Međunarodno matematičko natjecanje “Klokan bez granica” 2023. g.

Međunarodno matematičko natjecanje “Klokan bez granica” dvadesetpeti se put održalo 16. ožujka ove godine, ponovno pod pokroviteljstvom Hrvatskog matematičkog društva.

Natjecanje je održano u 623 osnovne i 88 srednjih škola, a učenici su se natjecali podijeljeni u sedam kategorija: **P**čelice, **L**eptirići, **E**coliers, **B**enjamins, **C**adets, **J**uniors i **S**tudents. Ukupno se natjecalo 39 305 učenika.

Natjecalo se 8493 učenika II. razreda osnovne škole (**P**), 7771 učenik III. razreda osnovne škole (**L**), 11 497 učenika IV. i V. razreda osnovne škole (**E**), 6837 učenika VI. i VII. razreda osnovne škole (**B**), 2974 učenika VIII. razreda osnovne škole i I. razreda srednje škole (**C**), 1318 učenika II. i III. razreda srednje škole (**J**) i 415 učenika IV. razreda srednje škole (**S**).

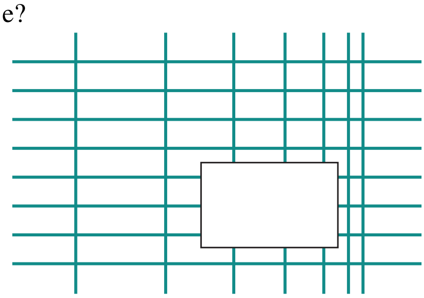
Sljedeći zadatci mogu vas upoznati s ovogodišnjim natjecanjem i korisno poslužiti kao priprema za novo natjecanje koje će se održati 21. ožujka 2024. godine.

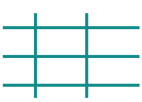
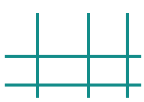
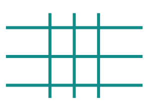
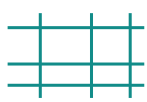
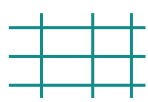
Koordinatorica natjecanja, Maja Marić

Zadatci za učenike 8. razreda osnovne i 1. razreda srednje škole (Cadet)

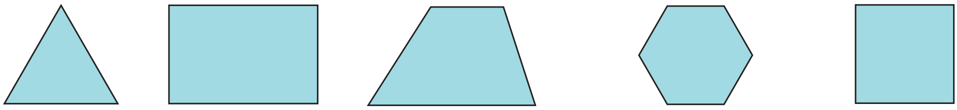
Pitanja za 3 boda:

1. Na slici je prikazan skup horizontalnih i vertikalnih linija s jednim uklonjenim dijelom. Koji dio nedostaje?



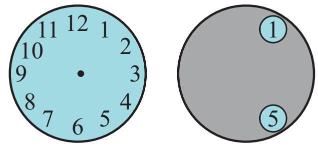
A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

2. Koji se od oblika ne može jednom ravnom crtom podijeliti na dva trapeza?



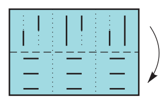
A. trokut **B.** pravokutnik **C.** trapez **D.** pravilni šesterokut **E.** kvadrat

3. Preko ure je postavljen sivi krug s dva otvora, kao što je prikazano na slici. Potom je sivi krug zarotiran oko svog središta tako da se u jednome od otvora pojavio broj 8. Koja se dva broja mogu pojaviti u drugome otvoru?



A. 4 ili 12 **B.** 1 ili 5 **C.** 1 ili 4 **D.** 7 ili 11 **E.** 5 ili 12

4. Kristina ima komad prozirnog papira s istaknutim crtama. Što može vidjeti nakon što papir presavije duž iscrtkane linije?

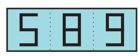


A. 

B. 

C. 

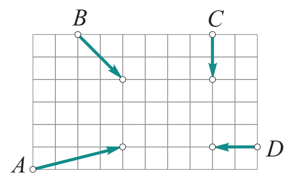
D. 

