二地域におけるサーチ

遠藤　薫

1. 序

価格にばらつきがあり，しかもどの売手がどんな価格で売っているかわからないような時は，サーチをするという行動がとられることがある。通常は特に地域の違いを考慮することはないが，立地決定のような場合はいくつかに地域分けしてサーチを行ことが基本的なことになる。このような多地域にわたってのサーチをどのように行えばよいか(1)ということを，二地域の場合について確認しておこうというのが本稿の目的である。

価格に関する上記の状態は価格がある確率分布にしたがう確率変数であるとしてとらえることができる。この確率分布がサーチをする人にとって既知であるとき，二つの基本的なモデルが考えられてきた。一つはスティグラーによる固定サンプルサイズモデル(2)であり，一つは逐次モデル(3)である。価格の分布が二地域において互いに異なるとき，どの地域でサーチしたほうがよいかを，この二つのモデルについてそれぞれ検討してみることにする。

分布としては一様分布のみを取り上げたが，結論は常識的に予想されるように，例えば最高価格が同じなら，最低価格の低い方の地域でサーチしたほうがよいということである。このことを導くにあたって1回のサーチに要するコストがどれだけの大きさであったらサーチしたほうがよいのかということを確かめておく必要があった。そこで最初にサーチの成立ということについて検討さ

原稿受領　1978年5月31日

(1) このことに関する一つの大規模なモデルとしてマンハイム〔5〕がある。
(2) スティグラー〔7〕。
(3) デグルート〔1〕, pp. 333－4, マッコール〔6〕, テルサー〔8〕, ガストワース〔3〕などがある。

れる。

固定サンプルサイズモデルよりも逐次モデルのほうが優れているとされている[(4)]のにもかかわらず，逐次モデルに加えて固定サンプルサイズモデルも取り上げるが，これは二つのモデルが必ずしも同じ条件のもとにはないと考えるからである。すなわち逐次モデルはサーチをしながらある価格以下の価格を得たらそこでストップせよということであり，サーチ回数は確定しない。これに対して固定サンプルサイズモデルはあらかじめ最適に決定されたサーチ回数だけサーチしてその中から最低の価格を選ぶのでサーチ回数は確定しており，ここに違いがある。[(5)]

2. サーチの成立

できるだけ低い価格の売手を見出そうとするとき，そのような行動をとることに費用がかかることを考慮するなら，どのように，あるいはどの程度にそれを行ったらよいかということがサーチの問題である。このときは品質は同じと見なされるある財が売手によって価格が異なり，買手はその財を必ず買うことにしているということが大前提である。したがって買うことのためには必ずしもサーチを必要としない。すなわち，もしサーチ費用が高ければ，サーチせずに直ちに売手の1人から買ったほうがよい場合もあるであろう。本節ではこのことについて検討する。

前節で述べたように，価格にばらつきがあり，どの売手がどの価格で売っているかわからないときは，この価格の状態を一つの確率分布で表わすことができた。買手はこの確率分布を完全に知っていて低い価格の売手を求めてサーチを行う。サーチを行うたびに新しい価格を得るが，このときあるサーチのときの価格と次のサーチのときの価格とはまったく独立であると仮定する。したがって買手はでたらめにサーチすると想定する。あるいは低い価格の売手の近く

(4) ファインバーグ，ジョンソン〔2〕。
(5) なお逐次モデルにより現実的と考えられる種々の変更を施したモデルについてはリップマン，マッコール〔4〕のサーベイがある。

には低い価格の売手が多いというような状態はないものとする。価格がある既知の確率分布にしたがうとモデル化することに伴い，固定サンプルサイズモデルの場合でも逐次モデルの場合でも普通このような仮定がとられていることになる。

