

Araştırma Makalesi / Research Article

Yıldız İç Yapı Modellerinin Asterosismik Olarak İncelenmesi

Zeynep ÇELİK ORHAN¹¹Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, İzmir.e-posta: zeynep.celik@ege.edu.tr. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9424-2339>

Geliş Tarihi: 06.02.2022

Kabul Tarihi: 05.04.2022

Öz

Yıldızların yapı ve evrimin anlamak için genel olarak iç yapı modellerine başvurulmaktadır. Yıldızları en iyi temsil eden modeller gözlem parametreleriyle birlikte belirlenmektedir. Bunun için elde edilen modellerin çıktı verileri gözlem verileriyle kıyaslanmaktadır. Bir yıldız modeller yardımıyla merkezinden yüzeyin kadar temsil edilebilmektedir. Yıldızlardan alınan fotonlar sayesinde gözlem ile modellerin yüzey parametreleri kıyaslanabilir. Ancak yıldızların model merkezi koşullarının gözlemlerle kıyaslanması oldukça zordur. Günümüzde ise gelişen teknoloji ve uzay teleskopları sayesinde artık yıldızların merkez ve merkezi bölgeleri hakkında gözlemsel verilere sahip olunabilmektedir. Bu alanda en önemli gelişmeler yıldız sismolojisi (asterosismoloji) sayesinde olmuştur. Asterosismolojiyle iç yapı modelleri daha detaylı olarak incelenebilir ve yıldızlara ait temel parametreler doğrudan gözlemsel veriler kullanılarak daha kolay ve hassas olarak belirlenebilir. Bu çalışmada güneş kompozisyonunda olan 1.00-1.60 M_{\odot} kütle aralığındaki iç yapı modelleri incelendi. MESA evrim koduyla elde edilen bu modellerin asterosismik olan ve asterosismik olmayan parametreleri birbiriyle kıyaslandı. Bu sayede yıldızların tespit edilmesi zor olan yaşa dair ilişkiler elde edildi. Modellerden elde edilen $2\Delta\nu/R^3$ ile yaş arasında bir lineer ilişki ilk kez bu çalışmada bulundu.

Anahtar kelimeler

Yıldız sismolojisi; Yıldız iç yapı modelleri; Güneş benzeri titreşim frekansları; Yıldız temel parametreleri

The Astroseismic Analysed of Stellar Interior Models

Abstract

The stellar interior models are generally used to understand the structure and evolution of stars. The models that best represent the stars are decided by the observation parameters. For this purpose, the output data of the models obtained are compared with the observation data. A star can be represented from its core to the surface with the help of models. While the surface observation parameters and model surface parameters can be compared thanks to the photons taken from the stars, it is very difficult to compare the central conditions. Today, thanks to the developing technology and space telescopes, stellar seismology (asteroseismology) can now have observational data about the core and central regions of the stars. Thus, the internal structure models can be examined in more detail and the basic direct observation parameters of the stars can be determined more easily and precisely. In this study, models in solar composition were examined for the mass range of 1.00-1.60 M_{\odot} with the MESA evolution code. Thanks to these models, the asteroseismic and non-asteroseismic parameters of the star were compared with each other. In this way, information about the age, which is difficult to detect, was obtained with the internal structure models of the stars. Here, the first time, a linear relationship was found between $2\Delta\nu/R^3$ obtained from the models and age.

Keywords

Asteroseismology; Stellar interior models; Solar-like oscillation frequencies; Stellar fundamental parameters

1. Giriş

Yıldızların yapı ve evrimini anlamak için yıldızların merkezlerinden yüzeyine kadar kaliteli gözlem verilerine ve iç yapı modellerine ihtiyaç vardır. Bu amaçla yıldızlardan gelen fotonlardan elde edilen gözlemsel veriler iç yapı modelleri ile birlikte incelenmektedir. Ancak fotometri ya da tayfçekerle

alınan bu fotonlar, yıldızların en son salınan yüzey katmanı hakkında bilgi vermektedir. Bu yüzden yıldızların merkezi bölgelerini gözlemlerle açıklamak oldukça zordur. Yine de birkaç gözlemsel yöntemle yıldızların ötekleri hakkında doğrudan bilgi alınabilmektedir. Örneğin yıldızların merkezi bölgelerinde nükleer tepkimeler sonucunda üretilen

