

Note

« La théorie des graphes : le cas du réseau routier de l'université Laval »

Denis Morin, Pierre Gauthier et Michel Bernatchez

Cahiers de géographie du Québec, vol. 20, n° 51, 1976, p. 551-559.

Pour citer cette note, utiliser l'information suivante :

URI: <http://id.erudit.org/iderudit/021335ar>

DOI: 10.7202/021335ar

Note : les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir.

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter à l'URI <https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/>

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. Érudit offre des services d'édition numérique de documents scientifiques depuis 1998.

Pour communiquer avec les responsables d'Érudit : info@erudit.org

LA THÉORIE DES GRAPHE : LE CAS DU RÉSEAU ROUTIER DE L'UNIVERSITÉ LAVAL

par

Denis MORIN, Pierre GAUTHIER et Michel BERNATCHEZ

Département de géographie, université Laval, Québec, G1K 7P4

À l'automne 1973, la direction de l'université Laval désirant limiter l'accès au trafic externe ou de transit sur le campus décidait d'instaurer un nouveau schéma de circulation. Une telle décision se justifiait du fait qu'un grand nombre d'automobilistes dont les occupations n'avaient rien en commun avec la Cité universitaire utilisaient le campus pour réduire le temps de déplacement de leur domicile vers leur lieu de travail et vice versa. L'avantage de traverser le campus provenait de l'existence d'un seul feu de circulation sur toute sa superficie.

Tout en favorisant les utilisateurs externes aux heures de pointe, cette situation provoquait pour les usagers du campus un ralentissement appréciable dans leurs propres déplacements. La solution consistait donc à rendre la circulation sur la Cité universitaire peu attrayante pour les utilisateurs externes. Des voies à sens unique furent ainsi établies là où auparavant existait une circulation à double sens.

L'objet de cette recherche est de vérifier la pertinence d'une telle décision en tenant compte du changement apporté au degré d'accessibilité de l'ensemble du campus ¹.

La théorie des graphes sera ici d'une grande utilité pour étudier les changements survenus dans le système de transport de la Cité universitaire. Cette théorie, surtout utilisée pour comparer à un moment précis des réseaux différents dans un espace donné, servira ici à étudier l'évolution temporelle d'un même réseau.

Plusieurs indices utilisés dans la théorie des graphes serviront à étudier les changements survenus dans l'accessibilité générale et l'efficacité de chacun des réseaux. Certains indices mesurent le réseau dans son ensemble (δ , μ et l'indice de dispersion) ², alors que d'autres indices mesurent les

¹ Il existe un diagramme de la répartition des automobiles sur le campus à l'heure de pointe entre 7.30 et 8.30 hres. Ce relevé a été effectué par la firme Vandry et Jobin avant la mise en place des sens uniques (automne 73). Un relevé précis de la circulation de transit aux heures de pointe du matin et du soir pourrait certainement appuyer concrètement les éléments de cette recherche.

² K. Kansky (1963) *Structure of Transportation Networks*, University of Chicago, Research Paper No. 84, 155 p.

éléments individuels des réseaux (les indices d'accessibilité)³. Cependant tous sont utiles à la compréhension des caractéristiques essentielles d'un réseau de transport donné et, en dernière analyse, de son efficacité réelle.

Les réseaux de transport de l'université Laval avant et après l'automne 73 sont figurés par des graphes connexes⁴ et les relations existant entre les divers noeuds⁵ par des matrices (figure 1).

MESURES DE L'EFFICACITÉ GÉNÉRALE DES RÉSEAUX

Le nombre cyclomatique (μ) : Le nombre cyclomatique est un indice valable de la structure spatiale des systèmes de transport. On l'exprime par la formule suivante :

$$\mu = e - v + p$$

où e : nombre d'arcs

v : nombre de sommets ou noeuds

p : nombre de composantes connexes

Cet indice possède deux propriétés importantes. « Premièrement, le nombre cyclomatique μ (G) d'un graphe G est égal au nombre de cycles élémentaires indépendants du graphe G. Deuxièmement dans un graphe connexe G, le nombre cyclomatique est égal au nombre maximum de circuits fondamentaux »⁶.

