

Aplicación de leyes fundamentales de la densidad a bosques de *Nothofagus*: I. Regla de los $-3/2$ o ley del autorraleo

Applicability of density rules on *Nothofagus* forests:

I. The $-3/2$ power law or self-thinning

LUIS CHAUCHARD, RENATO SBRANCIA, MARCELO GONZALEZ,
LEONARDO MARESCA, ALBERTO RABINO

Asentamiento Universitario San Martín de los Andes, Universidad Nacional del Comahue,
Delegación Regional Patagonia, Administración de Parques Nacionales,
Estación Experimental Bariloche, Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria,
Casilla Correo 3, (8370) San Martín de los Andes, Argentina.

SUMMARY

To understand the dynamic of *Nothofagus* forests in Argentina's Northern Patagonia, the behaviour of some fundamental biological laws related to stand density and mortality were studied. This paper presents the results of applying the law of $-3/2$ or self-thinning rule to pure and mixed stands of *Nothofagus* species. Although there are many equations related to this law, it was decided to mainly work with the potential relationship between number of trees and the mean diameter of the stand (Reineke 1933). Also, the mean volume and number of trees relationship was examined. Data from temporal and permanent sample plots were used. For the different forest types, different equation adjustments were made with two different methods: regression and graphical analysis. Two maximum linear trends for size-density relationship were obtained: the first one up to a diameter of 30 cm and the second one over this size. The equations adjustment by means of two methods resulted in a steeper slope than the universal -1.605 . The stands containing *N. nervosa* displayed the lowest maximum density line. The behaviour of the law was characterised. Also, the Relative Density Index for *Nothofagus* forests was determined.

Key words: self-thinning, *Nothofagus*, density, forest management.

RESUMEN

Con el fin de interpretar la dinámica de los bosques de *Nothofagus* de Norpatagonia-Argentina, se han estudiado los comportamientos de algunas leyes fundamentales relacionadas con la densidad y mortalidad de los rodales. En este artículo se expondrán los resultados obtenidos al aplicar dos expresiones relacionadas con la ley de los $-3/2$ o del autorraleo a los bosques puros y mixtos de *Nothofagus*. Del conjunto de expresiones relacionadas con esta ley se decidió trabajar más profundamente con la relación potencial entre el número de árboles y el diámetro promedio del rodal (Reineke 1933). Se emplearon datos provenientes de parcelas temporales y permanentes. La función se ajustó por dos procedimientos: regresión y gráfico o manual, que se estudiaron para diferentes tipos forestales. Se diferenciaron dos tendencias máximas lineales de la relación tamaño-densidad, la primera hasta un diámetro de 30 cm, y la segunda por encima de este último. Los dos métodos de ajuste dieron pendientes predominantemente superiores a la universal (-1.605), siendo los rodales con presencia de *N. nervosa*, los que presentaron la línea de densidad máxima más baja. Se logró caracterizar el comportamiento de la ley en los bosques de *Nothofagus* y se definió la expresión del índice de Densidad Relativa para los mismos.

Palabras claves: autorraleo, *Nothofagus*, densidad, manejo forestal.

INTRODUCCION

Las decisiones que se requieren tomar para el manejo de rodales serán más acertadas cuando cuenten con información sobre la dinámica de esos rodales y los parámetros asociados a ella. Sobre los bosques mixtos de *Nothofagus* la mayor parte de los estudios realizados han sido sobre las comunidades chilenas, lográndose importantes aportes al conocimiento de sus dinámicas. Dos importantes obras de Donoso (1990, 1993) vuelcan el estado del conocimiento sobre estos temas. Del lado argentino los avances no han sido muy significativos y el presente artículo refleja el esfuerzo por elaborar herramientas que ayuden a la toma de decisiones en el manejo de rodales de *Nothofagus* y que posean una base en la dinámica de las especies involucradas.

Para ello se han estudiado los comportamientos de algunas leyes fundamentales relacionadas con la densidad y mortalidad de rodales, aplicadas a los bosques mixtos de *Nothofagus* de Norpatagonia.

Este estudio se enmarca en la investigación que se ha iniciado sobre la Dinámica y Manejo del Bosque Mixto de *Nothofagus*, cuyo objetivo es el de elaborar modelos de crecimiento y rendimiento que permitan predecir y describir los cambios en bosques de *Nothofagus*, con el fin de planificar su manejo sustentable.

Estas leyes de la densidad permiten aportar información para iniciar la cuantificación de estrategias de manejo de rodales, y se tornan más importantes cuando no existen herramientas de base para la predicción del crecimiento y rendimiento.

Si bien para su análisis se pueden emplear datos temporales, de los que se obtienen rutinariamente en los inventarios forestales, la información más valiosa proviene de series de datos de parcelas permanentes.

En este artículo se exponen los resultados de la aplicación de dos expresiones, tamaño-densidad, relacionadas con la regla de los $-3/2$ o ley del raleo natural, a los bosques puros y mixtos de *Nothofagus*.

ANTECEDENTES

Con un sustento biológico y dinámico, la ley sobre la que se apoyan las relaciones tamaño-densidad es la "Regla de los $-3/2$ ", que describe en rodales regulares el comportamiento de variables

relacionadas con el tamaño y la densidad de los mismos en condiciones extremas de ocupación. Esta ley también se denomina "Ley del Autorraleo" de poblaciones vegetales, pues analiza la mortalidad ocasionada por la competencia extrema en poblaciones regulares (Chauchard *et al.* 1995).

Según Torres Rojo (1985), el primero en estudiar experimentalmente el fenómeno del autorraleo fue Sukatchew (1928), quien usó una planta herbácea (*Matricaria inodora*), para demostrar que poblaciones de mayor densidad y fertilidad presentaban una mayor mortalidad; pero fue Yoda *et al.* (1963) quienes descubrieron la existencia de una relación matemática entre el peso medio de la población y el número máximo de individuos vivos de la misma y la expresaron formalmente, llamándola "Ley del autorraleo o ley de los $-3/2$ ".

Matemáticamente vinculadas son las expresiones que relacionan el volumen, la altura o el diámetro del árbol promedio con el número de individuos en la superficie de referencia (Long y Smith 1984, Fassola y Brandan 1991, Avery y Burkhardt 1994).

Una de estas expresiones relacionadas con la ley del autorraleo ya había sido expresada con anterioridad a Yoda *et al.* (1963) por Reineke (1933), quien desarrolló un índice de Densidad del Rodal, a partir de descubrir que cualquier rodal puro, bien poblado y de edad uniforme, tiene aproximadamente el mismo número de árboles por unidad de superficie que cualquier otro rodal puro, bien poblado y de edad uniforme de la misma especie y que tenga el mismo diámetro promedio que aquél (Daniel *et al.* 1982). La expresión de Reineke es matemáticamente similar a la de Yoda *et al.*, pero con el empleo de los pares de datos *Número de árboles/ha-Diámetro Promedio Cuadrático del rodal*.

En definitiva, la ley del raleo natural es posible expresarla de diferentes maneras, las que se resumen en las siguientes ecuaciones lineales:

Ley de Densidad del Rodal de Reineke (1933): relaciona la población límite en cuanto al número máximo de árboles por hectárea (N), para cada diámetro promedio del rodal (Dp):

$$\log N + 1.605 \cdot \log Dp = \text{constante}$$

Ley de los $-3/2$, del raleo natural o del autorraleo (1963): relaciona la población límite (N), para cada peso promedio de planta. En términos forestales

la ley se aplica con el volumen del árbol promedio (V_p):

$$\log N + 1.5 \cdot \log V_p = \text{constante}$$

La ley también se puede expresar en relación al volumen total por hectárea del rodal (V_t):

$$\log N + 0.5 \cdot \log V_t = \text{constante}$$

En la Argentina se encontraron antecedentes de la aplicación de estas leyes, para el desarrollo de diagramas de manejo de la densidad para *Pinus elliotii* (Day y Gonda 1987), para *Araucaria angustifolia* (Fassola y Brandan 1991) y en particular en la Patagonia para *Nothofagus pumilio* (Rechene y Gonda 1992, Gonda *et al.* 1993) y *Pseudotsuga menziesii* (Andenmatten *et al.* 1995).

