A FUNÇÃO GAMA DE EULER

João Victor Vargas Dias Baptista[1], Jucimar Peruzzo[2]

A sequência de números fatoriais não pode ser interpolada através de uma combinação finita de somas, produtos, exponenciais e logaritmos, sendo necessário recorrer a métodos que utilizam o infinito para a formulação de uma função. Dentre as ilimitadas funções contínuas que fazem esta interpolação, a Função Gama é a mais importante. Considerada a principal função especial da Matemática, a Função Gama surgiu inicialmente como uma generalização da noção de fatorial, antes limitado para os inteiros positivos, para os reais positivos. Nosso objetivo neste trabalho é estudar as propriedades fundamentais desta função para compreender seu comportamento, entender como é possível o processo de generalização e calcular resultados antes impossíveis com o fatorial comum, como (-1/2!), por exemplo. A metodologia utilizada se dividiu em duas: pesquisa bibliográfica de vários teoremas, características importantes, origem histórica e formulações da função, e também uma análise teórico-conceitual do que foi estudado, através de uma reflexão sobre a existência da função como um objeto matemático e uma reinterpretação de seu significado. A partir da pesquisa, chegamos a vários resultados. O produtório infinito que representa a estrutura dos fatoriais pode ser reformulado para assumir a forma convencional de integral. Mostramos o motivo de certas propriedades gráficas da Função Gama através de fórmulas importantes, como a do logaritmo convexo, da reflexão e da fatorização. A produção de singularidades nos inteiros negativos ocorre porque a função respeita a relação funcional $f(x+1) = x.f(x)$, que também é utilizada para estendê-la aos reais negativos. Demonstramos o teorema de Bohr-Mollerup, que prova que a Função Gama de Euler é a única função definida para $x>0$ que é positiva, respeita $f(1)=1$, satisfaz $f(x+1) = x.f(x)$ e é convexa logaritmicamente. Calculamos um valor exemplar (-1/2!) através da Função Gama, resultando em 1,77245385090… que é igual a raiz quadrada de pi. Concluímos que a estrutura da fórmula de fatorial para inteiros positivos representa a estrutura das permutações de n objetos, enquanto que a generalização para sistemas numéricos mais abrangentes faz com que não exista mais uma correspondência entre o processo original e a equação. Portanto, os resultados não naturais da Função Gama não possuem significado, devendo ser considerados abstratos. A própria função, em última instância, é apenas uma invenção que respeita algumas regras preestabelecidas pela estrutura matemática utilizada.

Palavras-chave: Fatorial, Função Especial, Relações Funcionais, Matemática Pura, Filosofia da Matemática.

[1] Apresentador(a)/ Autor(a) para correspondência: johndbvargas310@gmail.com
[2] Orientador(a)