

UiT

NORGES  
ARKTISKE  
UNIVERSITET

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

## Tilpasset opplæring i fådelt skole

*Hvilke muligheter og begrensninger beskriver læreren som underviser i fådelte elevgrupper vedrørende å tilpasse undervisningen sin i emnet brøk?*

—

**Tine Slettum Alfredsen**

*Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn November 2018*







## **Sammendrag**

### **Problemstilling**

Denne avhandlingen er basert på en kvalitativ case-studie om tilpasset opplæring og kompetanse i fådelte klasser, konsentrert om emnet brøk. Problemstillingen som ligger til grunn for forskningen min er:

***Hvilke muligheter og begrensninger beskriver læreren som underviser i fådelte elevgrupper vedrørende å tilpasse undervisningen sin i emnet brøk?***

For å svare på problemstillingen har jeg benyttet meg av følgende forsknings spørsmål:

- *Hvilke tilnærminger til brøkemnet benytter læreren seg av?*
- *Hvilke muligheter for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*
- *Hvilke begrensninger for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*
- *Hvilken forståelse av kompetansebegrepet beskriver og vektlegger læreren?*

### **Metode**

Forskningen er et single-case design gjennomført ved hjelp av et kvalitativt semi-strukturert intervju av en lærer som underviser matematikk på mellomtrinnet, i fådelte klasser.

### **Resultater**

Læreren beskriver tre ulike tilnærminger til brøkemnet, og viser til eksempler innenfor de tre. Læreren beskriver også mulighet for tilpasset opplæring gjennom variasjon i undervisningen, og viser fem ulike utgangspunkt. Hun beskriver læreboka som en viktig ressurs.

Begrensningene for tilpasset opplæring knytter seg til det faktum at hun i gruppa har bare en elev på 7.trinn, og denne har ikke samarbeidsmuligheter på samme alderstrinn eller høyere. I tillegg beskriver hun usikkerhet rundt gruppeinndeling i kommende år. Læreren vektlegger forståelse, og undervisningsopplegget hun beskriver hjelper etter min mening elevene å øve på fire ulike delkompetanser.

## **Førord**

Denne avhandlingen markerer slutten på et flott studieløp ved universitetet i Tromsø. For meg personlig markerer den mye mer: den er et bevis på at jeg på et formelt plan er kvalifisert til å gjøre den jobben jeg elsker å gjøre. Veien til en ferdig avhandling har vært kronglete og frustrerende, det må være lov å si. Å signere et ferdig produkt gjør dermed lettelsen og stoltheten desto større.

Jeg er svært takknemlig for den hjelpen jeg har fått underveis. Takk til informanten min som tok seg tid til meg, oppgaven ville ikke blitt det samme hvis jeg ikke hadde funnet akkurat deg. Takk Ove, for at du har pushet meg akkurat passe mye, for at du har betrygget meg og for at du har vært konkret i dine tilbakemeldinger. Det var akkurat det jeg trengte for å komme i mål. Takk kolleger på Reinen skole, for at dere har vist forståelse når jeg den siste tiden har vært sliten. Takk familie, for at dere har heiet på meg hele veien, og samtidig tatt hensyn når jeg ikke ville forholde meg til oppgaven min i det hele tatt. Takk Anna, for at du er en god venn, god støtte, god hobbypsykolog og for at du er rå på å skape orden. I hodet mitt, og på blokka mi.

Til Oda og Gabriel, mine fantastiske unger. Dere to er min aller største motivasjon for alt jeg gjør. Denne oppgaven ble til for dere to.

Tromsø, oktober 2018

Tine Slettum Alfredsen

## Innhold

1	Innledning.....	5
1.1	Bakgrunn for problemstilling .....	5
1.2	Problemstilling og forskningsspørsmål .....	6
1.3	Struktur i oppgaven .....	7
2	Teoretiske perspektiver .....	8
2.1	Begrepsavklaring.....	8
2.2	Brøk.....	8
2.2.1	Hva er brøk? .....	8
2.2.2	Ulike former av brøk .....	9
2.2.3	Endringer i forskingsmiljøet.....	12
2.3	Tilpasset opplæring .....	12
2.3.1	Retten til tilpasset opplæring .....	12
2.3.2	Hva handler tilpasset opplæring om? .....	13
2.3.3	Differensiering.....	15
2.3.4	Problematikk knyttet til ambisjonen om en inkluderende skole.....	15
2.4	Tilpasset matematikkundervisning i klasserommet.....	15
2.4.1	Variasjon i undervisningen.....	15
2.4.2	Problemløsning og eksperimentering .....	20
2.4.3	Læremidler .....	20
2.5	Kompetanse .....	21
3	Metode.....	24
3.1	Redegjørelse av relevante disipliner i metode.....	24
3.1.1	Kvalitativ og kvantitativ metode .....	24
3.2	Case-studie .....	25
3.3	Case: Matematikklæreren på Lillebekk skole .....	26
3.4	Kvalitative intervju.....	27
3.4.1	Grad av struktur i intervjuet .....	27
3.5	Begrunnelse for valg av metode.....	28
3.5.1	Utvalg .....	28
3.5.2	Intervjuguiden .....	30
3.6	Analyse og tolkning av data i casedesign.....	31
3.7	Undersøkelsens reliabilitet og validitet .....	33
3.8	Etikk og juridisk ansvar.....	35
4	Analyse og diskusjon.....	36
4.1	Hvilke tilnærminger til brøkemnet benytter læreren seg av? .....	36
4.1.1	Brøk som del av en helhet .....	37

4.1.2	Brøk som måling .....	38
4.1.3	Brøk som operator .....	39
4.1.6	Oppsummering .....	40
4.2	Hvilke muligheter for tilpasset opplæring beskriver læreren? .....	40
4.2.1	Variasjon og differensiering i undervisningen .....	40
4.2.2	Ulike læremidler .....	43
4.2.3	Oppsummering .....	44
4.3	Hvilke begrensninger for tilpasset opplæring beskriver læreren? .....	44
4.3.1	Oppsummering .....	45
4.4	Hvilken anvendelse av kompetansebegrepet beskriver og vektlegger læreren?.....	46
4.4.1	Hoppetau og klesklyper .....	46
4.4.2	Oppsummering .....	49
4.5	Som ringer i vann. En avsluttende diskusjon. ....	49
4.6	Kritikk til egen forskning .....	51
5	Oppsummering og avslutning.....	53
5.1	Svar på forskningsspørsmålene .....	53
5.2	Svar på problemstillingen.....	54
5.3	Videre forskning.....	55
6	Referanser.....	56
7	Vedlegg 1: Hoppetau og klesklyper .....	58

# 1 Innledning

Følgende mastergradsavhandling beskriver et kvalitativt forskningsstudie som retter seg mot matematikklærere som underviser i fådelte elevgrupper på mellomtrinnet, konsentrert om emnet brøk.

## 1.1 Bakgrunn for problemstilling

Jeg kommer fra et lite sted med en liten skole. Elevene er inndelt i team fra 1. til 4. trinn, fra 5. til 7. trinn og fra 8. til 10. trinn. Ikke bare var jeg elev ved denne skolen i 10 år, i voksen alder har jeg også jobbet og undervist der selv. Da jeg startet på lærerstudiet og hadde praksis i byskolen fikk jeg nye erfaringer, og den lille bygdeskolen min ble nesten glemt. Helt til 4. studieår, da vi hadde distriktskolepraksis. Jeg fikk besøke en liten skole i utkant-Tromsø, der fagmiljøet innenfor matematikk besto av ett menneske alene. Jeg fikk snakke med både elever og lærere ved skolen om hvordan de opplevde det å tilhøre en liten skole og aldersblandede klasser, og jeg kjente godt igjen mange av fordelene, og også problemstillingene og utfordringene de beskrev.

Etter dette besøket har jeg tenkt mye på hvordan det er å være matematikklærer i et fådelt klasserom. Jeg har dannet meg en oppfatning av at disse lærerne må ha en ganske omfattende oppgave med å tilpasse undervisningen sin til de elevene han eller hun har. Det er ganske stor forskjell på en gjennomsnittlig 5. klassing sin matematiske kompetanse og en gjennomsnittlig 7. klassing sin. Min hypotese er dermed at disse matematikklærerne har behov for en stor oversikt og evne til å tilpasse undervisninga.

I når jeg selv har hatt matematikkundervisning, er det spesielt ett emne som har interessert meg, og det er brøk. En grunn for dette er fordi det i mine øyne er spennende, en annen grunn er for at jeg har opplevd at elever synes det er vanskelig. I samtale med andre lærere bekrefter også de at de oppfatter brøk som et emne mange sliter litt med. Målet med all undervisning vil til syvende og sist være at elevene utvikler kompetanse i det emnet det undervises i, og når jeg oppfatter at elever synes emnet er vanskelig, gjør man seg noen tanker om hvilken kompetanse elevene sitter igjen med etter emnet er avsluttet. Dermed ville jeg også se nærmere på kompetansebegrepet, og få et innblikk i hvilken kompetanse læreren vektlegger i undervisningen av denne emnet.

For å få et nyansert men samtidig tydelig bilde av mulighetene og utfordringene som en lærer i en fådelt klasse beskriver, synes jeg dermed at det var interessant å se nærmere på brøkundervisning som sådan. Jeg ønsket å få et dypt innblikk i en lærers måte å tenke om og

gjennomføre tilpasning til den enkelte elev, og har derfor valgt et casestudie med en case og ikke flere.

Hensikten med denne avhandlingen er ikke på noen måte å måle eller vurdere kompetansen til lærere ved de fådelte skolene, det er jeg ikke i noen posisjon til å gjøre. Det er heller ikke å peke på organisatoriske utfordringer eller rammebetingelser, selv om disse på mange måter er uunngåelige å berøre når en snakker med lærere om deres hverdagsvirke. Jeg ønsker å undersøke, finne ut om, og forstå tilpasset opplæring som prinsipp i den fådelte skolen, innenfor brøkemnet. Jeg mener at temaet kan være av interesse for lærere og lærerstudenter i alle skoler, ikke bare i de små.

## 1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Målet mitt med undersøkelsen er å se nærmere på hvordan læreren kan undervise brøk i fådelte klasserom, og å bruke disse lærerne som en ressurs for andre. For å gjøre dette har jeg tatt utgangspunkt i en problemstilling som jeg, gjennom å forsøke å svare på, mener kan bidra til å belyse viktige aspekter ved undervisning og tilpasset opplæring:

### **Hvilke muligheter og begrensninger beskriver læreren som underviser i fådelte elevgrupper vedrørende å tilpasse undervisningen sin i emnet brøk?**

For å kunne svare på denne problemstillingen fordyper jeg meg i senere tids forskning omkring læring og undervisning av brøk, tilpasset opplæring, og hva kompetanse er. Jeg har formulert og konsentrert forskningen og avhandlingen min i all hovedsak om fire forskningsspørsmål:

*Hvilke tilnærminger til brøkemnet benytter læreren seg av?*

*Hvilke muligheter for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*

*Hvilke begrensninger for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*

*Hvilken forståelse av kompetansebegrepet beskriver og vektlegger læreren?*

Som det framgår av disse spørsmålene, ønsker jeg å forske på lærerens refleksjoner omkring brøkundervisning, tilpasset undervisning og kompetanse. Dermed er dette i hovedsak et deskriptivt studie.



### 1.3 Struktur i oppgaven

Denne avhandlingen er tredelt. Den første delen, *teoretiske perspektiver*, har som formål å gi et teoretisk bakteppe til det jeg skal undersøke. I denne avhandlingen er det særlig 3 tema jeg fokuserer på. Det er brøk og rasjonale tall, det er tilpasset opplæring som overordna prinsipp, og det er kompetansebegrepet. Del to av oppgaven er et *metodekapittel*. I denne delen beskriver og begrunner jeg metodevalget mitt, og også utvalgsstrategi, etiske hensyn og pålitelighet og relevans i datamaterialet mitt. Den siste delen av oppgaven er *analyse og diskusjon*. I denne delen beskriver jeg konkrete funn i datamaterialet, og knytter det til de teoretiske perspektivene som lå til grunn for undersøkelsen. Jeg diskuterer til slutt det undersøkelsen har vist meg, og forsøker å knytte det hele sammen.

## 2 Teoretiske perspektiver

Dette kapitlet tar for seg den teoretiske forankringen som ligger til grunn for min undersøkelse. Først ser jeg på brøk som matematisk disiplin, før jeg tar for meg begrepet tilpasset opplæring. Til sist redegjør jeg for kompetanse i matematikk.

### 2.1 Begrepsavklaring

*Fådelte skole* defineres enkelt av Melheim (1998) slik: «Ein fådelt skule er ein skule der elevar frå to eller fleire årssteg går i same klasse» (Melheim, 1998, s. 9). Jeg bruker i denne avhandlingen begrepene fådelt skole og fådelt klasse, der betydningen er den samme, altså at flere årstrinn er i samme gruppe.

Jeg bruker *tilpasset opplæring* og *tilpasset undervisning* om hverandre. Begrepene er basert på det samme, men med en liten forskjell: med tilpasset opplæring mener jeg opplæringsløpet til eleven som en helhet, mens når jeg snakker om tilpasset undervisning snevrer det seg inn til å omhandle spesifikke undervisningssegmenter. Den teoretiske forankringen bak begrepet står beskrevet i eget kapittel nedenfor.

### 2.2 Brøk

Jeg presenterer i dette delkapitlet noen synspunkter på hva forskere sier om brøk og hva som er god brøkundervisning. Susan Lamon har skrevet flere bøker om emnet, og hun sier at av alle emner i pensum er brøk, forhold og proporsjoner de mest langvarige å utvikle, de vanskeligste å undervise, de mest matematisk komplekse, de mest kognitivt utfordrende, mest avgjørende for videre suksess i høyere matematikk, og en av de mest overbevisende sidene ved forskning. Det er lite fremgang i feltet til tross for dette, og mengden forskning er ikke proporsjonalt med den matematiske rikheten og behovet for forskning som må gjøres. (Lamon, 2007)

#### 2.2.1 Hva er brøk?

Begrepet brøk brukes i dag på to ulike måter. Lamon (2012) bruker termene «numeral» og «number», der førstnevnte refererer til en måte å skrive et tall på med symboler;  $\frac{a}{b}$ , som er to heltall med en brøkstrek mellom. Sistnevnte term er litt mer abstrakt, og brukes om ikke-negative rasjonale tall. Lamon påpeker at selv om mange feilaktig bruker termene brøk og rasjonale tall synonymt, er disse to forskjellige (Lamon, 2012):

- Alle rasjonale tall kan skrives i brøkform, men ikke alle tall skrevet i brøkform er rasjonale (et eksempel er  $\frac{\pi}{2}$ , det er ikke et rasjonalt tall til tross for at det er skrevet i brøkform)
- Hver brøk svarer ikke til et ulikt rasjonalt tall. Brøkene  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{6}{9}$  og  $\frac{10}{15}$  svarer alle til det samme rasjonale tallet.
- Rasjonale tall kan skrives som brøk, men det kan skrives i andre former også.

### 2.2.2 Ulike former av brøk

Lamon (2007) viser til en rekke anerkjente forskere i feltet når hun beskriver historikken innenfor forskning på brøk og rasjonale tall. Lesh mfl. (1992) skrev et kapittel i den første «handbook» og det kapitlet var som et tilsvar på påstanden til forskningsfeltet om at før man kunne utvikle pensum, måtte man få svar på hva forskjellene mellom tidlig og senere tallkonsepter var. Det var gjort flere forsøk på å fange essensen av rasjonale tall. Hva betyr det å forstå rasjonale tall? Hva er de konseptuelle hindrene for barn i overgangen fra heltall-emner til rasjonale tall-emner? Thus, Behr mfl. (1992) begynte med en diskusjon av det viktigste arbeidet på den tiden. Disse uavhengige analysene representerte forskjellige perspektiver og resulterte i forskjellige konklusjoner om hvor mange sub-konstruksjoner eller «personligheter» av de rasjonale tallene som dukker opp på den fenomenologiske nivå, i reelle situasjoner der rasjonale tall er nyttige. Deretter ble disse analysene forent, og *measure*, *quotient*, *ratio* og *operator* ble anerkjent som distinkte subkonstruksjoner, og det var noe uenighet hvorvidt *per-whole* var distinkt fra *measure*. Uavhengig av antall subkonstruksjoner, var det klart at daværende opplæring, som bare adresserte en av dem, var inadekvat (Lamon, 2007). I den første handboka sa forfatterne at vi måtte få klargjort konseptene og standardiseringen av vokabularet som forutsetninger for progresjon i forskning på rasjonale tall. Denne uttalelsen er like aktuell i dag. Vi trenger særlig å «være enige om konseptene i brøk og rasjonale tall» (Behr, Harel, Post, & Lesh, 1992). Jeg skal nå se nærmere på forskjellene mellom subkonstruksjonene.

