

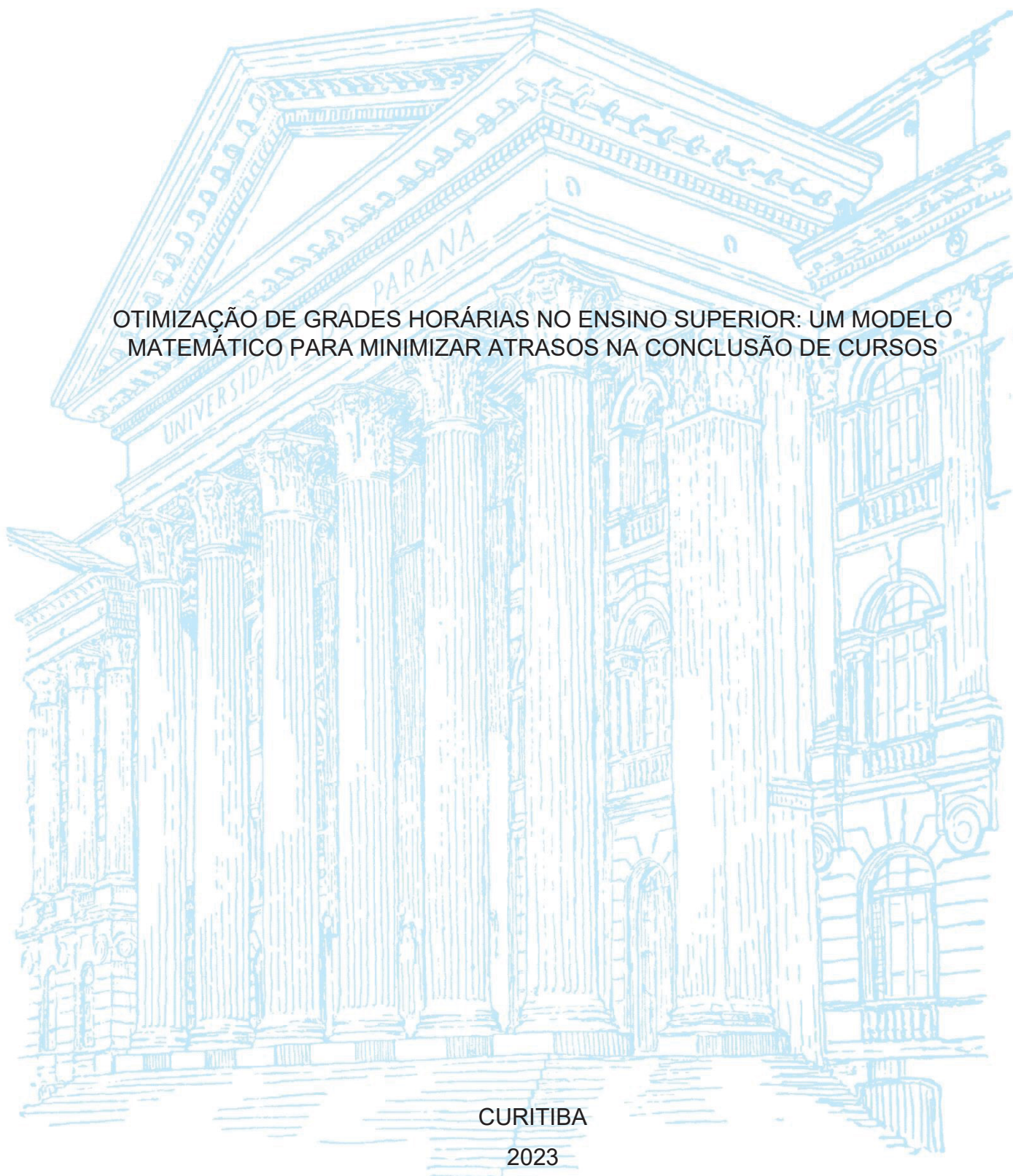
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

FLAVIO LUIZ FARIAS DE FREITAS

OTIMIZAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS NO ENSINO SUPERIOR: UM MODELO
MATEMÁTICO PARA MINIMIZAR ATRASOS NA CONCLUSÃO DE CURSOS

CURITIBA

2023



FLAVIO LUIZ FARIAS DE FREITAS

OTIMIZAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS NO ENSINO SUPERIOR: UM MODELO
MATEMÁTICO PARA MINIMIZAR ATRASOS NA CONCLUSÃO DE CURSOS

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Métodos Numéricos para Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Valentim Loch

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Freitas, Flavio Luiz Farias de

Otimização de grades horárias no ensino superior : um modelo matemático para minimizar atrasos na conclusão de cursos / Flavio Luiz Farias de Freitas. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Gustavo Valentim Loch

1. Programação linear. 2. Ensino Superior. 3. Modelos matemáticos. 4. Calendário escolar. 5. Grade horária. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. III. Loch, Gustavo Valentim. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MÉTODOS NUMÉRICOS
EM ENGENHARIA - 40001016030P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **FLAVIO LUIZ FARIAS DE FREITAS** intitulada: **OTIMIZAÇÃO DE GRADES HORÁRIAS NO ENSINO SUPERIOR: UM MODELO MATEMÁTICO PARA MINIMIZAR ATRASOS NA CONCLUSÃO DE CURSOS**, sob orientação do Prof. Dr. GUSTAVO VALENTIM LOCH, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 14 de Agosto de 2023.

Assinatura Eletrônica
15/08/2023 17:40:09.0
GUSTAVO VALENTIM LOCH
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
16/08/2023 13:37:02.0
JOSÉ EDUARDO PÉCORA JUNIOR
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
18/08/2023 09:10:23.0
CLEDER MARCOS SCHENEKEMBERG
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO)

Assinatura Eletrônica
16/08/2023 09:04:27.0
CASSIUS TADEU SCARPIN
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Dedico este trabalho aos meus pais,

Flávio e Rosânea

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a DEUS por me dar forças, foco e por colocar pessoas em minha vida que possibilitassem esse momento.

A minha família, em especial meus pais Flávio e Rosânea, agradeço o carinho, suporte, dedicação e apoio.

Aos meus amigos e colegas, agradeço o apoio, os momentos de descontração e amizade.

Ao meu orientador, Professor Doutor Gustavo Valentim Loch, agradeço pelos dois anos de orientação, paciência e motivação para a conclusão deste trabalho.

A todos os meus professores, agradeço pelos conhecimentos compartilhados e pela amizade.

*“Transformando cada ponto de chegada
em um novo ponto de partida”*

Pascuale Liberatore

RESUMO

A construção de grades horárias é um problema recorrente no ambiente das instituições de ensino superior. Trata-se de um problema complexo, uma vez que a qualidade da grade impacta diretamente na vida dos professores e discentes. A oferta de disciplinas sem um processo de otimização pode gerar limitações aos discentes no momento de definir quais disciplinas irão cursar, contribuindo para possíveis atrasos na conclusão de seus cursos. O presente trabalho descreve um modelo matemático de programação linear inteira mista (PLIM) baseado no *University Course Timetabling Problem* (UCTTP) que possibilita encontrar os melhores horários para oferta de disciplinas de modo a minimizar o número de períodos necessários para que um discente conclua a sua graduação. Diferentemente dos trabalhos já apresentados na literatura, focados nos docentes, esse modelo prioriza as necessidades dos discentes em sua construção. Para realizar a validação do modelo e testar a sua aplicabilidade utilizou-se de dados anônimos reais de uma universidade pública brasileira. Os resultados obtidos apontam que o modelo apresentou bom desempenho quando implementado, atingindo o objetivo proposto.

Palavras-chave: grade horária; graduação; programação linear.

ABSTRACT

The construction of schedules is a recurring problem in higher education institutions. It is a complex problem since the quality of the schedule directly impacts the lives of teachers and students. The offer of courses without an optimization process can generate limitations to students when defining which subjects, they will take, contributing to possible delays in the conclusion of their courses. This paper presents a mathematical model of mixed integer linear programming (PLIM) based on the University Course Timetabling Problem (UCTTP) that makes it possible to find the best times to offer courses to minimize the number of periods required for a student to complete his/her undergraduate degree. Unlike the papers already presented in the literature, which focus on teachers, this model prioritizes the needs of students in its construction. To validate the model and test its applicability, real anonymous data from a public Brazilian university was used. The results obtained indicate that the model presented good performance when implemented, reaching the proposed objective.