E. 

5. Ivan ima 150 novčića. Kad ih baci na stol, njih 40 % pokazuje glavu, a njih 60 % pismo. Koliko kovanica koje pokazuju pismo treba okrenuti da bi isti broj kovanica pokazivao pismo i glavu?

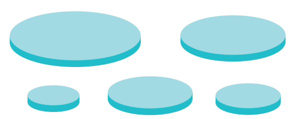
A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 25 **E.** 30

6. Dijagram prikazuje početni položaj, smjer kretanja i koliko se pomakne svaki od četiri automobila A, B, C i D u pet sekundi. Koja će se dva automobila sudariti?



A. A i B **B.** A i C **C.** A i D **D.** B i C **E.** C i D

7. Ana ima pet kružnih diskova različitih veličina. Odlučila je izgraditi toranj pomoću tri diska tako da svaki disk u tornju bude manji od onog ispod njega. Koliko je različitih tornjeva mogla izgraditi na taj način?



A. 5 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10 **E.** 15

8. U tablicu na slici Maja želi upisati brojeve od 1 do 8 tako da zbrojevi brojeva u poljima budu u oba retka međusobno jednaki i da zbrojevi brojeva u poljima budu u svim stupcima međusobno jednaki. Koji će broj upisati u osjenčanu ćeliju ako je već upisala brojeva 3, 4 i 8?

	4		
3		8	

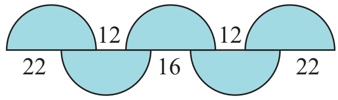
A. 1 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 7

Pitanja za 4 boda:

9. Sanja zapisuje uzastopne cijele brojeve. Zapisala je tri broja, no umjesto znamenaka koristila se simbolima te je zapisala □◇◇, ♡△△, ♡△□. Što bi sljedeće zapisala?

A. ♡♡◇ **B.** □♡□ **C.** ♡△◇ **D.** ♡◇□ **E.** ♡△♡

10. Na slici je prikazano pet sukladnih polukrugova i istaknute su duljine nekih dužina. Koliki je polumjer tih polukrugova?



A. 12 **B.** 16 **C.** 18 **D.** 22 **E.** 36

11. Neke bridove kocke treba istaknuti crvenom bojom tako da svaka strana kocke ima barem jedan crveni brid. Koji je najmanji mogući broj bridova koje je potrebno istaknuti crvenom bojom?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

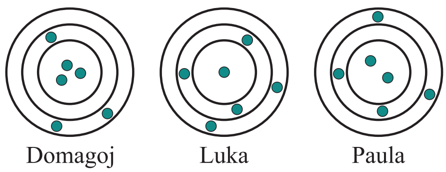
12. Pomoću šibica moguće je zapisati znamenke kao što je prikazano na slici. Koliko se različitih prirodnih brojeva može napisati na takav način ako se koristi točno šest šibica?

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8 **E.** 9

13. Zadan je kvadrat duljine stranice 1 cm. Koliko ima točaka ravnine koje su udaljene točno 1 cm od dva vrha tog kvadrata?

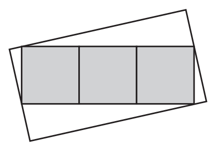
A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10 **E.** 12

14. Paula, Luka i Domagoj ispalili su svaki po šest strijela u metu. Pogodci unutar istog prstena nose isti broj bodova. Ako je Domagoj postigao 46 bodova, a Luka 34, koliko je bodova ostvarila Paula?



A. 37 **B.** 38 **C.** 39 **D.** 40 **E.** 41

15. Pravokutnik sastavljen od tri siva kvadrata, svaki površine 25 cm^2, nalazi se u bijelome pravokutniku kao što je prikazano na slici. Dva vrha sivoga pravokutnika polovišta su kraćih stranica bijeloga pravokutnika, a preostala dva vrha sivoga pravokutnika pripadaju duljim stranicama bijeloga. Kolika je površina bijeloga pravokutnika izražena u kvadratnim centimetrima?



