O MÉTODO CARTESIANO APLICADO À GEOMETRIA*

DUELCI APARECIDO DE FREITAS VAZ**

Resumo: *neste artigo analisa-se a influência da Matemática sobre a Filosofia cartesiana para mostrar que sua origem está no método de análise e síntese dos antigos geômetras gregos. Em A Geometria, apêndice de O Discurso do Método, estuda-se o problema de Papus e o método das normais ou das tangentes, para confirmar que ali o método é constituído de três etapas: nomear, equacionar e construir geometricamente a solução.*

Palavras-chave: *Geometria e Filosofia. Descartes. Método.*

É difícil dizer com certeza o dia, a hora e o ano do nascimento da Filosofia Moderna. Mas, com certeza, René Descartes (1596-1650) é um de seus grandes expoentes. Ele frequentou a escola jesuíta de La Flèche, onde estudou durante oito anos. Mais tarde, com dezesseis anos, ingressou na Universidade

* Recebido em: 02.05.2011.
Aprovado em: 12.06.2011.

** Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista - Campus de Rio Claro - SP. Professor na Pontifícia Universidade Católica de Goiás e no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás. *E-mail*: duelci.vaz@ig.com.br.

de Pointers. Segundo consta, Descartes se interessou por vários ramos do saber: Medicina, Astronomia, Metereologia, Matemática e Física.

Em 1637 publicou sua principal obra O Discurso do Método, com três apêndices: A Geometria, A Dióptrica e Os Meteoros. Ali, diz ter estudado: Lógica, Geometria e Álgebra e que deveria olhar para métodos que combinassem as vantagens dessas três ciências, mas livres de seus defeitos. Assim, informa a influência da Matemática sobre suas atividades intelectuais.

A FILOSOFIA DE DESCARTES

Na parte II do Discurso propõe quatro regras, consideradas "o coração de sua filosofia", o núcleo de seu método:

> *O primeiro consistia em nunca aceitar como verdadeira nenhuma coisa que eu não conhecesse evidentemente como tal; isto é, em evitar, com todo o cuidado, a precipitação e a prevenção, só incluindo nos meus juízos o que não se apresentasse de modo tão claro e distinto a meu espírito, que eu não tivesse ocasião alguma para dele duvidar.*
> *O segundo, em dividir cada uma das dificuldades que devesse examinar em tantas partes quanto possível e necessário para resolvê-las.*
> *O terceiro, em conduzir por ordem meus pensamentos, iniciando pelos objetos mais fáceis de conhecer, para subir, aos poucos, gradativamente, ao conhecimento dos mais compostos, e supondo também, naturalmente, uma ordem de precedência de uns em relação aos outros.*
> *E o quarto, em fazer, para cada caso, enumerações tão completas e revisões tão gerais, que eu tivesse a certeza de não ter omitido nada* (DESCARTES, 2002, p. 31-2).

Mas que relação existe entre o método cartesiano e a Matemática? Descartes diz, em seus escritos, que fora influenciado pelos matemáticos gregos Papus (III d. C.) e Diofanto (III d. C.) e que tais eruditos utilizavam um método de descoberta em Matemática. De fato, na obra de Papus, A Coleção Matemática, encontramos exemplos de problemas resolvidos e teoremas demonstrados pelo

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

método de análise e síntese dos antigos geômetras gregos e no livro ou capítulo VII, O Tesouro da Análise, sua melhor descrição. Em A Aritmética de Diofanto encontramos uma álgebra sincopada e métodos algébricos criativos na resolução de diversos problemas algébricos (VAZ, 2008).

Quanto ao método cartesiano é de fato adaptado do método de análise e síntese dos antigos gregos (VAZ, 2007). A parte analítica desse método consiste na busca da solução, a parte criativa do processo. É realizada, matematicamente, tomando o problema com todas suas possibilidades, admitindo-o como resolvido e, a partir daí, busca-se decompô-lo, procurando asserções mais simples, dedutivamente, até chegar numa afirmação que se sabe ser verdadeira, finalizando assim a etapa analítica. A síntese começa então a partir do fim da análise, retraçando seus passos, se for possível, chegaremos à solução do problema proposto.