次にサーチをしないで直ちに買うときは，でたらめに売手のところへ行って買うとする。このときの価格は分布の期待値になると考えてよいであろう。また，サーチをする場合でもしない場合でも買いに行くという行動に伴なう費用は零であるとする。そこで，サーチをする場合は期待最低価格とサーチ費用の和を総費用とし，サーチをしない場合は分布の期待値のみをもって総費用とする。この二つの総費用を比べることにより，サーチしたほうがよいかサーチしないほうがよいかがわかるであろう。サーチするときの総費用がサーチしないときの総費用に比べて低ければサーチしたほうがよいことになる。このようなサーチの成立はサーチ１回あたりのサーチ費用がどれだけであるかによって決ってくるであろう。１回あたりのサーチ費用があまり大きければサーチしないほうがよいということになるであろう。サーチ費用がどの程度までであればサーチしたほうがよいかについて，二つのモデルについて調べてみることにする。

なお本稿では価格の確率分布として一様分布のみを取り上げることにする。最低価格をL，最高価格をUとすると分布関数は次のように表わされる。

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x \leqq L \\ \dfrac{x-L}{U-L} & L<x<U \\ 1 & x \geqq U \end{cases} \qquad (1)$$

またサーチ１回あたりの費用はC（＞0）で表わすものとする。最初に逐次モデルについて検討する。

（1）　逐次モデル

サーチ回数については特に制限を加えず，サーチして価格を得るたびにさらにサーチを続けるかもう止めるかを決定しながらサーチしていくことを基本方針とするモデルである。サーチのある階段において手元にある最低価格をSと

すると，さらに1回サーチしたときの利得が，

$S-x$,　　$L \leqq x < S$ のとき

0,　　$S \leqq x \leqq U$ のとき

であるから，価格が一様分布にしたがっているという前提のもとでは，期待利得をg（S）とすると，（1）式より，

$$g(S)=\int_L^S (S-x)\,dF(x)=(S-L)^2/2(U-L) \qquad (2)$$

となる。この期待利得g（S）が1回あたりのサーチ費用Cより大きい間はサーチを続けたほうがよく，それらが等しくなるようなSよりも低い価格を得たらそこでサーチを終了するのが最適なサーチの仕方となる。一様分布の場合についてこのようなSは，（2）式と上記のg（S）＝Cの条件から，

$$(S-L)^2/2(U-L)=C$$

となり，これを解くと，

$$S=L\pm\sqrt{2C(U-L)}$$

を得る。S以下の価格を得たらサーチを終了してよいということであるから，

$$S=L+\sqrt{2C(U-L)} \qquad (3)$$

とするのが妥当である。このときサーチ回数の期待値は1/F（S）となり，期待最低価格にサーチ費用を加えた期待総費用はSとなる。[6]

一方，サーチをせずに行きあたりばったりに行って買うときの価格は，価格の分布の期待値であるということから，一様分布の場合（1）式より（U＋L）/2となる。買う行動に伴なう費用は零としたのでこのときの期待総費用はそのまま（U＋L）/2である。そこでもし，

$$S<\frac{(U+L)}{2} \qquad (4)$$

なら，サーチをするときのほうが期待総費用は小さいのでサーチをしたほうがよいことになる。（3）式を用いて上の（4）式をCについて解くと，

$$C<\frac{U-L}{8} \qquad (5)$$

---

(6)　以上はガストワース〔3〕に基づく。

を得る。すなわち1回あたりのサーチ費用が（U－L)/8以下であればサーチをしないよりサーチをしたほうがよい。次に同様のことを固定サンプルサイズモデルについて検討する。