Keywords: schedule; graduation; linear programming.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – EXEMPLO DE GRADE HORÁRIO PARA O 1º PERÍODO DO CURSO ABORDADO.....	26
FIGURA 2 – ATRASOS DE DISCIPLINAS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I.....	36
FIGURA 3 – ATRASOS DE PERÍODOS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I.....	37
FIGURA 4 – AS DISCIPLINAS COM MAIOR NÚMERO DE ATRASOS PARA A INSTÂNCIA I.....	38
FIGURA 5 – NOVOS ATRASOS DE DISCIPLINAS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I.....	41
FIGURA 6 – NOVOS ATRASOS DE PERÍODOS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I.....	41

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – NOTAÇÃO UTILIZADA PARA CONSTRUÇÃO DO MODELO.....	26
TABELA 2 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA A FUNÇÃO OBJETIVO 1.....	33
TABELA 3 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O TEMPO DE 10:00 HORAS.....	34
TABELA 4 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA A FUNÇÃO OBJETIVO 13.....	35
TABELA 5 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA 138 DISCIPLINAS	40
TABELA 6 – OFERTA DE DISCIPLINAS PARA OS 4 PRIMEIROS PERIODOS DE PLANEJAMENTO.....	48
TABELA 7 – OFERTA DE DISCIPLINAS PARA OS 4 ÚLTIMOS PERIODOS DE PLANEJAMENTO.....	49

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ABC	<i>Artificial Bee Colony</i>
AG	Algoritmo Genético
HCO	<i>Hill Climbing Optimizer</i>
HGATS	<i>Hybrid Genetic Algorithm and Taboo Search</i>
ILS	<i>Iterated Local Search</i>
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
ITC	<i>International Timetabling Competition</i>
MEC	Ministério da Educação
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
SA	<i>Simulated Anneling</i>
TCG	Taxa de conclusão dos cursos de graduação
UCTTP	<i>University Course Timetabling Problem</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 OBJETIVOS	15
1.1.1 Objetivo Geral	15
1.1.2 Objetivos Específicos.....	16
1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO.....	16
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	17
2 REVISÃO DE LITERATURA	18
2.1 TIMETABLING PROBLEM.....	18
2.2 EDUCATIONAL TIMETABLING PROBLEM	19
2.3 UNIVERSITY COURSE TIMETABLING PROBLEM (UCTTP).....	20
2.4 TRABALHOS RELACIONADOS	21
3 DESCRIÇÃO DO MODELO	25
3.1 INTRODUÇÃO	25
3.2 MODELO	26
4 RESULTADOS	31
4.1 DADOS DE ENTRADA	31
4.2 RESULTADOS DO MODELO	32
4.3 RESULTADOS PARA UM POSSIVEL AUMENTO DA OFERTA DE DISCIPLINAS	39
5 CONCLUSÃO	43
REFERÊNCIAS	45

1 INTRODUÇÃO

Diversos fatores podem distanciar os discentes da conclusão do curso de graduação em relação à previsão que possuíam no momento de ingresso em seus programas. A liberdade na escolha do número de disciplinas que cursarão em cada período, o trabalho, as circunstâncias externas da vida pessoal de cada discente e até mesmo as dificuldades de adaptação ao ambiente da graduação, podem fazer com que deixem de cursar disciplinas ou acumulem dependências ao decorrer de seu curso.

Esse acúmulo de dependências ou de disciplinas não cursadas ocasionam limitações na definição de suas grades em períodos posteriores. Conforme o horário em que as disciplinas serão ofertadas, o discente pode não conseguir fechar sua grade com as disciplinas pendentes, além da impossibilidade de realizar a matrícula em disciplinas que estejam sendo ofertadas, mas que possuam pré-requisitos ainda não cumpridos. Existem casos em que a reprovação em uma única disciplina semestral pode atrasar a conclusão do curso em um ano. Há também casos em que a reprovação em duas disciplinas semestrais pode significar o atraso da formatura do discente em até dois anos, prolongando o seu tempo de permanência na universidade.

Para evitar esse tipo de situação, a grade de oferta de disciplinas para os discentes, assim como a oferta de turmas extras, pode ser otimizada a fim de viabilizar a conclusão do curso para todos os discentes em prazos mais próximos aos regulares. Toda instituição de ensino de nível superior possui a tarefa de criar uma grade horária para as disciplinas que serão ofertadas a seus discentes. Trata-se de um problema que ocorre no início de cada semestre e a qualidade da escala horária gerada impacta diretamente a vida dos professores e de seus discentes. (SCHAERF, 1999).

Pela complexidade para elaboração das grades horárias, algumas práticas comuns em algumas instituições de ensino são a replicação dos horários dos anos anteriores com algumas alterações que atendam às suas novas necessidades ou o ajuste em grades automatizadas, geradas pela utilização de softwares computacionais. Porém, essas grades atendem majoritariamente as necessidades e preferências estabelecidas pelos professores, não fazendo face as necessidades apresentadas pelos discentes, principalmente aqueles que possuem um maior número de disciplinas pendentes.

Devido à pandemia causada pelo COVID-19 e à necessidade de manter o distanciamento social durante esse período, muitos discentes enfrentaram diversos desafios que impactaram significativamente em suas vidas acadêmicas. Muitos optaram por não cursar disciplinas durante o período mais crítico da pandemia ou até mesmo por interromper seus estudos. Isso, combinado com a oferta reduzida de disciplinas e as dificuldades para acompanhar as aulas na modalidade remota estabeleceu um cenário de grande aumento de disciplinas pendentes entre discentes universitários.

Visando lidar com este problema, pode-se utilizar uma das variantes do *Timetabling*, o *University Course Timetabling Problem* (UCTTP). Esse, segundo Burke (2003), é um subproblema utilizado para o agendamento educacional dentro de universidades em períodos delimitados, satisfazendo um determinado conjunto de restrições. Diferente de um modelo genérico, a solução se adequa as características da instituição de ensino e podem ser estabelecidas prioridades na sua resolução.

Dessa forma, esse trabalho tem como foco o estudo do UCTTP e sua utilização para formulação de um modelo que permita encontrar o melhor horário para oferta de disciplinas de um curso, buscando minimizar o número de períodos que um discente necessita para se formar. Para isso, são utilizados seu histórico de disciplinas que já foram cursadas e/ou disciplinas faltantes e as restrições associadas a seu curso. Além disso, dados reais de um curso de uma universidade pública brasileira foram utilizados para validar o modelo e sua aplicabilidade.

1.1 OBJETIVOS

Apresentam-se nesta seção o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é descrever um modelo de programação linear inteira mista para resolução do University Course Timetabling Problem a fim de obter uma grade de oferta otimizada que possibilite a minimização da quantidade de períodos que todos os discentes necessitam para se formar.

1.1.2 Objetivos Específicos

A fim de atingir o objetivo geral, os objetivos específicos que podemos destacar são:

- Estudar as características do UCTTP que auxiliem na construção do modelo;
- Formular um modelo que atenda às necessidades dos discentes de um curso de uma instituição de ensino;
- Implementar um modelo que possibilite alcançar a solução em um tempo viável;
- Realizar testes computacionais para a validação do modelo;

1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

O *University Course Timetabling Problem* vem sendo estudado há muito tempo e é amplamente utilizado no campo educacional para elaboração de grades horárias em instituições de ensino de nível superior. Encontra-se na literatura uma variedade de modelagens do problema e abordagens para sua solução. Entretanto, ainda que existam objetivos em comum, muitos conceitos e definições não se aplicam a todas as instituições e sistemas de ensino. Hadidi *et al.* (2015) apresentam uma lista de trabalhos de construção de grades horárias, evidenciando tal variedade.

No entanto, grande parte desses trabalhos têm enfoque na elaboração de grades horárias considerando principalmente as restrições apresentadas pelos professores que trabalham em cada instituição e suas preferências. Além disso, dificilmente se encontram na literatura trabalhos que considerem a aplicação do UCTTP para a construção de horários baseado nas necessidades dos discentes em formação de nível superior. Dessa forma, este trabalho visa preencher essa lacuna.

Ademais, em 2007, com o objetivo de reformular o sistema de educação de nível superior público, o programa REUNI foi regulamentado pelo decreto nº 6.094/2007. Uma das metas previstas por esse programa era a de aumentar a taxa de conclusão dos cursos de graduação (TCG) para noventa por cento até o ano de 2012. Essa taxa corresponde a um indicador calculado anualmente por meio da razão entre diplomados e ingressos nos cursos de nível superior.

Porém, estudos como o de Moura e Passos (2019) evidenciaram que o programa não obteve êxito em relação a essa meta, por conta de fatores regionais e limitações de diagnóstico. Além disso, dados que compõem o Censo da Educação Superior 2019, revelados pelo Ministério da Educação (MEC) e pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP), mostram que a taxa de desistência acumulada nos cursos de graduação, entre 2010 e 2019, é de 59%. Esse estudo revela ainda que apenas 43% dos estudantes permanecem no curso após superarem o tempo previsto para sua conclusão.

Logo, este estudo também visa fomentar a apresentação de novas propostas ou alternativas que permitam aumentar a taxa de conclusão dos cursos de graduação e a redução dos índices de evasão no ensino superior.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A sequência deste trabalho está organizada da seguinte forma: no próximo capítulo apresenta-se o *University Course Timetabling Problem* e uma revisão da literatura que embasa o presente trabalho. No terceiro capítulo apresenta-se a formulação do modelo matemático, os parâmetros e as restrições utilizadas para sua construção. O quarto capítulo apresenta a abordagem proposta, sua avaliação por meio de testes computacionais e os resultados obtidos. Por fim, as considerações são apresentadas no quinto capítulo.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo iremos apresentar os referenciais teóricos utilizados na construção do problema de programação de horários para cursos universitários, bem como os métodos utilizados para sua resolução.

2.1 TIMETABLING PROBLEM

O problema da construção de grades horárias tem sido objeto de estudo desde a década de 1960 (TRIPATHY, 1984). Trata-se de um problema que pode ser aplicado a diversos contextos e que desperta grande interesse, em especial, na área da Pesquisa Operacional.

Segundo Burke, de Werra e Kingston (2003), o problema de *timetabling* é composto por quatro parâmetros: um conjunto finito de intervalos de tempo, um conjunto finito de recursos, um conjunto finito de encontros e um conjunto finito de restrições. Deste modo, o problema consiste na atribuição de intervalos de tempo e recursos a fim de formar um encontro, satisfazendo as restrições da melhor forma possível.

Os intervalos de tempo são os períodos em que os eventos acontecem e podem se referir a dias, semanas, meses, semestres entre outras. Estes intervalos podem ser subdivididos em unidades adequadas, sendo normalmente divididos em períodos de mesma duração.

