



**ANALISIS STABILITAS MODEL SIR (*SUSCEPTIBLES, INFECTED, RECOVERED*) PADA PENYEBARAN PENYAKIT CHIKUNGUNYA DI KABUPATEN BATUBARA**

Tri Handayani Sinambela<sup>1</sup>, Fitra Muliani<sup>2</sup>, Ulya Nabilla<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Samudra/Kampus Unsam Meurandeh; Langsa, 24415 Samudra Kampus Unsam Meurandeh

<sup>3</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Teknik, Universitas Samudra

e-mail: [1trisinambela@gmail.com](mailto:1trisinambela@gmail.com), [2fitramuliani@unsam.ac.id](mailto:2fitramuliani@unsam.ac.id), [3ulya.nabilla@unsam.ac.id](mailto:3ulya.nabilla@unsam.ac.id)

**ABSTRAK**

Chikungunya merupakan penyakit endemik atau penyakit menular dan penyakit yang mirip dengan *Dengue* yang diakibatkan oleh virus Chikungunya (CHIK) dan ini dapat ditularkan oleh nyamuk *Aedes Aegypti*. Pengobatan Chikungunya bersifat *Self Limiting* yaitu dapat membatasi diri dan dapat sembuh dengan sendirinya. Dengan menggunakan sistem matematika yaitu model SIR, penyakit CHIK ini dapat dimodelkan dengan nilai parameter dan asumsi yang ada. Pada model ini dapat diperoleh model yang dibentuk berupa sistem persamaan diferensial, dua titik kesetimbangan yaitu bebas penyakit dan endemik, *basic reproduction ratio*, dan analisis kestabilan model disekitar titik kesetimbangan. Penyebaran penyakit Chikungunya ini ditentukan oleh bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ), dimana tujuan  $R_0$  untuk menentukan adanya atau tidak penyebaran penyakit melalui titik kesetimbangan. Hasil untuk kestabilan titik kesetimbangan ditunjukkan melalui simulasi numerik dengan menggunakan *Software Maple13*.

**Kata Kunci:** Chikungunya, Model SIR, Kestabilan Titik Kesetimbangan

**ABSTRACT**

*Chikungunya is an endemic or infectious disease and a disease similar to Dengue which is attacked by the Chikungunya virus (CHIK) and can be transmitted by the Aedes Aegypti mosquito. Chikungunya treatment is Self Limiting, which is self-limiting and can heal on its own. By using a mathematical system, namely the SIR model, this CHIK disease can be modeled with existing parameter values and assumptions. In this model, it can be obtained a model that is formed in the form of a system of differential equations, two points of equilibrium, namely disease-free and endemic, basic reproduction ratio, and a stability analysis of the model around the equilibrium point. The spread of Chikungunya disease is determined by the basic reproduction number ( $R_0$ ), where the objective of  $R_0$  is to determine the presence or absence of disease spread through the equilibrium point. The results for the equilibrium point stability are shown through numerical simulation using Maple13 software.*

**Keywords:** Chikungunya, SIR Model, Equilibrium Point Stability

**1. PENDAHULUAN**

Demam Chikungunya adalah penyakit menular dan dapat disebarkan dengan nyamuk yaitu *Aedes Aegypti*. Hal ini sejalan dengan pendapat (Mahes, 2009 dan Kumar, 2010) menyatakan bahwa penyakit itu, suatu jenis penyakit menular dan mirip dengan penyakit demam berdarah yang dapat ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes Aegypti*.

Penularan penyakit ini bisa menyerang ke semua umur manusia. Apabila seorang yang telah terkena maka tidak dapat ditularkan secara langsung kepada orang lain dan hanya dapat ditularkan melalui gigitan nyamuk. Demam Chikungunya mengakibatkan lumpuh sementara, nyeri otot bisa bertahun – tahun, gangguan saraf, mata, jantung, saluran pencernaan, peradangan

pada ginjal dan hati dan peradangan pada selaput otak.

Penyebaran penyakit Demam Chikungunya dapat menjangkit seseorang dalam satu musim yang sama. Kejadian Luar Biasa (KLB) dilaporkan pada 1982. Meskipun demikian, menurut Ditjen P2P, Kemenkes RI (2018), menyatakan bahwa Indonesia mengalami penurunan kasus Chikungunya pada tahun 2010 – 2012 dimana jumlah kasusnya 52.703, 2.998, 8.870.

