 常数, 称之为双重分形渗透率模型。

首先将滤饼孔隙率和颗粒平均粒径(d_{50})的数据导入 KC 方程中, 分别将 k 值取为 5 和 3.36, 计算 5

块不同矿物的滤饼渗透率。同时, 滤饼孔隙是一种具有高随机性和复杂性的多孔微结构, 因此亦使用双重分形渗透率模型对滤饼渗透率进行了预测, 来评价这 2 种模型在滤饼渗透率预测方面的适用性及可靠性。表 3 为采用双重分形模型以及 KC 方程对不同矿物滤饼渗透率的预测以及与实测渗透率之间的比较, 由表 3 可知, 当 k 值取为 5 时, KC 方程会低估滤饼的渗透率, 且整体预测误差较大。当 k 值取为 3.36 时, K-C 模型的预测值和测量值之间的误差有所减小, 预测精度一定程度上也得到了改善, 但是整体预测结果与实测值仍存在较大误差, KC 模型的误差可归因于经验方法确定的 KC 常数和粒径。先前学者指出 KC 模型是基于等径且笔直平行毛细管束模型开发的, 而实际滤饼孔隙是包含复杂曲折度和孔径分布特征的, 同时, KC 常数是针对均匀球形颗粒填充床的假设而提出的, 实际滤饼中沉积颗粒的尺寸范围很广, 取决于沉积矿物的压实和分选特性, 在实际工程应用中, 颗粒直径 d 亦或比表面积 S 是很难确定的, 且很难使用控制粒径来反映实际的颗粒分布情况, 因此, 将 k 值作为常数来预测其渗透率显然是不合理的。表 3 数据同样表明, 双重分形渗透率模型整体预测精度明显优于 KC 方程, 对精煤和石英滤饼的渗透率预测值与实测值较为接近, 但是对黏土矿物和煤泥滤饼的预测误差依旧较大, 由此可见, 双重分形渗透率模型依然难以胜任滤饼渗透率的预测, 其误差源可能是由以下原因引起的: 双重分形模型是基于 Hagen-Poiseuille 方程和 Darcy 定律而开发的, 而 Hagen-Poiseuille 方程是在单一圆柱毛细管束基础上所建立的, 未考虑到孔隙截面形状的影响作用。众所周知, 滤饼通常具有可压缩性, 其孔隙形状是非常复杂的, 往往取决于沉积颗粒自身的形状和排列方式, 将其孔隙截面形状简化为标准圆形显然是不合理的, 从而致使双重分形渗透率计算模型与实际测试结果存在的较大差异。

表3 不同渗透率模型预测结果对比
Table 3 Comparison of prediction results of different permeability models

样品	渗透率实测值/ ($10^{-12} \cdot \text{m}^2$)	KC方程 ($k=5$)	KC方程 ($k=3.36$)	双重分形模型 渗透率/($10^{-12} \cdot \text{m}^2$)
蒙脱石	3.65×10^{-7}	8.09×10^{-8}	1.20×10^{-7}	8.15×10^{-7}
高岭石	1.84×10^{-4}	3.49×10^{-4}	5.19×10^{-4}	2.93×10^{-4}
石英	3.73	2.88	4.28	3.14
精煤	1.74	0.85	1.27	1.91
煤泥	0.25	1.87×10^{-3}	2.78×10^{-3}	0.13

3.4 煤泥滤饼微观渗透率模型的修正

针对传统分形渗透率模型中将孔隙截面简化为圆形的理想化模型的局限性,根据分形理论建立的新型毛管束模型,从而建立一个包含孔隙形状分形维数的三重分形多孔介质渗透率模型。实际滤饼孔隙结构是由不规则截面形状的孔道组成,如图12所示,根据分形理论,对于二维空间内的不规则分形几何体,MANDELBROT^[26]提出垂直于流动方向单位截面中的毛管的孔隙面积 $A(\varepsilon)$ 和周长 $C(\varepsilon)$ 满足如下呈幂函数关系:

$$\alpha_D(\varepsilon) = \alpha_0 \varepsilon^{(1-D)/D} = \frac{[C(\varepsilon)]^{\frac{1}{D}}}{[A(\varepsilon)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{(2\pi r_c)^{\frac{1}{D}}}{(\pi r_a^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