Considera-se como recurso todos os objetos, pessoas ou espaços físicos indispensáveis à execução do evento, como salas, ginásios, profissionais e outros. Estes recursos nunca podem ser designados a mais de um encontro ao mesmo tempo e podem estar sujeitos a restrições de disponibilidade.

Os encontros são definidos como a combinação de recursos com os intervalos de tempo de tal modo que se satisfaça a aplicabilidade a qual se destinam. São exemplos de encontro as aulas, consultas médicas, jogos de natureza esportiva, entre outros.

Por fim, as restrições representam as limitações do problema, sendo que estas podem ser separadas em restrições do tipo hard e do tipo soft. As restrições do tipo hard devem ser totalmente satisfeitas para que a solução gerada pelo problema seja factível. As restrições do tipo soft, por sua vez, não precisam necessariamente ser

satisfeitas, mas geram penalizações quando não satisfeitas. (BURKE *et al*, 2003; DORNELES, 2015).

De acordo com Mirhassani e Habibi (2013), existem muitas variações do problema de *timetabling*, sendo que cada variação possui suas próprias características e restrições. Algumas dessas variações podem ser descritas como: *educational timetabling problems*, *sports timetabling problems*, *transportation timetabling problems*, entre outras.

2.2 EDUCATIONAL TIMETABLING PROBLEM

No campo educacional, o problema de programação de horários é amplamente estudado pela enorme variedade apresentada, sendo considerada uma importante ramificação dos problemas de *timetabling*. Segundo Alvarez-Valdes, Crespo e Tamarit (2002), essa variação é decorrente das diferenças presentes entre sistemas educacionais e das diferentes formas de organização do ensino, que variam de país para país. Além disso, trata-se de um problema que é enfrentado periodicamente pelas instituições de ensino.

Neste campo, Schaerf (1999), propôs três classificações principais para o problema de programação de horários educacionais (*Educational Timetabling Problem*), sendo essa a mais utilizada na literatura atualmente. Esta divisão é baseada no tipo de instituição envolvida (Universidade ou Escola) e os tipos de restrições que estão associadas ao problema. São elas: O problema de programação de horários de Escolas (*School Timetabling Problem*), o problema de programação de horários de Exames (*Examination Problem*) e o problema de programação de horários de Cursos Universitários (*University Course Timetabling Problem*).

O primeiro se refere a programação semanal dos horários das turmas de uma escola. O objetivo deste problema é a alocação de professores as turmas da escola, evitando que um professor esteja alocado em mais de uma turma em um mesmo horário e que uma turma não tenha aula com mais de um professor no mesmo horário. Uma característica deste problema é que todos os alunos de uma mesma turma realizam as mesmas disciplinas e estão alocados na mesma sala. (SCHAERF, 1999; SOUZA, 2000).

O segundo se refere a alocação de exames para cursos universitários. O objetivo é a alocação de um conjunto de alunos em um conjunto de horários para a

realização de exames, evitando sobreposições de exames que possuem estudantes em comum. (SCHAERF, 1999; SOUZA, 2000).

Por fim, o problema de programação de horários para Cursos Universitários será aprofundado na seção seguinte.

2.3 UNIVERSITY COURSE TIMETABLING PROBLEM (UCTTP)

O problema de programação de horários para Cursos Universitários (*University Course Timetabling Problem*) consiste em programar a alocação das aulas das disciplinas de cursos ofertados em instituições de ensino superior, respeitando as disponibilidades e capacidades dos recursos (salas, professores, alunos, horários disponíveis). Para este problema, existe um conjunto de disciplinas e para disciplina há uma carga horária pré-definida. Existe um conjunto de currículos e para cada currículo, um conjunto de disciplinas também pré-definidas. Os alunos podem se matricular nas disciplinas disponíveis, já os professores são alocados de acordo com as disciplinas que lecionam. Há que se destacar ainda que a cada horário, existe um conjunto limitado de salas que podem ser utilizadas. (QUEIROZ; NEPOMUCENO, 2017).

Em contraponto ao problema de programação de horários de Escolas, neste problema os alunos escolhem em quais turmas, das disciplinas presentes em seus currículos, irão matricular-se, bem como a quantidade de disciplinas a cada semestre letivo. Além disso, é comum que em uma única turma, estejam matriculados alunos de diferentes currículos, impossibilitando a existência de uma sala fixa e pré-definida. Há também uma maior flexibilidade em relação aos horários disponibilizados de acordo com cada instituição de ensino. (CARTER; LAPORTE, 1998).

As restrições do UCTTP, por sua vez, podem variar de acordo com cada instituição ou a ênfase dada a pesquisa. Devido a este fato, o trabalho dos pesquisadores se torna restrito ao foco em uma única instituição, ou sistema de ensino. Desta forma, segundo Schaerf (1999), um método que seja efetivo para um problema pode não ter o mesmo desempenho se aplicado em uma instância diferente.

Devido as muitas pesquisas realizadas sobre o UCTTP, em 2007, como resultado da realização da segunda Competição Internacional de Horário (ITC – 2007), foram propostas duas novas variações que atendem ao mesmo propósito do UCTTP. São elas: O problema de horários de Cursos baseado em Pós-Inscrição (*Post*

Enrolment Based Course Timetabling Problem) e o problema de horários de Cursos baseado em Currículo (*Curriculum Based Course Timetabling Problem*).

O primeiro se refere ao agendamento de um conjunto de eventos de cursos universitários baseado nas inscrições dos alunos, de tal modo que todos os alunos possam participar. Já o segundo diz respeito ao agendamento semanal das aulas de vários cursos universitários em que as restrições são inteiramente definidas com base nos currículos dos cursos independente dos alunos que se matricularem. (NOGAREDA; CAMACHO, 2017).

Sendo o foco do presente trabalho o problema de programação de horários para Cursos Universitários, daqui por diante, se passará a tratar especificamente deste problema.

2.4 TRABALHOS RELACIONADOS

Tripathy (1984) propôs uma formulação para o *Course Timetabling* e apresentou uma técnica baseada na relaxação lagrangeana para ele. Essa técnica corresponde a combinação entre os métodos de otimização por subgradientes e *branch-and-bound*. O objetivo desse problema é o agendamento de disciplinas de um curso universitário em horários específicos. Para isso, é necessário relaxar as restrições de espaço que impedem os alunos de um mesmo currículo de assistirem a mais de uma aula em um mesmo horário e anexá-las a função objetivo. Essa técnica foi capaz de resolver um problema envolvendo 900 disciplinas em um programa de pós-graduação.

Alvarez, Crespo e Tamarit (2002) aplicaram o algoritmo de busca Tabu para atribuir alunos a grupos com determinado currículo, a fim de obter horários de alta qualidade que permitissem equilibrar o número de alunos em cada grupo, de tal forma a maximizar as inscrições nas disciplinas ofertadas de um curso. Trata-se de um eficiente método, de busca local, dotado de uma estrutura de memória para evitar a criação de ciclos e focado na resolução de problemas de diferentes naturezas, no qual a cada iteração, a solução atual muda para outra que seja sua vizinha no espaço de busca até atingir uma condição de término.

Mayer, Nothegger, Chwatal e Raidl (2008) aplicaram um algoritmo de otimização de colônias de formigas para o UCTTP utilizando instâncias da ITC-2007. Este algoritmo é baseado no comportamento que as formigas possuem para encontrar

uma rota entre o alimento e o formigueiro. Após encontrarem uma rota, outras formigas seguem por ela e caso encontrem o alimento, voltam ao formigueiro e formam uma nova trilha paralela a anterior liberando uma certa quantidade de feromônio. O feromônio evapora mais rapidamente onde os resultados da rota são pouco atraentes para as próximas formigas.

O objetivo da abordagem utilizada pelos autores foi a utilização do movimento aleatório de formigas artificiais de tal modo que as formigas eram responsáveis por alocar eventos a salas e intervalos de tempo com base na quantidade de dois tipos diferentes de feromônios. Este algoritmo mostrou um bom desempenho com um tempo viável de execução.

Carvalho (2011) apresenta uma resolução para o *Curriculum Based Course Timetabling Problem*. Para resolver o problema, o autor desenvolveu um método heurístico baseado no *Iterated Local Search* (ILS). Esses algoritmos se movem de uma solução para outra em um espaço de busca até que uma solução desejável seja encontrada, ou até que um critério de parada seja satisfeito. Esse método iterativo permite encontrar soluções próximas a ótima, com um tempo computacional menor. Para validação do método utilizado, foram utilizadas instâncias propostas pela Competição Internacional de Programação de Horários (ITC 2007), sendo obtidos tempos computacionais viáveis.

Asham, Soliman e Ramadan (2011) apresentaram uma abordagem heurística baseada na coloração de grafos para a resolução do *University Course Timetabling Problem*. O objetivo desta abordagem é a coloração de um grafo usando um certo número de cores de tal modo que nenhum nó adjacente possua a mesma cor. Para isso, os eventos, restrições e os slots de tempo são considerados respectivamente como nós, arestas e cores. Em suas pesquisas, obtiveram um algoritmo que reduz o custo de encontrar o menor número de cores necessárias para colorir os nós do grafo.

Kripka, Kripka e Silva (2011) apresentaram um Problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) baseado no *University Course Timetabling Problem* visando atribuir salas de aulas a disciplinas de tal modo que se tornasse possível minimizar os deslocamentos que os alunos realizavam dentro da instituição de ensino. Neste trabalho os autores ressaltam que as soluções do problema UCTTP usando este método são diferentes para cada instituição de ensino e que o tamanho do instituto tem grande influência na solução desse problema.