#### *Brøk som del av helhet (per- whole)*

Når man forstår brøk som en del av en helhet, betyr det at man skiller ut et antall like deler av en enhet fra det totale antall like deler i den samme enheten. Med like deler mener man likt antall, lik lengde, likt areal, og så videre.  $\frac{a}{b}$  betyr her  $a$  deler av  $b$  like deler. Det betyr likevel ikke at en del er det samme som en «ting». For eksempel kan enheten bestå av 18

pokemonkort. Da betyr  $\frac{1}{6}$  1 av 6 like deler. Da består 1 del av 3 kort. Dermed er innholdet i en del bestemt av antallet like deler enheten er delt inn i. (Lamon, 2012, s. 145)

#### *Brøk som måling (measure)*

Denne måten å forstå brøk på skiller seg fra del-hel meningen fordi det her handler om å bestemme mengden som blir beskrevet gjennom brøken, heller enn å finne antall deler av en hel (Van de Walle, 2004). Rasjonale tall ses ofte på som punkter på ei tallinje, men det er mer hensiktsmessig å se på de som en retningsgitt avstand fra null til noen punkter på ei tallinje. Årsaken for at avstanden er retningsgitt, er at tall også kan være negative, og det er viktig å merke seg at avstanden til alle punkt på tallinja ikke kan oppgis som rasjonalt tall. Når vi videre forstår brøk som måling, måler altså brøken avstanden til et punkt på tallinja fra null. (Lamon, 2012, ss. 209-210)

#### *Brøk som kvotient (quotient)*

Et rasjonalt tall kan ses på som en kvotient, altså et resultat av en divisjon. På et grunnleggende nivå kan  $\frac{3}{4}$  tolkes som mengden kake hvert barn får når 3 kaker skal deles likt mellom 4 barn. Problemet kan forstås som en likning  $4x=3$ , der mengden kake er  $x$ . For å løse likningen utfører man en divisjon for å få  $x=\frac{3}{4}$ . På et grunnleggende nivå kommer brøk som kvotienter fra prinsippet «å dele likt», som jo er godt kjent for elever allerede fra de er små (Lamon, 2012). Vi kjenner denne tanken om brøk som kvotient som delingsdivisjon.

#### *Brøk som forhold (ratio)*

Behr m.fl. adresserte tidlig at distinksjoner som forskjellen mellom forhold og «rates» trengte klargjøring. (Behr, Harel, Post, & Lesh, 1992). Lamon (2012) forklarer ratio, eller forhold, som en sammenlikning av to mengder, og kan i praktiske situasjoner gi oss en forståelse av for eksempel tetthet med å sammenlikne antall sykler med antall kvadratmeter i et område. Når et forhold sammenlikner målinger og er opprettet for å beskrive en kjent kvalitet, blir det et forhold, eller en rate. Når et forhold er skrevet i brøkform (og det er det ikke alltid), skiller det seg litt fra de andre måtene å forstå brøk på; når man forstår brøk som måling, kvotient eller operator er som oftest formen  $\frac{a}{b}$ . Når *a ting i forhold til b ting* skal beskrives, kan man imidlertid skrive det på flere ulike måter:

1.  $\frac{a}{b}$  eller  $a/b$

2.  $a \rightarrow b$

3.  $a : b$

4.  $@ b$

«Rate» blir beskrevet som et utvidelse av ratio-begrepet. Et forhold som ikke bare gjelder den spesifikke situasjonen, men som gjelder en serie av situasjoner der to mengder er beslektet på samme måte. (Lamon, 2012)

#### *Brøk som operator (operator)*

Når man forstår rasjonale tall som operatører, handler det om forminskning og forstørring, å trekke sammen og å utvide, eller å multiplisere og dividere. Operatører er transformatorer som forlenger eller forkorter linjesegmenter, øker eller minsker et antall elementer, eller tar en geometrisk figur og omgjør den til en større eller mindre figur med samme form. Dermed kan de rasjonale tallene ses på som funksjoner. En operator er et sett instruksjoner for å utføre en prosess. For eksempel er  $\frac{2}{3}$  av en operator som instruerer deg til å multiplisere med 2 for så å dividere med 3. Det er for øvrig tre måter å forstå denne brøken på:  $\frac{2}{3}$  (enheter),  $2(\frac{enheter}{3})$  eller  $\frac{2 enheter}{3}$ . (Lamon, 2012)

Behr mfl. (1992) presenterte også en matematisk analyse av rasjonale tall og et tilhørende matematisk notasjonssystem basert på enheter og måtene de kunne regruppes for å representere subkonstruksjonene av de rasjonale tallene. Deres formelle mikroanalyse av de mulige enhet-omdannelsene tok ikke høyde for hvorvidt disse operasjonene kunne basere seg på real-life situations, hvorvidt de representerte mentale handlinger som barn faktisk utfører, eller hvorvidt lærere burde rådes til å undervise hver mulige omdannelse.

Likevel fylte dette arbeidet hensikten til forfatterne, nemlig å adressere de kritiske manglene i pensum gjennom mulighetene det ga elevene til å utvikle fleksibilitet i å dele opp, og regruppere mengder. (Lamon, 2007)

De samme forskerne adresserte også den intuitive kvantitative resonnering som kan tilføres til rasjonale tall og proporsjonale situasjoner, spesifikt for å bestemme brøkorden eller likeverdighet. Konseptet med å avgjøre likeverdighet eller å ordne rasjonale tall etter størrelse kommer an på å avgjøre om et multiplikativt forhold varierer eller forblir det samme. I noen tilfeller, men ikke alle, er kvalitativ resonnering tilstrekkelig for å avgjøre ordensforhold. En kvantitet er en målbar kvalitet av et objekt, uavhengig om den kvaliteten er målt eller ikke.



For eksempel: du kan sammenlikne høyden til to personer uten å måle dem. Og et lokalt eksempel: om du står i Tromsø sentrum kan du vite at Tromsdalen er nærmere enn Finnsnes uten å vite hvor lange avstander det er. Å kunne relatere kvantiteter som ikke er kvantifisert (målt) til hverandre er en viktig type resonnering som er lett tilgjengelig for barn i kontekster som de forstår. Det samme kan sies om «kakedeling»: der barn intuitivt vet svaret fordi de har erfaring med å dele med hverandre. (Lamon, 2007)

### 2.2.3 Endringer i forskningsmiljøet

Lamon (2007) peker på noen viktige endringer innenfor dette forskningsfeltet. Den viktigste av dem er det faktum at seks store bidragsytere til dette forskningsfeltet er døde, og flere andre er pensjonert. Dessverre, ifølge Lamon (2007), går ikke de nye forskerne i deres fotspor. Forfatteren påpeker at kildene hennes er hovedsakelig fra før den første handboka ble gitt ut. Dette kommer av kompleksiteten i matematikken, og fordi det er vanskelig å gjennomføre forskning fordi a) lærere er ikke innstilt på å undervise annet innhold enn «part-whole- brøker, b) langvarig forpliktelse er nødvendig fordi rasjonale tall-emner blir lært over flere år c) den ikke-lineære utviklinga av innhold passer dårlig sammen med de type planer som er typisk i matematikkundervisningen nå d) i motsetning til andre emner som for eksempel tidlig addisjon er ikke framgangen i forskningsverdenen tydelig. Brøk er vanskelig å forske på, og hun påpeker at forskning ofte avdekker flere spørsmål enn svar. (Lamon, 2007)

## 2.3 Tilpasset opplæring

Her beskriver jeg min forståelse og anvendelse av prinsippet og begrepet tilpasset opplæring. Jeg redegjør for lovverket som definerer tilpasset opplæring som en rett, og for hvilken forståelse andre norske skoleforskere har av begrepet. Videre ser jeg nærmere på hvordan tilpasset opplæring kan komme til syne i klasserommet gjennom variasjon i arbeidsmetoder og læremidler.

### 2.3.1 Retten til tilpasset opplæring

Opplæringsloven lovfester elevs rettighet til tilpasset opplæring på to måter. En allmenn rett, §1-3 som er en sentral del i formålsparagrafen: «Opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven, lærlingen, praksisbrevkandidaten og lærekandidaten» (Opplæringslova, 2016). Begrepet «den enkelte» betyr at loven om tilpasset opplæring gjelder *alle* elever. I tillegg omtales en individuell rett, §5-1, som gjelder for elever som ikke får tilfredsstillende utbytte av det ordinære undervisningstilbudet: «Elevar som ikkje har eller som ikkje kan få tilfredsstillande utbytte av det ordinære opplæringstilbodet, har rett til

spesialundervisning» (Opplæringslova, 2016). Ut fra disse paragrafene kan tilpasset opplæring defineres som den opplæring som gir alle elever et tilpasset utbytte i forhold til læreplanfestede mål. (Håstein & Werner, 2003, s. 30)

Siden tilpasset opplæring skal gjelde både for elever i ordinær undervisning og for elever som mottar spesialundervisning, kan vi tenke på tilpasset opplæring som et overordnet prinsipp i skolen. I tillegg er dette prinsippet en grunnpilar i ambisjonen om en inkluderende skole. (Olsen, 2016, ss. 7,15)

Håstein og Werner (2003, s. 34) har sett nærmere på opplæringen sett fra elevens posisjon, og mener at retten til tilpasset opplæring innebærer en rett til deltagelse. De introduserer tilpasset deltagelse som begrep, og sier at det skjer når eleven er aktiv i egen dannelses- og læringsprosess på en måte som gjør at eleven har utbytte av den både på kort og lang sikt. Altså må elevene ha mulighet til å delta i et stabilt fellesskap, der både egne og andres erfaringer og interesser får betydning. Eleven må få delta med de evner og forutsetninger han eller hun har, på en måte som innebærer krav og forventninger, og trygghet men også risiko. Tilpasset opplæring som prinsipp skal gi alle elever mulighet til tilpasset deltagelse. For at dette skal skje trenger elevene å møte:

- Gode innslag av oppgaver som skal løses i samarbeid med andre
- Mest lærestoff av det alle har bruk for, mye lærestoff av det mange har bruk for, og noe lærestoff som passer best til enkeltelever
- Mulighet til å bidra til fellesskapet og ha nytte av det. (Håstein & Werner, 2003)

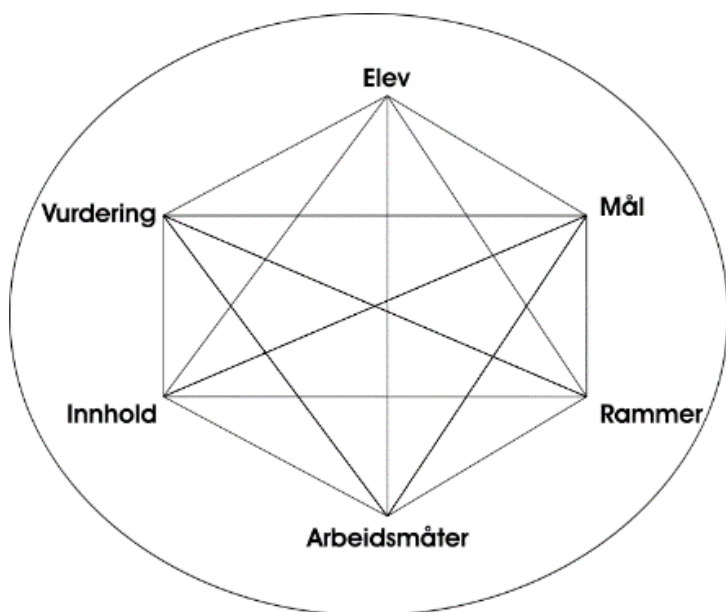
På et mer individualistisk nivå kan man si at tilpasset deltagelse skjer best når eleven får foreta valg, sette egne mål, få oppgaver tilpasset egne evner og vekstmuligheter, og når han eller hun får samarbeide med elever på samme nivå eller høyere. (Håstein & Werner, 2003)

### 2.3.2 Hva handler tilpasset opplæring om?

Ettersom tilpasset opplæring ses på som et overordnet prinsipp i skolen og er en grunnpilar i arbeidet mot en inkluderende skole, føres det også mange diskusjoner om hva det egentlig er og betyr. Flere har definert begrepet, for eksempel Håstein og Werner (2003) som du leste tidligere i kapitlet. De opererer med en definisjon som sier at tilpasset opplæring er den opplæring som gir alle elever et tilpasset utbytte i forhold til læreplanfestede mål. Jensen (2006, s. 14) påpeker at de fleste definisjonene fokuserer på varierte læringssituasjoner ved hjelp av differensiering tilpasset elevens forutsetninger og evner, mens noen også inkluderer

krav til eleven, måloppnåelse, og tilpasning til fellesskapet. Han viser også til Bjørnsrud (2005), som beskriver tilpasset opplæring som en verdi og et prinsipp. (Jensen, 2006, s. 14)

Ut fra de definisjonene som er lagt til grunn, er det to sentrale forhold når en arbeider mot bedre tilpasning i skolen. Det ene er elevens evner og forutsetninger, og bruk av didaktisk differensiering knyttet til disse. Det andre er tilpasning til fellesskapet. Jensen (2006) påpeker at differensieringen må være pedagogisk begrunnet og ikke tilfeldig. Elevenes kognitive forutsetninger på et grunnleggende nivå kan i liten grad påvirkes, derfor er optimalisering av disse vanskelig. Vi vet imidlertid at læring påvirkes av omgivelser og miljømessige faktorer, og det er nettopp disse faktorene vi som lærere har størst mulighet til å tilpasse eller endre. Dette endringsarbeidet har tradisjonelt vært knyttet opp mot didaktiske kategorier som mål, innhold, evaluering og rammebetingelser, og sammenhengen mellom disse. Den didaktiske relasjonsmodellen til Bjørndal og Liberg (1978) er et godt eksempel på dette. (Jensen, 2006, s. 14)



Figur 1: Den didaktiske relasjonsmodellen. Hentet fra [https://no.wikipedia.org/wiki/Didaktisk\\_relasjonstenkning](https://no.wikipedia.org/wiki/Didaktisk_relasjonstenkning)

Jensen og Roald (2014) opererer med færre didaktiske kategorier, og sier at tilpasset opplæring dreier seg om elevenes forutsetninger, innholdet i opplæringen, og skolen som organisasjon. Uansett vil formålet være det samme: Å bidra til utvikling av skolen med hensyn både på økt læringsutbytte for elevene, inkludering og sosial utjevning. (Jensen, 2006, s. 11)

### 2.3.3 Differensiering

Begrepet differensiert undervisning brukes i tett sammenheng med begrepet tilpasset opplæring, og dets betydning er «at den undervisningen som enkelte elever eller grupper av elever får, er forskjellig fra den undervisningen som andre elever eller grupper av elever får.» (Skaalvik og Fossen 1995, sitert i Håstein og Werner 2003, s. 53). Utgangspunktet for differensieringen kan for eksempel være elevens evner, interesser, forutsetninger og arbeidsevne. Dermed blir differensieringen et underordnet begrep i forhold til prinsippet om tilpasset opplæring. (Håstein & Werner, 2003, s. 59)

### 2.3.4 Problematikk knyttet til ambisjonen om en inkluderende skole

Vi har sett at tilpasset opplæring er et sentralt prinsipp i den norske skolen. Skolene har gjennom Kunnskapsløftet fått stor frihet til selv å organisere undervisningen basert på lokale behov, og læreplanen har i liten grad lagt føringer eller utdypet hvordan tilpasset opplæring egentlig skal håndteres. Dermed kan dette prinsippet praktiseres svært ulikt fra kommune til kommune, og fra skole til skole. (Jenssen & Roald, 2014, s. 11) Dette strider i verste konsekvens mot prinsippet om enhetsskole som gir alle elever like muligheter på tvers av bosted og sosial bakgrunn.

## 2.4 Tilpasset matematikkundervisning i klasserommet

Det er forsket forsvinnende lite på tilpasset opplæring i praksis, og da særlig innenfor matematikken. Delkapitlene i denne delen har jeg derfor bestemt ut fra stortingsmelding nr. 16, som blant annet sier dette: «Tilpasset opplæring kjennetegnes ved variasjon i bruk av arbeidsoppgaver, lærestoff, arbeidsmåter, læremidler og variasjon i organisering av og intensitet i opplæringen» (KD, 2006-2007, s. 76). Selv om tilpasset opplæring i stortingsmeldingene er omtalt på et generelt nivå, er det ikke ønskelig at avhandlingen min skal få et generelt pedagogisk preg. Derfor vil meningsinnholdet i hvert delkapittel være med hensyn på matematikk. Først skriver jeg om variasjon i undervisningen, og deretter følger en redegjørelse av problemløsning og eksperimentering, før jeg til slutt snakker om læremidler, og herunder læreboka.

### 2.4.1 Variasjon i undervisningen

Vi har allerede slått fast at ifølge kunnskapsdepartementet kjennetegnes tilpasset opplæring ved variasjon. Dette bekreftes også i Læringsplakaten i kunnskapsløftet: «Skolen skal fremme tilpasset opplæring og varierte arbeidsmåter» (KD, Læreplanverket for Kunnskapsløftet., 2006, s. 31). Tradisjonell matematikkundervisning derimot beskrives som lite varierende, og

med lav spennvidde i arbeidsmetodene. Botten (1999) sier at en av grunnene til at mange elever utvikler en motvilje mot matematikk, er nettopp denne ensformigheten. Et annet aspekt er at en ensformig matematikkundervisning også gir elevene færre muligheter til å utnytte sitt potensial (Botten, 1999).

En variert undervisning kan for eksempel basere seg på å treffe flere elevers læringsstil. En elevs læringsstil sier noe om under hvilke forhold og på hvilken måte han eller hun konsentrerer seg best og tar opp i seg og husker ny kunnskap. Olafsen og Maugesten (2009 s. 143) beskriver fire kategorier læringsstiler: (1) Den *visuelle*, som lærer best ved å se, lese, skrive og observere. (2) Den *auditive*, som husker best det han eller hun hører. (3) Den *taktile*, som lærer best ved å berøre og som foretrekker bruk av konkrete i matematikken. Og (4), den *kinestetiske*, som lærer best gjennom praktiske erfaringer og fysisk aktivitet. (Olafsen & Maugesten, 2009)

Håstein og Werner (2003) presenterer i sin bok sju grupper av undervisningsmetoder, og hvilke hensyn som må tas for å tilpasse opplæringen innenfor de sju. Jeg presenterer utgangspunktene slik de er beskrevet, og legger til mine egne tanker om hvordan de kan komme til syne i matematikkundervisning.