式中, $C(\varepsilon)$ 为孔隙截面的周长; $A(\varepsilon)$ 为孔隙截面的面积; D 为形状分形维数; r_a 为截面面积当量半径; r_c 为截面周长当量半径。

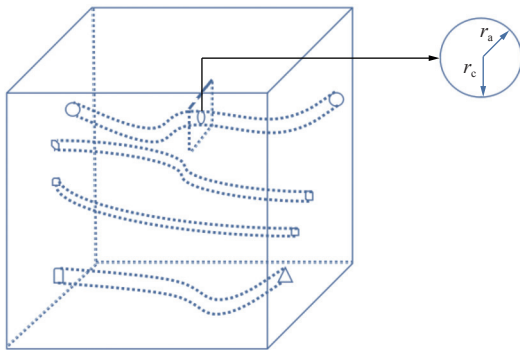


图12 实际多孔介质孔隙截面示意

Fig.12 Schematic diagram of pore section of porous media

将式(5)变形整理,可得:

$$r_c = \frac{1}{2} \pi^{\frac{D}{2}-1} \alpha_D(\varepsilon)^D r_a^D = b r_a^D \quad (6)$$

在 Hagen-Poiseuille 流动中,流体在孔道内作定常层流时,孔道内部具有相同速度梯度的流体,其黏滞阻力可表示为

$$F_V = \mu A_x \frac{dv}{dx} \quad (7)$$

式中: F_V 为流体黏滞阻力; μ 为流体的黏度; A_x 为具有相同速度梯度的流动层的层面积; dv/dx 为速度梯度。

A_x 又可写作:

$$A_x = 2\pi r_{cx} L_t = 2\pi r_{cx} \tau L_0 \quad (8)$$

其中, r_{cx} 为具有速度梯度 dv/dx 的流动层的周长当量半径; $L_t = \tau L_0$ 为孔道实际长度; L_0 为孔道直线长度; τ 为孔道迂曲度。

将式(6)和(7)联立得到:

$$F_V = 2\pi r_{px} \mu \tau L_0 \frac{dv}{dr_{ax}} \quad (9)$$

其中, r_{ax} 为速度梯度为 dv/dx 的渗流截面的面积当量半径。

此时,作用在同一流动截面上的流体驱动力为

$$F_d = \pi r_{ax}^2 (P_1 - P_2) = \pi r_{ax}^2 \Delta P \quad (10)$$

式中: F_d 为垂直截面流动的驱动力; P_1 和 P_2 分别为孔道两端的压力。当流体在做无加速度运动时,其驱动力等于黏滞阻力,即:

$$2\pi r_{cx} \mu \tau L_0 \frac{dv}{dr_{ax}} = -\pi r_{ax}^2 \Delta P \quad (11)$$

将式(5)代入公式(11)中,可得:

$$dv = -\frac{r_{ax}^2 \Delta P}{2\mu \tau L_0 r_{cx}} dr_{ax} = -\frac{r_{ax}^{2-D} \Delta P}{2b\mu \tau L_0} dr_{ax} \quad (12)$$

对上式积分可得:

$$v = -\frac{r_{ax}^{3-D} \Delta P}{2(3-D)b\mu \tau L_0} + C \quad (13)$$

式中, v 为当量半径为 r_{ax} 的截面中流体的流速; C 为积分常数。

当 $r_{ax} = r_a$ 时, $v=0$,则积分常数 C 为

$$C = \frac{r_a^{3-D} \Delta P}{2(3-D)b\mu \tau L_0} \quad (14)$$

联立公式(12)和(13),可得:

$$v = \frac{(r_a^{3-D} - r_{ax}^{3-D}) \Delta P}{2(3-D)b\mu \tau L_0} \quad (15)$$