Dari data penyebaran penyakit Chikungunya di Indonesia, Provinsi Sumatera Utara juga telah dilaporkan beberapa kasus demam Chikungunya di beberapa daerah. Data dari Dinkes Provinsi Sumatera Utara (2014), rincian data Chikungunya yang masuk, sebagai berikut: Labuhan Batu 151 kasus, Nias 80 kasus, Langkat 70 kasus, Asahan 93 kasus, Padang Lawas 48 kasus, Deli Serdang 123 kasus.

Pada tahun 2013 untuk pertama kali terjadi kasus Chikungunya di Kabupaten Batubara. KLB Chikungunya dilaporkan mengenai Kecamatan Sei Suka. Dari data yang diperoleh Dinas Kesehatan Kabupaten Batubara, tercatat terjadinya wabah Chikungunya di Kecamatan Sei Suka. Hal ini sejalan dengan (Dinkes Provinsi Sumatera Utara, 2020) bahwa kasus terbanyak ditemukan di Desa Dewi Sri 94 kasus menyusul data yang diperoleh dari Puskesmas Kecamatan Sei Suka pada tahun 2014 – 2018 terdapat kasus Chikungunya sebanyak 15, 0, 8, 3, 1. Data yang diperoleh dari Puskesmas Simpang Dolok Kecamatan Lima Puluh pada tahun 2014 – 2018 terdapat kasus Chikungunya sebanyak 6, 6, 13, 9, 5. Sehingga total kasus Chikungunya di Kabupaten Batubara sebanyak 160 kasus.

Tingginya kasus Chikungunya di Kabupaten Batubara karena daerah disana dikelilingi dengan adanya lahan perkebunan terutama kebun sawit, pertanian, pabrik sawit, memelihara ternak-ternak dan lingkungan yang buruk sehingga dapat meningkatkan jumlah nyamuk. Hal ini sejalan dengan pendapat (Dina Novinda, 2020) menyatakan faktor terjadinya Chikungunya karena intensitas hujan selama sebulan lebih yang cukup tinggi sehingga terjadi banjir bandang yang menimpa daerah Kabupaten Batubara dan di daerah kompleks Batubara ini banyak tanaman sawit, pertanian sehingga bisa menjadi penyebab tingginya kasus Chikungunya di Kabupaten Batubara.

Penyebaran penyakit Demam Chikungunya yang terjadi pada suatu populasi dapat di modelkan secara matematis dengan menggunakan model SIR. Dimana model SIR terdapat tiga kelas yaitu *Susceptible* (rentan), *Infected* (terinfeksi) dan *Recovered* (sembuh). Dalam model ini akan

diperoleh bentuk persamaan differensial, yang digunakan untuk menentukan nilai titik kesetimbangan dan menganalisis kestabilan tersebut. Dalam hal ini, titik kesetimbangan terbagi menjadi 2 bagian yaitu: titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik endemik.

Berdasarkan Uraian diatas, maka penulis tertarik melakukan penelitian penyebaran penyakit Demam Chikungunya di Kabupaten Batubara yang berjudul **“Analisis Stabilitas Model SIR (Susceptibles, Infected, Recovered) Pada Penyebaran Penyakit Demam Chikungunya di Kabupaten Batubara”**.

## 2. METODE PENELITIAN

Data penelitian untuk skripsi ini yaitu data sekunder yang diperoleh/dapat dari Dinas Kesehatan Provinsi Sumatera Utara, Pusat Kesehatan Masyarakat Kabupaten Batubara dan Badan Pusat Statistik pada tahun (2013 – 2018).

Langkah-langkah yang dapat dilakukan untuk penelitian analisis stabilita ini yaitu menuliskan asumsi-asumsi dan mendefinisikan parameter yang akan digunakan pada model, selanjutnya akan dimodelkan penyebaran penyakit chikungunya di Kabupaten Batubara, dan menganalisis titik kesetimbangan, menganalisis titik kestabilan dari model (menentukan nilai titik kesetimbangan, matriks Jacobian, nilai eigen, dan nilai  $R_0$ ) menggunakan bantuan software Maple 13, dan melakukan simulasi model.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