*Utgangspunkt 1: Elevenes nytte av egne erfaringer.* Hver elevs erfaringer er en potensiell kunnskapsmessig ressurs. I samtale vil en tidlig få fram et mangfold av forestillinger og kunnskap hos elevene, noe som bidrar til å tydeliggjøre rikdommen av forskjeller i klassen. Det kan dermed være med på å gi elevene opplevelsen av at deres bidrag er nyttig (Håstein & Werner, 2003, ss. 264-265)

I matematikkundervisningen kan dette eksempelvis være at man innleder neste tema med en førsamtale der elevene forteller hva de kan, og at man kan bruke innspillene man får til å etablere en felles forforståelse for emnet før man går i gang. Norsk skolematematikk baserer seg ofte på Bruners (1959) berømte spiralprinsipp, altså at emnene kommer igjen år etter år i noe utvidet form. Dermed har elevene i bakgrunnskunnskaper de kan bidra med når de skal i gang med nytt emne i matematikk. Likevel sier Dalvang (1995, sitert i Håstein og Werner, 2003, s.266) at mange elever som har kunnskap i uformell matematikk faller igjennom i skolematematikken, på grunn av at den er for abstrakt. Det har resultert i en økt oppmerksomhet mot hvordan matematikken skal bli et redskap både for samfunnslivet og skolelivet.



For å ha fokus på tilpasset opplæring, kan læreren spørre seg en rekke spørsmål før og underveis i undervisningssituasjonen; På hvilke områder har alle elevene erfaringer å komme med? Hva skal til for at enkeltelever skal tørre å komme med sine opplevelser og assosiasjoner? Hvordan skal jeg introdusere en ny arbeidsform og være sikker på at alle får en god erfaring med metoden? Og, hvilke andre arbeidsmåter som elevene kjenner fra før, kan minne om denne måten? (Håstein & Werner, 2003)

Håstein og Werner (2003) sitt 2. utgangspunkt er: *Elevene lærer gjennom å samarbeide*. Når elever samarbeider om faglige oppgaver, vil de i tillegg til faglig utbytte kunne ha sosialt utbytte. Det er en forutsetning at arbeidet må organiseres sånn at alle elevene har utbytte. I så fall vil man være nær en type undervisning som kombinerer tilpasning til den enkelte, fellesskap, og rom for mangfold. Det finns ulike former for gunstig samarbeid: en kan legge opp til samarbeid som resulterer i bytte av perspektiv. I matematikken kan dette innebære diskusjoner i gruppa om hvilken strategi elevene bruker for å løse et matematisk problem. En kan også legge opp til asymmetrisk samarbeid, dvs et samarbeid mellom elever som kunnskapsmessig skiller seg fra hverandre. I matematikk vil det være nyttig for en «svak» elev å lære av en «sterk» elev, men det vil også være nyttig for den «sterke» eleven å få sette ord på det han kan og forklare for den som ikke kan. Den tredje formen for samarbeid er der elevenes holdning til egen læring utvikles. Spørsmålene læreren trenger å stille seg for å sikre tilpasset opplæring kan være: Hvilke typer oppgaver kan løses på flere måter samtidig som de er egnet for innsats fra flere elever? Hvordan kan jeg skape felles eierfølelse til produkt og prosess? Og, når er det elevene (på eget initiativ) samarbeider godt? (Håstein & Werner, 2003, ss. 267-268)

*Utgangspunkt 3: Miljøet som læringsfaktor*. I sosiokulturell læringsteori er det en etablert sannhet at elevene lærer nettopp ved hjelp av læringsmiljøet. Arbeidsmetoder som baserer seg på at elevene skal utnytte lokalmiljøet (samfunnsmessig og naturmessig), vil stille store krav til lærers og elevers evne til å kombinere planlegging, struktur og frihet. Uteskole er et eksempel på metode som i stor grad involverer elevers interaksjon med miljøet rundt. Når en har miljøet som utgangspunkt, trenger læreren særlig å spørre seg selv: Hvordan skal jeg sikre at erfaringene elevene tilegner seg ute blir relevante i forhold til mål og den enkeltes behov? (Håstein & Werner, 2003, ss. 268-269). Uteskole i matematikkens ånd kan være så mangt. Statistiske emner er velegnet i uterommet, da elevene kan telle og føre statistikk på alt fra biler på parkeringsplassen til vinduer på skolebygget. Andre opplegg som krever større plass er det også naturlig å ta ute, for eksempel regnestafetter.

*Utgangspunkt 4: Arbeidsmåter med generell relevans, eller generell læringsverdi.* I slike metoder kan innholdet være en nøkkel inn til flere typer kunnskap, fordi det bidrar til å trene elevens allmenne evner og/eller fordi innholdet eller metoden har så vidt bruksområde at det er uunngåelig å bli til nytte. Det mest åpenbare metodevalget med dette utgangspunktet er prosjektarbeid, men Håstein og Werner (2003) trekker også fram bruk av IKT i denne sammenheng. Det elevene lærer med bruk av PC eller nettbrett vil være nøkkel inn i alle fag og situasjoner og er på så måte generelt anvendbart. Tankekart er en annen måte å jobbe på som kan være undervurdert. Bruker vi tankekart i matematikken? Hvis ikke, hvorfor ikke? Studieteknikk generelt kan ses på som en vidt anvendbar kompetanse, og det er uheldig om de skal være forbeholdt teksttunge fag. I tilpasning av undervisningen er viktig å tenke gjennom følgende: Hvordan skal jeg sikre at metoden blir et redskap for eleven og ikke bare en løsrevet teknikk? Hvilke konsekvenser får det at disse metodene ligger på et høyt abstraksjonsnivå? Og hvem bør delta i samtalen om hvilke metoder som skal legges vekt på? (Håstein & Werner, 2003, ss. 271-273)

*Utgangspunkt 5: Elevene lærer av dem som kan mer enn seg selv.* I dette utgangspunktet er det mest naturlig å trekke fram læreren som stiller spørsmålene sine på en slik måte at elevene klarer å mobilisere sin kunnskap. Når læreren møter mangfoldet av elevkunnskap, blir han utfordret med tanke på hvordan han best skal understøtte hver enkelt elevs læring. Prinsippet om tilpasset opplæring med dette utgangspunktet krever at hjelpen gis på differensierte måter. Utgangspunktet baserer seg på «the scaffolding principle» av Wood, Bruner og Ross (1976), som sier at lærerens funksjon skal være å gi grundig støtte i tidlige faser av et arbeid, for så gradvis redusere støtten slik at eleven lærer å gjøre arbeidet alene etter hvert. Altså en gradvis overføring av ansvar for læringen fra lærer til elev. I konkrete undervisningssituasjoner må denne støtten innebære det å forberede elevene på aktivitetene på forhånd, vise vei og gi tilbakemeldinger etter hvert, og strukturere refleksjonen over aktiviteten etterpå. For at læreren skal bli en god medspiller for hver enkelt sin utvikling, bør man tenke over: Hvilken type kunnskapsdialog foretrekker hver enkelt? Hvordan tilrettelegge for dialoger som utnytter alles ulike kompetanse? Hvordan hjelpemåter bruker jeg, og hvordan skal dette gjøres hvis jeg har en gruppe elever? (Håstein & Werner, 2003, ss. 273-275). I matematikk må læreren til enhver tid vurdere om hjelpen han gir er på en slik måte at eleven klarer det selv neste gang. Den mest åpenbare måten å vite dette på, er å se om eleven trenger hjelp «på neste oppgave også». Det handler om å vite styrkene til eleven og dermed relatere det man skal gjøre til noe kjent; kanskje er det nyttig å tenke på penger når man skal dividere, men ikke for alle.

*Utgangspunkt 6: Elever kan organisere selv.* I metoder der elevene trenes i å selv organisere deler av læringsforløpet sitt er ikke målet gitt i detalj på forhånd. Det forutsettes at elevene har tilegnet seg framgangsmåter som gjør dem i stand til å initiere, kontrollere og styre egen læring. Dette er en individuelt arbeid, og metodene kan kritiseres for ikke å ta hensyn til elevers behov for samarbeid og fellesskap: «ansvar for egen læring» har ofte fått skylden for det som ikke fungerer i skolen, der påstandene er at elevene er overlatt mye til seg selv under dekke av dette begrepet. Det er for øvrig ikke er en spesifikk metode men mer et fellesnavn på tilnærminger der man overlater mer valg, planlegging, gjennomføring og evaluering til elevene selv. Skoler som ønsker å ta selvorganisert læring i bruk må være spesielt oppmerksomme på hvilke muligheter elevene får for faglig veiledning, hvordan skolen skal følge med på og gi tilbakemeldinger på det elevene gjør. (Håstein & Werner, 2003, ss. 276-279). I matematikkundervisning mener jeg at man skal være forsiktig med en slik tilnærming. Regning er på mange måter en serie tekniske ferdigheter, som ikke kan sies å utvikles på en intuitiv måte. Dessuten vil misoppfatninger få konsekvenser for videre progresjon. Læreren må tenke igjennom hvorfor han legger opp matematikkundervisningen på en slik måte. Om begrunnelsen er å trene elevene i å resonnerer på egenhånd, er det greit. Om hensynet er mer bekvemmelighet, er det ikke det.

*Utgangspunkt 7: Elevenes bevegelser og kroppsbruk har betydning for læringen.* Håstein og Werner (2003) viser til Klette (2003) når de beskriver en evaluering som ble gjort av Reform 97 i sin tid. Bruk av kroppen var tilstede i det læreren tok initiativ til på barnetrinnet, men henvisninger til å ta kroppen i bruk var totalt fraværende på ungdomskolen. Dette til tross for at vi er avhengige også av fysiske bevegelser for å lære. I litteratur om friluftsliv, lek drama og idrett finns det mange beskrivelser om kroppsbruk i læresituasjoner, og det er også hensiktsmessig å legge aktivt til rette for bevegelse mellom læringsøktene. For å tilpasse opplæringen med dette utgangspunktet, må læreren stille seg spørsmål som: Hvordan skal jeg ivareta elevers ulike behov for bevegelse i læringsarbeidet? Hvordan kan de kroppslig aktive elevene få bekreftelser på at dette er bra? Og, når er det elevene får oppgaver i teoretiske fag der det også kan være nyttig med kroppslig aktivitet? (Håstein & Werner, 2003, ss. 279-280) Matematikk kan fort bli et stillesittende fag, og for elever som sliter kan nettopp dette gjøre at det blir kjedelig, noe som hemmer videre læring ytterligere. Det er mange ting man kan gjøre for å «få med kroppen». Selv har jeg brukt store regnepuslespill som skal legges på gulvet. Man kan også bruke skolens gymsal og gi elevene regneoppgaver i par, der svaret skal

utformes med kroppen. Man kan vise forhold og brøk med hjelp av at elevene grupperer seg på ulike måter; jente og gutt, bosted, hvor mange har på seg innesko?

#### 2.4.2 Problemløsning og eksperimentering

Utforskning og problemløsning kan stimulere til en aktiv matematikk som gir en effektiv og langsiktig læring, og som utvikler positive holdninger til matematikkfaget. (Breiteig & Venheim, 2005, s. 235). I læreplanen i matematikk står det også beskrevet i formålsdelen at problemløsning er en del av den matematiske kompetansen (KD, 2006).

Matematikdidaktikere sier at når elever skal i gang med oppgaver som innebærer nye situasjoner, er det viktig at de får nok tid på seg, sånn at de kan bruke sin egen kompetanse til å komme fram til en løsning. Det aller beste vil være at elevene finner egne, kreative metoder for å gjøre beregninger før de lærer standardalgoritmene i de fire regneartene (Hedrèn, 2003). Dessuten kan det hende at elevene får forskjellige resultater i utforskende oppgaver. En god oppgave vil starte enkelt med kjent, praktisk og dagligdags kontekst. Alle elevene kan gjøre den samme oppgaven, men tilpassinga til hver enkelt vil komme til syne i at oppgaven differensieres i og med at den kan løses på forskjellig nivå og med varierende grad av fordypning. (Skorpen, 2006). En slik oppgavetype kan være en anledning for svake elever å hevde seg, og ettersom inngangsterskelen ikke er så stor gjør det at elevene kommer raskt i gang med det de skal gjøre, dermed blir også læringsutbyttet for elevene større (Breiteig & Venheim, 2005).

Kristensen (2008) sier at det ofte er de som betegnes som svake elever som får rutineoppgaver med mye drilling omkring sentrale begreper, mens de som betegnes som sterke elever er de som oftest får bryne seg på problemløsningsoppgaver. Det resulterer i at det blir to helt forskjellige fokus hos de to gruppene, der de svake må konsentrere seg om regler og prosedyrer. Han påpeker at også de elevene som sliter i matematikkfaget vil ha stor glede av flere utforskende oppgaver. Videre sier han at det vil være en god tilpasset opplæring å jobbe *både* med oppgaver av tradisjonell art, og undersøkende oppgaver. (Kristensen, 2008)

#### 2.4.3 Læremidler

Læremidler er et samlebegrep på alt utstyr eller materiell lærere behøver i undervisningen og læringsarbeidet. Det betyr at det omfatter forskjellige typer verktøy og øvingsutstyr, konkretiseringsmateriell, framstilling- og forbruksmateriell, lærebøkene og også annen litteratur, oppslagsverk, kalkulator, datamaskiner og mye mer. Formålet med læremidler er alltid at de skal medvirke både til selvstendig arbeid og samarbeid mellom elevene, og til

varierte og differensiert undervisning. I tillegg skal de motivere, konkretisere, gi progresjon og virke inkluderende. (Breiteig & Venheim, 2005)

### **Læreboka**

Lærebøkene har stor betydning i undervisningen og er på flere måter ofte styrende i lærerens undervisningsplanlegging. Gjennomføring av en god differensiert undervisning betinger også bruk av andre læremidler enn trinnets lærebok, men i matematikk er det et særlig fokus på læreboka. Det betyr at det dermed er en del krav til innholdet i læreboka. Når et forlag utgir en lærebok er det ikke garanti for den innholdsmessige kvaliteten i boka. I vurdering av ulike læreverk er det skolen og den enkelte læreren som har ansvaret. Her burde innholdet stå sentralt, og særlig med hensyn på læreplanen og hvordan verket svarer til læreplanens intensjon. En slik innholdsvurdering bør blant annet dreie seg om punkter som handler om differensiering, åpne oppgaver og utforskende opplegg, om det er nok oppgaver, og mulighetene for refleksjon. (Breiteig & Venheim, 2005)

## 2.5 Kompetanse

Når en snakker om kompetansebegrepet, er det særlig to forskere som utmerker seg. Det er Kilpatrick og Niss, som begge har utviklet anerkjente kompetansemodeller. Jeg skal her beskrive Kilpatrick sin forståelse av kompetanse, og deretter kort forklare forskjellen mellom hans og Niss sin kompetansemodell.

Når Kilpatrick (2001) snakker om matematisk kompetanse, mener han at barn trenger å gjennomgå noen kognitive endringer for å være i stand til å tilegne seg matematikk suksessfullt. Denne kognitive endringsprosessen har fem komponenter, og disse komponentene kan ifølge han selv forstås som tråder i et tau som er flettet sammen, og som er avhengige av hverandre. Komponentene støtter hverandre, og det er viktig å påpeke at elevene må utvikle alle fem komponentene samtidig. Forbindelsen mellom de ulike komponentene blir da forsterket, og elevene utvikler kompetanse som er varig, fleksibel, nyttig og relevant. De fem komponentene er (oversatt til norsk); konseptuell forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Videre presenterer jeg de fem komponentenes meningsinnhold:

#### *Konseptuell forståelse*

Kilpatrick (2001) kaller denne komponenten for «conceptual understanding», og den innebærer at elevene har forståelse for matematiske ideer og konsepter. Det betyr at de ikke bare ser regler og prosedyrer som isolerte elementer, men at de derimot har kunnskap om



hvorfor matematiske ideer eller operasjoner er viktige, og også når de skal benyttes. I tillegg innebærer det at elevene klarer å relatere en matematisk ide til en annen, og se sammenhenger. Når elevene har en slik forståelse, er kunnskapen i større grad systematisert, og eleven har lettere for å tilegne seg ny kunnskap i den forstand at han kan ta i bruk allerede innlærte begreper og prosedyrer i arbeid med nytt stoff.

