

---

## A DINÂMICA DAS FUNÇÕES LINEARES E A TRANSPosição DIDÁTICA \*

---

ADELINO CANDIDO PIMENTA\*\*, OVÍDIO CÂNDIDO DE OLIVEIRA  
FILHO\*\*\*

*Resumo: este trabalho apresenta uma nova abordagem para o ensino de funções lineares fundamentada na teoria de sistemas dinâmicos discretos e, mais especificamente, o uso de iterações de funções. A transposição didática é efetivada por meio de aplicativos implementados em computador com a utilização de recursos de java aplicativos applets. Espera-se que o usuário possa concluir que o aspecto oscilatório está associado ao sinal negativo do coeficiente linear da função.*

*Palavras-chave: Ensino de funções lineares. Applets. Dinâmica de funções.*

**A**presentam-se, neste artigo, situações em que possa acontecer a transposição didática no ensino de funções lineares. Transposição didática que Ives

\* Recebido em: 06.05.2011.  
Aprovado em: 16.06.2011.

\*\* Doutor em Educação Matemática; PUC Goiás; Educação Matemática;  
*E-mail:* adelino@pucgoias.edu.br.

\*\*\* Doutor em Matemática; PUC Goiás; Matemática. *E-mail:* ovidio@pucgoias.edu.br.

Chevallard (1981) denomina de o conjunto das adaptações e transformações que o saber sábio sofre para ser ensinado.

Na pesquisa de Oliveira (1997) a autora acrescenta que do saber a ser ensinado à sua adaptação ao sistema didático existe todo um processo gerador de deformações, de criação de objetos para o ensino finalizando com o que chamamos de saber escolar. Isto é, o saber que constam nos programas e, em particular, nos livros didáticos. Também as condições de transmissão deste saber escolar determinam o que deve ser ensinado e de que forma deve se dar a assimilação. Daí decorre a importância de se propor, neste trabalho, o que denominamos de situações para a transposição didática no cenário das funções lineares. E nesse sentido, tornou-se importante o levantamento dos conceitos predominantes nos livros didáticos consultados para a pesquisa. Nesses livros não identificamos atividades que contemplasssem a incorporação de novos conceitos, sob o ponto de vista de dinâmica e iteratividade, no ensino de funções lineares.

Esse contexto levou-nos a assumir o posicionamento de (LIBÂNEO, 1994, p. 89) quando escreve: *O ensino é uma combinação adequada entre a condição do processo de ensino pelo professor e a assimilação ativa como atividade autônoma e independente do aluno*. Ou seja, o processo de ensino é uma atividade de mediação pela qual são providas as condições e os meios para os alunos se tornarem sujeitos ativos na assimilação de conhecimentos.

Ainda segundo Libâneo o ensino se constitui em três funções inseparáveis:

- Organizar os conteúdos para sua transmissão, de forma que os alunos possam ter uma relação subjetiva com eles.
- Ajudar os alunos a conhecerem as suas possibilidades de aprender, orientar suas dificuldades, indicar métodos de estudo e atividades que os levem a aprender de forma autônoma e independente.
- Dirigir e controlar a atividade docente para os objetivos da aprendizagem.

E tendo a compreensão de que o processo didático se dá pela ação recíproca de três componentes – os conteúdos, o ensino e a aprendizagem – mediante determinadas exigências socio-culturais e pedagógicas sujeitas a condições de uma situação didática concreta, entendemos que estes novos conceitos possam

ser transmitidos por intermédio de atividades que possibilite a utilização de novas tecnologias e, em especial, um Laboratório de Ensino de Matemática e Informática com equipamentos interligados em redes e preferencialmente com acesso a Internet ou pelo menos Intranet.

Acreditamos, então, que a incorporação destes novos conceitos conte com a mediação de um texto de apoio para cada aula, elaborado, previamente, pelo professor. Este texto deve ser disponibilizado nos equipamentos desse Laboratório de modo que cada aluno possa participar de uma aula presencial ou até mesmo em outro momento, numa condição de reforço em atividades extra-classe.

O texto, a ser utilizado em cada aula, deve contemplar informações e orientações quanto a conteúdos, metas e as conexões com outros conteúdos conforme a sequencia didática programada além de propor por intermédio de problemas, principalmente, envolvendo situações do cotidiano dos alunos devidamente estimulados mediante questionamentos inseridos nele.