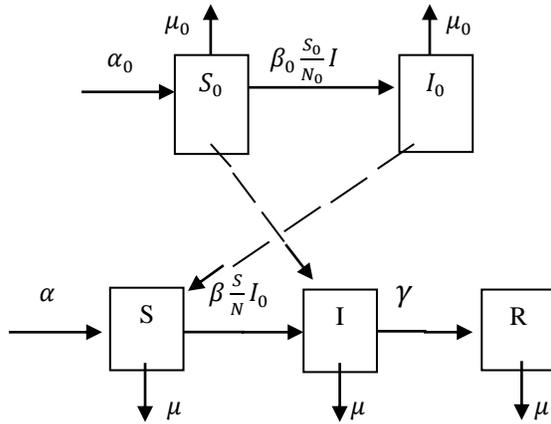
### A. Model

Asumsi yang digunakan dalam model ini adalah Populasi manusia dan populasi nyamuk dianggap tetap (tidak berubah), Populasi manusia (N) yang terdapat 3 kelompok yaitu *Susceptibles*, *Infected* dan *Recovered*, sedangkan Populasi nyamuk ( $N_0$ ) terdapat 2 kelompok yaitu *Susceptible*, dan *Infected*. Penyakit tidak menyebabkan kematian, Chikungunya tidak penyakit turunan sehingga setiap manusia yang lahir sehat, pada manusia yang sudah sembuh dari penyakit maka tidak akan terinfeksi kembali, dikarenakan sudah memiliki kekebalan tubuh.

Parameter – parameter yang digunakan dalam model adalah  $\beta_0$  menyatakan kontak infeksi antara nyamuk yang rentan dengan manusia yang terinfeksi,  $\beta$  kontak infeksi antara manusia yang rentan dengan nyamuk yang terinfeksi,  $\alpha_0$  menyatakan tingkat kelahiran pada populasi nyamuk,  $\mu_0$  menyatakan tingkat kematian pada populasi nyamuk,  $\alpha$  menyatakan tingkat kelahiran pada populasi manusia,  $\mu$  menyatakan kematian

pada populasi manusia,  $\gamma I$  menyatakan tingkat kesembuhan tiap individu.

Berdasarkan asumsi dan parameter maka secara skematis, pola penyebaran penyakit Demam Chikungunya dapat digambarkan dalam diagram berikut:



Gambar 2.1. Model SIR pada penyebaran penyakit Chikungunya

Berdasarkan uraian diatas, model SIR pada penyebaran penyakit Demam Chikungunya dinyatakan dalam model sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \alpha - \mu S - \beta \frac{S}{N} I_0 \\ \frac{dI}{dt} &= \beta \frac{S}{N} I_0 - (\mu + \gamma) I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R \\ \frac{dS_0}{dt} &= \alpha_0 - \mu_0 S_0 - \beta_0 \frac{S_0}{N_0} I \\ \frac{dI_0}{dt} &= \beta_0 \frac{S_0}{N_0} I - \mu_0 I_0 \end{aligned}$$

Dengan kondisi:  $N = S + I + R$  dan  $N_0 = S_0 + I_0$

### B. Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan terdapat dua titik kesetimbangan, yaitu titik bebas penyakit dan endemik. Berikut kedua titik yang dimaksud.

- Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit  $(S, I, R, S_0, I_0) = \left( \frac{\alpha}{\mu}, 0, \frac{\gamma I}{\mu}, \frac{\alpha_0}{\mu_0}, 0 \right)$
- Titik Kesetimbangan Endemik  $S = \frac{(\beta_0 \alpha + \mu_0 N_0 \mu + \mu_0 N_0 \gamma) N \mu_0}{(\mu N \mu_0 + \alpha_0 \beta) \beta_0}$

$$I = \frac{-\alpha_0 \beta \beta_0 \alpha + \mu_0^2 N_0 N \mu^2 + \mu_0^2 N_0 N \mu \gamma}{(N \mu^2 \mu_0 + N \mu \mu_0 \gamma + \alpha_0 \beta \mu + \alpha_0 \beta \gamma) \beta_0}$$

$$R = \frac{\gamma I}{\mu}$$

$$S_0 = \frac{N_0 (N \mu^2 \mu_0 + N \mu \mu_0 \gamma + \alpha_0 \beta \mu + \alpha_0 \beta \gamma)}{\beta (\beta_0 \alpha + \mu_0 N_0 \mu + \mu_0 N_0 \gamma)}$$

$$I_0 = \frac{-\alpha_0 \beta \beta_0 \alpha + \mu_0^2 N_0 N \mu^2 + \mu_0^2 N_0 N \mu \gamma}{\beta (\beta_0 \alpha + \mu_0 N_0 \mu + \mu_0 N_0 \gamma) \mu_0}$$