Bolaji, Khader, Al-Betar, e Awadallah (2014) utilizaram um algoritmo híbrido denominado *Artificial Bee Colony* (ABC) que é baseado na estrutura de uma colônia de abelhas para a resolução do *University Course Timetabling Problem*. Neste algoritmo o objetivo é encontrar a fonte de alimento de maior qualidade, isto é, aquela que corresponde a solução do problema proposto. Neste algoritmo a inicialização das fontes de alimento é realizada através de um algoritmo de *Backtracking* e o processo de busca local foi otimizado através do algoritmo de *Hill Climbing Optimizer* (HCO). Os testes foram realizados para um conjunto de instâncias utilizadas anteriormente para resolução do UCTTP através do algoritmo de colônia de formigas e aplicadas a vários tamanhos de problemas, sendo obtidos melhores resultados gerais em comparação com vários outros algoritmos.

Carvalho *et al.* (2015) utilizaram o método de *Simulated Annealing* (SA) para a resolução do *University Course Timetabling Problem* aplicado ao Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Espírito Santo (CCA-UFES). Esse método consiste em uma busca local inspirada em princípios da termodinâmica simulando o resfriamento de um metal inicialmente superaquecido até o seu ponto de solidificação. Desta forma, o processo de busca começa a partir de uma temperatura alta e as soluções obtidas pela busca local substituem a solução atual com determinada frequência, à medida que a temperatura vai diminuindo até que os critérios de parada sejam satisfeitos. O método SA procura explorar novas áreas no espaço de soluções do problema em um curto período e com pouco esforço, evitando o aprisionamento em ótimos locais.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver e aplicar uma alternativa para resolução do UCTTP utilizando o SA pela facilidade de implementação e pelos bons resultados apresentados para outros problemas da literatura. Para validação e avaliação do desempenho, os autores utilizaram dados da oferta de disciplinas do CCA-UFES referentes ao segundo semestre letivo de 2013, alcançando um bom desempenho em seus resultados.

Arias-Osorio e Mora-Esquivel (2020) propuseram um método metaheurístico baseado no *Hybrid Genetic Algorithm and Taboo Search* (HGATS) para a resolução do *University Course Timetabling Problem*. Este algoritmo é resultado de uma combinação da capacidade de diversificação do Algoritmo Genético (AG) com a estratégia de intensificação da busca Tabu. A validação do algoritmo proposto foi realizada usando dados da programação das aulas de um ano letivo para um

programa de Engenharia Industrial de uma Universidade, obtendo soluções interessantes com um bom tempo computacional.

Bianchini, Da Silva e Neto (2022) apresentam um Algoritmo Genético Distribuído para a resolução do *University Course Timetabling* aplicado a um Instituto Federal do estado de Santa Catarina obtendo bons resultados e um ótimo tempo computacional. Essa metodologia é baseada num processo coletivo de aprendizagem dentro de uma população de indivíduos. Eles combinam a sobrevivência da estrutura mais adaptada com a troca aleatória das informações genéticas para formar um novo espaço de busca. Para isso, cada indivíduo representa um ponto no espaço de busca de soluções para um dado problema. Com isso, um conjunto de indivíduos é capaz de representar diversas regiões do espaço de busca da solução.

3 DESCRIÇÃO DO MODELO

Neste capítulo é apresentado o modelo de Programação Linear Inteira Mista baseado no *University Course Timetabling Problem*.

3.1 INTRODUÇÃO

Cada instituição de ensino possui suas características, restrições (recursos e instalações), por isso o UCTTP torna-se um problema de difícil resolução. Além disso, encontra-se na literatura diversos modelos e diferentes metodologias para sua resolução, uma vez que um único modelo não pode ser aplicado a todos os casos existentes. No modelo apresentado no presente trabalho aborda-se o caso de um curso de graduação de uma universidade pública brasileira, no qual o objetivo em questão é otimizar a sua oferta de disciplinas.

O curso em questão é composto por 47 disciplinas distribuídas em oito períodos, das quais 13 possuem pré-requisitos para serem cursadas. Porém, devido a diferente dinâmica da disciplina de estágio, ela não será considerada e, portanto, não faz parte da discussão abordada no presente trabalho. Considera-se então, 46 disciplinas distribuídas em oito períodos, das quais 12 possuem pré-requisitos para que possam ser cursadas.

Cada uma das disciplinas regulares, pertencentes do 1º período ao 5º período da grade curricular do curso, pode ser ofertada em seis slots de tempo diferentes: segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira e sábado. Do 6º período ao 8º período as disciplinas regulares são ofertadas de segunda-feira a sexta-feira. Dessa forma, não há oferta de disciplinas deste curso no sábado se elas são pertencentes ao 6º, 7º ou 8º período da grade curricular.

A figura 1 ilustra um exemplo de grade horária para o primeiro período do curso, onde se observam seis disciplinas alocadas no conjunto de slots descrito anteriormente.

FIGURA 1 – EXEMPLO DE GRADE HORÁRIO PARA O 1º PERÍODO DO CURSO ABORDADO

DISCIPLINAS					
SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
D5	D1	D3	D4	D6	D2

FONTE: O AUTOR (2023)

Como consequência, uma característica que diferencia esta instituição de ensino de outras instituições citadas em trabalhos correlatos é o fato de que não há a possibilidade de alocar disciplinas fragmentadas em mais de um dia.

Para o modelo apresentado, foram considerados também que as capacidades das salas de aula afetam diretamente o número de disciplinas ofertadas e que a cada período as disciplinas ofertadas também são limitadas pelo número de professores disponíveis na instituição para o devido curso.

3.2 MODELO

Para entendimento do modelo utilizado, na sequência estão as notações utilizadas na formulação do modelo de Programação Linear Inteira Mista:

TABELA 1 – NOTAÇÃO UTILIZADA PARA A CONTRUÇÃO DO MODELO

Símbolo	Definição
Conjuntos	
$e \in E$	Conjunto de discentes
$p \in P$	Conjunto de períodos do curso

$s \in S$	Conjunto de slots
$d \in D$	Conjunto das disciplinas do curso
$d \in D_p$	Conjunto das disciplinas do período p do curso
H_{de}^-	Conjunto dos períodos em que o discente e , ao cursar a disciplina d , cursará de forma adiantada
N_{ce}	Conjunto de disciplinas d cursadas pelo discente e
N_e	Conjunto de disciplinas d a serem cursadas pelo discente e
P_d	Conjunto de pré-requisitos da disciplina d

Parâmetros

$A(e)$	Período do discente e no início do planejamento
δ_c	Constante de capacidade das salas de aula
δ^{max}	Quantidade máxima de disciplinas d ofertadas no período p
δ^{min}	Quantidade mínima de oferta da disciplina d
$R(d)$	Período regular para cursar a disciplina d

Variáveis

X_{edsp}	Variável binária que indica se é planejado o discente e cursar a disciplina d no slot s do período p
Y_{dsp}	Variável inteira que indica a quantidade de turmas da disciplina d ofertadas em slots s de um determinado período p
F_{ep}	Variável inteira que indica a quantidade de disciplinas d restantes para o discente e após determinado período p
B_{ep}	Variável inteira que indica a quantidade de disciplinas d que faltam para que o discente e complete a sua grade em cada período p

FONTE: O AUTOR

A função objetivo e as restrições do modelo são apresentadas, como segue:

$$\begin{aligned} & \min \sum_e \sum_p 2^p \cdot F_{ep} + \sum_e \sum_p (10 - p) \cdot B_{ep} \\ & - \sum_e \sum_{d \in N_e} \sum_s \sum_{p \in H_{de}^-} X_{edsp} \cdot \gamma(R(d) - A(e) - p) \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{d \in N_e} X_{edsp} \leq 1, \forall e \in E, s \in S, p \in P \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{d \in N_e} X_{edsp} + B_{ep} = 6, \forall e \in E, p \in P \quad (3)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{p \in P} X_{edsp} = 1, \forall e \in E, d \in N_e \quad (4)$$

$$\sum_{s \in S} X_{edsp} \leq \sum_{s \in S} \sum_{q=1}^{p-1} X_{egsq}, \forall e \in E, d \in D, p \in P, g \in P_d \quad (5)$$

se $g \notin N_{ce}$

$$\sum_{s \in S} Y_{dsp} \geq \delta^{\min}, \forall d \in D, p \in P \quad (6)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S} Y_{dsp} \leq \delta^{\max}, \forall p \in P \quad (7)$$

$$\sum_{e \in E} X_{edsp} \leq \delta_c \cdot Y_{dsp} \forall d \in D, s \in S, p \in P \quad (8)$$

$$F_{ep} = F_{ep-1} - \sum_{s \in S} \sum_{d \in N_e} X_{edsp}, \forall e \in E, p \in P \quad (9)$$

$$X_{edsp} \in \{0,1\} \quad (10)$$

$$Y_{dsp}, F_{ep} \in Z^+ \quad (11)$$

A função objetivo indicada em (1) é responsável pela minimização do atraso das disciplinas que precisam ser cursadas por cada discente. Para tanto, aplicam-se (2^p) unidades a cada disciplina restante para cada discente após cada período cursado, penalizando assim de forma mais significativa o acúmulo de disciplinas nos últimos períodos do curso. Aplicam-se $(10 - p)$ unidades a cada disciplina programada para um período e que o discente não cursar, penalizando uma grade incompleta. Aplica-se um valor α (γ) para penalizar as disciplinas cursadas fora do período regular do curso em que são ofertadas, dando prioridade a se cursar as disciplinas no período para o qual foram programadas. Por último, aplica-se um valor ω para penalizar a abertura de turmas extras a cada um dos períodos do curso.