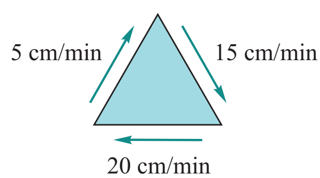
A. 125 **B.** 136 **C.** 149 **D.** 150 **E.** 172

16. Zbroj 2023 uzastopna cijela broja je 2023. Koliki je zbroj znamenaka najvećega od tih brojeva?

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 8

Pitanja za 5 bodova:

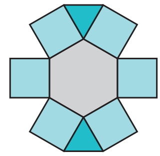
17. Mrav hoda duž stranica jednakostraničnog trokuta. Prosječne brzine kojima hoda duž svake od stranica su 5 cm/min, 15 cm/min i 20 cm/min. Kojom je prosječnom brzinom, izraženom u cm/min, mrav obišao cijeli rub trokuta?



A. 10 **B.** $\frac{80}{11}$ **C.** $\frac{180}{19}$ **D.** 15 **E.** $\frac{40}{3}$

18. Za sedam patuljaka Snjeguljica je organizirala natjecanje u šahu u kojemu je svaki patuljak odigrao jednu partiju sa svakim od preostalih patuljaka. U ponedjeljak je Ljutko odigrao jednu partiju, Kihavko dvije, Pospanko tri, Stidljivko četiri, Srećko pet, a Učo šest partija. Koliko je partija u ponedjeljak odigrao Glupko?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5



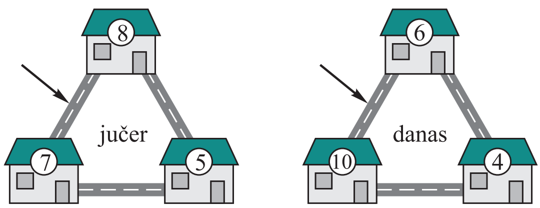
19. Lik na slici podijeljen je na dva trokuta, šest kvadrata i jedan šesterokut. Dona želi u ta polja upisati brojeve od 1 do 9 tako da umnožak brojeva u susjednim poljima ne bude veći od 15. Polja su susjedna ako imaju zajednički rub. Na koliko načina to može napraviti?

A. 12 **B.** 8 **C.** 32 **D.** 24 **E.** 16

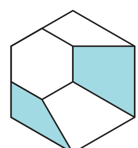
20. Vjeran stoji u redu u kojemu je broj osoba višekratnik broja 3. Primjećuje da je ispred njega isti broj osoba kao i iza njega. U redu vidi dva svoja prijatelja, oba stoje iza njega. Jedan od njih je na 19., a drugi na 28. mjestu. Na kojem je mjestu Vjeran?

A. 14. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 17. **E.** 18.

21. Nekoliko miševa živi u tri susjedne kuće. Sinoć je svaki miš napustio svoju kuću i preselio se u jednu od susjednih, uvijek se krećući najkraćim putem. Brojevi na slici pokazuju broj miševa u svakoj od kuća jučer i danas. Koliko je miševa koristilo put označen strelicom?

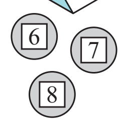


A. 9 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 16 **E.** 19



22. Pravilni šesterokut podijeljen je na četiri četverokuta i jedan manji, pravilni šesterokut. Površine osjenčanog dijela i malog šesterokuta u omjeru su $4 : 3$. Koliki je omjer površina malog i velikog šesterokuta?

A. $3 : 11$ **B.** $1 : 3$ **C.** $2 : 3$ **D.** $3 : 4$ **E.** $3 : 5$



23. Roč je zapisao šest uzastopnih brojeva na šest bijelih papirića, po jedan broj na svaki papirić. Zalijepio ih je na gornji i donji dio triju novčića, a zatim je tri puta bacio te novčiće. Pri prvom je bacanju vidio brojeve 6, 7 i 8 kao što je prikazano, a zatim ih je obojio crvenom bojom. U drugom bacanju zbroj brojeva koji je vidio bio je 23, a u trećem 17. Koliki je zbroj brojeva na preostala tri bijela papirića (koje nije obojio)?

