

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MAYARA FINATTO

**SINTONIA DE LAÇOS DE *ANTI-WINDUP*
BASEADA EM DADOS**

Porto Alegre

2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MAYARA FINATTO

**SINTONIA DE LAÇOS DE *ANTI-WINDUP* BASEADA
EM DADOS**

Projeto de Diplomação II, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheira Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre

2023

Mayara Finatto

SINTONIA DE LAÇOS DE *ANTI-WINDUP* BASEADA EM DADOS

Projeto de Diplomação II, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheira Eletricista.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Diego Eckhard
UFRGS

Prof^a. Dra. Lucíola Campestrini
UFRGS

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores
Orientador - UFRGS

Agradecimentos

Agradeço meus pais Rose e Ari por todo apoio durante a graduação e muito além dela. A minha irmã Amanda e minha avó Iza, por de um jeito ou de outro estarem sempre por perto. Aos amigos que a elétrica me trouxe, há derrotas que são mais engraçadas juntos. Ao meu orientador Jeferson por ser um dos melhores professores que tive a sorte de ter durante a graduação, e por todo apoio que foi essencial para a conclusão deste trabalho. À UFRGS pelo ensino e toda a estrutura fornecida. A Gabrieli, Luiza, Jonathan, Leonardo, Vicente, Helena e Amanda. Obrigada por tudo, esse caminho teria sido muito mais difícil sem vocês.

Resumo

Este trabalho trata da sintonia de laços de *anti-windup* no âmbito de controle baseado em dados a partir da proposição de um método intitulado *Virtual Anti-Windup Tuning* (VAWT). A partir de uma fatoração coprímia do controlador, a saída do sistema com saturação é dividida em duas parcelas: a resposta nominal, que seria a resposta do sistema sem saturação; e o desvio em relação à resposta nominal, causado pela saturação do sinal de controle. Considerando que esse desvio na resposta nominal pode ser representado como um distúrbio de entrada, o método VDFT é adaptado para projetar um laço de *anti-windup* dinâmico que resulte na resposta especificada por um dado modelo de referência. Simulações em Matlab/Simulink® são utilizadas para avaliar o impacto de algumas escolhas de projeto como o modelo de referência desejado e o sinal de coleta de dados. Foi observado que, em alguns casos, a escolha do modelo de referência permite regular quanto tempo o sistema permanece saturado. Além disso, para algumas plantas, foi observada uma melhora significativa do seguimento de referência quando comparado ao laço de *anti-windup* estático baseado nos ganhos do controlador usualmente empregado na literatura.

Palavras-chave: *Anti-windup*. Saturação. Controle baseado em dados. VAWT. VRFT. VDFT.

Abstract

This work deals with anti-windup tuning in the field of data-driven design accordingly to the proposition of a method entitled Virtual Anti-Windup Tuning (VAWT). Based on a coprime factorization of the controller, the system output with saturation is separated into two parts: the nominal response, which would be the system response without saturation; and the deviation from the nominal response caused by the control signal saturation. Considering that this deviation in the nominal response can be represented as an input disturbance, the VDFT method is adapted to design a dynamic anti-windup loop that results in the response specified by a given reference model. Matlab/Simulink® simulations are used to evaluate the impact of some design choices such as the desired reference model and the data collection signal. It was observed that, in some cases, the choice of the reference model allows the regulation of how long the system remains saturated. Furthermore, for some plants, a significant improvement in the reference tracking was observed when compared to the static anti-windup loop based on the gains of the controller usually used in the literature.

Keywords: Anti-windup. Saturation. Data-driven design. VAWT. VRFT. VDFT.

Lista de Figuras

Figura 1 – Experimento para a obtenção dos dados.	21
Figura 2 – Diagrama de blocos para o método VDFT.	23
Figura 3 – Arquitetura geral do <i>anti-windup</i>	26
Figura 4 – Arquitetura geral do <i>anti-windup</i> aprimorada.	27
Figura 5 – <i>Anti-windup</i> estático calculado a partir dos ganhos do controlador.	27
Figura 6 – Sistema de controle com saturação.	28
Figura 7 – Controlador de <i>anti-windup</i> baseado em fatoração coprima.	28
Figura 8 – Sistema com laço de <i>anti-windup</i> reescrito via zona-morta.	31
Figura 9 – Sistema em malha fechada com sinais virtuais.	33
Figura 10 – Sinal de saída da planta para comparação com os resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$	41
Figura 11 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para comparação com os resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$	41
Figura 12 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação em \bar{k}	43
Figura 13 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação em \bar{k}	43
Figura 14 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$	45
Figura 15 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$	45
Figura 16 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no zero da $T_{qd}(z)$	48
Figura 17 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$	50
Figura 18 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$	50
Figura 19 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 2.	51
Figura 20 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 2.	52
Figura 21 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 18.	53
Figura 22 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 18.	54
Figura 23 – Sinal de entrada do tipo salto aplicado ao sistema para a coleta de dados.	56
Figura 24 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	57

Figura 25 – Sinal de saída da planta para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	57
Figura 26 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	58
Figura 27 – Saída $y(t)$ do sistema quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	58
Figura 28 – Sinal de entrada do tipo onda quadrada aplicado ao sistema para a coleta de dados.	59
Figura 29 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	60
Figura 30 – Sinal de saída da planta para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	60
Figura 31 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	61
Figura 32 – Saída $y(t)$ do sistema quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	61
Figura 33 – Sinal de entrada do tipo senoide aplicado ao sistema para a coleta de dados.	62
Figura 34 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	63
Figura 35 – Sinal de saída da planta para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	63
Figura 36 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	64
Figura 37 – Saída $y(t)$ do sistema quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	64
Figura 38 – Sinal de saída da planta para comparação com os resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$	69
Figura 39 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação.	69
Figura 40 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$	71
Figura 41 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$	72
Figura 42 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 2.	73
Figura 43 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 2.	74

Figura 44 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 10.	75
Figura 45 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 10.	76
Figura 46 – Sinal de entrada do tipo salto aplicado ao sistema para a coleta de dados.	78
Figura 47 – Sinal encontrado na entrada da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.	79
Figura 48 – Sinal encontrado na saída da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado. . . .	79
Figura 49 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.	80
Figura 50 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.	80
Figura 51 – Sinal de entrada aplicado ao sistema para a coleta de dados.	81
Figura 52 – Sinal encontrado na entrada da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.	82
Figura 53 – Sinal encontrado na saída da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado. . . .	82
Figura 54 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.	83
Figura 55 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.	83
Figura 56 – Sinal de entrada do tipo senoide aplicado ao sistema para a coleta de dados.	84
Figura 57 – Sinal encontrado na entrada da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.	85
Figura 58 – Sinal encontrado na saída da planta para a etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.	86
Figura 59 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.	86
Figura 60 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.	87
Figura 61 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem ganho DC 5 vezes maior que o desejado.	88
Figura 62 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem ganho 5 vezes maior que o desejado.	89

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Custos para comparação dos resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$ considerando o sinal de entrada como um salto de amplitude 8.	40
Tabela 2 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação em \bar{k}	44
Tabela 3 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para quando ocorre variação em \bar{k} da $T_{qd}(z)$. . .	44
Tabela 4 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$	46
Tabela 5 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$	46
Tabela 6 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no zero da $T_{qd}(z)$	49
Tabela 7 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes zeros de $T_{qd}(z)$	49
Tabela 8 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$	49
Tabela 9 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes tempos de acomodação de $T_{qd}(z)$	51
Tabela 10 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 2.	52
Tabela 11 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e t_{sd} fixo em 2.	53
Tabela 12 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 18.	54
Tabela 13 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e tem-se t_{sd} fixo em 18.	55
Tabela 14 – Custos considerando diferentes amplitudes para o salto aplicado à entrada na coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	59
Tabela 15 – Custos considerando diferentes amplitudes para a onda quadrada aplicada à entrada na coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	62
Tabela 16 – Custos considerando diferentes períodos para a senoide aplicada à entrada na coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.	65
Tabela 17 – Custos para comparação dos resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$ considerando o sinal de entrada como um salto de amplitude 2.	68
Tabela 18 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$	72

Tabela 19 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes tempos de acomodação de $T_{qd}(z)$.	72
Tabela 20 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 2.	74
Tabela 21 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e t_{sd} fixo em 2.	75
Tabela 22 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 10.	76
Tabela 23 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e t_{sd} fixo em 10.	77
Tabela 24 – Custos considerando diferentes amplitudes para o salto aplicado à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.	81
Tabela 25 – Custos considerando diferentes amplitudes para a onda quadrada aplicada à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.	84
Tabela 26 – Custos considerando diferentes períodos para a senoide aplicada à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.	87
Tabela 27 – Custos considerando diferentes amplitudes para a onda quadrada aplicada à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5 vezes maior que o desejado.	89

Lista de abreviaturas

VRFT	<i>Virtual Reference Feedback Tunning</i>
VDFT	<i>Virtual Disturbance Feedback Tunning</i>
VAWT	<i>Virtual Anti-windup Tunning</i>
AW	<i>Anti-windup</i>
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
DD	<i>Data-Driven</i>
SISO	<i>Single input, single output</i>
MIMO	<i>Multiple input, multiple output</i>

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	Controle baseado em dados	17
2.1.1	Controle por modelo de referência	18
2.1.2	VRFT - <i>Virtual Reference Feedback Tuning</i>	20
2.1.3	VDFT - <i>Virtual Disturbance Feedback Tuning</i>	23
2.2	O problema de <i>windup</i> e os laços de <i>anti-windup</i>	24
2.2.1	Princípio geral do <i>anti-windup</i>	26
2.2.2	<i>Anti-windup</i> baseado nos ganhos do controlador PID	27
2.2.3	<i>Anti-windup</i> baseado em fatoração coprima	27
2.3	Considerações finais	28
3	VAWT - VIRTUAL ANTI-WINDUP TUNNING	30
3.1	Modelagem do sistema sujeito à saturação	30
3.2	Abordagem <i>data-driven</i>	33
3.2.1	Relação entre $Q_d(z)$ e $J^{VAWT}(\rho)$	34
3.2.2	Minimização de $J^{VAWT}(\rho)$	35
3.2.3	Considerações sobre as escolhas de $\bar{Q}(z)$ e $T_{qd}(z)$	36
3.2.4	Procedimento de projeto	37
3.3	Considerações finais	38
4	SIMULAÇÕES PARA PLANTA DE PRIMEIRA ORDEM	39
4.1	Considerações iniciais	39
4.2	Bases de comparação para a análise da $T_{qd}(z)$	40
4.3	Influência da escolha da $T_{qd}(z)$	42
4.3.1	Análise da $T_{qd}(z)$ de primeira ordem	42
4.3.1.1	Variação do ganho \bar{k} da $T_{qd}(z)$	42
4.3.1.2	Variação do polo da $T_{qd}(z)$	44
4.3.2	Análise da $T_{qd}(z)$ de segunda ordem	46
4.3.2.1	Variação do zero da $T_{qd}(z)$	48
4.3.2.2	Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 20\%$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0	49
4.3.2.3	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0	51
4.3.2.4	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 18$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0	53
4.4	Influência do sinal de excitação	55
4.4.1	Entrada do tipo salto	56

4.4.2	Entrada do tipo onda quadrada	59
4.4.3	Entrada do tipo senoide	62
4.5	Considerações finais	65
5	SIMULAÇÕES PARA PLANTA DE SEGUNDA ORDEM	67
5.1	Considerações iniciais	67
5.2	Bases de comparação dos resultados para a análise da $T_{qd}(z)$	68
5.3	Influência da escolha da $T_{qd}(z)$	70
5.3.1	Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 40\%$	71
5.3.2	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$	73
5.3.3	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 10$	75
5.4	Influência do sinal de excitação	77
5.4.1	Entrada do tipo salto	77
5.4.2	Entrada do tipo onda quadrada	81
5.4.3	Entrada do tipo senoide	84
5.4.4	Extrapolação do ganho DC de $\hat{T}(z)$	87
5.5	Considerações finais	89
6	CONCLUSÃO	91
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
	APÊNDICE A – PLANTA DE PRIMEIRA ORDEM	96
A.1	Análise da $T_{qd}(z)$ de primeira ordem	96
A.1.1	Variação do ganho \bar{k} da $T_{qd}(z)$	96
A.1.2	Variação do polo da $T_{qd}(z)$	97
A.2	Análise da $T_{qd}(z)$ de segunda ordem	98
A.2.1	Variação do zero da $T_{qd}(z)$	98
A.2.2	Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 20\%$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0	98
A.2.3	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0	99
A.2.4	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 18$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0	100
A.3	Influência do sinal de excitação	101
A.3.1	Entrada do tipo salto	101
A.3.2	Entrada do tipo onda quadrada	102
A.3.3	Entrada do tipo senoide	103
	APÊNDICE B – PLANTA DE SEGUNDA ORDEM	105
B.1	Análise da $T_{qd}(z)$ de segunda ordem	105
B.1.1	Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 40\%$	105
B.1.2	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$	106
B.1.3	Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 10$	107

B.2	Influência do sinal de excitação	108
B.2.1	Entrada do tipo salto	108
B.2.2	Entrada do tipo onda quadrada	109
B.2.3	Entrada do tipo senoide	110
B.2.4	Extrapolação do ganho DC de $\hat{T}(z)$	110

1 INTRODUÇÃO

O seguimento de referências e a rejeição de distúrbios são objetivos de controle encontrados em grande parte das situações reais, como o posicionamento de servomecanismos (FU *et al.*, 2020), a regulação de tensão em conversores de potência (REMES *et al.*, 2021) e a operação de plantas químicas (HUFF *et al.*, 2019), dentre outras. Tanto para sinais de referência quanto de distúrbio, é comum que o controle seja realizado através de controladores Proporcional-Integrais-Derivativos (PID) e suas variantes (FRANCIS; WONHAM, 1976).

Em aplicações práticas, um tópico que chama a atenção é a saturação do sinal de controle, uma vez que, por limites físicos ou de segurança, não é possível entregar sinais de controle com amplitude ilimitada à planta. A saturação faz com que o sistema se comporte como se estivesse em malha aberta, sem a existência de um controlador, o que afeta os requisitos de desempenho previamente estabelecidos. Outros efeitos da saturação são o surgimento de trajetórias indesejadas e, no pior caso, a instabilidade do sistema (CASTRO *et al.*, 2020).

Um fenômeno de particular interesse é o *windup*, observado, inicialmente, em malhas de controle com ação integral. Quando um sinal de controle satura, o erro - medido entre a entrada e a saída - aumenta e o integrador acumula energia, de modo que, para que o sistema volte a operar de forma linear, essa energia precise ser descarregada. Os principais efeitos do *windup* são o aumento do tempo de acomodação e do sobressinal quando comparados aos requisitos de projeto (TARBOURIECH *et al.*, 2011).

A partir daí surgem os laços *anti-windup*, estruturas utilizadas para reduzir os efeitos da saturação durante a resposta transitória de um sistema. Isso evita a perda de desempenho em malha fechada, sobretudo quando o tempo do efeito da saturação é longo. A síntese de malhas de *anti-windup* normalmente é realizada em duas etapas. Inicialmente, um controlador que não leve em conta os efeitos da saturação é projetado visando o atendimento de requisitos de desempenho desejados. Depois, um laço de controle adicional que irá atuar apenas quando ocorre a saturação é sintetizado, a fim de minimizar, na medida do possível, a perda de desempenho do sistema quando o sinal de controle satura (TARBOURIECH; TURNER, 2009). Em ambas as etapas, o projeto geralmente é feito a partir de um modelo da planta a ser controlada (KOTHARE *et al.*, 1994).

Seguindo a abordagem proposta em WESTON; POSTLETHWAITE (2000), pode-se modelar os efeitos da saturação considerando o desempenho nominal do sistema, bem como um distúrbio na saída, correspondente à perda de desempenho provocada pela saturação. Em TARBOURIECH; TURNER (2009), por exemplo, é proposto um método

que consiste em projetar um laço de *anti-windup* que minimiza o ganho \mathcal{L}_2 do distúrbio da saturação na saída do sistema.

Métodos de controle baseado em dados - ou *data-driven* - têm atraído o interesse da indústria e da academia por não utilizarem modelos matemáticos ou identificados para a planta. Em linhas gerais, um controlador que minimiza um dado critério de desempenho é projetado tendo como base apenas os dados de entrada e saída medidos na planta (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012).

Os critérios de seguimento de referência e a rejeição a distúrbios podem ser otimizados através de alguns métodos, sendo o VRFT, *Virtual Reference Feedback Tuning* (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002), e o VDFT, *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018), especialmente atrativos por não serem iterativos, necessitarem de apenas um conjunto de dados de entrada e saída e terem solução do problema de otimização baseada em mínimos quadrados. Partindo de um modelo de referência que represente o comportamento desejado da referência na saída do sistema em malha fechada, o método VRFT busca identificar um controlador que minimize indiretamente a diferença entre a saída real do sistema e a saída desejada. De modo semelhante, o VDFT busca um controlador capaz de minimizar as diferenças entre a resposta em malha fechada para distúrbios de entrada e a resposta resultante do modelo desejado. Em geral, para uma boa aplicação desses métodos, é fundamental a escolha adequada do modelo de referência desejado, da classe de controlador considerada e do ensaio para a coleta de dados.

A literatura de controle baseado em dados oferece poucas referências que mencionam a sintonia de laços de *anti-windup*. Por exemplo, em BORDIGNON; CAMPESTRINI (2018) é utilizado um laço de *anti-windup* estático calculado a partir dos ganhos do controlador PI que foi projetado via VRFT.

Este trabalho tem como objetivo geral apresentar um método de sintonia de laços de *anti-windup* baseado em dados intitulado *Virtual Anti-Windup Tuning*, ou VAWT. Os objetivos específicos aqui propostos são relativos à análise dos aspectos fundamentais para a aplicação do VAWT, podendo-se citar a definição de critérios para a escolha de um modelo de referência e do sinal utilizado na coleta de dados.

Além dos capítulos de introdução e conclusão, este projeto de diplomação está dividido em quatro outros capítulos. O capítulo a seguir se trata da Revisão bibliográfica, apresentando os principais conceitos necessários ao entendimento dessa pesquisa. O capítulo 3 apresenta o método VAWT. Os capítulos 4 e 5 apresentam os experimentos realizados considerando, respectivamente, uma planta de primeira e uma de segunda ordem, bem como os resultados obtidos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será feita uma revisão bibliográfica sobre os principais tópicos de interesse. Também serão apresentados os conceitos que servirão de base para o entendimento do método proposto.

2.1 Controle baseado em dados

O controle baseado em dados, também chamado de *data-driven* ou *data-based design*, tem por objetivo o projeto de controladores sem passar pelas etapas de modelagem e identificação de sistemas. Nessa abordagem, os parâmetros do controlador são determinados através de dados de ensaios ou de operação do processo. HJALMARSSON; GUNNARSSON; GEVERS (1994) e ZANG; BITMEAD; GEVERS (1995) foram alguns dos primeiros a tratar da abordagem *data-driven*. MADANI; KARIMI (2021), JUNG; OH (2022), BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2022) e REMES *et al.* (2021) desenvolveram trabalhos recentes na área também. Tanto nos trabalhos pioneiros quanto nos mais atuais, observa-se o potencial do controle baseado em dados para o projeto de controladores a partir da otimização de um critério de desempenho baseado na norma \mathcal{H}_2 de algum dos sinais da malha de controle. Em BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2022) e REMES *et al.* (2021) é apresentada uma visão geral dos métodos de controle baseado em dados.

Os métodos *data-driven* podem ser baseados em procedimentos iterativos ou não iterativos. Dentre os métodos não iterativos se destacam o VRFT, *Virtual Reference Feedback Tuning* (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002), e o VDFT, *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018). Estes são capazes de projetar controladores a partir da solução de um problema de otimização pelo método dos mínimos quadrados com um pequeno número de ensaios - um conjunto de dados, ou dois para sistemas com ruído.

O critério de otimização considerado no método VRFT visa a melhoria do desempenho do sistema no seguimento de referências em malha fechada. Dessa forma, seu objetivo é a identificação de um controlador capaz de impor à saída um comportamento definido por um certo modelo de referência, ou o mais próximo disso. De modo semelhante, o VDFT trata da rejeição a distúrbios. O controlador projetado através dele foca em minimizar a diferença entre a resposta ao distúrbio em relação à especificada através do modelo desejado.

A literatura recente associada ao VRFT e ao VDFT foca em problemas como o controle de sistemas multivariáveis (HUFF *et al.*, 2019), (SAEKI, 2021), *active disturbance*

rejection control (ROMAN *et al.*, 2020) e o projeto de controladores em cascata (REMES *et al.*, 2020). O uso desses métodos tem chamado a atenção de pesquisadores do campo da Eletrônica de Potência (REMES *et al.*, 2021), de Sistemas Elétricos de Potência (NASCIMENTO; BERNARDO; DOTTA, 2020a), (BERNARDO; NASCIMENTO; DOTTA, 2020b) e de manipuladores robóticos (ALSEREIHY *et al.*, 2021). No entanto, comparando com o volume de publicações abordando métodos de projeto baseado em modelo, percebe-se que ainda há muito a explorar quando se trata dos métodos *data-driven*.

Também há grande interesse em métricas de estabilidade de sistemas em malha fechada que sejam definidas unicamente com base em dados (HOU; XIONG, 2019). As principais abordagens encontradas são as restrições adicionais aos problemas de otimização (HEUSDEN; KARIMI; BONVIN, 2011) e a certificação do controlador projetado antes que este seja inserido na malha de controle (SILVA; BAZANELLA; CAMPESTRINI, 2020), (SELVI *et al.*, 2020).

2.1.1 Controle por modelo de referência

O controle por modelo de referência consiste em estabelecer um modelo de comportamento para o sistema e realizar o projeto de uma lei de controle para que o sistema se comporte de tal forma.