Estas leyes que establecen relaciones lineales entre variables de densidad y de tamaño, universalizan las pendientes de las mismas, por ello una de nuestras primeras investigaciones consistió en determinar si las leyes se cumplen en rodales de *Nothofagus*, en lo que se refiere a relaciones lineales y pendientes y en sus posibles aplicaciones para la planificación silvicultural.

Si bien se ha generado un interesante desarrollo de los diagramas de manejo de la densidad bajo la hipótesis de universalidad de las leyes fundamentales de la densidad, algunos autores han remarcado algunas limitaciones prácticas (Zeide 1987, Vanclay 1994), entre ellas:

1. Las relaciones indican el número de árboles residuales o sobrevivientes, pero no los árboles que murieron, por lo que, entonces, se necesitan otros supuestos. Muchos modelos asumen que la muerte ocurre a expensas de los árboles pequeños, pero esto no es necesariamente correcto.
2. No indican muertes por causas que no sean relacionadas con la competencia, por ejemplo: clima, lesión física y algunas pestes y enfermedades. Estas pueden contribuir con una proporción sustancial de la mortalidad total. Por ejemplo, la mitad de la mortalidad juvenil en bosques tropicales puede ser debida a causas físicas.
3. La relación tamaño-densidad puede no ser lineal, con lo que la pendiente puede no ser constante. Una pendiente constante supone que:
 - a) la acción combinada de crecimiento de co-

pas-autorraleso mantiene el canopy cerrado, y,

- b) plantas de una misma especie son geométricamente similares en su forma o estructura, sin hacer caso de la etapa de crecimiento y la condición del hábitat.

Estas dos suposiciones no pueden explicar hechos como el de que la muerte de un árbol crea un hueco en el canopy, el cual no puede ser cubierto inmediatamente por la expansión de las copas de los árboles vecinos.

4. Puede haber problemas en identificar el comienzo de la mortalidad denso-dependiente y en obtener estimadores confiables de los coeficientes que describen la relación.
5. A menos que el rodal sea puro, regular y bien espaciado (como por ejemplo una plantación), la relación es inadecuada para expresar la condición del rodal a partir de los datos, por ejemplo provenientes de una parcela, y expresar el comienzo de la mortalidad denso-dependiente, que puede no ocurrir en todos los sectores del rodal al mismo tiempo.

Para demostrar la universalidad de la regla de los $-3/2$ para todas las plantas, Harper (1977) gráfico el logaritmo del volumen del árbol promedio sobre el logaritmo del número de árboles por hectárea después de raleo, para plantaciones de varias especies de coníferas bien manejadas en el Reino Unido. Observó que los coeficientes de las pendientes para varias especies variaron de -1.74 a -1.82 , en lugar del teórico -1.5 . Si Harper hubiera graficado la misma relación antes del raleo, hubiera descubierto que los coeficientes de la pendiente de estas plantaciones estaban muy cerca de $-3/2$ o -1.5 (Day y Gonda 1987).

Rechene y Gonda (1992), estudiando la relación de Reineke en rodales de *N. pumilio* de la Provincia de Chubut, encontraron, empleando regresión lineal con datos promedios de rodales bien poblados, una pendiente de -1.934 , y con base en ésta establecieron los parámetros para la aplicación del sistema silvícola de Cortas Sucesivas de Protección.

A pesar de las limitaciones ya expuestas, el concepto de densidad límite del rodal ofrece una herramienta potente de planificación cuando no se cuenta con suficiente información silvícola de base.

Reineke (1933) desarrolló un índice de Densidad del Rodal (IDR), estableciendo el comportamiento de variables tamaño-densidad en rodales

con máximas densidades. Este IDR permite comparar densidades de rodales coetáneos sin importar su edad y calidad de sitio. El IDR se obtiene a través de la ecuación potencial, ya descrita, con una pendiente de -1.605 y permite determinar, para un rodal regular de una determinada especie, el número de árboles que habría en el mismo con un diámetro de referencia de 10 pulgadas (25 cm).

El problema radica en analizar si los *Nothofagus*, que crecen en la región norpatagónica, en tipos forestales puros y mixtos, responden a una tendencia máxima general de desarrollo natural y si a la vez ésta responde a la ley universal con pendientes de autorraleo de -1.605 y -3/2, según la expresión que se trate.

MATERIALES Y METODOS

Para realizar el estudio se emplearon 361 parcelas temporales y 51 parcelas permanentes, provenientes de cuatro Cuarteles Forestales, tres de ellos localizados en la Cuenca del Lago Lácar, en jurisdicción de la Reserva Nacional Lanin, y uno en la Cuenca del Lago Pilhue, todos en la provincia del Neuquén. Las especies estudiadas conforman distintos tipos forestales y son las siguientes: *Nothofagus nervosa* (Phil.) Dim. et Mil - raulí, *N. obliqua* (Mirb.) Oersted - roble pellín, *N. dombeyi* (Mirb.) Oersted - coihue y *N. Pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser - lenga. Para el presente artículo se consideraron los tipos forestales con las especies *N. nervosa*, *N. obliqua* y *N. dombeyi*.

Las parcelas temporales fueron medidas inicialmente en los inventarios forestales realizados para los correspondientes Planes de Ordenación, en los años 1988, 1989 y 1994 (Chauchard 1988, Chauchard 1989 y González Peñalba *et al.* 1994).

Todas estas parcelas tienen un tamaño de 500 metros cuadrados y son de forma circular. Fueron dispuestas con un diseño sistemático cuyas intensidades fueron de una parcela cada 3 hectáreas o 3.75 hectáreas, según el plan de ordenación.

Para obtener los diferentes parámetros dasométricos necesarios para el estudio se reprocesaron todas las parcelas con los mismos programas de computadora y funciones de volumen, puesto que éstos fueron variando de un estudio a otro. Con la información se conformó una base de datos.

La información de salida consistió en: frecuencia/hectárea; área basal/ha, diámetro a la altura

del pecho promedio cuadrático (Dp), volumen total/ha y volumen promedio. Esta información se clasificó por tipo forestal y fase de desarrollo dominante.

Los volúmenes totales se calcularon en metros cúbicos con corteza, con funciones locales que usan el diámetro a la altura del pecho (Dap) como variable predictora.

Los tipos forestales se determinaron en función del área basal por especie. Una especie se consideró dominante cuando su participación superaba el 60% del área basal total de la parcela. Los tipos forestales se denominaron con el/los nombre/s de la/s especie/s involucrada/s, salvo en el caso de la participación de tres especies, caso en el cual se lo denominó bosque mixto.

Se clasificaron las fases de desarrollo dominantes de acuerdo a los estados de: brinzal, latizal, fustal bajo, fustal alto y oquedal, empleando principalmente al Dap promedio como indicador. Las etapas de brinzal y latizal constituyen las fases juveniles de renoval, la de fustal bajo una etapa intermedia de inmadurez, la de fustal alto la de madurez y la de oquedal la de sobremadurez.

EXPRESIONES DE LAS LEYES FUNDAMENTALES DE LA DENSIDAD

Las relaciones tamaño-densidad estudiadas, que constituyen el límite de referencia superior de densidad por encima del cual no es posible que desarrollen los rodales, son las siguientes:

- 1) Relación Frecuencia (N) (N° Árboles/ha) - Dap promedio cuadrático del rodal (Dp),

$$\text{Log } N = \text{Log } a - b \text{ Log } Dp \quad (1)$$

- 2) Relación Frecuencia (N) - Volumen Promedio del rodal (Vp),

$$\text{Log } Vp = \text{Log } a - b \text{ Log } N \quad (2)$$

En ambas expresiones, a y b son los parámetros de ajuste que se corresponden con el intercepto o parámetro independiente y la pendiente, respectivamente.