（2） 固定サンプルサイズモデル

このモデルではあらかじめ最適サーチ回数を求め，次にそれだけの回数サーチして，得られた価格の中から最低の価格を見出してその売手のところへ行って買うというように想定されている。（1）式で表わされるような一様分布の場合は，Lからある特定の価格xまでの間のどれかの価格を得る確率はF(x)であるから，xからUまでの間のどれかの価格を得る確率は 1－F(x) である。n回サーチしてn回ともxからUまでの間のどれかの価格である確率は，サーチで得られる価格が互いに独立であることから〔1－F(x)〕^{n}となる。したがってn回サーチしたとき最低価格としてx以下の価格を得る確率は1－〔1－F(x)〕^{n} となる。これはn回サーチしたときの最低価格の分布関数としての表現になるので，密度関数はxで微分することによりn〔1－F(x)〕$^{n-1}$F′(x) となる。したがってn回サーチしたときの期待最低価格をm_nとすると，一様分布の場合，

$$m_n=\int_L^U x\,n\,[1-F(x)]^{n-1}F'(x)\,dx=(U+nL)/(n+1) \qquad (6)$$

となる。期待総費用はこのm_n にサーチ費用Cnを加えることにより，

$$m_n+Cn=(U+nL)/(n+1)+Cn \qquad (7)$$

となる。これはサーチ回数nを与えたときの期待総費用であり，どれだけサーチすればよいのかについては何も言っていない。そこで最適なサーチ回数を求めてみる。

n回よりさらに1回サーチを行ったときの期待最低価格の減少額をg_n とすると，

$$g_n=m_n-m_{n+1}=(U-L)/(n+1)(n+2) \qquad (8)$$

となる。もしこの減少額g_n がCよりも大きければn回を越えてさらにサーチ回数を増やしたほうがよく，g_n がCより小さければサーチ数はn回にしてお

いたほうがよい。したがって最適サーチ数は，

$$g_n \leqq C < g_{n-1} \qquad (9)$$

を満たすような整数nとなる。$g_n = C$のときはn回でもよく，n＋1回サーチしてもよい。[7] この（9）式をnについて整理すると，nが負になる場合を除いて次のようになる。

$$-1.5+\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{U-L}{C}} \leqq n < -0.5+\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{U-L}{C}} \qquad (10)$$

この（10）式の左辺と右辺はちょうど1だけ違うので，最適サーチ数は$-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}$以上の最小の整数あるいは$-0.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}$に満たない最大の整数として一つだけ求められることになる。このような最適サーチ数をn^*とすると，（7）式より，

$$\frac{U+n^*L}{n^*+1}+Cn^* < \frac{U+L}{2} \qquad (11)$$

であればサーチしたほうがよいことになる。ただし，右辺はサーチしないときの期待総費用である。

（11）式を満たすようなCの範囲を求めてみる。試みに最適サーチ数を近似的に$-1.5+\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{U-L}{C}}$としてこの値を（11）式の左辺の$n^*$のところに入れると，

$$C < \frac{U-L}{12} \qquad (12)$$

を得る。また$C=(U-L)/12$とおいて，（11）式の左辺を求めるとちょうど$(U+L)/2$となる。したがって（12）が成立つ範囲ではサーチしたほうがよいと言えそうであるが，そのためには（11）式の左辺がCに関してどのような形になっているかを調べておく必要がある。それがCに関して単調非減少であれば問題はない。

最初に，U，Lを所与としたとき（11）式左辺の第1項の期待最低価格$(U+n^*L)/(n^*+1)$はCに関して単調非減少であることがわかる。なぜなら

(7) 以上はスティグラー〔7〕とガストワース〔3〕に基づく。

Cが大きくなるにつれてn^*は1ずつ小さくなる。ところが（8）式のg_nが正であることから明らかなようにnが大きくなると期待価格は必ず小さくなっていく。n^*が1ずつ小さくなる場合はこれとは逆の場合であるから必ず大きくなっていく。したがってCに関しては単調非減少となる。

次に第2項のCn^*について見てみる。n^*を近似的に$-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}$とおいて調べるだけで十分である。$Cn^*$の大まかな傾きはCで微分することにより，

$$\frac{dC\left[-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}\right]}{dC}=1.5+\{C^2/4+(U-L)C\}^{-\frac{1}{2}}(C/2+U-L)/2$$