Considere um sistema de tempo discreto com saída $y(t)$ descrita por

$$y(t) = G(z)u(t) + \nu(t), \quad (1)$$

onde a planta é descrita por $G(z)$; $u(t)$ se trata do sinal aplicado à entrada da planta; $\nu(t)$ representa o distúrbio de saída, ruído ou quaisquer outros efeitos não modelados por $G(z)$; e z é o operador de avanço de uma amostra, $zx(t) = x(t + 1)$.

Em malha fechada, $u(t)$ pode ainda ser descrito em duas componentes, conforme

$$u(t) = u_c(t) + d(t), \quad (2)$$

em que $d(t)$ é o distúrbio na entrada e $u_c(t)$ é o sinal de controle definido por

$$u_c(t) = C(z, \rho)[r(t) - y(t)] \quad (3)$$

onde $r(t)$ é o sinal de referência aplicado à entrada do sistema.

O controlador $C(z, \rho)$ possui uma estrutura específica e é parametrizado pela variável ρ , de modo que o conjunto de controladores que podem ser implementados com tal estrutura formam a classe de controladores \mathcal{C} , conforme

$$\mathcal{C} = \{C(z, \rho) : \rho \in \mathcal{P}\}. \quad (4)$$

onde $\mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}^P$ é um conjunto de valores que o vetor ρ pode assumir. BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2012) traz que a classe do controlador deve ser tal que o produto entre $C(z, \rho)$ e $G(z)$ tenha grau relativo positivo para todo $C(z, \rho) \in \mathcal{C}$. Assumindo uma estrutura linearmente parametrizável do controlador, $C(z, \rho)$ pode ser reescrito como

$$C(z, \rho) = \rho^T \bar{C}(z), \quad (5)$$

onde $\bar{C}(z)$ é o vetor das funções de transferência que independe de ρ . Como exemplo, pode-se tomar um controlador do tipo Proporcional-Integral (PI), para o qual tem-se

$$C(z, k_p, k_i) = k_p + k_i \frac{z}{z-1}, \quad (6)$$

onde k_p é o ganho proporcional e k_i o ganho integral, de forma que

$$\rho = \begin{bmatrix} k_p \\ k_i \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\bar{C}(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{z}{z-1} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

A parametrização para uma determinada classe de controladores não é única, mas é desejável que se utilize o menor número de parâmetros possíveis (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012).

Em malha fechada, as funções de transferência que descrevem o sistema são

$$y(t) = T(z, \rho)r(t) + T_q(z, \rho)d(t) + S(z, \rho)\nu(t), \quad (9)$$

$$T(z, \rho) = \frac{C(z, \rho)G(z)}{1 + C(z, \rho)G(z)}, \quad (10)$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{G(z)}{1 + C(z, \rho)G(z)}, \quad (11)$$

$$S(z, \rho) = \frac{1}{1 + C(z, \rho)G(z)}, \quad (12)$$

onde $S(z, \rho)$ é a função de sensibilidade, $T(z, \rho)$ é a função de sensibilidade complementar e $T_q(z)$ é a função de transferência do distúrbio de entrada.

Para o seguimento de referência, considera-se um sistema sem distúrbio na entrada e na saída, de forma que $y(t)$ pode ser reescrito como

$$y_r(t, \rho) = T(z, \rho)r(t). \quad (13)$$

Assim, o critério de desempenho pode ser definido em termos do erro de seguimento, ou seja,

$$J(\rho) = \|r(t) - y_r(t, \rho)\|_2^2, \quad (14)$$

onde $J(\rho)$ é nulo quando o seguimento de referência é atingido, isto é, $y_r(t, \rho) = r(t)$. Com a definição de um modelo de referência desejado $T_d(z)$ para o sistema, tem-se uma saída desejada $y_d(t) = T_d(z)r(t)$, o que permite reescrever o critério de desempenho como

$$\begin{aligned} J_y(\rho) &= \|y_r(t, \rho) - y_d(t)\|_2^2 \\ &= \|[T(z, \rho) - T_d(z)]r(t)\|_2^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Com base em (10), o controlador $C_d(z)$ capaz de atingir o modelo de referência $T_d(z)$ é dado por

$$C_d(z) = \frac{T_d(z)}{G(z)[1 - T_d(z)]}, \quad (16)$$

para o qual existe um ρ_d que, quando o controlador desejado está na classe, resulta em $C(z, \rho_d) = C_d(z)$.

De forma semelhante, quando o objetivo de controle é a rejeição a distúrbios de entrada, não mais se considera $d(t) = 0$ e considera-se uma função de transferência $T_{qd}(z)$ que descreve o comportamento desejado do distúrbio no sistema. Analogamente ao exposto anteriormente, pode-se definir um critério de desempenho $J^{DM}(\rho)$, conforme

$$J^{DM}(\rho) = \|[T_{qd}(z) - T_q(z, \rho)]d(t)\|_2^2, \quad (17)$$

de modo que $J^{DM}(\rho)$ é nulo quando existe um controlador desejado capaz de fazer com que $T_{qd}(z) = T_q(z, \rho)$ (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018). Tal controlador é dado por

$$C_d^{DM}(z) = \frac{G(z) - T_{qd}(z)}{G(z)T_{qd}(z)}. \quad (18)$$

Observa-se que tanto $C_d(z)$ quanto $C_d^{DM}(z)$ dependem da planta, a qual nem sempre é conhecida. Alternativamente, os métodos VRFT e VDFT oferecem uma opção baseada em dados para minimizar $J_y(\rho)$ e $J^{DM}(\rho)$.

2.1.2 VRFT - *Virtual Reference Feedback Tuning*

O VRFT é um método utilizado em projetos de controle baseado em dados, que visa otimizar o critério de seguimento de referência $J_y(\rho)$. Ele foi proposto pela primeira vez em CAMPI; LECCHINI; SAVARESI (2002) e utiliza estruturas de controle linearmente parametrizadas. Uma de suas principais características é não ser iterativo, sendo possível

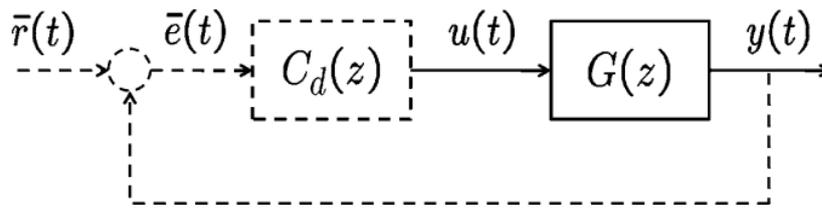
realizar o projeto do controlador com apenas uma batelada de dados para sistemas sem ruído.

A ideia principal por trás do VRFT é abordar o projeto do controlador como um problema de identificação por erro de predição (do inglês, *Prediction Error Identification*) de um modelo do controlador ideal $C_d(z)$ representado na forma autorregressiva. A minimização por erro de predição desse modelo consiste em encontrar o mínimo de uma função quadrática $J^{VR}(\rho)$ a ser definida na sequência (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012). Sob condições ideais, o mínimo global de $J_y(\rho)$ é o mesmo que o de $J^{VR}(\rho)$, sendo que a minimização de $J^{VR}(\rho)$ é bem menos custosa por se tratar de uma função quadrática. Ainda, $J_y(\rho)$ pode apresentar mínimos locais, dificultando o processo de otimização, algo que não ocorre para $J^{VR}(\rho)$.

Supondo $d(t) = 0$ tal que $u_c(t) = u(t)$, o projeto do controlador consiste em encontrar o vetor de parâmetros ρ capaz de fazer com que a resposta do sistema em malha fechada seja a mais próxima possível daquela definida por $T_d(z)$, ou seja, $T(\rho, z) \approx T_d(z)$ e $C(\rho, z) \approx C_d(z)$.

A determinação dos parâmetros de $C(z, \rho)$ é feita através do conjunto de dados de um experimento, conforme ilustrado na Figura 1. O sinal de controle $u(t)$ entra na planta $G(z)$ e sua saída $y(t)$ é medida, resultando no conjunto de dados $[u(t), y(t)]_{t=1}^N$, onde N é o número de amostras coletadas. A partir dos dados coletados pode-se definir o sinal de referência virtual $\bar{r}(t) = T_d(z)^{-1}y(t)$ e o erro virtual $\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t)$, representados por linhas tracejadas na figura por se tratarem de sinais gerados artificialmente e não medidos.

Figura 1 – Experimento para a obtenção dos dados.



Fonte: BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2012).

O objetivo do método VRFT é identificar o valor de ρ que resulte em um controlador cuja saída $u(t)$ seja tão próxima da utilizada no ensaio quanto possível, quando o controlador é alimentado pelo sinal $\bar{e}(t)$. Esse propósito é representado pela função custo $J^{VR}(\rho)$, exposta em (19).

$$J^{VR}(\rho) = \|u(t) - C(z, \rho)\bar{e}(t)\|_2^2. \quad (19)$$

Uma vez que $C(z, \rho)$ pode ser reescrito como $\rho^T \bar{C}(z)$, pode-se juntar as parcelas $\bar{C}(z)$ e $\bar{e}(t)$, resultando no vetor regressor $\varphi(t)$, conforme (20).

$$\varphi(t) = \bar{C}(z)\bar{e}(t) = \bar{C}(z)\frac{1 - T_d(z)}{T_d(z)}y(t). \quad (20)$$

A partir de (19) e (20), obtém-se uma solução pelo método dos mínimos quadrados dada por

$$\rho = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t)u(t). \quad (21)$$

Quando o sistema é considerado sem ruído e o controlador pertence à classe considerada, ρ é igual ao desejado e o valor mínimo de $J^{VR}(\rho)$ é igual ao de $J_y(\rho)$. No entanto, caso essa não seja uma afirmação válida, tem-se que $\rho \neq \rho_d$.

Quando o controlador desejado não pertence à classe considerada, é interessante considerar o uso de um filtro $L(z)$ para os sinais $u(t)$ e $\bar{e}(t)$, para aproximar os mínimos de $J^{VR}(\rho)$ e $J_y(\rho)$. Em BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2012) segue que $L(z)$ deve ser tal que

$$|L(e^{j\omega})|^2 = |T_d(e^{j\omega})|^2 |1 - T_d(e^{j\omega})|^2 \frac{\phi_r(e^{j\omega})}{\phi_u(e^{j\omega})}, \forall \omega \in [\pi; -\pi], \quad (22)$$

onde $\phi_r(e^{j\omega})$ e $\phi_u(e^{j\omega})$ representam o espectro dos sinais $r(t)$ e $u(t)$, respectivamente. Se for possível garantir que os sinais apresentam espectros similares, tal que a razão possa ser considerada unitária, então:

$$L(z) = T_d(z)[1 - T_d(z)]. \quad (23)$$

Aplicando o filtro ao sistema, tem-se que $\varphi_L(t) = L(z)\varphi(t)$ e $u_L(t) = L(z)u(t)$, de modo que ρ passa a ser dado por:

$$\rho = \left[\sum_{t=1}^N \varphi_L(t)\varphi_L^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi_L(t)u_L(t). \quad (24)$$

Por fim, quando o ruído presente no sistema não pode ser desprezado, o valor de ρ não é mais determinístico e sim aleatório, representando uma estimativa do verdadeiro ρ_d . Nestes casos, pode-se utilizar variáveis instrumentais (IV, do inglês *Instrumental Variable*), que consideram uma saída $y'(t)$ independente do ruído (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002). Aplicando-se esse conceito ao vetor de regressão $\varphi(t)$, obtém-se:

$$\zeta(t) = \bar{C}(z) \left[\frac{1 - T_d(z)}{T_d(z)} \right] y'(t). \quad (25)$$

Dessa forma, ρ é reescrito como

$$\rho = \left[\sum_{t=1}^N \zeta(t) \varphi_L^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \zeta(t) u_L(t). \quad (26)$$

2.1.3 VDFT - *Virtual Disturbance Feedback Tuning*

A maioria dos métodos não iterativos visam o seguimento de referência, onde o objetivo é obter um tempo de resposta em malha fechada tão próximo quanto o definido pelo modelo de referência. No entanto, em muitos casos o objetivo principal é a rejeição de distúrbios.

Dessa forma, o desenvolvimento de métodos *data-driven* com foco em rejeitar esses efeitos de modo eficiente ganha especial atenção. Baseado na formulação do VRFT, ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA (2018) apresenta o VDFT, o qual se baseia em um sinal virtual de distúrbio definido de acordo com um modelo de distúrbio desejado.

Para tanto, é assumido que o sinal de distúrbio não pode ser medido e que, sob condições ideais, existe um controlador ideal para a rejeição de distúrbios. Na prática, os sinais são corrompidos por ruído e a estrutura do controlador se restringe a ordens baixas, como controladores PI. Dessa forma, o uso de variáveis instrumentais e filtros se faz necessário para melhorar o desempenho do controlador.

De modo geral, o VDFT traz uma abordagem direta para a modelagem do distúrbio. Utilizando um sinal de distúrbio virtual para calcular o ganho de um controlador linearmente parametrizado, seu objetivo é diminuir os efeitos do distúrbio na saída do sistema em malha fechada. Para tanto, de forma análoga à $J^{VR}(\rho)$, é projetado um controlador capaz de minimizar uma nova função custo associada ao distúrbio denominada $J^{VD}(\rho)$.

A Figura 2 apresenta o diagrama de blocos para o método VDFT. Nela, observa-se que o sinal de controle virtual $\bar{u}_c(t)$ é dado pela diferença entre $u(t)$ e o sinal de distúrbio virtual $\bar{d}(t)$. Dessa forma, o sinal de controle $u(t)$ aplicado à planta é dado por $u(t) = \bar{u}_c(t) + \bar{d}(t)$.

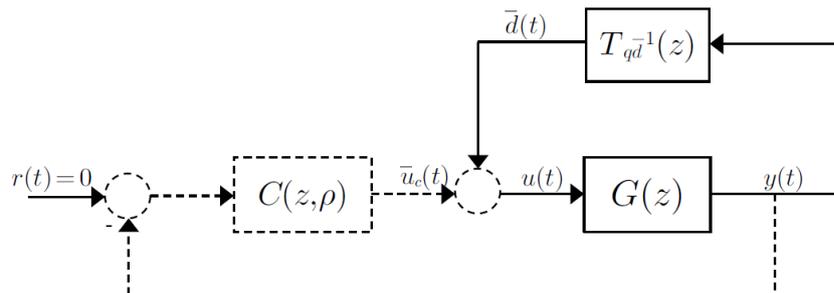


Figura 2 – Diagrama de blocos para o método VDFT.

Fonte: Adaptado de ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA (2018).

A função custo $J^{VD}(\rho)$ minimizada por mínimos quadrados pode então ser expressa por:

$$J^{VD}(\rho) = \|L(z) [\bar{u}_c(t) + C(z, \rho)y(t)]\|_2^2. \quad (27)$$

ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA (2018) traz que, uma vez que o controlador é linearmente parametrizado, $J^{VD}(\rho)$ é quadrático e o problema de otimização pode ser resolvido por (28), onde $\varphi_L(t) = \bar{C}(z)L(z)y(t)$ e $\bar{u}_{cL}(t) = L(z)\bar{u}_c(t)$.

$$\rho^{VD} = - \left[\sum_{t=1}^N \varphi_L(t) \varphi_L^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi_L(t) \bar{u}_{cL}(t). \quad (28)$$

Ademais, cabe destacar que o método VDFT também pode contar com variáveis instrumentais para trabalhar com sinais com ruído.

2.2 O problema de *windup* e os laços de *anti-windup*

Para a modelagem de sistemas de controle sujeitos a limitações físicas ou operacionais, é essencial considerar a realidade do comportamento desses sistemas. A equação que descreve o sinal de controle pode ser dividida em diferentes intervalos, cada um representando um comportamento específico do sistema, conforme

$$\hat{u}(t) = \begin{cases} u_{max}, & \text{se } u(t) > u_{max} \\ u(t), & \text{se } u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} \\ u_{min}, & \text{se } u(t) < u_{min} \end{cases} \quad (29)$$

onde $u(t)$ é o sinal calculado pelo controlador e $\hat{u}(t)$ é o sinal de controle efetivamente entregue à planta. Geralmente, os limites são considerados simétricos, ou seja, $u_{max} = -u_{min} = u_0$.

Esse comportamento resulta no fenômeno chamado de *windup*, observado, inicialmente, em malhas de controle com ação integral. Posteriormente, o conceito foi expandido para qualquer diferença entre a entrada e a saída de um elemento não linear na malha de controle. Quando um sinal de controle satura, o erro - medido entre a entrada e a saída do sistema - aumenta e o integrador acumula energia, tornando o valor da parcela integral elevado (TARBOURIECH; TURNER, 2009).

Para que o sistema volte a operar de forma linear, essa energia precisa ser descarregada, o que só ocorre com a inversão do sinal do erro, diminuindo o estado do integrador. Como expõe MIYAMOTO; VINNICOMBE (1996), todos os atuadores possuem saturação, de modo que o sistema de controle precisa ser capaz de manter a planta estável mesmo que sua entrada seja saturada.

De acordo com TARBOURIECH; TURNER (2009), existem duas abordagens para evitar os problemas causados pela saturação. A primeira delas, chamada de *one-step approach*, trata da determinação de um controlador, possivelmente não linear, buscando atender todas as especificações de desempenho e as limitações impostas pela saturação. Embora uma ampla porção da literatura trate dessa abordagem, esta acaba sendo bastante conservadora e geralmente resulta em controladores com desempenho transitório lento. Dessa forma, essa abordagem acaba não encontrando muitas aplicações práticas.

A outra abordagem separa o projeto do controle em duas etapas. A primeira consistindo em atender aos critérios de desempenho e a segunda às restrições impostas pela saturação. A partir disso surgem os laços de *anti-windup*. Inicialmente, um controlador capaz de atender os requisitos de desempenho do sistema em malha fechada é projetado sem levar em consideração os efeitos da saturação. Depois, ocorre o projeto de um compensador, cuja atuação se dá apenas quando o sistema satura e tem por objetivo reduzir a perda de desempenho decorrente da saturação.

Esta se torna uma abordagem bastante interessante, pois não impacta o projeto do controlador nominal e, uma vez que o sistema não esteja saturado, é apenas o controlador nominal quem define o comportamento do sistema em malha fechada. Também, o uso de compensadores de *anti-windup* reduz a perda de desempenho em malha fechada, sobretudo quando o tempo do efeito da saturação é longo. TARBOURIECH; TURNER (2009) apresenta uma visão geral das técnicas de *anti-windup* que vêm sendo utilizadas, as quais serão apresentadas nos subcapítulos a seguir. Os trabalhos mais recentes acerca do problema de *windup* têm incluído o uso da parametrização de Youla-Jabr-Bongiorno-Kucera (NIEMANN, 2020), o controle de atitudes de corpos rígidos (TURNER; RICHARDS, 2021) e a regulação de saída de sistemas não lineares racionais com saturação (CASTRO *et al.*, 2020).

Uma abordagem de especial interesse é a Weston-Postlethwaite, ou *mismatched anti-windup* (WESTON; POSTLETHWAITE, 2000). Nesta, o sistema é modelado conforme seu desempenho nominal e a perda de desempenho que seria causada pela saturação é modelada como um distúrbio na saída. O laço de *anti-windup* deve então minimizar a influência desse distúrbio segundo uma dada métrica de desempenho. WESTON; POSTLETHWAITE (2000) propõe a síntese de laços de *anti-windup* conforme uma única função de transferência $M(z)$ - associada à fatoração coprima da planta¹. Uma grande vantagem associada a essa abordagem é que a síntese do compensador *anti-windup* pode ser feita independentemente do controlador considerado.

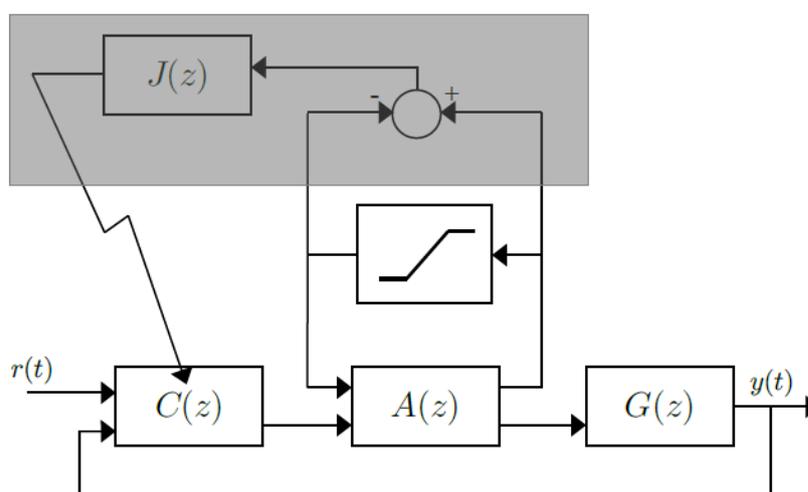
¹ A fatoração coprima de uma dada função de transferência consiste em determinar as funções de transferência $M(z)$ e $N(z)$ (ou $\tilde{M}(z)$ e $\tilde{N}(z)$) tais que $G(z) = N(z)M^{-1}(z)$ (ou $G(z) = \tilde{M}^{-1}(z)\tilde{N}(z)$) (BONGERS; HEUBERGER, 1990).

A literatura atual não conta com soluções puramente baseadas em dados para a síntese de laços de *anti-windup*. Os trabalhos atuais que consideram o problema de *windup* têm utilizado ganhos empíricos ou calculados de acordo com parâmetros de controladores PID (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018).

2.2.1 Princípio geral do *anti-windup*

A ideia geral por trás do projeto do *anti-windup* é provocar modificações no controle do sistema para que ele volte a operar, tanto quanto possível, conforme foi inicialmente definido pelo controlador nominal (sem saturação). A Figura 3 apresenta a arquitetura geral do compensador.