O conjunto de restrições em (2) garante que no mesmo horário do mesmo período cada discente se matricular em no máximo uma disciplina. O conjunto de restrições em (3) garante que no mesmo período, cada discente deve ter matrícula em seis disciplinas. O conjunto de restrições em (4) garante que todo discente deve se matricular uma única vez em cada disciplina faltante. Em (5), as restrições asseguram que o discente só deve se matricular em uma disciplina caso os pré-requisitos dessa disciplina tenham sido concluídos.

O conjunto de restrições em (6) garantem a quantidade mínima de cada disciplina ofertada em todos os slots. Em (7), as restrições asseguram que a quantidade máxima de disciplinas oferecidas em cada período seja respeitada. O conjunto de restrições em (8) certificam que a quantidade máxima de discentes matriculados em cada disciplina e em cada slot deve ser menor que a quantidade de vagas ofertadas da disciplina no determinado slot. O conjunto de restrições em (9) certificam a quantidade de disciplinas restantes para cada discente em cada período. Por fim, os conjuntos definidos em (10) e (11) indicam o domínio das variáveis de decisão.

O modelo descrito acima é capaz de resolver o problema proposto anteriormente. Contudo, dada a especificidade do caso de estudo em questão, adotamos a seguinte restrição adicional:

$$Y_{d6p} = 0, \forall d \in D_6, D_7, D_8, \forall p \in P \quad (12)$$

A restrição acima estabelece que a partir do 6º período, nenhuma disciplina será ofertada no 6º slot. Ademais, em (13) está indicada uma outra função objetivo com uma penalidade menor no primeiro termo quando comparada a função objetivo apresentada em (1).

$$\begin{aligned} & \min \sum_e \sum_p 2p \cdot F_{ep} + \sum_e \sum_p (10 - p) \cdot B_{ep} \\ & - \sum_e \sum_{d \in N_e} \sum_s \sum_{p \in H_{de}^-} X_{edsp} \cdot \gamma(R(d) - A(e) - p) \end{aligned} \quad (13)$$

Entende-se que o modelo poderia ser resolvido com cada um dos termos da função objetivo separadamente, uma vez que possuem dimensões diferentes. Porém, no escopo do presente trabalho, decidiu-se seguir como apresentado anteriormente.

Na sequência são apresentados os resultados obtidos a partir da implementação computacional do modelo apresentado.

4 RESULTADOS

O modelo foi implementado no Microsoft Visual Studio 2022 utilizando a linguagem de programação C#. Para a sua resolução, utilizou-se o software de otimização *Gurobi Optimization*, na versão 10.0.1. Os testes foram realizados em um notebook com o sistema operacional Microsoft Windows 11 Home 64 Bits, equipado com um processador AMD Ryzen 7 5800H de 3.2 GHz e 16 GB de RAM.

4.1 DADOS DE ENTRADA

As instâncias utilizadas para os testes são compostas por discentes e seus respectivos históricos retirados de uma base de dados de um curso de graduação de uma universidade pública brasileira. Os parâmetros $\delta_c, \delta^{max}, \delta^{min}$, relativos à capacidade das salas de aula, oferta máxima e mínima de disciplinas, usados no modelo matemático são 60, 46 e 1, respectivamente para instâncias com até 480 alunos. Para instâncias com 480 alunos ou mais, os valores utilizados para os mesmos parâmetros foram 60, 92, 2, respectivamente.

Com o objetivo de buscar o melhor desempenho computacional possível algumas estratégias foram adotadas para cada uma das instâncias utilizadas. As estratégias consistem em:

- Dimensionar corretamente o domínio das variáveis, garantindo as condições de viabilidade do modelo e reduzindo o tempo de processamento e otimização.
- Evitar o uso de grandes coeficientes nas restrições do modelo.
- Evitar o uso de penalizações numericamente altas para a função objetivo, reduzindo o tempo necessário para otimização do modelo.
- Dimensionar corretamente o número de turmas necessárias para a quantidade de discentes utilizada em cada instância.
- Fixar um tempo de parada para as instâncias a partir do período em que não há evolução do resultado dentro de um tempo computacional viável.
- Considerar todas as disciplinas disponíveis para serem ofertadas em qualquer slot.

Essas estratégias também garantem que o solver utilizado para otimização do modelo consiga encontrar boas soluções em tempo computacional viável, evitando instabilidades numéricas, resultados erráticos, inconsistentes ou inesperados.

4.2 RESULTADOS DO MODELO

Os resultados obtidos para o modelo proposto estão representados na tabela 2, descrita a seguir. O nome das instâncias é formado pelo prefixo UCTTP concatenado com o número de discentes para os quais o modelo foi implementado.

As colunas |F.O.|, $|\gamma|$ e $|\omega|$, representam a função objetivo utilizada e os valores de penalização utilizado no termo e termo da função objetivo. As colunas |D|, |D/S| e |V.F.O.| representam o número de disciplinas ofertadas, o número de disciplinas ofertadas por slot e o valor obtido para a função objetivo após a otimização do modelo.

A coluna de GAP se refere a porcentagem de diferença entre o valor encontrado para a função objetivo e o valor ótimo. Já a coluna de tempo faz referência ao tempo de execução do modelo implementado em segundos. As duas últimas colunas da tabela dizem respeito a soma dos atrasos de disciplinas cursadas fora do período programado e a soma de períodos utilizados além dos necessários para que os discentes concluam a graduação.

TABELA 2 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA A FUNÇÃO OBJETIVO 1

Instância	Nome	F.O.	γ	ω	D	D/S	V.F.O.	GAP (%)	Tempo (s)	Disciplinas Atrasadas	Períodos Atrasados
A	UCTTP_60	1	5	5	46	1	27723	0	96	0	0
B	UCTTP_120	1	5	5	46	1	55839	0	3123	2	0
C	UCTTP_180	1	5	5	46	1	82251	0.35	18000	5	0
D	UCTTP_300	1	5	5	46	1	122883	0.61	18000	6	2
E	UCTTP_480	1	5	5	92	2	160148	0.94	18000	11	9
F	UCTTP_540	1	5	5	92	2	173395	0.95	18000	23	19
G	UCTTP_600	1	5	5	92	2	186117	0.87	18000	31	26
H	UCTTP_720	1	5	5	92	2	211989	0.73	18000	52	40
I	UCTTP_900	1	5	5	92	2	258056	0.61	18000	129	106

FONTE: O AUTOR (2023)

As linhas da tabela 2 apresentam os testes com as 9 instâncias originadas da variação do número de disciplinas ofertadas por período e por slot de acordo com o número de discentes, e do tempo pré-estabelecido como critério de parada para o algoritmo.

Para as instâncias A e B, o modelo foi capaz de encontrar o valor ótimo em um tempo de processamento menor que o critério de parada estabelecido. O mesmo não acontece com as instâncias de C a I. Esse resultado se deve a dois fatores: a maior possibilidade de alocações decorrente do aumento do número de estudantes; e de instâncias com um número elevado de alunos que estão no mesmo período, já que estes possuem as mesmas disciplinas a serem cursadas, excluindo-se as dependências. Contudo, todas as instâncias possuem um gap menor que 1% entre o valor encontrado para a função objetivo e seu o valor ótimo, revelando uma boa performance do modelo implementado.

Uma vez que dentro do tempo determinado como parâmetro de parada muitas instâncias não atingiram o seu valor ótimo, para verificar se o modelo poderia ter resultados melhores, optou-se por reproduzir os testes para as instâncias D, H e I, mantendo os parâmetros da tabela 2, porém aumentando o tempo de execução para 10:00 horas (36000 segundos). Os resultados estão descritos na tabela a seguir.

TABELA 3 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O TEMPO DE 10:00 HORAS

Instância	V.F.O.]	GAP	Tempo (s)	Disciplinas Atrasadas	Períodos Atrasados
D	123242	0.35	36000	6	2
H	209157	0.61	36000	52	40
I	255132	0.53	36000	129	106

FONTE: O AUTOR (2023)

Os resultados mostram que o algoritmo não obteve grandes melhorias (a não ser o valor da F.O.) após o período estipulado. Portanto, optou-se por seguir com os resultados presentes na tabela 2 para o restante do presente trabalho.

Para efeitos de comparação, utilizou-se a função objetivo expressa em (13) para as mesmas instâncias utilizadas na tabela 2. Os resultados estão expressos a seguir.

TABELA 4 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA A FUNÇÃO OBJETIVO 13

Instância	Nome	F.O. \	γ \	ω \	D \	D/S \	V.F.O. \	GAP (%)	Tempo (s)	Disciplinas Atrasadas	Períodos Atrasados
A	UCTTP_60	13	5	5	46	1	18135	0	78	0	0
B	UCTTP_120	13	5	5	46	1	36551	0	3051	4	0
C	UCTTP_180	13	5	5	46	1	54109	0.82	18000	7	0
D	UCTTP_300	13	5	5	46	1	83190	0.82	18000	9	2
E	UCTTP_480	13	5	5	92	2	116039	0.95	18000	14	9
F	UCTTP_540	13	5	5	92	2	127282	0.88	18000	25	19
G	UCTTP_600	13	5	5	92	2	138941	0.93	18000	33	26
H	UCTTP_720	13	5	5	92	2	207083	0.99	18000	56	40
I	UCTTP_900	13	5	5	92	2	209604	0.98	18000	131	106