Suponha, então, a título de ilustração, que se queira provar o simples resultado de que ângulos opostos pelos vértices são iguais, Fig. 1, usando o método acima mencionado. Então se procede, num primeiro momento, aceitando o resultado desejado como já verdadeiro, ou seja, $A = C$. Em seguida, aplicando o axioma que diz que se iguais são adicionados a ambos os lados da igualdade, ela permanece verdadeira. Obtém-se a igualdade $A + D = C + D$, pelo acréscimo de D a ambos os lados. Vale lembrar que a igualdade obtida nessa segunda etapa não precisa ser exatamente essa. Não há certeza na busca por antecedentes. Mas deve-se agora perguntar, se essa última igualdade é verdadeira, o que se pode deduzir a partir dela? De acordo com a figura, $A + D$ deve ser igual a dois ângulos retos, $A + D = 2R$. O mesmo é válido para $C + D$, $C + D = 2R$. Portanto, chega-se a algo claramente verdadeiro. Isso indica o fim da análise. A síntese começa, neste caso, pela percepção de que, na figura, $A + D = 2R$ e $C + D = 2R$, ou seja, a síntese começa a partir da última etapa da análise. Aplicando agora o axioma que diz que coisas que são iguais a mesma coisa são iguais entre si, obtemos a seguinte igualdade, $A + D = C + D$. Aplicando o axioma que diz que se subtrairmos iguais de iguais os que permanecem são ainda iguais, obtém o resultado final, $A = C$. Isso conclui a etapa sintética. Como se vê, nesse exemplo, a etapa analítica pode ser considerada como sendo a descoberta dos possíveis caminhos que o matemático deve seguir para demonstrar o resultado. A etapa sintética é a demonstração do fato. Vale lembrar que teoremas complexos foram demonstrados por essa via, como está na obra de Papus.

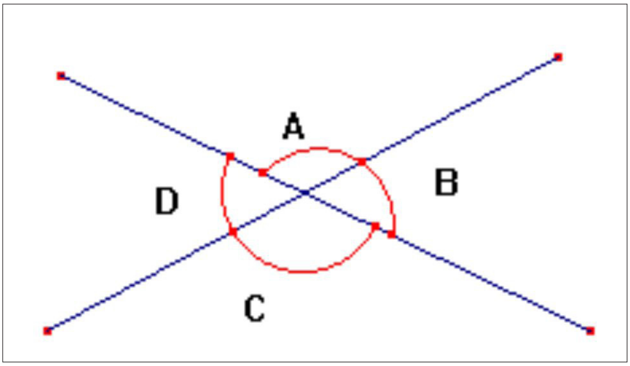

Figura 1: Ângulos opostos pelo vértice

Descartes, inspirado por esse método geométrico, tentou fazer a transferência metodológica das ciências exatas para outras áreas do conhecimento, inclusive, aplicando-o na própria geometria. Isso indica que o ideal metodológico grego foi retomado, mas com um grande diferencial, está voltado para questões mais amplas.

Agora investiga-se o método cartesiano em sua principal obra matemática: A Geometria.

A GEOMETRIA DE DESCARTES

A Geometria é um marco na História da Matemática, pois é um avanço à criação da Geometria Analítica. Seu conteúdo pode ser dividido em três livros ou capítulos. O livro primeiro trata dos problemas que podem ser construído sem usar mais do que círculos e retas. O livro segundo trata da natureza das curvas. O livro terceiro descreve a construção dos problemas sólidos ou mais que sólidos. Na sequência aborda-se a Matemática de Descartes nas partes mais importante.

Não há muito em comum entre a Geometria cartesiana e a Geometria Analítica dos dias atuais. Não há, por exemplo, a ideia de vetor e os sistemas de coordenadas de Descartes não se parecem com os encontrados nos livros didáticos atuais.

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

LIVRO I

No livro I, Descartes indica como as operações aritméticas se relacionam com operações geométricas. Ilustra como realizar a multiplicação, a divisão e a extração da raiz quadrada geometricamente, isto é, com o uso de régua e compasso apenas. Como empregar-se letras em Geometria. Como resolver problemas geométricos ou o método de Descartes em Geometria. Quais são os problemas planos e como resolvê-los. Descartes resolve o problema de Papus para quatro retas aplicando o seu método pela primeira vez.

OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

Para os geômetras, dos gregos até Viète (1540-1603), a variável representava um comprimento, o produto de duas variáveis a área, o produto de três variáveis o volume. Já o produto de quatro ou mais variáveis não tinha significado específico. Essa interpretação grega passou a ser conhecida como obstáculo da dimensionalidade Em sua geometria Descartes introduz o segmento unitário tornando possível e dando significado a muitos problemas que eram intransponíveis para os gregos, assim rompe com essa tradição de interpretar produtos entre variáveis, interpretando-os como grandezas unidimensionais (VAZ, 2003).