Figura 3 – Arquitetura geral do *anti-windup*.

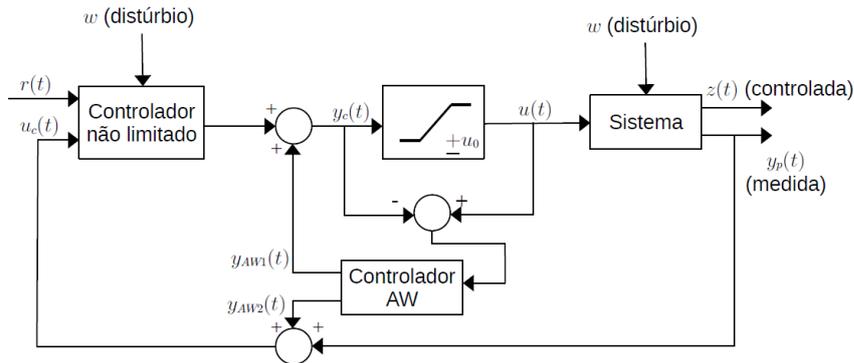


Fonte: Adaptado de TARBOURIECH; TURNER (2009).

Nela, pode-se observar que o sinal não limitado produzido pelo controlador $C(z)$ é comparado com aquele que é efetivamente fornecido à planta $G(z)$, após passar pelo atuador $A(z)$. A diferença obtida é utilizada para ajustar o controle, através do compensador $J(z)$, visando a estabilidade e a manutenção do desempenho do sistema.

O diagrama apresentado na Figura 3 é bastante geral, sendo o diagrama da Figura 4 uma versão mais específica capaz de representar todos os laços de *anti-windup* encontrados na literatura (TARBOURIECH; TURNER, 2009).

Figura 4 – Arquitetura geral do *anti-windup* aprimorada.

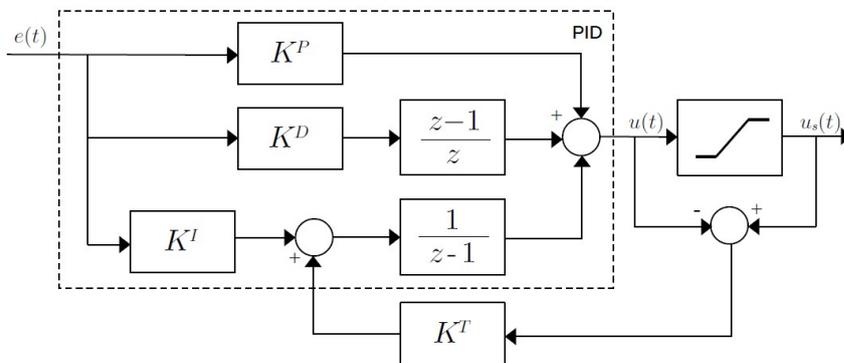


Fonte: Adaptado de TARBOURIECH; TURNER (2009).

2.2.2 *Anti-windup* baseado nos ganhos do controlador PID

Uma das maneiras mais simples de implementar um laço de *anti-windup* quando o controlador de interesse é um PID consiste em corrigir o estado do integrador com a diferença entre o sinal de controle calculado e o sinal de controle efetivamente entregue à planta. Essa abordagem é apresentada na Figura 5 (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018).

Figura 5 – *Anti-windup* estático calculado a partir dos ganhos do controlador.



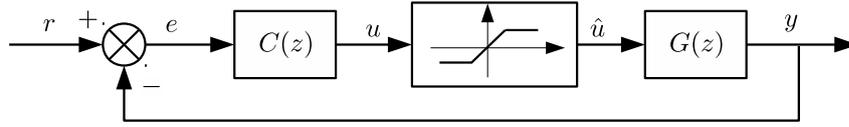
Fonte: Adaptado de BORDIGNON; CAMPESTRINI (2018).

onde K^P , K^D e K^I representam, respectivamente, os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador. Em geral, o ganho K^T é determinado de forma empírica, sendo uma estimativa inicial para o valor desse ganho dada por K^I/K^P .

2.2.3 *Anti-windup* baseado em fatoração copríma

Em KOTHARE *et al.* (1994) é apresentada uma forma de realizar o projeto de *anti-windup*, através de uma fatoração copríma do controlador. Inicialmente, pode se considerar o sistema saturado conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Sistema de controle com saturação.



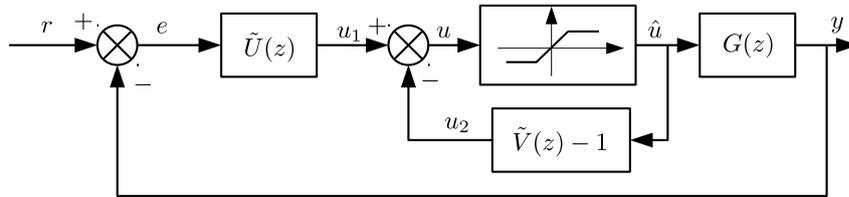
Fonte: A autora (2023).

Os autores mostram que várias configurações de *anti-windup* podem ser interpretadas como a busca de uma fatoração coprima do controlador dada por

$$C(z) = \tilde{V}^{-1}(z)\tilde{U}(z) \quad (30)$$

e implementada de acordo com o sistema em malha fechada apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Controlador de *anti-windup* baseado em fatoração coprima.



Fonte: A autora (2023).

Por sua vez, MIYAMOTO; VINNICOMBE (1996) mostra que, dada uma fatoração coprima qualquer, por exemplo

$$C(z) = \tilde{V}_0^{-1}(z)\tilde{U}_0(z), \quad (31)$$

todas as outras fatorações coprimas podem ser parametrizadas em função de uma dada função de transferência racional $Q(z)$, tal que

$$\tilde{V}(z) = Q(z)\tilde{V}_0(z), \quad (32)$$

$$\tilde{U}(z) = Q(z)\tilde{U}_0(z). \quad (33)$$

Ainda segundo MIYAMOTO; VINNICOMBE (1996), $Q(z)$ pode ser projetada visando a minimização de um critério \mathcal{H}_∞ . Baseado nessa formulação, o projeto do laço de *anti-windup* pode ser visto como o projeto de $Q(z)$ tal que o sistema da Figura 7 atenda a um dado critério de desempenho.

2.3 Considerações finais

Neste capítulo de revisão bibliográfica, foi explorada a área de controle baseado em dados, destacando aplicações, abordagens e limitações atuais. Dentre as estratégias

disponíveis, os métodos VRFT e VDFT receberam particular atenção por serem ferramentas poderosas para as aplicações práticas, além de serem fundamentais para o entendimento do método VAWT proposto no capítulo seguinte.

Ainda, foi abordado o fenômeno de *windup*, provocado pela saturação dos sistemas de controle, com o intuito de expor os métodos de *anti-windup* existentes atualmente, essenciais para o aumento da confiabilidade e do desempenho dos sistemas, porém ainda escassos no campo *data-driven*. O capítulo a seguir apresenta um método puramente baseado em dados para a síntese de laços de *anti-windup*.

3 VAWT - *Virtual Anti-Windup Tunning*

Nesse capítulo será apresentado o método baseado em dados para a síntese de laços de *anti-windup* chamado de *Virtual Anti-Windup Tunning*, ou VAWT. Em um primeiro momento, o sistema com saturação será reescrito, onde os efeitos da saturação na saída serão representados como um distúrbio de entrada. Na sequência, o método proposto será apresentado tendo como base a formulação do VDFT. Finalmente, serão apresentadas algumas considerações gerais sobre a escolha do modelo de referência que servirão de base para os exemplos de simulação dos capítulos seguintes.

Para fins de formulação, deve-se considerar o sistema da Figura 6 e as seguintes suposições:

- a) Os limites de saturação do atuador são conhecidos.
- b) Foi projetado um controlador $C(z)$ que, quando operando sem saturação, resulte em um sistema em malha fechada $T(z) = [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)C(z)$ estável.
- c) É conhecida uma estimativa do comportamento do sistema em malha fechada sem saturação, aqui denotada de $\hat{T}(z)$.

Geralmente, os limites de saturação são impostos pelo operador do processo ou identificáveis a partir de ensaios na planta, de forma que a suposição a) não é restritiva. As suposições b) e c) podem ser atendidas no contexto *data-driven* se o controlador $C(z)$ for projetado pelo método VRFT a partir de um ensaio com entrada de amplitude suficientemente pequena tal que não ocorra saturação.

Nesse caso, uma estimativa evidente de $T(z)$ seria $\hat{T}(z) = T_d(z)$. Para um controlador já em operação no sistema, uma alternativa seria utilizar uma aproximação $\hat{T}(z)$ determinada a partir dos valores observados de tempo de acomodação e sobressinal.

3.1 Modelagem do sistema sujeito à saturação

Conforme apresentado no capítulo anterior, o projeto do laço de *anti-windup* da Figura 7 consiste em, dada uma fatoração coprima qualquer, determinar uma função de transferência $Q(z, \rho)$ tal que o sistema saturado tenha um dado desempenho desejado para $\tilde{V}(z) = Q(z, \rho)\tilde{V}_0(z)$ e $\tilde{U}(z) = Q(z, \rho)\tilde{U}_0(z)$. Por exemplo, uma maneira de determinar $\tilde{V}_0(z)$ e $\tilde{U}_0(z)$ é o método proposto em BONGERS; HEUBERGER (1990).

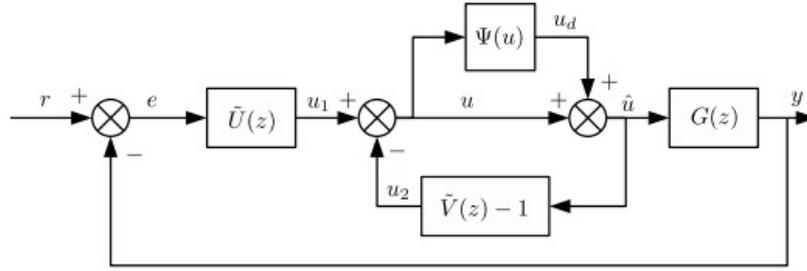
Além disso, semelhante ao VRFT e ao VDFT, pode-se supor que $Q(z, \rho)$ é linearmente parametrizada, conforme

$$Q(z, \rho) = \rho^T \overline{Q}(z) \quad (34)$$

onde $\rho \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de parâmetros a ser determinado e $\overline{Q}(z)$ é um dado vetor de funções de transferência. A classe de $Q(z, \rho)$ é definida como $\mathcal{Q} = \{Q(z, \rho), \rho \in \mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}^p\}$.

A Figura 7 pode ser reescrita considerando uma função zona-morta $\Psi(u(t)) = \text{sat}(u(t)) - u(t)$, de modo que $\hat{u}(t) = \text{sat}(u(t)) = \Psi(u(t)) + u(t)$, conforme a Figura 8.

Figura 8 – Sistema com laço de *anti-windup* reescrito via zona-morta.



Fonte: A autora (2023).

A partir desse diagrama, tem-se $\hat{u}(t) = u_1(t) - u_2(t) + u_d(t)$, que pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) &= \tilde{U}(z)e(t) - [\tilde{V}(z) - I]\hat{u}(t) + u_d(t) \\ &= \tilde{U}(z)e(t) - \tilde{V}(z)\hat{u}(t) + \hat{u}(t) + u_d(t) \\ &= \tilde{V}^{-1}(z)\tilde{U}(z)e(t) + \tilde{V}^{-1}(z)u_d(t). \end{aligned} \quad (35)$$

Pela fatoração coprima exposta de (31) a (33) tem-se que $\hat{u}(t)$ é dado por:

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) &= C(z)e(t) + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)u_d(t) \\ &= u_c(t) + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)u_d(t). \end{aligned} \quad (36)$$

A equação (36) permite traçar um paralelo com a formulação apresentada na Seção 2.1.1. Nesse caso, o sinal de controle é composto por duas parcelas: $u_c(t)$, decorrente do controlador $C(z)$, e um sinal de distúrbio de entrada causado pela saturação. Ao contrário do considerado anteriormente, esse distúrbio decorrente da saturação não é exógeno, mas sim dependente da saída da zona morta filtrada por $\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)$. Ainda, nota-se que, quando não ocorre saturação, $u_d(t) = 0$ e $\hat{u}(t) = u_c(t)$, recuperando o comportamento nominal do sistema em malha fechada.

Como $y(t) = G(z)\hat{u}(t)$, este pode ser descrito como:

$$y(t) = G(z)C(z)e(t) + G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)u_d(t). \quad (37)$$

Uma vez que $e(t) = r(t) - y(t)$, tem-se:

$$y(t) = G(z)C(z)[r(t) - y(t)] + G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)u_d(t), \quad (38)$$

$$y(t)[I + G(z)C(z)] = G(z)C(z)r(t) + G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)u_d(t), \quad (39)$$

$$y(t) = [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)C(z)r(t) + [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)u_d(t). \quad (40)$$

A partir da definição das funções de transferência $T(z)$ e $T_q(z, \rho)$, conforme

$$T(z) = [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)C(z), \quad (41)$$

$$T_q(z, \rho) = [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho), \quad (42)$$

$y(t)$ pode ser reescrito como:

$$y(t) = T(z)r(t) + T_q(z, \rho)u_d(t). \quad (43)$$

A partir de (43) pode-se enxergar que, na presença de saturação, a saída é composta pelo resposta nominal do sistema acrescida da resposta ao distúrbio que depende de $\Psi(u(t))$. Uma vez que as outras componentes de $T_q(z, \rho)$ se referem ao sistema nominal, $Q(z, \rho)$ atua como um grau de liberdade que pode ser utilizado para atingir um dado desempenho quando o sistema está saturado. Por exemplo, se $T_q(z, \rho)$ possui dinâmica lenta, então os efeitos da saturação na saída do sistema se propagam por longos períodos de tempo. Da mesma forma, se os polos dominantes de $T_q(z, \rho)$ forem pouco amortecidos, são esperadas grandes oscilações da saída no entorno do comportamento nominal do sistema.

Partindo de uma abordagem de controle por modelo de referência, pode-se definir uma função de transferência $T_{qd}(z)$ que representa a dinâmica desejada para $T_q(z, \rho)$. Nesse caso, o objetivo é determinar ρ que minimize a função custo

$$J^{DM}(\rho) = \|[T_q(z, \rho) - T_{qd}(z)]u_d(t)\|_2^2. \quad (44)$$

A partir de (42), segue que a parametrização ideal de $Q_d(z)$ que resulta em $J^{DM}(\rho) = 0$ deve ser

$$\begin{aligned} Q_d(z) &= T_{qd}^{-1}(z)[I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z) \\ &= T_{qd}^{-1}(z)T(z)\tilde{U}_0^{-1}(z). \end{aligned} \quad (45)$$

No caso ideal em que $Q_d(z) \in \mathcal{Q}$, existe um dado valor ótimo $\rho = \rho_d$ tal que $Q(z, \rho_d) = Q_d(z)$.

3.2 Abordagem *data-driven*

O objetivo aqui é adaptar o método VDFIT como apresentado em ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA (2018) para o projeto do laço de *anti-windup*. Supondo que o sistema da Figura 6 foi ensaiado com uma referência $r(t)$ suficientemente grande tal que ocorra saturação, foi possível coletar um conjunto de dados $[\hat{u}(t), y(t)]_{t=1}^N$. Com base em (43) e na estimativa do comportamento nominal do sistema em malha fechada $\hat{T}(z)$ é possível determinar um distúrbio de entrada virtual $\bar{u}_d(t)$ como

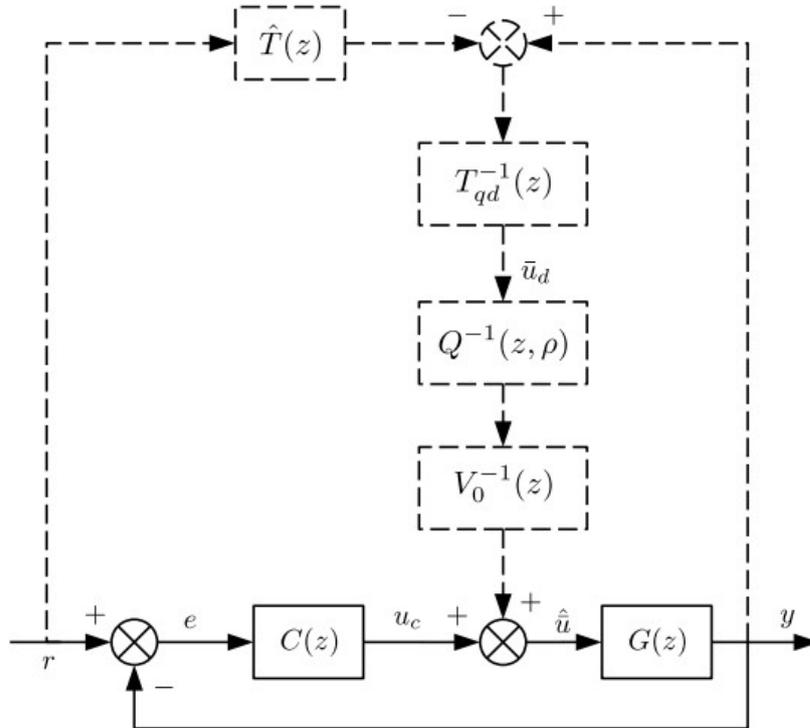
$$\bar{u}_d(t) = T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)]. \quad (46)$$

Substituindo o sinal $u_d(t)$ por $\bar{u}_d(t)$ no diagrama da Figura 8, de (36) pode-se definir o sinal de entrada virtual $\hat{u}(t)$ ao qual a planta é submetida quando alimentada pelo distúrbio virtual como sendo:

$$\hat{u}(t) = C(z)e(t) + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)]. \quad (47)$$

Estes sinais virtuais podem ser observados no diagrama de blocos da Figura 9, representados por linhas tracejadas.

Figura 9 – Sistema em malha fechada com sinais virtuais.



Fonte: A autora (2023).

Assim, o objetivo é identificar uma função de transferência $Q(z, \rho)$ que, quando alimentada pelo distúrbio virtual $\bar{u}_d(t)$, gere um sinal de entrada $\hat{u}(t)$ tão próximo quanto possível do sinal $\hat{u}(t)$ coletado no ensaio. Isso pode ser expresso pela função custo

$$J^{VAWT}(\rho) = \|\hat{u}(t) - \hat{u}(t)\|_2^2. \quad (48)$$

3.2.1 Relação entre $Q_d(z)$ e $J^{VAWT}(\rho)$

Nessa seção, será avaliado o que acontece com o custo $J^{VAWT}(\rho)$ quando $Q(z, \rho)$ é igual a $Q_d(z)$ definida em (45), ou seja, quando $J^{DM}(\rho)$ em (44) é nulo.

Subtraindo-se $\hat{u}(t)$ de (47), tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= C(z)e(t) + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)] - \hat{u}(t) \\ &= C(z)[r(t) - y(t)] + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)] - \hat{u} \\ &= C(z)r(t) - C(z)y(t) + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)y(t) \\ &\quad - \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)\hat{T}(z)r(t) - \hat{u}(t) \\ &= [C(z) - \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)\hat{T}(z)]r(t) \\ &\quad + [\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z) - C(z)]y(t) - \hat{u}(t). \end{aligned} \quad (49)$$

Uma vez que $C(z)$ pode ser reescrita em termos da fatoração coprima, $C(z) = \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)Q(z, \rho)\tilde{U}_0(z)$, pode-se rearranjar (49) como

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)[T_{qd}(z)Q(z, \rho)\tilde{U}_0(z) - \hat{T}(z)]r(t) \\ &\quad + \tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)T_{qd}^{-1}(z)[I - T_{qd}(z)Q(z, \rho)\tilde{U}_0(z)]y(t) - \hat{u}(t). \end{aligned} \quad (50)$$

O produto entre $T_{qd}(z)$, (45) e $\tilde{U}_0(z)$ resulta em

$$\begin{aligned} T_{qd}(z)Q_d(z)\tilde{U}_0(z) &= [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)\tilde{V}_0^{-1}(z)\tilde{U}_0(z) \\ &= [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)C(z) \\ &= T(z). \end{aligned} \quad (51)$$

Considerando que $Q_d^{-1}(z) = \tilde{V}_0(z)G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)]T_{qd}(z)$ e que $Q(z, \rho) = Q_d(z)$, (50) resulta em

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][T(z) - \hat{T}(z)]r(t) \\ &\quad + G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][I - T(z)]y(t) - \hat{u}(t). \end{aligned} \quad (52)$$

Como $y(t) = G(z)\hat{u}$ e $G^{-1}(z)G(z) = I$,

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][T(z) - \hat{T}(z)]r(t) \\ &\quad + G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][I - T(z)]G(z)\hat{u}(t) - G^{-1}(z)G(z)\hat{u}(t) \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned}\hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][T(z) - \hat{T}(z)]r(t) \\ &+ G^{-1}(z)\{[I + G(z)C(z)][I - T(z)] - I\}G(z)\hat{u}(t).\end{aligned}\quad (54)$$

$$\begin{aligned}\hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][T(z) - \hat{T}(z)]r(t) \\ &+ G^{-1}(z)\{[I - T(z) + G(z)C(z) - G(z)C(z)T(z)] - I\}G(z)\hat{u}(t).\end{aligned}\quad (55)$$

$$\begin{aligned}\hat{u}(t) - \hat{u}(t) &= G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][T(z) - \hat{T}(z)]r(t) \\ &+ G^{-1}(z)\{G(z)C(z) - [I + G(z)C(z)]T(z)\}G(z)\hat{u}(t).\end{aligned}\quad (56)$$

Como $T(z) = [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)C(z)$, fica evidente que o segundo termo de (56) será igual a 0, de modo que a expressão resultante é

$$\hat{u}(t) - \hat{u}(t) = G^{-1}(z)[I + G(z)C(z)][T(z) - \hat{T}(z)]r(t).\quad (57)$$

A partir de (57) fica explícito que, no caso ideal, o mínimo de $J^{VAWT}(\rho)$ só será nulo para $Q(z, \rho) = Q_d(z)$ quando $\hat{T}(z) = T(z)$. Isso é esperado já que diferenças entre $\hat{T}(z)$ e $T(z)$ se propagam para o sinal virtual $\bar{u}_d(t)$.

