

Funciones de índice de sitio para *Austrocedrus chilensis* en el sudoeste de Río Negro (Argentina)

Pablo F. Yapura¹

¹ *Laboratorio de Investigación de Sistemas Ecológicos y Ambientales (LISEA), Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, Buenos Aires, Argentina. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6672-4127>.*

Fecha de recepción del manuscrito: este trabajo fue preparado para ser presentado en una revista científica, pero nunca se completó el proceso de publicación. En consecuencia, el trabajo debe ser considerado como una *prepublicación*, puesto que no fue evaluado por pares. La versión que se presenta fue completada en diciembre del año 2000 y no fue actualizada para esta publicación.

Fecha de publicación: 11/2023

Resumen— No obstante los avances en el conocimiento del manejo de los bosques de *Austrocedrus chilensis* (D. Don) Florin et Boutleje (ciprés de la cordillera), aún se carecen de modelos de producción y para desarrollarlos es esencial la correcta evaluación de la calidad de sitio. En este trabajo se presenta el desarrollo y ajuste de tres variantes de un modelo predictivo del crecimiento en altura dominante que permiten generar funciones de índice de sitio para esta especie. Empleando el método de la ecuación de la diferencia se desarrollaron tres expresiones diferentes del modelo de Chapman-Richards que resultaron invariantes a la edad de referencia. Dos expresiones resultaron polimórficas con asíntota común, mientras que la restante fue anamórfica con asíntota variable. Para generar los datos altura-edad, un total de 23 árboles de sitio, tomados de 10 parcelas, fueron apeados para realizarles el análisis de fuste y reconstruir su crecimiento pasado en altura. En las pruebas convencionales de bondad de ajuste los tres modelos presentaron resultados satisfactorios y ninguno se demostró superior. Considerando criterios e indicadores específicos para las funciones de sitio, el comportamiento predictivo de los tres modelos resultó aceptable, aunque todos mostraron sesgo e imprecisión para edades juveniles. En el rango de edades de mayor importancia práctica la precisión es razonable y el sesgo desaparece, siendo la formulación anamórfica la de mejor desempeño. Para mejorar el comportamiento predictivo, los resultados obtenidos sugieren el uso de la edad a la altura del pecho y el desarrollo de una variante polimórfica con asíntota variable de ese modelo.

Palabras clave— Ciprés de la cordillera, calidad de sitio, modelos anamórficos y polimórficos, funciones edad base invariante, función de crecimiento de Chapman-Richards.

Title— Site index curves for *Austrocedrus chilensis* in south-western Río Negro (Argentina).

Abstract— In spite of increased knowledge about *Austrocedrus chilensis* (D. Don) Florin et Boutleje (ciprés de la cordillera) forest management, there is a lack of yield models, and to develop them a sound evaluation of site quality is critical. This paper is aimed at presenting the development and fitting of three formulations of a predictive model for dominant height useful in generating site index curves for this species. Using the difference-equation approach, three different base-age invariant equations based on the Chapman-Richards model were produced. Two models showed a polymorphic pattern with common asymptote while the remainder was anamorphic with varying asymptote. To acquire height-age data, a total number of 23 site trees from 10 sample plots were destructively sampled to recover their past height growth through stem analysis techniques. In conventional goodness of fit test, all models showed satisfactory results and no one appeared to be superior. According to specific criteria and indicators set for site index curves, the predictive behaviour of the three models was acceptable, though they all showed bias and lack of precision for young ages. In the range of ages with more practical importance the precision is reasonable and bias vanishes, being the anamorphic formulation the one with best performance. In order to improve the predictive behaviour, results suggest that breast-height age should be used and that a polymorphic formulation with varying asymptote should be developed for this model.

Keywords— Ciprés de la cordillera, site quality, anamorphic and polymorphic curves, base-age invariant models, Chapman-Richards growth function.

INTRODUCCIÓN

En Argentina, los bosques de *Austrocedrus chilensis* (D. Don) Florin et Boutleje (ciprés de la cordillera) se ubican en las regiones bajas de la cordillera andina, formando una estrecha franja discontinua que se extiende entre los 36° 30' S en la provincia de Neuquén y los 43° 35' S en la provincia de Chubut (Dezzotti y Sancholuz, 1991). Es la conífera nativa de mayor rango de distribución natural y sus bosques constituyen uno de los recursos económicos más importantes de la región argentina de los bosques Andino-patagónicos.

Desde los trabajos pioneros de Costantino (1949, 1958), se han registrado distintos antecedentes sobre el manejo del ciprés de la cordillera. Distintos aspectos de la silvicultura de estos bosques fueron abordados por Arschanov (1967), Schmidt (1985), Chauchard y Barnabá (1986), Bava y Gonda (1993), Bava et al. (1993), Goya et al. (1995a,b, 1998) y Loguercio (1997).

No obstante los avances en el conocimiento de esta especie, para el manejo de sus bosques aún se carecen de modelos de predicción del crecimiento y la producción y para su desarrollo es esencial la correcta evaluación y cuantificación de la calidad de sitio. En el contexto del manejo forestal, la calidad de sitio puede ser definida como el potencial de producción de madera de un área para una especie o tipo forestal dado (Clutter et al., 1983). También se la ha definido como la productividad de los sitios forestales.

En Carmean (1975) se puede encontrar una pormenorizada revisión del tema en relación a bosques templados, con énfasis en aspectos metodológicos y conceptuales. También para este tipo de bosques y para el período posterior a 1973, Hägglund (1981) actualiza aquel trabajo. Por su parte, Vancley (1992) revisa las principales diferencias y particularidades que este concepto presenta en el marco de la silvicultura de los bosques tropicales.

De todos los métodos conocidos para estimar la calidad de sitio, el más aceptado es el que emplea el incremento de los rodales en altura dominante. Según Leary (1985) es un método indirecto-fitocentrista aunque según Carmean (1975) y Clutter et al. (1983) es una medida directa. La metodología se fundamenta en el hecho que la producción potencial y el crecimiento en altura dominante están positivamente correlacionados (Clutter et al., 1983). Por otra parte, esta última variable está escasamente afectada por la densidad del rodal y es relativamente fácil de medir (Spurr y Barnes, 1980).

El uso de esta metodología implica el desarrollo de las denominadas ecuaciones o funciones de índice de sitio, que son familias de curvas que expresan el patrón de desarrollo en altura dominante. Dichas curvas se referencian comúnmente con el valor del índice de sitio, que se define como la altura que alcanzan los árboles dominantes y codominantes de un rodal a una edad dada, conocida como edad base o de referencia, fijándose la comúnmente en valores próximos al turno de corta.

Los modelos que involucran el índice de sitio normalmente se usan en dos procesos (Goelz y Burk, 1992; Payandeh y Wang, 1994b): 1) estimar la altura a la edad base, dada la altura a cualquier otra edad, y 2) estimar la altura a cualquier edad, dada la altura a la edad base.

Estos procesos pueden ser modelados con funciones separadas para cada uno o por una sola ecuación. En cualquier

caso, se necesitan una altura y edad conocidas para predecir alturas a otras edades, lo que determina que las funciones de sitio sean inherentemente de la forma de la diferencia.