### C. Titik Kestabilan

Kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit ditentukan berdasarkan nilai karakteristik dari matriks *Jacobian*.

$$J = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 & -\frac{\beta \alpha}{\mu N} \\ 0 & -\mu - \gamma & 0 & 0 & \frac{\beta \alpha}{\mu N} \\ 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\beta_0 \alpha_0}{\mu_0 N_0} & 0 & -\mu_0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta_0 \alpha_0}{\mu_0 N_0} & 0 & 0 & -\mu_0 \end{bmatrix}$$

Didapatkan nilai akar-akarnya yaitu:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \lambda_2 = -\mu, \lambda_3 = -\mu_0, \lambda_4 = \lambda_5 = & -\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 N_0} \left( \mu \mu_0 N_0 \mu N + \right. \\ & \left. \mu_0 N_0 \mu N \gamma + \mu_0^2 N_0 \mu N - \right. \\ & \left. \sqrt{\mu_0^4 N_0^2 \mu N^2 - 2 \mu_0^3 N_0^2 \mu N^2 \mu - 2 \mu_0^3 N_0^2 \mu N^2 \gamma + \mu^2 \mu_0^2 N_0^2 \mu N^2 + 2 \mu \mu_0^2 N_0^2 \mu N^2 \gamma + \right. \\ & \left. \mu_0^2 N_0^2 \mu N^2 \gamma^2 + 4 \mu_0 N_0 \mu N \beta_0 \alpha_0 \beta \alpha} \right) \end{aligned}$$

Dari semua nilai akar persamaan karakteristik polinom menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil, karena karena nilai akar-akarnya bernilai negatif.

### D. Basic Ratio Reproductive ( $R_0^d$ )

$R_0^d$  didefinisikan untuk mengetahui banyaknya jumlah infeksi kedua yang dapat dilakukan oleh individu terinfeksi pertama selama masa terinfeksi. Nilai  $R_0^d$  dapat digunakan sebagai penentu, yaitu ketika  $R_0 < 1$  penyakit tersebut akan hilang, namun ketika  $R_0 > 1$  penyakit akan menuju endemik. Pada skripsi ini, untuk menentukan  $R_0^d$ , maka diperoleh dengan cara membuat sebuah matriks yang disebut sebagai *Next Generation Matriks* (NGM). Matriks NGM ditentukan dari persamaan model SIR pada manusia terinfeksi ( $I$ ) dan nyamuk terinfeksi ( $I_0$ ). Berikut matriks NGM yang diperoleh:

$$NGM = \begin{bmatrix} -\mu - \gamma & \frac{\beta \alpha}{\mu N} \\ \frac{\beta_0 \alpha_0}{\mu_0 N_0} & -\mu_0 \end{bmatrix}$$

Polinom karakteristik yang diperoleh dari matriks NGM adalah:

$$\lambda^2 + (-2\lambda - \mu_0 - \mu - \gamma)\lambda + \frac{-\beta_0 \alpha_0 \beta \alpha + \lambda^2 \mu_0 N_0 \mu N + \lambda \mu \mu_0 N_0 \mu N + \lambda \gamma \mu_0 N_0 \mu N + \mu_0^2 \lambda N_0 \mu N + \mu_0^2 \mu N_0 \mu N + \mu_0^2 \gamma N_0 \mu N}{\mu_0 N_0 \mu N}$$

$$R_0^1 = \frac{\beta_0 \alpha_0 \beta \alpha + \mu_0^2 \mu N_0 \mu N + \mu_0^2 \gamma N_0 \mu N}{\mu \mu_0 N_0 \mu N + \gamma \mu_0 N_0 \mu N + \mu_0^2 N_0 \mu_0 \mu N}$$

Maka diperoleh bahwa model epidemik Demam Chikungunya memiliki nilai  $R_0$  sebesar 0,0002. Karena  $R_0 < 1$ , ini berarti bahwa keadaan

tersebut bebas penyakit atau penyakit tersebut akan hilang.