Introduz uma nova simbologia que permite um avanço no campo da notação. Escrevia aa ou a^2, a^3 ou aaa e assim sucessivamente. Na sua terminologia, o símbolo a^2 podia ser interpretado como o comprimento de um segmento, e assim era com as outras potências a^4, a^5 e etc. Usava o símbolo $\propto$ no lugar do atual igual (=). Escrevia a+b para a soma de dois segmentos de comprimento a e b, a-b para a diferença, ab para o produto, a/b para o quociente, $\sqrt{a^2+b^2}$ para a raiz quadrada de a^2+b^2 e $\sqrt{C.a^3-b^3+ab^2}$ para a raiz cúbica de $a^3-b^3+ab^2$, onde o C significa cúbica. Justifica que a^3 tem tantas dimensões quanto abb e para se extrair a raiz cúbica de aabb – b deve-se considerar que a expressão aabb está dividida uma vez pela unidade e b multiplicada duas vezes pela unidade.

Descartes constrói todas as operações elementares usando régua e compasso. Para fazer o produto de a por b toma-se duas semirretas com mesma origem B e marca-se em uma delas o

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

segmento unitário AB, veja Fig. (2). Em seguida, marca-se nessa mesma semirreta um segmento BD de medida a e na outra semirreta o segmento BC de medida b. Traça-se um segmento de A até C e, em seguida, partindo de D, traça-se outro segmento paralelo a AC que encontra a outra semirreta em E determinando o segmento DE. Usando semelhança ou o teorema de Tales conclui-se que BE vale ab.

A divisão é realizada da seguinte maneira: toma-se duas semirretas, como anteriormente, e marca-se o segmento unitário AB. Na outra semirreta marca-se os segmentos BC e BE, medindo respectivamente a e b, a < b. Ligando C a A por um segmento e depois traçando um segmento paralelo a este segmento partindo de E até D determina-se b/a.

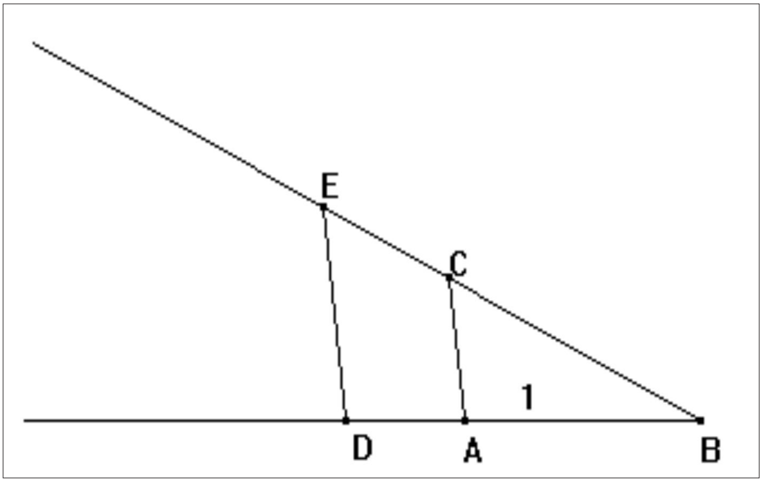

Figura 2: Multiplicação de números geometricamente

Para extrair a raiz quadrada constrói-se um segmento unitário FG acrescentando na sua extremidade o segmento de medida K, GH. Determina-se a semicircunferência cujo centro é o ponto médio do segmento determinado pela unidade e por K, veja Fig. (3). Em seguida constrói-se o triângulo retângulo levantando uma altura a partir do ponto G até I, ponto que está sobre a circunferência do círculo construído, e usando a relação $GI^2 = GH \times FG = GH$, obtém-se a raiz quadrada.