Cette formule appliquée au réseau du campus a donné les résultats qui suivent :

nouveau réseau	ancien réseau
e : 38	e : 48
v : 17	v : 17
p : 1	p : 1
μ : 22	μ : 32

Le nombre maximum de circuits fondamentaux a donc été réduit de près de $\frac{1}{3}$ par l'adoption du nouveau système, ce qui traduit une diminution de la complémentarité du nouveau système par rapport à l'ancien. Cette diminution de complémentarité provient du plus faible nombre d'arcs du nouveau réseau (38) par rapport à l'ancien (48). Une telle diminution se traduit toujours par une efficacité réduite. *Le diamètre (δ)* : « dans un graphe FINI G, connexe et sans boucles, le diamètre (δ) est la longueur du

³ C. Berge (1958) *Théorie des graphes et ses applications*, Paris, Dunod, 275 p.

⁴ Chaque noeud est relié à au moins 2 autres noeuds de réseau.

⁵ Chaque intersection constitue un noeud.

⁶ Berge, *op. cit.* p. 29.

chemin⁷ le plus long du graphe »⁸. L'indice est donné par la formule suivante :

$$\delta = \max_{\substack{x, y \in X \\ x \neq y}} d(x, y)$$

où δ est la longueur topologique entre les sommets x et y .

Le diamètre mesure l'étendue du graphe. « δ » augmente si l'étendue (nombre de sommets) du graphe augmente. Par contre, les graphes ayant des étendues égales et des connexités qui diminuent ont des valeurs diamétriques plus élevées. Il s'agit exactement de la situation qui se présente ici. Si le nouveau réseau a un diamètre de 6.0 alors que l'ancien en avait un de 5.0, c'est dû à une diminution du nombre d'arcs. Là aussi la situation s'est donc détériorée par l'augmentation topologique d'une unité i.e. d'un arc.

L'indice de dispersion

L'indice de dispersion nous donne la distance totale mesurée en terme d'arcs que représente le graphe si l'on parcourt chaque arc du graphe une

$$\text{seule fois. } D(N) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d(i, j)$$

où d est la distance topologique d'un sommet i à un sommet j .

Cette double sommation nous donne l'indice de dispersion recherché. Pour le nouveau réseau cet indice est de 823 alors qu'il n'est que de 765 pour l'ancien. La distance totale a donc augmenté, situation due à l'introduction des voies à sens unique.

LES INDICES D'ACCESSIBILITÉ

On doit distinguer ici deux types d'indices. Il y a d'abord ceux touchant le chemin le plus court et ensuite ceux influencés par le chemin réel.

Les indices d'accessibilité des noeuds pour le chemin le plus court

Il s'agit ici des indices de « Shimbél » un et deux (tableau 1).

La somme des rangées de la matrice des plus courts chemins nous donne une mesure d'accessibilité d'un noeud particulier à l'ensemble du système (SHIMBEL un). L'indice le plus faible est le noeud à partir duquel le système est le plus accessible. Avant l'automne 1973, le point à partir duquel le système dans son ensemble était le plus accessible est le point 6, c'est-à-dire l'entrée du boulevard Saint-Cyrille avec un total de 38 arcs (tableau 1 et figure 1). Après l'automne 73 l'accessibilité du système est devenue plus facile à partir du point 1, c'est-à-dire la jonction entre l'avenue de la Terrasse et l'avenue de la Médecine (figure 1). Ici aussi le total est

⁷ chemin : un ensemble fini d'arcs où chaque arc e_i est connexe avec l'arc $e_i - 1$ par un de ses sommets et avec l'arc $e_i + 1$ par un autre.

⁸ Kansky, *op cit.* p. 12.

de 38 arcs. Il y a donc eu un changement indéniable dans l'accessibilité du système à partir d'un point donné depuis l'avènement des voies à sens unique sur le campus.