#### E. Simulasi Model

Simulasi model SIR Demam Chikungunya di Kabupaten Batubara, menggunakan software Maple 13. Simulasi ini dilakukan untuk mengetahui penyebaran penyakit Demam Chikungunya. Untuk simulasi model tersebut, digunakan nilai-nilai parameter seperti berikut:

Tabel e. Nilai Parameter

Notasi	Nilai
$\beta_0$	0,37
$\beta$	0,5
$N_0$	3000
$\mu_0$	0,2857
$\mu$	0,0128
$\gamma$	0,5
$\alpha$	0,0128
$\alpha_0$	0,166

Selain nilai parameter diatas, diperlukan nilai awal dari tiap variabel sebagai berikut:

$$S(0) = 412787$$

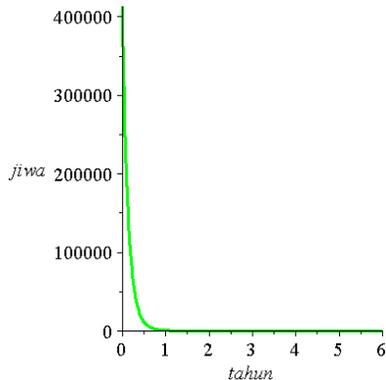
$$I(0) = 160$$

$$R(0) = 45$$

$$S_0(0) = 2400$$

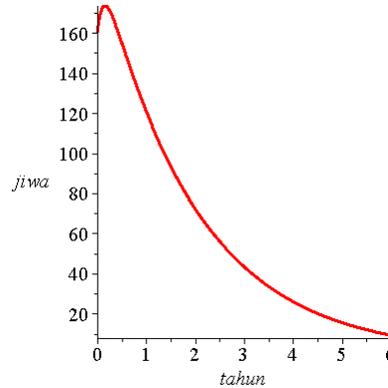
$$I_0(0) = 600$$

Maka didapat grafik:



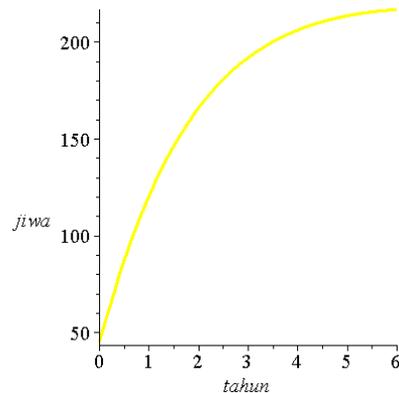
Gambar 1. Simulasi Pada Manusia Rentan ( $S$ )

Berdasarkan hasil simulasi, Gambar 1, tentang perubahan jumlah populasi manusia rentan selama 6 tahun dengan nilai parameter yang telah dibuat pada tabel e terlihat bahwa laju pada manusia rentan ( $S$ ) mengalami penurunan hingga stabil pada waktu  $t = 0,5$  sampai  $t = 6$ . Hal ini terjadi populasi manusia rentan terinfeksi virus Chikungunya dan memasuki kelompok *Infected*.



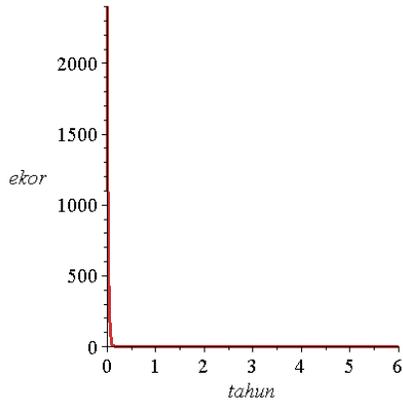
Gambar 2. Simulasi Pada Manusia Terinfeksi ( $I$ )

Gambar 2 menunjukkan bahwa laju pada manusia terinfeksi ( $I$ ) mengalami naik turun. Terlihat laju pertumbuhan manusia terinfeksi naik pada waktu  $t = 0,5$  yaitu 175 jiwa. Kenaikan ini disebabkan manusia rentan (*Susceptible*) menjadi terinfeksi dan masuk ke kelompok (*Infected*). Tetapi selanjutnya populasi manusia terinfeksi ( $I$ ) mengalami penurunan pada waktu  $t = 3$  yaitu 40 jiwa. Penurunan ini dikarenakan karena tidak adanya penambahan dari manusia rentan yang menjadi terinfeksi.