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

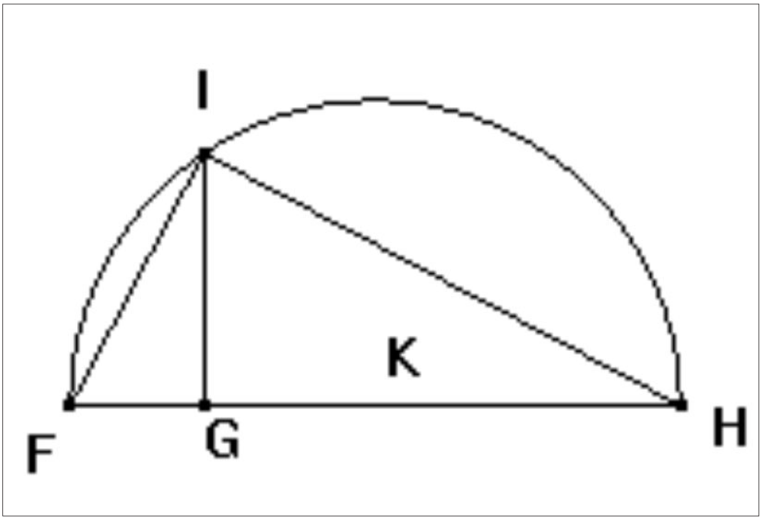

Figura 3: Raiz quadrada geometricamente

PROBLEMAS PLANOS

Para Descartes problemas planos são aqueles que podem ser resolvidos utilizando-se apenas linhas retas e segmentos circulares, traçadas sobre uma superfície plana. São os problemas que se reduzem a uma expressão da forma $z^2 - az = \pm b^2$. Descartes não considerava as raízes negativas dessas equações, as quais chamava de falsas. A construção dessas raízes é realizada como segue. Considere a equação $z^2 = az + b^2$, sendo z o termo ou segmento desconhecido. Primeiro, constrói-se o triângulo retângulo NLM, com LM = b e LN = a/2, depois o círculo de centro N e raio NL veja Fig. (4). Prolongando a base do triângulo LMN até O, de modo que NO seja igual a NL, então a linha MO é o segmento z. Aqui vale observar, seguindo a tradição grega, Descartes chama de base a hipotenusa do triângulo retângulo, pois os gregos construíam o triângulo retângulo apoiado sobre a hipotenusa. A palavra hipotenusa então indica aquele lado que está sob o ângulo reto.

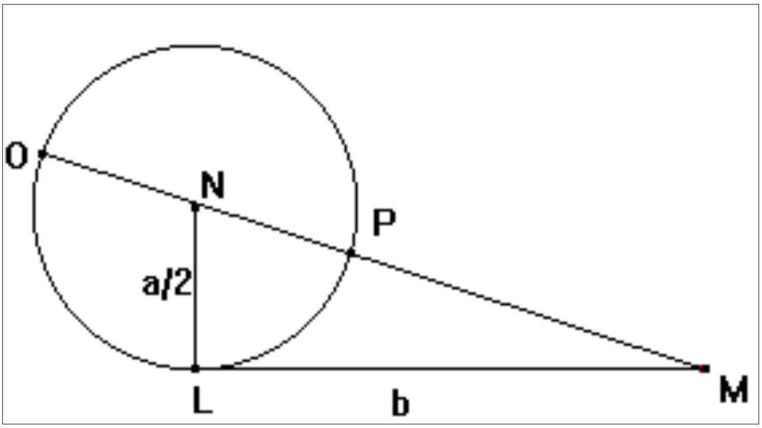

Figura 4: Resolução da equação $z^2 = az + b^2$ geometricamente

Equação $z^2 = az - b^2$. Seja NL = a/2, LM = b. Descartes constrói o círculo de centro N e raio NL, veja Fig. (5). Constrói em seguida LM perpendicular a NL. Traça a partir de M uma paralela a NL que corta o círculo em Q e R. O segmento z será MQ ou QR. Se a paralela não corta o círculo o problema não tem solução.

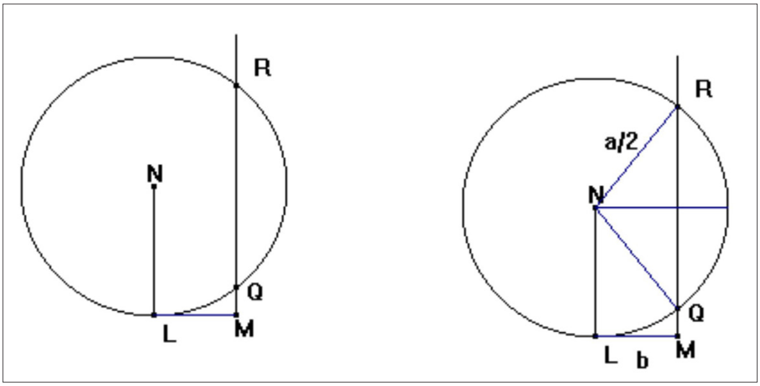

Figura 5: Resolução da equação $z^2 = az - b^2$ geometricamente

O MÉTODO DE DESCARTES E O PROBLEMA DE PAPUS

Inicialmente Descartes aplica seu método de maneira significativa para resolver o problema de Papus, um problema já conhecido pelos gregos anteriores a Papus. O Problema pode ser enunciado considerando quatro retas: AB, AD, EF, GH. Encontrar um ponto C

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

tal que, dados ângulos α, β, γ e φ fixos, obtidos traçando retas por C até AB, AD, EF, GH, respectivamente, tal que CB.CF = CD. CH, veja Fig. (6). Mais ainda, traçar e conhecer a curva contendo tais pontos. Descartes inova no tratamento desse problema reduzindo-o a duas variáveis, o que permite, atribuindo-se valores a uma delas, determinar os valores correspondentes da outra variável e, a partir daí, conhecer o lugar geométrico dos pontos.