将整个孔道中各层内的流量叠加,积分即可得到整个孔道内流体的流量:

$$q = \int_0^{r_a} v dA_{cx} = \int_0^{r_a} 2\pi r_{ax} v dr_{ax} = \frac{\pi}{2(5-D)b} \frac{\Delta P}{\mu} \frac{r_a^{5-D}}{\tau L_0} \quad (16)$$

其中, A_{cx} 为具有相同速度梯度的截面面积,因为截面的面积当量直径 λ 与当量直径 r_a 满足如下关系:

$$r_a = \lambda/2 \quad (17)$$

将上式代到式(16),可得整个孔道内流体的流量 $q(\lambda)$:

$$q(\lambda) = \frac{\pi}{2^{(6-D)}(5-D)b} \frac{\Delta P}{\mu} \frac{\lambda^{(5-D)}}{\tau L_0} \quad (18)$$

将孔径为 λ , 长度为 $L_t(\lambda)$ 的各孔隙中的流体流量 $q(\lambda)$ 相叠加, 进行积分即可得到所有孔道内的总流量 Q :

$$Q = - \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} q(\lambda) dN = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \frac{\pi}{2^{(6-D)}(5-D)b} \frac{\Delta P}{\mu} \frac{\lambda^{5-D}}{\tau L_0} D_f \lambda_{\max}^{D_f} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda \quad (19)$$

$$Q = \frac{\pi}{2^{(6-D)}(5-D)b} \frac{\Delta P}{\mu L_0^{D_f}} \frac{D_f}{4-D-D_f+D_T} \lambda_{\max}^{4-D+D_f} \times \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} \right)^{4-D+D_f+D_T} \right] \quad (20)$$

又因为 $\lambda_{\min} \ll \lambda_{\max}$, 因此 $\lambda_{\min}/\lambda_{\max}$ 是无限接近于 0 的, 引入多孔介质的横截面积 A_0 , 可以将式(20)写为

$$Q = \frac{\pi}{2^{6-D}(5-D)b} \frac{L_0^{1-D_f}}{A_0} \frac{D_f}{4-D-D_f+D_T} \lambda_{\max}^{4-D+D_f} \frac{A_0 \Delta P}{\mu L_0} \quad (21)$$

根据达西定律, 多孔介质孔隙内的流量 Q 为

$$Q = \frac{K A_0 \Delta P}{\mu L_0} \quad (22)$$

将式(21)和式(22)联立, 可得渗透率 K 为

$$K = \frac{\pi}{2^{6-D}(5-D)b} \frac{L_0^{1-D_f}}{A_0} \frac{D_f}{4-D-D_f+D_T} \lambda_{\max}^{4-D+D_f} \quad (23)$$

根据孔隙的分形标度律, 可知多孔介质的总孔面积 A_p 为

$$A_p = - \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \pi \frac{\lambda^2}{4} dN(\lambda) = \frac{\pi}{4} \frac{D_f}{2-D_f} \lambda_{\max}^2 (1-\phi_e) \quad (24)$$

则单元的总横截面面积 A_0 为

$$A_0 = \frac{A_p}{\phi_e} = \frac{\pi}{4} \frac{D_f}{2-D_f} \lambda_{\max}^2 \frac{(1-\phi_e)}{\phi_e} = L_0^2 \quad (25)$$

将公式(25)代入公式(23)当中, 可得多孔介质的有效渗透率为

$$K = \frac{(\pi D_f)^{(1-D_f)/2} [4(2-D_f)]^{(1-D_f)/2}}{2^{(6-D)}(5-D)b} \frac{1}{4-D-D_f+D_T} \times \left(\frac{\phi_e}{1-\phi_e} \right)^{(1-D_f)/2} \lambda_{\max}^{3-D} \quad (26)$$

式(26)即为三重分形渗透率的解析表达式, 在此简称 F_1 模型, 该方程不包含任何经验常数, 且每一项都有明确的物理意义, 它表明多孔介质的渗透率是一个关于微观孔隙结构参数(孔道迂曲度分形维数、孔径分布分形维数、孔隙形状分形维数以及有效孔隙率)的函数。在实际应用过程中, 孔隙形状分形