I denne komponenten inngår også å kunne tolke, forstå og benytte seg av ulike representasjoner i matematikk, og forståelse av matematiske begreper er også en del av komponenten. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

### *Beregning*

-Eller «procedural fluency». Denne kompetansen innebærer at eleven har kunnskap om og evnen til å benytte seg av algoritmer på en effektiv og nøyaktig måte i problemløsning. De skal også være fleksibel, i den forstand at de skal kunne veksle mellom ulike prosedyrer og være i stand til å velge den mest nyttige i en gitt situasjon. De må også beherske regning i ulike former, som ved hjelp av penn og papir, hoderegning, og kalkulator og andre digitale hjelpemidler. Eleven skal også være i stand til å vurdere om svaret han kommer fram til er fornuftig. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

### *Anvendelse*

Kilpatrick (2001) kaller denne komponenten «strategic competence». Den består både av å kunne formulere, representere, og å kunne løse matematiske problemer. Flexibilitet er viktig også i denne kompetansen, og elevene må kunne lage en mental representasjon av et problem for deretter å utvikle ulike løsningsmetoder som de kan ta i bruk etter behov. De må i møtet med problemer, eller «Non routine problems», være i stand til å gjøre en vurdering av hvilke strategier som er hensiktsmessig å benytte seg av. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

### *Resonnering*

Denne tråden kaller Kilpatrick (2001) for «adaptive reasoning». Det handler at elevene må evne å se at forholdet mellom matematiske fakta, ideer, prosedyrer og løsningsmetoder er logisk, og se hvordan disse passer sammen. Dette vil gjøre eleven i stand til å kunne resonnerer og vurdere forskjellige alternativer, og forsvare hvorfor et svar er rett. Kilpatrick omtaler denne kompetansen som «limet som holder det hele sammen». (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

### *Engasjement*

Denne kompetansen kalles «productive disposition», og skiller seg ut fra andre kompetanser

omtalt både av Niss (2002) og Kilpatrick (2001) ettersom den representerer et holdningssett eller syn på matematikkfaget. Elever som innehar denne kompetansen vil mene at matematikkens regler ikke er tilfeldig, men at de derimot er logiske. De vil også mene at matematikken er viktig og kan brukes til noe. De har også en positiv holdning til egen læring, og er i den oppfatning at de selv kan lære matematikk. Disse holdningene vil gi elevene engasjement til å lære, og dette engasjementet er ifølge Kilpatrick (2001) en forutsetning for å tilegne seg de fire andre kompetansene. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

Mogens Niss (2002) på sin side mener at matematisk kompetanse består av å ha viten om, forstå, utøve, anvende, og kunne ta stilling til matematikk og matematikk-virksomhet i et mangfold av sammenhenger der matematikk inngår eller kan komme til å inngå. Implisitt betyr dette at man må inneha et mangfold av konkrete ferdigheter og kunnskap innenfor ulike matematiske områder. Videre definerer han hva *en* matematisk kompetanse er, og sier at det er en selvstendig og avgrenset hovedkomponent i den overordnede matematiske kompetanse. Han sier at en matematisk kompetanse kan sies å være innsiktsfull vilje til å handle riktig i situasjoner som involverer en bestemt type matematiske utfordringer. Det som er viktig å merke seg, er at til tross for at slike kompetanser er selvstendige og avgrensede, er de likevel ikke uten forbindelse til hverandre eller uten overlapp. Niss (2002) beskriver disse kompetansene som knutepunkter i klynger av ting. Disse klyngene er tette i midten og tynnere ut mot kanten. I kanten er de til dels sammenvevd med forskjellige andre klynger. Det betyr at en kompetanse i seg selv ikke kan anskaffes eller besittes i isolasjon fra andre kompetanser (Niss & Jenssen, 2002)

Når en sammenlikner Kilpatrick's (2001) og Niss` (2002) kompetansemodeller, er det noen forskjeller vi bør være oppmerksom på. I Niss (2002) sin beskrivelse er de 8 komponentene «egne» kompetanser som han mener elevene er nødt å inneha for en helhetlig matematisk kompetanse. I Kilpatrick's (2001) modell er ikke komponentene kompetanser, men kognitive endringer *på veien* mot matematisk kompetanse. De bruker begrepet «proficiency». Disse kognitive endringene vil være det som fører til kompetanse hos elevene. Man kan derfor argumentere for at disse fem kognitive endringene er fem ulike aspekter av matematisk kompetanse. I tillegg har Kilpatrick's (2001) modell en komponent kalt *productive disposition*, oversatt til engasjement på norsk. Denne skiller seg fra Niss (2002), fordi den beskriver holdninger til matematikk, noe som vi ikke kan se noe til i Niss (2002) sitt kompetansebegrep.

## 3 Metode

Om en skal forske på det som skjer i skolen, krever det anvendelse av samfunnsvitenskapelige metoder. På et overordnet nivå dreier dette seg om å innhente, analysere og tolke informasjon om den sosiale virkeligheten. Viktige egenskaper ved forskningsmetode er åpenhet, systematikk, grundighet og dokumentasjon. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 9)

I dette kapitlet redegjør jeg for relevante disipliner i metode, og underveis begrunner jeg mine metodevalg. Avslutningsvis reflekterer jeg rundt reliabiliteten og validiteten av innsamlet empiri, og tar et blikk på forskningsetiske hensyn jeg har tatt.

### 3.1 Redegjørelse av relevante disipliner i metode

Som jeg redegjorde for innledningsvis, er problemstillingen min følgende:

**Hvilke muligheter og begrensninger beskriver læreren som underviser i fådelte elevgrupper vedrørende å tilpasse undervisningen sin i emnet brøk?**

For å svare på denne problemstillingen har jeg valgt å gjennomføre et casestudie av en lærer. Videre redegjør jeg for bakgrunnen for dette valget.

#### 3.1.1 Kvalitativ og kvantitativ metode

I samfunnsforskning skiller det i hovedsak mellom kvalitativ og kvantitativ metode. Det ene utelukker nødvendigvis ikke det andre, man kan kombinere de to i et forskningsarbeid. Det som er utslagsgivende i valg av kvalitative eller kvantitative metoder, er grad av fleksibilitet i metoden (Bernard, 2004).

På generell basis er kvantitative undersøkelser lite fleksible. Forskeren undersøker et større antall enheter i en populasjon som har problemstillingen det forskes på, til felles. Dermed er nødvendigvis spørreundersøkelsene og svaralternativene standardiserte. En slik form for forskning krever god forkunnskap om hvilke spørsmål det er viktig å stille, og hvilke svaralternativer som er aktuelle og sannsynlige at deltageren vil svare. Kvantitativt arbeid refereres til som «tallenes tale». (Christoffersen & Johannessen, 2012, ss. 17,122,123)

De kvalitative metodene gir forskeren større spontant handlingsrom i gjennomførelsen av undersøkelsen. Spørreundersøkelsene er åpne, og informanten står fritt til å svare med egne ord. Undersøkelsen kan ses på som en samtale, der forskeren tilpasser sine spørsmål basert på det forgående svaret. En slik undersøkelse krever tilstedeværelse fra forskerens side. Han må kunne tolke svaret informanten gir og respondere i neste spørsmål. En slik fleksibel form for

undersøkelse gjør at resultater man får fra ulike informanter ikke nødvendigvis er direkte sammenliknbare. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 17)

I mitt forskningsarbeid ønsket jeg å gå i dybden og undersøke hva en lærer på en fådelt skole tenkte om å tilpasse undervisningen sin til ulike alderstrinn på samme tid. Dermed var det ikke et alternativ å velge kvantitativ metode, ettersom mitt resultat aldri kunne la seg tallfeste. En annen årsak for mitt valg av retning var at jeg anså denne læreren som en ressurs, og jeg var redd for å begrense kunnskapen hun kunne formidle ved å standardisere svaralternativer på spørsmålene mine.

### 3.2 Case-studie

Et case-studie er studien av en spesifikk case, eller sak, der studien er designet for å illustrere et mer generelt poeng. Det kan være casen kan være et fenomen, en person (for eksempel en lærer eller en elev), en situasjon eller en institusjon (for eksempel en skole eller en klasse), der konteksten spiller en viktig rolle. Case-studier gir oss unike innblikk på ekte mennesker i ekte situasjoner, og de lar leseren forstå ideer tydeligere enn i tilfeller der de kun presenteres gjennom abstrakte teorier eller prinsipper. Case-studier tillater forskeren å gå dypere inn i situasjonen han forsker på enn det som er mulig i kvantitative analyser. (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 289)

Et casestudie har ifølge Hitchcock og Hughes (1995) noen distinkte kjennetegn:

- Studien gir en rik og levende beskrivelse av hendelser relevante for casen, og et kronologisk forløp av disse
- Den kombinerer beskrivelsen av hendelser med analysen av de samme hendelsene
- Den fokuserer på individuelle aktører eller grupper av aktører, og har som formål å forstå deres oppfatning av hendelser
- Den fremhever spesifikke hendelser som er relevante for casen
- Studien kan noen ganger linkes til forskerens personlighet
- I avhandlingen forsøkes det å tegne et rikt bilde av casen og dens kompleksitet.

(Hitchcock & Hughes, 1995, s. 317)

Videre sier Hitchcock og Hughes at casestudier finner sted i eksempelvis midlertidige, geografiske, organisatoriske eller institusjonelle kontekster som bidrar til å avgrense casen. I tillegg kan studien sies å defineres med hensyn på karakteristikk definert av involverte personer eller grupper, og, den kan defineres med hensyn på deltagerens roller eller funksjoner i casen. (Hitchcock & Hughes, 1995, s. 319)

Det fins ulike typer case-studier. Yin (2009) opererer med fire hovedkategorier:

1 *Single-case design*, som kan fokusere på en kritisk case, en ekstrem case, en unik case, en typisk case eller liknende. Det er kun en case som forskeren fordyper seg i, for så å sette resultatene sine inn i en større sammenheng.

2 *Embedded single-case design*, som fortsatt bare fokuserer på en spesifikk case, men der mer enn en kilde til data blir benyttet og derfor også flere analysemetoder.

3 *Multiple-case design*, der to eller flere caser studeres for eksempel for å sammenliknes med hverandre.

4 *Embedded multiple-case design*, der to eller flere caser studeres samtidig, og forskeren i tillegg benytter seg av ulike datainnsamlingsmetoder for hver case. (Yin, 2009).

Min undersøkelse er ifølge Yins (2009) kategorier en single case design; jeg fokuserer på kun en case, en lærer som jeg anser for å være en god representant for denne gruppen av lærere. Jeg kombinerer ikke flere kilder til data, og jeg benytter meg kun av en analysemetode. Derfor er ikke mitt studie et embedded single-case design.

Mitt forskningsspørsmål krevde en vid innfallsvinkel. Jeg ønsket å finne ut mest mulig om en lærers hverdagspraksis, uten å risikere at viktige elementer ikke fikk nok fokus. I tillegg mente jeg at å forske på denne læreren alene likevel kunne gi noen sannheter på et generelt nivå om denne type undervisningspraksis, der flere alderstrinn møtes i ett klasserom. Det er nettopp disse fordelene casestudium som forskningsdesign har, ifølge Cohen, Manion og Morrison (2011, s. 292-293).

### 3.3 Case: Matematikklæreren på Lillebekk skole

Lillebekk skole er en liten skole i Troms, med et elevtall på under 100 elever fra 1. til 10. klasse. På denne skolen jobber matematikklæreren Trude. Hun underviser matematikk i en sammenslått 3. og 4.-klasse, og i en 6. og 7.-klasse. Begge gruppene er relativt små, med under 12 elever i hver gruppe.

Trude har jobbet i fådelt klasse i over ti år, med forskjellige sammensetninger. Hun har hatt elevgrupper med både to, tre og fire årstrinn tidligere. Hun har dermed bred erfaring med å jobbe på denne måten. For noen år siden etterutdannet hun seg i matematikk, og fikk dermed en utvidet formell kompetanse i faget. Selv sier hun at det var godt å få påfyll i et fag hun liker godt.



Trude beskriver fagspredningen i gruppene som store, noe som krever nøye planlagte tilrettelegginger fra henne i matematikkfaglige samtaler og i arbeidsoppgaver som hun presenterer for elevene sine.

Det er nettopp denne nøye planlagte tilretteleggingen jeg er interessert i å finne ut mer om. Trude som matematikklærer i en fådelt klasse er derfor casen jeg har valgt å forske på. Skolen og læreren er anonymisert, og navnene Lillebekk og Trude er dermed fiktive.

### 3.4 Kvalitative intervju

Intervjuer er den vanligste datainnsamlingsmetoden innenfor kvalitativ forskning, og kan ses på som en samtale med en struktur og et formål, der formålet er å forstå eller beskrive noe. I samtale får vi innblikk i en persons livsverden og hverdagsverden gjennom fortellinger og historier, og vi kan bedre forstå hverandre. Som forskningsmetode blir denne strukturert i form av rollefordeling mellom intervjuer som stiller spørsmål og følger opp svarene og informanten som svarer. Det er dokumentasjonen av informantens svar som utgjør datamaterialet fra et kvalitativt intervju, samt intervjuerens notater underveis. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 77)

#### 3.4.1 Grad av struktur i intervjuet

Det finns ulike måter å gradere nivået av struktur i et intervju. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 78) opererer med fire nivåer av struktur:

Ustrukturert intervju	Semistrukturert intervju	Strukturert intervju	Strukturert intervju med faste svaralternativer
-----------------------	--------------------------	----------------------	---

I det ene ytterpunktet finner vi ustrukturert intervju, som i størst grad kan ses på som en samtale. Det er et helt åpent intervju uten struktur, der kun temaet er oppgitt på forhånd. Spørsmålene og rekkefølgen på disse er spontane. Fordelene med en slik grad av struktur er at den uformelle atmosfæren det medfører kan gjøre det lettere for informanten å snakke fritt, samtidig som forskeren åpner opp for individuelle forskjeller mellom informantene. Forskerens relasjon til informanten kan imidlertid innvirke på hvor mye informasjon informanten ønsker å dele. Videre finner vi semistrukturert intervju, som er noe mer strukturert i den forstand at forskeren har en intervjuguide, men rekkefølgen på temaer og spørsmål kan variere. Oppfølgingsspørsmålene kan også variere, basert på den informasjonen informanten gir. Fordelen med denne type intervju er at forskeren i større grad er sikret å berøre alle de tema og problemstillinger som han ønsket, samtidig som han har mulighet å

innhente verdifull informasjon som informanten innehar. (Christoffersen & Johannessen, 2012, ss. 78,79)

Når temaer, spørsmål og rekkefølgen på disse er definert på forhånd, har vi et strukturert intervju. Som regel har disse åpne svaralternativer og informanten kan svare med egne ord, men det finnes også strukturerte intervjuer med faste svaralternativer som minner mer om spørreskjemaer. Når intervjuet er strukturert med åpne svaralternativer har forskeren mindre innvirkning på informantens svar, og større kontroll på hvorvidt informanten har forstått spørsmålet som stilles. I undersøkelser med flere intervjuere eller informanter er en slik standardisering av undersøkelsen en stor fordel når undersøkelsen skal systematiseres eller intervjuene skal sammenliknes, selv om intervjusituasjonen aldri kan bli helt lik, og analysearbeidet lettes ved at spørsmålene og svarene er konsentrert omkring det forskeren ønsker å finne ut. Ulempen er følgende at fleksibiliteten begrenses og forskeren ikke kan tilpasse intervjuet til enkeltindividet. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79)

### 3.5 Begrunnelse for valg av metode

I min undersøkelse hadde jeg behov for å gi informanten min frihet til å uttrykke seg. Jeg ville at informanten skulle rekonstruere tidligere undervisningssituasjoner, og det innebar at det var umulig for meg å ha nok forkunnskaper om informantens erfaringer til at jeg kunne utarbeide et spørreskjema med spørsmål og svaralternativer som ville være tilfredsstillende.

Christoffersen og Johannessen (2012, s 78) påpeker at når informanten blir bedt om å rekonstruere hendelser, lar det seg ikke gjøre ved hjelp av observasjon eller spørreskjemaer.

Jeg hadde konkrete spørsmål jeg ønsket at informanten min skulle svare på. Det var viktig for meg å få med nyanser innenfor flere aspekter. Samtidig ville jeg at intervjuet skulle gi meg anledning til å stille oppfølgingsspørsmål i de delene der jeg vurderte informasjonen hennes som særlig interessant. Ettersom jeg gjennomførte et casestudie med en informant alene, trengte jeg ikke å ta hensyn til flere intervjuere eller informanter, dermed var behovet for systematisering fraværende. Derfor valgte jeg å gjennomføre et semistrukturert intervju med intervjuguide. Jeg skal videre redegjøre for hvordan utvalget mitt ble gjort, samt beskrive egen intervjuguide og begrunne den.

#### 3.5.1 Utvalg

I forskning der kvalitative intervjuer er den valgte metode, velges informantene ut ved strategisk utvelgelse. Det betyr at forskeren må ta stilling til hvilken målgruppe som nødvendigvis må delta for å få samlet nødvendig data for å svare på problemstillingen for

undersøkelsen. Deretter må forskeren velge ut personer fra målgruppen for å delta i studien. Dermed er det hensiktsmessighet foran representativitet som er utgangspunktet for utvelgelsen. Det finns en rekke måter å gjøre et slikt utvalg på. *Ekstreme og/eller avvikende utvalg* betyr at man velger informanter på bakgrunn av at de er avvikende fra det som anses å være normen, eksempelvis spesielt vellykkede eller mislykkede tilfeller. *Intense utvalg* er personer som er sterkt preget av et kjennetegn uten nødvendigvis å være ekstreme. *Utvalg med maksimal variasjon* betyr at forskeren har etablert en norm for det typiske tilfellet, og deretter gjør utvalget sitt basert på ytterpunkter i forhold til denne normen. Et *homogent utvalg* vil være motsetningen til dette, og variasjonen vil være svært liten. I utvalg med *typiske tilfeller* utvikler forskeren en profil basert på egenskaper for det gjennomsnittlige tilfellet, for så å forsøke å finne konkrete personer som passer med profilen. I *kvoteutvelgelse eller stratifisert utvalg* avgrensner man først kategorier av sentrale kjennetegn, før man deretter velger informanter for hver kategori. *Snøballmetoden* er en metode for utvelgelse der forskeren forhører seg i et miljø for å komme i kontakt med mennesker som vet mye om forskningsfeltet, og deretter kan disse vise til informanter som kan være aktuelle for studien. I *kriteriebasert utvelgelse* må informantene fylle sentrale kriterier. *Teoribasert utvelgelse* betyr at forskeren har valgt en hendelse, periode eller person knyttet til en spesifikk teori. I en *typologibasert utvelgelse* skjer utvelgelsen basert på typologier. (Christoffersen & Johannessen, 2012, ss. 50-51)

Når jeg skulle finne informanter til min undersøkelse, hadde jeg veldig spesifikke preferanser. Etersom temaet for undersøkelsen var matematikkundervisning i fådelte klasserom, måtte jeg følgelig finne en lærer som underviste fådelt. Dette er forenelig med det Christoffersen (2012) kaller kriteriebasert utvelgelse. Videre ønsket jeg en lærer som hadde en solid matematikkfaglig utdannelse og erfaring. Det intensiverte utvalget mitt noe, ettersom ikke alle lærere som underviser i matematikk nødvendigvis har utvidet utdannelse i faget. Jeg undersøkte hvilke skoler i Tromsø kommune som underviste fådelt, og henvendte meg til rektorene ved samtlige av disse skolene. Forespørselen min var om skolen hadde noen ansatte som passet til min undersøkelse, basert på kriteriene jeg hadde gitt. Dette er det Christoffersen refererer til som snøballmetoden.