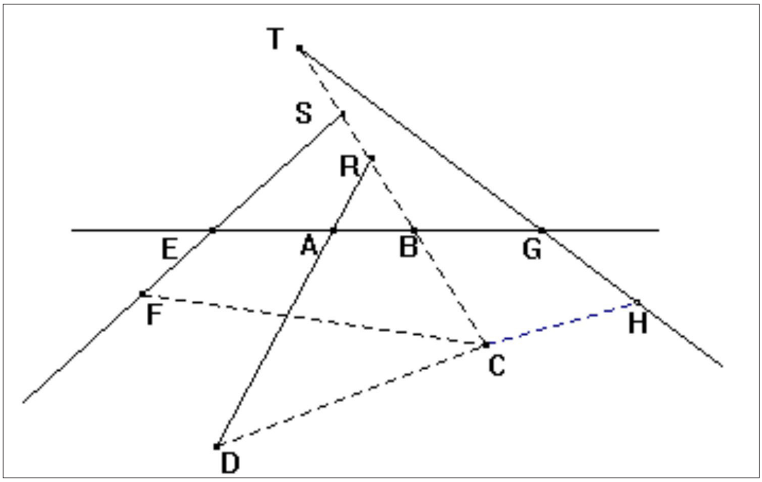

Figura 6: O problema de Papus para quatro retas

Na passagem a seguir podemos notar a estratégia de Descartes.

Primeiro supondo o problema resolvido e, para sair da confusão de todas estas linhas, considero uma das dadas e uma das que há que encontrar, por exemplo, AB e CB, como as principais, às quais trato de referir todas as outras. Designe por x o segmento de linha AB compreendido entre os pontos A e B; e seja CB designado por y; e prolonguem-se todas as demais linhas até que cortem também estas duas, prolongadas se necessário e se não lhe são paralelas; como se vê elas cortam a linha AB nos pontos A, E, G e a linha BC nos pontos R, S, T. Ora bem, como todos os ângulos do triângulo ARB são dados, a proporção dos lados AB e RB é também dada, e indico-a como de z para b; de maneira que representando AB por x, RB será bx/z e a linha total CR será y+bx/z, pois *o ponto B cai entre C e R; se R caísse entre C e B seria CR = y-bx/z e se caísse entre B e R, seria CR= -y+bx/z. Analogamente, os três ângulos do triângulo DRC são dados e, por conseguinte, também a proporção que há entre os lados CR e CDF, indico como z para c, de modo que sendo CR= y + bx/z , será CD=cy/z+bcx/z2. Após isto, como as linhas AB, AD, e EF são dadas em posição, a distância entre os pontos A e E também é dada e, designando-as por k, ter-se-á EB igual a x + k; que seria k – x se o ponto B caísse entre E e A; e –k+x se E caísse entre A e B. E como todos os ângulos do triângulo ESB são dados, e estabelecendo que BE está para BS assim como z está para d, tem-se: BS=(dk+dx)/z e a linha CS é (zy+dk+dx)/z. Se o ponto S caísse entre B e C seria CS=(zy-dk--dx): e quando C cai entre B e S teremos CS=(-zy+dk+dx)/z. Além disso os três ângulos do triângulo FSC também são conhecidos, e portanto é dada a proporção de CS para CF, que z para e, e será CF=(ezy+dek+dex)/z2. Analogamente, AG ou l é dada e BG é l-x, pois no triângulo BGT é também conhecida a proporção BG:BT=z/t, teremos: BT=(f l - fx)/z, sendo CT=(zy+fl-fx)/z. Agora, como a proporção de TC para CH está dada pelo triângulo TCH, fazendo-a como z para g, tem – se CH= (gzy+fgl-fgx)/z2 (DESCARTES, 2001, p. 21, 22).*

Substituindo em CB.CF=CD. CH obtém-se uma equação do segundo grau em x e y. Atribuindo um valor a uma das variáveis encontra-se a segunda. Como isso pode ser feito indefinidamente determina-se uma infinidade de pontos e a partir deles é possível construir a curva que representa o lugar geométrico. A construção dessa equação foi dada anteriormente, pois ao atribuir um valor a uma das variáveis, obtém-se uma equação do segundo grau.

A resolução do problema de Papus dada por Descartes é reconhecida como a base para o desenvolvimento da Geometria Analítica. Pelo exemplo dado podemos notar que Descartes apresenta o método que pode ser resumidamente dividido em três etapas: nomear, equacionar, construir.

Nomear consiste em assumir que o problema já está resolvido e, a partir daí, nomear ou atribuir variáveis a todos os segmentos

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

conhecidos e desconhecidos necessários para a resolução do problema. Equacionar significa estabelecer uma equação envolvendo essas variáveis. Finalmente construir as soluções geometricamente, fazendo uso de régua e compasso. Acrescente-se aqui, conforme prevê o método, fazer uma análise profunda de todas as etapas para que não paire dúvida no processo.

