

〈研究ノート〉

サーチを行う条件

遠藤 薫

1. はじめに

売手はそれぞれ独自の価格で品物を売っているが、買手にはだれがどんな価格で売っているかわからないとき、あるいはある仕事に関して企業はそれぞれ独自の賃金で雇用しようとするが、職を求めている人にはどの企業がどれだけの賃金を提示しているのかわからないとき、より低い価格、あるいはより高い賃金を求めてどの売手がどんな価格かを、あるいはどの企業がどんな賃金を知ろうとする行動がとられる。これをサーチというが、サーチのために費用がかかるとき、どのようにあるいはどの程度にサーチを行うとよいかという問題が生じ、スティグラー〔8〕以後多くの研究がなされている。⁽¹⁾ スティグラーはあらかじめ最適なサーチ回数を決めてサーチを行うモデルを用いて分析を行ったが、その後はサーチを行うたびにもうサーチを止めるかあるいはさらに続けるかを最適に決めるモデルが用いられている。いずれの場合も価格あるいは賃金等を確率多数とみなして考えるので、前者は固定サンプル・サイズ・モデル、後者は逐次（サンプリング）モデルとよばれる。

そこでは通常1つの市場がサーチの対象となるが、たとえば地域の別を考えることにより、複数の市場を対象とすることもできる。このときは、どの市場を選択してサーチするかが問題となる。遠藤〔1〕は価格が一様分布にしたがう場合について考察したが、そこではまずサーチを行ったほうがよいかどうかについて知る必要があり、サーチ費用をかけずにでたらめに行って買ったときのほうがサーチをして買ったときより良いならサーチを行わないとして若干の

原稿受領日 1979年1月20日

(1) リップマン、マッコール〔2〕参照。

結論を得た。しかしサーチを行うかどうかについてのこの考え方は必ずしも一般的ではなく、どういう状況あるいは仮定のもとでのサーチを考えているかによっていろいろな考え方があり得る。そこで本稿の第2節ではサーチを考える場合のいくつかの仮定について考察し、第3節ではサーチを行うかどうかについてのいくつかの考え方を検討する。第4節では価格が正規分布にしたがう場合についてサーチを行う1つの条件を求める。

2. 仮定について

本稿で問題とする最も単純な逐次モデルにおいてはまず価格は既知の確率分布にしたがうという仮定がとられる。売手のところに行って価格を確かめなければ価格がわからない状況を価格は確率変数であり、ある確率分布にしたがうとしてとらえるのであるが、市場全体での価格の平均値、分散あるいは最小値、最大値などや確率分布の型を買手は完全に知っているとするのである。そして買手が売手のところに行って価格を確かめることは1つのサンプルを取り出すことに相当すると考え、いくつか取り出されるサンプルとしての価格は互いに独立に同一の前記の確率分布にしたがうと考える。同一の確率分布ということに関しては、買手がサーチを終えるまで売手は価格を変えないと考えてもよく、また変えたとしても市場全体での価格についての確率分布が全体としては変化しないと考えてもよい。独立ということに関してはある売手の価格と似たような価格を次の売手もつけているのではというような予断を持つわけにはいかないと解することができる。地理的には隣あった売手の価格に相関はなく、したがってサーチを行う人は系統的、組織的なサーチの仕方を考える必要はないということである。このことは後で示されるように、最適なサーチを考えるときはいつサーチを止めるとよいかだけが問題となることを意味している。

次にサーチ1回あたりの費用は一定であるとし、サーチは何回行ってもよいとする。このサーチ費用を c で表わしサーチ回数を n で表わす。サーチ費用 c は通常正である。買手がサーチを止めたときに n 個の価格を確かめていたと