No que diz respeito a suporte tecnológico, é possível o desenvolvimento de tais atividades com a utilização de linguagens de programação desenvolvidas para esse fim, como por exemplo: JAVA<sup>1</sup>, PHP<sup>2</sup>, e MySQL<sup>3</sup>, assim como lançar mão de recursos de domínio público ou ainda, outras possibilidades equivalentes, de modo que o aluno tenha condições de desenvolver as atividades programadas para cada aula.

Além do caráter teórico, o texto se propõe a constituir-se numa proposta de atividades práticas. Com outras palavras, pode-se dizer que cada aula deve ocorrer numa *homepage* de tal modo que o aluno, ou até mesmo outro usuário, possa acessar o respectivo endereço por intermédio de autorização concedida pelo professor – serviço de senhas – a qualquer momento.

## A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Apresenta-se a seguir, uma demonstração prática, segundo a proposta, a simulação de uma aula, onde o tema é o propósito de ensinar conceitos de funções lineares crescentes e/ou decrescentes e suas aplicações com atividades num Laboratório de Ensino de Matemática e Informática.

1. Primeiro passo: O aluno acessa o endereço eletrônico de uma

página na internet com o seguinte formato:

Nessa página - figura 1, o aluno estará diante das seguintes opções: aulas - programação e conteúdos - softwares, e-mail, espaço para debates, avaliações e cadastramento.

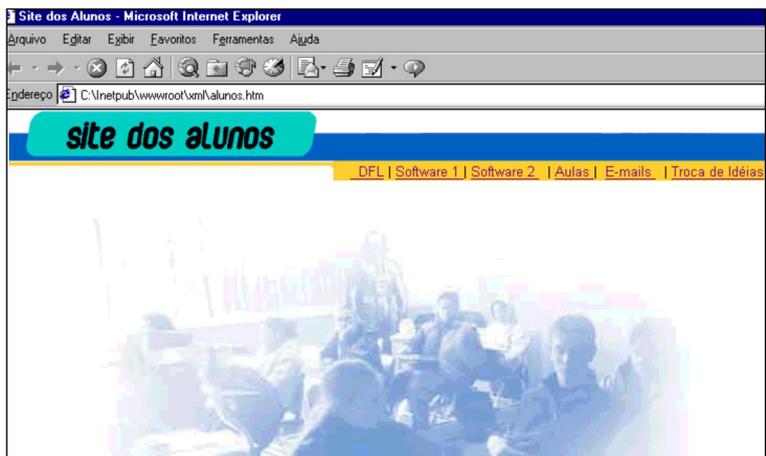
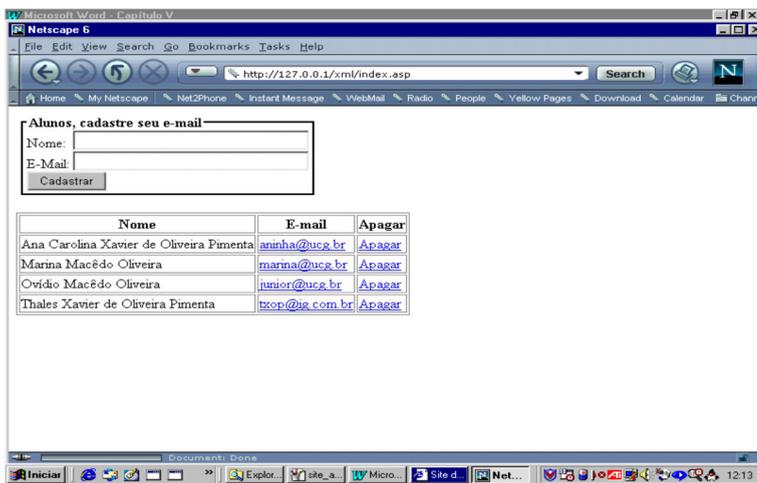


Figura 1: Site dos alunos

O cadastramento para o acesso do usuário dar-se-á conforme o modelo da janela ilustrada na figura 2 onde observa-se a simulação desse procedimento de forma sequenciada.