维数 D 可以通过 Mandelbrot 提出的分形几何体的周长和面积之间的相关关系来确定(公式(20)), 将 CT 扫描获取的滤饼二维切片图中的孔隙周长和面积进行统计并计算 $\lg P$ 和 $\lg A$, 在双对数坐标系下作图进行线性回归分析, 所得直线斜率的 2 倍即为 D 。将 CT 扫描获取的最大孔隙尺寸 λ_{\max} 和最小孔隙尺寸 λ_{\min} 代入公式(27)计算得到孔隙尺寸分形维数 D_f , 将迂曲度的数据代入公式(29)计算迂曲度分形维数 D_T , 再结合有效孔隙率 ϕ_e 的数据, 通过公式(26)计算各滤饼试样的渗透率, 结果见表 4。由表 4 可知, F_1 模型对于精煤和石英滤饼的适用性较好, 而对于蒙脱石、高岭石及煤泥滤饼的渗透率预测结果却并不合理, 原因在于黏土矿物颗粒表面具有强亲水和电负性, 水分子能够通过氢键在其表面发生水化作用形成水化膜及束缚水, 大量的束缚水会占据孔隙空间, 致使渗流有效通道锐减, 而 F_1 模型并未考虑束缚水对流体渗流的影响, 因此其计算结果必然会偏大, 必须对其进行修正, 排除束缚水占据的无效孔隙的影响, 才能用于黏土渗透系数的预测。

$$(P)^{\frac{1}{b}} = a_0 (A)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

$$D_f = 2 - \frac{\ln \phi_e}{\ln(\lambda_{\min}/\lambda_{\max})} \quad (28)$$

$$D_T = 1 + \frac{\ln \tau}{\ln(L_0/\lambda)} \quad (29)$$

表 4 滤饼渗透率实测值与预测值的对比

Table 4 Results of measured and calculated permeability

样品	水测渗透率/ ($10^{-12} \cdot \text{m}^2$)	三重分形模型 渗透率/($10^{-12} \cdot \text{m}^2$)	相对误差/%
蒙脱石	3.65×10^{-7}	5.12×10^{-7}	40.27
高岭石	1.84×10^{-4}	2.05×10^{-4}	11.41
石英	3.73	3.81	2.14
精煤	1.74	1.78	2.30
煤泥	0.25	0.27	8.00

3.5 滤饼束缚水饱和度的测定

为了束缚水占据总孔道的比例, 采用低场核磁共振分析仪分别测量五个滤饼样品的水分分布, 通过对弛豫信号进行反演得到各自的横向弛豫时间 T_2 分布曲线, 如图 13 所示。随着横向弛豫时间的增加, 将这些独立的峰代表的水分自左向右分为颗粒内部束缚水、颗粒间束缚水以及自由水, 各部分的面积和比例见表 5。结合图 13 和表 5 中数据分析可知, 蒙脱石因其特殊的 2:1 型层状晶体结构, 极易吸水

膨胀,因此其滤饼中颗粒内部存在大量的束缚水,颗粒间存在少量的束缚水,孔隙内自由水含量极低,说明其滤饼孔隙多为无效孔道;煤泥、石英和高岭石滤饼的 T2 反演图谱曲线上均存在颗粒内束缚水和自由水 2 个明显的波峰,其中,高岭石束缚水和自由水峰的位置更靠左,束缚水峰面积略大于石英,自由水峰面积略小于石英滤饼,说明高岭石颗粒更容易膨胀水化,滤饼内束缚水含量更高;煤泥颗粒成分复杂,黏土矿物含量较高,其滤饼内也存在大量的颗粒内束缚水;精煤滤饼 T2 图谱曲线在 100 ms 附近呈现一个尖锐的独立峰,在 3 ms 附近出现一个极其微弱的峰,表明其滤饼内几乎不存在束缚水,自由水含量极高,多为连通的有效孔道。