Se ha trabajado principalmente con la relación (1) y ello es debido a que el diámetro es la medida

más accesible, precisa y mejor correlacionada con el área de copa. La expresión (2) fue estudiada solamente para el conjunto de los datos (sin discriminar por tipos forestales).

En la determinación del comportamiento de las densidades máximas se tuvieron que resolver dos problemas: el primero, cómo establecer las fases de desarrollo que entrarían en análisis y, el segundo, cómo seleccionar las parcelas que tienen densidades máximas. El primero se resolvió gráficamente.

Para probar la aplicabilidad de la hipótesis de universalidad de la ley del autorraleo a los bosques mixtos de *Nothofagus*, se granearon todos los datos sin diferenciar o segregar. Para ello se volcaron los pares de datos tamaño-densidad provenientes de las parcelas, en un par de ejes coordenados a escala logarítmica. Con estos gráficos se analizaron tendencias de las densidades máximas para las distintas fases de desarrollo, con el fin de determinar la zona de probable aplicación de las leyes.

A partir de tales gráficos se analizó entonces a) si existe una tendencia lineal máxima de las densidades y en consecuencia el método que permitiría determinar; b) los parámetros de esta relación y si la pendiente de ésta tiene semejanza con las pendientes universales de las ecuaciones (1) y (2).

Para la selección de las parcelas de máxima densidad se dividió la base de datos por clases diamétricas de 10 cm de amplitud a partir de una Dap de 10 cm. Para cada clase diamétrica se probaron cuatro formas de selección de parcelas de máxima densidad: las tres primeras consistieron en seleccionar el 10%, el 20% y el 30% de las parcelas con máxima densidad en área basal, mientras que la cuarta forma consistió en seleccionar aquellas parcelas cuyas densidades superaban a la media más un desvío de la densidad expresada en área basal.

Tras la selección de los datos de las parcelas de máxima densidad, se analizó la cantidad de datos que finalmente quedaron por clase diamétrica y su dispersión; este análisis se realizó sobre el gráfico doble logaritmo de las variables tamaño-densidad. En aquellas clases en las que había mucha dispersión se eliminaron los datos inferiores al promedio de la clase. También se eliminaron algunos datos dudosos, provenientes de parcelas con densidades muy por encima de la nube de puntos y que no se pudieron certificar en el campo.

Se emplearon dos técnicas de ajuste de la línea de máxima densidad. Se ha utilizado también una tercera técnica de ajuste: por análisis de componentes principales, que como no se ha completado para los tipos forestales no se presenta en este artículo.¹

1ª Técnica: trazado a mano alzada de la tendencia dominante (método gráfico). Esta técnica fue empleada por muchos autores (Drew y Flewelling 1977, 1979, Reineke 1933); consiste en trazar manualmente, y realizando una apreciación visual de los datos seleccionados y graneados en coordenadas doble logarítmica, la recta dominante promedio máxima.

2ª Técnica: ajuste por regresión de los pares de datos seleccionados. El ajuste fue evaluado a través del Coeficiente de Determinación (R²), Error Estándar de la Estimación (EEE), Prueba de t (Student) para los coeficientes, Prueba de F (Snedecor) para la regresión y Análisis visual del ajuste (Bondad).

Para realizar los ajustes por especie se consideraron por separado las parcelas en que una determinada especie estaba presente en el tipo forestal. Para analizar *N. obliqua*, por ejemplo, se consideraron los tipos: *N. obliqua*, *N. obliqua-N. nervosa*, *N. obliqua-N. dombeyi* y aquellos con las tres especies presentes. Se graficaron los datos correspondientes a cada tipo forestal, y luego se ajustaron las rectas por las técnicas nombradas y entre los rangos diamétricos previamente definidos.

Los resultados arrojados por las dos técnicas de ajuste se confrontaron con los dados por la relación universal con la pendiente -1.605. Para esta confrontación se diseñó una prueba vista la complicación de no poder emplear pruebas estadísticas para los casos de ajuste gráfico y la de la recta universal, debido a que no se les puede determinar variabilidad (varianza). La prueba consistió en determinar, para cada clase diamétrica, la densidad expresada en área basal por hectárea, a partir de la frecuencia y diámetro promedio dados por cada una de las relaciones establecidas. Finalmen-

¹ Esta técnica ha sido recomendada por Newton (1987) y Zeide (1987), como un método alternativo para hallar la recta de ajuste de la nube de puntos, que no emplea el criterio de mínimos cuadrados. En nuestro estudio se ha aplicado para la nube conjunta de máxima densidad obteniendo un valor de la pendiente de -1,80.

te, se realizó la adición de las áreas basales por clases y se establecieron las diferencias porcentuales entre las áreas basales de dichas relaciones. A esta sumatoria de áreas basales por clases diamétricas, originadas a partir de la línea de máxima densidad, se la denominó "producción bruta teórica" (PBT).

Para establecer la función (1) global para *Nothofagus* se promediaron los parámetros (interceptos y pendientes), obtenidos por los diferentes métodos de ajuste con el conjunto de datos sin discriminar por tipos forestales. Finalmente, la función global fue confrontada, por un lado, con la nube de puntos de máxima densidad seleccionada inicialmente, y por otro, contra las pendientes halladas en las parcelas permanentes en las que se registró mortalidad en el período de estudio. Estos registros obtenidos en las parcelas se graficaron junto a la expresión ajustada y además se calculó la pendiente promedio de mortalidad.

Una vez determinada la expresión de máxima densidad referida a las variables "N° de árboles-Diámetro promedio" del rodal, se estableció la correspondiente al "índice de Densidad del Rodal" (Reineke 1933) para los bosques mixtos de *Nothofagus*.

El IDR ha sido ampliamente desarrollado por diversos autores (Reineke 1933, Daniel *et al.* 1982, Clutter *et al.* 1983, Davis y Johnson 1987); la intención ha sido realizar un análisis práctico del mismo para los bosques de *Nothofagus*, una vez establecida la línea de densidad máxima particular.

RESULTADOS Y DISCUSION

La ley de autorraleo se basa en la mortalidad regular originada en el proceso de competencia de rodales o partes de éstos, regulares o coetáneos inmaduros para ir adecuándose a la mejor utilización del sitio, de manera que sería inapropiado tratar de interpretarla en fases de extrema madurez (o sobremadurez). Además estas etapas finales del desarrollo del rodal carecerían de interés silvicultural pues difícilmente un rodal bajo manejo alcance dichas etapas (y sus dimensiones). De manera que el problema se circunscribió a interpretar la relación de máximas densidades en rodales juveniles, inmaduros y maduros.

La figura la permite apreciar el dominio de las fases fustal-oquedal en la muestra total, estando

las fases tempranas hasta un diámetro promedio de 30 cm, representadas por pocas muestras. Las figuras la y 1b representan las nubes de puntos de los pares de datos estudiados y el comportamiento de las mismas. Se observa que existe un límite superior claro, que indica las máximas densidades que un rodal de *Nothofagus* puede alcanzar.

También puede observarse que existen dos tendencias claras en la zona de densidades máximas, señalizadas a través de las rectas; la primera con una pendiente suave que abarca las fases de renovales hasta aproximadamente un diámetro promedio de 30-35 cm, mientras que la segunda, con una pendiente superior, comienza en la fase de fustal bajo hasta las fases maduras.

Como consecuencia de ello se decidió estudiar la ley de autorraleo en los rodales con diámetros promedio entre 30 y 80 cm, postergando la interpretación del fenómeno en las fases de desarrollo juveniles hasta que se aumente la muestra de dichas fases en similar medida que las de fustales. Con ello se podrá confirmar la existencia de una tendencia temprana diferencial.