424 Figura 2: Janela para cadastramento do aluno

2. Segundo passo: No *site do aluno* - Figura 1, o aluno cadastrado deverá identificar a aula programada e, logo em seguida ele terá acesso ao texto para sua orientação conforme mostra a Figura 3:

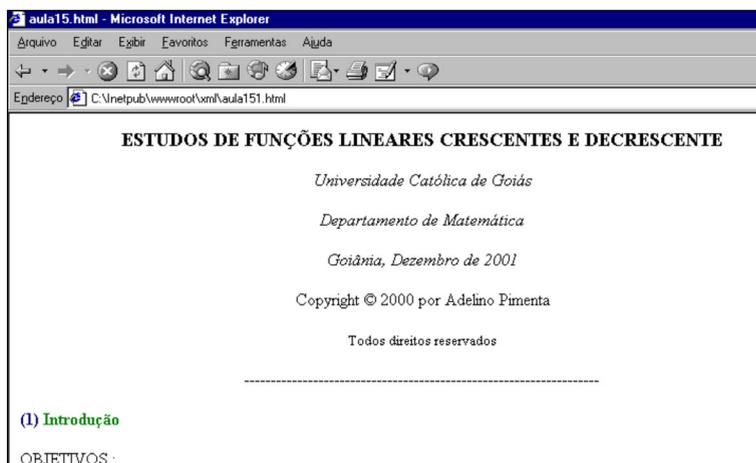


Figura 3: Texto da aula acessada

Neste momento, o aluno estará interagindo com o texto da aula correspondente que para efeito de ilustração destaca-se na sessão a seguir,

## DESENVOLVENDO O TEMA: FUNÇÕES LINEARES CRESCENTES E DECRESCENTES

### Objetivos da aula

- Providenciar uma coleção de conceitos necessários ao estudo de funções lineares.
- Apresentar notação convencional adotadas em todas as unidades.
- Introduzir o LWA<sup>1</sup> contendo estrutura apropriada para operar com funções lineares.
- Introduzir os conceitos de ponto atrator, repulsor, órbita exponencial e oscilatória, etc.
- Mostrar métodos alternativos para a análise de gráficos de funções lineares.
- Identificar funções lineares crescentes e/ou decrescentes

observando o gráfico das soluções de cada membro da família linear  $f(x) = ax + b$ .

- Estabelecer comparações entre os conceitos tradicionais e os novos conceitos.
- Assimilar os conceitos de funções lineares crescentes e decrescentes.
- Providenciar levantamento dos conceitos tradicionais que constam no livro didático utilizado pelo aluno.

Nota 1: Do livro texto o aluno deverá listar os conceitos tradicionais de uma função crescente e também o de uma função decrescente.

Nota 2: Possivelmente o aluno encontrará notações diferentes. Neste caso, essas notações deverão ser relacionadas e comparadas.

Examine o comportamento das funções

O aluno deverá examinar o comportamento gráfico de qualquer membro da família linear  $f(x) = ax + b$ , observando e destacando, principalmente, os casos de semelhanças com base na observação dos gráficos das soluções obtidos com as simulações do aplicativo utilizado.

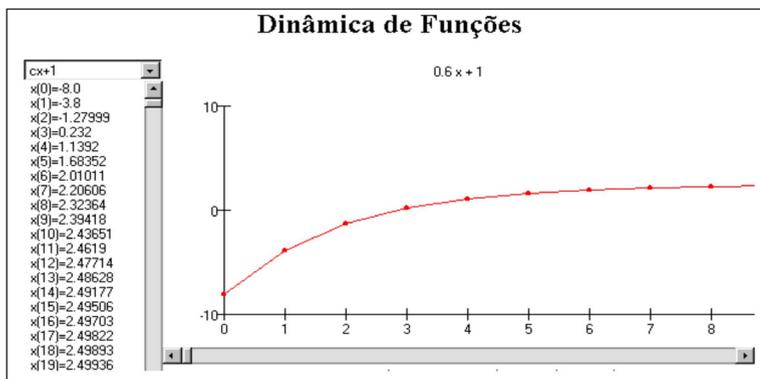


Figura 4: Aplicativo (órbita exponencial) – Dinâmica de Funções

Com a utilização deste aplicativo ou outro equivalente, ele deverá perceber que uma função é crescente se a órbita é exponencial – (exemplo Figura 4 ou é decrescente se a órbita é oscilatória (exemplo Figura 5).