Det viste seg å være vanskeligere enn jeg hadde trodd å finne informanter innenfor kommunens grenser. Ikke alle rektorene svarte på mine henvendelser, og de fleste svarene jeg fikk var negative. Jeg fikk likevel noen positive svar, og ble blant andre koblet opp mot en lærer som siste år hadde gjennomført videreutdanning i matematikk, og som underviste fådelt

matematikk på mellomtrinnet. Jeg bestemte meg da for å gjennomføre et casestudie av denne spesifikke læreren i stedet for å fortsette å lete etter flere kandidater, på grunn av at hun passet kriteriene mine så godt. Christoffersen (2012, s. 52) påpeker viktigheten av å ikke gjøre en *bekvemmelighetsutvelgelse*. Med det mener hun at forskeren gjør det som er enklest og mest bekvemmelig, med begrunnelsen at antall informanter er så lite at det man finner ut ikke lar seg generaliser, og at det dermed ikke spiller noen rolle hvordan man gjør utvalget sitt. Hun sier at denne type utvelgelse nok ofte benyttes, men er minst ønskelig. Jeg anser ikke utvelgelsen min for å være gjort ut fra bekvemmelighet. Jeg hadde flere aktuelle kandidater, men valgte informanten min hovedsakelig basert på hensiktsmessighet.

### 3.5.2 Intervjuguiden

Min intervjuguide hadde en innledende del med en presentasjon av meg og mitt prosjekt, og en kort redegjørelse for hvilke tema jeg kom til å ta opp. Denne innledende delen fungerte som en huskeliste for meg som forsker; informasjon om informantens rett til å trekke seg, hvordan jeg skulle dokumentere det hun sa, og informasjon om hennes anonymitet. Denne delen er viktig å ha med for å imøtekomme de vedtatte retningslinjene utarbeidet av de nasjonale forskningsetiske komiteene som alle forskere må være oppmerksom på (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016).

Videre hadde jeg en innledende del der jeg ville stille enkle faktaspørsmål for å bli kjent med informantens praksis. Hvilke trinn underviser hun på, hvor mange elever underviser hun, hvilke elevforutsetninger og rammebetingelser er tilstede, og hvilken utdanning har hun. Denne delen av guiden har også en funksjon utover informasjonen den gir: det er i denne delen av intervjuet relasjonen og tillitsforholdet mellom intervjuer og informant etableres (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 80).

Videre gikk guiden over til det Christoffersen og Johannessen (2012, s. 80) refererer til som nøkkelspørsmål. I min intervjuguide hadde jeg tre overordnede nøkkelspørsmål. Jeg ville først og fremst finne ut hvilken brøkundervisning informanten anså som suksessfull. Jeg ville spørre om konkrete og generelle undervisningstyper og –opplegg som hun hadde gjennomført og opplevd som velfungerende og ideell. Videre ville jeg finne ut om hun hadde ideer til annen undervisning som hun hadde lyst å teste ut, men som hun ikke hadde gjennomført av ulike grunner. Det siste nøkkelspørsmålet i min guide var i hvilken grad informanten benyttet seg av læreboka i sin undervisning, og hennes tanker omkring dette. De to første nøkkelspørsmålene mine var valgt ut på bakgrunn av min opprinnelige hypotese om at lærere som underviser fådelt innehar gode metoder for å undervise på en måte som treffer flere

faglige nivå. Det tredje spørsmålet stilte jeg fordi jeg var nysgjerrig på hvordan informanten min jobbet med oppgaver og mengdetrening på flere alderstrinn samtidig. I tillegg syns jeg det ville være interessant å høre informantens syn på lærebøkene oppbygning etter alderstrinn, når hun selv har flere trinn i samme klasserom.

Avslutningsvis i guiden ville jeg gi informanten anledning til å stille spørsmål, eller å komme med utfyllende informasjon dersom det var ting hun ikke følte at hun hadde fått sagt. Dette var viktig for meg ettersom jeg ville forsikre meg om at det ikke var viktige elementer jeg ikke hadde spurt henne om, eller hatt for lite oppfølgingsfokus på.

### 3.6 Analyse og tolkning av data i casedesign

I planleggingen av et casestudie bør forskeren ikke bare ha en plan for hva han skal forske på og hvordan metode han vil benytte seg av, men også for hvordan det innsamlede datamaterialet skal analyseres. Det finns ingen fasit for hvordan en skal analysere og presentere kvalitative data. I analyse av kvalitative data er det et ofte flere måter å tolke på, noe som er både en fordel og en ulempe i kvalitativ forskning. Når forskeren velger hvordan han eller hun skal gjøre dette, burde hensynet ligge på formålet med undersøkelsen (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Yin (2009) påpeker at analysearbeidet i et casestudie er en interaktiv prosess. Forskeren trenger å gå gjennom datamaterialet sitt gjentatte ganger for å forsikre seg om at alt innsamlet data passer med tolkningene forskeren gjør og de konklusjonene han eller hun trekker, og at det ikke finns avvikelser eller motsigelser som ikke forklares. Forskeren må også forsikre seg om at all data er gjort rede for, at motsigende tolkninger er vurdert, og at de signifikante egenskapene i datamaterialet er uthevet (Yin, 2009, ss. 143, 160, 161).

Selv om det ikke finns en fasit på hvordan man skal analysere et slikt arbeid, er det likevel hensiktsmessig å ha en tanke om hvilken type analyse man ønsker å gjøre. Malterud (1996) viser til Miller og Crabtree (1992) når hun skiller mellom 4 strategier for analyse, gradert etter nivå av forpliktende struktur i analyseprosessen. Den første kaller hun *immersion/crystallization analysis style*, oversatt til krystalliseringsanalyse; forskeren organiserer data med å fordype seg i teksten for så å krystallisere ut det vesentlige. Malterud (1996) omtaler denne måten å analysere som uforpliktende, og en kan risikere manglende dokumentasjon om spranget mellom data og funn. Så kommer *editing analysis style*, eller datastyrt analyse. I denne strategien identifiserer forskeren enheter i teksten som legger grunnlaget for databaserte kategorier som forskeren så bruker til å omstrukturere i teksten slik

at innholdet blir tydeliggjort. Strategien stiller store krav til forskeren om å redegjøre for framgangen i arbeidet, men er godt egnet for å utvikle nye begreper. Deretter er *template analysis style*, som betyr teoristyrte analyse; teksten sorteres i henhold til forhåndsbestemte kategorier hentet ut fra teori. Her risikerer forskeren å reprodusere allerede kjent kunnskap, men strategien er allikevel et godt utgangspunkt for å utvikle nye perspektiver. Den siste strategien kaller hun *quasi-statistical analysis style*, som hun oversetter til innholdsanalyse. Den går ut på at forhåndsbestemte ord eller temaer identifiseres, sorteres og bearbeides med statistiske metoder. Analysestrategien kan knytte seg til en risiko for sammenblanding av designspesifikke prosedyrer fra kvalitativ og kvantitativ forskning, og Malterud anbefaler ikke denne. Hun vil derimot trekke fram datastyrt og teoristyrte analyse som gode strategier. (Malterud, 1996, s. 90)

I mitt forskningsarbeid hadde jeg på forhånd definert hvilke tema jeg ønsket å forske innenfor; fokuset mitt skulle ligge på tilpasset opplæring og brøk. Spørsmålene i intervjuguiden min var designet for å belyse disse temaene. Selve intervjuet ble gjennomført med lydopptak som jeg senere transkriberte. Det transkriberte intervjuet leste jeg deretter mange ganger for å gjøre meg kjent i det. Etter det begynte jeg å plukke det fra hverandre. Hva sier informanten min om brøk? Hvilke former for brøk nevner hun? Hva sier hun om tilpasset opplæring, og hvordan sier hun det? Hvilke utsagn er spesielt interessante? Deretter fordypet jeg meg i begge emnene, og skrev teorigapitlene om disse to emnene. Når dette arbeidet var gjort gikk jeg tilbake i datamaterialet mitt, og oppdaget at min fordypning i teori hadde gitt meg nye perspektiver inn i datamaterialet. Jeg kunne da se at det fortsatt var deler av datamaterialet som ikke var, etter min mening, tilstrekkelig dekt i kategoriene brøk og tilpasset opplæring. Jeg la derfor til kompetansebegrepet som teoretisk forankring og fordypet meg i det, for så å gjenta prosessen med å plukke teksten ifra hverandre. Analysen min dreier seg mye om å finne igjen begreper og prinsipper i disse tre kategoriene, og på den måten sette casen min inn i en større sammenheng. Strategien min minner mest om det Miller og Crabtree (1992, sitert i Malterud, 1996) kaller en teoristyrte analyse, der mine egne antakelser og forforståelse er utgangspunktet for analysen av det tekstlige materialet. Jeg kan, som Malterud påpeker, risikere å produsere allerede kjent kunnskap: det kan meget godt hende at noen av de som leser denne avhandlingen allerede er kjent med gode metoder for tilpasning av undervisning i brøk i fådelt klasser, tilsvarende de jeg presenterer. Avhandlingen er allikevel et nytt perspektiv inn, og bidrar til å belyse det jeg anser for å være interessante og viktige emner satt sammen.

### 3.7 Undersøkelsens reliabilitet og validitet

Gjennom å intervjué én lærer som underviser matematikk fådelt, kan jeg ikke på et generelt nivå fastslå at det hun sier om tilpasning av undervisningen er en sannhet for alle lærere i samme situasjon. Det er heller ikke mulig for meg å skulle designe en undersøkelse som avdekker alle sannheter om gitte tema. Det jeg imidlertid kan gjøre, er å vurdere hvorvidt min undersøkelse gir meg pålitelige og gyldige data, og hvor relevant undersøkelsen er for å svare på problemstillingen min.

I forskningssammenheng kaller man graden av pålitelighet i datamaterialet for reliabilitet. Begrepet knytter seg til hvilke data som samles, hvordan metode for datainnsamling forskeren benytter seg av, og hvordan man bearbeider datamaterialet. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23). Cohen, Manion og Morrison (2011, s. 199) sier at det handler om nøyaktighet og presisjon: en kan måle en persons høyde nøyaktig, mens eksempelvis samme persons musikalitet ikke lar seg måle like presist. For at et forskningsarbeid skal være reliabelt må det vise at dersom en skulle gjennomføre samme undersøkelsen på en liknende informant eller forskningsobjekt, i en liknende kontekst, ville det resultere i liknende resultater (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 199).

Både Christoffersen og Johannessen (2012) og Cohen, Manion og Morrison (2011) peker på at for å teste graden av reliabilitet i en undersøkelse, kan man gjennomføre samme undersøkelsen flere ganger der man bytter ut informant, setting, metode eller analysemetode. Dersom resultatet av undersøkelsene fremdeles er de samme, styrkes undersøkelsens reliabilitet. Det samme gjelder dersom et annet forskningsarbeid gjort av en ekstern forsker vedrørende de samme problemstillingene viser de samme resultatene. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23) (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 202)

Jeg har ikke hatt anledning til å gjennomføre undersøkelsen min flere ganger med ulike informanter eller metoder for datainnsamling. Jeg kan si noe om hvorvidt resultatene mine samsvarer med tidligere erfaringer og møter med lærere i samme situasjon, og bruke det som en rettesnor. Min egen erfaring i forskningsøyemed er likevel begrenset på området, og en kan diskutere hvorvidt den vil være tilstrekkelig som «målestokk» når en adresserer reliabiliteten i undersøkelsen. Jeg vil likevel påstå at mine innsamlede data er pålitelige, fordi de adresserer det jeg spør om i forskningsspørsmålet mitt, og jeg vurderer de som representative for gitte gruppe av lærere.



Validitet er synonymt med gyldighet, og sier i forskningssammenheng noe om i hvor stor grad den innsamlede dataen representerer faktiske forhold og er relevante for problemstillingen.

Validitet i et kvalitativt og i et kvantitativt forskningsarbeid er ganske forskjellig. I et kvantitativt arbeid knytter validitet seg hovedsakelig til måling, nøyaktighet i datainnsamling og korrekt statistisk behandling av data, mens i kvalitativ forskning adresserer man validitet gjennom ærlighet, dybde, rikhet og omfang oppnådd i datamaterialet. (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 180)

For at en kvalitativ undersøkelse skal være valid, er det noen prinsipielle elementer som bør være på plass. Cohen, Manion og Morrison (2011, s. 180) fremhever viktigheten av at forskeren er en del av det miljøet han forsker i. Forskeren selv er et viktig instrument for datainnsamling, og ikke bare metoden som er benyttet. Forskeren må også ha et fokus på prosesser, og ikke bare på resultater, og dessuten bør data presenteres på premissene til forskningsobjektet og ikke forskerens. (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 180)

Validitet kan deles inn i en rekke ulike kategorier. Eksempler her er, indre validitet, ytre validitet, og begrepsvaliditet. Begrepsvaliditet dreier seg om relasjonen mellom det generelle og det konkrete: Hvordan representerer det konkrete datamaterialet det generelle fenomenet du undersøker? I mitt tilfelle: hvordan representerer lærerens beskrivelser av egen praksis muligheter på et mer generelt nivå? Er de tilpasningene hun gjør en valid indikator på god praksis i brøkundervisning? Christoffersen og Johannessen (2012, s. 24) sier at i noen tilfeller er sunn fornuft en tilstrekkelig pekepinn, mens i andre tilfeller er det ikke like lett å avgjøre hvorvidt indikatorene er valide. Da må det gjennomføres systematiske validitetstester gjennom for eksempel observasjon av et fenomen før en intervjuer de involverte.

I min undersøkelse er ikke validitetstester gjennomført. Jeg kan likevel si noe om validitet gjennom å adressere prinsippene jeg har lagt til grunn. Jeg er en del av miljøet jeg forsker i, og har min faglige bakgrunn forankret her. Jeg presenterer dessuten dataene på premissene på min informant. Jeg spør henne om hennes egne erfaringer. Hennes erfaringer er det umulig for meg å skulle validitetsteste; jeg kan ikke observere det som har vært. Jeg kan likevel vurdere undersøkelsen min som valid, basert på fornuft, og basert på korrekte transkriberinger av intervjuet.

### 3.8 Etikk og juridisk ansvar

Det er spesielt tre hensyn en forsker må tenke igjennom; (1) informantens rett til selvbestemmelse og autonomi, (2) forskerens plikt til å respektere informantens privatliv, og (3) forskerens ansvar for å unngå skade. Sistnevnte er hovedsakelig gjeldende i medisinsk forskning. Disse tre er utbrodert og nærmere beskrevet i dokumentet *forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, jus og humaniora*, som er utviklet av den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, eller NESH (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 41). Jeg skal videre redegjøre kort for de to første, og forklare hvordan jeg i mitt prosjekt har oppfylt disse hensynene.

#### *Informantens rett til selvbestemmelse og autonomi*

Alle som deltar eller har deltatt i en undersøkelse, skal selv kunne bestemme over sin deltagelse. Det betyr at informanten skal gi uttrykkelig informert og frivillig samtykke til å være med, og også kunne trekke seg når som helst, og uten å måtte begrunne det eller å oppleve negative konsekvenser av sitt valg. (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 41). I mitt forskningsarbeid var jeg påpasselig med å se til at informanten var klar over disse rettighetene både innledningsvis når vi opprettet kontakt, og i intervjusituasjonen. Jeg informerte henne også om når jeg tenkte å publisere arbeidet, sånn at hun når som helst før denne datoen kunne trekke seg helt eller delvis. Jeg sørget også for at all min kontaktinformasjon var tilgjengelig for henne i tilfelle hun ville trekke seg. Informanten skrev under et samtykke der jeg også informerte skriftlig om hva samtykket hennes innebar, og hvilke rettigheter hun til enhver tid har.

#### *Forskerens plikt til å respektere informantens privatliv*

Informanten har selvbestemmelsesrett når det kommer til hvilken informasjon han eller hun ønsker å dele, og den enkelte har rett til å nekte forskeren adgang til opplysninger vedrørende seg selv. Informanten skal også kunne stole på at forskeren ivaretar konfidensialitet anonymitet, og at forskeren bruker opplysningene han eller hun får fra informanten på en slik måte at informanten kan identifiseres ut fra disse (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dette var for meg et ekstra viktig punkt å ivareta. Ettersom problemstillingen min innebar at jeg skulle intervju et menneske som hadde sitt virke på en fådelt skole i Troms, ville jeg ikke risikere at skolen og læreren kunne identifiseres ut fra det faktum at utvalget var begrenset. Derfor har jeg ikke nevnt verken skolen eller læreren ved navn i transkriberingen min. Jeg har anonymisert skolen i den forstand at jeg ikke gjengir elevtall, geografiske forhold eller hvor mange lærere som utgjør fagmiljøet i matematikk ved skolen.

## 4 Analyse og diskusjon

Når jeg nå skal i gang med å analysere og presentere funn i datamaterialet mitt, gjør jeg det med hensyn på de fire delspørsmålene jeg presenterte innledningsvis:

*Hvilke tilnærminger til brøkemnet benytter læreren seg av?*

*Hvilke muligheter for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*

*Hvilke begrensninger for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*

*Hvilken forståelse av kompetansebegrepet beskriver og vektlegger læreren?*

Kapitlet er en presentasjon av funnene mine, men jeg drøfter også underveis. Strukturen i kapitlet er som følger: Først behandler jeg spørsmålet om ulike tilnærminger til brøkemnet. Her ser jeg på hva informanten min, direkte eller indirekte, sier om de ulike representasjonene til Lamon (2012) som jeg redegjorde for i teorikapitlet. Deretter spør jeg meg hvilke muligheter og begrensninger for tilpassa undervisning læreren formidler i det hun sier om undervisningen sin. Deretter analyserer jeg intervjuet med hensyn på Kilpatrick's (2001) kompetansebegrep, og til slutt ser på et konkret undervisningsopplegg informanten beskrev, og sier noe om hvilke kompetanser elevene utvikler ved hjelp av opplegget. Opplegget har jeg kalt «hoppetau og klesklyper». Min beskrivelse av opplegget i sin helhet finnes som vedlegg.