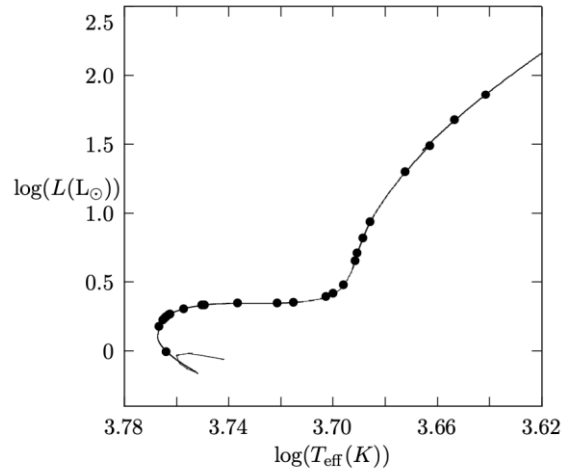
nötrinolar bu amaçla kullanılabilir. Nötrinolar ortamla hiçbir tepkimeye girmeyen parçacıklar oldukları için merkezde üretildikleri gibi yıldızın yüzeyinden salınmaktadırlar. Ortamla etkileşime girmeyen nötrinoların gözlem verilerini elde etmek bir o kadar da zordur. Nötrinoların gözlenmesi için yeryüzünde özel gözlemevleri vardır, örneğin Super-Kamiokande detektör gibi (Abe *et al.* 2014). Bu nötrinolar yakalanarak yıldızların ötekleri hakkında bilgi edinilebilmektedir. Ancak bize yakın olduğu için en iyi bildiğimiz olan Güneş'te bile nötrino yakalama sorunu yaşanmaktadır. Bu yüzden de yıldızların merkezi koşulları hakkında detaylı bilgi edinmek için bu yöntemden daha farklı gözlem tekniklerine ihtiyaç vardır.

Yıldızların merkezi bölgelerini görebildiğimiz bir diğer çalışma alanı da yıldız sismolojisi (asterosismoloji). Günümüzde gelişen teknoloji ve Kepler (2009) ve TESS (2017) uzay teleskopları sayesinde çok sayıda titreşim yapan yıldız gözlemi yapılmıştır. Bu tür yıldızların ötek bölgeleri, gözlem ve model verileri kullanılarak detaylı olarak incelenmiştir.

Yıldızlarda görülen titreşimler genel olarak p (presure, basınç) ve g- (gravity, çekim) kaynaklıdır. Bu titreşimlerin sürdürücü kuvvetleri sırasıyla basınç ve çekim kuvvetleridir. p- modlu titreşimler basınç kaynaklı olup güneş benzeri titreşim yapan yıldızlarda görülmektedir. Bu yıldızlarda ince bir konvektif katmanın varlığı tür titreşimlerin oluşabilmesi için yeterlidir (Chaplin and Miglio 2013). Uzay teleskopları sayesinde güneş benzeri titreşim yapan çok sayıda anakol ve evrimleşmiş yıldız tespit edilmiştir. g- modlu titreşimler çekim kaynaklıdır. Bu tür titreşimler kütle bakımından yoğun olan beyaz cücelerde ve güneş benzeri titreşim yapan yıldızların öteklerinde meydana gelmektedir. Bu tür titreşimler güneş benzeri titreşim yapan yıldızlarda merkezi tuzaklanmaktadır ve yıldızların yüzeyine ulaşamamaktadır. Bu yüzden g- modlu titreşimlerin bu yıldızlarda gözlenmesi mümkün değildir. Ancak evrimle beraber ötekte g- modu yüzeyde p- modu gibi davranan karma modların ortaya çıkmasıyla artık yıldızların ötekleri

hakkında bilgi edinmek mümkündür (Chaplin and Miglio 2013). Bu yüzden karma mod gösteren güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş yıldızlar önemli bir çalışma alanıdır (Chaplin and Miglio 2013, Kjeldsen and Bedding 1995, Metcalfe *et al.* 2014, Mathur *et al.* 2012).