Outro ponto importante a ser ressaltado é que o ensaio de coleta de dados deve obrigatoriamente saturar o sinal de controle. Caso isso não ocorra, os dados não terão informação sobre o distúrbio causado pela saturação, resultando em $\bar{u}_d(t)$ aproximadamente nulo. Nessa condição o problema não é bem posto já que $\hat{u}(t) = \hat{u}(t)$ e $J^{VAWT}(\rho) = 0$ para qualquer valor de ρ .

3.2.2 Minimização de $J^{VAWT}(\rho)$

A minimização de $J^{VAWT}(\rho)$ a partir de (49) não é trivial uma vez que a função de transferência $Q(z, \rho)$ aparece invertida e multiplicada à direita por $\tilde{V}_0^{-1}(z)$. Uma solução seria, ao invés que considerar $Q(z, \rho)$ linearmente parametrizada, considerar o produto $\tilde{V}_0^{-1}(z)Q^{-1}(z, \rho)$ linearmente parametrizado. Outra opção seria a utilização de funções custos alternativas, mas com o mesmo mínimo de $J^{VAWT}(\rho)$ no caso ideal.

Com esse objetivo, considere a função custo alternativa:

$$\tilde{J}^{VAWT}(\rho) = \|Q(z, \rho)\tilde{V}_0(z)[\hat{u}(t) - \hat{u}(t)]\|_2^2.\quad (58)$$

Retomando (49) e multiplicando a expressão por $Q(z, \rho)\tilde{V}_0(z)$, tem-se

$$\begin{aligned}Q(z, \rho)\tilde{V}_0(z)[\hat{u}(t) - \hat{u}(t)] &= Q(z, \rho)\tilde{V}_0(z)C(z)e(t) + T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)] \\ &\quad - Q(z, \rho)\tilde{V}_0(z)\hat{u}(t) \\ &= Q(z, \rho)[\tilde{U}_0(z)e(t) - \tilde{V}_0(z)\hat{u}(t)] + T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)].\end{aligned}\quad (59)$$

Substituindo $Q(z, \rho) = \rho^T \bar{Q}(z)$ e sabendo que $\bar{u}_d(t) = T_{qd}^{-1}(z)[y(t) - \hat{T}(z)r(t)]$, a expressão resultante é

$$Q(z, \rho) \tilde{V}_0(z)[\hat{u}(t) - \hat{u}(t)] = \bar{u}_d(t) - \rho^T \bar{Q}(z)[\tilde{V}_0(z)\hat{u}(t) - \tilde{U}_0(z)e(t)]. \quad (60)$$

De (60) segue que a minimização de $\tilde{J}^{VAWT}(\rho)$ admite solução por mínimos quadrados na forma

$$\rho = \left[\sum_{t=1}^N \phi(t)\phi^T(t) \right]^{-1} \left[\sum_{t=1}^N \phi(t)\bar{u}_d(t) \right], \quad (61)$$

onde $\phi(t) = \bar{Q}(z)[\tilde{V}_0(z)\hat{u}(t) - \tilde{U}_0(z)e(t)]$.

3.2.3 Considerações sobre as escolhas de $\bar{Q}(z)$ e $T_{qd}(z)$

A partir de (45) segue que $Q_d(z) = T_{qd}^{-1}(z)T(z)\tilde{U}_0^{-1}(z)$, ou seja, o conjunto dos polos da $Q_d(z)$ é formado pelos zeros da $T_{qd}(z)$, os zeros da $\tilde{U}_0(z)$ e os polos da $T(z)$. Assim, aumenta a probabilidade de $Q_d(z)$ estar na classe se o vetor $\bar{Q}(z)$ for composto por funções de transferência com polos correspondentes a, no mínimo, esse conjunto particular de polos e zeros. Como $T(z)$ é desconhecida, uma alternativa seria a utilização dos polos da $\hat{T}(z)$ em seu lugar.

Já a definição do modelo de referência do distúrbio, $T_{qd}(z)$, é uma das etapas essenciais da aplicação do método VAWT. Para tanto, é vital que seja feita a análise do grau relativo dessa função de transferência. Partindo de (45), pode-se reescrever a $Q_d(z)$ separando as parcelas correspondentes ao numerador (prefixo n) e ao denominador (prefixo d), conforme

$$Q_d(z) = \frac{dT_{qd}(z)dC(z)dG(z)nG(z)d\tilde{V}_0(z)}{nT_{qd}(z)[dC(z)dG(z) + nC(z)nG(z)]dG(z)n\tilde{V}_0(z)}, \quad (62)$$

que pode ser reescrita como

$$Q_d(z) = \frac{dT_{qd}(z)dC(z)nG(z)d\tilde{V}_0(z)}{nT_{qd}(z)[dC(z)dG(z) + nC(z)nG(z)]n\tilde{V}_0(z)}. \quad (63)$$

Para que o sistema tenha sentido físico, $G(z)$ e $C(z)$ precisam ser causais. Da mesma forma, $Q_d(z)$ precisa ser causal, de modo que o grau relativo de $Q_d(z)$ precisa ser maior ou igual a 0, o que implica em

$$g[nQ_d(z)] \leq g[dQ_d(z)], \quad (64)$$

em que $g[\]$ denota o grau do polinômio.

Analisando então apenas o grau dos numeradores e denominadores e considerando que, obrigatoriamente, $g[dC(z)dG(z)] \geq g[nC(z)nG(z)]$, tem-se

$$\begin{aligned} g[dT_{qd}(z)] + g[dC(z)] + g[nG(z)] + g[d\tilde{V}_0(z)] &\leq \\ g[nT_{qd}(z)] + g[dC(z)] + g[dG(z)] + g[n\tilde{V}_0(z)], \end{aligned} \quad (65)$$

que, simplificando, resulta em

$$g[dT_{qd}(z)] + g[nG(z)] + g[d\tilde{V}_0(z)] \leq g[nT_{qd}(z)] + g[dG(z)] + g[n\tilde{V}_0(z)]. \quad (66)$$

A partir disso, tem-se que o grau relativo da $T_{qd}(z)$ pode ser dado pela diferença entre o grau relativo da $G(z)$ e de $\tilde{V}_0(z)$, conforme

$$g[dT_{qd}(z)] - g[nT_{qd}(z)] \leq g[dG(z)] - g[nG(z)] - \{g[d\tilde{V}_0(z)] - g[n\tilde{V}_0(z)]\}. \quad (67)$$

Por outro lado, como frequentemente a planta é desconhecida, convém também fazer a análise do grau relativo da $T_{qd}(z)$ assumindo que $T(z) = \hat{T}(z)$, de modo que se tem

$$Q_0(z) = T_{qd}^{-1}(z)\hat{T}(z)\tilde{U}_0^{-1}(z). \quad (68)$$

Pode-se reescrever (68) separando as parcelas correspondentes ao numerador e ao denominador, conforme

$$Q_0(z) = \frac{dT_{qd}(z)n\hat{T}(z)d\tilde{U}_0(z)}{nT_{qd}(z)d\hat{T}(z)n\tilde{U}_0(z)}. \quad (69)$$

Seguindo a mesma abordagem de (64), pode-se reescrever a equação em termos de seus graus, de modo que se tem

$$g[dT_{qd}(z)] + g[n\hat{T}(z)] + g[d\tilde{U}_0(z)] \leq g[nT_{qd}(z)] + g[d\hat{T}(z)] + g[n\tilde{U}_0(z)]. \quad (70)$$

Reescrevendo a equação em termo dos graus relativos, tem-se que o grau relativo da $T_{qd}(z)$ pode ser dado pela diferença entre o grau relativo da $\hat{T}(z)$ e de $\tilde{U}_0(z)$, isto é,

$$g[dT_{qd}(z)] - g[nT_{qd}(z)] \leq g[d\hat{T}(z)] - g[n\hat{T}(z)] - \{g[d\tilde{U}_0(z)] - g[n\tilde{U}_0(z)]\}. \quad (71)$$

3.2.4 Procedimento de projeto

Para o projeto sequencial completamente baseado em dados do controlador $C(z)$ e da função de transferência $Q(z, \rho)$, é proposto o seguinte procedimento:

1. Fazer um ensaio na planta sem saturar o sinal de controle e coletar $u(t)$ e $y(t)$.

2. Escolher uma $T_d(z)$ e um controlador linearmente parametrizado e projetar $C(z)$ por VRFT como descrito na Seção 2.1.2.
3. Encontrar uma fatoração coprima tal que $C(z) = \tilde{V}_0^{-1}(z)\tilde{U}_0(z)$.
4. Fazer um ensaio em malha fechada na planta saturando o sinal de controle e coletar $r(t)$, $\hat{u}(t)$ e $y(t)$.
5. Assumir $\hat{T}(z) = T_d(z)$ do passo 2, escolher $T_{qd}(z)$ e $\bar{Q}(z)$ em conformidade com a Seção 3.2.3 e determinar ρ a partir de (61).

3.3 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentada a formulação básica do método VAWT para o projeto de laços de *anti-windup*. O método trata a saturação como um distúrbio de entrada, filtrado pelo inverso do produto entre $\tilde{V}_0(z)$ e $Q(z, \rho)$, de modo que $Q(z, \rho)$ pode ser definida para minimizar os efeitos da saturação sobre o sistema.

Da maneira como foi formulado o problema, é necessário o conhecimento de uma estimativa do comportamento do sistema em malha fechada $\hat{T}(z)$ e a coleta de dados com a ocorrência de saturação do sinal de controle. Quanto ao modelo de referência do distúrbio, este deve ser escolhido de forma a atender as condições (67) ou (71). Porém, percebe-se a necessidade de entender o comportamento do modelo do distúrbio, de forma a se obter melhores diretrizes para sua escolha, sendo este o principal foco das simulações apresentadas nos capítulos seguintes.

Um procedimento de projeto baseado na aplicação sequencial do VRFT para a sintonia do controlador nominal e do método proposto para a sintonia do laço de *anti-windup* também foi apresentado. Esse procedimento requer a realização de dois ensaios na planta, com e sem saturação do sinal de controle e será utilizado nos capítulos seguintes.

4 SIMULAÇÕES PARA PLANTA DE PRIMEIRA ORDEM

Neste capítulo serão apresentados resultados para uma planta de primeira ordem retirada de BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2012). O objetivo é avaliar características básicas do método como a influência do modelo de referência na resposta do sistema e o efeito de diferentes sinais de excitação. Além disso, o método proposto será comparado ao laço de *anti-windup* estático calculado a partir dos ganhos do controlador $C(z)$ (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018).

Em todos os casos será considerado o procedimento descrito no final do capítulo anterior para o caso ideal, ou seja, $C(z)$ projetado por VRFT tal que $\hat{T}(z) = T_d(z)$ e $Q_d(z) \in \mathcal{Q}$. Nesse caso, o valor esperado para $J^{VAWT}(\rho)$ é zero² e $Q(z, \rho)$ deve ser igual a $Q_d(z)$.

4.1 Considerações iniciais

Inicialmente, foi considerado um sistema sem ruído retirado de BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2012) com função de transferência descrita por

$$G(z) = \frac{0.5}{z - 0.9}. \quad (72)$$

Para fins de simulação, foi considerada a existência de saturação na entrada da planta com limites simétricos dados por $u_0 = 2$, conforme (29).

Do ponto de vista de projeto de $C(z)$, foi escolhido um modelo de referência desejado para o sistema em malha fechada dado por

$$T_d(z) = \frac{0.4}{z - 0.6}. \quad (73)$$

De acordo com BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2012), esse desempenho desejado pode ser obtido com a utilização de um controlador PI. Assim, foi realizado um ensaio na planta em malha aberta com uma referência do tipo salto e amplitude igual a 1, tal que não ocorra saturação do sinal de controle. A partir dos dados coletados nesse ensaio, o método VRFT foi utilizado resultando em

$$C(z) = \frac{0.8(z - 0.9)}{z - 1}. \quad (74)$$

² A norma 2 ao quadrado de um vetor x de N pontos foi calculada como $\|x\|_2^2 = x'x$

Para esse controlador, segue que $T(z) = T_d(z)$. Além disso, para fins de construção dos sinais virtuais do VAWT, foi considerado $\hat{T}(z) = T_d(z)$.

O próximo passo para o projeto do laço de *anti-windup* foi a determinação da fatoração coprima do controlador. Com esse objetivo, foi utilizada uma rotina em Matlab® que implementa o método proposto em BONGERS; HEUBERGER (2008). Para o controlador $C(z)$ apresentado em (74), $\tilde{U}_0(z)$ e $\tilde{V}_0(z)$ podem ser descritas como:

$$\tilde{U}_0(z) = \frac{0.6173(z - 0.9)}{z - 0.9383}, \quad (75)$$

$$\tilde{V}_0(z) = \frac{0.7716(z - 1)}{z - 0.9383}. \quad (76)$$

Cabe observar que os denominadores de $\tilde{U}_0(z)$ e $\tilde{V}_0(z)$ são iguais, condição necessária para satisfazer a igualdade imposta por (31).

4.2 Bases de comparação para a análise da $T_{qd}(z)$

Para fins de avaliação dos resultados, foi considerado um ensaio padrão do sistema em malha fechada com um salto de referência de amplitude 8. Na maioria dos casos, as comparações foram estabelecidas em termos do custo $J_y = \|T_d(z)r(t) - y(t)\|_2^2$ obtido para os seguintes casos:

i) Sistema com saturação e sem laço de anti-windup, conforme apresentado na Figura 6. Esse custo será denominado de J_y^{SAT} .

ii) *Anti-windup* estático calculado a partir dos ganhos proporcional e integral do controlador, conforme ilustrado no Figura 5. Esse custo será denominado J_y^{AW} .

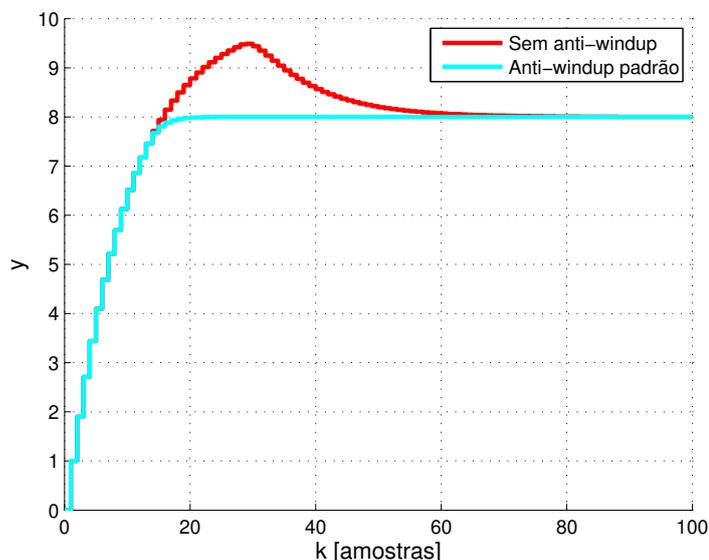
Tendo como base o controlador $C(z)$ da seção anterior, uma vez que $K^P = 0.8$ e $K^I = 0.08$, o valor de ganho estático K^T do laço de *anti-windup* é 0.1. Na Tabela 1 são apresentados os dois custos calculados a partir dos dados da Figura 10. Nela, é possível observar que o custo obtido quando não há laço de *anti-windup* é bastante elevado e que o uso do *anti-windup* da Figura 5 (denominado ao longo do texto como *padrão* ou *convencional*) melhora significativamente esse resultado.

Tabela 1 – Custos para comparação dos resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$ considerando o sinal de entrada como um salto de amplitude 8.

J_y^{SAT}	107.0290
J_y^{AW}	78.6107

Fonte: A autora (2023).

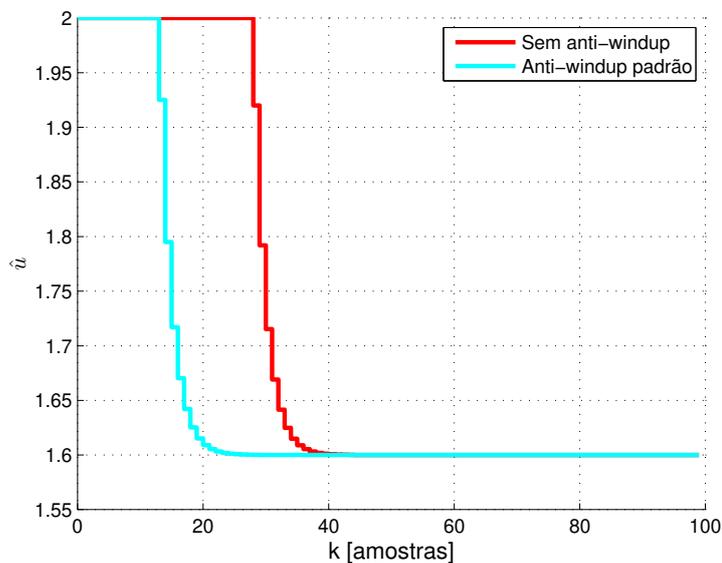
Figura 10 – Sinal de saída da planta para comparação com os resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Ainda, através da Figura 11, pode-se observar a diferença entre o número de amostras que o sinal passa saturado em cada um dos casos. Observa-se que, para o caso sem laço de *anti-windup*, o sinal de controle passa 28 amostras saturado e leva 53 amostras para se acomodar, em comparação com o *anti-windup* padrão que reduz o número de amostras saturadas para 13 e se acomoda em 16.

Figura 11 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para comparação com os resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

4.3 Influência da escolha da $T_{qd}(z)$

A seguir são analisadas $T_{qd}(z)$ de primeira e segunda ordem, afim de observar como essa escolha impacta no desempenho do laço de *anti-windup*. Nessa etapa, correspondente ao passo 4 do procedimento da Seção 3.2.4, foram coletados dados considerando um sinal de referência do tipo salto de amplitude igual a 8. Considerações sobre a escolha dos sinais de coleta de dados serão apresentadas na próximas seções.

4.3.1 Análise da $T_{qd}(z)$ de primeira ordem

Com a configuração inicial do sistema, foi imposta uma função de transferência do distúrbio, $T_{qd}(z)$, de primeira ordem, com grau relativo 1, de modo que a inequação (67) é satisfeita - uma vez que a planta $G(z)$ apresenta grau relativo 1.

A partir da $T_{qd}(z)$ pôde-se calcular a função de transferência desejada $Q_d(z)$ com base em (45). Considerando uma $T_{qd}(z)$ na forma

$$T_{qd}(z) = \frac{\bar{k}(1 - p_d)}{z - p_d}, \quad (77)$$

onde \bar{k} se refere ao ganho da função de transferência e p_d ao polo desejado, são apresentados os resultados pertinentes obtidos a partir da variação do ganho e do polo. Dessa forma, pôde-se analisar como esses parâmetros influenciam na resposta do sistema.

Ainda, baseado nas considerações da Seção 3.2.3, foi utilizado

$$\bar{Q}(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{z-0.9} \\ \frac{1}{z-0.6} \end{bmatrix}. \quad (78)$$

tal que $Q_d(z)$ pertence à classe \mathcal{Q} .

As funções de transferência $T_{qd}(z)$ e $Q_d(z)$ para cada caso, calculadas a partir de (61), podem ser encontradas no Apêndice A.

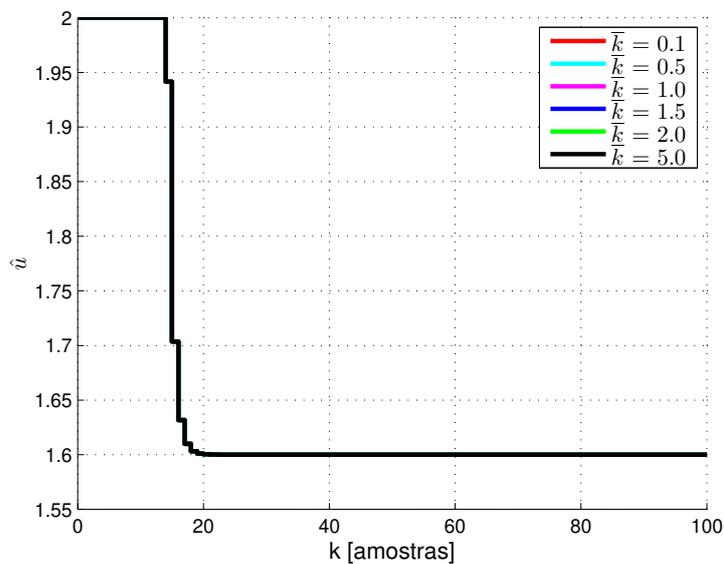
4.3.1.1 Variação do ganho \bar{k} da $T_{qd}(z)$

Inicialmente, foi arbitrado um polo em 0.3, ficando reservada à Seção 4.3.1.2 a análise do efeito da variação desse polo. Tanto para a coleta de dados quanto para a validação de desempenho foi considerado um salto de referência de amplitude 8, conforme mencionado na Seção 4.2. A faixa de variação escolhida para \bar{k} foi de 0.1 a 5.0.

Para todos os casos obteve-se $T_q(z, \rho) = T_{qd}(z)$ e $Q(z, \rho) = Q_d(z)$, o que era esperado, uma vez o controlador $C(z)$ projetado via VRFT estava na classe.