き、買手はこの中から最低の価格の売手を選びそこへ行って買うことにし、このとき最低価格とサーチ費用の総額 cn との和をもって総費用と言うことにする。この場合は以前に確かめたことのある価格でも買うことができるとしているのでリコールのある場合といわれる。⁽²⁾ これに対してサーチを止めたときには最後にサーチをしたところでだけ買うことができるとする場合はリコールのない場合といわれ、⁽³⁾ 最後の価格とサーチ費用の総額との和をもって総費用と言うことにする。いずれの場合でも総費用を最小にすることを目的に、いつサーチを止めてもよいという条件のもとでの最適なサーチの仕方は、

$$\int_{-\infty}^s (s-x) dF(x) = c \quad (1)$$

となるような s 以下の価格を得たら、そこでサーチを止めるとよいということである。⁽⁴⁾ ここで $F(x)$ は確率変数としての価格の分布関数、 x は価格のとりうる値である。なお s という価格を得たときはそこでサーチを止めてもあるいはさらに続けても差はないのであるが、ここではサーチを止めるということにした。(1) 式の経済的な意味は、さらに1回サーチを行ったときの最低価格の減少分の期待値が1回あたりのサーチ費用 c (限界費用) に等しくなるように s が決定されるということである。

確率分布が既知で、サーチ費用 c が所与であるかぎりこの s はサーチを行う前にあらかじめ知ることができる。したがってリコールが許されている場合でも最適なサーチの仕方の中に以前に確かめた価格のところにもどって買うというサーチの仕方は入らないことになる。価格を確率変数として(1)式が導かれているのであり、サーチを止めるか続けるかについては期待値との比較でもって決定が行われている。したがってもちろんサーチを終った段階で以前のある価格のところまでサーチを止めておけばよかったのにとすることは起りうる。ここで期待総費用はサーチ回数が幾何分布にしたがうことから(1)式を満たす s になることが知られている。

(2) マックイーン、ミラー [3] 参照。

(3) 坂口 [5] 第2節、マッコール [4] 参照。

(4) 坂口 [6] 第4章参照。

高い賃金のサーチの場合は、得ることのできる賃金からサーチ費用の総額を引いたものに関して最大化が行われ、

$$\int_s^{\infty} (x - s) dF(x) = c \quad (2)$$

となる s 以上の賃金を得ることができたらそこでサーチを止めるとよい。⁽⁵⁾このとき s は最大化を目的とされた、賃金から総サーチ費用を引いたもの（利得という）についての期待値となる。

本来は一般的な効用関数を考えて最大化を行うのが望ましいのであるが、単純な逐次モデルの場合は線形の効用関数を考えていることになる。

以上に述べたようないくつかの仮定のもとでは最適なサーチの仕方の問題が、サーチの最適な停止あるいは終了の仕方の問題に限定されてもそれで十分であるということになる。たとえばどこをサーチするとよいかなどという問題が入り込む余地はない。またサーチを行ったほうがよいかどうかについては別に考えなければならない問題となる。次節ではこのサーチを行うかどうかについてのいくつかの考え方を考察する。

3. サーチを行う条件

サーチをした場合としない場合を比べてどちらが良いかを判断するのが自然であるが、サーチをしない場合をどう考えるかによってちがいが出てくる。次に3つの考え方を取り上げる。

(A) サーチをしないで現状のままにいることとの比較

サーチをしないで現状のままいることに一定の値を与え、サーチをした場合の期待総費用（最小化のとき）あるいは期待利得（最大化のとき）と比較してサーチを行ったほうがよいかどうかを決めるものである。たとえば現在ある家に住んでいて、現在のままでもよいが、新しく家を買って別の家に住むのもどうかと考える。このときは現在のままにいることに一定の価値を与え、これと別の家をさがして移ったとしたら得られるであろう価値からサーチ費用に相当

(5) 注(1)~(4)で参照した文献ではすべて最大化の問題が取り扱われている。

する分を引いて得られる値とを比較して前者が大であれば現状のままでいて、後者が大であればサーチを行うということにする。⁽⁶⁾

また職を求めるとき、職につかないままでも何らかの収入があるなら、これと費やしたサーチ費用を引いたうえでの職についたときの収入とを比べて、前者が大であればサーチをせず、したがって職につかず、後者が大であればサーチをして職につくことになると考えられる場合もある。⁽⁷⁾

以上のような場合、サーチをしないで現状のままでいることに対応する値は個人によってちがってくるが、この値を(2)式の s に入れるとこの値に対応する c が得られる。これを c^* とすると、1回あたりのサーチ費用が c^* より小ならサーチしたときの期待値がサーチしないときの値よりも大となるのでサーチしたほうがよく、逆に c^* より大ならサーチをしないほうがよいことになる。⁽⁸⁾ もちろんこの境界点 c^* は個人によってちがってくる。