De las cuatro formas que se probaron para seleccionar los pares de datos de máxima densidad, se optó por aquella que segregaba por clases diamétricas de 10 cm los datos cuya densidad en área basal superaba al promedio más un desvío estándar, puesto que presentaba un mejor agrupamiento de los datos. Analizada la dispersión que presentaban los mismos por clase diamétrica, se eliminaron algunos de los datos inferiores de la primera clase diamétrica, de entre 30 y 40 cm.

Con esta nueva base de datos se estudió el comportamiento de la ley universal a través de los ajustes de la ecuación (1) por los dos métodos citados. Los resultados de los ajustes son los siguientes:

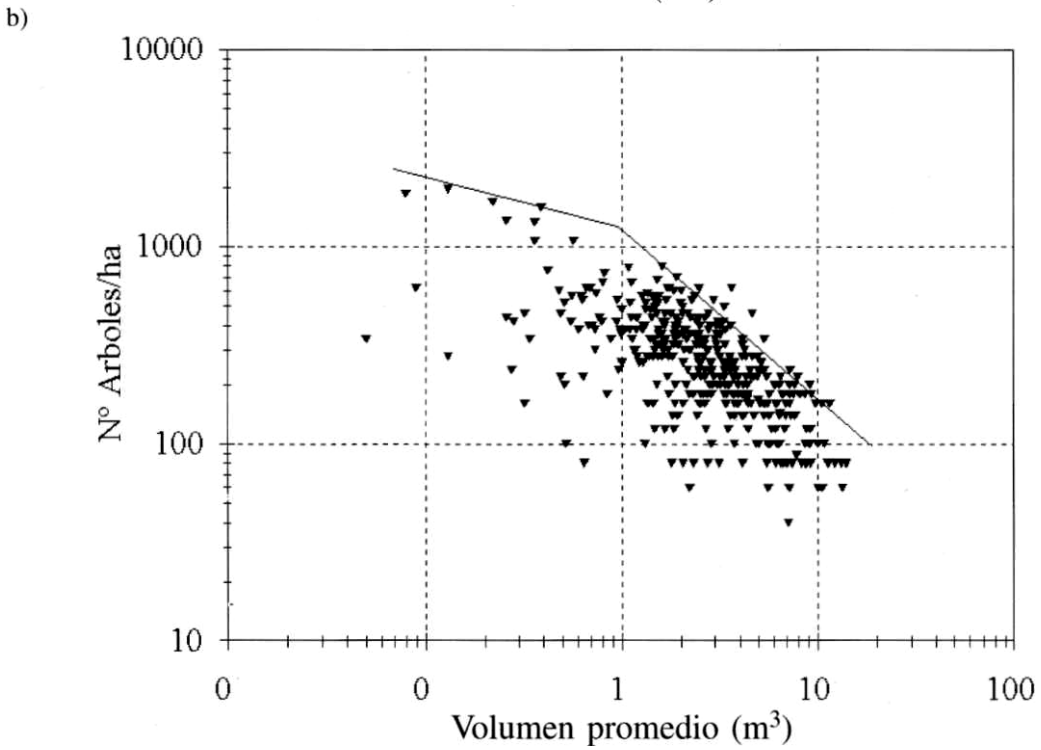
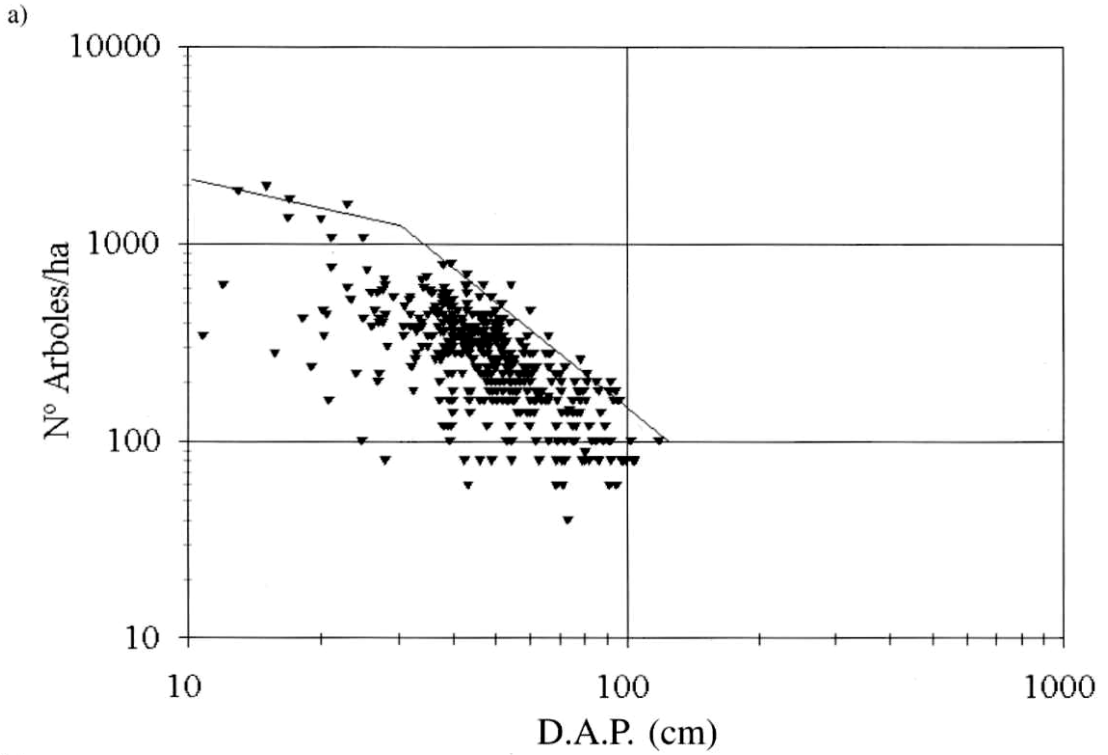
Ajuste gráfico o manual: este ajuste no tiene evaluación estadística. La expresión resultante es la siguiente:

$$N = 435347.57 \quad Dp^{-1.74895} \quad (3)$$

$$\log N = 12.9839 - 1.74895 \log Dp$$

donde:

- N : Número de árboles por hectárea.
- Dp : Diámetro promedio cuadrático del rodal.
- 1.748 : Pendiente de la relación.



Figuras 1a, 1b. Nubes de puntos tamaño-densidad y sus tendencias. A: relación de Reineke; B: relación de los $-3/2$. Las tendencias en ambos gráficos se pueden apreciar claramente.

Size-density data and their tendencies. A: Reineke's relationship; B: $-3/2$ law relationship.

Regresión 1: este ajuste se realizó con los datos individuales de las parcelas seleccionadas como de máxima densidad, sin efectuar ningún agrupamiento por clases diamétricas. El tamaño de la submuestra seleccionada fue de 42 parcelas. El resultado es el siguiente:

$$N = 269170.42 \quad Dp^{-1.64433} \quad (4)$$

$$\log N = 12.5031 - 1.64433 \log Dp$$

R2: 89.0% - EEE: 0.131 - F(1.40): 323 **

donde:

- R2 Coeficiente de determinación.
- EEE Error estándar de la estimación.
- F Prueba de Snedecor.

Regresión 2: se ajustaron los mismos datos de la base de datos anterior, pero ahora promediándolos por clases diamétricas de 10 cm de amplitud.

$$N = 309310.22 \quad Dp^{-1.68432} \quad (5)$$

$$\log N = 12.6421 - 1.68432 \log Dp$$

R2: 99.6% - EEE: 0.032 - F(1.3): 837.5 **

Se puede observar en la figura 2 que las curvas son muy próximas, más allá de las diferencias cuantitativas de sus parámetros. De manera que ello otorga un rango bastante amplio de pendientes posibles sin que existan diferencias grandes en las bondades de la relación. La proximidad de las líneas para pendientes tan diferentes es originada por la compensación que realizan los diferentes valores del intercepto.