Bu çalışmada 1.00 -1.60 M_{\odot} kütle aralığı için MESA (Paxton *et al.* 2013) evrim koduyla anakol ve evrimleşmiş modeller yapılmıştır. Bu yıldız iç yapı modellerinin ADIPLS (Christensen-Dalsgaard 2008) paketiyle adyabatik titreşim frekansları hesaplanmıştır. Böylece modellerle elde edilen asterosismik olan ve olmayan temel parametreler birlikte incelenmiştir. Bu sayede ilk kez frekanslardan hesaplanan büyük ayrılma ($\Delta\nu$) ile yaş arasında lineer bir ilişki tespit edilmiştir. Bu çalışmanın 2. kısımda MESA ile yapılan iç yapı modellerinin özelliklerine değinilmiştir. 3. ve 4. kısımlarında yapılan incelemelerden elde edilen bulgulara ve sonuç ve tartışmalara sırasıyla yer verilmiştir.

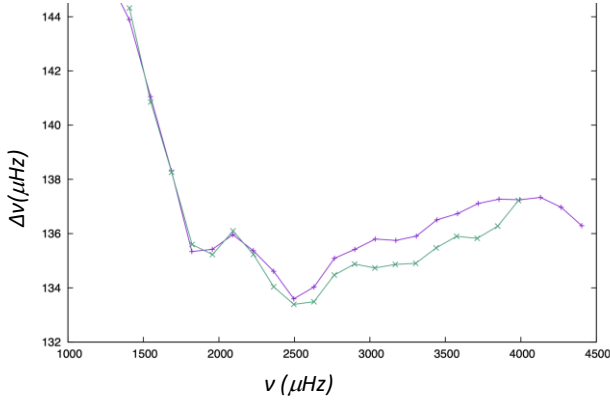


Şekil 1. 1.00 M_{\odot} modeli için elde edilen iç yapı modellerinin sıklığını veren grafik.

2. MESA İç Yapı Modellerinin Özellikleri

1.00 -1.60 M_{\odot} kütle aralığı için iç yapı modelleri yapılmıştır. Bunun için MESA evrim kodunun 15140 numaralı en güncel versiyonu kullanılmıştır. MESA evrim kodunun bu versiyonu için Güneş değerleri olan $Z=0.0172$, $Y=0.2745$ ve $a=1.8125$ olarak alınmıştır (Çelik Orhan 2021). 1.00-1.60 M_{\odot} kütle

aralığında her bir kütle için yapılan modellerde anakol ve anakol sonrası evrim aşamaları Şekil 1'deki gibi göz önünde bulundurulmuştur. Yapılan iç yapı modelleri difüzyonu ve konvektif fırlatmayı (overshooting) içermemektedir.



Şekil 2. Yapılan Güneş modelinin (mor çizgiler) ve Güneş'in BiSON gözlem (yeşil çizgiler) titreşim frekanslarının kıyaslandığı Δv -v grafiği.

Şekil 1'da MESA evrim koduyla yapılan $1.00 M_{\odot}$ 'e ait modelin HRD diyagramında hangi sıklıkla ve evrelerde modellerinin yapıldığı gösterilmiştir. Yapısal bir değişimin yakalanması için özellikle anakolu terk ettikten sonra model sıklığı artırılmıştır. Dev kolunun son evresinde sadece iki model yapılmıştır. Diğer kütleler için de buna benzer aralıklarla modeller hesaplanmıştır.

Modellerin frekansları ADIPLS (Christensen-Dalsgaard 2008) paketi yardımıyla hesaplanmıştır. Bunun için her modelin fgong dosyası elde edilmiştir. Bu elde edilen fgong dosyalarıyla ADIPLS paketinde gerekli düzenlemeler yapılarak modellerin adyabatik titreşim frekansları hesaplanmıştır. Daha sonra bu frekanslar kullanılarak Şekil 2'deki gibi büyük ayrılmaya karşı frekans (Δv -v) grafiği çizilmiştir. Bu grafikteki frekansların ortalamasından modellerin büyük ayrılma değeri hesaplanmıştır. Ayrıca bu büyük ayrılmaya karşı frekans grafiklerinde görülen düşmelerden minimum frekanslar tespit edilmiştir (Çizelge 1).