Goelz y Burk (1992) establecieron nueve criterios para la evaluación del comportamiento de las funciones de sitio y sus atributos deseables. Según estos autores las ecuaciones deben presentar polimorfismo (criterio 1), punto de inflexión y asíntota (criterios 2 y 3), deben estar fundadas sobre bases teóricas y mostrar comportamiento lógico en cuanto a valores predichos (criterios 4 y 5). Además deberían ser del tipo edad base invariante (*sensu* Bailey y Clutter, 1974), con lo cual se enfatiza un sistema de predicción de alturas a cualquier edad en una formulación más general que sigue siendo útil aún cuando cambien los turnos de corta (criterio 6). Por último indican que las diferentes predicciones derivadas de una misma curva deben ser consistentes (criterio 7), que los parámetros de la función deben reflejar los estimados del ajuste de datos individuales (criterio 8) y que la formulación final de los modelos debe tener pocos términos (parsimonia, criterio 9).

Para obtener polimorfismo, Carmean (1972) dividió los datos en clases y ajustó una función para cada clase. La otra posibilidad es identificar en la función los parámetros responsables de la forma de la curva y permitir que varíen con la calidad de sitio (Bailey y Clutter, 1974). Los criterios 2 a 5 en buena medida dependen de la función de crecimiento adoptada. La invariancia en la forma de las curvas para diferentes edades base se logra solamente mediante el método de la ecuación de la diferencia. Para ello, uno de los parámetros de la función debe expresarse como una función de otro par altura-edad. Esta formulación tiene la ventaja adicional de predecir una altura igual al índice de sitio cuando la edad es igual a la edad base adoptada. El cumplimiento de los últimos tres criterios es más difícil de lograr mediante la imposición de restricciones matemáticas a las funciones adoptadas.

El objetivo de este trabajo es presentar el desarrollo y ajuste de tres variantes de un modelo predictivo del crecimiento en altura dominante cuyo comportamiento permita evaluar la calidad de sitio en bosques de *Austrocedrus chilensis*.

DESARROLLO DE LOS MODELOS

Existe una gran variedad de ecuaciones propuestas para describir el crecimiento de las plantas (Zeide, 1993) y, en el caso de las ecuaciones de índice de sitio, un mismo modelo puede asumir varias formas de expresión. Una completa descripción de las propiedades matemáticas con relación a los atributos deseables para las funciones de crecimiento más difundidas se puede encontrar en Shvets y Zeide (1996). En este trabajo se adoptó la función de Chapman-Richards para todo el desarrollo metodológico posterior. Este modelo se derivó a partir de consideraciones teóricas para simular el crecimiento de organismos vivos y constituye prácticamente un paradigma de la biometría forestal. Por otra parte es el modelo más ampliamente usado para ajustar ecuaciones de índice de sitio (*cf.* Payandeh y Wang, 1994b,a; Wang y Payandeh, 1995).

Expresada en forma diferencial, la generalización de Chapman-Richards para el modelo de crecimiento de von Bertalanffy se puede expresar como sigue (Richards, 1959):

$$dH/dE = nH^m - kH, \quad (1)$$

donde H representa la altura, E representa la edad y n , m y k son parámetros. El primer término representa el anabolismo mientras el segundo representa el catabolismo y la función se derivó a partir de consideraciones alométricas (Richards, 1959). La ecuación (1) puede ser integrada matemáticamente para dar una función de tipo sigmoide que exprese el crecimiento acumulado o total. Para ello se especifica para la edad y la altura inicial un valor de cero (Goelz y Burk, 1992):

$$H = (n/k)^{(1/1-m)} [1 - \exp(-k(1-m)E)]^{(1/1-m)}, \quad (2)$$

donde las variables y parámetros son los mismos que se definieron en (1). La ecuación (2) se puede simplificar de la siguiente manera:

$$H = a[1 - \exp(-bE)]^c, \quad (3)$$

donde a , b y c son funciones de n , k y m . El método de la ecuación de la diferencia asume que se trabajará con series temporales de crecimiento y que cada árbol sigue su propia curva de crecimiento. Para dos edades sucesivas E_1 y E_2 (siendo $E_1 < E_2$), se definen sus correspondientes alturas H_1 y H_2 (donde $H_1 < H_2$) por:

$$\begin{aligned} H_1 &= a[1 - \exp(-bE_1)]^c \\ H_2 &= a[1 - \exp(-bE_2)]^c. \end{aligned} \quad (4)$$

A partir de estas dos expresiones se pueden derivar tres formas básicas de la ecuación de la diferencia. La transformación algebraica consiste en despejar alguno de los parámetros de una de las funciones y reemplazar su expresión en la otra. Por ejemplo, despejando el parámetro a en la función de H_1 obtenemos:

$$a = H_1 [1 - \exp(-bE_1)]^{-c}. \quad (5)$$

Luego, reemplazando esta expresión en la función de H_2 y reorganizando queda:

$$H_2 = H_1 \left[\frac{1 - \exp(-bE_2)}{1 - \exp(-bE_1)} \right]^c. \quad (6)$$

Despejando b se obtiene la siguiente expresión final:

$$H_2 = a \left[1 - \left[1 - (H_1/a)^{1/c} \right]^{E_2/E_1} \right]^c. \quad (7)$$

Finalmente, la expresión para el parámetro c es:

$$H_2 = a(H_1/a)^{\left[\frac{\ln[1 - \exp(-bE_2)]}{\ln[1 - \exp(-bE_1)]} \right]}. \quad (8)$$

Las ecuaciones (6), (7) y (8) son modelos edad base invariante que permiten predecir el índice de sitio a partir de otra altura y edad conocidas. Para ello es necesario reemplazar H_2 por el índice de sitio, haciendo además E_2 igual a la edad de referencia. Inversamente, también se puede predecir una altura a partir de su edad y el índice de sitio. En este caso H_1 debe igualarse al índice de sitio y E_1 debe ser la edad base. Estas ecuaciones cumplen entonces con la premisa de poner el énfasis en la determinación de alturas a partir otro par altura-edad diferente. Por otra parte, se puede demostrar fácilmente que la ecuación (6) genera una familia de curvas anamórficas con asíntota variable, mientras que (7) y (8) permiten generar familias polimórficas con asíntota común.

DATOS

Los datos que se usaron para el ajuste de los modelos en el presente trabajo se recolectaron en la Reserva Forestal Nacional Loma del Medio - Río Azul y en la Reserva Forestal Provincial El Guadal. Ambas están ubicadas en las cercanías de la ciudad de El Bolsón ($41^\circ 56' S - 71^\circ 33' W$) en el sudoeste de la provincia de Río Negro, totalizando un área de ca. 1.700 ha con bosques de ciprés de la cordillera. El área de estudio es un valle ubicado entre 200 y 400 msm al que rodean dos cordones montañosos paralelos que presentan un carácter alpino y superan los 2.000 m. Esta topografía determina una gran variabilidad de ambientes, razón por la cual es esperable encontrar distintas calidades de sitio. En el área de estudio se seleccionaron subjetivamente diez rodales puros de ciprés de la cordillera intentando representar el rango de calidades de sitio del área. En cada uno de estos rodales se instaló una parcela circular de área fija entre 400 y 600 m². En ellas se midió el diámetro a la altura del pecho de todos los árboles de más de 5 cm y además se les midió la altura mediante hipsómetro óptico. Los principales parámetros estructurales de estos rodales se pueden observar en la Tabla 1. En estas parcelas se seleccionaron un total de 23 árboles de sitio, a razón de 2 o 3 por parcela entre los de mayor diámetro, sanos y sin defectos visibles ni evidencias de inusual opresión pasada (Zeide y Zakrzewski, 1993). A cada árbol seleccionado se le midió y marcó el diámetro a la altura del pecho y posteriormente fueron apeados para realizarles el análisis de fuste. Para la extracción de rodajas, los fustes fueron seccionados en la base (aproximadamente 0,3 m), a la altura del pecho (1,3 m), a intervalos de 1,5 m hasta que el diámetro del fuste fuera de 5 cm y a partir de allí cada 0,5 m. Cuando las alturas de corte coincidieron con deformaciones del fuste, los cortes fueron realizados a la menor distancia posible en la que el fuste no presentara deformaciones. Cada rodaja fue identificada con un número único en el que se registra el número de parcela, el número de árbol y el número de rodaja. En el campo se registraron las alturas de corte.