En el cuadro 1 se pueden apreciar los buenos estadísticos que dieron los ajustes para las diferentes especies y el conjunto. Al igual que con los ajustes de las funciones globales, las curvas ajustadas para los diferentes tipos forestales son muy similares a pesar de las diferencias entre los valores de sus parámetros.

Estas apreciaciones se ven ratificadas al comparar las producciones brutas teóricas (PBT) en área basal que cada curva genera (cuadros 2 y 3). Al comparar el ajuste de Reineke vs los de regresión y gráfico se observa que las diferencias en las PBT son insignificantes (cuadro 2). Si la comparación se realiza entre los ajustes global y por especies (cuadro 3), sólo *N. nervosa* arroja una diferencia notable del -28.4%; además presenta una dispersión de los datos con una leve tendencia

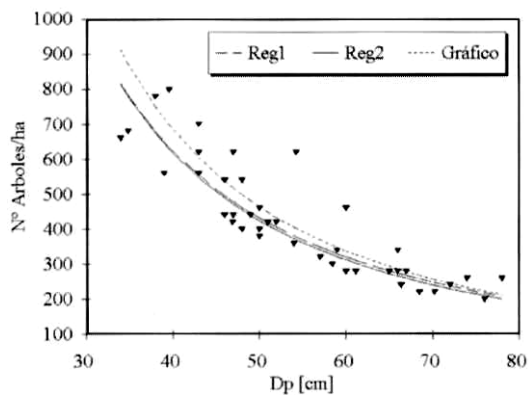


Figura 2. Datos seleccionados de máxima densidad y las curvas ajustadas por los diferentes métodos. *Reg. 1:* regresión entre datos individuales, *Reg. 2:* regresión entre valores promedios por clases diamétricas y *Gráfico:* ajuste gráfico o manual.

Selected data of maximum density and fitted curves for the different methods *Reg. 1.* regression of individual data, *Reg. 2:* regression of diameter class averages and *Gráfico,* graphical fitting.

curvilínea. Esta diferencia indica que *N. nervosa* presenta un nivel de la línea de densidad máxima sensiblemente inferior al resto y ello puede estar demostrando una menor capacidad para soportar la competencia, mientras la dispersión no lineal de los datos de máxima densidad detectada podría deberse a una base de datos inadecuada en lo que respecta a densidades máximas.

Sin embargo, atendiendo al empleo de esta línea de referencia superior en el desarrollo de los diagramas de manejo de la densidad, el parámetro más importante está dado por el valor de la pendiente y en menor medida por el del intercepto. Y en este sentido se ha demostrado con los resultados expuestos que variaciones importantes de la pendiente no generan grandes diferencias en la producción bruta teórica en área basal (cuadros 2 y 3). Por otro lado, en virtud de la evidencia que se tiene hasta el momento, la planificación silvicultural de rodales puros de *N. nervosa* deberá tener en cuenta este nivel superior inferior al resto de las especies estudiadas.

El número de muestras de *N. obliqua* (15) fue inferior respecto a las otras especies (42 para *N. nervosa* y 31 para *N. dombeiyi*), sin embargo, la tendencia lineal es clara.

CUADRO 1

Coefficientes y estadísticos de los diferentes ajustes para cada especie y para el conjunto. Los estadísticos son el coeficiente de determinación (R2) y el error estándar de la estimación (EEE), mientras que "a" y "b" son los parámetros ajustados.

Coefficients and statistics from different adjustments for each species and for all them (global). The statistics used are determination coefficient (R2) and standard error of estimation (EEE), "a" and "b" are the equation parameters.

<i>N. nervosa</i> (42 datos)					<i>N. obliqua</i> (14 datos)			
	a	b	R2	EEE	a	b	R2	EEE
Regresión 1	12.2984	-1.682	75.8	0.157	12.6388	-1.685	92.8	0.105
Regresión 2	12.2319	-1.656	99.9	0.003	12.9013	-1.739	98.9	0.043
Manual	12.3398	-1.675			12.5213	-1.660		
Promedio	12.290	-1.671			12.687	-1.694		

<i>N. dombeyi</i> (31 datos)					<i>Todas (global)</i> (42 datos)			
	a	b	R2	EEE	a	b	R2	EEE
Regresión 1	12.4187	-1.619	88.2	0.131	12.5031	-1.644	89.0	0.131
Regresión 2	12.0822	-1.538	98.1	0.067	12.6421	-1.684	99.6	0.032
Manual	12.7464	-1.710			12.9839	-1.749		
Promedio	12.416	-1.622			12.710	-1.693		

CUADRO 2

Comparación entre las producciones brutas teóricas entre las líneas de máxima densidad empleando la pendiente universal (-1.605) y las particulares ajustadas por los métodos de regresión y gráfico,

b: pendiente; a: intercepto; N: número de árboles/ha y AB: área basal/ha.

Comparison between the theoretical gross production using universal slope (-1.605) and those adjusted with regression and graphic methods, b: slope; a: intercept;

N: stem/ha and AB: basal area/ha.

	Regresión		Reineke regresión		Gráfico		Reineke gráfico	
b	1.664		1.605		1.749		1.605	
a	12.575		12.338		12.984		12.409	
DAP	N	AB	N	AB	N	AB	N	AB
30	1007	71.2	972	68.7	1136	80.3	1043	73.7
40	624	78.4	612	77.0	687	86.3	657	82.6
50	430	84.5	428	84.0	465	91.3	460	90.2
60	318	89.8	319	90.3	338	95.6	343	97.0
70	246	94.6	249	96.0	258	99.4	268	103.1
80	197	98.9	201	101.2	204	102.7	216	108.6
		517.3		517.2		555.6		555.2

En el cuadro 3 se observa que las diferencias en la PBT en área basal pueden no ser significativas, por la compensación que realiza el intercepto de cada relación. Si se considera la correlación que existe entre el área basal y el volumen total por hectárea, el concepto se puede extender a la producción teórica en volumen.

Respecto a la bondad de los ajustes por tipos forestales, el análisis visual de los mismos ha permitido corroborar los resultados satisfactorios dados por los estadísticos (figura 3). Se observa la proximidad de las tres curvas obtenidas, cuyas diferencias se ha demostrado no son importantes para la predicción de la producción.

CUADRO 3

Comparación entre las producciones brutas teóricas de las diferentes especies y el conjunto,
 b: pendiente; a: intercepto; N: número de árboles/ha y AB: área basal/ha.
 Theoretical gross production: Comparison between different species and total
 b: slope; a: intercept; N: stem/ha and AB: basal area/ha.

	Todas		<i>N. nervosa</i>		<i>N. obliqua</i>		<i>N. dombeyi</i>	
b	1.693		1.671		1.694		1.622	
a	12.710		12.290		12.687		12.416	
DAP	N	AB	N	AB	N	AB	N	AB
30	1046	74.0	740	52.3	1016	71.8	990	70.0
40	643	80.8	457	57.5	624	78.4	621	78.0
50	441	86.6	315	61.9	428	84.0	432	84.9
60	324	91.5	232	65.7	314	88.8	322	90.9
70	249	96.0	180	69.1	242	93.1	250	96.4
80	199	100.0	144	72.2	193	96.9	202	101.3
Suma	528.9		378.7		513.0		521.5	
Diferencia (%)	-		-28.4		-3.0		-1.4	

En virtud de que las diferencias encontradas en las estimaciones de la producción son bajas, se infiere que los resultados de la predicción de cualquier producción bruta teórica, asociada a la máxima densidad y representada por cualquiera de estas rectas, diferirán entre sí, en no más del 5%. Estas pequeñas diferencias se mantendrán para el cálculo de la producción teórica de cualquier régimen de manejo que se elabore bajo esta ley y expresada dicha producción tanto en área basal como en volumen total considerando la estrecha relación que existe entre ambas variables.