A. 18 **B.** 19 **C.** 23 **D.** 24 **E.** 30

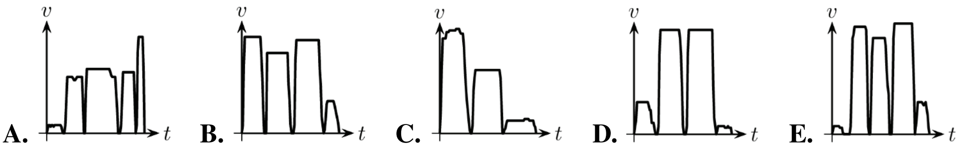
24. Za stolom sjedi dvostruko više djece nego odraslih. Kad bi svi odrasli otišli od stola, prosjek godina osoba za stolom smanjio bi se pet puta. Godine svih osoba su prirodni brojevi veći od 1, a zbroj godina odraslih je 156. Za koji bi najveći mogući broj osoba ove tvrdnje mogle biti istinite?

A. 9 **B.** 12 **C.** 15 **D.** 18 **E.** 21

Zadatci za učenike 2. i 3. razreda srednjih škola (Junior)

Pitanja za 3 boda:

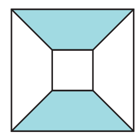
1. Marija je potrčala da uhvati autobus u kojemu se vozila dvije stanice, a zatim je prošetala do škole. Koji od danih v-t dijagrama najbolje opisuje njezino putovanje?



2. Prirodni su brojevi m i n neparni. Koji je od danih brojeva također neparan?

A. $m(n+1)$ **B.** $(m+1)\cdot(n+1)$ **C.** $m+n+2$ **D.** $m\cdot n+2$ **E.** $m+n$

3. Na slici su prikazana dva kvadrata, manji stranice duljine 4 i veći stranice duljine 10. Koji je dio velikoga kvadrata osjenčan?



A. 25 % **B.** 30 % **C.** 40 % **D.** 42 % **E.** 45 %

4. Danas je četvrtak. Koji će dan u tjednu biti za 2023 dana?

A. utorak **B.** srijeda **C.** četvrtak **D.** petak **E.** subota

5. Zbroj godina članova peteročlane obitelji iznosi 80. Dvoje najmlađih ima 6 i 8 godina. Koliki je bio zbroj godina članova ove obitelji prije sedam godina?

A. 35 **B.** 36 **C.** 45 **D.** 46 **E.** 66

6. Drvena ograda sastoji se od dasaka: svake dvije susjedne vertikalne daske spojene su s četiri horizontalne. Na oba kraja ograde nalaze se vertikalne daske. Koji bi od danih brojeva mogao biti ukupan broj dasaka od kojih se sastoji takva ograda?

A. 95 **B.** 96 **C.** 97 **D.** 98 **E.** 99

7. Brojeve a i b potrebno je zamijeniti prirodnim brojevima tako da vrijedi jednakost $\frac{a}{5}=\frac{7}{b}$. Na koliko se načina to može učiniti?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

8. Nakon odigranih 200 partija šaha, imam točno 49 % pobjeda. Koliko još najmanje partija trebam odigrati da bih imao točno 50 % pobjeda?

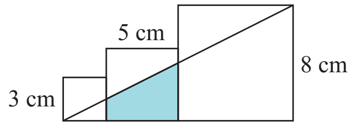
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

Pitanja za 4 boda:

9. Jasna pokušava smanjiti potrošnju vode. Skratila je vrijeme koje provede pod tušem za četvrtinu. Također, smanjila je pritisak vode tako da sada iz slušalice tuša voda izlazi za četvrtinu manjom brzinom. Koliko je Jasna ukupno smanjila potrošnju vode pri jednome tuširanju?