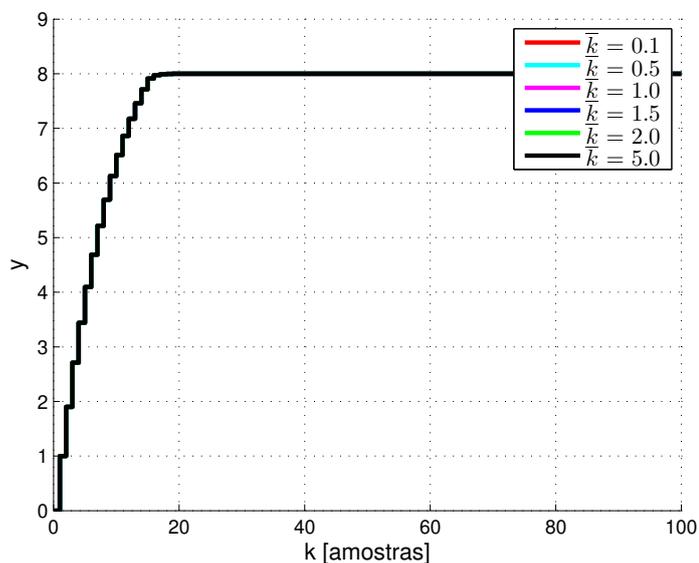
Nas Figuras 12 e 13 tem-se o sinal de controle $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ gerados para diferentes valores de ganho.

Figura 12 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação em \bar{k} .



Fonte: A autora (2023).

Figura 13 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação em \bar{k} .



Fonte: A autora (2023).

Nota-se que, independente do valor de \bar{k} , o sinal de controle e de saída têm exatamente o mesmo comportamento. Isso é evidenciado pela Tabela 2, a partir da qual pode-se ver que o número de amostras que o sinal passa saturado é igual a 14 para todos os casos, assim como a acomodação do sinal de saída ocorre em 15 amostras.

Tabela 2 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação em \bar{k} .

\bar{k}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0.1	14	15
0.5	14	15
1.0	14	15
1.5	14	15
2.0	14	15
5.0	14	15

Fonte: A autora (2023).

Adicionalmente, na Tabela 3 tem-se o custo J^{DM} , definido em (44), e J_y^{VAWT} , calculado conforme (15) e considerando o laço de *anti-windup* projetado via VAWT, os quais também se mantêm, independente da variação de \bar{k} .

Tabela 3 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para quando ocorre variação em \bar{k} da $T_{qd}(z)$.

\bar{k}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0.1	$3.121 * 10^{-23}$	78.5389
0.5	$3.123 * 10^{-23}$	78.5389
1.0	$3.123 * 10^{-23}$	78.5389
1.5	$3.125 * 10^{-23}$	78.5389
2.0	$3.123 * 10^{-23}$	78.5389
5.0	$3.129 * 10^{-23}$	78.5389

Fonte: A autora (2023).

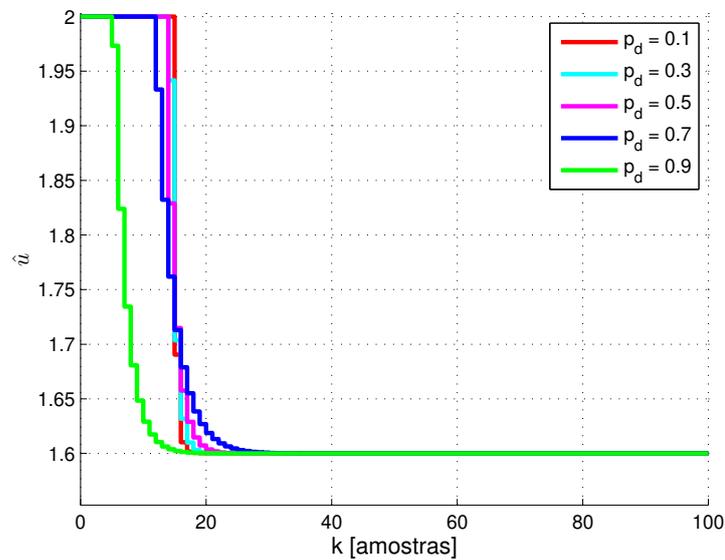
Esses resultados levam à conclusão de que o ganho \bar{k} da $T_{qd}(z)$ não exerce qualquer influência sobre a saída do sistema. Dessa forma, para simplificar os cálculos, \bar{k} será considerado com valor unitário. Contudo, já é possível observar que o método VAWT é superior ao caso sem laço de *anti-windup*, uma vez que obteve um custo bastante inferior. Em relação ao *anti-windup* padrão observa-se um resultado promissor também, pois o custo J_y^{VAWT} obtido foi marginalmente inferior a J_y^{AW} .

4.3.1.2 Variação do polo da $T_{qd}(z)$

Definindo a $T_{qd}(z)$ com um ganho \bar{k} igual a 1 e o salto de entrada fixo em 8, variou-se o polo p_d entre 0.1 e 0.9. Novamente, para todos os casos obteve-se $T_q(z, \rho) = T_{qd}(z)$ e $Q(z, \rho) = Q_d(z)$.

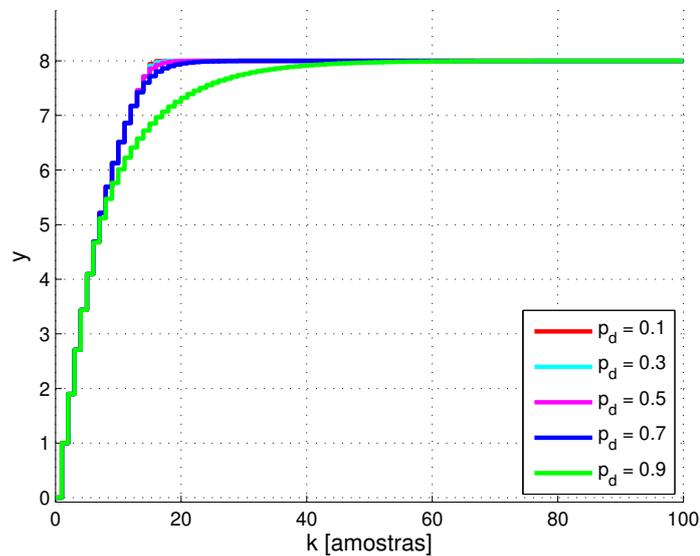
As Figuras 14 e 15 ilustram o comportamento do sistema para a configuração considerada.

Figura 14 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Figura 15 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Como pode-se observar, a variação do polo da $T_{qd}(z)$ provocou uma mudança significativa no comportamento do sinal de controle $\hat{u}(t)$. Polos mais lentos - valores maiores de p_d - fizeram com que o sinal de controle ficasse pouco tempo saturado, porém causaram um aumento no tempo de acomodação da saída. Por outro lado, a escolha de polos rápidos para $T_{qd}(z)$ faz com que o sistema fique bastante tempo saturado, mas com uma saída que se acomoda rapidamente.

Tal comportamento é evidenciado pela Tabela 4. Enquanto com $p_d = 0.9$ o sinal passou apenas 5 amostras saturado, para $p_d = 0.1$ esse valor foi três vezes maior, embora, para tanto, o custo tenha aumentado cerca de 23%, como mostra a Tabela 5. Observa-se também que o número de amostras que o sistema leva para se acomodar aumentou com o aumento do polo. Enquanto o polo em 0.9 demorou 34 amostras para se acomodar, o polo em 0.1 demorou pouco menos que a metade desse valor. Essa diferença já era esperada, uma vez que o polo mais lento tende a ficar menos tempo saturado, porém às custas do tempo de acomodação, que se torna mais lento.

Tabela 4 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$.

polo	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0.1	15	15
0.3	14	15
0.5	14	15
0.7	12	17
0.9	5	34

Fonte: A autora (2023).

Tabela 5 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} quando ocorre variação no polo da $T_{qd}(z)$.

polo	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0.1	$3.124 * 10^{-23}$	78.5341
0.3	$3.123 * 10^{-23}$	78.5389
0.5	$3.112 * 10^{-23}$	78.5575
0.7	$3.089 * 10^{-23}$	78.7950
0.9	$5.273 * 10^{-23}$	97.0368

Fonte: A autora (2023).

Novamente, nota-se que o custo obtido foi melhor para todos os casos em comparação com o sistema operando sem laço de *anti-windup*. Em relação ao uso do *anti-windup* padrão, para polos mais rápidos o custo continuou sendo marginalmente menor. O aumento do polo levou a um aumento do custo, ficando com um desempenho inferior para este caso.

Aqui se torna evidente que a função de transferência $T_{qd}(z)$ pode ser escolhida tal que o laço de *anti-windup* atenda objetivos distintos: evitar a ocorrência de saturação, reduzindo o tempo em que o sistema fica saturado, ou desempenho ótimo depois que a saturação deixa de ocorrer.

4.3.2 Análise da $T_{qd}(z)$ de segunda ordem

Considerando a mesma configuração inicial do sistema, foi imposta uma $T_{qd}(z)$ de segunda ordem, considerada na forma

$$T_{qd}(z) = \frac{\bar{k}(1 - \alpha_1 + \alpha_0)(z - z_d)}{(1 - z_d)(z^2 - \alpha_1 z + \alpha_0)}, \quad (79)$$

onde \bar{k} representa o ganho DC; α_0 e α_1 são parâmetros relacionados aos polos desejados; e z_d é o zero desejado, adicionado para obter o grau relativo 1, necessário para atender (67).

Sendo um modelo de referência de segunda ordem, a $T_{qd}(z)$ conta com dois polos, p_1 e p_2 , onde os valores de α_0 e α_1 representam, respectivamente, $p_1 p_2$ e $p_1 + p_2$ e são obtidos a partir de dois parâmetros de interesse. Aqui, serão considerados o M_{pd} , máximo sobressinal percentual (sobressinal) e o t_{sd} , tempo de acomodação desejado para que a saída do sistema se acomode na faixa de $\pm 2\%$ do seu valor de regime permanente.

Para sistemas de tempo contínuo com $M_{pd} \neq 0\%$, os polos desejados podem ser descritos através dos parâmetros ξ e ω_n através de

$$\xi = \sqrt{\frac{\log^2(0.01M_{pd})}{\pi^2 + \log^2(0.01M_{pd})}}, \quad (80)$$

e

$$\omega_n = \frac{4}{t_{sd}\xi}. \quad (81)$$

Dessa forma, os polos p_1 e p_2 de tempo discreto podem ser obtidos por

$$p_1 = e^{T_s \left(-\xi\omega_n + \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \right)}, \quad (82)$$

$$p_2 = e^{T_s \left(-\xi\omega_n - \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \right)}, \quad (83)$$

em que T_s representa o tempo de amostragem, o qual foi considerado como 1. Quando $M_{pd} = 0\%$, foram arbitrados dois polos reais com dominância dados por

$$p_1 = e^{T_s \left(\frac{-4}{t_{sd}} \right)}, \quad (84)$$

$$p_2 = p_1^4. \quad (85)$$

A partir da definição da $T_{qd}(z)$, foi possível calcular a função de transferência desejada $Q_d(z)$. A seguir, são apresentados os resultados obtidos a partir da variação do zero z_d da $T_{qd}(z)$, de seu tempo de acomodação t_{sd} e de seu máximo sobressinal M_{pd} . Semelhante aos resultados obtidos para a $T_{qd}(z)$ de primeira ordem, não houve variação nos resultados para a variação do ganho \bar{k} , de modo que este foi utilizado com valor unitário por simplicidade.

Novamente, baseado nas considerações da Seção 3.2.3, foi utilizado

$$\bar{Q}(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{z-0.9} \\ \frac{1}{z-z_d} \\ \frac{1}{z-0.6} \end{bmatrix}. \quad (86)$$

tal que $Q_d(z)$ pertence à classe \mathcal{Q} .

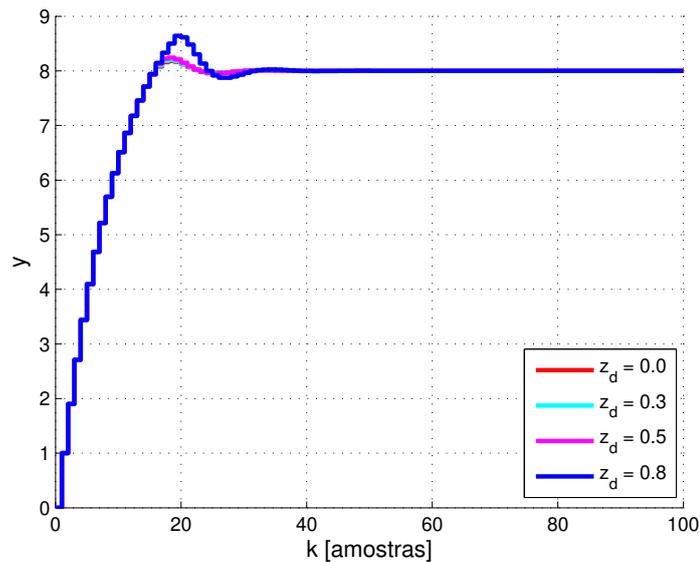
As funções de transferência $T_{qd}(z)$ e $Q_d(z)$, calculadas a partir de (61), se encontram no Apêndice A.

4.3.2.1 Variação do zero da $T_{qd}(z)$

Ao aumentar a ordem da $T_{qd}(z)$, foi preciso adicionar um zero, afim de manter o grau relativo da função de transferência. Dessa forma, definiu-se, arbitrariamente, a $T_{qd}(z)$ com um tempo de acomodação igual a 18 amostras e um máximo sobressinal de 20% e variou-se o zero da função entre 0 e 0.8, afim de observar sua influência. Para todos os casos obteve-se $T_q(z, \rho) = T_{qd}(z)$ e $Q(z, \rho) = Q_d(z)$. A análise do sobressinal e do tempo de acomodação é feita nas seções subsequentes.

Pela Figura 16 fica evidente o sobressinal causado pelo aumento do zero, como esperado.

Figura 16 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no zero da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Pela Tabela 6 nota-se que quando o zero é igual a 0.8, o sinal de controle passa 18 amostras saturado e o tempo de acomodação é igual a 23 amostras. Em comparação, o zero em 0 faz com que o sinal fique 14 amostras saturado e o sinal de saída se acomode em 20 amostras.

Tabela 6 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no zero da $T_{qd}(z)$.

zero	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0.0	14	20
0.3	15	20
0.5	15	20
0.8	18	23

Fonte: A autora (2023).

Pela Tabela 7, nota-se que zeros mais próximos de 0 também resultam em um custo menor, não sendo observada qualquer evidência de benefícios para zeros maiores. Dessa forma, optou-se por prosseguir com as simulações considerando um zero na origem.

Tabela 7 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes zeros de $T_{qd}(z)$.

zero	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0.0	$3.2104 * 10^{-23}$	78.6522
0.3	$3.1376 * 10^{-23}$	78.6765
0.5	$3.3082 * 10^{-23}$	78.7418
0.8	$2.9345 * 10^{-23}$	80.1092

Fonte: A autora (2023).

4.3.2.2 Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 20\%$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0

Definindo a $T_{qd}(z)$ com um máximo sobressinal de 20%, zero em 0 e ganho unitário, variou-se o tempo de acomodação do sistema. Para todos os casos a igualdade entre $T_q(z, \rho)$ e $T_{qd}(z)$ se manteve, assim como para $Q(z, \rho)$ e $Q_d(z)$.

Conforme mostra a Tabela 8, um aumento do t_{sd} causou uma diminuição no número de amostras que o sinal passa saturado, porém aumentou o número de amostras que o sinal leva para se acomodar.

Tabela 8 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$.

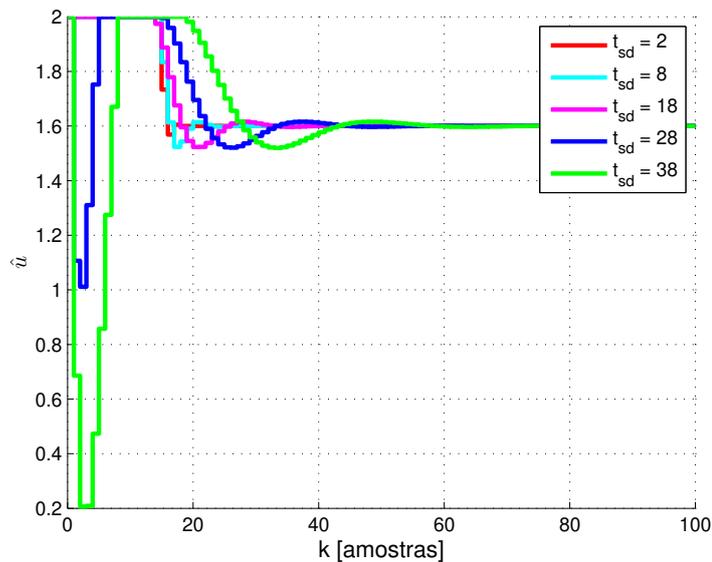
t_{sd}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
2	15	15
8	15	15
18	14	20
28	11	26
38	12	33

Fonte: A autora (2023).

Contudo, cabe observar que para os casos com maior t_{sd} , 28 e 38 amostras, o sinal começou saturado, diminuiu e voltou a saturar, o que não ocorre para t_{sd} menores, como

pode ser observado na Figura 17. Aqui também observa-se uma diferença em relação à $T_{qd}(z)$ de primeira ordem, onde a saturação ocorria apenas nos instantes iniciais da resposta.

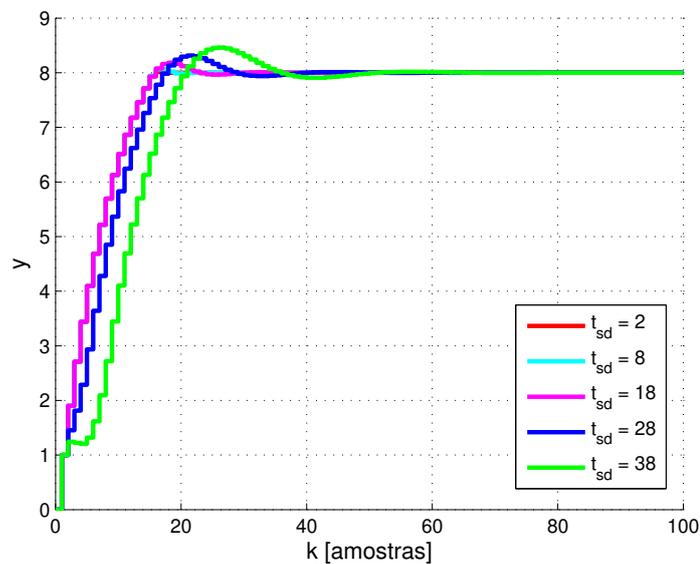
Figura 17 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Outro ponto notável é que, de acordo com a Figura 18, a variação da saída do sistema foi maior para t_{sd} maiores.

Figura 18 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Em relação aos custos, percebe-se, através da Tabela 9, que para t_{sd} menores, o custo J_y^{VAWT} ficou em torno de 78, assim como o J_y^{AW} . Já para 28 amostras, o custo J_y^{VAWT} ficou maior que 135 e mais do que dobrou para 38 amostras.

Tabela 9 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes tempos de acomodação de $T_{qd}(z)$.

t_{sd}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
2	$3.1174 * 10^{-23}$	78.5344
8	$3.1151 * 10^{-23}$	78.5435
18	$3.2104 * 10^{-23}$	78.6522
28	$5.2322 * 10^{-23}$	135.2643
38	$9.3103 * 10^{-23}$	278.1382

Fonte: A autora (2023).

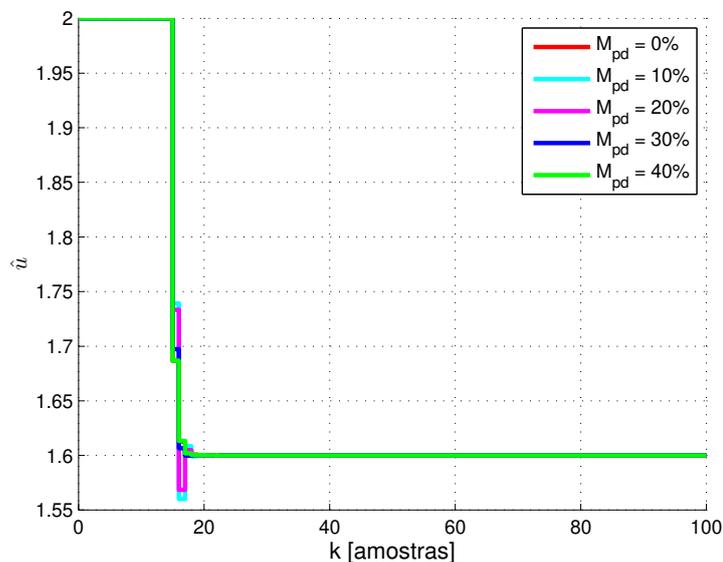
Dessa forma, optou-se por testar os casos de $t_{sd} = 2$ e $t_{sd} = 18$ para analisar o efeito do sobressinal nessas duas situações.

4.3.2.3 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0

Definindo a $T_{qd}(z)$ com um tempo de acomodação de 2 amostras, zero em 0 e ganho unitário, variou-se o máximo sobressinal da saída do sistema. Para todos os casos obteve-se $T_q(z, \rho) = T_{qd}(z)$ e $Q(z, \rho) = Q_d(z)$.