Quanto ao método aplicado é necessário esclarecer sua relação com o método de análise e síntese dos antigos geômetras gregos e aquele descrito na parte II do Discurso do Método. A etapa analítica começa quando Descartes o decompõe nomeando todos os segmentos e estabelecendo equações que no final são reduzidas a uma simples equação capaz de sintetizar o problema. A etapa sintética é a construção da equação. Descartes dedica boa parte de seu livro explicando como construir tais equações e no Livro II explora todas as possibilidades do problema de Papus, a ideia é resolvê-lo completamente e generalizá-lo para mais de linhas.

LIVRO II

O segundo livro pode ser dividido em quatro partes. A primeira apresenta a classificação de curvas de Descartes, contendo uma análise completa das curvas necessárias para resolver o problema de Papus para quatro linhas e para o caso especial de cinco linhas. Apresenta o método da normal ou da tangente, onde se pode visualizar outra aplicação do método. Apresenta também aplicações em Dióptrica, especificamente problemas relacionados as ovais ou elipses, uteis na época para a construção de telescópios.

CURVAS GEOMÉTRICAS E CURVAS MECÂNICAS

Segundo Descartes, as curvas podem ser geométricas ou mecânicas. Descartes entende que:

> *[...] por geométrico é o que preciso e exato, e por mecânico o que não o é, e considerando a geometria como uma ciência que ensina geralmente a conhecer as medidas de todos os corpos, não devem excluir-se as linhas por composta que sejam, enquanto possam imaginar–se descritas por*

um movimento contínuo, ou por vários que se sucedem, e em que os últimos estão inteiramente regidos pelos que os precedem; pois por este meio se pode sempre ter um conhecimento exato da sua medida (DESCARTES, 2001, p. 29).

No decorrer do texto ele admite como curvas geométricas aquelas geradas por um movimento contínuo e regulado, como aquele obtido por uma espécie de máquina onde as engrenagens estão interligadas, (Figura 7), ao mover o eixo XY todos os pontos B, D, F, ... movem-se formando as curvas geométricas. Algumas geradas por construções ponto a ponto e as dadas por uma equação algébrica também são consideradas geométricas. A quadratriz é uma curva que pode ser construída ponto a ponto, mas não considerada por Descartes.

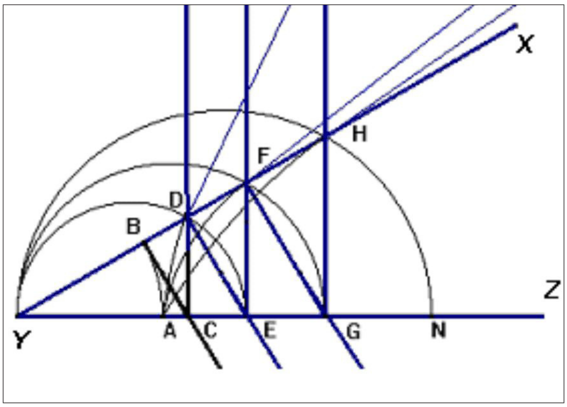

Figura 7: Obtenção de curvas geométricas

As curvas mecânicas não podem ser descritas por uma equação algébrica, mais tarde Leibniz as chamou de transcendentes (VAZ, 2007). Curvas descritas por dois movimentos separados, somente pontos especiais podem ser construídos, curvas que algumas vezes são retas e algumas vezes são linhas curvas são também consideradas mecânicas. São exemplos de curvas mecânicas: a quadratriz, a espiral e a hélice. Mancosu (1996, p.78) afirma que um dos critérios usados para excluir as curvas mecânicas da Geometria, como é o caso da quadratriz, é o fato de ela ser usada para quadrar o círculo, impossível com régua e compasso, e portanto não pode trazer nada de novo à Geometria. Para Gillies (1992, p. 101) a grande visão de Descartes consistia em classificar todos os problemas geométricos por meio de curvas simples que podem ser usadas para resolvê-los.

Descartes apresenta uma análise completa das curvas necessárias para resolver o problema de Papus para quatro linhas e para o caso especial de cinco linhas e explora todas as possibilidades do problema de Papus quando está proposto para quatro e três retas mostrando que não se obterá mais que as seções cônicas. O caso para três retas é realizado considerando a terceira e quarta retas coincidindo. Neste caso, a proporção fica CB.CF = CD. CD. O caso especial para cinco retas é quando toma-se quatro delas paralelas e a quinta perpendicular as essas quatro. A estratégia básica é a mesma usada anteriormente. A generalização do problema de Papus consiste em notar, como fez Descartes, que a distância de C a cada reta é uma expressão de duas variáveis do tipo ax + by + c, ao substituir na condição dada teremos um produto, em cada membro, com n fatores para o caso de 2n ou 2n –1 retas.