Si bien las diferentes pendientes no generan consecuencias significativas en las densidades

máximas de los rodales, dichas pendientes son reiteradamente superiores respecto de la universal de Reineke. Por ello se consideró apropiado establecer una pendiente propia de autorraleo o mortalidad regular bajo máxima competencia para estos bosques mixtos de *Nothofagus*.

Para establecer la pendiente de las máximas densidades, para rodales regulares con diámetros promedios de 30 a 80 cm, se emplearon los valores de los coeficientes promedios obtenidos a partir de los ajustes por regresión y gráfico (cuadro 3). Estos valores indicarían que la pendiente general de autorraleo del bosque mixto de *Nothofagus* se encuentra entre los valores de -1.65 y -1.75.

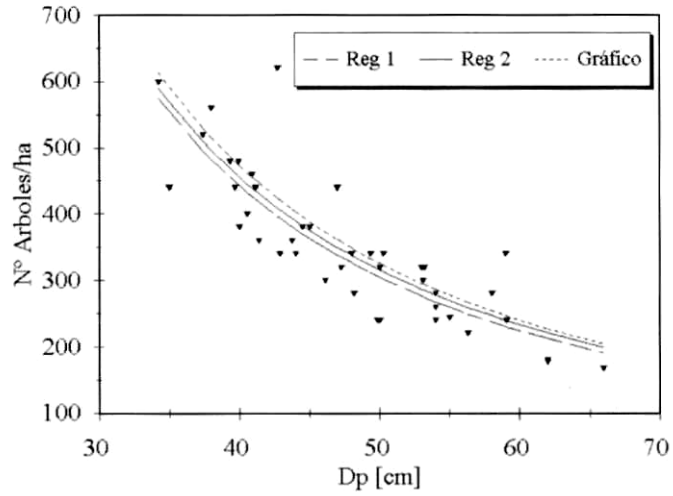
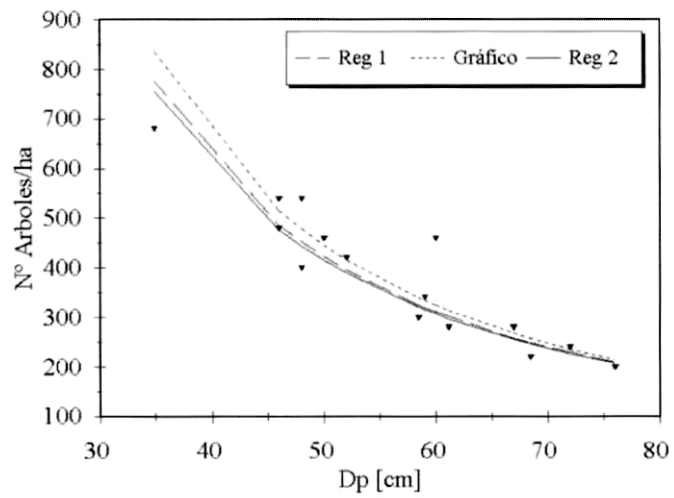
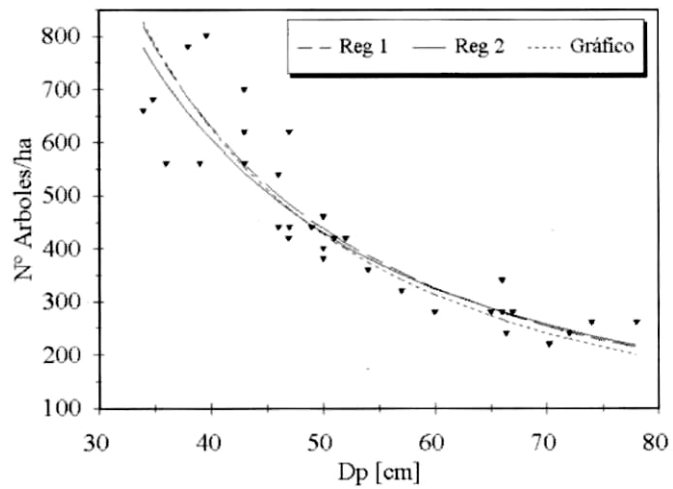
N. nervosa*N. obliqua**N. dombeyi*

Figura 3. Líneas de máxima densidad para cada especie, ajustadas por los métodos de regresión y gráfico. *Reg. 1*: regresión entre datos individuales; *Reg. 2*: regresión entre valores promedios por clases diamétricas y *Gráfico*: ajuste gráfico o manual.

Maximum density curves for different species, obtained through regression and graphical methods. *Reg. 1*: regression of individual data; *Reg. 2*: regression of class diameter averages and *Gráfico*: graphical fitting.

La ecuación para representar la línea de referencia superior o de máxima densidad para *Nothofagus* puede expresarse como sigue:

$$N = 330942.53 Dp - 1.693 \quad (6)$$

o

$$\log N = 12.7097 - 1.693 \log Dp \quad (7)$$

Para comprobar el comportamiento de la línea de máxima densidad como expresión del raleo natural, se determinaron las pendientes generadas por los cambios en la densidad en aquellas parcelas donde se registró mortalidad para el período de estudio, las cuales se compararon con la citada línea.

En 13 parcelas permanentes se registró mortalidad. Las pendientes oscilaron en general entre valores cercanos a -1 y -2, con un valor promedio de -1.69 (cuadro 4). Para obtener dicho promedio no se utilizaron los valores positivos y los correspondientes a parcela en bosques sobremaduros, pues la mortandad se produjo en árboles en estado de desmoronamiento, es decir, no fue originada por el proceso de competencia.

El valor promedio de -1.69 es similar al estimado por los ajustes, aunque los valores de las pendientes individuales son muy variables. A pesar de ello se rescata, por un lado, la existencia de una tendencia general con la que en los bosques de *Nothofagus* se produce la mortalidad regular por competencia, y, por otro, la de un claro límite en las densidades máximas que estos bosques pueden alcanzar naturalmente. Esto último es expresado con independencia de las pendientes de autorraleo que efectivamente posean estos bosques; el límite superior es claramente identificable.

Se puede apreciar en la figura 4 el paralelismo que existe entre la línea de referencia superior y las tendencias en las parcelas permanentes, a pesar de las diferencias cuantitativas encontradas. También puede observarse que sólo en dos de ellas se ha alcanzado la máxima densidad, una con el 120% y la otra con el 90% de la densidad máxima promedio; en las restantes se ha registrado mortalidad con el 80% y menos de la densidad límite (cuadro 4). Ello indica que el proceso de autorraleo comienza mucho antes de alcanzar las densidades máximas definidas por la línea de referencia superior, por lo menos para los sitios donde se hallan estas parcelas permanentes.

CUADRO 4

Cálculo de la pendiente de mortalidad y determinación del IDR y el % de Densidad Máxima (IDR parcela/IDR máximo), de cada parcela permanente.

Mortality slope and IDR determination and percentage of maximum density (IDR stand/maximum IDR) for each permanent plot.

PN°	Inicial			Final			Pendiente	% densidad máxima
	N	Dp	IDR	N	Dp	IDR		
49	380	45.7	775	340	49.3	788	1.47	75
30	420	33.2	499	360	38.2	542	1.10	52
26	280	51.6	701	240	55.5	680	2.12	65
181	360	41.2	616	340	42.7	618	1.60	59
29	380	37	542	340	39.6	544	1.64	52
45	220	57.4	660	200	60.6	658	1.76	63
5	340	49.2	786	320	51.6	801	1.27	77
12	520	39.6	832	480	42.5	866	1.13	83
44	380	37.3	549	340	39.3	537	2.13	51
16	200	75.9	963	180	79.5	937	2.27	90
33	420	25.4	317	400	27.7	349	0.56	33
67	300	35	389	260	36.4	361	3.65	34
72	540	48.8	1231	500	51.8	1261	1.29	120

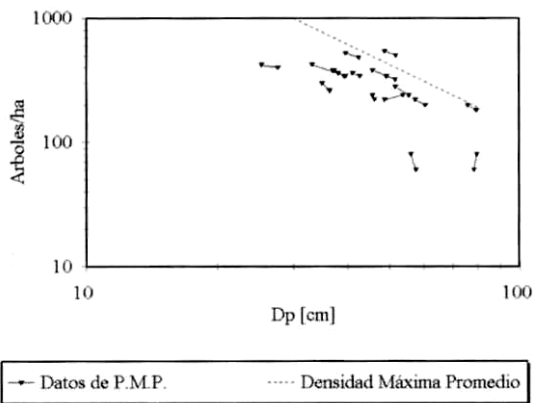


Figura 4. Evolución de la densidad de 13 parcelas permanentes en donde se registró mortalidad y la línea de referencia superior o de raleo natural establecida para el bosque mixto de *Nothofagus*.