A. za $\frac{1}{4}$ **B.** za $\frac{3}{8}$ **C.** za $\frac{5}{8}$ **D.** za $\frac{5}{12}$ **E.** za $\frac{7}{16}$

10. Na slici su tri kvadrata stranica duljina 3 cm, 5 cm i 8 cm. Kolika je površina osjenčanog trapeza?

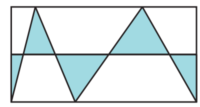


A. 13 cm^2 **B.** $\frac{55}{4}$ cm^2 **C.** $\frac{61}{4}$ cm^2 **D.** $\frac{65}{4}$ cm^2 **E.** $\frac{69}{4}$ cm^2

11. Žica duljine 95 m prerezana je na tri dijela tako da je svaki dio 50 % dulji od prethodnog. Koliko je dugačak najdulji dio?

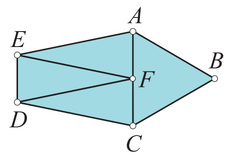
A. 36 m **B.** 42 m **C.** 45 m **D.** 46 m **E.** 48 m

12. Točke M i N polovišta su dviju stranica pravokutnika na slici. Koliki je dio pravokutnika osjenčan?



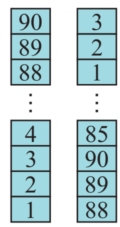
A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{3}$ **E.** $\frac{1}{2}$

13. Peterokut $ABCDE$ podijeljen je na četiri trokuta jednakih opsega. Trokut ABC je jednakostraničan, a trokuti AEF, DFE i CDF sukladni su jednakokračni trokuti. Koliki je omjer opsega peterokuta $ABCDE$ i opsega trokuta ABC?



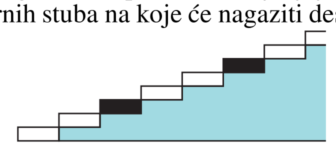
A. $2:1$ **B.** $3:2$ **C.** $4:3$ **D.** $5:3$ **E.** $5:2$

14. Na stolu se nalazi toranj blokova numeriranih od 1 do 90. Bojan uzima tri po tri bloka istovremeno s vrha toga tornja kako bi izgradio novi toranj, kao na slici. Koliko će blokova biti između onih numeriranih s 39 i 40 kada Bojan završi s gradnjom novoga tornja?



A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

15. Svaka treća stuba stubišta s 2023 stube obojena je crno. Prvih je sedam stuba prikazano na slici. Anita hoda uza stube ne preskačući ih. Počinje ili desnom ili lijevom nogom te ih prirodno izmjenjuje svakim korakom. Koji je najmanji broj crnih stuba na koje će nagaziti desnom nogom?



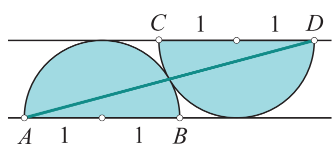
A. 0 **B.** 333 **C.** 336 **D.** 337 **E.** 674

16. Grupa studenata odgovarala je na tri pitanja. Na prvo je pitanje točan odgovor dalo 90 % studenata, na drugo pitanje 80 % studenata, a na treće pitanje 70 % studenata. Koji je najmanji postotak studenata zasigurno odgovorio točno na sva tri pitanja?

A. 30 % **B.** 35 % **C.** 40 % **D.** 50 % **E.** 70 %

Pitanja za 5 bodova:

17. Na slici su prikazane dvije polukružnice radijusa 1 koje se dodiruju. Njihovi promjeri $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ paralelni su. Koliko iznosi kvadrat udaljenosti točaka A i D?



A. 16 **B.** $8+4\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** 9 **E.** $5+2\sqrt{3}$

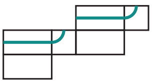
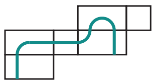
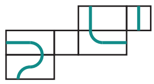
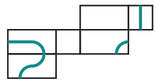
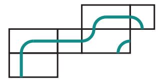
18. U Klokstroj unosimo niz od četiri broja. Klokstroj zatim ispisuje najmanji nenegativni cijeli broj različit od četiriju prethodno zapisanih brojeva te taj postupak ponavlja dok ga ne zaustavimo. Jakov je unio brojeve 2, 0, 2, 3. Koji će broj Klokstroj ispisati na 2023. mjestu?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

19. Iz pravokutnika s vrhovima u točkama $(0,0)$, $(100,0)$, $(100,50)$ i $(0,50)$ izrezan je krug radijusa 10 sa središtem u točki $(75,30)$. Koji je nagib pravca kroz točku $(75,30)$ koja raspolavlja preostalu površinu?