L'indice de « Shimmel deux » quant à lui est la somme des colonnes de la matrice des plus courts chemins et donne la mesure d'accessibilité du système à un noeud particulier. Ainsi, avant tout changement, les noeuds les plus accessibles étaient les points 1 et 12, c'est-à-dire les accès par le chemin Sainte-Foy et par Du Vallon avec un total de 40 arcs chacun (figure 1) ; après l'automne '73, les points 18 et 16 sont devenus les noeuds les plus accessibles. Dans un cas l'entrée du Chemin Sainte-Foy conserve toute son importance alors que dans l'autre c'est l'entrée du boulevard

Tableau 1

*Tableau des indices d'accessibilité des noeuds pour le chemin le plus court **

Points	« Shimmel » un		« Shimmel » deux	
	avant	après	avant	après
1	39	41	<u>40</u>	44
2	41	48	44	47
3	45	61	46	52
4	44	52	46	60
5	40	41	42	47
6	<u>38</u>	39	44	48
7	40	46	48	44
8	50	59	43	52
9	47	52	44	59
10	42	65	44	46
11	41	<u>38</u>	45	44
12	44	44	<u>40</u>	49
13	57	57	47	52
14	53	41	47	45
15	52	—	50	—
16	44	44	48	<u>43</u>
17	48	53	47	48
18	—	42	—	43

* avant et après l'automne 1973.

Laurier qui prend la relève sur Du Vallon avec des totaux plus élevés que les précédents (43) (figure 1).

Les changements apparus lors du calcul des indices de « Shimbel » un et deux ne représentent en aucune façon une évolution défavorable ou non. Les indices en question ne servent qu'à traduire l'existence des changements opérés. Seule une *étude de flux* nous ferait connaître les arcs les plus utilisés et permettrait de découvrir des points de congestion possible.

Les indices d'accessibilité des noeuds pour le chemin réel.

Ces indices décrivent le nombre de circuits de diverses étapes qui peuvent être complétés à partir de chacun des points. Le point qui possède la valeur la plus élevée est celui qui a la plus grande importance dans l'ensemble du système.

Ces données résultent de l'élévation de la matrice à la puissance correspondant au diamètre (δ). Avant l'automne 73, le diamètre étant de 5, la matrice 1 fut élevée à la puissance cinq (5) alors que la matrice 2 fut élevée à la sixième (6e) puissance, ce dernier chiffre correspond au diamètre du nouveau système. C'est une des raisons pour laquelle nous ne pouvons comparer directement les données numériques pour chacun des points d'une période à l'autre (tableau 2).

Par contre il est intéressant d'étudier les changements apportés dans l'importance des noeuds par le passage d'un système à l'autre. Cette étude permet en effet de découvrir si ce sont les mêmes noeuds dans un cas comme dans l'autre qui jouent encore les rôles les plus importants. Ainsi, avant tout changement, les points jouant un rôle primordial dans le système étaient les points 2 et 3, c'est-à-dire la jonction entre l'avenue de la Terrasse et l'avenue du Séminaire d'une part et cette dernière avec la route séparant les 2 Tours avec respectivement des valeurs de 49 et 50. Ces points ont accès, par des déplacements en une, deux, trois, quatre ou cinq étapes, avec 49 ou 50 autres points du système. Comme il n'y a que 17 noeuds en tout dans notre étude ceci signifie qu'il y a plusieurs façons différentes d'atteindre la plupart des noeuds.

Les changements apportés dans la circulation sur le campus ont donné au point 11 (c'est-à-dire la jonction entre l'avenue de La Médecine et de La Terrasse) une importance toute nouvelle avec des valeurs de 87 et 76 comparativement à 36 et 29 auparavant. Il y a une, deux, trois, quatre, cinq ou six étapes. En ce qui concerne le nombre de noeuds (17) présents dans le système, la même remarque est aussi valable que celle du cas précédent. Les résultats sont quelquefois plus importants avant qu'après le changement étant donné que la matrice 2 est élevée à la sixième puissance alors que la matrice no 1 (avant automne 73) est élevée, quant à elle, à la cinquième puissance. Pour certains points, les valeurs ont diminué malgré une différence d'élévation des matrices, ce qui prouve encore une fois la diminution d'accessibilité de la majeure partie du système.