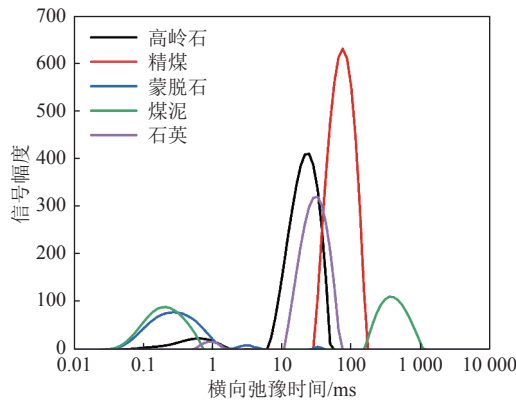


图 13 不同矿物滤饼的横向弛豫时间分布曲线
Fig.13 Transverse relaxation time distribution curve of different mineral filter cake

表 5 不同矿物滤饼的水分相态划分结果
Table 5 Results of water phase state partition of different mineral filter cake

样品	水分分类	峰面积	峰比例/%
精煤	颗粒间束缚水	1.911	0.038
	自由水	5 039.231	99.962
高岭石	颗粒内束缚水	297.618	7.604
	自由水	3 616.552	92.396
蒙脱石	颗粒内束缚水	1 201.01	95.396
	颗粒间束缚水	45.321	3.6
石英	自由水	12.642	1.004
	颗粒内束缚水	86.142	3.11
煤泥	自由水	2 683.294	96.89
	颗粒内束缚水	1 113.264	52.964
	自由水	988.665	47.036

为了量化束缚水的影响,引入束缚水饱和度的概念,对三重分形渗透率模型进行再次修正,假定束

缚水均匀地附着在毛细管的内壁上(图 14),则孔道内束缚水饱和度为

$$S_{wir} = \frac{V_{bound-water}}{V_{pore}} = \frac{\pi r_h^2 L_h - \pi r_f^2 L_h}{\pi r_h^2 L_h} = \frac{r_h^2 - r_f^2}{r_h^2} \quad (30)$$

式中: $V_{bound-water}$, V_{pore} 分别是束缚水体积和孔隙体积。重新排列公式(30)给出束缚水孔道半径 r_h 和孔道实际半径 r_f 之间的关系:

$$r_f = r_h \sqrt{1 - S_{wir}} \quad (31)$$

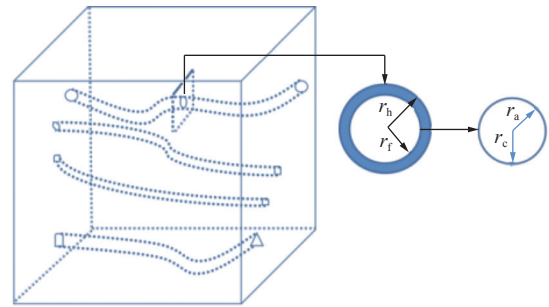


图 14 包含束缚水的多孔介质孔隙空间模型
Fig.14 Pore space model of porous media containing bound water

因此,在考虑束缚水存在时,渗透率模型中的面积当量直径 λ 应使用以下公式修正:

$$\lambda_f = \lambda \sqrt{1 - S_{wir}} \quad (32)$$

其中, λ_f 为修正后的实际当量直径,将上式代入式(18),可得包含束缚水饱和度的整个孔道内流体的流量 $q(\lambda)$:

$$q(\lambda) = \frac{\pi}{2^{(6-D)}(5-D)b} \frac{\Delta P}{\mu} \frac{(1 - S_{wir})^{\frac{5-D}{2}} \lambda^{(5-D)}}{\tau L_0} \quad (33)$$

将修正后的流量方程代入三重分形渗透率模型的解析表达式中,得到包含束缚水饱和度的三重分形渗透率模型,并将该模型命名为 F_{is} 模型,其表达式如下:

$$K = \frac{(\pi D_f)^{(1-D_f)/2} [4(2 - D_f)]^{(1+D_f)/2}}{2^{6-D}(5-D)b} \frac{3-D}{4-D-D_f+D_t} \times \left(\frac{\varphi_c}{1-\varphi_c} \right)^{(1+D_f)/2} \frac{1}{(1-S_{wir})^{\frac{3-D}{2}}} \lambda_{max}^{3-D} \quad (34)$$