Density trends from 13 permanent plots where mortality was observed and self-thinning curve of mixed *Nothofagus* forests.

Una vez establecida la expresión de la ley del raleo natural, se ajustó el cálculo del índice de Densidad del Rodal (Reineke), que presenta dos peculiaridades en función de los resultados obtenidos: una pendiente particular con un valor de -1.693 y un diámetro promedio de referencia del rodal de 30 cm, en lugar del diámetro tradicional de 25 cm o 10 pulgadas.

El hecho de adoptar un diámetro de 10 pulgadas tiene la ventaja que simplifica los cálculos, ya que el logaritmo de base 10 del valor 10 es uno, pero en virtud de los resultados expuestos, considerar este diámetro promedio de referencia presenta la desventaja de que el IDR resultante es un número de árboles por unidad de superficie que difícilmente se pueda encontrar en rodales de *Nothofagus*. Esto se debe a la existencia de al menos dos tendencias más o menos claras de densidades máximas, una para la fase juvenil (hasta un diámetro promedio de 30 cm) y otra para la inmadura y madura; de ello se deduce que emplear como referencia un diámetro inferior a 30 cm con la presente tendencia se estaría referenciando la densidad para el cálculo del IDR a un número sobreestimado de árboles posibles.

Por ello se propone adaptar el IDR para los bosques de *Nothofagus*, elevando el diámetro de

referencia a 30 cm, a partir del cual la pendiente de autorraleo para las densidades máximas sería de -1.693. Por lo tanto, la expresión del IDR quedaría:

$$IDR = e^{(1 \log N + 1.6931 \log Dp - 1.6931 \log 30)} \quad (8)$$

El IDR para la máxima densidad sería 1.046 árboles/ha. Pero esta densidad máxima no sería comparable, a través del IDR, para rodales de *Nothofagus* con diámetros promedios inferiores a 30 cm, pues como se indicó la expresión (11) no estaría dando resultados reales de densidades por debajo de dicho diámetro promedio.

Si se determinan los IDR para las densidades iniciales dadas en el cuadro 4, se puede analizar cómo se está produciendo el raleo natural en los rodales estudiados con parcelas permanentes. De acuerdo a los resultados expuestos se puede deducir que la mortalidad comienza con IDR entre 500 y 600 para diámetros promedios entre 30 y 40 cm, elevándose a IDR entre 700 y 800 para diámetros promedios mayores. Esto significa que en rodales inmaduros con diámetros promedios entre 30 y 40 cm la mortalidad se está produciendo con el 50 % de la densidad máxima, e inclusive con porcentajes inferiores, mientras que con diámetros mayores la mortalidad se produce entre el 60-85% de la densidad máxima (figura 5).

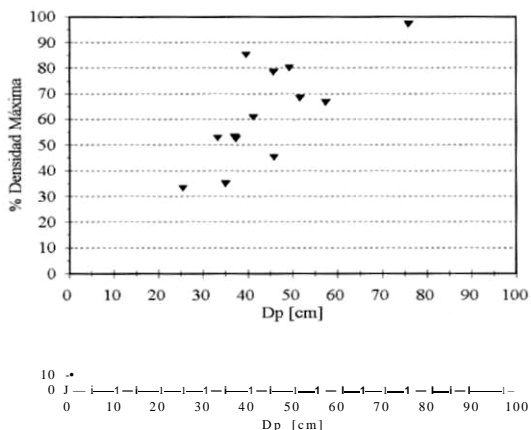


Figura 5. Porcentaje de la densidad máxima (% Densidad Máxima) con la que comienza a producirse la mortalidad en diferentes rodales.

Relative maximum density of stands where the mortality begins.

En cuanto a la relación (2), que expresa el raleo natural a densidades máximas empleando la variable "volumen promedio del rodal", se ha encontrado también un comportamiento lineal (figura 1b) diferencial respecto de la ley universal. Los resultados de los ajustes por regresión y gráfico son los siguientes:

Gráficamente:

$$\text{Log } V_p = 8.34579 - 1.202 \log N$$

o

(9)

$$V_p = 4212.41 N - 1.202$$

Donde:

V_p : Volumen promedio del rodal (m^3).
 N : Número de árboles/ha.

Regresión 1: con 42 datos individuales de máxima densidad.

$$\text{Log } V_p = 8.44526 - 1.228 \log N$$

o

(10)

$$V_p = 4652.97 N - 1.228$$

R2: 88%, EEE: 0.179, F(1.40): 286**

Regresión 2: con datos promedios por clases diamétricas.

$$\text{Log } V_p = 8.95282 - 1.311 \log N$$

o

(11)

$$V_p = 7729.66 N - 1.311$$

R2: 99%, EEE: 0.075, F(1.3): 253**

La expresión promedio de la ley del autorraleo es la siguiente:

$$\text{Log } V_p = 8.58129 - 1.247 \log N$$

o

(12)

$$V_p = 5330.98 N - 1.247$$

Dado que esta expresión emplea la variable "volumen promedio del rodal", que no se mide directamente en el rodal como sí sucede con el diámetro, su aplicación práctica es más restringida que la de la función (1).

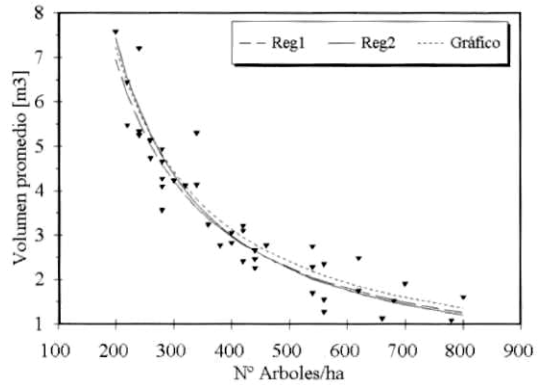


Figura 6. Curvas de ajuste de la ley del raleo natural empleando los métodos de regresión y gráfico con los datos de máxima densidad seleccionados. Self-thinning curves adjusted through regression and graphic methods from selected density maximum data.

CONCLUSIONES

En los bosques de *Nothofagus* hay al menos dos tendencias de las densidades máximas. La primera se produce hasta un diámetro promedio de rodal de 30 cm y la segunda por encima de este diámetro.

Los estudios de la segunda tendencia aquí expuestos han definido una pendiente promedio de máxima densidad de -1.693, superior a la universal (-1.605). La variación de la pendiente entre las especies respecto de la pendiente universal no genera diferencias significativas en la producción bruta teórica del rodal. La expresión global de la ley queda de esta manera:

$$N = 330942.53 D_p - 1.693$$

o

$$\text{Log } N = 12.7097 - 1.693 \log D_p$$

Sin embargo, es de esperar que en los rodales con una significativa participación de *N. nervosa* la densidad máxima de autorraleo sea inferior a la del resto de las especies estudiadas.