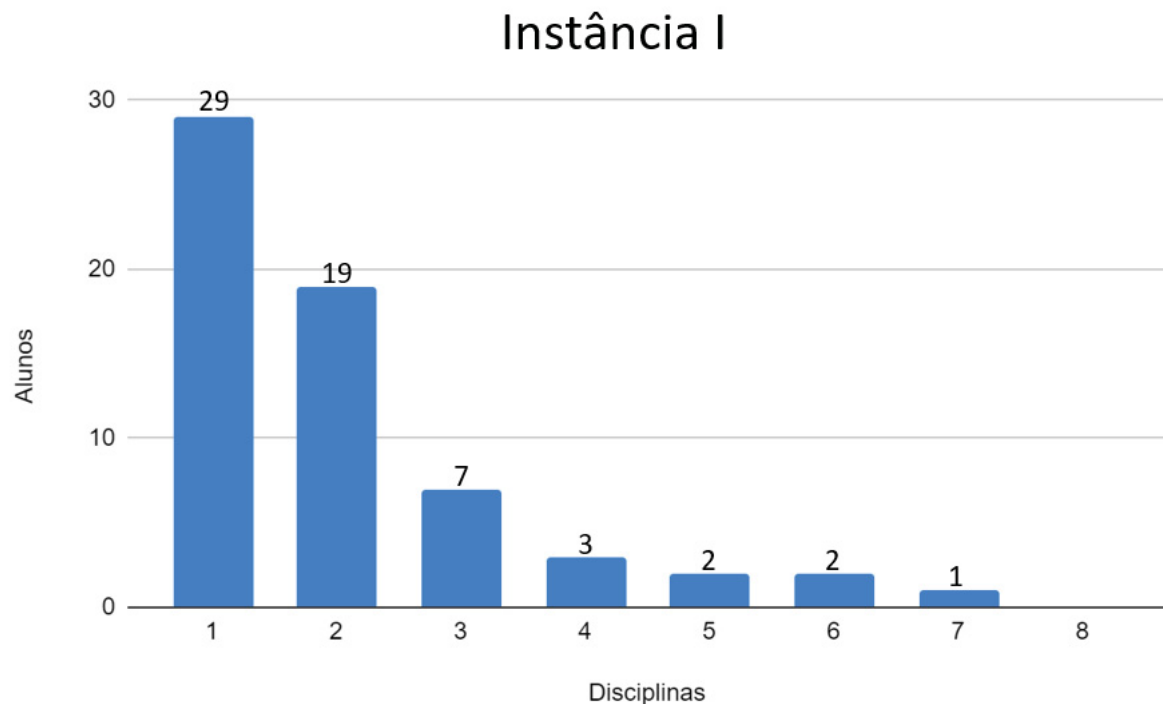
FONTE: O AUTOR (2023)

Ao compararmos ambas as funções objetivo utilizadas em nosso modelo, a expressão utilizada em (1) demonstra resultados melhores para as instâncias testadas. Embora o resultado numérico de períodos atrasados sejam os mesmos para ambas as funções objetivo, a soma dos atrasos de disciplinas cursadas fora do período programado de oferta é, em média, 25% menor quando o modelo é utilizado com a função objetivo (1). Apesar dos valores encontrados para a função objetivo (13) serem menores, esse resultado se deve apenas a penalização menor utilizada no primeiro termo da expressão.

Para as instâncias D e I, compostas respectivamente por 300 e 900 alunos, as disciplinas atrasadas correspondem a apenas 0,04% e 0,37% das disciplinas cursadas por todos os discentes durante o curso. Já em relação aos períodos, apenas 0,08% do total de períodos cursados pelos alunos corresponde a períodos extras para a instância D e apenas 1,47% para a instância I.

As figuras a seguir mostram a distribuição do número de disciplinas e períodos atrasadas por alunos para a instância I com 900 discentes.

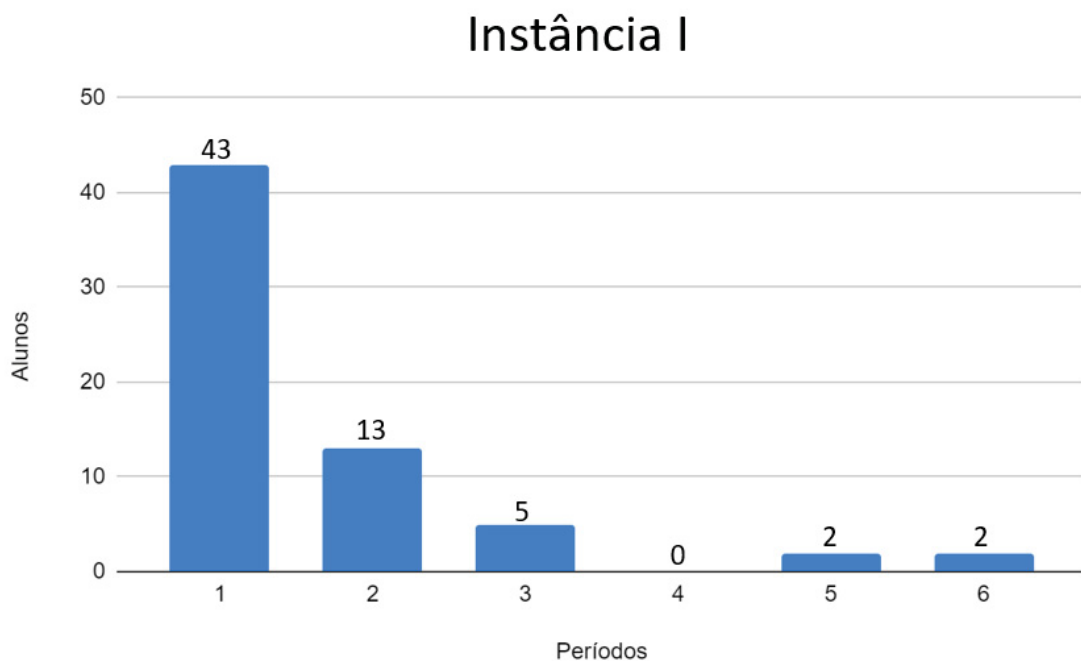
FIGURA 2 – ATRASOS DE DISCIPLINAS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I



FONTE: O AUTOR (2023)

Na figura 2 é possível ver que 5,33% dos estudantes presentes na instância I possuem entre uma e duas disciplinas atrasadas, sendo essa a representação da maioria dos estudantes que possuem alguma disciplina pendente. Essa concentração é resultado da prioridade em evitar o atraso de disciplinas.

FIGURA 3 – ATRASOS DE PERÍODOS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I



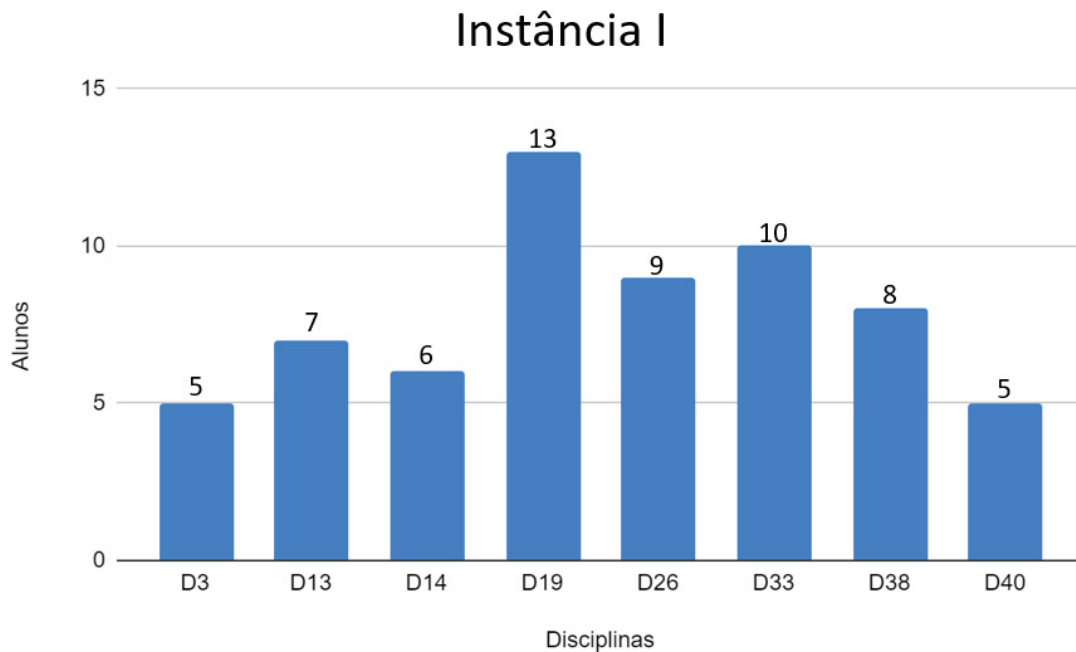
FONTE: O AUTOR (2023)

Na figura 3 podemos observar que, dos alunos da instância I, 4,77% levarão um período a mais para terminar o curso e menos de 3% levarão mais de dois. Esses são resultados que comprovam a eficácia do modelo implementado.

Essa variação na quantidade de períodos a serem cursados além do programado é decorrente da quantidade de dependências ou disciplinas não cursadas que são consideradas pré-requisitos de outras disciplinas. Este é um fator que impacta significativamente nos resultados do modelo, já que não é possível que um estudante curse uma disciplina sem ter concluído seu respectivo pré-requisito, como também não é possível cursar uma disciplina e seu pré-requisito de forma simultânea. Por esta razão, alguns alunos levam mais tempo para a conclusão de sua graduação.

Este fator é evidenciado ainda mais pela figura 4 a seguir, que mostra as oito disciplinas que estão sendo cursadas com atraso em maior número para a instância I com 900 alunos.