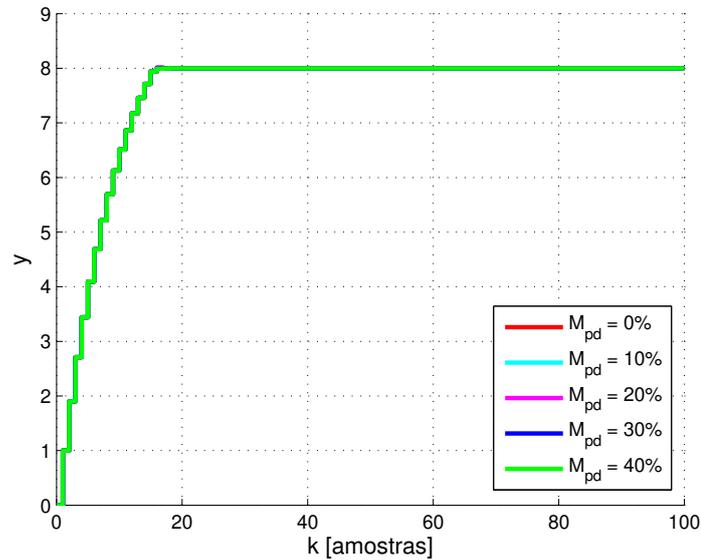
Analisando as Figuras 19 e 20, pode-se observar que $\hat{u}(t)$ tem praticamente o mesmo comportamento independente do valor de M_{pd} considerado e que a saída do sistema praticamente não se alterou.

Figura 19 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 2.



Fonte: A autora (2023).

Figura 20 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 2.



Fonte: A autora (2023).

Tal conclusão é reforçada pela Tabela 10, na qual pode-se observar que o sinal passou um total de 15 amostras saturado e também levou 15 amostras para se acomodar para todos os casos. Ou seja, uma vez que o sinal de controle saiu da região saturada, o sinal de saída imediatamente se acomodou.

Tabela 10 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 2.

M_{pd}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0%	15	15
10%	15	15
20%	15	15
30%	15	15
40%	15	15

Fonte: A autora (2023).

Analisando o custo para se atingir tal resultado, observa-se que ele não apresentou alteração significativa, conforme a Tabela 11.

Tabela 11 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e t_{sd} fixo em 2.

M_{pd}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0%	$3.1288 * 10^{-23}$	78.5342
10%	$3.1162 * 10^{-23}$	78.5344
20%	$3.1174 * 10^{-23}$	78.5344
30%	$3.1279 * 10^{-23}$	78.5341
40%	$3.1182 * 10^{-23}$	78.5342

Fonte: A autora (2023).

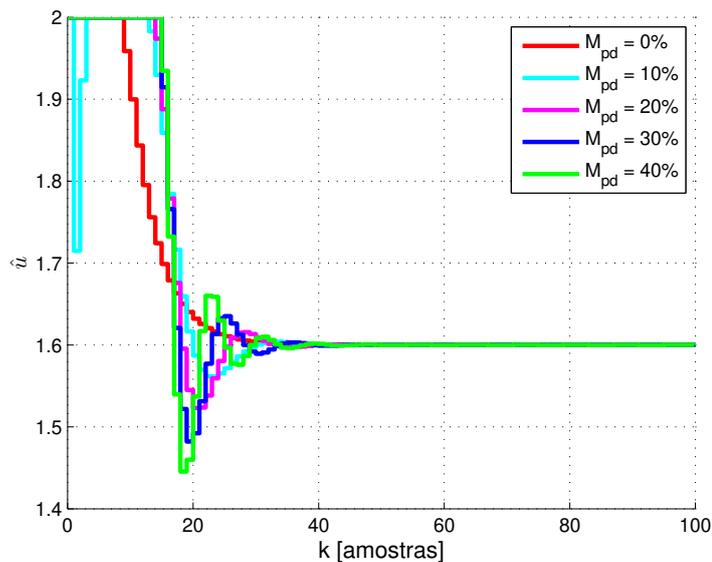
Dessa forma, tem-se que, quando o t_{sd} é suficientemente pequeno, o máximo sobressinal tem uma influência irrelevante sobre o custo, o tempo de acomodação do sistema após saturar e o número de amostras que o sinal de controle passa saturado.

4.3.2.4 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 18$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0

Definindo a $T_{qd}(z)$ com um tempo de acomodação de 18 amostras, zero em 0 e ganho unitário, variou-se o máximo sobressinal da saída do sistema. Em todos os casos obteve-se a $T_q(z, \rho)$ e a $Q(z, \rho)$ desejadas.

A Figura 21 apresenta como o sinal de controle $\hat{u}(t)$ se comporta dada a variação do M_{pd} . Ao contrário do observado quando $t_{sd} = 2$, para $t_{sd} = 18$ observa-se que o sobressinal exerceu influência sobre o sinal. Nota-se também que para $M_{pd} = 0\%$ o sinal passou um número menor de amostras saturado.

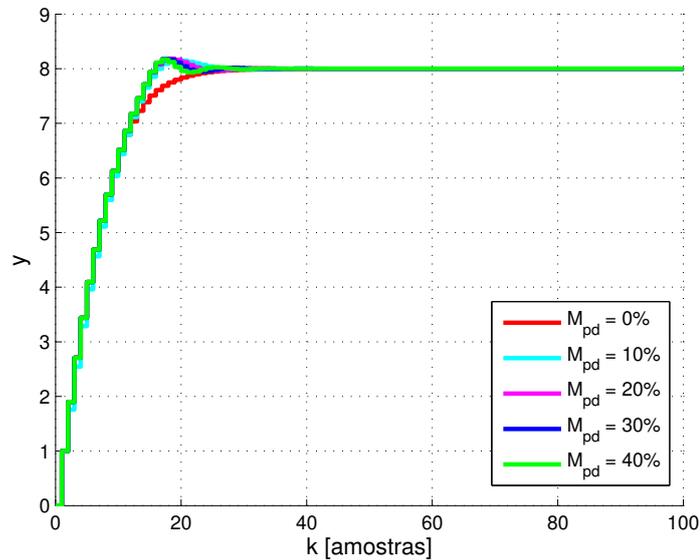
Figura 21 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 18.



Fonte: A autora (2023).

Pela Figura 22 pode-se observar o efeito da escolha de uma $T_{qd}(z)$ de segunda ordem para representar o comportamento do distúrbio.

Figura 22 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 18.



Fonte: A autora (2023).

Pela Tabela 12 observa-se que o número de amostras durante o qual o sistema passa saturado aumenta com o sobressinal. Nota-se também que as 9 amostras que o sinal passou saturado quando $M_{pd} = 0\%$ foram às custas do número de amostras que o sinal leva para se acomodar - 21 amostras. No entanto, esse valor não foge muito das 18 amostras que ocorrem para M_{pd} de 40%.

Tabela 12 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e tem-se t_{sd} fixo em 18.

M_{pd}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0%	9	21
10%	11	15
20%	14	20
30%	15	19
40%	15	18

Fonte: A autora (2023).

O valor de 10% é quem chama a atenção, pois o sinal se acomodou em 15 amostras - menor valor para a simulação. Isso pode ser explicado com o auxílio da Figura 21, nela pode-se observar que o caso com M_{pd} de 10% é o único em que o sinal de controle deixa de saturar e depois satura novamente.

A partir da Tabela 13 pode-se observar os custos resultantes.

Tabela 13 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e tem-se t_{sd} fixo em 18.

M_{pd}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0%	$3.2230 * 10^{-23}$	80.2447
10%	$3.5669 * 10^{-23}$	85.4754
20%	$3.2104 * 10^{-23}$	78.6522
30%	$3.1459 * 10^{-23}$	78.6295
40%	$3.1102 * 10^{-23}$	78.6040

Fonte: A autora (2023).

Ao variar o valor de máximo sobressinal, observa-se que o custo para valores acima de 20% ficou bastante próximo aos 78 do *anti-windup* convencional. Para 0% observa-se que o custo aumenta para 80, o que é uma diferença bastante pequena considerando que se evita completamente o sobressinal.

4.4 Influência do sinal de excitação

Para a geração das simulações utilizando o método VAWT, foi necessário coletar dados para o sistema operando com saturação. Nas simulações anteriores, esse sistema foi submetido a um salto de amplitude 8. Nesta seção será variado o sinal utilizado na coleta dos dados saturados, afim de identificar como este influencia nos resultados gerados. Para fins de comparação, a avaliação desses resultados ainda será considerando o ensaio padrão da Seção 4.3, com um salto igual a 8.

Para tanto, assumiu-se uma $T_{qd}(z)$ de primeira ordem, visto que essa se adequou melhor para a planta de primeira ordem. O ganho \bar{k} foi unitário e o polo foi posicionado em 0.7, já que este representa um valor intermediário entre o número de amostras que o sistema passa saturado e o quanto ele demora para se acomodar, além de possuir um custo J_y^{VAWT} próximo ao J_y^{AW} . Dessa forma, a $T_{qd}(z)$ resultante é

$$T_{qd}(z) = \frac{0.3}{z - 0.7}. \quad (87)$$

Já $Q_d(z)$ é obtida a partir da $T_{qd}(z)$ e do sistema nominal. Se o VRFT resultar em um controlador nominal que está na classe, $T_d(z)$, que foi considerada como igual a $\hat{T}(z)$, será igual a $T(z)$ e $Q(z, \rho)$ será igual a $Q_d(z)$, assim como $T_{qd}(z)$ e $T_q(z, \rho)$.

Dado esse contexto, foram testados diferentes sinais e concluiu-se que o resultado independe do sinal quando se está considerando o caso ideal de $\hat{T}(z) = T_d(z) = T(z)$ e $Q_d(z) \in \mathcal{Q}$. Dessa forma, para melhor observar a influência do sinal de excitação no caso geral, foi adicionado um desvio no valor do ganho do controlador nominal, apresentado

em (74), em relação ao controlador $C(z)$ efetivamente implementado na planta. Do ponto de vista do VAWT, isso faz com que $\hat{T}(z) = T_d(z)$ seja diferente de $T(z)$ e, devido a (58), J^{VAWT} em (48) seja diferente de zero. Ainda, como a função de transferência $Q(z, \rho)$ calculada será diferente de $Q_d(z)$, tem-se $T_{qd}(z) \neq T_q(z, \rho)$ por consequência. Considerou-se o caso em que o controlador encontrado possui uma diferença de 20% em relação ao ganho DC do controlador desejado, conforme (88).

$$C(z) = \frac{0.96(z - 0.9)}{z - 1}. \quad (88)$$

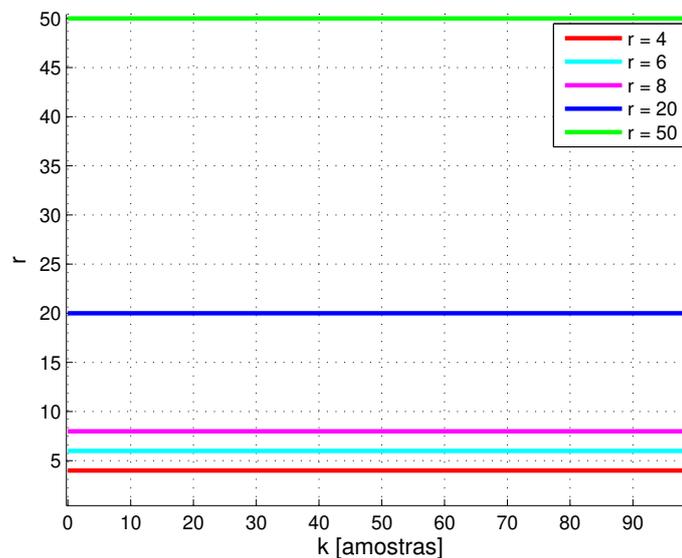
As equações obtidas para $Q(z, \rho)$ e $T_q(z, \rho)$ em cada caso podem ser encontradas no Apêndice A.

Para fins de comparação, o custo J_y^{VAWT} será comparado com o custo J_y^{AW} , que representa o *anti-windup* convencional e que também é afetado quando o controlador utilizado é diferente do desejado.

4.4.1 Entrada do tipo salto

A realização da coleta de dados foi feita utilizando um salto de diferentes amplitudes, conforme a Figura 23.

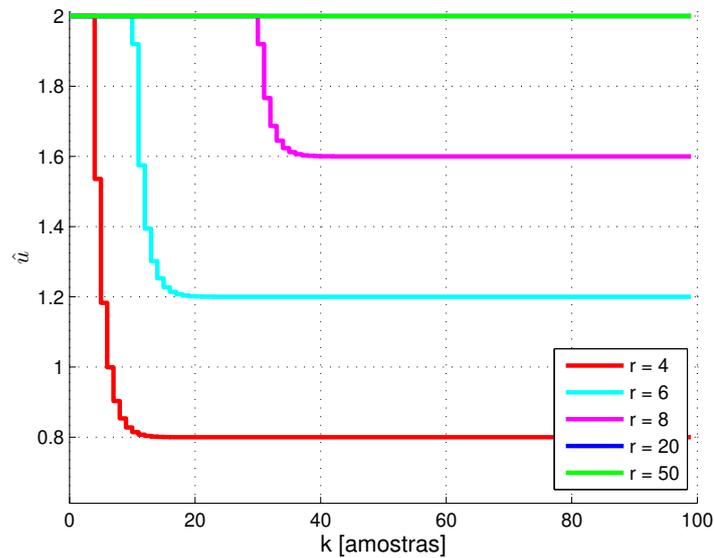
Figura 23 – Sinal de entrada do tipo salto aplicado ao sistema para a coleta de dados.



Fonte: A autora (2023).

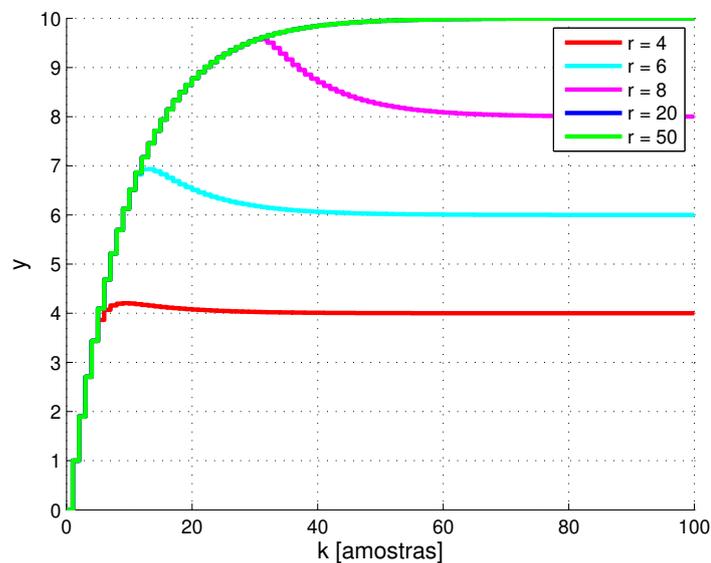
Nas Figuras 24 e 25 têm-se o sinal $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ obtidos na coleta de dados para o caso em que o ganho DC do controlador encontrado é 20% maior que o do controlador desejado.

Figura 24 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

Figura 25 – Sinal de saída da planta para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.

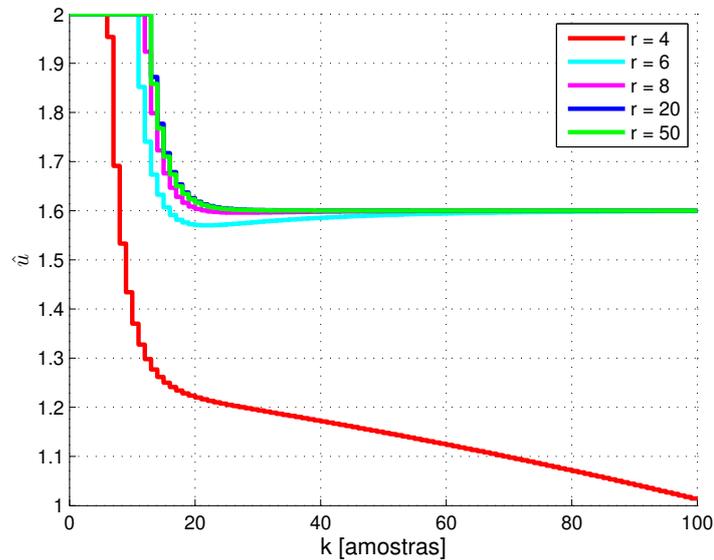


Fonte: A autora (2023).

Nas Figuras 26 e 27 têm-se as simulações com o VAWT calculadas a partir dos sinais das Figuras 24 e 25. Observa-se que saltos com uma amplitude maior que 6 resultaram em uma ligeira mudança entre os sinais gerados. Contudo, nota-se que, quando o salto utilizado na coleta de dados é igual a 4, o sinal de saída não chega a atingir a referência na janela de amostras observada. Uma possível explicação para isso é que o sinal de controle,

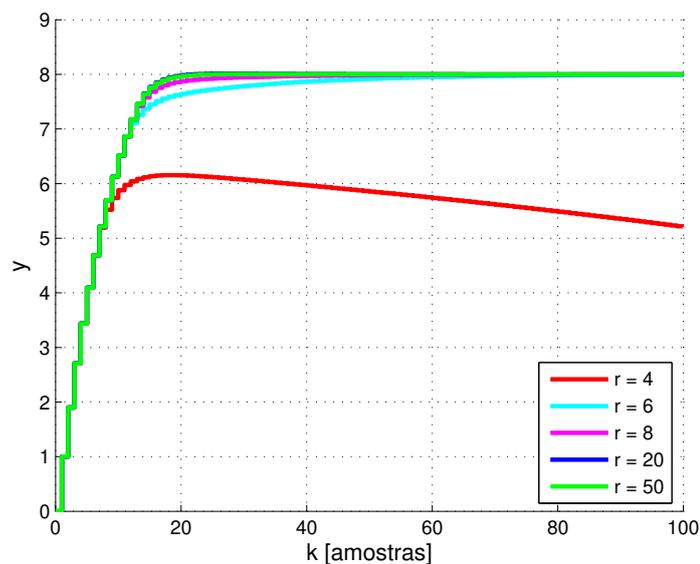
durante a coleta de dados, fica saturado por um número pequeno de amostras, de forma que o *anti-windup* resultante não é capaz de estabilizar o sistema.

Figura 26 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

Figura 27 – Saída $y(t)$ do sistema quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

A Tabela 14 apresenta os custos encontrados para esta configuração.

Tabela 14 – Custos considerando diferentes amplitudes para o salto aplicado à entrada na coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.

Amplitude	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
4	540.8239	78.5601
6	81.5680	78.5601
8	79.0118	78.5601
20	78.6569	78.5601
50	78.6767	78.5601

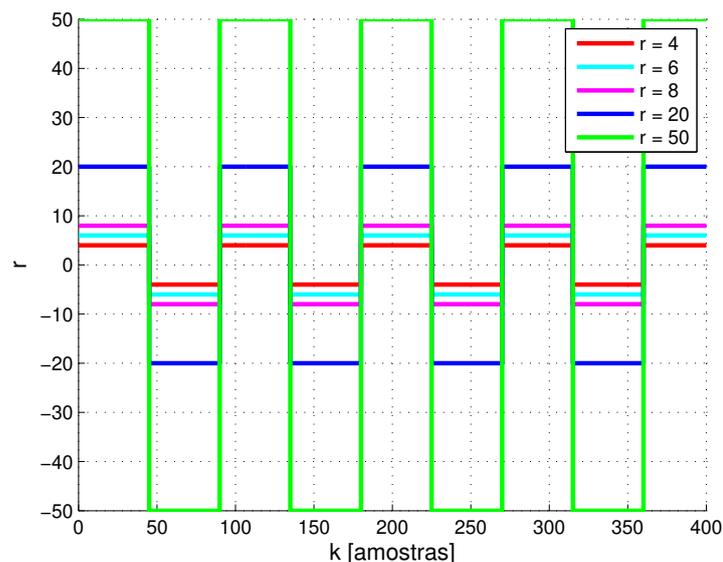
Fonte: A autora (2023).

Observa-se que J_y^{AW} se mantém constante, o que era esperado pois seu sistema não sofreu alteração. Já para o J_y^{VAWT} , nota-se que, embora J_y^{AW} tenha sido melhor em todos os casos, o custo diminuiu para amplitudes de salto maiores. Tais resultados indicam que saltos com amplitudes maiores tendem a gerar mais amostras saturadas e, conseqüentemente, mais informações para o cálculo do VAWT.

4.4.2 Entrada do tipo onda quadrada

A realização da coleta de dados foi feita utilizando uma onda quadrada de diferentes amplitudes, conforme a Figura 28. Seu período foi definido como 90 amostras, de modo que o sinal saísse da região de saturação entre cada meio ciclo. Por conseqüência, a janela de tempo utilizada para observar os resultados precisou ser aumentada, de modo a observar-se pelo menos 4 desses ciclos.

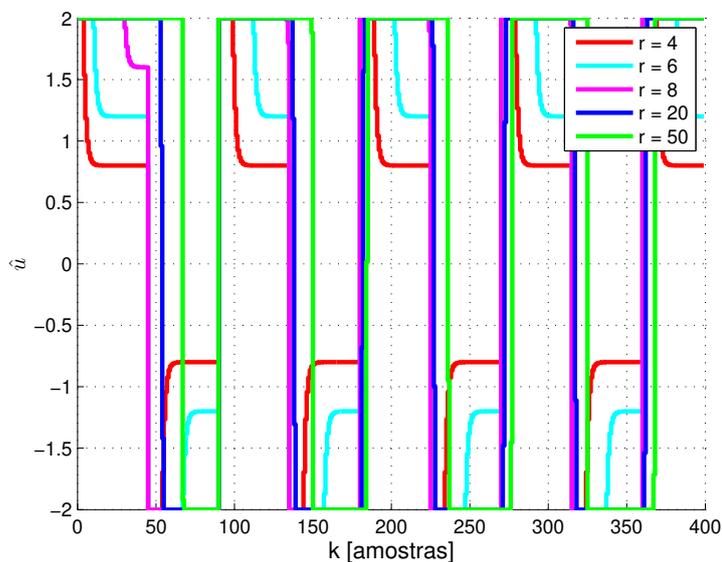
Figura 28 – Sinal de entrada do tipo onda quadrada aplicado ao sistema para a coleta de dados.



Fonte: A autora (2023).