となり，これが非負となる範囲を求めると，

$$(-3/2^{\frac{1}{2}}-2)(U-L)\leqq C\leqq(3/2^{\frac{1}{2}}-2)(U-L)$$

を得る。したがってCが零から$(3/2^{\frac{1}{2}}-2)(U-L)$の範囲では$Cn^*$は単調非減少である。

以上より（11）式の左辺の固定サンプルサイズモデルにおける期待最低価格はCが上記の範囲では単調非少であることがわかった。したがってサーチの成立の条件として最初に予想された（12）式の$(U-L)/12$は$(3/2^{\frac{1}{2}}-2)(U-L)$よりも小さいので，もし（11）式の左辺の期待総費用が$(3/2^{\frac{1}{2}}-2)(U-L)$よりも大きいCの範囲で$(U+2)/2$よりも小さくなることがなければ確かに（12）式で示されるように1回あたりのサーチ費用が$(U-L)/12$よりも小さければサーチをしたほうがよいことになる。Cn^*はCが$(3/2^{\frac{1}{2}}-2)(U-L)$よりも大きいところでは全体的な傾向として小さくなっていく。しかしCがどんなに大きくなっても1回はサーチすると考えると，最適サーチ回数がn^*がちょうど1になるようなCよりも大きいCの範囲ではCn^*はまた上昇していくことになる。そこでn^*がちょうど1になるときの期待総費用を求めてみる。（10）式より，

$$-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}=1$$

とおいて$C=(U-L)/6$を得る。したがってこのときの期待総費用は（11）式の左辺より$(U+L)/2+C$となり明らかに$(U+L)/2$よりも大きい。以

上で確かに1回あたりのサーチ費用Cが（U－L)/12よりも小さければサーチをしたほうがよいことがわかる。期待総費用はCが大きくなるにしたがってCが（$3/2^{\frac{1}{2}}$ －2）（U－L）に至るまでは単調非減少であり，Cがそれより大きいところでは期待総費用は小さくなることがあるとしても，少なくとも1回はサーチするという条件のもとでは（U＋L)/2＋Cよりも小さくなることはないからである。

以上のように逐次モデルでは1回あたりのサーチ費用Cが（U－L)/8よりも小さければサーチしたほうがよく，固定サンプルサイズモデルでは（U－L)/12よりも小さければサーチしたほうがよいとわかった。Cがこれらより大きいときはサーチをしないで直ちに買う行動をとったほうがよい。ただし行きあたりばったりに売手のところへ行ってである。次に1回あたりのサーチ費用が大きくて固定サンプルサイズによるサーチの仕方ではサーチをしないほうがよい場合でも逐次モデルに従うならばサーチをしたほうがよい場合も生じてくる。なおこの点から見ても逐次モデルのほうが優れていると言えるであろう。[8]

(8) 期待総費用を比較して逐次モデルが固定サンプルサイズモデルに比べてどれだけ優れているかをファインバーグ，ジョンソン〔2〕が正規分布の場合と一様分布の場合について計算している。その結果，サーチ費用が非常に高いところと非常に低いところでは，中程度のところに比べて二つのモデルによる期待総費用の違いは小さいものであることが指摘されている。しかしながら一様分布の場合に限って言うと，サーチ費用が非常に高いところは本稿での考え方によるとサーチをしないほうがよい場合である。

なお一様分布の場合，少なくともいずれのモデルにおいてもサーチが成立する範囲，すなわち $C<(U-L)/12$ の範囲では単純に期待総費用を比べてみる限り逐次モデルのほうが固定サンプルサイズモデルより優れていることは次のようにして確かめられる。まず固定サンプルサイズモデルの場合，最適サーチ回数は $-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}$ 以上の最小の整数であるのだが，整数制約をはずして少な目にしてサーチ費用 Cn^* を求め，期待最低価格はサーチ回数を最適サーチ回数よりも大目にして $-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}+1$ として求め，これらの期待最低価格とサーチ費用の和でもって期待総費用とする。すなわち正確な期待総費用より少な目に見積った期待総費用は，