将包含束缚水饱和度的三重分形渗透率模型应用到各个矿物滤饼渗透率的预测当中,将 CT 扫描和低场核磁共振获取到的各个中间参数通过公式(34)计算不同矿物滤饼的渗透率,结果见表 6。

由表 6 可知, F_{is} 模型对于不同矿物滤饼渗透率的计算精度明显优于 F_t 模型,对于石英和精煤滤饼的适用性最好,相对误差分别为 1.34% 和 1.15%,对

于高岭石及复杂组分的煤泥滤饼,其渗透率预测误差也可以控制在5%之内,而且蒙脱石渗透率的计算误差也从40.27%降低至13.42%。蒙脱石滤饼渗透率计算偏差是由于蒙脱石复杂的流变性所导致的,流体黏度 μ 的取值会对该模型的计算精度产生较大的影响。

表6 滤饼渗透率实测值和模拟值的对比
Table 6 Comparison of measured and simulated permeability of filter cake

样品	水测渗透率/ (10^{-12} m^2)	F_g 模型预测渗透率/ (10^{-12} m^2)	预测相对误差/%
蒙脱石	3.65×10^{-7}	3.16×10^{-7}	13.42
高岭石	1.84×10^{-4}	1.92×10^{-4}	4.34
石英	3.73	3.78	1.34
精煤	1.74	1.76	1.15
煤泥	0.25	0.242	3.59

本文推导了包含孔隙截面形状和束缚水饱和度的滤饼有效渗透率模型,该模型相对于传统K-C方程,双重分形渗透率模型以及三重分形渗透率模型而言,该方程不包含任何经验常数,将较容易准确测得的孔隙参数和计算变量有机的结合起来,具有确切的物理意义,能够实现对复杂矿物滤饼渗透率的精准预测。值得注意的是,该模型是在基于牛顿流体和稳定层流的前提所建立的,为了扩大其适用范围,可以将流体以及流动的非线性因素(比如湍流情况、非牛顿流体等)考虑到模型中,以期进一步为煤泥高效固液分离提供科学依据和支持。

4 结 论

1) 蒙脱石和高岭石的过滤速度最慢,滤饼比阻和水分最高,煤泥的过滤速度较慢,滤饼比阻和水分较高,而精煤和石英的过滤速度最快,滤饼比阻和水分最低。

2) 精煤滤饼的孔径分布以大孔为主,但内部存在一定量的孤立小孔,连通性一般,孔隙迂曲度最低;石英滤饼孔隙率最大,连通性最高,但孔径较小,迂曲度较大;煤泥滤饼孔隙以狭窄条状分布为主,且孔径较小,总体孔隙率较低,连通性差,迂曲度高;而蒙脱石和高岭石类黏土矿物所形成的滤饼,孔隙数量极少,而且多以 $10 \mu\text{m}$ 以下的细孔所组成,迂曲度较大,连通性也较差。

3) K-C方程和双重渗透率分形模型对滤饼渗透率的预测误差都较大,误差来源于未考虑滤饼孔隙截面形状以及束缚水饱和度对渗透率的影响。通过

引入孔隙截面形状分形维数推导的三重分形渗透率模型对石英和精煤滤饼渗透率的预测误差控制在2.55%和2.05%,然而对于蒙脱石、高岭石及煤泥滤饼的渗透率预测结果却明显偏大。

4) 滤饼微观渗透率预测模型不仅对纯矿物滤饼渗透率预测精度高,而且对于复杂组分的煤泥滤饼,其渗透率预测误差也可以控制在5%之内,而且蒙脱石渗透率的计算误差也从40.27%降低至13.42%。

参考文献(References):