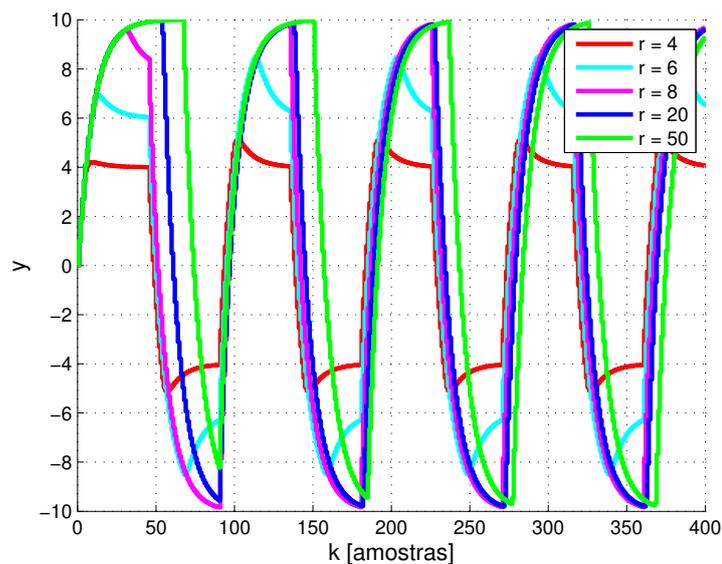
Nas Figuras 29 e 30 tem-se o sinal $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ obtidos na coleta de dados quando o controlador tem ganho DC 20% maior que o desejado.

Figura 29 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

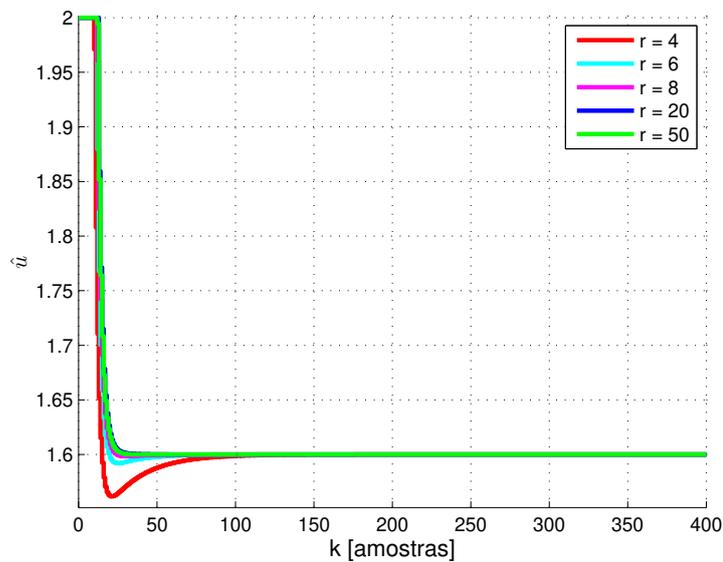
Figura 30 – Sinal de saída da planta para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

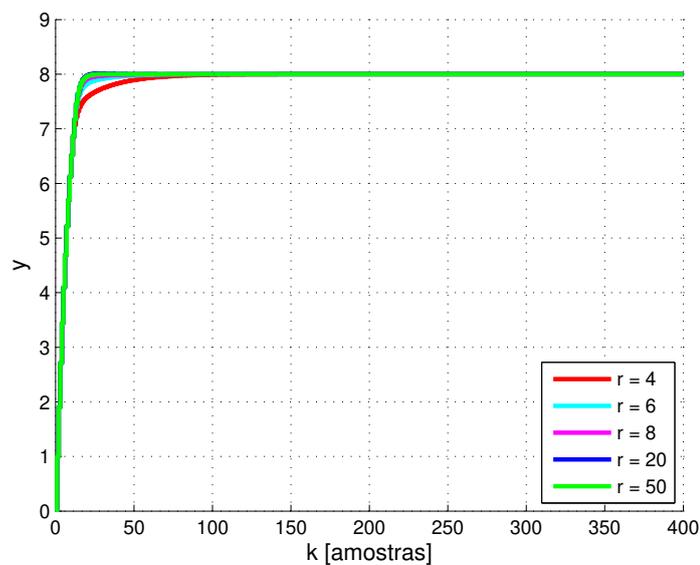
Pelas Figuras 31 e 32 observa-se que uma onda quadrada com uma amplitude maior faz com que o sistema se acomode mais rapidamente, porém variando pouco para ondas com amplitudes maiores.

Figura 31 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

Figura 32 – Saída $y(t)$ do sistema quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

Para o caso em que a amplitude foi 4, que no sinal do tipo salto não se acomodava, agora se acomoda com um tempo de acomodação considerável. Isso ocorreu, pois, por

mais que para uma amplitude mais baixa o sinal passe menos tempo saturado, a utilização de uma onda periódica foi capaz de fornecer maiores informações sobre o sinal $u_d(t)$ já que a saturação ocorre a cada transição da onda quadrada.

Tabela 15 – Custos considerando diferentes amplitudes para a onda quadrada aplicada à entrada na coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.

Amplitude	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
4	82.6733	78.5601
6	79.3020	78.5601
8	78.8254	78.5601
20	78.6703	78.5601
50	78.6924	78.5601

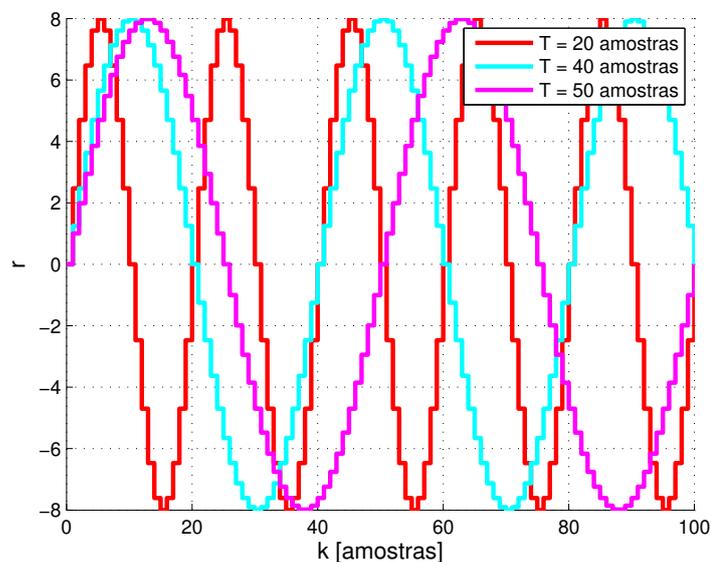
Fonte: A autora (2023).

A Tabela 15 apresenta os custos encontrados para esta configuração. Observa-se que J_y^{AW} novamente se mantém constante. Já o J_y^{VAWT} teve um valor um pouco maior para 4, mas diminuiu com o aumento da amplitude.

4.4.3 Entrada do tipo senoide

A realização da coleta de dados utilizando uma senoide foi feita considerando diferentes períodos e uma amplitude igual a 8, conforme a Figura 33. A amplitude da senoide foi escolhida de tal forma que o sistema saturasse, porém mantivesse um comportamento aproximadamente senoidal para o sinal de controle $\hat{u}(t)$ - uma amplitude elevada transformaria a senoide em uma onda quadrada.

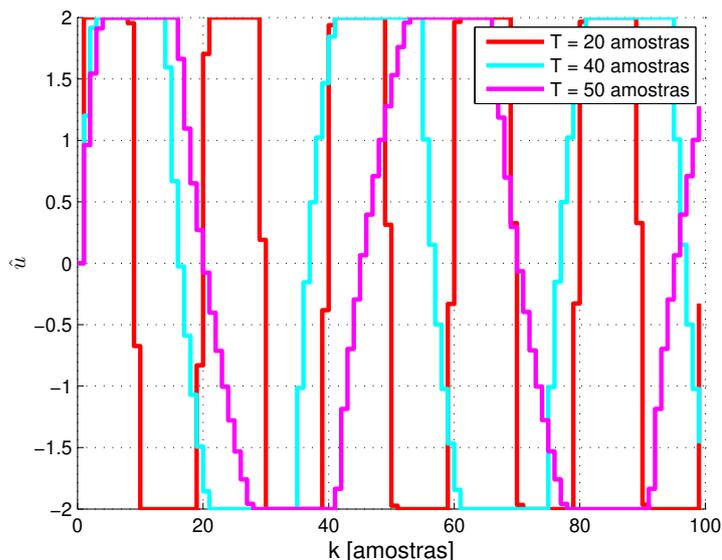
Figura 33 – Sinal de entrada do tipo senoide aplicado ao sistema para a coleta de dados.



Fonte: A autora (2023).

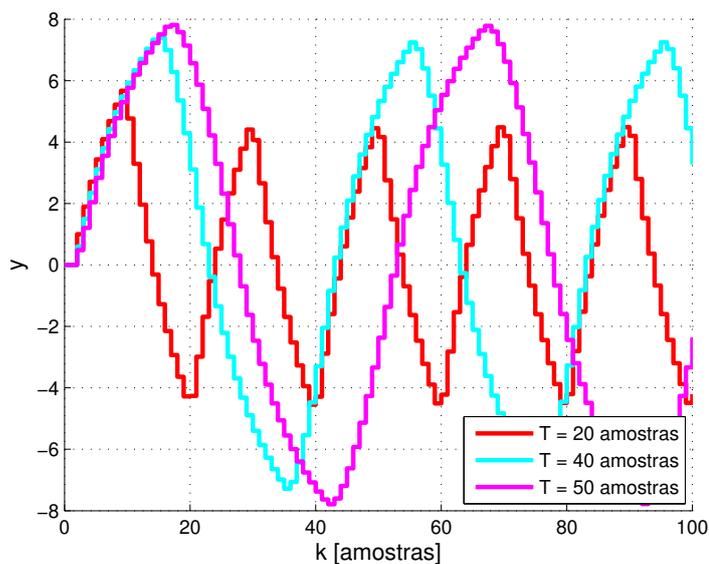
Para o caso em que o controlador tem ganho DC 20% acima do ganho do controlador desejado, tem-se o sinal $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ obtido na coleta de dados apresentados nas Figuras 34 e 35. Nota-se que os sinais observados na saída do sistema não chegam a atingir a amplitude de referência.

Figura 34 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

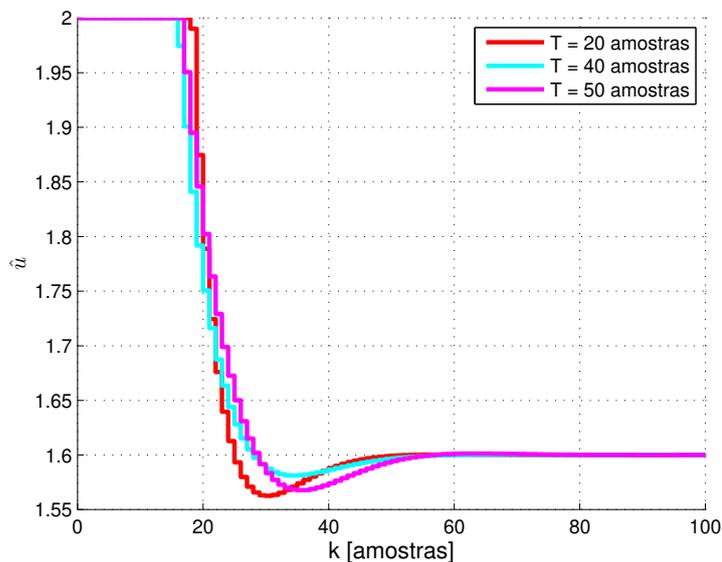
Figura 35 – Sinal de saída da planta para a etapa de coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

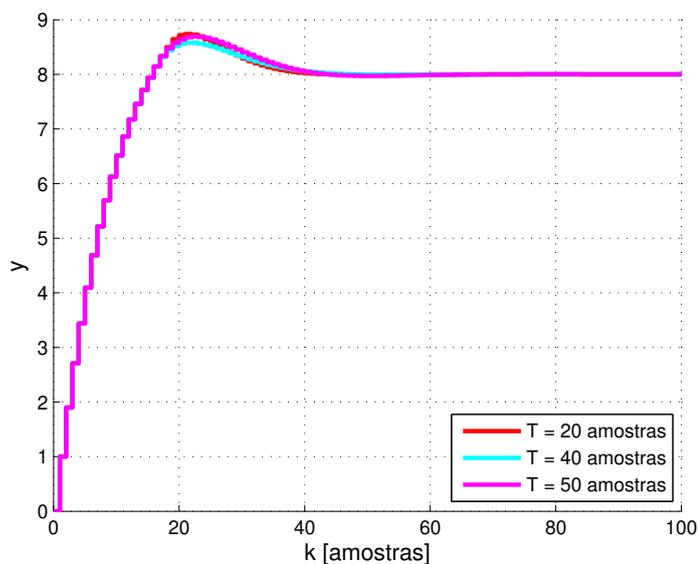
Pelas Figuras 36 e 37 nota-se que a variação do período representa uma diferença bastante pequena nos sinais obtidos.

Figura 36 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

Figura 37 – Saída $y(t)$ do sistema quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.



Fonte: A autora (2023).

A Tabela 16 apresenta os custos encontrados para esta configuração.

Tabela 16 – Custos considerando diferentes períodos para a senoide aplicada à entrada na coleta de dados quando se tem uma variação de 20% no ganho do controlador.

Período (amostras)	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
20	83.1822	78.5601
40	82.0230	78.5601
60	83.6298	78.5601

Fonte: A autora (2023).

Observa-se, novamente, que J_y^{AW} se mantém constante. Já o J_y^{VAWT} iniciou com um valor alto, diminuiu ligeiramente e voltou a aumentar, porém foi maior que os outros casos testados, indicando que não há vantagens em se utilizar uma senoide na coleta dos dados quando o controlador está consideravelmente descasado.

4.5 Considerações finais

Com base no exposto nesse capítulo foi possível chegar a algumas conclusões acerca do modelo de referência para plantas de primeira ordem.

O ganho \bar{k} não possui influência sobre o custo e sobre o número de amostras que o sistema leva para sair do regime de saturação e se acomodar. O melhor custo foi de 78.5341 e foi obtido para uma $T_{qd}(z)$ de primeira ordem, com um polo bastante rápido, $p_d = 0.1$. Nessa situação, uma vez que o sistema saiu da saturação - após 15 amostras, - a saída imediatamente se acomodou.

Quando há a necessidade de se adicionar zeros para manter o grau relativo do modelo de referência do distúrbio, conforme (67), quanto mais longe da origem, pior o desempenho do sistema. Nota-se também que modelos de distúrbio de segunda ordem, apesar de não serem melhores que os de primeira ordem, chegam a valores bastante próximos para tempos de acomodação t_{sd} menores. Um t_{sd} alto fez com que o método VAWT tivesse um custo duas vezes maior que o caso sem laço de *anti-windup*.

O máximo sobressinal M_{pd} exerce pouca influência para t_{sd} pequenos. Quando este é um pouco mais elevado, M_{pd} maiores alcançam um custo um pouco menor. Em contrapartida, M_{pd} menores permitem que o sistema passe um número menor de amostras saturado - 9 para $M_{pd} = 0\%$ contra 15 para $M_{pd} = 40\%$, - apesar de demorar um pouco mais para atingir o valor de regime - 21 amostras para $M_{pd} = 0\%$ e 18 para $M_{pd} = 40\%$.

Para o caso *mismatched*, o método VAWT não obteve resultados melhores que o *anti-windup* padrão. No que se refere ao sinal de excitação, o melhor caso ocorreu para a coleta de dados realizada com uma onda quadrada. De modo geral, observou-se que uma amplitude maior resulta em um custo melhor, porém há um limite para esta, uma vez que para valores muito elevados o sinal de controle satura e a saída não é capaz de atingir a

referência. Dependendo da amplitude do sinal de referência utilizado na coleta dos dados, não há diferença significativa entre a utilização de uma onda quadrada e um salto.

5 SIMULAÇÕES PARA PLANTA DE SEGUNDA ORDEM

Os resultados obtidos a partir da planta de primeira ordem indicaram que o método VAWT permite um controle maior sobre o efeito da saturação no sistema. Contudo, não foram observadas diferenças significativas para o custo quando considerando o *anti-windup* convencional. Dessa forma, foi analisado o emprego do método quando se tem uma planta $G(z)$ de segunda ordem com polos complexos.

5.1 Considerações iniciais

A planta foi utilizada para que se pudesse gerar os dados de entrada e de saída para o sistema em malha aberta. Esta pode ser descrita por

$$G(z) = \frac{0.64}{z^2 - 0.8z + 0.32}. \quad (89)$$

Para fins de simulação, novamente foi considerada a existência de saturação na entrada da planta com limites simétricos dados por $u_0 = 2$, conforme (29).

Do ponto de vista de projeto de $C(z)$, foi considerado o caso em que já existe um controlador implementado para a planta apresentada em (89). Este apresenta uma estrutura PI e pode ser representado por

$$C(z) = \frac{0.6(z - 0.2)}{z - 1}. \quad (90)$$

Dessa forma, não mais se define um modelo de referência desejado para o sistema em malha fechada, mas se utiliza um estimativa dada por $\hat{T}(z)$. Na prática, quando não se conhece $G(z)$, essa estimativa seria obtida em função do máximo sobressinal e do tempo de acomodação da saída. Para esta planta e controlador, considerou-se $T(z) = [I + G(z)C(z)]^{-1}G(z)C(z)$, que resultou em

$$T(z) = \frac{0.384(z - 0.2)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}. \quad (91)$$

Inicialmente, foi considerado o caso ideal onde $\hat{T}(z) = T(z)$, sendo posteriormente avaliado como diferenças entre essas duas funções de transferência impactam no desempenho do VAWT.

O próximo passo para o projeto do laço de *anti-windup* foi então a determinação da fatoração coprímia do controlador. Assim como no Capítulo 4, foi utilizada uma rotina

em Matlab® que implementa o método proposto em BONGERS; HEUBERGER (2008). Para o controlador apresentado em (90), $\tilde{U}_0(z)$ e $\tilde{V}_0(z)$ podem ser descritas como:

$$\tilde{U}_0(z) = \frac{0.46054(z - 0.2)}{z - 0.6316}, \quad (92)$$

$$\tilde{V}_0(z) = \frac{0.76756(z - 1)}{z - 0.6316}. \quad (93)$$

Os denominadores de $\tilde{U}_0(z)$ e $\tilde{V}_0(z)$ são iguais, o que satisfaz a igualdade imposta por (31).

5.2 Bases de comparação dos resultados para a análise da $T_{qd}(z)$

Para fins de avaliação dos resultados, foi considerado um ensaio padrão do sistema em malha fechada com um salto de referência de amplitude 2. Assim como no Capítulo 4, na maioria dos casos, as comparações foram estabelecidas em termos dos custos J_y^{SAT} e J_y^{AW} . Por $C(z)$ definido em (90), tem-se $K^P = 0.6$ e $K^I = 0.48$, de modo que K^T do laço de *anti-windup* da Figura 5 é 0.8.

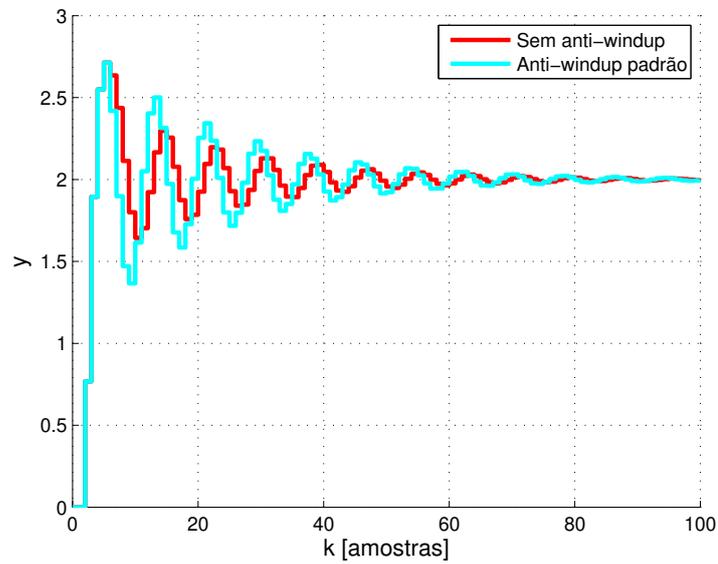
Na Tabela 17 são apresentados os dois custos calculados a partir dos dados da Figura 38. Nela, é possível observar que o custo obtido quando não há laço de *anti-windup* é considerável e que o uso do *anti-windup* padrão melhora significativamente esse resultado.

Tabela 17 – Custos para comparação dos resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$ considerando o sinal de entrada como um salto de amplitude 2.

J_y^{SAT}	16.6311
J_y^{AW}	3.0740

Fonte: A autora (2023).

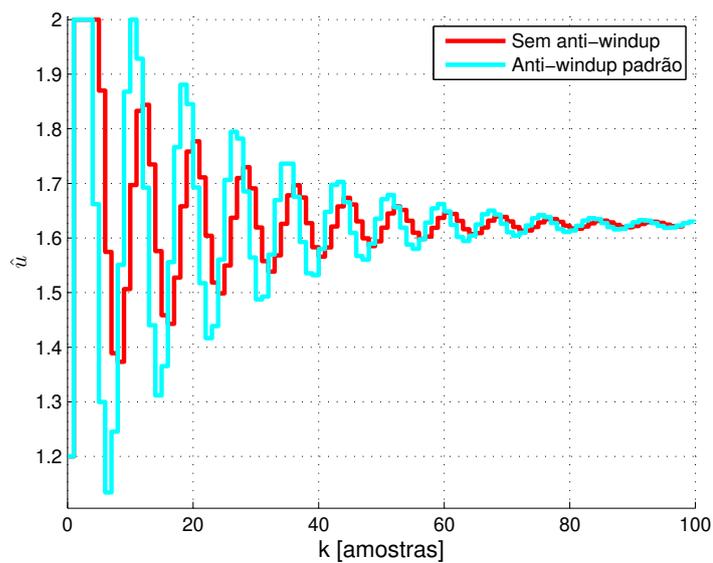
Figura 38 – Sinal de saída da planta para comparação com os resultados obtidos com a análise da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Ainda, através da Figura 39, pode-se observar que ambos os sinais passam um total de 5 amostras saturados e que o caso sem *anti-windup* leva 56 amostras para se acomodar, enquanto o *anti-windup* padrão leva 63.