$$\frac{U+[-0.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}]L}{-0.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}+1}+C[-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}]$$

$$=2C[\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}-1]+L \qquad (1)$$

となる。一方逐次モデルでは期待総費用が，

$$L+\{2C(U-L)\}^{\frac{1}{2}} \qquad (2)$$

3.　二地域におけるサーチ

二つの地域があって，価格は各々の地域である確率分布にしたがっているとする。1回あたりのサーチ費用が同じであるとき，どのようにサーチしたらよいかというのが本節の問題である。各々の地域で期待総費用を求めてみればわかることであるが，価格の分布を知っただけである程度のことはわかるであろう。一様分布の場合について二つのモデルにそれぞれしたがうならどのようになるかを確かめてみる。地域1での最低価格をL_1，最高価格をU_1とし，地域2についてはそれぞれL_2，U_2とする。

（1）逐次モデルの場合

逐次モデルにしたがうときの期待総費用を地域1ではS_1，地域2ではS_2と表わすことにする。その求め方は（3）式のとうりである。

（イ）$L_1 \leqq L_2$，$U_1 \leqq U_2$のとき

$$\begin{aligned} S_1 &= L_1 + \{2C(U_1 - L_1)\}^{\frac{1}{2}} \\ &\leqq L_1 + \{2C(U_2 - L_1)\}^{\frac{1}{2}} \\ &= S \quad (\text{上式を}S\text{とおく}) \end{aligned}$$

が成立つことは明らかである。したがって$S_1 \leqq S$である。次にこのSと$S_2 = L_2 + \{2C(U_2 - L_2)\}^{\frac{1}{2}}$を比較してみる。

$$S_2 - S = (L_2 - L_1) + (2C)^{\frac{1}{2}}\{(U_2 - L_2)^{\frac{1}{2}} - (U_2 - L_1)^{\frac{1}{2}}\}$$

として両辺に，

である。(1)式より(2)式を引くと，

$$\{C^2 + 4C(U-L)\}^{\frac{1}{2}} - (2C)^{\frac{1}{2}}\{(2C)^{\frac{1}{2}} - (U-L)^{\frac{1}{2}}\} \qquad (3)$$

を得る。ここで$(2C)^{\frac{1}{2}} - (U-L)^{\frac{1}{2}}$は$C$が高々$(U-L)/12$の範囲では負となる。したがって(3)式で表わされる差額は正となる。したがって固定サンプルサイズモデルの場合の期待総費用は少な目に見積った時でさえ，逐次モデルの期待総費用より大であることがわかり，確かに逐次モデルが優れていることになる。

ガストワース〔3〕は固定サンプルサイズモデルを少し修正して，最適サーチ数n^*まで達しなくても途中でC以下の価格を得たらそこでサーチを止め，得られないときはn^*回だけサーチするとよいことを示している。しかしこれはC以下の価格があるような場合に出来ることなので本稿では取り上げなかった。

$$A=(U_2-L_2)^{\frac{1}{2}}+(U_2-L_1)^{\frac{1}{2}}\ (>0)$$

を乗ずると，

$$A(S_2-S)=(L_2-L_1)\{A-(2C)^{\frac{1}{2}}\}$$

となる。この場合サーチが成立しているためにはCが $(U_2-L_2)/8$ より小さくなければならず，そのときには $A-(2C)^{\frac{1}{2}}$ は $A-(U_2-L_2)^{\frac{1}{2}}/2$ となり正である。したがって上式より $S_2 \geqq S$ を得る。最初に得た $S_1 \leqq S$ と合せて，

$$S_1 \leqq S_2$$

となる。等号が成り立つのは $L_1=L_2$，$U_1=U_2$ の場合であり，このときはどちらの地域でサーチしてもよい。また地域間移動のための費用が零であれば地域1と地域2を交互にサーチしてもよい。各地域でサーチのたびに得られる価格は互いに独立であると仮定しているからである。価格の分布が異なる他の場合は地域1でサーチしたほうがよい。