En gabinete, las rodajas fueron secadas y pulidas con lijas de distinto grano hasta la correcta visualización de los anillos anuales de crecimiento, siguiendo la metodología descrita en Stokes y Smiley (1968). Luego se procedió al recuento de anillos en cada rodaja, para lo cual se empleó una lupa

TABLA 1: ESTADÍSTICOS DE LAS PRINCIPALES VARIABLES ESTRUCTURALES DE LAS PARCELAS DE MUESTREO RELEVADAS ($n = 10$) EN RODALES PUROS DE *Austrocedrus chilensis* DEL SUDOESTE DE RÍO NEGRO. D.S.: DESVÍO ESTÁNDAR, MÍN.: MÍNIMO Y MÁX.: MÁXIMO.

Variable	Media	D.S.	Mín.	Máx.
Edad (años) ^a	92	6	82	101
Densidad (árboles.ha ⁻¹)	947	394	467	1640
Área basal (m ² .ha ⁻¹)	42,6	13,8	23,8	65,6
Diámetro (cm) ^b	25,9	7,6	16,4	39,8
Volumen total (m ³ .ha ⁻¹) ^c	309,9	146,4	147,8	541,7
Altura media (m)	15,4	3,1	11,3	20,1
Altura dominante (m) ^d	19,7	4,1	14,5	26,1

Notas: ^amedia de las edades de los árboles de sitio; ^bdiámetro cuadrático medio; ^cse usó la función local de Chauchard et al. (1991); ^dAltura media de los 100 árboles.ha⁻¹ de mayor diámetro.

TABLA 2: NÚMERO DE ÁRBOLES DE SITIO DE *Austrocedrus chilensis* APEADOS PARA EL ANÁLISIS DE FUSTE, POR CLASES DE DIÁMETRO (5 CM) Y CLASES DE ALTURA (5 M). ENTRE PARÉNTESIS SE CONSIGNAN LOS PARES DE DATOS ALTURA-EDAD GENERADOS.

Clases de diámetro (cm)	Clases de altura (m)				Totales
	< 15,0	17,5	22,5	≥ 25,0	
< 30	1(13)	3(50)			4(63)
32,5		4(63)			4(63)
37,5	1(13)	2(33)	2(38)		5(84)
42,5		2(34)	1(17)	2(45)	5(96)
≥ 45,0		1(15)	2(31)	2(45)	5(91)
Totales	2(26)	12(195)	5(86)	4(90)	23(397)

binocular. Con estos recuentos y las alturas de corte se estimaron las *alturas verdaderas* para el primer anillo interior de cada corte mediante el algoritmo de Carmean (1972), que ha demostrado ser el más preciso para longitudes de sección comparables a las empleadas en este trabajo (Dyer y Bailey, 1987; Fabbio et al., 1994). En la Tabla 2 se presenta la distribución por clases de tamaño de los árboles de sitio y los pares de datos altura-edad generados con los que se constituyó la muestra para el ajuste de los modelos

Adicionalmente, con información publicada en Costantino (1949) se constituyó una muestra independiente para ser usada en pruebas de validación de los modelos ajustados. En aquel trabajo se reportan los datos de siete análisis de fuste, realizados sobre *árboles tipo* (i.e., seleccionados para representar a todas las clases diamétricas presentes) de ciprés de la cordillera en oportunidad de la instalación de las parcelas experimentales. De ellos se seleccionaron los cinco árboles que presentaron crecimientos uniformes en altura (de acuerdo con el autor) y se generaron sus correspondientes alturas verdaderas con el mismo procedimiento usado para obtener los datos del ajuste. Con los 46 pares de datos altura-edad así generados, se constituyó la muestra de validación.

AJUSTES Y VALIDACIÓN

Para el ajuste de los modelos desarrollados se adoptó una estructura de datos en la que cada altura es predicha por su edad y el par altura-edad inmediatamente precedente. Todos los ajustes estadísticos se realizaron por el método de mínimos cuadrados de regresión no lineal como se describe en Draper y Smith (1981). El ajuste de los modelos fue evaluado sobre la base del coeficiente de determinación y el análisis gráfico de la distribución de los residuos. Adicionalmente se determinaron otros estadísticos: error medio o sesgo (promedio de las diferencias entre valores observados y estimados), el error absoluto medio (promedio de los valores absolutos del sesgo), el máximo valor de las diferencias absolutas y la raíz del error medio cuadrático (raíz del promedio de las diferencias cuadráticas). Estos indicadores se calcularon para el conjunto de datos usado en el ajuste y para el conjunto de datos de la muestra independiente.

Para estudiar el comportamiento predictivo de los modelos se ha considerado para su validación las comprobaciones corrientes del sesgo y la precisión como se describen en Nigh y Sit (1996). Dado que los modelos normalmente se usan con

dos propósitos, se evaluaron sus comportamientos para predecir alturas (dado el índice de sitio) y el índice de sitio (dado otro par altura-edad). Para evaluar el sesgo se han estimado los intervalos de confianza para el error medio en las estimaciones de alturas e índices de sitio para diferentes edades. Para la precisión se analizó la variabilidad que muestran los errores de una estimación individual en altura e índice de sitio. En estas evaluaciones, como valores observados se han usado las alturas verdaderas (determinadas con el método de Carmean (1972)) para intervalos de edad de 5 años para cada árbol. Para los valores estimados, con cada modelo se ha calculado la altura de los árboles para los mismos intervalos de edad, usando sus alturas a los 45 años y esta edad base como predictoras. Esta edad de referencia se adoptó por ser la anterior más próxima a la máxima común en las muestras de ajuste y validación. Las determinaciones se hicieron para un rango de edades comunes a todos los árboles en cada conjunto de datos, es decir 75 años para la muestra del ajuste y 50 años para la muestra independiente.

Para probar la consistencia de los modelos se usó un mecanismo en el que esencialmente se realizan comparaciones entre alturas estimadas con distintas edades de referencia. Para ello se calcularon las alturas para edades entre 5 y 150 años (a intervalos de 5 años) usando como predictores índices de sitio entre 5 y 25 m (a intervalos de 5 m) con edades base entre 25 y 150 años (a intervalos de 25 años), es decir un total de 35 curvas para cada modelo. De cada una de estas curvas se tomaron sucesivamente las alturas para los mismos intervalos de edad base y con estos pares se volvieron a calcular las alturas para todas las edades y así determinar las discrepancias entre ambas estimaciones.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos del ajuste de los tres modelos desarrollados se presentan en la Tabla 3. El ajuste de los tres modelos resultó altamente satisfactorio en términos del coeficiente de determinación y la distribución de los residuos no mostró tendencias apreciables en relación con la edad.