Passa-se agora a análise de outra aplicação do método, no cálculo da normal ou tangente. Para apresentá-lo, Descartes o aplica à elipse, veja Fig. (8), e mais uma vez usa seu método para resolver problemas em Geometria como se explica a seguir. Seja CP a reta perpendicular a elipse CE em C. CE é a elipse, MA um segmento contido em seu diâmetro (eixo) ao qual corresponde a ordenada CM. Seja a elipse com equação $x^2 = ry - (r/q) y^2$. Usando o teorema de Pitágoras obtém-se a equação $s^2 = x^2 + v^2 -2vy+y^2$. Substituindo uma na outra chega-se a equação $y^2 + (qry - 2qvy + qvy +qv^2 - qs^2) / (q-r) = 0$. Como CP deve ser normal à elipse, então o círculo com raio CP deve tocar a elipse em um único ponto C, logo a equação resultante tem raiz dupla e pode ser reescrita na forma $(y-e)^2=0$, onde e é a raiz; desenvolvendo-a chega-se a $y^2=2ye-e^2$, comparando temos, $e = (2qv - qr)/(q-r)$, resolvendo-a em v, tem-se $v = (2e(q-r)+qr)/2q$ e como $e = y$, tem-se, finalmente, a $v = (y(q-r)/q)+r/2$. Por fim, resta construir a equação que é a parte mais fácil, pois requer construções básicas. Note que o método da normal de Descartes, não utiliza a ideia de limite, ideia que surgiria com Fermat (1601 – 1665).

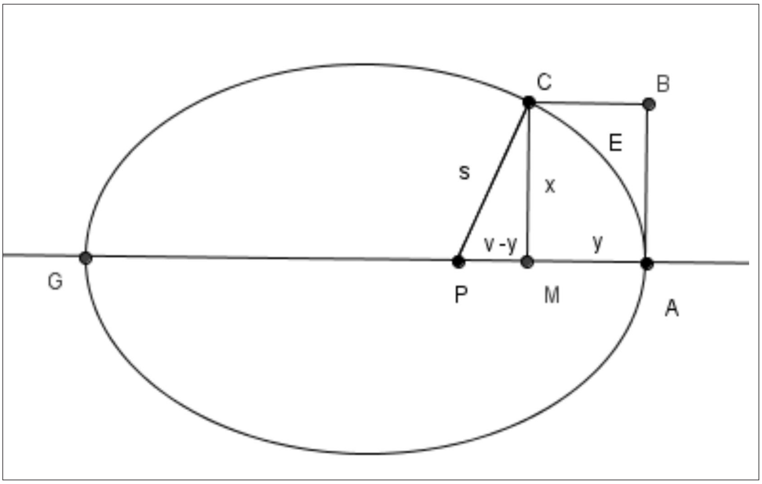

Figura 8: O problema da normal

Constata-se, neste exemplo, a mesma estratégia usada para resolver o problema de Papus: nomear, equacionar e construir foi utilizada aqui.

LIVRO III

O terceiro livro apresenta uma análise completa das raízes de equações polinomiais, a regra de sinal de Descartes, a construção de todos os problemas de terceiro e quarto grau através da intersecção de um círculo e uma parábola e a redução de todos esses problemas ao da trissecção de um ângulo ou da construção dos meios proporcionais. O livro três começa esclarecendo quais são as curvas geométricas que se deve escolher para resolver os problemas em Geometria. Assim, diz Descartes (2001, p. 99):

> *[...] não pode dizer que seja lícito servir–se da primeira que se encontra para a construção de cada problema, pois é necessário ter o cuidado de escolher sempre a mais simples que permita resolvê-lo. E é ainda necessário observar que deve entender-se por mais simples as que possam ser mais facilmente traçadas, nem as que tornam a construção ou a demonstração do problema mais fácil, mas principalmente*

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

as que, sendo da classe mais simples, possam servir para determinar a grandeza que se busca.

Apresenta, em seguida, o processo de determinar os meios proporcionais em uma construção, uma vez que isto é bastante importante na sua teoria de resolver problemas sólidos. Na sequência, Descartes apresenta as propriedades das equações polinomiais com coeficiente reais e suas raízes, chamando as raízes reais e positivas de verdadeiras e as negativas de falsas. A variável é chamada de quantidade desconhecida. O coeficiente da variável, quantidade conhecida. A ausência de um termo na equação é indicada por um sinal asterisco (*). O grau da equação é, para Descartes, a dimensão.