- [1] 胡振琪, 理源源, 李根生, 等. 碳中和目标下矿区土地复垦与生态修复的机遇与挑战[J]. 煤炭科学技术, 2023, 51(1): 474-483.
HU Zhenqi, LI Yuanyuan, LI Gensheng, *et al.* Opportunities and challenges of land reclamation and ecological restoration in mining areas under carbon neutral target[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(1): 474-483.
- [2] 周宏强, 宗 召, 毕传祥, 等. 碳中和愿景下潘三选煤厂的发展方向研究[J]. 煤炭加工与综合利用, 2021(9): 11-14.
ZHOU Hongqiang, ZONG Zhao, BI Chuanxiang, *et al.* Research on the development direction of Pansan Coal Preparation Plant under the vision of carbon neutrality[J]. *Coal Processing & Comprehensive utilization*, 2021(9): 11-14.
- [3] KHAZAIE A, Mazarji M, Samali B, *et al.* A Review on coagulation/flocculation in dewatering of coal slurry[J]. *Water (Basel)*, 2022, 14(6): 918.
- [4] 张 辰, 马晓敏, 樊玉萍, 等. OP/TX表面活性剂对煤泥加压脱水效果及滤饼结构的影响[J]. 煤炭科学技术, 2023, 51(6): 275-285.
ZHANG Chen, MA Xiaomin, FAN Yuping, *et al.* Effect of OP/TX emulsifiers on the effectiveness of pressurised dewatering of coal slurry and the structure of the filter cake[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(6): 275-285.
- [5] 陈茹霞, 樊玉萍, 董宪姝, 等. 复合助滤剂对煤泥表面改性及滤饼结构的影响[J]. 中国矿业大学学报, 2021, 50(6): 1195-1203.
CHEN Ruxia, FAN Yuping, DONG Xianshu, *et al.* The influence of composite filter aid on the surface modification and filter cake structure of coal slime[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2021, 50(6): 1195-1203.
- [6] FENG Zeyu, FAN Yuping, DONG Xianshu, *et al.* Permeability estimation in filter cake based on X-ray microtomography and Lattice Boltzmann method[J]. *Separation and Purification Technology*, 2021, 275: 119114.
- [7] 闵凡飞, 任 豹, 陈 军, 等. 基于水化膜弱化促进煤泥脱水机理及试验研究[J]. 煤炭学报, 2020, 45(1): 368-376.
MIN Fanfei, REN Bao, CHEN Jun, *et al.* Mechanism and experimental study on promoting coal slime dewatering based on weakening of hydration layer[J]. *Journal of China Coal Society*, 2020, 45(1): 368-376.
- [8] 刘国强, 刘文礼, 王东辉, 等. 蒙脱石水化膨胀抑制对煤泥水过滤的影响[J]. 煤炭学报, 2018, 43(S2): 553-559.
LIU Guoqiang, LIU Wenli, WANG Donghui, *et al.* Effect of inhib-