En la Tabla 4 se presentan los valores del resto de los estadísticos del ajuste calculados para los tres modelos, tanto para los datos usados en el ajuste como para los datos de la muestra independiente de validación. Aunque el modelo (6) presenta un valor superior del máximo error absoluto, esencialmente ningún modelo se demuestra superior en estos indicadores cuando se comparan los valores obtenidos para los datos usados en el ajuste. Por su parte, en la muestra independiente los valores de todos los indicadores son sistemáti-

TABLA 3: ESTIMADOS PARAMÉTRICOS Y ESTADÍSTICOS DEL AJUSTE DE LOS TRES MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO CON LOS DATOS DE LOS ANÁLISIS DE FUSTE DE *Austrocedrus chilensis*.

Ecuación	n	Parámetro	Estimado	Error estándar	R ²
(6)	374	b	0,01465	0,00101	0,9962
		c	1,01513	0,02070	
(7)	374	a	29,15098	1,05102	0,9961
		c	0,98971	0,02069	
(8)	374	a	35,09827	2,16192	0,9959
		b	0,00790	0,00096	

TABLA 4: *Sesgo*, ERROR ABSOLUTO MEDIO (EAM), ERROR ABSOLUTO MÁXIMO (EA_{max}) Y RAÍZ DEL ERROR MEDIO CUADRÁTICO ($REMC$) PARA LOS TRES MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO DE *Austrocedrus chilensis*. LOS INDICADORES (EN M) SE PRESENTAN PARA LOS DATOS USADOS PARA EL AJUSTE ($n = 374$) Y PARA LA MUESTRA INDEPENDIENTE DE VALIDACIÓN ($n = 46$).

Conjunto	Modelo	<i>Sesgo</i>	EAM	EA_{max}	$REMC$
Datos del Ajuste	(6)	0,12	0,32	1,75	0,41
	(7)	0,11	0,32	1,64	0,41
	(8)	0,11	0,34	1,42	0,42
Datos de Validación	(6)	0,58	0,74	2,06	0,85
	(7)	0,53	0,70	2,00	0,80
	(8)	0,44	0,62	1,84	0,73

camente mayores que en la muestra del ajuste. Sin embargo, el modelo (8) es el que presenta los valores más bajos para todos los índices en el conjunto de datos no usados en el ajuste, presentando los otros modelos valores más semejantes entre sí. En términos generales, el peor desempeño de los tres modelos en esta muestra se puede atribuir al criterio de selección de los árboles. A pesar que los mismos presentan un patrón uniforme de crecimiento en altura, originalmente se los seleccionó para representar a todas las clases diamétricas y no a las mayores, criterio que sí debían cumplir los árboles del ajuste. Dicho de otro modo, es muy probable que algunos de los árboles de la muestra independiente no hayan sido dominantes o codominantes cuando se los seleccionó. Por esta razón, todo análisis que se haga con este conjunto de datos debe tomarse con carácter indicativo.

En la Figura 1 se pueden observar las familias de curvas generadas con los tres modelos y el cumplimiento en todos ellos de la igualdad entre altura estimada e índice de sitio cuando se usan edades iguales a la de referencia. Se destaca el anamorfismo del modelo (6) con asíntotas diferentes para cada calidad de sitio y su mal comportamiento cuando se hacen extrapolaciones fuera del rango de edades contenidos en la muestra, particularmente para los valores de altura predichos para las mejores calidades de sitio que tienden a ser exagerados. Los modelos (7) y (8) muestran un patrón polimórfico y la asíntota común para todas las curvas no se alcanza hasta después de los 250 años en ambos casos. En términos relativos, el modelo (7) es el que tiene menor tendencia a presentar estimaciones extraordinarias en todas las calidades de sitio graficadas. Sin embargo, aunque no queda reflejado en la Figura 1, este modelo tiene un comportamiento anormal y errático cuando se pretende usar un índice de sitio de 30 m (por ejemplo a los 5 años predice alturas de más de 50 m, mientras que a la edad base la altura predicha es igual al índice de sitio). Este comportamiento se presenta cuando se emplean índices de sitio mayores al valor del parámetro a . Puesto que el valor obtenido para este parámetro está muy próximo al rango de índices en los cuales puede llegar a ser usado el modelo, sobre todo si se emplean edades base de 100 o más años, esta característica puede afectar seriamente su potencial. Por último, las estimaciones hechas con el modelo (8) para las clases de sitio de menor calidad tienden a ser exageradas cuando se hacen extrapolaciones. Otro rasgo destacable de este modelo es una estimación anormalmente alta de los valores predichos para las mejores calidades de

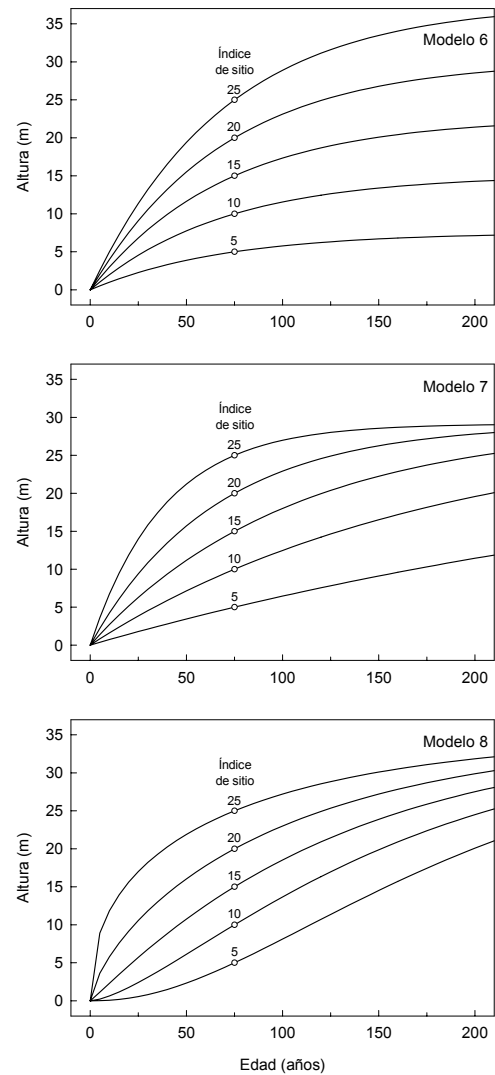


Fig. 1: Curvas de crecimiento en altura de *Austrocedrus chilensis* generadas con los tres modelos para cinco índices de sitio en cada modelo. Las curvas se identifican con el índice de sitio para una edad de referencia de 75 años.

sitio en etapas juveniles.

A pesar que el coeficiente de determinación mide la bondad de ajuste de las funciones, este indicador (al igual que todos los presentados), no brinda mucha información sobre el comportamiento relativo de la precisión y el sesgo de los modelos cuando son usados para realizar predicciones. Para mostrar la precisión, en la Figura 2 se muestra la relación con la edad de los errores de estimaciones individuales del índice de sitio y de alturas para los datos usados en el ajuste. La dispersión de ambos errores muestra una muy baja precisión por debajo de los 20 años, para ir mejorando en las proximidades de la edad base adoptada, manteniéndose dentro de los 2 m entre los 30 y los 75 años. En términos relativos, el modelo (8) es el que muestra peor desempeño en esta evaluación. Para detectar posibles sesgos, en la Figura 3 se presentan las medias de los errores en la estimación del índice de sitio y en la estimación de las alturas con sus intervalos de confianza para el mismo conjunto de datos. Aquí se observa que todos los modelos tienen sesgo positivo para la determinación del índice de sitio cuando se hace a edades juveniles. Para los modelos (6) y (7) el sesgo desaparece a los 35 años mientras