Tableau 2

*Tableau des indices d'accessibilité des noeuds pour le chemin réel **

Points	Somme des rangées		Somme des colonnes	
	avant	après	avant	après
1	43	80	41	73
2	<u>49</u>	38	48	39
3	48	17	<u>50</u>	18
4	44	18	47	19
5	46	57	38	39
6	42	71	30	45
7	43	48	26	51
8	31	22	46	18
9	44	18	49	20
10	46	9	45	51
11	36	<u>87</u>	29	<u>76</u>
12	29	64	36	75
13	12	27	21	44
14	14	70	22	54
15	20	—	20	—
16	32	60	28	59
17	19	36	25	46
18	—	78	—	72

* avant et après l'automne 1973.

La décision des administrateurs de l'université Laval semble donc avoir porté fruit. La plupart des indices calculés indique une diminution d'efficacité, de complémentarité et d'accessibilité du système routier universitaire depuis l'adoption du nouveau circuit, adoption apte à décourager toute circulation externe, du moins à première vue.

LES ACCÈS AU CAMPUS

Le tableau 3 décrit le nombre d'arcs séparant chacun des accès au campus avant et après l'établissement du nouveau système. Dans ce cas précis les arcs liant directement les points d'accès entre eux n'ont pas été pris en considération (les arcs liant directement le point 1 aux points 12 et 6 . . .) de manière à ne tenir compte que du circuit intra-campus.

Il apparaît à l'étude du tableau 3 que le nombre d'arcs nécessaires pour joindre deux points d'accès à la Cité universitaire n'a augmenté que dans trois cas uniquement. Il s'agit des arcs menant du chemin Sainte-Foy au boulevard Saint-Cyrille (5 à 8), du boulevard Saint-Cyrille au chemin Sainte-Foy (5 à 6) et enfin du boulevard Laurier au chemin Sainte-Foy (7 à 8). Dans tous les autres cas le nombre d'arcs est demeuré le même ou a diminué (ex. boulevard Laurier et Du Vallon ainsi que chemin Sainte-Foy et Du Vallon).

Il est important d'apporter quelques nuances en ce qui a trait surtout à la diminution du nombre d'arcs. En effet, dans le graphe 2, si on élimine l'arc passant par le stationnement du PEPS (arc joignant le point 18 au point 11), la situation évolue différemment. Le nombre d'arcs conduisant de la route Du Vallon au Chemin Sainte-Foy passe alors de 3 à 7 et de 3 à 10 dans le cas de la progression inverse. Il ne faut quand même pas omettre que l'axe passant par le PEPS demeure possible. Si la distinction est ici effectuée c'est qu'il est plus que probable qu'un conducteur non familier avec le nouveau circuit n'en connaisse pas l'existence. Une telle distinction est nécessaire pour illustrer le fait que le nouveau circuit n'est défavorable, dans certains cas, que si l'utilisateur n'est pas parfaitement au courant du système.

Tableau 3

Nombre d'arcs séparant chacun des accès au campus avant et après 1973

	<i>Chemin Sainte-Foy</i>		<i>Saint-Cyrille</i>		<i>boul. Laurier</i>		<i>Du Vallon</i>	
	<i>av.</i>	<i>ap.</i>	<i>av.</i>	<i>ap.</i>	<i>av.</i>	<i>ap.</i>	<i>av.</i>	<i>ap.</i>
Chemin								
Sainte-Foy			5	8*	7	5**	4	3** ou 10*
Boul.								
Saint-Cyrille	5	6*			4	4	6	6
Boul. Laurier	7	8*	4	4			5	4**
Du Vallon	4	3** ou 7*	6	6	5	4**		

* augmentation du nombre d'arcs

** diminution du nombre d'arcs

Dans l'ensemble le nouveau réseau routier du campus est apte à décourager la circulation externe. Les diminutions d'intégration, de complémentarité, d'accessibilité ont été prouvées par le calcul des indices donnés plus haut. Par contre un tel « succès » de la politique du Service des transports de l'université Laval ne pouvait s'effectuer qu'au détriment de l'efficacité du système dans son entier et par le fait même au détriment des utilisateurs quotidiens, surtout *s'ils sont piétons*. Pour vider la question il serait nécessaire de calculer non seulement le flux automobile en général mais surtout le volume de la circulation de transit.