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{2}{5}$ **E.** $\frac{2}{3}$

20. Leon je nacrtao zatvorenu krivulju na kvadru, a zatim je kvadar razmotao u mrežu. Koja od danih mreža ne može biti mreža Leonova kvadra?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

21. Koliko ima troznamenkastih prirodnih brojeva za koje vrijedi da je razlika toga broja i zbroja njegovih znamenaka troznamenkast broj kojemu su sve znamenke međusobno jednake?

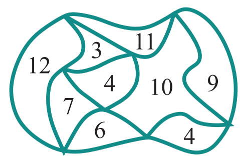
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 20 **E.** 30

22. Na koliko se različitih načina iz donje tablice može pročitati riječ BANANA? Iz svake se ćelije možemo pomaknuti u ćeliju koja s njom ima zajedničku stranicu. Ćelije je moguće posjetiti više puta.

B	*A*	*N*
A	*N*	*A*
N	*A*	*N*

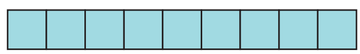
A. 14 **B.** 28 **C.** 56 **D.** 84 **E.** Ništa od navedenog.

23. Na slici je prikazana karta parka koji je podijeljen na područja. Unutar svakog područja upisan je njegov opseg u kilometrima. Koliki je opseg vanjskog ruba parka?



A. 22 km **B.** 26 km **C.** 28 km **D.** 32 km **E.** Ništa od navedenog.

24. Pia želi upisati prirodne brojeve od 1 do 9 u devet kvadratića na slici tako da zbroj brojeva u bilo koja tri susjedna kvadratića bude višekratnik broja 3. Na koliko to načina može učiniti?



A. 6^4 **B.** 6^3 **C.** 2^9 **D.** $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

E. $9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

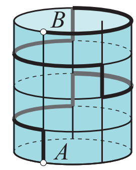
Zadatci za učenike 4. razreda srednje škole (Student)

Pitanja za 3 boda:

1. Izračunaj $\dfrac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$.

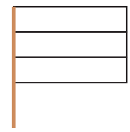
A. 1 **B.** $\frac{7}{10}$ **C.** $\frac{49}{10}$ **D.** $\frac{77}{110}$ **E.** 49

2. Mrav hoda po valjku visine 15 cm i opsega baze 30 cm. Krenuo je iz točke A, pomicao se samo vertikalno prema gore ili horizotalno po kružnim lukovima te došao do točke B, kako je prikazano na slici. Koliki je put mrav prešao?



A. 45 cm **B.** 55 cm **C.** 60 cm **D.** 65 cm **E.** 75 cm

3. Ema ima četiri različite bojice. Želi obojiti zastavu s tri pruge, kao na slici, tako da svaka pruga bude jedne boje te da nikoje dvije susjedne pruge ne budu iste boje. Na koliko to načina može napraviti?

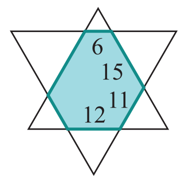


A. 24 **B.** 27 **C.** 32 **D.** 36 **E.** 64

4. Koliko ima prirodnih brojeva n koji su djeljivi samo s tri različita broja, i to brojevima 1, 2 i n?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

5. Dva su jednakostranična trokuta smještena tako da tvore šesterokut kojemu su nasuprotne stranice paralelne, kao na slici. Znamo duljine četiriju stranica toga šesterokuta. Koliko iznosi opseg šesterokuta?