FIGURA 4 – AS DISCIPLINAS COM MAIOR NÚMERO DE ATRASOS PARA A INSTÂNCIA I



FONTE: O AUTOR (2023)

Das disciplinas que compõem o gráfico, apenas D3 é pré-requisito de outras. Já as outras disciplinas possuem um pré-requisito para que possam ser cursadas. Não há concentração de disciplinas em atraso em um período específico, já que cada uma é pertencente a um período diferente e todas as disciplinas estão igualmente distribuídas entre a metade inicial e a metade final do curso.

Além dos resultados presentes na tabela 2, a solução para o problema abordado nos fornece também os valores estabelecidos para a variável X_{edsp} . Dessa forma é possível criar a programação de disciplinas a serem cursadas por cada discente determinando em que período e slots elas estarão alocadas.

Outro resultado importante são os valores para a variável Y_{dsp} . Em posse desses resultados consegue-se estabelecer o melhor cenário de oferta para cada disciplina em cada período, isto é, definir o slot ideal para ofertar cada disciplina considerando o

conjunto atual de discentes. Essa oferta é limitada pela quantidade de disciplinas que podem ser ofertadas em cada semestre letivo.

As tabelas com os melhores horários para oferta de disciplinas para a instância D podem ser observadas no Apêndice A. Essas tabelas contém o planejamento das ofertas de disciplinas para oito períodos e nelas podem ser observadas as seguintes características:

- Disciplinas do mesmo período não são ofertadas no mesmo slot.
- Pré-requisitos não são ofertados no mesmo slot.
- Todas as disciplinas são ofertadas em todos os períodos.

4.3 RESULTADOS PARA UM POSSÍVEL AUMENTO DA OFERTA DE DISCIPLINAS

Sabe-se que as instituições de ensino possuem um orçamento limitado no que diz respeito a contratação de professores e oferta de disciplinas. Este é um dos principais motivos para que novas turmas não sejam abertas de imediato dada a necessidade de estudantes de cumprir o prazo de sua graduação. Não somente isso, mas as instituições têm de lidar também com as limitações de seu espaço físico, isto é, com a disponibilidade de salas de aulas para atender a todas as disciplinas ofertadas. Entretanto, nesta seção, deixamos esses limites de lado para apresentamos os resultados de uma situação hipotética para o curso já descrito no presente trabalho.

Considerando a possibilidade de oferta das disciplinas do curso na modalidade de ensino a distância (EAD) ou presencialmente em um novo turno, utilizou-se das seguintes ideias para verificar quais os benefícios aos estudantes:

- Manter o número de alunos presentes no curso.
- Aumentar a oferta de disciplinas por período.
- Aumentar a oferta de disciplinas por slots

A seguir são apresentados os resultados dos testes para as instâncias G, H e I compostas por 600, 720 e 900 alunos respectivamente. Em virtude do melhor desempenho apresentado, optou-se pela utilização do modelo com a função objetivo apresentada em (1) para todas as instâncias. Os parâmetros γ e ω utilizados na tabela 2 foram mantidos, ambos recebendo o valor de 5 unidades. Para estas instâncias adotou-se ainda a oferta de 3 disciplinas por slot e 138 disciplinas por período.

TABELA 5 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA 138 DISCIPLINAS

Instância	Nome	D	D/S	V.F.O.	GAP (%)	Tempo (s)	Disciplinas Atrasadas	Períodos Atrasados
G	UCTTP_600	138	3	186557	0	18000	14	8
H	UCTTP_720	138	3	211074	0	18000	19	12
I	UCTTP_900	138	3	256414	0	18000	57	41

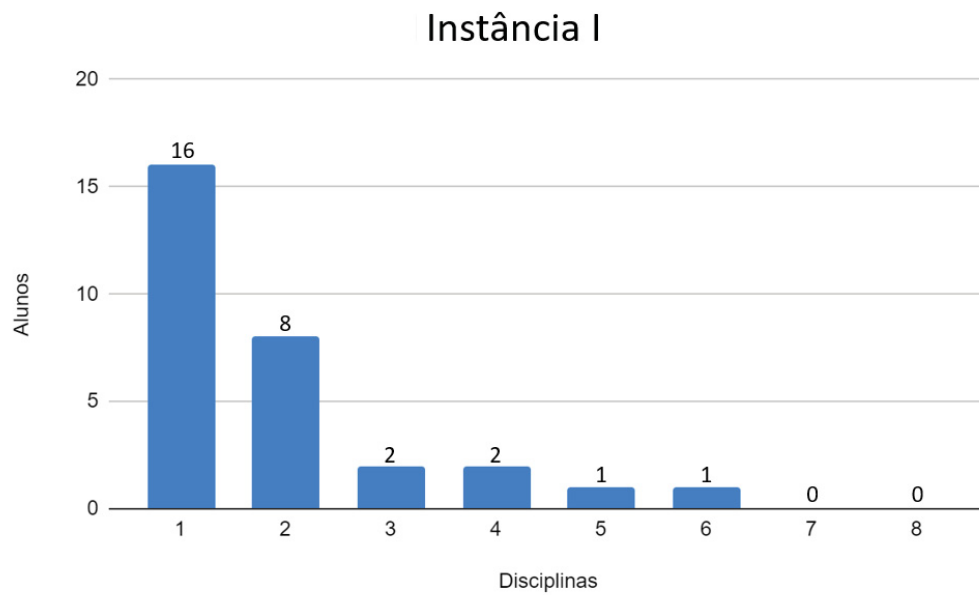
FONTE: O AUTOR (2023)

Como resultado do aumento do número de disciplinas ofertadas, o modelo foi capaz de encontrar o valor ótimo para todas as instâncias dentro do tempo de parada estabelecido em 5:00 horas (18000 segundos).

Para a instância G, a redução do número de disciplinas atrasadas foi de 54,83% quando comparada aos resultados da instância G apresentada na tabela 2. Já em relação aos períodos, a redução foi de 69,23%. Para a instância H, o número de disciplinas atrasadas é 63,46% menor quando comparada a instância H apresentada na tabela 2. Os resultados também demonstram uma redução de 70% para os períodos atrasados em relação a mesma comparação. Por fim, para a instância I, o número de disciplinas atrasadas passou a ser 55,81% menor que os apresentados para a mesma instância apresentada na tabela 2 e 61,32% menos períodos atrasados.

As figuras a seguir ilustram a distribuição do número de disciplinas e períodos atrasadas por alunos para a instância I com 900 discentes.

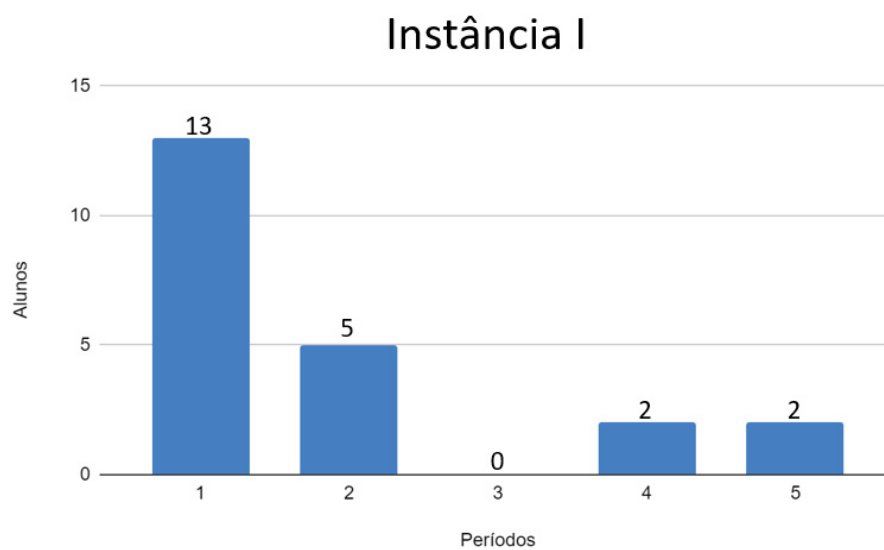
FIGURA 5 – NOVOS ATRASOS DE DISCIPLINAS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I



FONTE: O AUTOR (2023)

Na figura 5 podemos observar uma redução significativa no número de discentes com uma ou duas disciplinas atrasadas. Esse valor é quase 50% menor que o apresentado na figura 2 para a instância I.

FIGURA 6 – NOVOS ATRASOS DE PERÍODOS POR ALUNOS PARA A INSTÂNCIA I



FONTE: O AUTOR (2023)

Na figura 6 é possível ver que a concentração de discentes cursando um ou dois períodos extras foi reduzida para menos de 20 alunos quando comparada diretamente aos resultados da instância I na figura 3. Para os alunos que possuem quatro ou cinco períodos de atraso o algoritmo não foi capaz de reduzir este número em virtude das restrições de pré-requisitos que continuaram sendo adotadas para os testes com essa instância.

Embora seja uma limitação das instituições de ensino, os resultados comprovam que um maior número de disciplinas específicas ofertadas poderia contribuir significativamente para redução do tempo de permanência dos alunos presentes neste curso de graduação.

5 CONCLUSÃO

Na presente dissertação foi apresentado a utilização de um modelo de Programação Inteira Mista (MILP) para a resolução de um problema baseado no *University Course Timetabling Problem* (UCTTP).

A motivação inicial do trabalho foi a definição dos melhores horários para oferta de disciplinas em cada período de um curso de graduação, visando a minimização do número de períodos necessários para que todos os discentes se formem. Para tanto, as estratégias adotadas foram penalizar grades incompletas, penalizar o acúmulo de disciplinas ao decorrer do curso, principalmente aquelas que são pré-requisitos para outras disciplinas e priorizar que as disciplinas sejam realizadas no período regular em que são ofertadas. Além disso, foram utilizados dados reais de um determinado curso de graduação de uma universidade pública brasileira para que se torna-se possível a validação do modelo.