- iting montmorillonite hydration swelling on coal slurry filtration[J]. *Journal of China Coal Society*, 2018, 43(S2): 553-559.
- [9] GUO Zhimin, LIU Jiandong, LEI Zhiwu, et al. Enhancement of flocculant-aided filtration performance of coal tailings under alternating low and high shear rates[J]. *Powder Technology*, 2022, 399.
- [10] EJTEMAEI M, RAMLI S, OSBORNE D, et al. Synergistic effects of surfactant-flocculant mixtures on ultrafine coal dewatering and their linkage with interfacial chemistry[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 232: 953-965.
- [11] 石常省, 谢广元, 张悦秋. 细粒煤压滤滤饼的微观结构分析[J]. *中国矿业大学学报*, 2006, 35(1): 99-103.
SHI Changsheng, XIE Guangyuan, ZHANG Yueqiu. Microstructure analysis of press filter cake of fine coal[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2006, 35(1): 99-103.
- [12] 徐吉钊, 翟成, 桑树勋, 等. 基于低场核磁共振技术的液态CO₂循环致裂煤体孔隙特征演化规律[J]. *煤炭学报*, 2021, 46(11): 3578-3589.
XU Jizhao, ZHAI Cheng, SANG Shuxun, et al. Low-field nuclear magnetic resonance (NMR)-based evolution law of pore characteristics of liquid CO₂-cycling cracked coal body[J]. *Journal of China Coal Society*, 2021, 46(11): 3578-3589.
- [13] ZHANG P, Lu S, Li J, et al. Comparisons of SEM, low-field NMR, and mercury intrusion capillary pressure in characterization of the pore size distribution of lacustrine shale: A case study on the dongying depression, Bohai Bay Basin, China[J]. *Energy & Fuels*, 2017, 31(9): 9232-9239.
- [14] YAO Yanbin, Liu Dameng. Comparison of low-field NMR and mercury intrusion porosimetry in characterizing pore size distributions of coals[J]. *Fuel*, 2012, 95: 152-158.
- [15] 王东辉. 基于滤饼孔隙结构的煤泥水过滤脱水机理与调控研究[D]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2018.
WANG Donghui. Study on the mechanism and regulation of coal slurry dewatering based on the pore structure of filter cake[D]. Beijing: China University of Mining & Technology(Beijing), 2018.
- [16] 冯泽宇. 微细矿物滤饼微观孔隙结构特征及渗流机理研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2021.
FENG Zeyu. Study on micro-pore structure and percolation mechanism of micro-mineral filter cake [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2021.
- [17] LIN C L, Miller J D. Pore structure analysis of particle beds for fluid transport simulation during filtration[J]. *International Journal of Mineral Processing*, 2004, 73(2): 281-294.
- [18] LIN C L, Miller J D. Pore structure and network analysis of filter cake[J]. *Chemical Engineering Journal*, 2000, 80(1-3): 221-231.
- [19] FENG Zeyu, DONG Xianshu, FAN Yuping, et al. Use of X-ray microtomography to quantitatively characterize the pore structure of three-dimensional filter cakes[J]. *Minerals Engineering*, 2020, 152: 106275.
- [20] LI Yijiang, XIA Wencheng, WEN Baofeng, et al. Filtration and dewatering of the mixture of quartz and kaolinite in different proportions[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2019, 555: 731-739.
- [21] XU P, YU B M. Developing a new form of permeability and Kozeny-Carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry[J]. *Advances in water resources*, 2008, 31(1): 74-81.
- [22] 陈孝君. 低渗砂岩储层孔隙结构模型构建与运输机理研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2019.
CHEN Xiaojun. Pore structure modeling and transport mechanism of low permeability sandstone reservoir [D]. Beijing: China University of Geosciences, 2019.
- [23] HENDERSON N, JC Brëtta, Sacco W F. A three-parameter Kozeny -Carman generalized equation for fractal porous media[J]. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(15): 4432-4442.
- [24] 房营光, 陈建, 谷任国, 等. 基于有效比表面积修正的Kozeny-Carman方程在黏土渗透中的适用性研究[J]. *岩土力学*, 2020, 41(8): 2547-2554.
FANG Yingguang, CHEN Jian, GU Renguo, et al. Applicability of Kozeny-Carman equation based on effective specific surface area correction in clay infiltration[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, 41(8): 2547-2554.
- [25] 徐鹏, 邱淑霞, 姜舟婷, 等. 各向同性多孔介质中Kozeny-Carman常数的分形分析[J]. *重庆大学学报(自然科学版)*, 2011, 34(4): 78-82.
XU Peng, QIU Shuxia, JIANG Zhouting, et al. Fractal analysis of Kozeny-Carman constant in isotropic porous media[J]. *Acta Chongqing University(Natural Sciences)*, 2011, 34(4): 78-82.
- [26] 聂笃宪, 曾文曲, 文有为. 分形维数计算方法的研究[J]. *微机发展*, 2004, 14(9): 17-19,22.
NIE Duxian, ZENG Wenqu, WEN Youwei. Study on the calculation method of fractal dimension[J]. *Computer Development*, 2004, 14(9): 17-19,22.