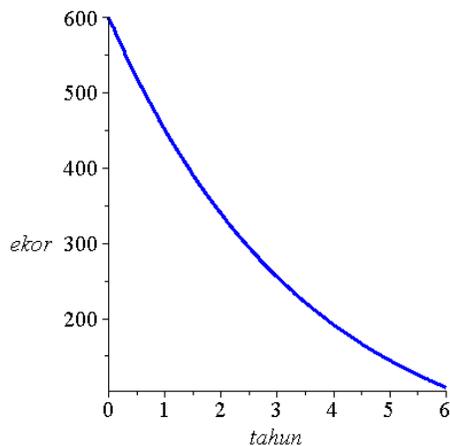
Gambar 3. Simulasi Pada Manusia Sembuh ( $R$ )

Gambar 3 dapat dilihat bahwa jumlah populasi manusia sembuh selalu mengalami peningkatan. Awalnya jumlah manusia sembuh sebanyak 45 jiwa dan meningkat hingga pada waktu  $t = 6$  yaitu 210 jiwa. Hal ini dikarenakan tidak adanya manusia yang terinfeksi dan tidak adanya laju kematian dan hal ini dikarenakan juga karena gigitan nyamuk semakin berkurang, maka jumlah manusia sembuh semakin meningkat.



Gambar 4. Simulasi Pada Nyamuk Rentan ( $S_0$ )

Gambar 4 dapat kita lihat bahwa populasi nyamuk rentan awalnya mencapai 2400 ekor dan mengalami penurunan secara drastis hingga menuju kepunahan. Penurunan ini dikarenakan berkurangnya interaksi antara nyamuk rentan dan manusia terinfeksi.



Gambar 5. Simulasi Pada Nyamuk Terinfeksi ( $I_0$ )

Pada Gambar 5 terlihat bahwa populasi nyamuk terinfeksi yaitu 600 ekor, dan mengalami penurunan hingga stabil. Penurunan ini dikarenakan berkurangnya jumlah nyamuk rentan yang terinfeksi Chikungunya serta nyamuk hanya dapat bertahan hidup selama kurang dari 10 hari.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

##### Kesimpulan

Model penyebaran pada penyakit Demam Chikungunya yaitu model SIR. Pada model SIR ini terdapat dua populasi yaitu populasi manusia dan nyamuk. Pada populasi manusia terdapat 3 kelas yaitu *Susceptible*, *Infected* dan *Recovered*. Sedangkan Populasi nyamuk terdapat 2 kelas yaitu *Susceptible*, *Infected*.

Analisis model matematika SIR untuk penyebaran penyakit Demam Chikungunya di Kabupaten Batubara diperoleh 2 titik yaitu

titik bebas penyakit dan titik endemik. Titik bebas penyakit merupakan kondisi ketika tidak terjadi infeksi Chikungunya pada populasi manusia dan nyamuk. Sedangkan titik endemik merupakan kondisi ketika terjadi infeksi Chikungunya pada populasi manusia dan nyamuk.

##### Saran

Pada skripsi ini, maka saran yang bisa penulis ajukan yaitu membahas model terkait dengan menambahkan variabel pada penyebaran penyakit Demam Chikungunya di Kabupaten Batubara. Seperti pemberian vaksin atau pengobatan untuk penyembuhan Demam Chikungunya dan perlu adanya penelitian berikutnya dengan menerapkan pada pembahasan yang lain dari sebelum-sebelumnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Mahesh, G. dkk. 2009. "A Case Of Bilateral Presumed Chikungunya Neuroretinitis". *Ophthalmol.* Vol 57:148-150.
- Kumar, N.CVM. dkk. 2010. "Association Of ABO Blood Groups With Chikungunya Virus". *Virologi Jurnal* 7:140.
- supriastuti. 2007. *Re-emergency Of Chikungunya Epidemiology and Roles Of Vektor In Transmission Of the Disease [Vol 26 – No,2]*. Universitas Trisakti: Universa Mecina.
- Ditjen P2P, Kemenkes RI. 2018. *Laporan Chikungunya*
- Dinkes Provinsi Sumatera Utara. 2014. *Data Kasus Demam Chikungunya*.
- Dinkes Provinsi Sumatera Utara. 2020. *Data Kasus Demam Chikungunya*.
- Novinda, Dina. 2020. *Faktor Terjadinya Chikungunya*.
- Manguang, Masrizal DT. 2010-2011. *Penyakit Menular Chikungunya*. *Jurnal Kesehatan Masyarakat*.
- Suaedah. 2012. *Model SEIRS-LSEI Pada Penyebaran Penyakit Chikungunya*. Tesis. Universitas Pertanian Bogor.