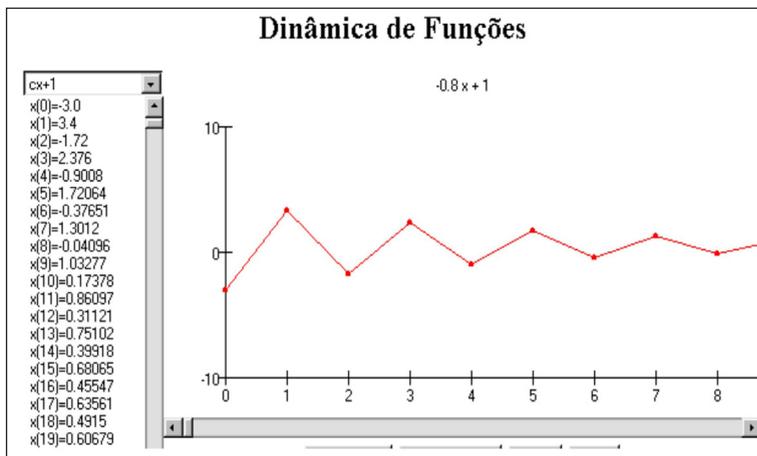


Figura 5: Aplicativo (órbita oscilatória) – Dinâmica das Funções

Recomenda-se que o aluno faça tantas simulações quantas desejar até que ele tenha sinta segurança satisfatória na identificação da modalidade de classificação de cada função linear a ele apresentada. A experimentação, conjecturação utilizando a visualização deverá ser amplamente explorada pelo aluno, utilizando os aplicativos disponibilizados, no próprio site, para tais fins. Nesta simulação incluímos também o LWA<sup>4</sup> e o DF<sup>5</sup> de tal forma que o aluno possa instantaneamente, por intermédio da navegação nos links disponibilizados a ele, acessar o aplicativo de sua preferência para o exercício das atividades pertinentes.

Ao mesmo tempo, o professor deverá estimulá-lo por meio de perguntas e exercícios visando a fixação dos conceitos introduzidos. Apresentam-se adiante algumas questões pertinentes ao que se propõe nesta simulação de aula.

Utilizando o aplicativo o LWA ou DF altere o valor do parâmetro  $a$ .

Escreva o que você observa, no gráfico das soluções, quanto ao efeito das órbitas (espera-se que as constatações sejam a identificação de órbitas oscilatória ou exponencial).

Utilizando o aplicativo o LWA ou DF altere o valor do parâmetro  $b$

Escreva o que você observa, no gráfico das soluções, quanto ao efeito das órbitas (espera-se que as constatações sejam a identificação de órbitas oscilatória ou exponencial).

Observe e responda qual parâmetro é responsável pela órbita ser oscilatória ou exponencial e justifique exibindo outros gráficos gerados por membros da família linear  $f(x) = ax + b$ . utilizando os mesmos aplicativos.

Observe e responda qual parâmetro é responsável e caracteriza uma função linear crescente, e justifique sua resposta exibindo outros gráficos das soluções, utilizando os aplicativos.

Observe e responda qual parâmetro é responsável e caracteriza uma função linear decrescente, e justifique sua resposta exibindo outros gráficos das soluções, utilizando os aplicativos

Observe o comportamento de cada um dos gráficos exibidos e responda o que é necessário para obtermos uma órbita oscilatória.

Observe o comportamento de cada um dos gráficos exibidos e responda o que é necessário para obtermos uma órbita exponencial.

Estabeleça relação entre a órbita ser oscilatória ou exponencial e a função ser crescente ou decrescente.

Conclua que uma função é crescente se o parâmetro  $a$  é positivo, justifique com argumentos visuais ou algébricos

Conclua que a função é decrescente se o parâmetro  $a$  é negativo, justifique com argumentos visuais ou algébricos.

A tarefa a ser entregue pelo aluno para efeito de avaliação pode ser um relatório a ser enviado por e-mail ao professor, com as principais ilustrações que o ajudaram a concluir as metas estabelecidas na aula.

## CONCLUSÃO

A internet pode e deve ser utilizada como meio adequado do ensino de funções lineares. O desenvolvimento de aplicativos adequados, dinâmicos e iterativos bem como a utilização de temas matemáticos simples como o de iteradas de funções são discussões atuais que podem ser utilizadas para o desenvolvimento de temas no nível ensino fundamental, medido, tecnológico e superior.

A transposição didática é efetivada por meio de aplicativos implementados em computador com a utilização de recursos de java como, por exemplo: o uso de LWA e o próprio DF. Esta proposta é adequada para a utilização de acesso a computadores remotos o que evita a necessidade de altos investimentos em equipamentos.

Neste sentido, o usuário, aluno ou professor, acessa um servidor através da internet e utiliza os aplicativos ou outros serviços disponíveis de forma rápida e em uma sequência não linear.

Assim, o conceito, por exemplo, de função decrescente se associa visualmente a forma oscilatória das iteradas da função linear a partir de uma condição inicial fornecida pelo usuário.