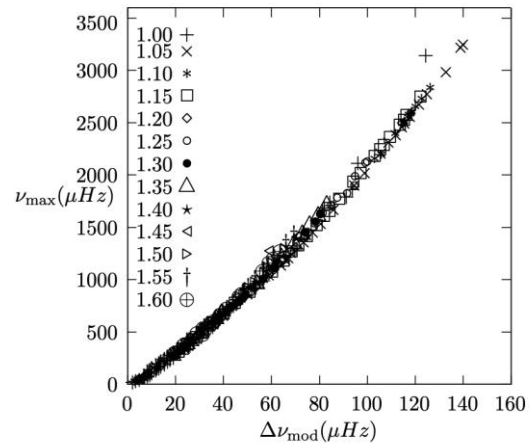
$1.00 M_{\odot}$ kütlelerinden başlanılarak $0.05 M_{\odot}$ adımlarla $1.60 M_{\odot}$ kütleye kadar toplam 12 farklı kütle için iç yapı modelleri yapılmıştır. Çizelge 1'de modellere ait asterosismik olan ve olmayan temel parametrelere

yer verilmiştir. Bu çizelgede sırasıyla model kütlesi (M), büyük ayrılma (Δv), model yarıçapı (R), ısıtması (L) ve etkin sıcaklığı (T_{eff}), modellerden belirlenen konvektif katmanın kütlesi ve yarıçapı (sırasıyla M_{con} ve R_{con}), maksimum frekans genliği (v_{max}), frekanslarda görülen minimumlar (v_{min0} , v_{min1} ve v_{min2}) yüzey adyabatik indeksi (Γ_{1s}) ve yaş (t) yer almaktadır. Bu veriler, evrimleşmiş ve anakol modellerinin yapısını incelerken gerekli olan temel parametrelerdir.

3. Bulgular

3.1. Modellerin Asterosismik Olarak İncelenmesi

1.00 - $1.60 M_{\odot}$ kütle aralığında yapılan modeller için adyabatik titreşimleri frekansları elde edilmiştir. Bu frekanslar kullanılarak Şekil 2'deki gibi Δv -v grafiği her bir yıldız için çizilmiştir. Şekil 2'de Güneş için yapılan iç yapı modelinin titreşim frekanslarıyla BiSON gözlem titreşim frekansları (Chaplin *et al.* 1999) kıyaslanmıştır. Bu sayede MESA ile yapılan Güneş kalibrasyonun gözlemlerle ne kadar uyumlu olduğu görülmektedir. Şekil 2'deki Δv -v grafiğine $f(x)=a$ lineer temsili yapılarak modellerin ortalama Δv değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca grafiklerde görülen frekans düşmelerinden modellere ait v_{min0} , v_{min1} ve v_{min2} frekansları elde edilmiştir (Yıldız *et al.* 2014, 2015, 2016). Bunlar yüksek frekanstan düşük frekansa göre sırasıyla v_{min0} , v_{min1} ve v_{min2} olarak adlandırmıştır. Modellerden belirlenen Δv ve minimum frekansları Çizelge 1'de yer almaktadır.



Şekil 3. 1.00 - $1.60 M_{\odot}$ kütle aralığında yapılan evrimleşmiş modeller için hesaplanan v_{max} ve Δv değişimini veren grafik.

Bu tür yıldızlarda gözlenen bir diğer asterosismik parametre ise maksimum frekans genliği olan v_{max} 'tir. Modellerin v_{max} değeri Denklem 1'den hesaplanmıştır (Brown *et al.* 1991).

$$\left(\frac{v_{max}}{v_{max,\odot}}\right)^3 = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{-2} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff,\odot}}\right)^{-0.5} \quad (1)$$