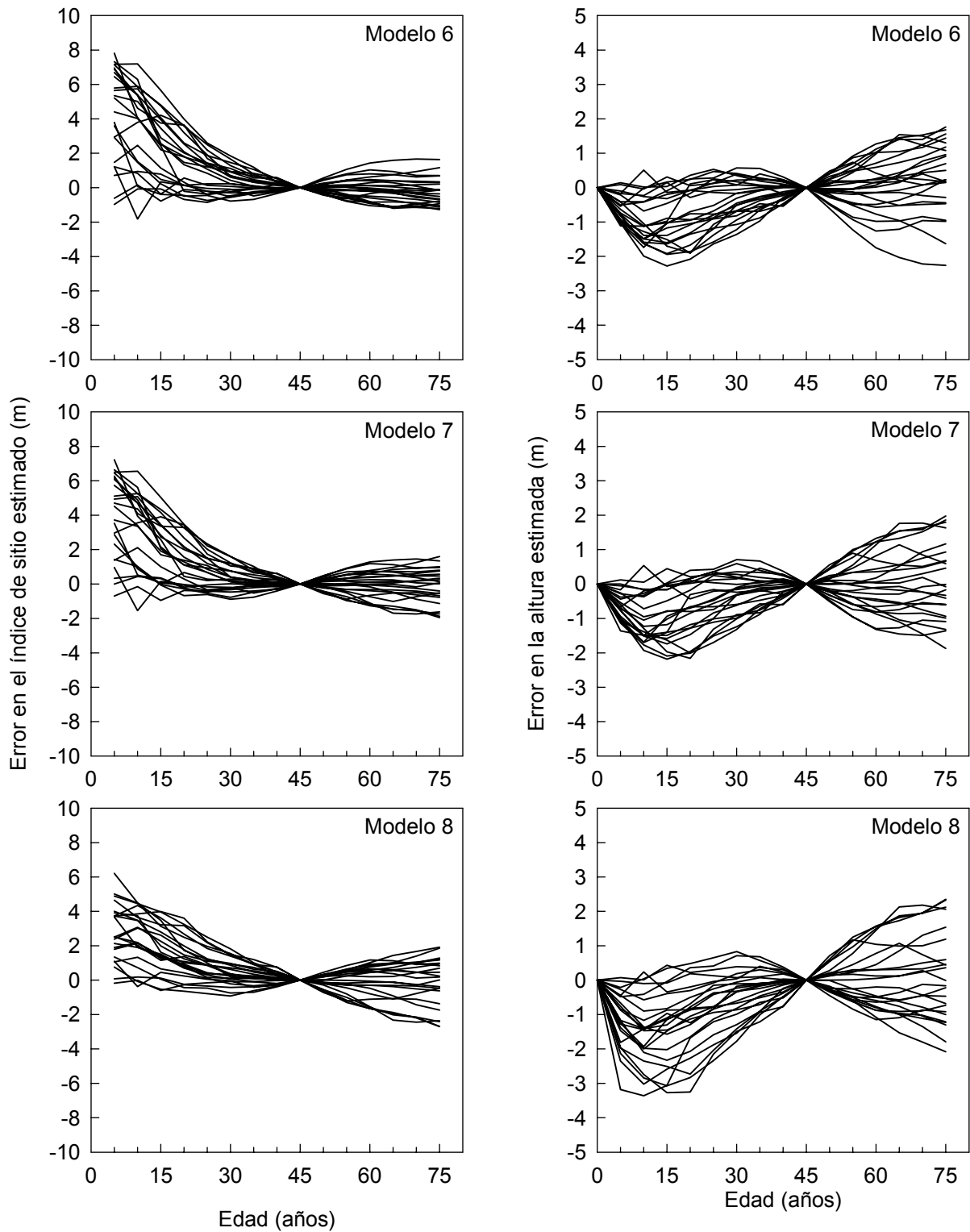


Fig. 2: Errores en los índices de sitio estimados (izquierda) y en las alturas estimadas (derecha) para los tres modelos, usando las alturas a los 45 años como predictoras. Los errores corresponden a los datos del ajuste y se presentan para intervalos de edad de 5 años.

que en el modelo (8) lo hace 5 años más tarde. Para el error en la estimación de alturas, el sesgo es de signo contrario para edades juveniles y desaparece en las mismas edades que para el índice de sitio en todos los modelos. En los dos procesos de estimación, el modelo (6) es el que presenta los intervalos de confianza más estrechos para aquellas edades en las que las estimaciones son insesgadas. Por su parte, el modelo (7) tiene un comportamiento semejante al del modelo (6) y en

general su desempeño es ligeramente superior al del modelo (8).

Dado que el tamaño de la muestra independiente de validación es poco significativo, la evaluación de la precisión no se presenta. Para este conjunto de datos, la relación del sesgo con la edad se muestra en la Figura 4. Las tendencias generales son semejantes a las que se observaron en la muestra del ajuste. Obviamente los intervalos de confianza son más am-