E ainda mais, nesta proposta, não há necessidade de exposição dos conteúdos de forma linear como ocorre tradicionalmente nos livros didáticos utilizados atualmente pelos professores. Aqui o aluno deve ser estimulado a avançar ou retroceder na sequência do texto – este será o grande desafio do professor que optar por esta proposta didática, uma vez que para a exploração de um mesmo conteúdo – as abordagens por meio do texto a ser disponibilizado devem, preferencialmente, serem diferentes para cada professor, ou seja, o texto não é estático, não é temporal, ele é dinâmico e não linear.

## THE DYNAMICS OF LINEAR FUNCTIONS AND IMPLEMENTATION TRAINING

*Abstract: this paper presents a new approach to teaching linear functions based on the theory of discrete dynamical systems and, more specifically, the use of iterations of functions. The didactic transposition is effected by applications deployed in computer resource usage of applications java applets. It is expected that the user can conclude that the oscillatory aspect is associated with the negative sign of the coefficient of the linear function.*

*Keywords: Teaching linear functions. Applets. Dynamic functions.*

### Notas

- 1 JAVA – Linguagem de programação, desenvolvida pela SUN.
- 2 PHP – Linguagem de programação em Script, para aplicações na Internet.
- 3 MySQL – Banco de Dados Relacional.
- 4 Aplicativo Linear Web Applets.
- 5 DF – Aplicativo Dinâmica de Funções.

## Referências

D'AMBRÓSIO. Informática, ciência e matemática: Disponível em: <<http://www.proinfo.gov.br/didatica/testosie/txtubiratan.shtm>>. 2000.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. Campinas: Cortêz, 1994.

MORAN, J. M., BEHRENS, M. T.; APARECIDA, M. Novas tecnologias e mediação pedagógica. Papirus, 2000.

OLIVEIRA FILHO, O. C. *et al. Árvore 1.0*. Goiânia: UFG, 1998.

OLIVEIRA FILHO, O. C. *et al. Árvore 2.0*. Goiânia: UFG, 1999.

OLIVEIRA FILHO, O. C. Interpolação de órbitas periódicas unimodais. In: SEMINÁRIO BRASILEIRO DE ANÁLISE, 33, 1991, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro, 1991. p. 191-198.

OLIVEIRA FILHO, O. C. PIMENTA, A. C. Função do 1º grau: proposta de um novo padrão com vistas a exploração de conteúdos... In: CONGRESSO ÍBERO-AMERICANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 5., 2000, Viña del Mar, Chile. *Anais...* Viña del Mar, Chile, 2000. p. 213-245.

OLIVEIRA FILHO, O. C. Uma classe de órbitas periódicas unimodais que refina a sequência de Sarkovskii-Carvalho. In: SEMINÁRIO BRASILEIRO DE ANÁLISE, 32. 1991. São Paulo. *Anais...* São Paulo, 1991. p. 225-246.

OLIVEIRA, N. “*Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. 1997. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1997.

OLIVEIRA, N. de. Estudo histórico, epistemológico e da transposição didática do conceito de função. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 1996, Catanduva. *Anais...* São Paulo, 1996. p. 157-164.

PALIS, G. R. Computadores em cálculo, uma alternativa que não se justifica por si mesma. *Temas & Debates*. SBEM, n. 6, Blumenau, 1995.

PIMENTA, A. C.; OLIVEIRA FILHO, O. C. *Novo padrão para o ensino de funções*. In: FÓRUM INTEGRADO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 2000, Goiânia. *Anais...* Goiânia: Ed. da UCG, 2000. p. 75.

PIMENTA, A. C.; OLIVEIRA FILHO, O. C. *O ensino de funções lineares numa abordagem dinâmica e interativa*: Dissertação (Mestrado em Educação) — PUC Goiás, Goiânia, 1999.

PIMENTA, A. C.; OLIVEIRA FILHO, O. C. Proposta de um texto alternativo para o ensino de funções. In: SIMPÓSIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2001, Chivilcoy. *Anais...* Argentina, 2001.

PIMENTA, A. C.; OLIVEIRA FILHO, O. C. *Texto alternativo para o ensino de funções*. In: JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2000, Goiânia. *Anais...* Goiânia: Ed. da UFG, 2000.

PONTE, J. O computador, um instrumento da educação. Portugal: Editora Lisboa, 1992.

VALENTE, J. A. Computadores e conhecimentos: repensando a educação. São Paulo: Ed. da Unicamp, 2003.A