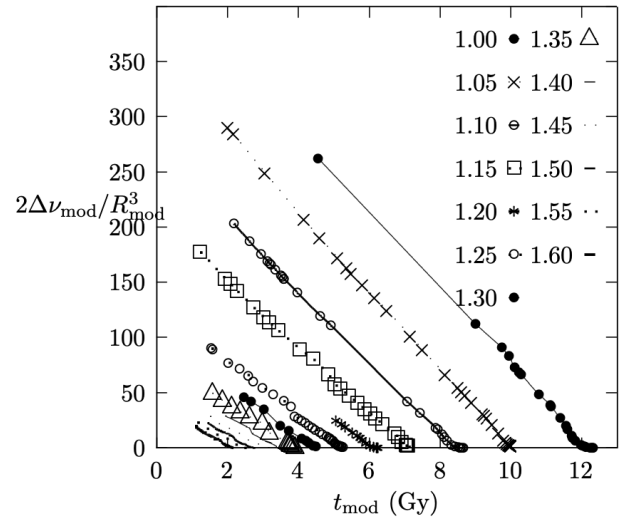
burada M , R ve T_{eff} değerleri sırasıyla model kütlesi, yarıçapı ve etkin sıcaklığıdır. \odot ile Güneş temsil edilmektedir. v_{max} değerini hesaplanırken $T_{eff,\odot} = 5777 K$ olarak alınmıştır (Kjeldsen and Bedding 1995, Yıldız *et al.* 2014). Şekil 3'te modellerden elde edilen v_{max} ile ortalama Δv değeri birlikte çizilmiştir. Bu sayede hesaplanan v_{max} ve Δv değerleri kıyaslanmıştır. Hem evrimleşmiş hem de anakol modelleri için Δv ile v_{max} arasındaki lineer ilişkinin korunduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca modellerden belirlenen bu iki frekans değerinin doğru hesaplanıp hesaplanmadığı bu grafikte test edilmiştir. Şekil 3'teki Δv ile v_{max} değerlerinin saçılma göstermemesi bunun kanıtıdır.

3.2. Modellerin Asterosismik Olan ve Asterosismik Olmayan Parametrelerinin Kıyaslanması

1.00-1.60 M_{\odot} kütle aralığındaki modellerin adyabatik titreşim frekansları elde edildikten sonra modellerin asterosismik olan ve olmayan parametreleri birlikte incelenmiştir. Özellikle gözlemlerle oldukça hassas bir şekilde belirlenen Δv ile modellerden elde edilen temel parametreler kıyaslanmıştır. Bunun için Şekil 4'teki grafik çizilmiştir. Böylece belirlemesi oldukça zor olan yıldız yaşları ile Δv arasında lineer bir ilişki elde edilmiştir. Şekil 4'te elde edilen bu ilişki esas olarak $\Delta v/R^3$ ile yaş arasındadır. Bu lineer ilişki oldukça önemli bir sonuçtur, çünkü bu ilişki hem 1.00 -1.60 M_{\odot} gibi geniş bir kütle aralığı için benzerdir hem de evrimleşmiş ve anakol modellerinin hepsini kapsamaktadır. Bunlara ek olarak bu ilişkiden gözlemlerle hassas olarak belirlenebilen Δv ve ölçeklendirme ilişkisinden ya da modellerden hesaplanan yarıçap kullanılarak yıldızların yaşlarının hassas olarak hesaplanabileceği ortaya çıkmıştır.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada güneş benzeri titreşim yapan ve kütle aralığı olan 1.00 -1.60 M_{\odot} olan evrimleşmiş ve anakol yıldız iç yapı modelleri asterosismik yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Bunun için MESA evrim koduyla yapılan modellerin ADIPLS paketiyle adyabatik titreşim frekansları hesaplanmıştır. Çizelge 1'de asterosismik olan ve olmayan model parametreleri verilmiştir. Çizelge 1'de yer alan asterosismik olan ve olmayan tüm parametreler detaylıca incelenmiştir. Bu sayede yıldız modellerinden elde edilen asterosismik olan ve olmayan temel parametreler arasında ilişkiler elde edilmiştir.



Şekil 4. Modellerden belirlenen $2\Delta v/R^3$ ile yaş arasındaki ilişkiyi veren grafik.

Asterosismik parametrelerle yıldız modellerinin birlikte incelenmesi iç yapı modellerinin geliştirilmesi için önemli bir yöntemdir. Bu sayede yıldızların merkez ve merkezi bölgeleri hakkında daha detaylı bilgi edinilebilir. Bu çalışmada da yıldız modellerinin temel parametreleriyle model adyabatik titreşim frekansları birlikte incelenmiştir. Böylece yıldızlarda önemli olan ve tespit edilmesi çok zor olan yaş ile büyük ayrılma arasında lineer bir ilişki tespit edilmiştir. Bu ilişki de gözlemlerle hassas olarak belirlenen büyük ayrılma ve ölçeklendirme ilişkileriyle hesaplanabilen yarıçap kullanılmaktadır. Bu sayede güneş benzeri titreşim yapan yıldızların $\Delta v/R^3$ ile yaş arasındaki lineer ilişki kullanılarak yıldızların yaşları bilgi sahibi olunabilir. Bu ilişki güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş ve anakol yıldızlar için geçerlidir.