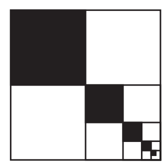


A. 64 **B.** 66 **C.** 68 **D.** 70 **E.** 72

6. Koliko parova prirodnih brojeva x i y zadovoljava jednadžbu $x+2y=2^{10}$?

A. 2^9-1 **B.** 2^9 **C.** 2^9+1 **D.** 2^9+2 **E.** 0

7. Kvadrat površine 84 podijeljen je na četiri sukladna kvadrata. Gornji lijevi obojen je crno. Donji desni ponovo je podijeljen na četiri sukladna kvadrata. Gornji lijevi obojen je crno. Ovaj proces ponavlja se u beskonačnost. Kolika je ukupna površina obojena crno?



A. 24 **B.** 28 **C.** 31 **D.** 35 **E.** 42

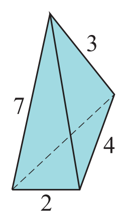
8. Pia želi upisati prirodne brojeve od 1 do 9 u devet kvadratića na slici tako da zbroj brojeva u bilo koja tri susjedna kvadratića bude višekratnik broja 3. Brojevi 7 i 9 već su upisani. Na koliko načina Pia može popuniti preostale kvadratiće?

	7		9					

A. 9 **B.** 12 **C.** 15 **D.** 18 **E.** 24

Pitanja za 4 boda:

9. Duljine bridova trostrane piramide prirodni su brojevi. Četiri duljine prikazane su na slici. Koliki je zbroj duljina preostalih dvaju bridova?



A. 9 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 12 **E.** 13

10. Za svaki prirodan broj n definiran je broj $n!$ kao umnožak svih prirodnih brojeva od 1 do n, primjerice $4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4$. Odredi zbroj znamenaka broja N za koji vrijedi $N! = 6!\cdot 7!$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 8 **E.** 9

11. Grafovi funkcija $y=x^3+3x^2+ax+2a+4$ prolaze kroz jednu zajedničku točku bez obzira na odabir parametra a. Odredi zbroj koordinata te točke.

A. 2 **B.** 4 **C.** 7 **D.** 8 **E.** Ništa od navedenog.

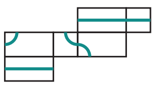
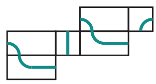
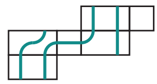
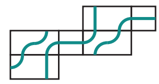
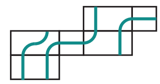
12. Dani su brojevi a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 čiji je zbroj S. Znamo da vrijedi $a_k = k + S$ za svaki $k \in \{1,2,3,4,5\}$. Koliko iznosi S?

A. $\frac{15}{4}$ **B.** $-\frac{15}{4}$ **C.** -15 **D.** 15 **E.** Ništa od navedenog.

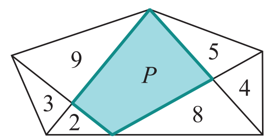
13. Koliko parova prirodnih brojeva m i n zadovoljava nejednakost $|2m - 2023| + |2n - m| \leqslant 1$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

14. Leon je nacrtao zatvorenu krivulju na kvadru, a zatim je kvadar razmotao u mrežu. Koja od danih mreža može biti mreža Leonova kvadra?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

15. Peterokut je podijeljen na manje dijelove kao što je prikazano na slici. Unutar svakog trokuta piše njegova površina. Kolika je površina osjenčanog četvrokuta P?



A. 15 **B.** $\frac{31}{2}$ **C.** 16 **D.** 17 **E.** 18

16. Koliko je prirodnih brojeva koji dijele broj $2^{20}3^{23}$, no ne dijele broj $2^{10}3^{20}$?

A. 13 **B.** 30 **C.** 273 **D.** 460 **E.** Ništa od navedenog.

Pitanja za 5 bodova:

17. Dvije realne funkcije realne varijable, f i g, zadovoljavaju jednadžbe $f(x) + 2g(1-x) = x^2$ i $f(1-x) - g(x) = x^2$. Odredi f.