（ロ）$L_1<L_2$，$U_1>U_2$ のとき

この場合は一概にどちらの地域でサーチしたほうがよいとは言えない。しかし各々の地域の価格の分布の平均が等しければ，ちらばりの大きい地域1のほうでサーチするとよい。このときは $L_2-L_1=U_1-U_2$ となり，

$$S_2-S_1=L_2-L_1+(2C)^{\frac{1}{2}}\{(U_2-L_2)^{\frac{1}{2}}-(U_1-L_1)^{\frac{1}{2}}\}$$

として，$A=(U_2-L_2)^{\frac{1}{2}}+(U_1-L_1)^{\frac{1}{2}}$ を両辺に乗ずると，

$$A(S_2-S_1)=(L_2-L_1)\{A-2(2C)^{\frac{1}{2}}\}$$

となり，Cが $(U_2-L_2)/8$ より小さいところでは $A-2(2C)^{\frac{1}{2}}$ は正となるからである。Cが $(U_1-L_1)/8$ までの範囲であっても地域1でサーチしたほうがよいことは明らかである。地域を対称的に考えると（イ）と（ロ）ですべてをつくしている。

（2）固定サンプルサイズモデルの場合

2節での結果をまとめると，最適サーチ数 n^* は，L，UおよびCを所与としたとき $-1.5+\{0.5+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}$ 以上の最小の整数で与えられ，そのときの期待総費用は $(U+n^*L)/(n^*+1)+Cn^*$ となる。そして1回あたりのサーチ費用Cが $(U-L)/12$ より小さければサーチしたほうがよいというこ

とであった。しかしながら二地域においてどちらの地域でサーチしたほうがよいかの比較をするにあたって最適サーチ回数を上記のように厳密に整数で考えると比較が困難になる。そこで最適サーチ数を近似的に$-1.5+\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}$とおくことにする。[(9)] これはちょうど最適サーチ数であるときもあるが，そうでないときは正しい値より少な目に見積もっていることになる。この値を用いることにより期待総費用は，

$$2C\{0.25+(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}-C+L \tag{13}$$

となる。この式で計算される地域1の期待総費用をt_1とし，地域2についてはt_2とする。

（イ）$L_1 \leqq L_2$，$U_1 \leqq U_2$のとき

$$\begin{aligned} t_1 &= 2C\{0.25+(U_1-L_1)/C\}^{\frac{1}{2}}-C+L_1 \\ &\leqq 2C\{0.25+(U_2-L_1)/C\}^{\frac{1}{2}}-C+L_1 \\ &= t \quad \text{（上式を} t \text{とおく）} \end{aligned}$$

が成り立つことは明らかである。したがって$t_1 \leqq t$である。次に$t_2=2C\{0.25+(U_2-L_2)/C\}^{\frac{1}{2}}-C+L_2$と$t$とを比較する。

$$t_2-t=2C[\{0.25+(U_2-L_2)/C\}^{\frac{1}{2}}-\{0.25+(U_2-L_1)/C\}^{\frac{1}{2}}]+L_2-L_1$$

として$A=\{0.25+(U_2-L_2)/C\}^{\frac{1}{2}}+\{0.25+(U_2-L_1)/C\}^{\frac{1}{2}}$を両辺に乗ずると，

$$A(t_2-t)=(A-2)(L_2-L_1)$$

を得る。サーチが成立しているCの範囲，すなわちここではCが$(U_2-L_2)/12$より小さいところでは$A-2>0$であり，また$A>0$であるから$t_2 \geqq t$を得る。すでに得られている$t_1 \leqq t$と合わせると，

$$t_1 \leqq t_2$$

となる。したがって価格の分布が同じであるときは地域1でサーチしても地域

(9) もう一つの近似法としては最初からnを連続的に考え，期待総費用をnで微分して零とおき，最適サーチ数を$n=\{(U-L)/C\}^{\frac{1}{2}}-1$とする方法がある。こうしてもまったく同じ結論が得られるが，2節とのつながりもあって本文のようにした。なお上記のように最適サーチ数を決めると期待総費用は正しい値に等しいかあるいは少な目になるが，本文のように近似するとどちらともいえないことになる。