(B) 零との比較

サーチをしたときに負の値も正の値も起り得る場合を考え、負の値については支払を、正の値については受取を意味するという一種のゲームを考える。サーチ費用は支払となる。このときサーチをするかどうか、あるいはこのゲームに参加するかどうかは、サーチを行ったとき、あるいはゲームに参加したときの期待利得(受取)が零より大かどうかによって決まるであろう。⁽⁹⁾ この場合は(A)の考え方の特別な場合であり、現状のまま何もしないでいることに対して零の値を与えたことになる。

(C) 分布の平均値との比較

低い価格のサーチにおいて、たまたま買手はどうしてもある品物を買わなければならないが、買手はサーチをしてから買うこともサーチをしないで買うこ

(6) マックイーン, ミラー [3] の例。

(7) マッコール [4], リップマン, マッコール [2] 参照。

(8) リップマン, マッコール [2] 参照。

(9) 坂口 [5] 第2節, [6] 第4章参照。

(10) 遠藤 [1] 第2節参照。あるいは分布の最頻値, 最大値, 最小値等を比較の対象とすることもできるであろう。

ともできるものとする。サーチをしないで買うときは行き当たりばったりで売手のところへ行って買うものとする。そして買う行動に費用はかからないがサーチに費用がかかるものとする。このときサーチをしないで買うことに対しては価格に関する確率分布の平均値を当て、サーチをして買うことに対しては期待総費用（価格と総サーチ費用の和の期待値）を考えて、前者が小ならサーチをしないで買い後者が小ならサーチをしてから買うとよいと考えることができる。⁽¹⁰⁾ 分布の期待値を(1)式の s に入れて対応する c を c^* とすると、1回あたりのサーチ費用が c^* より小さければサーチをし c^* より大きければサーチをしないほうがよい。

(A), (B), (C) を比べるとサーチを行わないことに対してはある定数を与えていることになり同じであるが、(A) の場合はその値が個人によってちがってくるのに対して (B) の場合は零、(C) の場合は確率分布の期待値ということでだれにとっても同じ値である。ただし (C) の場合買手が直面する価格についての確率分布はどの買手にとっても同じであるという条件のもとで、だれにとっても同じ値となる。また (B) は (A) の特殊な場合と考えられるが、(C) の買手の直面している状況は必ずしも (A) とは同じではない。(C) では買手は現状のままであることが許されていないのに対して、(A) では現状のままでもある一定の値（一般的には効用）を得ることができる。ただし (C) では買手はサーチするしないにかかわらず買う行動を起すことにより一定の値を得ることができる。しかし行動を起す前においてはどんな値が得られるかは確実ではない。

もし (A) の場合と同じ状況のもとで低い価格のサーチを考えるとすれば、それは買手が売手と価格の関係について一部分は知っているということに他ならない。このときの買手はサーチをしないでもある確定した価格で買うことはできるのである。もちろんこの価格がサーチを行ったときに比べて良い価格であるかどうかは別の問題である。

逆に考えると、サーチをしないで買う場合に対して、価格についての確率分布の期待値を当てるという (C) の考え方は、買手はどの売手がどんな価格で

売っているかについてまったく知らないということを仮定としている。ただし価格の最低値、最高値等の確率分布に関することは完全に知っているのであり、どの売手がどの価格かということだけをまったく知っていないのである。これに対してサーチをしないことに対して一定の値を当てる (A) の場合はどの売手がどの価格で売るかについて一部分を知っていることを許しており、さらに残りの売手と価格の関係については価格についての確率分布を完全に知っているということになる。このときは各個人が全体のうちどの程度売手と価格の関係を知っているかにより、サーチを行うかどうか、またサーチを行う場合にはいつサーチを止めるかもちがってくることになる。それぞれの買手の知っている価格の中での最低価格がちがい、知らない残りについての確率分布も人によってちがってくるからである。