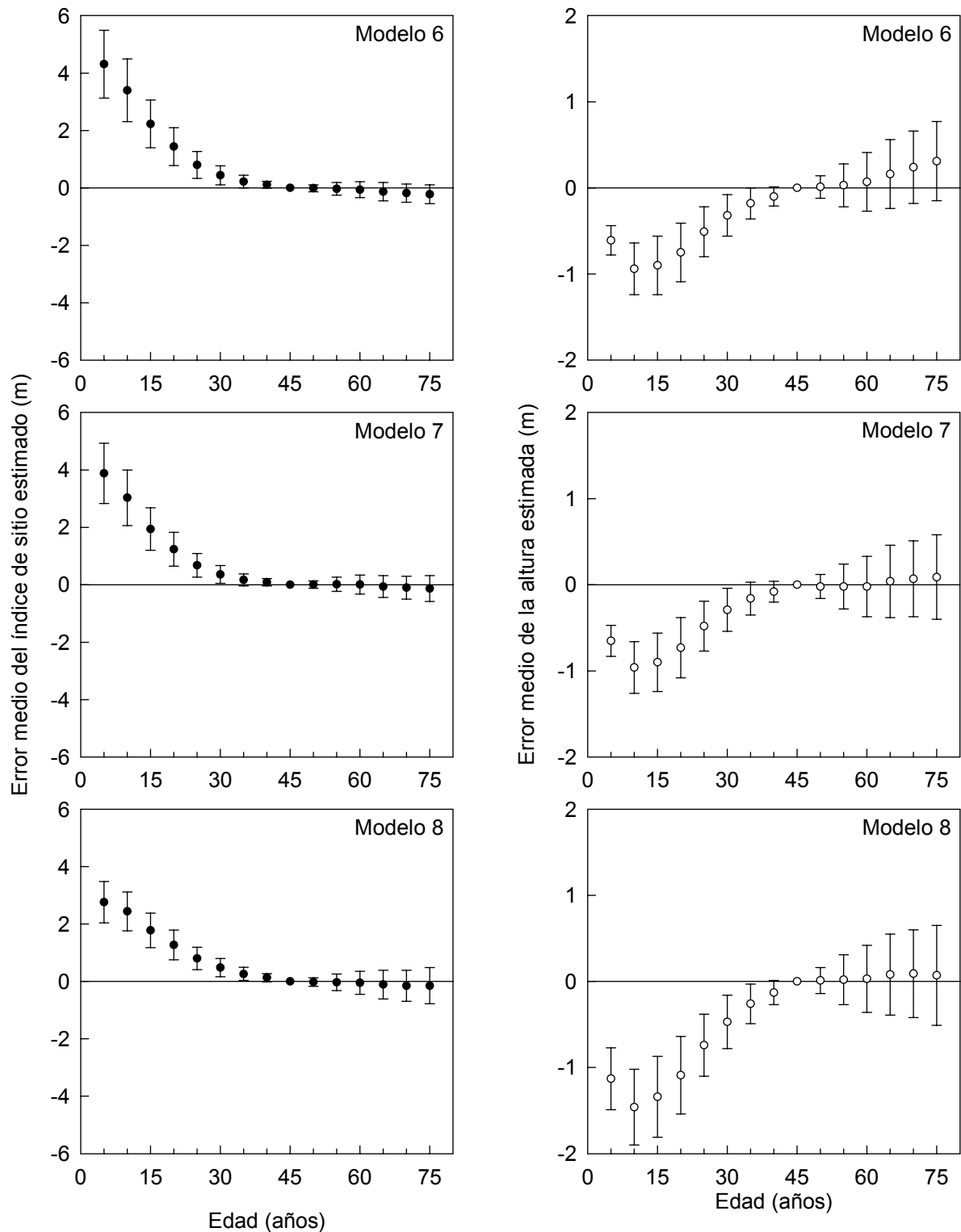


Fig. 3: Errores medios de los índices de sitio estimados (izquierda) y en las alturas estimadas (derecha) para los tres modelos, usando las alturas a los 45 años como predictoras. Los errores corresponden a los datos del ajuste y se presentan con sus intervalos de confianza al 95% para intervalos de edad de 5 años.

plios y en estos datos el sesgo recién desaparece a los 45 años en todos los modelos para ambas estimaciones. Este análisis, al igual que los indicadores presentados en la Tabla 4, sugieren un mejor desempeño relativo del modelo (8) en este conjunto de datos.

Para profundizar el análisis, se estudió la influencia que tiene la adopción de la edad base sobre la precisión predic-

tiva de los modelos, medida en términos de la raíz del error medio cuadrático de las alturas estimadas. Para ello se determinaron estos índices para ambos conjuntos de datos usando diferentes edades como variable predictor, lo que es equivalente al uso de diferentes edades base para calcular alturas a otras edades. Los resultados se presentan en la Figura 5. En general se observa que la edad de referencia tiene una fuer-

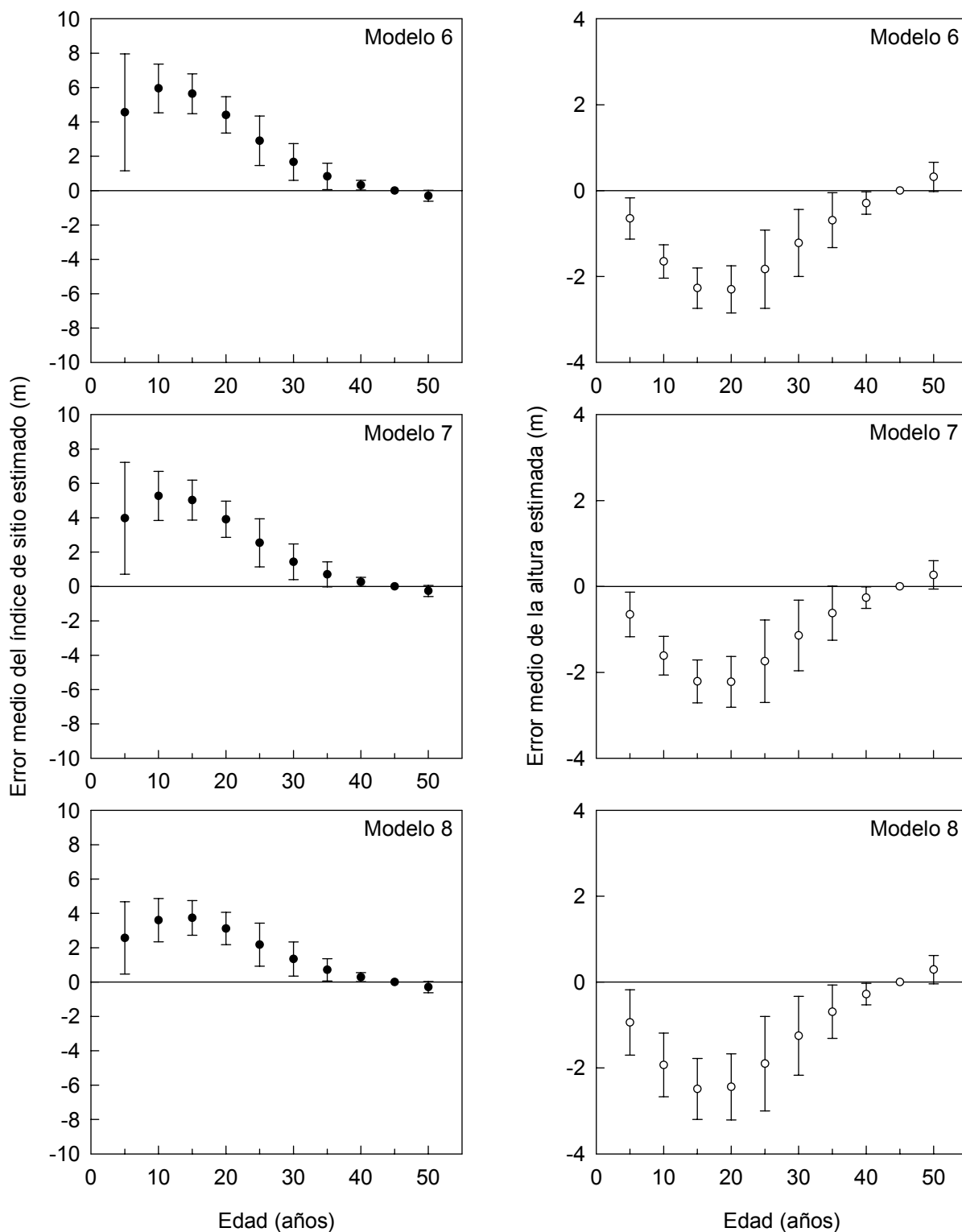


Fig. 4: Errores medios de los índices de sitio estimados (izquierda) y en las alturas estimadas (derecha) para los tres modelos, usando las alturas a los 45 años como predictoras. Los errores corresponden a los datos de validación y se presentan con sus intervalos de confianza al 95% para intervalos de edad de 5 años.

te influencia sobre la precisión del modelo. En los datos del ajuste, el modelo (6) muestra baja precisión para edades juveniles, pero a partir de los 40 años es el más preciso y el valor de este índice se mantiene esencialmente invariante a partir de los 55 años. En el modelo (7), el comportamiento de la precisión predictiva es semejante a la del modelo (6), aunque se muestra menos preciso luego de los 40 años. Cla-

ramente, el modelo (8) es el de menor precisión predictiva. En este modelo los valores más bajos del índice se presentan en edades intermedias, ya que la precisión disminuye antes de los 40 años y luego de los 60 años aproximadamente. En la muestra independiente se pueden observar las mismas tendencias generales. Esto no implica que deba usarse alguna de las edades sugeridas por estos resultados, por ejemplo más de

50 años si se usa el modelo (6), para referenciar las curvas de sitio puesto que el rango de edades de los datos usados en el ajuste afectan fuertemente estos resultados. Además, este índice no tiene en cuenta otros factores importantes como el rendimiento volumétrico y las rotaciones de los rodales en distintas calidades de sitio. No obstante, queda claro que la edad de referencia que se adopte tiene gran influencia en la precisión predictiva de cada modelo y constituye una de las razones más importantes para preferir modelos del tipo edad base invariante.