Son olarak maksimum frekans genliği v_{\max} ile Δv arasındaki lineer ilişkinin anakol modellerinde olduğu gibi incelenen tüm kütle aralığındaki evrimleşmiş yıldızlarda geçerli olduğu bu çalışmada açıkça görülmektedir (Şekil 3).

Çizelge 1: 1.00 -1.60 M_{\odot} modelleri için elde edilen asterosismik olan ve olmayan temel parametrelere örnek.

M	$\Delta v_{\text{mod}}(\mu\text{Hz})$	$R (R_{\odot})$	$L (L_{\odot})$	$T_{\text{eff}} (K)$	$M_{\text{con}} (M_{\odot})$	$R_{\text{con}} (R_{\odot})$	$v_{\max}(\mu\text{Hz})$	$v_{\text{min}0}(\mu\text{Hz})$	$v_{\text{min}2}(\mu\text{Hz})$	$v_{\text{min}1}(\mu\text{Hz})$	Γ_{1s}	t (Gy)
1.00	124.63	0.9835	0.9853	5802	0.9775	0.7123	3145.78	-----	1957.28	2635.81	1.6377	4.570
1.00	96.23	1.1987	1.5039	5842	0.97819	0.84455	2110.54	-----	1350.42	1803.54	1.63413	9.000
1.05	77.465	1.4834	2.2958	5837	1.02695	1.02673	1447.71	1620.33	1260.58	944.245	1.63221	8.907
1.05	67.182	1.6348	2.5358	5701	1.0058	1.05060	1206.29	1348.94	1024.79	766.31	1.6348	9.207
1.10	27.758	2.9412	4.7445	4907	0.3831	0.73298	418.10	427.89	261.23	-----	1.6465	8.338
1.10	20.615	3.5667	6.76368	4933	0.9342	0.61259	285.40	492.22	296.54	234.39	1.6479	6.429
1.15	115.444	1.1602	2.1739	6158	1.1451	0.93091	2520.53	-----	221.43	1651.41	1.6092	2.090
1.15	109.725	1.2008	1.8709	6165	1.4545	0.96425	2354.52	-----	2054.00	1504.65	1.6075	2.734
1.20	22.935	3.4263	2.6.519	4987	0.2834	0.6934	335.58	353.54	274.46	216.31	1.6484	6.038
1.20	14.279	4.6821	11.434	4901	0.2827	0.6934	335.58	353.54	276.46	216.31	1.6482	6.142
1.25	63.400	1.7915	4.1894	6174	1.2478	1.4625	1149.17	1086.46	816.30	447.21	1.5945	4.200
1.25	61.507	1.8298	4.2893	6143	1.2473	1.4795	1104.19	1041.49	735.45	806.49	1.5976	4.300
1.30	42.668	2.3696	4.5497	5480	1.4563	1.3544	725.02	612.49	443.47	262.95	1.6456	4.237
1.30	37.142	2.5831	4.3526	5190	0.8341	1.1398	626.89	519.71	338.77	-----	1.6829	4.316
1.35	54.293	2.027	5.8049	6297	1.3495	1.7458	959.76	980.50	709.65	445.00	1.5686	3.199
1.35	39.608	2.5155	4.7208	5368	1.089	1.3269	675.04	729.22	556.23	412.20	1.6475	3.705
1.40	41.862	2.4631	7.2053	6029	1.3961	1.9542	688.92	662.11	468.28	303.11	1.6049	3.100
1.40	40.463	2.5281	7.0851	5938	1.3916	1.9164	664.17	614.04	456.78	256.18	1.6155	3.133
1.45	47.467	2.2498	7.7925	6434	1.4499	2.0463	827.94	980.85	645.75	342.35	1.5358	2.516
1.45	40.473	2.5395	8.1993	6134	1.4487	2.1113	665.53	687.13	472.62	293.06	1.5890	2.702
1.50	41.581	2.4831	9.2105	6386	1.4999	2.2588	705.81	835.81	544.76	300.81	1.5413	2.132
1.50	39.824	2.5671	9.2997	6295	1.4997	2.2643	665.08	750.50	503.95	283.30	1.5590	2.350
1.55	48.955	2.2548	7.6227	6391	----	-----	884.02	982.24	661.98	161.61	1.5471	1.952
1.55	48.629	2.2606	7.8256	6246	-----	-----	877.29	997.39	687.20	113.46	1.5393	1.945
1.60	32.185	3.0432	1.5513	6104	1.59881	2.54597	512.69	561.60	371.27	232.86	1.58827	1.941
1.60	31.477	3.1085	1.0806	5941	1.5941	2.4375	477.37	477.80	331.50	195.04	1.61118	1.957