2でサーチしてもどちらでもよいが，他の場合は地域1でサーチしたほうがよいことになる。価格の分布が同じであるとき，観察される価格が互いに独立であるという前提のもとでは地域間移動の費用がかからない限り交互にサーチしてもよい。このことは逐次モデルの場合と同じである。

（ロ） $L_1 < L_2$，$U_1 > U_2$のとき

やはりどちらの地域でサーチしたほうがよいかは一概には言えない。分布の平均が地域1と地域2で等しいときは逐次モデルの場合と同じように分散の大きい地域1のほうでサーチしたほうがよいことがわかるであろう。

以上において1回あたりのサーチ費用が地域1でも地域2でも同じであるとき，価格の分布の違いによってどの地域でサーチしたほうがよいかを検討してきたが，逐次モデルの場合も固定サンプルサイズモデルの場合でもまったく同じ結論となることがわかった。これらの結論は直観的にも明らかなことであるが，少なくともサーチが成り立つようなサーチ費用Cの範囲では確かにそうなることが示された。次に地域によってサーチ費用が異なるときはどうなるかを検討しておく。なお固定サンプルサイズモデルでの結論はあくまでも最適サーチ数を近似的に考えてのことであり，このことは次節でも同じである。

4. サーチ費用が地域によって異なるとき

価格の分布はこれまでと同じく一様分布を想定するが，1回あたりのサーチ費用は地域1についてはC_1，地域2についてはC_2とし，以下では地域1のほうが低く$C_1 < C_2$であるとする。最初に逐次モデルについて検討する。

（1） 逐次モデルの場合

（イ） $L_1 \leqq L_2$，$U_1 \leqq U_2$のとき

$$\begin{aligned} S_1 &= L_1 + \{2C_1(U_1 - L_1)\}^{\frac{1}{2}} \\ &< L_1 + \{2C_2(U_2 - L_1)\}^{\frac{1}{2}} \\ &= S \text{（上式をSとおく）} \end{aligned}$$

となることは明らかである。$S_2 = L_2 + \{2C_2(U_2 - L_2)\}^{\frac{1}{2}}$ であるので，

$$S_2 - S = (L_2 - L_1) + 2^{\frac{1}{2}}[\{C_2(U_2 - L_2)\}^{\frac{1}{2}} - \{C_2(U_2 - L_1)\}^{\frac{1}{2}}]$$

$$A=\{C_2(U_2-L_2)\}^{\frac{1}{2}}+\{C_2(U_2-L_1)\}^{\frac{1}{2}}\ (>0)$$

とすると，これら二つの式から，

$$A(S_2-S)=(L_2-L_1)(A-2^{\frac{1}{2}}C_2)$$

を得る。C_2が$(U_2-L_2)/8$より小さい範囲では$A-2^{\frac{1}{2}}C_2$が正となるので$S_2\geqq S$を得る。既に得られている$S_1<S$と合わせると$S_1<S_2$となる。したがって地域1でサーチしたほうがよい。分布が同じでも地域1でサーチしたほうがよい。$C_1<C_2$だからである。

(ロ) $L_1<L_2$，$U_1>U_2$のとき

どの地域でサーチするのがよいかは一概には言えないが，分布の平均が等しいときは分散の大きい地域1でサーチしたほうがよい。実際S_1とS_2を(イ)のときと同じとし，$A=\{C_2(U_2-L_2)\}^{\frac{1}{2}}+\{C_1(U_1-L_1)\}^{\frac{1}{2}}$とすると$A(S_2-S_1)$はサーチが成立しているCの範囲では確かに正になる。