En la prueba de consistencia, el modelo (6) no arrojó discrepancias entre alturas estimadas que superaran los 15 cm para todas las combinaciones de edades base entre 25 y 150 años y de índices de sitio entre 5 y 25 m. Por su parte, el modelo (7) mostró inconsistencias de menos de 1 m para una edad base de 50 años y un índice de sitio de 25 m. En otras combinaciones presentó el comportamiento anormal ya descrito cuando el índice de sitio resultó superior al valor del parámetro a . Repitiendo el desempeño en otros indicadores, el modelo (8) fue el que presentó mayores problemas de consistencia, particularmente para combinaciones de edades base mayores o iguales a 100 años e índices de sitio entre 5 y 15 m, en las cuales se obtuvieron discrepancias superiores a 1 m.

La coherencia de las estimaciones paramétricas demandada por el criterio 8 de Goelz y Burk (1992) se puede inferir de la comparación de los estimados obtenidos en este trabajo con los resultados del ajuste de la ecuación (3) a los árboles individuales de la muestra del ajuste y que se han reportado en Yapura (1997). Con excepción del parámetro b en el modelo (8), los valores de los demás parámetros de las funciones de sitio están contenidos en el rango de valores obtenidos en

los ajustes árbol por árbol. Por último, el criterio de parsimonia está suficientemente garantizado puesto que todos los modelos desarrollados sólo tienen dos parámetros en total.

CONCLUSIONES

Mediante sencillas operaciones algebraicas fue posible desarrollar tres variantes del modelo de Chapman-Richards que cumplieran total o parcialmente con los criterios establecidos para evaluar el comportamiento de las funciones de sitio. Algunos criterios (2 a 5) pueden considerarse genéricos para el modelado del crecimiento de cualquier variable y su cumplimiento se garantiza con la correcta elección de un modelo fundado en bases teóricas. El modelo seleccionado presenta estos atributos y los mismos tienen expresión matemática explícita, como se demuestra en Shvets y Zeide (1996).

El resto de los criterios pueden ser considerados como específicos del modelado de las funciones de sitio. Para obtener polimorfismo se puede ajustar una función por clase de sitio o bien se puede identificar los parámetros responsables por la forma de la curva y permitir que varíen con la calidad de sitio. La primera opción provoca una violación del criterio de parsimonia (pocos parámetros) e introduce el problema adicional de considerar los límites de clases. Expresando uno o más parámetros como función del índice de sitio, la forma de la curva variará a lo largo del rango de índices de sitio y esta variación será necesariamente continua, evitando toda consideración sobre clases. El modelo (6) es un modelo de tipo anamórfico puesto que se ha permitido que los parámetros que controlan la forma de la curva sean comunes a todos los sitios. En los modelos (7) y (8), el polimorfismo se alcanzó permitiendo que estos parámetros varíen con el sitio, como se sugirió en Bailey y Clutter (1974). Sin embargo, estas dos formulaciones resultan en un parámetro responsable por la asíntota que es común a todas las curvas. Si bien este comportamiento no es deseable, su influencia es menos significativa cuando la asíntota se alcanza en edades superiores al rango en que se utilizará el modelo, como resultaron en este trabajo.

La necesidad de ajustar funciones de sitio edad base invariante surge de poner el énfasis en la predicción de alturas a partir de otras alturas y sus edades. Los modelos edad base específica tienen el inconveniente principal de requerir una estimación de la calidad de sitio sin errores, pues será usada como predictora. Por otra parte carecen de flexibilidad para enfrentar cambios en la duración de las rotaciones. El cumplimiento de este criterio se garantizó mediante la aplicación del método de la ecuación de la diferencia para las tres variantes de la función de Chapman-Richards desarrolladas. Con las formulaciones resultantes también se logró en los tres modelos que la altura predicha sea igual al índice de sitio cuando la edad es igual a la edad base, propiedad que sólo las ecuaciones desarrolladas por el método de la diferencia poseen (Goelz y Burk, 1992).

En las pruebas convencionales de bondad de ajuste los tres modelos arrojaron resultados satisfactorios. En cuanto al comportamiento predictivo, los tres modelos produjeron estimaciones imprecisas y sesgadas para edades juveniles, tanto en la predicción de alturas como del índice de sitio. Puesto que el crecimiento inicial puede estar afectado por factores ajenos a la calidad de sitio, una innovación que seguramente

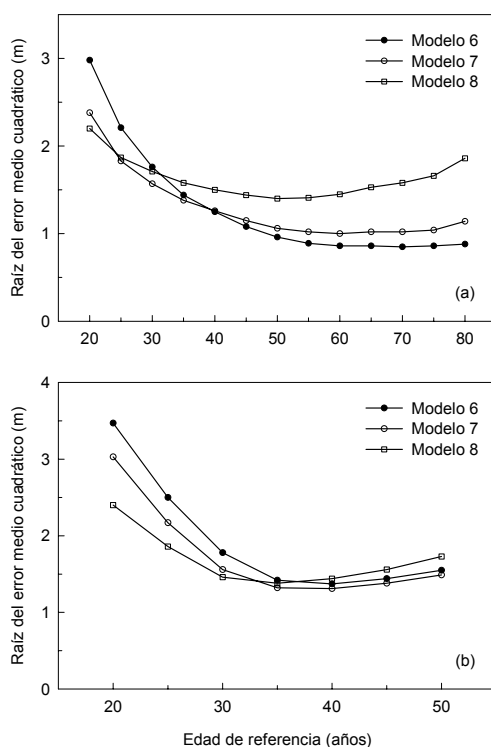


Fig. 5: Raíz del error medio cuadrático de la estimación de alturas con los tres modelos y diferentes edades de referencia para los datos del ajuste (a) y para los datos de validación (b).

te mejorará el comportamiento de estos modelos en edades tempranas será el uso de la edad a la altura del pecho, en lugar de la edad total. Para el rango de edades de mayor importancia práctica, es decir aquellas próximas a la rotación de la especie, los modelos estiman insesgadamente y la precisión aumenta en las proximidades de la edad base adoptada. En estas edades, el modelo (6) tuvo un mejor desempeño en la mayoría de los criterios analizados y la precisión cambia poco con la edad. El mejor comportamiento relativo que mostró este modelo sugiere que el parámetro a , responsable por la asíntota de la función, tiene una fuerte relación con el índice de sitio. A su vez, el comportamiento de los modelos (7) y (8) indican que la relación de los parámetros b y c con el índice de sitio es respectivamente más débil. Sin ser concluyentes, los resultados presentados en este trabajo sugieren la necesidad de desarrollar una variante polimórfica del modelo (6) pero que mantenga las demás propiedades deseables, lo que se puede lograr permitiendo que los parámetros responsables por la forma de la curva también varíen con el índice de sitio.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible gracias a una Beca de Iniciación a la Investigación Científica de la Universidad Nacional de La Plata que el autor recibió durante dos años, entre 1995 y 1997. En especial se agradece a Jorge Frangi y Marcelo Barrera, quienes fueron el director y el codirector de esa Beca de Iniciación, respectivamente. También se agradece a Juan Goya y Juan José Ferrando, quienes colaboraron en el trabajo de campo y participaron en las discusiones posteriores de informes y manuscritos. Por último, se agradece a las autoridades y personal del Servicio Forestal Andino de Río Negro y del Campo Forestal General San Martín del INTA, particularmente a Ernesto Andenmatten y Marcelo Rey, por permitir el acceso a los bosques bajo su jurisdicción para tomar las muestras y por facilitar innumerables arreglos logísticos para esa etapa del trabajo.