### 4.1 Hvilke tilnærminger til brøkemnet benytter læreren seg av?

Tidlig i Trudes intervju kommer hun med følgende utsagn:

*«Det er jo tre faktorer når du underviser brøk. Del av hel, mengde, og tallinje»*

Dette utsagnet viser meg at Trude selv har en bevissthet omkring ulike representasjoner av brøk. Del av hel er imidlertid den eneste av kategoriene hun nevner som har direkte samsvar med Lamon (2012) sine kategorier av brøk. Som jeg redegjorde for i kapitlet om ulike representasjoner av brøk, er det ifølge Lamon (2012) fem måter å se på brøk: brøk som del av helhet, brøk som måling, brøk som kvotient, forhold eller operator. (Lamon, 2012). Gjennom å se nærmere på eksemplene hun nevner i intervjuet vil jeg prøve å implementere de to sistnevnte kategoriene hennes i Lamons (2012) kategorier.

Kategoriene «brøk som kvotient» og «brøk som forhold» ble i intervjuet ikke nevnt gjennom eksemplene som ble gitt. Dermed er ikke disse begrepene behandlet i analysen.

#### 4.1.1 Brøk som del av en helhet

*«Vi starter jo med repetisjon på starten og snakker om hva dette er for noe. Da kan jeg for eksempel slenge ut tre tideler ( $\frac{3}{10}$ ). Jeg kan skrive det på tavla, og så må de gjette hva dette er for noe. Noen ganger kan det være innesko. Hvor mange som har på seg innesko av elevene».*

Trude snakker her om hvordan hun introduserer brøk for 6. og 7. klassingene sine. For at elevene skal forstå hva hun er ute etter, forutsetter det at de har vært borti dette før og er kjent med formen en brøk er skrevet på. Når hun legger opp til at elevene skal gjette hva brøken representerer, legger hun en føring om at de skal forstå at nevneren, eller «den hele», er det totale antallet av noe, og at tre av disse er på noen måte distinkt.

Lamon (2012) sier at når man forstår en brøk som del av helhet, betyr det at man skiller ut et antall like deler av en enhet fra det totale antall like deler i den samme enheten, og her betyr  $\frac{a}{b}$   $a$  deler av  $b$  like deler. En kan skille mellom del av hel og del av mengde, der del av mengde betyr et antall av noe, i mens del av hel forutsetter at den hele er nettopp en hel (for eksempel en kasse, et ark og så videre). I Trudes eksempel skiller man ut  $a$  elever som har på seg innesko av  $b$  elever totalt, der elevene kan ses som like enheter i en mengde. Dermed tolker jeg at denne måten å presentere brøk på samsvarer med Lamons (2012) kategori *brøk som del av en helhet*.

På spørsmål om hun har gode ideer til undervisningsopplegg som hun ikke har fått prøvd ut enda, svarer Trude dette:

*«Jeg har lekt litt med tanken om å sende de ut med fotoapparat eller iPad for å ta bilde av brøk. For da snur jeg det igjen på hodet. Men det er kanskje mer på tredje- og fjerdeklassen. (...). Det vil gi en forståelse av brøk å for eksempel gå ut å ta bilde av parkeringsplassen. Man kan jo lage all verden av brøk, men det er jo de som må definere hva som er den hele. Det går jo på mengde.»*

Her gir Trude et eksempel på hva hun mener med kategorien sin «mengde» som hun nevnte innledningsvis i intervjuet. Dette er dog den eneste gangen hun konkret nevner mengde. Jeg tolker denne oppgaven slik den er presentert som at den handler om å velge en egenskap, for eksempel rød farge på bilene på parkeringsplassen, og at hun med mengde mener hvor mange biler har den fargen ut av det totale antall biler. Da vil man kunne skille ut  $a$  røde biler av  $b$  biler totalt, der bilene ses på som like enheter i en mengde. Med den forutsetningen vurderer

jeg det slik at dette eksemplet også er i samsvar med Lamons (2012) kategori *brøk som en del av en helhet*, der helheten er en mengde.

Lamon (2012) sier at det som skiller brøk som del av hel og brøk som måling er at når man forstår brøk som måling handler det om å bestemme mengden som blir beskrevet gjennom brøken, i stedet for å finne antall deler av en hel (Lamon, 2012) Etter min mening kan en slik fotooppgave representere begge disse måtene å se på brøk, både del av hel, og måling, avhengig om man ser på en luke på parkeringsplassen som en av mange like deler eller om man ser på den som del av et areal.

#### 4.1.2 Brøk som måling

Trude sier videre i intervjuet at brøk som «del av hel» er på plass allerede når elevene kommer på mellomtrinnet, og at undervisningen innenfor nettopp denne forståelsen av brøkbegrepet blir begrenset til repetisjon. Samtidig sier hun:

*«Men vi bruker for eksempel kusinærstaver. Hvis det her er en tredjedel, hvordan ser da en hel ut? Og hvis det her er en og en halv, hvordan ser da en halv ut? Da kan vi snu på det, og det gir veldig god forståelse av brøken, og det gir meg mye informasjon om elevene og deres forståelse»*

Trude beskriver selv denne framgangsmåten som å være en del av hel-brøk, men slik jeg tolker henne og med Lamon (2012) sine kategorier i brøk som teoretisk forankring vil jeg si det er en målingsbrøk. Dette begrunner jeg med at hver kusinærstav representerer en lineær avstand fra null, uavhengig om det fysisk er en del av en hel.

Trude beskriver også en praktisk oppgave hun har laget og gjennomført. Hun deler elevene i grupper på tre-fire elever, og hver av gruppene får utdelt et hoppetau, fem klesklyper, og fem lapper der ulike brøker står skrevet. På lappene står brøkene

0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$
---	---	---------------	---------------	---------------

Oppgaven til elevene er at de skal plassere klesklypene på riktig plass på hoppetauet, så nøyaktig som mulig.

*«Hoppetauene var av ulik lengde, men det gjorde jo ingenting. Det var jo det som var den hele. Og det er jo et moment i det her, at den hele kan være ulik»*

*«Vi hadde jo snakket litt inne om plassering av brøk på tallinja, for det er jo det det blir: ei tallinje. Men når du får tallinja i boka så er den jo ferdig inndelt. Men hvordan skal vi dele ei tallinje i tre for eksempel?»*

For at elevene skal mestre denne oppgaven, kreves det at elevene forstår at for å plassere brøker på ei tom tallinje, må de først plassere null og en. De må også kunne dele en tallinje i like deler. Disse delene må de selv definere ut fra nevneren i brøken, i dette tilfellet to, tre og fire.

Det sistnevnte sitatet til Trude er interessant, fordi hun her snakker om brøk som plassering av punkter på tallinje, som er en av de kategoriene hun nevnte innledningsvis. Det er nettopp dette Lamon (2012) sier om brøk som måling, altså at det handler om å finne avstanden til et punkt på tallinja, fra null (Lamon, 2012). Dermed kan det se ut som hennes beskrivelse av opplegget i realiteten samsvarer med Lamons (2012) kategori måling, selv om hun kaller også dette for del av hel.

Ut fra de eksemplene Trude har gitt meg, tolker jeg det dithen at alle hennes tre faktorer innenfor brøk samsvarer med Lamons (2012) to kategorier «del av helhet» og «måling».

#### 4.1.3 Brøk som operator

Trude nevner ikke brøk som operator når hun forklarer hvordan representasjoner av brøk hun benytter seg av. Likevel vil jeg trekke fram at i oppgaven «hoppetau og klesklyper» var en av brøkene elevene fikk på lappene  $\frac{3}{4}$ . Om denne brøken sier hun:

*«Men så var det å finne tre fjerdedeler. Og det kunne de se ganske greit, at hvis de bretta de halve og bretta de igjen i to, så fikk de fire deler. (...) men senere når vi gikk gjennom det her, så vi at det var noen som hadde satt tre fjerdedeler der som de hadde starta den på null, altså der som egentlig en fjerdedel er. Men de var kjappe og korrigererte seg, for de så det med en gang vi begynte å snakke om det»*

Her snakker Trude om hvordan elevene delte hoppetauet, den hele, opp i fire like deler ved hjelp av bretteing. Hun sier at noen elever hadde plassert klesklypa på en fjerdedel i stedet for på tre fjerdedeler, og at dette var feil. Årsaken til at det var feil var at elevene allerede hadde definert hva som var null og hva som var en.

Gangen i denne oppgaven er for meg en praktisk versjon av det Lamon (2012) kaller å se på brøken som en operator. Elevene skal finne  $\frac{3}{4}$  av et hoppetau. For å finne delen, dividerer de

lengden på en praktisk måte på 4, for så å multiplisere den med 3. Dermed fungerer brøken  $\frac{3}{4}$  som en instruksjon, som da er helt i tråd med det Lamon (2012) sier om denne representasjonsformen.

I noen av eksemplene jeg har vist til i intervjuet kunne det være vanskelig å definere hvilken tilnærming til brøkbegrepet læreren benyttet seg av. Oppgaver kan fremme ulike tilnærminger på en og samme gang. Jeg tror det handler om hvordan man legger fram oppgaven for eleven, hvilke hjelpemidler man benytter, og ikke minst hvordan man ordlegger seg. Med det mener jeg at elevenes tankemønster i en gitt oppgave blir farget av hva læreren sier om oppgaven, hvilke tips hun gir for å løse den, hva hun anerkjenner som en «lur» løsning, og så videre.

#### 4.1.6 Oppsummering

Trude forteller at det er tre faktorer når man underviser brøk, og disse tre er del av hel, mengde, og tallinje. Gjennom eksempler på undervisningsopplegg hun har gjennomført, viser hun meningsinnholdet i hver av disse tre. Del av hel og (del av) mengde samsvarer med Lamons (2012) kategori brøk som *del av en helhet*, og tallinje samsvarer med Lamons (2012) kategori brøk som *måling*. I tillegg kommer det fram at hun har brukt undervisningsopplegg som kan få elevene til å se på brøk som en *operator*. Det er et viktig poeng at brøk kan forstås på ulike måter ut fra hvordan de blir presentert for oss, derfor må læreren være oppmerksom på hvilken måte han eller hun omtaler brøk.

## 4.2 Hvilke muligheter for tilpasset opplæring beskriver læreren?

Trude beskriver i intervjuet sitt en del ulike undervisningssituasjoner. Jeg skal her se nærmere på noen av situasjonene hun beskriver, og knytte de til begreper innenfor tilpasset opplæring som jeg presenterte i teorikapitlet.

### 4.2.1 Variasjon og differensiering i undervisningen

Når Trude snakker om det konkrete undervisningsopplegget «hoppetau og klesklyper», sier hun:

*«Det er en såpass åpen oppgave at den er lett å gjøre både enklere og vanskeligere»*

Trude forteller at i arbeidet med «hoppetau og klesklyper» observerte forskjellig grad av mestring. Noen elever trengte hjelp til å se hvordan man kunne brette tauet for å finne en halv eller  $\frac{1}{3}$ , og da viste hun dem hvordan de kunne gjøre dette. Hun så også at en av gruppene raskt viste forståelse og mestring i det hun hadde som mål at de skulle lære.

*«Den tredje gruppa gav jeg utfordringa en og to tredjedeler. De var så kjappe at da tenkte jeg at vi prøver. Og det er jo dit vi skal etter hvert, det var neste steg egentlig. Det er jo mer enn en hel»*

Her viser Trude at hun vurderte det hensiktsmessig å gi den tredje gruppa en utvidet oppgave. Når Håstein og Werner (2003) skriver om tilpasset opplæring, knytter de det opp mot begrepet differensiering, som jo er nettopp det Trude gjorde i denne situasjonen. Differensiert undervisning betyr at «den undervisningen som enkelte elever eller grupper får er forskjellig fra den undervisningen som andre elever eller grupper av elever får» (Skaalvik og Fossen, 1995, sitert i Håstein og Werner, 2003, s. 53). Videre sier Trude:

*«Når man kjører gode aktiviteter først som går på forståelse, så jobber de veldig selvstendig etterpå»*

Dette sitatet oppsummerer godt Trudes holdninger til undervisningen som kommer til syne i intervjuet. Hun sier at gode opplegg med gjennomtenkt differensiering gjør at elevene i større grad er i stand til å arbeide selvstendig med egne oppgaver etterpå, noe hun ser på som et mål i seg selv:

*«Den tilbakemeldinga jeg får, blir jo hvis de ber om hjelp. Men det gjorde de ikke. Da er det bare å gå rundt å sjekke om det er riktig det de gjør, at de ikke har laget seg et feilmønster»*

I sitatene over snakker Trude om hvordan elevene jobbet selvstendig med oppgaver etter de hadde løst oppgaven med hoppetauet og klesklypene. Differensieringen hun gjorde i oppgaven var ifølge henne selv medvirkende til at elevene var i stand til denne selvstendige jobben. Dette er i tråd med det Håstein og Werner (2003) skriver om at læreren skal understøtte hver enkelt elevs læring, og for at dette skal skje kreves det differensiering. Her trekker jeg også fram Bruners (1976) «scaffolding principle», som sier at læreren må støtte hver enkelt elev i sin læring i tidlige faser av arbeidet for at de senere skal være i stand til å arbeide selvstendig. Denne måten Trude underviser på samsvarer med Håstein og Werners (2003) *utgangspunkt 5: Elevene lærer av dem som kan mer enn seg selv*, fordi hun brukte sin kjennskap til elevene og differensierte oppgaven på en treffende måte som gjorde elevene i stand til å løse oppgavene på egenhånd etterpå.

I opplegget «hoppetau og klesklyper» alene har Trude benyttet seg av ulike og varierte arbeidsmetoder:

*«Vi hadde jo snakket litt inne om plassering av brøk på tallinja»*



I dette sitatet viser Trude at klassen hadde hatt en samtale om brøk og tallinja inne på klasserommet før de gikk i gang med oppgaven. Håstein og Werner (2003) sier at hver elevs erfaringer er en potensiell kunnskapsmessig ressurs, og at i samtale vil man få fram et mangfold av forestillinger og kunnskap hos elevene. Dette kan være med på å gi elevene opplevelsen av at deres bidrag er nyttig, samtidig som det aktiverer en felles forforståelse for emnet. (Håstein & Werner, 2003) Ved at Trude innleder emnet med en felles samtale i klassen benytter hun seg av Håstein og Werners (2003) *1. utgangspunkt; Elevenes nytte av egne erfaringer*. I tillegg er slik samtale nyttig for elever som lærer best ved å høre ny informasjon, altså elever med det Olafsen og Maugesten (2009) kaller en auditiv læringsstil.

Når hun videre beskriver hva som skjer når de går ut, sier hun:

*«De jobbet i grupper på tre. Det burde ikke være mer enn tre eller fire på hver gruppe»*

Trude viser i dette sitatet at hun har benyttet seg av samarbeid som arbeidsmetode, og at hun har gjort en vurdering angående gunstig gruppestørrelse. Hun sier ikke noe om hvorfor hun mener at de ikke bør være mer enn fire på gruppa, men hun gir uttrykk for at opplegget er nøye gjennomtenkt. Håstein og Werner (2003) sier at når elever samarbeider om faglige oppgaver, vil de ha både faglig og sosialt utbytte. Det er dog en forutsetning at arbeidet organiseres slik at alle elever har utbytte. (Håstein & Werner, 2003). Gjennom å legge opp til et gruppearbeid som er organisert for læring, har Trude benyttet Håstein og Werner (2003) sitt *2. utgangspunkt: Elevene lærer gjennom å samarbeide*.

Når Trude snakker om variasjon i undervisningen, er hun opptatt av å bruke uterommet. På spørsmål om konkrete opplegg som fremmer variasjon, både de hun har gjennomført og de hun kunne tenke seg å gjennomføre, gir hun uttrykk for at disse foregår ute, på en måte der elevene er i aktivitet på noe slags vis. Når Trude legger opp til fysiske oppgaver i uterommet, bruker hun Håstein og Werners (2003) *3. og 7 utgangspunkt: Miljøet som læringsfaktor, og elevenes bevegelser og kroppsbruk har betydning for læringen*. Sistnevnte utgangspunkt ses også i direkte sammenheng med en kinestetisk læringsstil, der elever som har en slik læringsstil lærer best gjennom bevegelse (Olafsen & Maugesten, 2009).

For å oppsummere: Trude har gjort mange grep i undervisningen sin for å tilpasse opplæringen til den enkelte. I intervjuet har hun vist eksempler på differensiert undervisning, både oppover og nedover. Hun har også benyttet seg av klassesamtaler for å ta nytte av erfaringene elevene sitter inne med fra før. Hun har brukt samarbeid i grupper med gjennomtenkte gruppestørrelser som arbeidsmetode, og hun har lagt opp til en undervisning

som utnytter nærmiljøet og som elevene får være fysisk aktive i. Til sammen utgjør dette fem forskjellige måter å variere undervisningen på. Disse er i samsvar med fem av Håstein og Werners (2003) utgangspunkt for tilpasset undervisning.

Det er et viktig poeng at alle utgangspunktene jeg har nevnt er innenfor noen få undervisningssituasjoner. For at variert undervisning skal ha ønsket effekt, altså at den skal motivere til læring og la flere elever få mulighet til å utnytte sitt potensial (Botten, 1999), må undervisningen være variert året gjennom. Kontinuitet i variasjon blir derfor en forutsetning.

#### 4.2.2 Ulike læremidler

*«Vi bruker jo disse tradisjonelle konkretiseringsmidlene. Disse stavene og sirklene ... men det er fort gjort at de oppfatter brøken som en sirkel eller en sjokoladeplate. Og der har jo Multi (læreverket) utfordret de en del»*

Konkretiseringsmidlene som Trude snakker om her, er noen av læremidlene hun benytter seg av i undervisningen. Konkretiseringsmidler er til særlig nytte for elever som har en taktil læringsstil, altså elever som lærer best ved å berøre (Olafsen & Maugesten, 2009). Når hun forteller om ulike undervisningsopplegg hun har gjennomført, er imidlertid lista over anvendte læremidler lengre. Breiteig og Venheim (2005) påpeker at læremidler er en samlebetegnelse på alt det utstyr eller materiell læreren behøver i undervisningen og i læringsarbeidet, både konkretiseringsmateriell og læreboka som Trude nevner, men også forbruksmateriell, annen litteratur, kalkulatorer, datautstyr og så videre. Trude har beskrevet bruk av både kusinærstaver, tau og klesklyper, papirlapper, tavla, og iPad for å ta bilder med. Læremidlene skal bidra til både selvstendig arbeid og til samarbeid, og til variert undervisning. I tillegg skal de motivere, konkretisere, gi progresjon og virke inkluderende (Breiteig & Venheim, 2005).