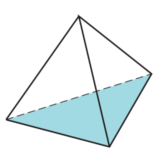
A. $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ **B.** $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ **C.** $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ **D.** $x^2 - 4x + 5$

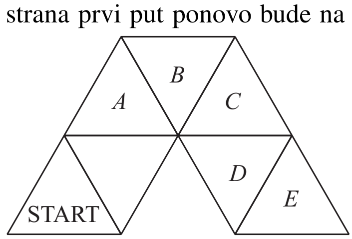
E. Ne postoje takve funkcije.

18. Na natjecanju u *boulderingu* 13 se penjača natječe u tri kruga. Rezultat svakog natjecatelja umnožak je njegovih plasmana u svakom od tri kruga. Primjerice, ako jedan penjač u prvom krugu bude 4., u drugom 3., a u trećem krugu 6., njegov je konačan rezultat $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Što je konačan rezultat veći, to je ukupni plasman niži. Hana je u dva kruga zauzela 1. mjesto. Koji je njezin najniži mogući ukupni plasman?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5. **E.** 6.

19. Jedna je strana pravilnog tetraedra obojena. Ta se strana na ploči postavi na polje START. Tetraedar sada pomičemo iz polja u polje rotirajući ga oko jednog brida. Na kojem će polju biti tetraedar kada obojena strana prvi put ponovo bude na ploči?



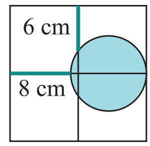


A. A **B.** B **C.** C **D.** D **E.** E

20. Funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zadovoljava nejednakost $f(x-5)+2 \leqslant x-2023 \leqslant f(x+4)-7$ za sve realne brojeve x. Odredi nultočku te funkcije.

A. 2016 **B.** 2020 **C.** 2021 **D.** 2023 **E.** 2025

21. Kvadrat je podijeljen na četiri sukladna kvadrata, kao na slici. Kružnica dodiruje desnu stranicu velikoga kvadrata u njezinom polovištu. Kolika je duljina stranice velikog kvadrata?



A. 18 cm **B.** 20 cm **C.** 24 cm **D.** 28 cm **E.** 30 cm

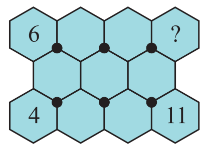
22. Koji je najveći zajednički djelitelj svih brojeva oblika

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3,$$

gdje je n prirodan broj?

A. $2^9 3^3$ **B.** $2^3 3^3 5^3$ **C.** $2^6 3^3 5^3$ **D.** $2^8 3^2 5^3$ **E.** $2^9 3^3 5^3$

23. Unutar šesterokuta na slici treba upisati sve prirodne brojeve od 1 do 11 tako da zbroj triju brojeva oko svake od šest crnih točaka bude jednak. Tri broja već su upisana. Koji će broj biti upisan u šesterokut s upitnikom?



A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 7 **E.** 9

24. Umnožak šest uzastopnih prirodnih brojeva dvanaestoznamenkast je broj oblika $\overline{abb\,cdd\,cdd\,abb}$, gdje su znamenke a, b, c i d također četiri uzastopna broja u nekom poretku. Koja je vrijednost znamenke d?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

Rješenja

Cadet

1. E	2. A	3. A	4. C	5. B	6. B	7. D	8. E
9. E	10. C	11. B	12. C	13. E	14. D	15. D	16. A
17. C	18. C	19. E	20. D	21. B	22. A	23. A	24. D

Junior

1. D	2. D	3. D	4. C	5. D	6. B	7. E	8. E
9. E	10. B	11. C	12. C	13. D	14. E	15. D	16. C
17. B	18. C	19. A	20. C	21. D	22. D	23. B	24. A

Student

1. C	2. E	3. D	4. B	5. D	6. A	7. B	8. E
9. C	10. A	11. E	12. B	13. B	14. D	15. C	16. C
17. A	18. B	19. E	20. B	21. A	22. E	23. E	24. C

Obavijesti se mogu dobiti na mrežnim stranicama HMD-a:

`http://www.matematika.hr/klokan/2023/`.