A opção pelo uso de um modelo de programação inteira mista ocorreu pela facilidade de implementação computacional e garantia de otimalidade. Dada a escolha do solver, pode-se monitorar as técnicas de otimização utilizadas, a convergência do método e a eficiência computacional do modelo. O uso dessa metodologia também torna este estudo facilmente replicável para outros cursos da universidade abordada. Além disso, realizando pequenos ajustes nas restrições e pesos do modelo, este estudo pode ser replicado em outras instituições de ensino superior.

As soluções atenderam ao objetivo proposto, uma vez que, ao utilizar os dados obtidos com a resolução do problema abordado obtemos informações valiosas para determinar o melhor slot para oferta de cada disciplina de tal modo que se garanta a minimização do número de períodos para conclusão da graduação. Ademais, conseguiu-se também analisar quais disciplinas precisam de um número maior de oferta.

Pela especificidade do problema abordado, torna-se difícil realizar uma comparação dos resultados com outros trabalhos presentes na literatura, porém, os resultados obtidos mostraram que todas as restrições foram atendidas e satisfeitas dentro de um tempo computacional viável.

Uma vez que a opção pelo MILP demonstrou bons resultados, como propostas para trabalhos futuros sugere-se a adoção de heurísticas que permitam a redução do tempo computacional utilizado para encontrar boas soluções. Além disso, sugere a

implementação de outros fatores que aproximem cada vez mais o modelo do mundo real, como por exemplo, a utilização de uma matriz de preferências/ disponibilidade de professores para evitar conflitos de agendamento ou cenários com possibilidades de reprovações. Ademais, sugere-se também a adoção de outras estratégias que permitam a redução do tempo de permanência dos discentes nas instituições de ensino superior, como a modelagem de grades menos densas, que levem em consideração o grau de dificuldade das disciplinas cursadas em semestre.

REFERÊNCIAS

- ABENSUR, E. O.; OLIVEIRA, R. C. **Um método heurístico construtivo para o problema de grade horária.** Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento. vol. 4, n. 2, p. 230-248, 2012.
- ALVAREZ-VALDES, R.; CRESPO, E.; TAMARIT, J. **Assigning students to course sections using tabu Search.** Annals of Operations Research, vol. 96, p. 1-16, 2000.
- ARIAS-OSORIO, J; MORA-ESQUIVEL, A. **A solution to the university course timetabling problem using a hybrid method based on genetic algorithms.** DYNA, vol. 87, p. 47-56, 2020.
- ARRATIA- MARTINEZ, N.; MAYA-PADRON, C.; AVILA-TORRES, P. **University Course Timetabling Problem with Professor Assignment.** Mathematical Problems in Engineering, vol. 2021, p. 1-9, 2021.
- ASHAM, G. M.; SOLIMAN, M. M.; RAMADAN, A. R. **Trans genetic coloring approach for timetabling problem.** Artificial intelligence techniques novel approaches & practical applications, p. 17–25, 2011.
- BABAEI, H.; KARIMPOUR, J.; HADIDI, A. **A survey of approaches for University Course Timetabling Problem.** Computers & Industrial Engineering, vol. 86, p. 43-59, 2015.
- BIANQUINI, I. R.; DA SILVA, O. J. H.; NETO, W. C. B. **Algoritmo genético distribuído para problema de Timetabling.** Brazilian Journal of Development, vol. 8, n. 5, p. 36421–36444, 2022.
- BOLAJI, A. L.; KHADER, A. T.; AL-BETAR, M. A.; AWADALLAH, M. A. **University Course Timetabling using hybridized artificial bee colony with hill climbing optimizer.** Journal of Computational Science, vol. 5, n. 5, p. 809–818, 2014.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas. Ministério da Educação. **Censo da Educação Superior.** Brasília – DF, 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-da-educacao-superior/resultados>>. Acesso em: 4 jul. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Superior. **Diretrizes gerais do programa de apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais: REUNI.** Brasília – DF, 2007c. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/sesu/arquivos/pdf/diretrizesreuni>>. Acesso em: 4 jul. 2023.
- BURKE, E.; MCCOLLUM, B.; MEISELS, A; PETROVIC, S. **A graph-based hyper-heuristic for educational timetabling problems.** European Journal of Operational Research, vol. 176, p. 177–192, 2007.
- BURKE, E.; DE WERRA, D.; KINGSTON, J. **Applications to Timetabling.** In: Gross, J. L.; Yellen, J. Graph Theory. [S.1.]: CRC Press, Cap 5, 2003.

CARVALHO, A. S.; MARIANO, G. P.; KAMPKE, E. H.; MAURI, G. R. **Simulated Annealing Aplicado ao Problema de Programação de Horários do CCA-UFES**. XVIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha, vol. 1. p. 1-12, 2015.

CARVALHO, R. **Abordagem Heurística para o Problema de Programação de Horários de Cursos**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

DE WERRA, D. **Construction of school timetables by flow methods**. INFOR. n.9, p. 12-22, 1971.

DE WERRA, D. **Constraints of Availability in Timetabling and Scheduling**. Practice and Theory of Automated Timetabling IV. 4th International Conference, PATAT 2002. Gent, Belgium, August 21-23, 2002. Selected Revised Papers. Publisher Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003, p. 3-23, 2003.

DORNELES, A. P. **A Matheuristic Approach for Solving the High School Timetabling Problem**. Thesis presented in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of Computer Science. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015.

GONÇALVES, L. C. N. I.; UCHOA, E. **Otimização em instituições de ensino superior em massa: Uma abordagem estratégica usando conceitos de APS**. XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Bento Gonçalves, p. 680-691, 2010.

KRIPKA, R. M. L.; KRIPKA, M.; SILVA, M. C. **Formulação para o problema de alocação de salas de aula com minimização de deslocamentos**. XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. p. 1941-1951, 2011.

MAYER, A.; NOTHEGGER, C.; CHWATAL, A.; RAIDL, G. **Solving the post enrolment course timetabling problem by ant colony optimization**. Proceedings of the 7th international conference on the practice and theory of automated timetabling, 2008.

MIRHASSANI, S. A.; HABIBI, F. **Solutions Approaches to the Course Timetabling Problem**. Artificial Intelligence Review. vol. 32, n. 2, p. 133-149, 2013.

MURRAY, K.; MULLER, T.; RUDOVA, H. **Modelling and solution of a complex University Course Timetabling Problem**. Lectures notes in computer Science. vol. 3867, p. 189-209, 2007.

NOGAREDA, A.; CAMACHO, D. **Optimizing satisfaction in a multi-courses allocation problem combined with a timetabling problem**. Soft Computing, vol. 21, n. 17, p. 4873-4882, 2017.

QUEIROZ, D. L. D.; NEPOMUCENO, N. V. **Um modelo em programação linear inteira para alocação de disciplinas: Um estudo de caso no curso de ciência da**

computação da universidade de fortaleza. XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, p. 2914–2925, 2017.

SCHAERF, A. **A survey of automated timetabling**. Artificial Intelligence Review, Vol. 13, p. 87-127, 1999.

SUBRAMANIAN, A. et al. **Aplicação da metaheurística busca tabu ao problema de alocação de aulas a sala em uma instituição universitária**. Revista Produção Online. vol. 11, n. 1, p. 54-75, 2011.

TRIPATHY, A. **School Timetabling – A Case in Large Binary Integer Linear Programming**. Management Science, Vol. 30, p. 1473-1489, 1984.

Apêndice A

TABELA 6 – OFERTA DE DISCIPLINAS PARA OS 4 PRIMEIROS PERIODOS DE PLANEJAMENTO

Disciplinas	1º Período				2º Período				3º Período				4º Período											
	S	T	Q	Q	S	S	S	T	Q	Q	S	S	S	T	Q	Q	S	S	S	T	Q	Q	S	S
D1			■							■														■
D2					■						■													■
D3	■																							■
D4				■																				■
D5						■																		■
D6		■					■																	■
D7								■																■
D8					■				■															■
D9		■																						■
D10	■																							■
D11			■																					■
D12				■																				■
D13	■																							■
D14			■																					■
D15						■																		■
D16		■																						■
D17																								■
D18				■																				■
D19	■																							■
D20																								■
D21			■																					■
D22				■																				■
D23						■																		■
D24		■																						■
D25																								■
D26			■																					■
D27	■																							■
D28				■																				■
D29																								■
D30																								■
D31		■																						■
D32	■																							■
D33																								■
D34			■																					■
D35				■																				■
D36	■																							■
D37																								■
D38		■																						■
D39			■																					■
D40																								■
D41		■																						■
D42	■																							■
D43			■																					■
D44																								■
D45	■																							■
D46																								■

FONTE: O AUTOR

TABELA 7 – OFERTA DE DISCIPLINAS PARA OS 4 ÚLTIMOS PERÍODOS DE PLANEJAMENTO

Disciplinas	5º Período						6º Período						7º Período						8º Período					
	S	T	Q	Q	S	S	S	T	Q	Q	S	S	S	T	Q	Q	S	S	S	T	Q	Q	S	S
D1																								
D2																								
D3																								
D4																								
D5																								
D6																								
D7																								
D8																								
D9																								
D10																								
D11																								
D12																								
D13																								
D14																								
D15																								
D16																								
D17																								
D18																								
D19																								
D20																								
D21																								
D22																								
D23																								
D24																								
D25																								
D26																								
D27																								
D28																								
D29																								
D30																								
D31																								
D32																								
D33																								
D34																								
D35																								
D36																								
D37																								
D38																								
D39																								
D40																								
D41																								
D42																								
D43																								
D44																								
D45																								
D46																								

FONTE: O AUTOR