El texto se compuso en \LaTeX usando la plantilla de la *Revista de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina (<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/FCEFYN>). La plantilla fue elaborada por G. Krause, revisada por M. Lizarraga y se distribuyó como *Segunda revisión (2018-07-26)* bajo una licencia Creative Commons CC BY 4.0.

DECLARACIONES

Al momento de esta publicación, los datos que se usaron en este trabajo están siendo curados para publicarlos en el repositorio de datos de la Universidad Nacional de La Plata. Hasta entonces, los datos pueden ser requeridos al autor por correo electrónico, quien los compartirá por ese medio en un lapso razonable de tiempo.

El autor declara no tener conflicto de intereses.

REFERENCIAS

- [1] Arshanov, B. (1967). "Parcelas experimentales de *Austrocedrus chilensis* y *Nothofagus dombeyi* en la isla Victoria del Parque Nacional Nahuel Huapi, Argentina". *Revista Forestal Argentina*, 11(2):37–41.
- [2] Bailey, R. y Clutter, J. (1974). "Base-age invariant polymorphic site curves". *Forest Science*, 20:155–159.
- [3] Bava, J. y Gonda, H. (1993). "Propuesta silvícola preliminar de manejo para ciprés de la cordillera". En: *Actas Congreso Forestal Argentino y Latinoamericano*, Paraná, Argentina. pp. 11.
- [4] Bava, J., Roo, G., Rey, M., y Biais, C. (1993). "Respuesta del ciprés de la cordillera a distintos tipos de raleo". En: *Actas del International Symposium on System Analysis and Management Decisions in Forestry*, Valdivia, Chile. pp. 9.
- [5] Carmean, W. (1972). "Site index curves for upland oaks in the Central States". *Forest Science*, 18:102–120.
- [6] Carmean, W. (1975). "Forest site quality evaluation in the United States". *Advances in Agronomy*, 27:209–269.
- [7] Chauchard, L. y Barnabá, J. (1986). "Plan de Ordenación Cuartel Loma del Medio - Río Azul. Provincia de Río Negro". Informe interno, IFONA - Servicio Forestal Andino.
- [8] Chauchard, L., Rey, M., y Peñalba, M. G. (1991). "Funciones de volumen para ciprés de la cordillera (*Austrocedrus chilensis* (Don.) Flor. et Bouleje)". En: *Actas de las VI Jornadas Técnicas. Inventarios - Modelos de Producción y Crecimientos Forestales*, Eldorado, Argentina. pp. 40–48.
- [9] Clutter, J., Fortson, J., Pienaar, L., Brister, G., y Bailey, R. (1983). *Timber management: a quantitative approach*. John Wiley & Sons, New York, EUA.
- [10] Costantino, I. (1949). "Parcelas experimentales permanentes de *Libocedrus chilensis* (Don.) Endl." Publicación Técnica 13, Ministerio de Agricultura y Ganadería, Argentina.
- [11] Costantino, I. (1958). "Primeros resultados de las parcelas permanentes de *Libocedrus chilensis*". *Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata*, 34(2):131–159.
- [12] Dezzotti, A. y Sancholuz, L. (1991). "Los bosques de *Austrocedrus chilensis* en Argentina: ubicación, estructura y crecimiento". *Bosque*, 12(2):43–52.
- [13] Draper, N. y Smith, H. (1981). *Applied regression analysis (2ª Edición)*. John Wiley & Sons, New York, EUA.
- [14] Dyer, M. y Bailey, R. (1987). "A test of six methods for estimating true heights from stem analysis data". *Forest Science*, 33(1):3–13.
- [15] Fabbio, G., Frattegiani, M., y Manetti, M. (1994). "Height estimation in stem analysis using second differences". *Forest Science*, 40(2):329–340.
- [16] Goelz, J. y Burk, T. (1992). "Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario". *Canadian Journal of Forest Research*, 23:776–784.
- [17] Goya, J., Barrera, M., Ferrando, J., Bocos, D., Yapura, P., y Urretavizcaya, M. (1995a). "Adaptación del sistema silvícola de selección a la estructura y dinámica de un rodal de ciprés de la cordillera". En: *Actas IV Jornadas Forestales Patagónicas*, San Martín de los Andes, Argentina. pp. 749.
- [18] Goya, J., Ferrando, J., Bocos, D., y Yapura, P. (1995b). "Estructura y desarrollo de un rodal coetáneo de *Austrocedrus chilensis* en El Bolsón (Río Negro)". *Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata*, 71(2):165–171.
- [19] Goya, J., Yapura, P., Ferrando, J., Barrera, M., y Arturi, M. (1998). "Crecimiento individual y de rodales de *Austrocedrus chilensis* en El Bolsón, Río Negro, Argentina". *Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata*, 103(2):149–155.
- [20] Häggglund, B. (1981). "Evaluation of forest site productivity". *Forestry Abstracts*, 42(11):515–527.
- [21] Leary, R. (1985). *Interaction theory in forest ecology and management*. Martinus Nijhoff/Dr W. Junk Publishers, Dordrecht, Países Bajos.
- [22] Loguercio, G. (1997). "Alternativas silviculturales para el uso sustentable de bosques de ciprés de la cordillera". En: *Actas II Congreso Forestal Argentino y Latinoamericano (Comisión bosque nativo y protección ambiental)*, Posadas, Argentina. pp. 14.
- [23] Nigh, G. y Sit, V. (1996). "Validation of forest height-age models". *Canadian Journal of Forest Research*, 26:810–818.
- [24] Payandeh, B. y Wang, Y. (1994a). "Modified site index equations for major Canadian timber species". *Forest Ecology and Management*, 64:97–101.
- [25] Payandeh, B. y Wang, Y. (1994b). "Relative accuracy of a new base-age invariant site index model". *Forest Science*, 40(2):341–348.
- [26] Richards, F. (1959). "A flexible growth function for empirical use". *Journal of Experimental Botany*, 10(29):290–300.
- [27] Schmidt, H. (1985). "Tratamientos silviculturales para el manejo de los bosques nativos de las provincias patagónicas de la República Ar-

- gentina". Reporte técnico n°, *Proyecto de cooperación técnica para el desarrollo de la región sur de la Argentina, OEA*.
- [28] Shvets, V. y Zeide, B. (1996). "Investigating parameters of growth equations". *Canadian Journal of Forest Research*, 26:1980–1990.
- [29] Spurr, S. y Barnes, B. (1980). *Ecología forestal*. AGT Editor S.A., Distrito Federal, México.
- [30] Stokes, M. y Smiley, T. (1968). *An introduction to tree-ring dating*. The University Of Chicago Press, Chicago, EUA.
- [31] Vanclay, J. (1992). "Assessing site productivity in tropical moist forests: a review". *Forest Ecology and Management*, 54:257–287.
- [32] Wang, Y. y Payandeh, B. (1995). "A base-age invariant site index model for aspen stands in north central Ontario". *Forest Ecology and Management*, 64:97–101.
- [33] Yapura, P. (1997). "Crecimiento en altura dominante y funciones de índice de sitio para ciprés de la cordillera (*Austrocedrus chilensis*) en El Bolsón, Provincia de Río Negro". Informe final de beca de iniciación, *Universidad Nacional de La Plata, Argentina*.
- [34] Zeide, B. (1993). "Analysis of growth equations". *Forest Science*, 39(3):594–616.
- [35] Zeide, B. y Zakrzewski, W. (1993). "Selection of site trees: the combined method and its application". *Canadian Journal of Forest Research*, 23:1019–1025.