(C) の場合はだれもが売手と価格の関係をまったく知らないで同じ確率分布に直面するので、サーチをしないことに対して当てられる値が同じであるかぎり、サーチをするかどうか、またサーチを始めたときはいつ止めるかもまったく同じとなる。次にこの (C) の場合に、価格が正規分布にしたがうとき、1回あたりのサーチ費用がどういう範囲ならサーチを行うことになるかを求めてみる。⁽¹¹⁾

4. 正規分布の場合にサーチを行う条件

価格は平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布にしたがい、密度関数を $f(x)$ 、分布関数を $F(x)$ とすると、(1) 式より

$$s = \frac{\int_{-\infty}^s xf(x)dx}{F(s)} + \frac{s}{F(s)} \quad (3)$$

を得る。この右辺の第一項はこれが切断正規分布の期待値であることを用い、さらに $z = (s - \mu) / \sigma$ とおくことにより $\mu - \sigma\phi(z) / \Phi(z)$ となる。ここで $\phi(z)$ は標準正規分布の密度関数であり、 $\Phi(z)$ は分布関数である。したがっ

(11) 一様分布の場合については遠藤 [1] 第2節参照。

て(3)式は

$$s = \mu - \frac{\sigma\phi(z)}{\Phi(z)} + \frac{c}{\Phi(z)}$$

となる。さらにこの式と $s = \mu + \sigma z$ という関係から

$$c = \sigma\{z\Phi(z) + \phi(z)\} \quad (4)$$

を得る。

s は期待総費用を意味するので、分布の期待値とサーチを行ったときの期待総費用を比較して後者が小さければサーチをしたほうがよいという前節(C)の考え方のもとでは、 $s < \mu$ ならサーチをしたほうがよいとなる。このことは $z = (s - \mu) / \sigma$ において σ が正であるから、 $z < 0$ ならサーチをしたほうがよいことを意味する。(4)式から $z = 0$ のときは $c = \sigma\phi(z)$ となるので、

$$c < \sigma\phi(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \doteq 0.399\sigma$$

ならサーチをしたほうがよいことになる。⁽¹²⁾

以上は逐次モデルの場合であったが、固定サンプル・サイズ・モデルの場合は次のようになる。1回サーチを行ったときの期待最低価格は μ 、2回行ったときは $\mu - .564\sigma$ 、3回行ったときは $\mu - .846\sigma$ 、…となることを用いてサーチを1回増やしたときの最低価格の期待値の減少分とサーチ費用が等しくなるように最適サーチ回数を求めると、 $c = .282\sigma$ のときは最適サーチ回数が2となり期待総費用が $(\mu - .564\sigma) + 2 \times .282\sigma = \mu$ となる。このことから

$$c < .282\sigma$$

なら期待総費用が μ より小さくなるのでサーチをしたほうがよいと推測される。逐次モデルの場合と比べるとサーチをしたほうがよいサーチ費用の上限が小さくなっている。

(12) なぜなら(4)式において $dc/dz > 0$ である。

(13) スティグラー [7] 参照。順序統計量の議論から得られる。

5. 結びにかえて

本稿では特にサーチを行うかどうかの条件に注目して、それとサーチのモデルが前提としているいくつかの仮定との関係について考察した。一つの問題はどの売手がどんな価格で売るかについて売手全体のうちの一部分を買手が知っているかどうかに関することであった。

参 考 文 献

- [1] 遠藤薫「二地域におけるサーチ」『商学討究』第29巻第1号, 1978, pp. 25~38.
- [2] Lippman, S.A. and J.J. McCall, "The Economics of Job Search: A Survey," *Economic Inquiry*, Vol. XIV, No. 2, 1976, pp.155~189.
- [3] MacQueen, J. and R.G. Miller, Jr., "Optimal Persistence Policies," *Operations Research*, Vol. 8, No. 3, 1960, pp.362~380.
- [4] McCall, J.J., "Economics of Information and Job Search," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXXIV, No. 1, 1970, pp.113~126.
- [5] Sakaguchi, M., "Dynamic Programming of Some Sequential Sampling Design," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 2, No. 3, 1961, pp.446~466.
- [6] 坂口実『経済分析と動的計画』東洋経済新報社, 1970.
- [7] Stigler, G.J., "The Economics of Information," *Journal of Political Economy*, Vol. LXIX, No. 3, 1961, pp.213~225.