As propriedades apresentadas em A Geometria são, em muitos casos, parecidas com aquelas que encontramos nos livros de Matemática do terceiro ano do ensino médio, destaca-se entre essas propriedades a regra de sinal de Descartes. A importância dada a essas propriedades é que elas são usadas, por ele, para resolver problemas em Geometria que recaem em equações algébricas.

A quantidade de raízes de uma equação, para Descartes, é igual a dimensão. Isto sugere que ele já conhecia o teorema fundamental da Álgebra, embora em A Geometria não apareça nenhum comentário sobre isto.

Cabe aqui ressaltar a Regra de Sinal de Descartes: tomemos o exemplo dado em A Geometria quando ele fala das raízes da equação $x^4 – 4x^3 – 19x^2 + 106 x – 120 = 0$:

A saber: podem existir tantas verdadeiras como de vezes os sinais + e - se encontrem trocados; e tantas falsas como de vezes se encontrem dois sinais + ou dois sinais - seguidos. Assim, na última, depois de $+x^4$ segue - $4x^3$, há uma variação de sinal de + para -; e depois de - $19x^2$ segue-se +10x e depois de +106x vem – 120, o que corresponde a outros dois câmbios, donde se conclui que há três raízes verdadeiras; e uma falsa, em virtude dos dois sinais seguidos que antecedem $4x^3$ e $19x^2$ (DESCARTES, 2004, p. 105-6).

Hoje a regra poderia ser enunciada assim: o número de raízes positivas de uma equação algébrica ou é igual ao número de variações de sinal na sequência dos coeficientes ou é menor que esse número por um inteiro par.

CONCLUSÃO

Podemos concluir da análise que, embora muitas realizações de Descartes estejam superadas, como é o caso da classificação de curvas, ele conseguiu dar contribuições importantes à Matemática e à Filosofia de sua época. Em A Geometria percebe-se isso claramente: sua moderna notação e a indicação de como operar algebricamente com segmentos o permitiu avançar significantemente em muitos resultados. Na resolução dos problemas apresentados percebe-se a eficácia desta notação, pois o permite tratar de questões gerais superando seus antecessores que possuíam uma notação algébrica complexa, impossibilitando-os de generalizar resultados e trabalhar com facilidade. Quanto a adaptação de seu método aplicado à geometria, herdado dos antigos matemáticos gregos, junto com sua simbologia, nota-se sua eficiência na resolução de diversos problemas como o de Papus e o da determinação da normal. Percebe-se que a ideia de nomear os termos dados num problema, determinar uma equação envolvendo todos esses termos e obter a solução é, ainda hoje, uma estratégia muito útil no ensino da Matemática, embora para Descartes as raízes tivessem que ser construídas geometricamente. Quanto a criação da Geometria Analítica pode-se afirmar que na obra cartesiana não existe as ideias usais da geometria analítica como vetores, equações de retas e planos. Isso teria que esperar um pouco mais. Forbes (1977) afirma que de fato a criação da geometria analítica é fruto de um longo desenvolvimento histórico antes e depois de Descartes, corroborando com nossa análise.

THE CARTESIAN METHOD APPLIED GEOMETRY

Abstract: *this article analyzes the influence of mathematics on the Cartesian philosophy to show that its origin is in the method of analysis and synthesis of the ancient Greek geometers. In Geometry, appendix Discourse on Method, we study the problem of*

estudos, Goiânia, v. 38, n. 3, p. 451-467, jul./set. 2011.

Papus and the method of normal or tangent to confirm that the method here consists of three steps: naming, equating and constructing the solution.

Keywords: Geometry and Philosophy. Descartes, Method.

Referências

DESCARTES, René. *A Geometria*. Tradução Emídio César de Queiroz Lopes. Lisboa: Editorial Prometeu, 2001.

DESCARTES, René. *O Discurso do Método*. Tradução de Pietro Nasseti. São Paulo: Martin Claret, 2002.

FORBES, Eric G. *Descartes and the Birth of Analytic Geometry*. London 4. p. 141-151, 1977.

GILLIES, Donald. *Revolutions in Mathematics*. N. York: Nova York: Oxford University Press, 1992.

MANCOSU, Paolo. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. N. York: New York: Oxford University Press, 1996.

VAZ, D. A. F. A Geometria de Descartes. In: *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, n. 23, p. 113-122. Rio Claro: Edunesp, 2005.

VAZ, D. A. F. A Influência da Matemática nas Regras para Direção do Espírito e O Discurso do Método. Tese (Doutorado) — Unesp, Rio Claro, 2007.

VAZ, D. A. F. Estudos Cartesianos: a formação acadêmica. Goiânia: Ed. da PUC Goiás, 2007.