Teşekkür

Bu çalışma 118F352 nolu TÜBİTAK projesi tarafından desteklenmektedir. Ayrıca Beni her konuda destekleyen Prof. Dr. Mutlu YILDIZ'a ve her zaman yanımda olan oğlum Emirhan Sami'ye, annem Ayşe ve babam Sami ÇELİK'e çok teşekkür ederim.

5. Kaynaklar

Abe, K. et al., 2014. Calibration of the Super-Kamio-
kande detector. *Nuclear Instruments and Methods in
Physics Research A*, **737**, 253–272.

Brown T.M., Gilliland R. L., Noyes R. W., Ramsey L. W.,
1991. Detection of possible p-mode oscillations on
Procyon. *Astrophysical Journal*, Part 1, **368** 599-609.

Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Isaak, G. R., Miller, B. A., New,
R., 1999. Skew-symmetric solar P modes in low-l
BiSON data. *Monthly Notices of the Royal
Astronomical Society*, **308**, 424–430.

Chaplin W. J. and Miglio A., 2013. Asteroseismology of
Solar-Type and Red-Giant Stars. *Annual Review of
Astronomy and Astrophysics*, **51**, 353-392.

Chirstensen- Dalsgaards J., 2008. Lecture Notes on Stellar
Oscillations. *Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus
Universitet, and Teoretisk Astrofysik Center,*
Danmarks Grundforskningsfond, **345**, 215-355.

Çelik Orhan, Z., 2021. Asteroseismic analysis of eight
solar-like oscillating evolved stars in the open cluster
NGC 6811. *Monthly Notices of the Royal Astronomical
Society*, **506**, 4413–4420.

Kjeldsen, H., Bedding, T. R., 1995. Amplitudes of stellar
oscillations: the implications for asteroseismology.
Astronomy and Astrophysics, **293**, 87-106.

Mathur S., Hekker S., Trampedach R., Ballot J.,
Kallinger T. et al., 2012. A Uniform Asteroseismic
Analysis of 22 Solar-type Stars Observed by Kepler.
The Astrophysical Journal, **749**, 14.

Metcalfe T. S., Creevey O. L., Doğan G., Mathur S., Xu, H.
et al., 2014. Properties of 42 Solar-type Kepler Targets
from the Asteroseismic Modeling Portal. *The
Astrophysical Journal Supplement Series*, **214**, 27, 13.

Paxton B., Cantiello M., Arras P., Bildsten L., Brown E.F. et
al., 2013. Modules for Experiments in Stellar
Astrophysics (MESA): Planets, Oscillations, Rotation,
and Massive Stars. *The Astrophysical Journal
Supplement*, **208**, 1, article id. 4, 42.

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Aksoy Ç., Ok S., 2014. Funda-
mental properties of solar-like oscillating stars from

frequencies of minimum $\Delta\nu$ - I. Model computations
for solar composition. *Monthly Notices of the Royal
Astronomical Society*, **441**, 2148-2158.

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2015. Fundamental
properties of solar-like oscillating stars from
frequencies of minimum $\Delta\nu$ - II. Model computations
for different chemical compositions and mass.
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,
448, 3689-3696.

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2016. Fundamental
properties of Kepler and CoRoT targets - III. Tuning
scaling relations using the first adiabatic exponent.
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,
462, 1577-1590.