Det er ett læremiddel som er mer framtrødende i intervjuet enn de andre:

*«Men bøkene ... jeg må følge bøkene. Det er jo der oppgavene er, og de følger jo progresjonen i boka»*

*«De har så gode opplegg at jeg følger den veldig mye. Og den har så gode forslag til hva man kan gjøre hvis det oppstår misforståelser også. Både forenklinger og mer utfordringer.»*

Trude forklarer her at hun både er *avhengig av* å bruke læreboka som læremiddel på grunn av oppgavene, men samtidig *foretrekker* å bruke den siden den har så gode opplegg. Da tolker jeg det som at Trude gjort en vurdering av kvaliteten på innholdet i læreverket.

Breiteig og Venheim (2005) påpeker at ettersom det spesielt i matematikk er et særlig fokus på læreboka, og at det dermed er en del krav til innholdet. Det er den enkelte skole og lærer som har ansvaret for å vurdere innholdet, og at dette særlig bør gjøres med hensyn på differensiering, åpne oppgaver og utforskende opplegg, om det er nok oppgaver, og mulighetene for refleksjon (Breiteig & Venheim, 2005). Det er viktig å huske på at en god tilpasset opplæring fordrer at elevene får jobbe *både* med tradisjonelle oppgaver og utforskende oppgaver (Kristensen, 2008), og at det dermed ikke er negativt for læring at elever bruker læreboka så lenge læreren er kritisk til innholdet. Når Trude snakker om læreboka, sier hun at den har «gode» opplegg. Jeg spør henne ikke hva hun legger i det, men ut fra sitatet tolker jeg at hun mener den gir muligheter for differensiering og refleksjon.

#### 4.2.3 Oppsummering

Læreren beskriver mange grep hun har tatt, og kan ta, for å tilpasse opplæringen. Hun har vist fem forskjellige eksempler på varierte undervisningssituasjoner, og hun beskriver bruk av ulike læremidler, blant annet tradisjonelt konkretiseringsmaterieil. Variasjonen i undervisningsoppleggene hun beskriver gjør også at elever med forskjellige læringsstiler får undervisning som passer til dem, og alle de fire læringsstilene til Olafsen og Maugesten (2003) er dekt. Som læremiddel er særlig læreboka mye nevnt, og Trude vurderer boka som både nødvendig og hensiktsmessig. Likevel er variasjon også i læremidler viktig, og det er et sentralt poeng at variasjon i undervisningen må være tilstede hele året gjennom for å ha ønsket effekt.

#### 4.3 Hvilke begrensninger for tilpasset opplæring beskriver læreren?

I beskrivelsen av undervisningen sin ser først ikke Trude noen begrensninger for tilpasset opplæring i fådelt klasse. Senere i intervjuet, på spørsmål om hvorvidt diskusjonsgrunnlaget blir begrenset når elevene er på forskjellig alderstrinn, svarer hun:

*«Jeg tror ikke det, for det i diskuterer er jo strategier og tenkemåte. Og det har ikke noe med alder å gjøre. Og i en klasse så har du jo et stort sprik uansett. Men hvis vi skal se på hva som kan bli trøbbel, så har jeg jo problemer med å gjøre sånne oppgaver med sjuendeklassingen. Det går jo ikke. Hun har jo ingen å diskutere med. Det må jo være noen der. Så sånn sett blir hun jo dratt ned i stedet for opp. Og det er en utfordring.»*

I gruppa til Trude er det bare én elev på sjuende trinn. Det hun sier her setter lys på et problem som er viktig å ta i betraktning; at denne eleven alltid samarbeider med elever på et lavere alderstrinn enn seg selv. Håstein og Werner (2003) sier at den lovfesta retten til tilpasset

opplæring også medfører en rett til deltagelse, og introduserer begrepet tilpasset deltagelse. En forutsetning for tilpasset deltagelse er at elevene får delta med de evner og forutsetninger han eller hun har, på en måte som innebærer krav og forventninger. Tilpasset deltagelse skjer best når eleven kan bidra til fellesskapet og dra nytte av det, og det er også viktig at han eller hun får samarbeide med elever på *samme nivå eller høyere*. (Håstein & Werner, 2003). For å sikre at denne eleven får den tilpassede opplæringen hun har krav på, er det dermed viktig at Trude har denne problemstillingen i bakhodet gjennom hele året.

Når vi snakker om potensielle organisatoriske grep som kunne løst situasjonen, dukker det opp noen flere utfordringer. Disse er ikke av en matematikdidaktisk karakter, men siden tilpasset opplæring handler mye om det organisatoriske på et administrativt nivå tar jeg beskrivelsene med likevel.

- Skolen praktiserer en viss fleksibilitet i gruppesammensetningene. Med gruppesammensetninger mener jeg hvilke alderstrinn som har undervisning i samme gruppe. Det betyr at de ser an gruppestørrelsen og elevforutsetninger når de setter sammen gruppene. I tillegg er økonomi en faktor, og hvorvidt de har midler til å dele i mindre grupper. Konsekvensen av dette er at de ikke kan forutsi hvordan gruppesammensetningen blir i de kommende år. Det gjør at lærerne ikke kan planlegge undervisningen sin med hensyn på hva elevene møter senere.
- Til tross for at situasjonen med sjuendeklassingen som er eneste elev på sitt alderstrinn, åpner ikke skolen opp for samarbeid med ungdomsskolen. Ifølge Trudes beskrivelser har de som prinsipp å holde mellomtrinn og ungdomstrinn adskilt. Dette kan forklares med at læreplanen beskriver kompetansemål etter 7. trinn, og etter 10. trinn. Det er likevel verdt å diskutere hvorvidt krav og forventninger til den enkelte elev blir tilstrekkelig vektlagt på denne måten.

Tilpasset opplæring er et kontinuerlig endringsarbeid knyttet opp mot didaktiske kategorier og sammenhengen mellom disse. (Jensen, 2006). Utfordringene Trude beskriver utgjør noen av rammebetingelsene som også er en didaktisk kategori i dette endringsarbeidet. Dermed kan vi si at for at skolen som institusjon skal videreutvikle arbeidet med tilpasset opplæring for alle elever, er kanskje disse rammebetingelsene noe som er hensiktsmessig å vurdere.

#### 4.3.1 Oppsummering

Trude ser ikke mange begrensninger for tilpasset opplæring i fådelt skole, men de utfordringene hun forteller om på individnivå handler om at hun i gruppa kun har en 7.

klassing. Denne eleven har ikke mulighet til å samarbeide med elever på samme alderstrinn eller høyere. I tillegg nevner hun to rammebetingelser som gjør tilpasset opplæring komplisert. Den ene handler om mangel på forutsigbarhet i gruppesammensetningene fra år til år, og den andre er mangel på samarbeid mellom mellomtrinn og ungdomstrinn.

#### 4.4 Hvilken anvendelse av kompetansebegrepet beskriver og vektlegger læreren?

*«Hvis det her er en tredjedel. Hvordan ser da en ut? Og hvis det her er en og en halv, hvordan ser da en halv ut? Da kan vi snu på det, og det gir veldig god forståelse av brøken, og det gir meg mye informasjon om elevene og deres forståelse»*

I intervjuet til Trude snakker hun ofte om forståelse. Hele 13 ganger nevner hun forståelse i ulike settinger. Det er dermed ikke sagt at hun nødvendigvis bruker begrepet på samme måte som Kilpatrick (2001).

Når Trude snakker om forståelse, gjør hun det på en slik måte at forståelsen virker for meg som en målestokk på elevenes mestring innenfor de ulike disiplinene i brøk. Hun sier at bruk av kusunærstaver, bretteing av tau, læreboka og fotografering av parkeringsplassen øker forståelsen. Hun sier også at hvis eleven vet at det har betydning hvor man plasserer null og en på ei tom tallinje, viser han forståelse. Og hun sier at *konsekvensen* av god forståelse er at de er i stand til å jobbe selvstendig etterpå.

For å gjøre kompetansebegrepet mer konkret skal jeg nå analysere de ulike fasene i opplegget hoppetau og klesklyper med hensyn på hvilke kompetanser jeg mener elevene er nødt å bruke for å løse de oppgavene som er gitt. Dette gjør jeg fordi variasjonen i arbeidsmetodene gjør at flere kompetanser må benyttes, og dermed vil opplegget gi et rikere bilde av kompetanse som begrep. Underveis ser jeg på hva Trude har sagt om kompetanse, direkte eller indirekte, og knytter utsagnene hennes til Kilpatrick's (2001) begreper.

##### 4.4.1 Hoppetau og klesklyper

Jeg har delt opplegget inn i faser, der hver fase kan ses på som separate oppgaver.

##### **Fase 1:**

*«Vi hadde jo snakket litt inne om plassering av brøk på tallinja»*

Dette er den eneste beskrivelsen Trude gir om hvordan førsamtalen inne på klasserommet foregår. Det er dermed vanskelig å vite eksakt hva det matematiske innholdet i samtalen var. Temaet er likevel gitt, og jeg kan anta at målet med samtalen var at elevene skulle vite at alle brøker kan ses på som punkter på ei tallinje der null og en er definert. Dette er et

grunnleggende matematisk konsept som elevene trenger å forstå i videre arbeid med brøk, både for å kunne regne med brøk og for å kunne relatere brøk til andre representasjonsformer (desimaltall og prosent). Dette er i tråd med Kilpatrick's (2001) beskrivelse av *konseptuell forståelse*. Når han beskriver konseptuell forståelse, innebærer det en forståelse for matematiske ideer og konsepter, og for sammenhenger mellom prosedyrer og matematiske ideer. Systematikk er et nøkkelord, og det vil hjelpe eleven til å tilegne seg ny kunnskap. I tillegg inngår det å kunne benytte seg av ulike representasjonsformer (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Dermed kan vi si at en samtale som dette kan bidra til å øke elevenes konseptuelle forståelse.

### **Fase 2:**

*«De fikk utdelt et hoppetau og klesklyper og noen lapper med brøker. Og så var oppgaven at de skulle plassere de på riktig plass, så nøyaktig som mulig, og så skulle de vise meg hvorfor de mente at klesklypa skulle være der»*

Her beskriver Trude hva som skjer når elevene er ferdige med samtalen inne og har flyttet seg ut i skolegården. Når elevene nå skal i gang med denne oppgaven som hun beskriver, trenger de å kunne se sammenhengen mellom det de snakket om inne i klasserommet, og oppgaven Trude gir dem. Å evne å se denne sammenhengen er det Kilpatrick (2001) kaller *resonneringskompetanse*. Den går ut på at forholdet mellom matematiske ideer, prosedyrer og løsningsmetoder skal virke logisk, og samtidig at elevene er i stand til å bruke noe kjent til å lære seg noe ukjent (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

Videre kan vi se på oppgaven som et matematisk problem. Problemet er: Hvordan skal jeg plassere klesklypene på tauet for at den skal representere brøken jeg har fått? Elevene må her være i stand til å velge seg strategier for å løse problemet. Å være i stand til å gjøre dette, inngår i det Kilpatrick (2001) kaller *anvendelseskompetanse*. Den går ut på å kunne formulere og løse matematiske problemer. Det er viktig å være fleksibel, og elevene må kunne lage en mental representasjon av problemet for deretter å utvikle hensiktsmessige løsningsmetoder. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

### **Fase 3:**

*«Men så når de var ferdige med den der, så gav jeg de en ny utfordring. De fikk kun en lapp, og på den sto det en sjettedel ( $\frac{1}{6}$ ). Og da måtte de selv bestemme. Da gav jeg de ikke noe med null og en hel på, da måtte de selv definere hvor stor biten var»*

Denne fasen har likheter med den forrige. På samme måte som i forrige fase må elevene gjennom å bruke sin *resonneringskompetanse* kunne se sammenhengen mellom det de skal gjøre (finne  $\frac{1}{6}$  på hoppetauet) og det de har gjort (snakket om plassering av brøk på tallinja). På samme måte som tidligere representerer oppgaven et matematisk problem som de må bruke sin *anvendelseskompetanse* for å fastsette og løse. Problemet de nå skal formulere og løse er: Hvordan skal jeg plassere klesklypa for å bestemme  $\frac{1}{6}$  av hoppetauet?

Forskjellen fra den forrige fasen er at for å løse oppgaven, er det en forutsetning at elevene forstår brøk som et punkt på ei tallinje der null og en er definert. Derfor, for å kunne løse oppgaven må de først definere disse punktene. Dette er et grunnleggende matematisk konsept, og derfor trener denne fasen *den konseptuelle forståelse* som beskrevet i fase 1.

#### **Fase 4:**

*«For den siste oppgaven jeg gjorde med den der, var at jeg bare gav dem en bunke med lapper etter at de hadde delt hele tauet inn i sjettedeler. Så fikk de beskjed om å skrive ned så mange brøker som de bare kunne»*

Denne fasen der elevene skal beskrive så mange brøker som mulig bygger videre på de forrige fasene. Elevene må fortsatt bruke *resonneringskompetanse* for å se sammenhengen mellom samtalen inne og det de skal gjøre ute.

Det som skiller seg ut i denne fasen, er at antallet lapper elevene produserer vil kunne være en direkte målestokk for elevenes *konseptuelle forståelse*. Som nevnt flere ganger nå er det et grunnleggende matematisk konsept at brøk kan ses på som et punkt på tallinja. Det vil igjen bety at alle punkt på tallinja også kan skrives som brøk. I tillegg er det et matematisk konsept at likeverdige brøker representerer det samme punktet. Det vil si at hvis en elev har konseptuell forståelse, vil han vite at han kan produsere et nærmest ubegrenset antall lapper med brøker.

#### **Fase 5:**

*«Og samtalene imellom og til slutt den oppsummeringa, der vi snakker sammen. Det er gull verdt»*

*«De viste effekt-tommel opp, og fortsatte å jobbe med oppgaver i bøkene sine»*

Den femte fasen er todelt. Først har klassen en samtale der de oppsummerer det de har gjort ute, så jobber de selvstendig med oppgaver i boka etterpå. Trude gav ikke noen videre beskrivelse av det matematiske innholdet i samtalen, annet enn at hun mener slike samtaler er

verdifulle. Ettersom hun gir uttrykk for at elevene var i stand til å jobbe selvstendig med oppgaver etterpå, er det rimelig å tro at de i denne samtalen også har snakket om hvordan elevenes nye erfaring kan brukes i oppgavene de skal løse i læreboka. Målet med en slik samtale kan være at elevene skal se logikk i oppgavene de får i boka, til tross for at de er utformet på en annen måte. Det passer igjen overens med Kilpatrick's (2001)

*resonneringskompetanse* som går ut på at forholdet mellom matematiske ideer, prosedyrer og løsningsmetoder skal virke logisk, og samtidig at elevene er i stand til å bruke noe kjent til å lære seg noe ukjent (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

Trude fortalte at oppgaven «hoppetau og klesklyper» var gitt når elevene skulle jobbe med likeverdige brøker, og utvidelse og forkortelse av brøk. Innenfor disse konkrete operasjonene trenger elevene å benytte seg av standardiserte algoritmer. For å kunne gjøre dette, samt å være i stand til å vurdere svaret sitt etterpå, må eleven ha noen grad av *beregningskompetanse*. I denne kompetansen ligger det at eleven evner å benytte seg av algoritmer på en effektiv måte, og at de er fleksible i prosedyrevalg. I tillegg må de være i stand til å regne i ulike former, på papir, i hodet eller på kalkulator, og de må kunne vurdere om svaret de kommer opp med er fornuftig (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

#### 4.4.2 Oppsummering

Trude fokuserer mye på at undervisningen skal øke forståelsen til elevene. Når hun snakker om forståelse, tolker jeg at hun bruker begrepet som en slags målestokk for mestring innenfor de ulike disiplinene i brøk. I beskrivelsen av undervisningsopplegget «hoppetau og klesklyper» kommer det mer konkret til syne hvilke kompetanser elevene trenger i de ulike fasene, og min analyse peker ut fire forskjellige kompetanser som vil være nødvendig for at elevene skal kunne løse oppgavene de møter i dette opplegget. Disse fire er konseptuell forståelse, resonneringskompetanse, beregningskompetanse og anvendelseskompetanse.

#### 4.5 Som ringer i vann. En avsluttende diskusjon.

I teorikapitlet mitt har jeg vist at det finnes i alle fall fem ulike måter å se på en brøk på. Du kan se på den som en del av en helhet, eller som en avstand til et punkt på tallinja. Du kan se på den som en divisjon, eller som et forhold eller en operator. (Lamon, 2012). Jeg har også vist eksempler for hvordan en lærer kan sørge for tilpasset opplæring gjennom å variere undervisningsmetoder, arbeidsoppgaver, læremidler og innhold. Den siste delen av teorikapitlet viste at en elevs kompetanse kan ses på som et sammenflettet tau der fem



delkompetanser utgjør trådene. Disse delkompetansene er konseptuell forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

I analysekapitlet har jeg sett på hva en matematikklærer som underviser i fådelte grupper sier om ulike representasjoner av brøk, og på hvordan hun tilpasser og differensierer undervisningen sin til den enkelte elev. Jeg har også undersøkt hvilke delkompetanser hun vektlegger, og hvilke delkompetanser jeg mener undervisningen hennes kan bidra til å utvikle. Spørsmålet videre er om det er noen sammenhenger i det jeg har funnet ut.