(2) 固定サンプルサイズモデルの場合

(イ) $L_1\leqq L_2$，$U_1\leqq U_2$のとき

期待総費用は前節と同様に(13)式を用いて近似的に計算する。このとき，

$$\begin{aligned} t_1 &= 2C_1\{0.25+(U_1-L_1)/C_1\}^{\frac{1}{2}}-C_1+L_1 \\ &< 2C_2\{0.25+(U_2-L_1)/C_2\}^{\frac{1}{2}}-C_2+L_1 \\ &= t\ (\text{上式を}\ t\ \text{とおく}) \end{aligned}$$

となる。なぜなら，

$$A=\{C_2^2/4+C_2(U_2-L_1)\}^{\frac{1}{2}}+\{C_1^2/4+C_1(U_1-L_1)\}^{\frac{1}{2}}\ (>0)$$

とすると，

$$A(t_2-t_1)=(C_2-C_1)\{C_2/2+C_1/2+2(U_2-L_1)-A\}+2C_1(U_2-U_1)$$

となり，$2(U_2-L_1)-A$はC_2が$(U_2-L_1)/12$より小さい範囲では正になるからである。次に$t_2=2C_2\{0.25+(U_2-L_2)/C_2\}^{\frac{1}{2}}-C_2+L_2$とすると，少なくとも$C_2$が$(U_2-L_2)/12$より小さい範囲では$t_2\geqq t$であることがわかる。したがって$t_2>t_1$となり地域1でサーチしたほうがよい。分布が同じでも地域1でサーチするとよいことは逐次モデルの場合と同じである。

(ロ) $L_1<L_2$，$U_1>U_2$のとき

一概には言えない。以上の本節では$C_1 < C_2$の場合を考えてきた。逆の$C_1 > C_2$の場合もさらに個々のケースによって違うであろう。

5. 結語

二地域についてそれぞれ価格の分布が既知であるとき，どちらの地域でサーチしたらよいかについて逐次モデルにしたがう場合と固定サンプルサイズモデルにしたがう場合とをそれぞれ検討した。それらは一様分布についてであるが，結論は大まかに言って価格が低いほうの地域でサーチするとよいということである。逐次モデルの場合は正確にそうであるが，固定サンプルサイズモデルの場合は最適サーチ数を正確に整数として比較することが難しいので近似的な結論である。いずれのモデルにおいても基本的にはどちらか一地域に限ってサーチしたほうがよい。このことは分布がサーチをする人にとって完全に既知であるという前提から生じている。もし分布が未知であるならば，分布に対する判断は得られるデータに依存することになり，必ずしも一地域に限られることはないであろう。

参考文献

〔1〕 DeGroot, M. H., *Optimal Statistical Decisions*, McGraw-Hill, 1970.

〔2〕 Feinberg, R. M. and W. R. Johnson, "The Superiority of Sequential Search: A Calculation," *Southern Economic Journal*, Vol. 43, 1977, pp. 1594-1598.

〔3〕 Gastwirth, J. L., "On Probabilistic Models of Consumer Search for Information," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. XC, 1976, pp. 38-50.

〔4〕 Lippman, S. A. and J. J. McCall, "The Economics of Job Search: A Survey," *Economic Inquiry*, Vol. XIV, 1976, pp. 155-189.

〔5〕 Manheim, M. L. *Hierarchical Structure: A Model of Design and Planning Processes*, M. I. T. Press, 1966.

〔6〕 McCall, J. J., "Economics of Information and Job Search," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXXIV, 1970, pp. 113-126.

〔7〕 Stigler, G. J., "The Economics of Information," *Journal of Political Economy*, Vol. LXIX, 1961, pp. 213-225.

〔8〕 Telser, L. G., "Searching for the Lowest Price." *American Economic Review*, Vol. LXIII, 1973, pp. 40-49.