Para el estudio del fenómeno en rodales con diámetros promedios menores a 30 cm se debe aumentar el número de muestras y establecer la pendiente característica, pues, desde el punto de vista del manejo del rodal, son éstos los rodales en donde se define la estructura productiva futura o potencial de los mismos. Además se deben estudiar las posibles influencias de las calidades de

sitio en las relaciones entre variables tamaño-densidad

Para los rodales con diámetros promedios superiores a 60 cm no es importante el estudio de la relación, pues tales rodales están ya en un proceso de desmoronamiento y renovación. Por otra parte, difícilmente se manejan rodales de *Nothofagus* con estas dimensiones

En cuanto a la relación entre el volumen promedio del rodal y el número de árboles/ha, también se han encontrado diferencias respecto a los valores universales, quedando la expresión para el bosque mixto de *Nothofagus* de la siguiente manera:

$$\text{Log Vp} = 8.58129 - 1.247 \log N$$

o

$$\text{Vp} = 5330.98 N - 1.247$$

- No se han encontrado diferencias sustanciales en los cálculos de la producción bruta teórica por los cambios de pendiente en la relación Diámetro promedio del rodal y Número de árboles/ha, debido principalmente a la compensación que se produce al variar el valor del intercepto de la relación.
- La mortalidad regular ya se produce con el 50% de la densidad máxima, para diámetros promedios de entre 30 y 40 cm, mientras que para diámetros mayores se produce con el 65-85% de dicha densidad. Es de esperar que la pendiente que la mortalidad produce en la relación tamaño-densidad vaya en aumento a medida que la densidad se acerca a la máxima.
- Si bien se ha notado que las pendientes que la mortalidad genera en la relación tamaño-densidad puede ser muy variable, se observa claramente que esta relación tiene un límite superior claro y de comportamiento lineal (bajo transformación logarítmica) y cuya pendiente se aproxima mucho a la pendiente promedio que el raleo natural ocasiona.
- Se considera que el "Índice de Densidad del Rodal" (IDR) de Reineke (1933) debe basarse en comparaciones factibles de encontrar en la naturaleza, de manera que se propone su empleo para el bosque mixto de *Nothofagus* con un diámetro promedio de referencia de 30 cm, quedando finalmente la siguiente expresión-

$$\text{IDR} = e^{(\log N + 1.6931 \log Dp - 1.693 \log 30)}$$

BIBLIOGRAFIA

- ANDENMATTEN, E., M. REY, F. LETOURNNEAU. 1995. Pino Oregón (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco). Índice de Densidad de Reineke para la Región Andino-Patagónica. Actas de las IV Jornadas Forestales Patagónicas I: 266-271.
- AVERY, T., H. BURKHART. 1994. *Forest Measurements* 4th ed. McGraw-Hill, Inc. 318-349.
- CAMERON, I.R. 1988. An Evaluation of the Density Management Diagram for Coastal Douglas-fir Forest Resource Development Agreement. B.C. Ministry of Forests and Lands Canada, 17 p.
- CHAUCHARD, L.M. 1988. Plan de Manejo del Bosque Mixto de los Lotes 13, 14 y 15 del Ensanche Oeste de la Colonia Maipú. Convenio A.P.N. - E.S.B. (U.N.L.P) Inédito La Plata, Buenos Aires.
- CHAUCHARD, L. 1989. Plan de Ordenación Quilánlahue. Municipalidad de Junín de los Andes-Administración de Parques Nacionales, Inédito. San Martín de los Andes, Neuquén.
- CHAUCHARD, L. M., M. GONZALEZ PEÑALBA, L. MARESCA, A. RABINO, R. SBRANCIA. 1995. Dinámica y manejo del bosque de *Nothofagus*: Aplicación de Leyes Fundamentales de la Densidad de Rodales. IV Jornadas Forestales Patagónicas, I: 106-115.
- CLUTTER, J., J. C. FORSTON, L. V. PIENAAR, G. H. BRISTER, R. L. BAILEY. 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*. Ed. Wiley, New York, 331 p.
- DANIEL, P.W., U.E. HELMS, F. S. BAKER. 1982. *Principios de Silvicultura*. McGraw-Hill, 492 p.
- DAVIS, L.S., K.N. JOHNSON. 1987. *Forest Management* 3th ed. McGraw-Hill, 790 p.
- DAY, R. J. 1985. *Crops Plans in Silviculture*, Lakehead University, School of Forestry Publication, Thunder Bay, Ontario, Canada. Chapters 1-6.
- DAY, R. J., H. E. GONDA. 1987. Un metodo de planificación para el manejo de Pino elliptii en Misiones tendiente a mejorar la producción (traducción del original por los autores) Actas Simposio Silvicultura y Mejoramiento Genético de Especies Forestales. Buenos Aires.
- DONOSO Z., C. 1990. *Ecología Forestal. El Bosque y su Medio Ambiente*. Universitaria. Santiago de Chile.
- DONOSO Z., C. 1993. *Bosques Templados de Chile y Argentina. Variación, Estructura y Dinámica* 1^a ed. Universitaria, Santiago de Chile, 484 p.
- DREW, T.J., J.W. FLEWELLING. 1977. "Some Recent Japanese Theories of Yield-Density Relationships and Their Applications to Monterey Pine Plantations", *Forest Science* 23 (4): 517-534.
- DREW, T. J., J. W. FLEWELLING. 1979. "Stand Density Management: an Alternative Approach and Its Application to Douglas-fir Plantations", *Forest Science*, (3): 518-532.
- FASSOLA, H., S. BRANDAN 1991. Diagrama Preliminar de Manejo de la Densidad para *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Kuntze, en Misiones (Argentina). Convenio I.F.O.N.A.-U.N.A.M. Inédito.
- GONDA, H.E., J.O. BAVA, D.C. RECHENE. 1993. Manejo de los Bosques de Lengua de Chubut. Situación Actual y Propuestas Preliminares. Actas Congreso Forestal Argentino y Latinoamericano, Paraná, Entre Ríos, 9 p.
- GONZALEZ PEÑALBA, C. M., L. M. CHAUCHARD, S. R. CASTAÑEDA. 1994. Plan de Ordenación del Cuartel Yuco Alto. Convenio A.P.N.-M. San Martín de los Andes Inédito. San Martín de los Andes, Neuquén.
- HARPER, J.L. 1977. *Population Biology of Plants*. Academic Press, London, 892 p.

- LONG, J.N., F.W. SMITH. 1984. "Relation Between Size and Density in Development Stands: A Description and Possible Mechanisms", *Forest Ecology and Management* 7: 191-206.
- NEWTON, P. F. 1987. Development of a Stand Density Management Model for Pure Black Spruce Forests Types Within Central Newfoundland. I. Applicability of the Self-Thinning Rule. Forest Service. Forest Growth Modeling and Prediction, General Technical Report. NC-120, 1: 604-610.
- RECHENE, D.C., H.E. GONDA. 1992. *Propuesta Metodológica y Plan de Manejo Preliminar para Lengua en Sitios de Calidad Media de Chubut*. CIEFAP, Publicación Técnica 8: 126-159.
- REINEKE, L.H. 1933. "Perfecting a stand-density index for even-aged forests", *J. Agric. Res.* 46: 627-638.
- TORRES ROJO, J.M. 1985. "Uso de la Curva de Autorraleo para la Estimación de la Producción Bruta Máxima de Rodales Coetáneos", *Revista Ciencia Forestal* 54, 10: 51-64.
- VANCLAY, J.K. 1994. "SYNTHESIS-Growth Models for Tropical Forests: A Synthesis of Models and Methods", *Forest Science* 41 (1): 7-42.
- YODA, KIRA, K.T., H. OGAWA, K. HOZUMI. 1963. "Self-Thinning in Overcrowded Pure Stands Under Cultivated and natural Conditions", *Jour. Biol.* 14: 107-129.
- ZEIDE, B. 1987. "Analysis of the 3/2 Power Law of Self-Thinning", *Forest Science* 33 (2): 517-537.