Når jeg nå skal forsøke å trekke noen linjer mellom de tre emnene mine, tar jeg utgangspunkt i mulighetene for tilpasset opplæring. Jeg spør meg så: Hvordan er forholdet mellom tilpasset opplæring og kompetanse? Og hvordan er forholdet mellom tilpasset opplæring og kunnskap om representasjoner av brøk?

Når læreren beskriver sin tilpassede opplæring, er nøkkelordet variasjon. Hun forteller om varierte undervisningssituasjoner, varierte arbeidsmetoder, varierte oppgaver og varierte læremidler. Slike variasjoner forplanter seg. Med det mener jeg at ulike arbeidsmetoder, oppgaver og læremidler appellerer til forskjellige tråder av kompetansebegrepet, og øver elevene i ulike deler av det som samlet sett utgjør deres matematiske kompetanse. Dermed kan en bredere kompetanse i brøk ses som en konsekvens av tilpasset opplæring gjennom variert undervisning. Videre kan en da diskutere hvorvidt tilpasset opplæring gjennom variert undervisning er en forutsetning for bred kompetanse i brøk. Dersom en type undervisning kunne dekke alle fem delkompetansene i brøkemnet, ville svaret på det være nei, tilpasset opplæring er ikke en forutsetning. Men, ettersom jeg ikke kan komme på en type undervisning som alene dekker alle fem, går jeg likevel langt i å påstå at tilpasset opplæring gjennom variasjon i undervisningen er en forutsetning for en bred matematisk kompetanse i brøk.

Når jeg har argumentert for at variasjon i undervisningen forplanter seg, kan jeg spørre meg om dette også gjelder for kunnskap om ulike representasjoner av brøk. I intervjuet mitt har informanten pekt på ulike måter hun varierer undervisningen sin på. Til tross for at disse undervisningssituasjonene var ulik i innhold og metoder, kunne jeg se at brøken fortsatt kunne representere det samme, for eksempel en del av en helhet. Dermed har jeg ikke belegg for å si at tilpasset opplæring gir har et utvidet brøkbegrep som konsekvens. Videre kan jeg da spørre meg om hvordan det blir om jeg snur på det, og tar utgangspunkt i det utvidede brøkbegrepet. Vil da konsekvensen av et utvidet brøkbegrep være tilpasset opplæring gjennom variasjon?

Her svaret være ja, slik jeg ser det. Ulike representasjoner av brøken vil kreve ulike innfallsvinkler. Det vil si at læreren må legge opp undervisningen sin forskjellig ut fra hvilken forståelse av brøken hun vil at elevene skal få.

Til tross for at de tre emnene brøk, tilpasset opplæring og kompetanse ble valgt ut som tema for dette forskningsarbeidet som «frittstående» emner, syns jeg sammenhengen mellom de tre har blitt tydeligere for meg. Som jeg sa tidligere, er nøkkelordet variasjon: Å benytte seg av ulike representasjoner av brøk forplanter seg til undervisningen og skaper variasjon innenfor den. Denne varierte undervisningen forplanter seg igjen til kompetansebegrepet. Dermed mener jeg at begrepene i betydelig grad kan ses i sammenheng med hverandre.

#### 4.6 Kritikk til egen forskning

Proessen i forskningsarbeidet mitt har vært preget av noe ubestemthet angående problemstilling og forskningsspørsmål. Jeg var bestemt på at jeg ville forske på lærere som underviste fådelt, og at denne forskningen skulle innbefatte brøk som matematisk disiplin. Intervjuguiden min ble utformet før jeg hadde fordypet meg i tilpasset opplæring, og intervjuet ble gjennomført før jeg hadde skrevet teorikapitlet. Når jeg i ettertid behandlet intervjuet mitt, kom noen svakheter i det til syne. Jeg ser at jeg i intervjuet skulle spurt informanten mer konkret om ulike representasjoner av brøk. Slik funnene mine framstår, snakker hun bare om to representasjoner, nemlig del av hel, og måling. Siden jeg ikke spurte konkret om andre representasjoner, kan jeg ikke utelukke at hun benytter seg av disse representasjonsformene. Jeg kan anta at de representasjonene hun nevner er de som er mest aktuelle for henne, men det må jeg også behandle som nettopp en antagelse.

Jeg har i teorikapitlet mitt nevnt flere forskjellige utgangspunkt for tilpasning av undervisning. Disse skulle jeg også ha tatt med i intervjuguiden, og spurt informanten min konkret om undervisning innenfor de ulike utgangspunktene. Det ville gitt meg et fyldigere bilde av hva denne læreren legger i tilpasset opplæring.

I tillegg må det sies at min erfaring som forsker er begrenset. I dette forskningsprosjektet har på flere måter veien blitt til mens jeg har gått. Jeg ser at det hadde vært hensiktsmessig å hatt et helhetlig bilde av prosessen fra begynnelse til slutt, inkludert analysearbeidet, før jeg gjennomførte intervjuet mitt. Da hadde nok utformingen av intervjuguiden sett noe annerledes ut, og resultatene mine ville kanskje ikke hatt disse «hullene» som jeg selv mener de har.

Når jeg i ettertid har hørt gjennom lydopptakene mine, har jeg oppdaget at jeg sier «mm» og «ja» i ulike tonefall gjennomgående i intervjuet. Jeg har selv ment dette som en bekreftelse

for informanten min om at jeg forstår hva hun mener, men disse «lydene» fra meg kan hun ha oppfattet som at jeg sier meg fornøyd med svaret hennes, og at hun dermed er ferdig med svaret/utsagnet sitt. Jeg kan ikke vite hvordan intervjuet hadde sett ut om jeg ikke hadde sagt noe underveis, så jeg vet ikke om dette hadde noe å si. Jeg tenker at dette kan være en mulig feilkilde, men ikke nødvendigvis.

Til tross for disse forholdene jeg har nevnt, anser jeg likevel prosjektet for å være vellykket i den forstand at jeg har lært mye om det å forske, og jeg presenterer et fokus og informasjon om feltet som er nyttig for meg selv og andre.

## 5 Oppsummering og avslutning

I dette avsluttende kapitlet oppsummerer jeg funnene mine innenfor hvert av forskningsspørsmålene, før jeg svarer på problemstillingen min. Helt til slutt beskriver jeg mine tanker omkring videre forskning med hensyn på tematikken jeg har belyst i denne avhandlingen.

### 5.1 Svar på forskningsspørsmålene

Innledningsvis og i analysen redegjorde jeg for fire forskningsspørsmål som adresserte viktige faktorer i min problemstilling. Analysen er bygd opp etter disse, og oppsummeringen etter hvert delkapittel vil derfor kunne svare på forskningsspørsmålene jeg har stilt.

Det første spørsmålet var: *Hvilke tilnærminger til brøkemnet benytter læreren seg av?*

Funnene mine viser at læreren har bevissthet omkring tre faktorer når man underviser brøk, og disse tre er del av hel, mengde, og tallinje. Gjennom eksempler på undervisningsopplegg hun har gjennomført, viser hun meningsinnholdet i hver av disse tre. Del av hel og (del av) mengde samsvarer med Lamons (2012) kategori brøk som *del av en helhet*, og tallinje samsvarer med Lamons (2012) kategori brøk som *måling*. I tillegg kommer det fram at hun har brukt undervisningsopplegg som kan få elevene til å se på brøk som en *operator*. Det er et viktig poeng at brøk kan forstås på ulike måter ut fra hvordan de blir presentert for oss, derfor må læreren være oppmerksom på hvilken måte han eller hun omtaler brøk.

Spørsmål nummer to var: *Hvilke muligheter for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?*

Jeg har funnet ut at læreren beskriver mange grep hun har tatt for å tilpasse opplæringen til den enkelte. I intervjuet har hun vist eksempler på differensiert undervisning, både oppover og nedover. Hun har også benyttet seg av klassesamtaler for å ta nytte av erfaringene elevene sitter inne med fra før. Hun har brukt samarbeid i grupper med gjennomtenkte gruppestørrelser som arbeidsmetode, og hun har lagt opp til en undervisning som utnytter nærmiljøet og som elevene får være fysisk aktive i. Til sammen utgjør dette fem forskjellige måter å variere undervisningen på. Disse er i samsvar med fem av Håstein og Werners (2003) utgangspunkt for tilpasset undervisning. Variasjonen i undervisningsoppleggene hun beskriver gjør også at elever med forskjellige læringsstiler får undervisning som passer til dem, og alle de fire læringsstilene til Olafsen og Maugesten (2003) er dekt. Læreren beskriver også bruk av ulike læremidler, blant annet tradisjonelt konkretiseringsmaterieil. Som læremiddel er særlig læreboka mye nevnt, og Trude vurderer boka som både nødvendig og hensiktsmessig. Likevel er variasjon også i læremidler viktig, og det er et sentralt poeng at

variasjon i undervisningsmetoder og læremidler må være tilstede hele året gjennom for å ha ønsket effekt.

Mitt tredje spørsmål var: *Hvilke begrensninger for tilpasning til den enkelte beskriver læreren?* Svaret på dette spørsmålet er at læreren ikke ser så mange begrensninger for tilpasset opplæring i fådelt skole, men de utfordringene hun forteller om på individnivå handler om at hun i gruppa kun har en 7. klassing. Denne eleven har ikke mulighet til å samarbeide med elever på samme alderstrinn eller høyere. I tillegg nevner hun to rammebetingelser som gjør tilpasset opplæring komplisert. Den ene handler om mangel på forutsigbarhet i gruppesammensetningene fra år til år, og den andre er mangel på samarbeid mellom mellomtrinn og ungdomstrinn.

Det fjerde og siste forskningsspørsmålet var: *Hvilken forståelse av kompetansebegrepet beskriver og vektlegger læreren?* Funnene mine viser at læreren fokuserer mye på at undervisningen skal øke forståelsen til elevene. Når hun snakker om forståelse, tolker jeg at hun bruker begrepet som en slags målestokk for mestring innenfor de ulike disiplinene i brøk. I beskrivelsen av undervisningsopplegget «hoppetau og klesklyper» kommer det mer konkret til syne hvilke kompetanser elevene trenger i de ulike fasene, og min analyse peker ut fire forskjellige kompetanser som vil være nødvendig for at elevene skal kunne løse oppgavene de møter i dette opplegget. Disse fire er konseptuell forståelse, resonneringskompetanse, beregningskompetanse og anvendelseskompetanse.

## 5.2 Svar på problemstillingen

Problemstillingen som har vært grunnlaget for forskningsarbeidet mitt var:

### **Hvilke muligheter og begrensninger beskriver læreren som underviser i fådelte elevgrupper vedrørende å tilpasse undervisningen sin i emnet brøk?**

Gjennom å svare på forskningsspørsmålene har jeg oppsummert funnene mine i denne oppgaven. Når jeg ser funnene sammenlagt ser jeg at mulighetene for tilpasset opplæring gjennom variasjon er betydelig flere enn begrensningene. Og at disse tilpasningene læreren gjør har positiv ringvirkning på hvor mange delkompetanser elevene får øvd. Jeg vurderer også at i akkurat dette tilfellet stemte min opprinnelige hypotese om at matematikklærere som underviser fådelt har behov for en stor oversikt og evne til å tilpasse undervisninga. Denne casen er imidlertid for liten til å generalisere, men funnene mine er interessante for meg fordi de i dette tilfellet bekrefter antagelsene mine.

### 5.3 Videre forskning

I prosessen fra jeg startet å tenke på tematikk jeg ønsket å forske innenfor, til nå helt i slutfasen, har det flere ganger dukket opp elementer og temaer som jeg har tenkt ville være interessant å finne ut mer om. Jeg har også oppdaget at jo mer jeg har fordypet meg i «mine» temaer, jo mer framtrødende har sammenhengen til andre tema blitt. I arbeidet med ulike representasjoner av brøk oppdaget jeg at det ville være interessant å studere læreverkene for å undersøke hvilke former for brøk de legger vekt på. I arbeidet med tilpasset opplæring i klasserommet så jeg mye tydeligere enn før linken til motivasjon hos elevene. Jeg oppdaget når jeg så nærmere på utfordringene med fådelte klasser at mye av det lå på et overordnet nivå og at det dermed ville være interessant å forske på skolen som organisasjon. Et forskningsarbeid som en masteroppgave av denne størrelsen legger opp til, må spisses en god del for å suksessfullt kunne belyse det man som forsker ønsker å finne ut av, og det betyr at noen tema må utelates. I videre forskning innenfor de tema jeg har skrevet om, ville det dermed vært interessant med «et større bilde» og klarere linjer trukket mellom de ulike temaene.

Det som jeg imidlertid tilegner størst nysgjerrighet, er hvorvidt resultatene mine ville sett annerledes ut dersom elevgruppen var større. Jeg hadde i mitt forskningsdesign ikke tatt høyde for gruppestørrelse, men jeg antok ubevisst at fådelt skole har små grupper av elever uansett. I bearbeidelsen av datamaterialet mitt om tilpasset opplæring kom jeg til å tenke på om tilpasningen som læreren gjorde til den enkelte elev var forutsatt at de var fådelt, eller om de var forutsatt at de var få. Det hadde vært interessant å satt datamaterialet mitt på prøve i større gruppe for å sammenlikne.

## 6 Referanser

- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. I D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 296-333). New York: Macmillan.
- Bernard, H. R. (2004). *Research Methods in Anthropology*. Thousand Oaks: Sage Publishers.
- Bjørndal, B., & Lieberg, S. (1978). *Nye veieri didaktikken*. Oslo: Aschehoug.
- Bjørnsrud, H. (2005). *Rom for aksjonsforskning: om tilpasset opplæring, inkludering og læreplanarbeid*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk - Nærhet og engasjement i læringen*. Bergen: Caspar forlag.
- Breiteig, T., & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere 2*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: abstrakt forlag.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge.
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, April 27). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra <https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/>
- Hedrèn, R. (2003). Regning i skolen i dag og i morgen. I B. Grevholm, *Matematikk for skolen*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Hitchcock, G., & Hughes, D. (1995). *Research and the Teacher*. London: Routledge.
- Håstein, H., & Werner, S. (2003). *Men de er jo så forskjellige*. Oslo: abstrakt forlag.
- Jensen, R. (2006). *Tilpasset opplæring i en lærende skole*. Stjørdal: Læringsforlaget.
- Jenssen, E. S., & Roald, K. (2014). *Tilpasset opplæring i skolens arbeidsfellesskap*. Bergen: Fagbokforlaget.
- KD. (2006). Læreplanverket for Kunnskapsløftet. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- KD. (2006-2007). Stortingsmelding nr 16- ...og ingen sto igjen. Tidlig innsats for livslang læring.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press.

- Kristensen, T. E. (2008). Tilpasset opplæring innenfor fellesskapet. *Tangenten 19*, 9-14.
- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. I *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 629-667).
- Lamon, S. (2012). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. New York: Routledge.
- Malterud, K. (1996). *Kvalitative metoder i medisinsk forskning. En innføring*. Oslo: Tano Aschehoug.
- Melheim, K. (1998). *Arbeid i fådelt skule*. Oslo: Samlaget.
- Niss, M., & Jenssen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspirasjon til utvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet.
- Olafsen, A. R., & Maugesten, M. (2009). *Matematikdidaktikk i klasserommet*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Olsen, M. H. (2016). *Tilpasset opplæring og spesialundervisning*. Oslo: Pedlex.
- Opplæringslova. (2016, August 17). Hentet fra lovdata: [https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL\\_1](https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL_1)
- Skorpen, L. B. (2006). Kunnskapstypar og arbeidsformer i matematikk i begynneropplæringa. I P. Haug, *Begynneropplæring og tilpassa undervisning -kva skjer i klasserommet?* (ss. 115-152). Bergen: Caspar forlag.
- Van de Walle, J. A., Bay-Williams, J. M., Karp, K. S., & Lovin, L. H. (2004). *Teaching student-centered mathematics: Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6-8*. NJ:: Pearson Education.
- Yin, R. K. (2009). *Case Study Research: Design and Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.



## 7 Vedlegg 1: Hoppetau og klesklyper

Emne: introduksjon til utvidelse av brøk

Fase 1	I klasserommet. Lærer og elever snakker sammen om plassering av brøk på tallinja.
Fase 2	I skolegården. Elevene jobber i grupper, og får utdelt et hoppetau, fem klesklyper og fem lapper med tallene/brøkene 0, 1, $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$ og $\frac{3}{4}$ . Oppgaven er å plassere brøkene på hoppetauet ved hjelp av klesklypene. Målet er at elevene skal forstå at for å plassere brøker på ei tom tallinje, må de først definere 0 og 1. De skal også se at for å finne firedeler kan man dele de halve i to igjen.
Fase 3	I skolegården. Elevene jobber i grupper, og får utdelt hoppetauet, klesklyper, og en lapp. Nå skal de finne $\frac{1}{6}$ . Målet er at elevene skal se at for å finne $\frac{1}{6}$ , må man dele tredelene i to igjen. En forutsetning for å løse oppgaven er at elevene husker å definere 0 og 1 selv om de ikke har fått lapper med 0 og 1 å plassere først.
Fase 4	I skolegården. Elevene jobber i grupper, får et større antall lapper og klesklyper, og skal selv finne så mange brøker som de klarer og skrive de på lappene. Målet er at de skal se at mellom 0 og 1 finns et ubegrenset antall brøker, det kommer bare an på hvor mange deler man deler tallinja inn i.
Fase 5	I klasserommet. Ettersamtale, og individuelt arbeid med oppgaver i læreboka.

Differensiering: Læreren ser an elevene og deres forståelse for emnet og oppgaven underveis.

Ved behov utvider hun oppgaven med vanskeligere brøker, for eksempel  $1\frac{1}{2}$ .

Differensieringen «nedover» kommer til syne i lærerens støtte. Det kan være at hun for eksempel hjelper dem å dele inn tauet i det antall deler elevene trenger.