Figura 39 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação.



Fonte: A autora (2023).

5.3 Influência da escolha da $T_{qd}(z)$

Assim como para a planta de primeira ordem, analisou-se os parâmetros da $T_{qd}(z)$ para verificar como essa escolha impacta no desempenho do laço de *anti-windup*. Para tal configuração, não foi possível testar modelos de referência de distúrbio de primeira ordem, devido a limitações do Matlab/Simulink®, que não foi capaz de resolver o *loop* algébrico gerado por $\tilde{V}(z) - 1$. Como o período de amostragem dos sinais é unitário, a inserção de um atraso de uma amostra no laço de *anti-windup* prejudica significativamente a compensação. Assim, foram considerados diretamente modelos de segunda ordem.

Nessa etapa, foram coletados dados considerando um sinal de referência do tipo salto de amplitude 2.4, enquanto para a validação de desempenho foi considerado um salto de referência de amplitude 2. Considerações sobre a escolha dos sinais de coleta de dados também serão apresentadas nas próximas seções.

O modelo de distúrbio de segunda ordem foi considerado no formato semelhante ao apresentado em (79), mas desconsiderando o zero, uma vez que a $T_{qd}(z)$ de segunda ordem para a planta $G(z)$ considerada já atende a imposição dada por (67). A forma do modelo de distúrbio resultante é

$$T_{qd}(z) = \frac{\bar{k}(1 - \alpha_1 + \alpha_0)}{z^2 - \alpha_1 z + \alpha_0}, \quad (94)$$

para a qual seguem válidas as definições de (80) a (85).

A partir de $T_{qd}(z)$, foi possível calcular a função de transferência desejada $Q_d(z)$. Os resultados obtidos a partir da variação do tempo de acomodação t_{sd} e do máximo sobressinal M_{pd} da $T_{qd}(z)$ são apresentados a seguir. O ganho \bar{k} foi novamente mantido em 1, uma vez que variá-lo não provocou mudança nos resultados.

Baseado nas considerações da Seção 3.2.3, o denominador de $\bar{Q}(z)$ é dado em função dos zeros da $T_{qd}(z)$ e de $\tilde{U}_0(z)$ e dos polos de $\hat{T}(z)$. Assim, definiu-se

$$\bar{Q}(z) = \left[\begin{array}{c} 1 \\ \frac{1}{z^2 - 1.363z + 0.9087} \\ \frac{z}{z^2 - 1.363z + 0.9087} \\ \frac{1}{z - 0.4367} \end{array} \right], \quad (95)$$

tal que $Q_d(z)$ pertence à classe \mathcal{Q} .

As funções de transferência $T_{qd}(z)$ e $Q_d(z)$, calculadas a partir de (61), podem ser encontradas no Apêndice B.

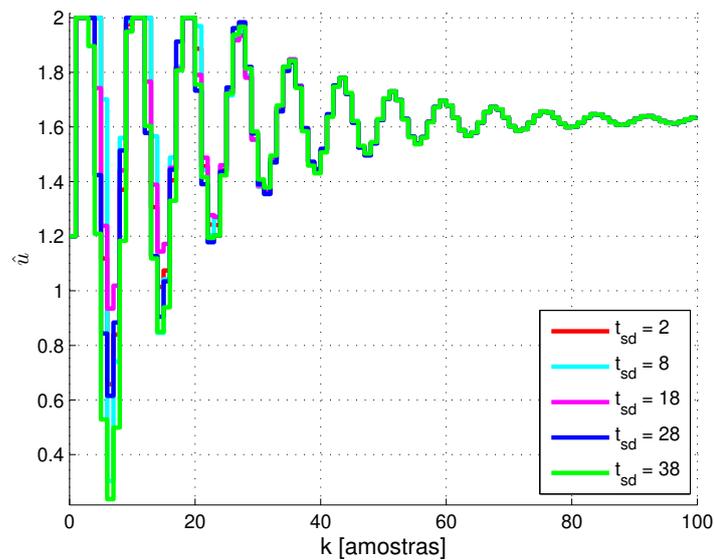
5.3.1 Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 40\%$

Definindo a $T_{qd}(z)$ com um máximo sobressinal de 40% de forma arbitrária, variou-se o tempo de acomodação do sistema, cabendo a análise do efeito da variação do M_{pd} às Seções 5.3.2 e 5.3.3. A faixa de variação escolhida para t_{sd} foi entre 2 e 38.

Para todos os casos a igualdade entre $T_q(z, \rho)$ e $T_{qd}(z)$ se manteve, assim como para $Q(z, \rho)$ e $Q_d(z)$.

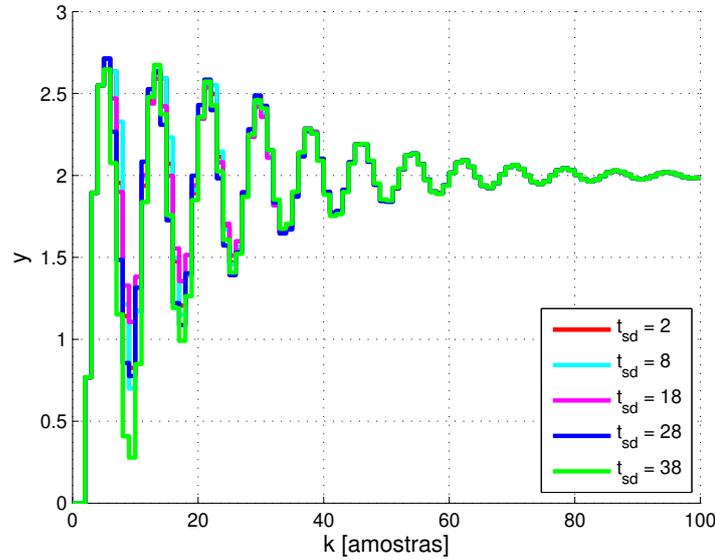
Conforme mostram as Figuras 40 e 41 e é evidenciado pela Tabela 18, um aumento do t_{sd} causou uma diminuição no número de amostras que o sinal passa saturado, enquanto o número de amostras até o sinal se acomodar se manteve, já que a dinâmica nominal do sistema é predominante, e não a dinâmica do distúrbio causado pela saturação.

Figura 40 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Figura 41 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$.



Fonte: A autora (2023).

Tabela 18 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no t_{sd} da $T_{qd}(z)$.

t_{sd}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
2	9	79
8	9	79
18	7	79
28	8	79
38	6	79

Fonte: A autora (2023).

Em relação aos custos, percebe-se, através da Tabela 19 que o único caso em que o J_y^{AW} convencional foi melhor foi para $t_{sd} = 38$. Observa-se que o custo J_y^{VAWT} diminuiu para t_{sd} menores chegando a aproximadamente um terço do valor obtido com J_y^{AW} convencional. Nota-se também que o custo J^{DM} , definido em (44), se manteve como aproximadamente zero para todos os casos.

Tabela 19 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes tempos de acomodação de $T_{qd}(z)$.

t_{sd}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
2	$1.1001 * 10^{-24}$	1.0498
8	$1.1841 * 10^{-24}$	1.1635
18	$1.4882 * 10^{-24}$	1.5250
28	$2.1731 * 10^{-24}$	2.2298
38	$3.7825 * 10^{-24}$	3.8750

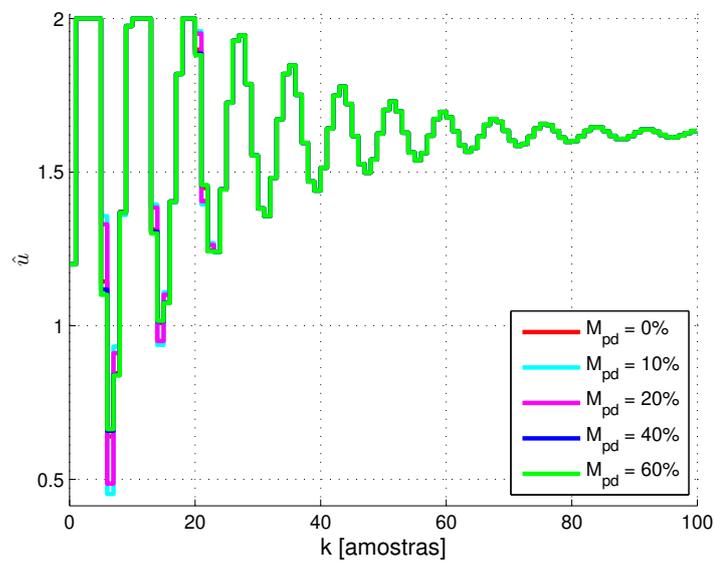
Fonte: A autora (2023).

5.3.2 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$

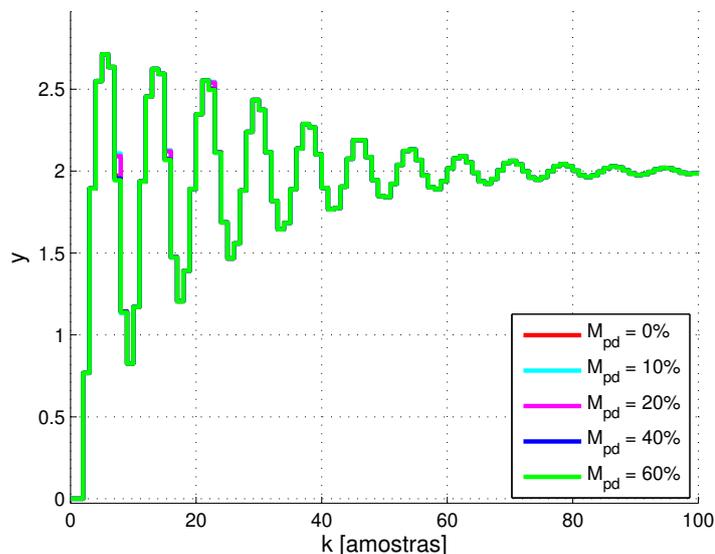
Definindo a $T_{qd}(z)$ com um tempo de acomodação de 2 amostras, variou-se o máximo sobressinal da função de transferência desejada. Em todos os casos obteve-se a $T_q(z, \rho)$ e a $Q(z, \rho)$ desejadas.

As Figuras 42 e 43 apresentam como os sinais $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ se comportam dada a variação do M_{pd} .

Figura 42 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 2.



Fonte: A autora (2023).

Figura 43 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 2.

Fonte: A autora (2023).

Pela Tabela 20 observa-se que o número de amostras durante o qual o sistema passa saturado não sofre alteração significativa com a variação do sobressinal. O mesmo vale para o número de amostras até se acomodar.

Tabela 20 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 2.

M_{pd}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0%	9	79
10%	9	79
20%	9	79
40%	9	79
60%	9	79

Fonte: A autora (2023).

Tal resultado é análogo ao obtido com o modelo de distúrbio de segunda ordem para a planta de primeira ordem. Quando o t_{sd} é muito pequeno, a variação do M_{pd} não exerce uma influência significativa sobre o número de amostras que o sinal de controle passa saturado e o tempo que a saída leva para se acomodar.

A partir da Tabela 23 pode-se observar os custos resultantes.

Tabela 21 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e t_{sd} fixo em 2.

M_{pd}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0%	$1.1074 * 10^{-24}$	1.0475
10%	$1.1201 * 10^{-24}$	1.0559
20%	$1.1113 * 10^{-24}$	1.0523
40%	$1.1001 * 10^{-24}$	1.0498
60%	$1.1036 * 10^{-24}$	1.0516

Fonte: A autora (2023).

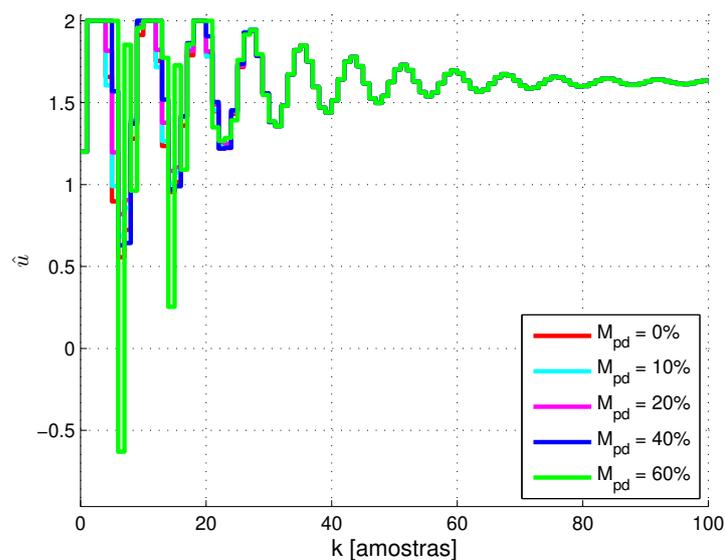
Observa-se que para todos os casos o método VAWT resultou em custos menores que o *anti-windup* convencional. A variação do sobressinal provocou uma variação marginal nos custos obtidos, sendo o melhor alcançado para um M_{pd} de 0%.

5.3.3 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 10$

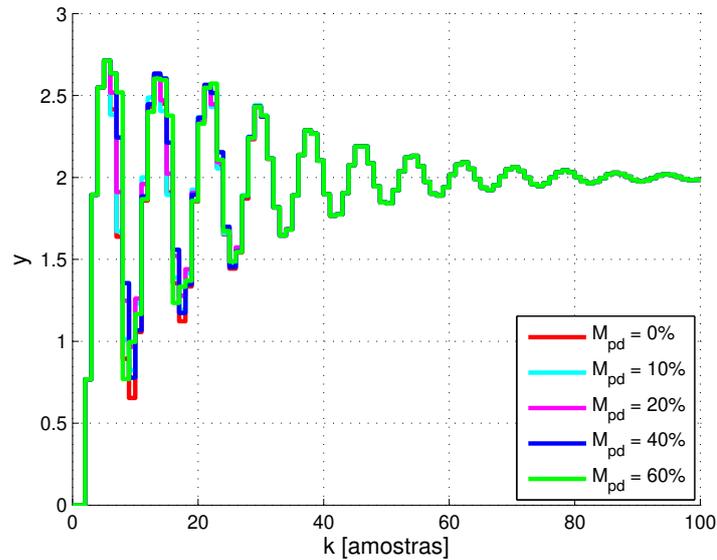
Uma vez que um t_{sd} pequeno fez com que o sobressinal não tivesse muita influência sobre os resultados gerados, foi definida uma $T_{qd}(z)$ com um tempo de acomodação de 10 amostras e variou-se o máximo sobressinal da saída do sistema. Em todos os casos obteve-se a $T_q(z, \rho)$ e a $Q(z, \rho)$ desejadas.

As Figuras 44 e 45 apresentam como $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ se comportam dada a variação do M_{pd} quando $t_{sd} = 10$.

Figura 44 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 10.



Fonte: A autora (2023).

Figura 45 – Saída $y(t)$ do sistema quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 10.

Fonte: A autora (2023).

Pela Tabela 22 observa-se que o número de amostras durante o qual o sistema passa saturado aumenta com o sobressinal, enquanto para se acomodar o número de amostras se mantém.

Tabela 22 – Número de amostras que o sinal de controle passa saturado e que a saída leva para se acomodar quando ocorre variação no M_{pd} da $T_{qd}(z)$ e o t_{sd} é fixo em 10.

M_{pd}	Amostras saturado	Amostras para se acomodar
0%	7	79
10%	8	79
20%	7	79
40%	10	79
60%	11	79

Fonte: A autora (2023).

De modo geral, é possível perceber que o modelo de distúrbio de segunda ordem para a planta de segunda ordem permite um maior controle sobre o custo $J_y^{V_{AWT}}$ e o número de amostras que o sinal passa saturado, sendo o número de amostras até se acomodar decorrente da dinâmica nominal do sistema.

A partir da Tabela 23 pode-se observar os custos resultantes.

Tabela 23 – Custos J^{DM} e J_y^{VAWT} para diferentes valores de M_{pd} e t_{sd} fixo em 10.

M_{pd}	J^{DM}	J_y^{VAWT}
0%	$5.2142 * 10^{-24}$	1.6270
10%	$1.2834 * 10^{-24}$	1.5396
20%	$1.1644 * 10^{-24}$	1.2664
40%	$1.0335 * 10^{-24}$	1.1724
60%	$3.7483 * 10^{-24}$	1.6853

Fonte: A autora (2023).

Observa-se que para todos os casos o método VAWT resultou em custos menores que o *anti-windup* convencional. O custo tendeu a diminuir com o aumento do sobressinal, sendo o melhor valor encontrado para 40%.

5.4 Influência do sinal de excitação

Para a geração das simulações utilizando o método VAWT, foi necessário coletar dados do sistema operando com saturação. Nas simulações anteriores, esse sistema foi submetido a um salto de amplitude 2.4. Nesta seção será variado o sinal utilizado na coleta dos dados saturados, afim de identificar como este influencia nos resultados gerados. Para fins de comparação, a avaliação dos resultados gerados ainda será a partir de um salto igual a 2, considerado o ensaio padrão da Seção 5.3.

Para tanto, assumiu-se uma $T_{qd}(z)$ de segunda ordem, um ganho \bar{k} unitário, com M_{pd} fixado em 0% e t_{sd} em 2, uma vez que esses parâmetros forneceram o melhor custo nas simulações anteriores. Dessa forma, a $T_{qd}(z)$ resultante é

$$T_{qd}(z) = \frac{0.86437}{(z - 0.1353)(z - 0.0003355)}. \quad (96)$$

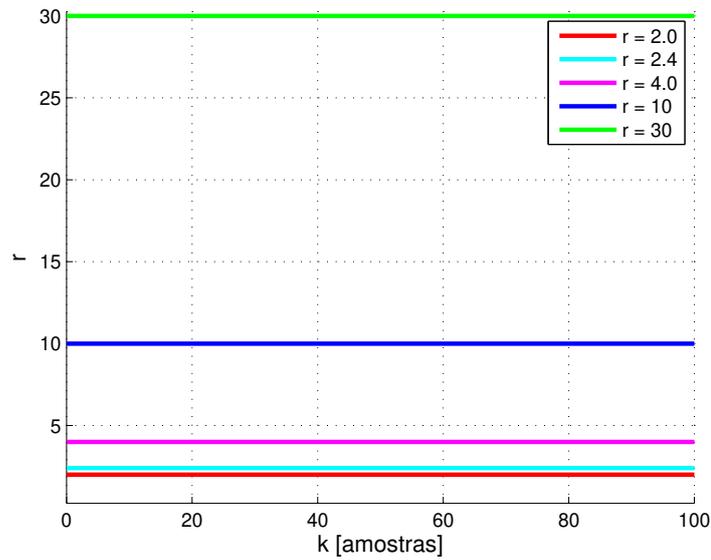
Já $Q_d(z)$ é obtida a partir da $T_{qd}(z)$ e do sistema nominal, se a $\hat{T}(z)$ for igual a $T(z)$, $Q(z, \rho)$ será igual a $Q_d(z)$, assim como $T_{qd}(z)$ e $T_q(z, \rho)$.

Dado esse contexto, foram testados diferentes sinais e concluiu-se que o resultado independe do sinal quando se está considerando o caso ideal de $\hat{T}(z) = T(z)$ e $Q_d(z) \in \mathcal{Q}$. Dessa forma, para melhor observar a influência do sinal de excitação no caso geral, foi variado em 20% o ganho DC de $\hat{T}(z)$, apresentado em (91), de modo que se tenha $\hat{T}(z) \neq T(z)$.

5.4.1 Entrada do tipo salto

A realização da coleta de dados foi feita utilizando um salto de diferentes amplitudes, conforme a Figura 46.

Figura 46 – Sinal de entrada do tipo salto aplicado ao sistema para a coleta de dados.



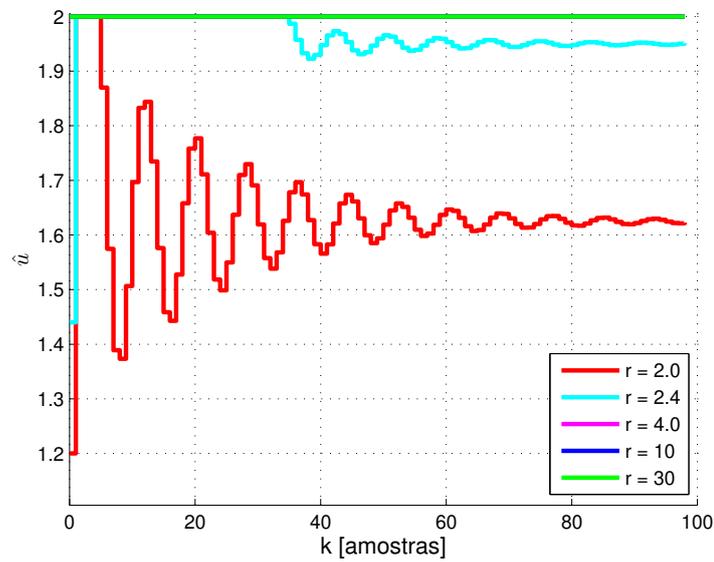
Fonte: A autora (2023).

Considerou-se o caso em que $\hat{T}(z)$ possui uma diferença de 20% em relação ao ganho DC da função de transferência desejada, conforme (97).

$$\hat{T}(z) = \frac{0.4608(z - 0.2)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}. \quad (97)$$

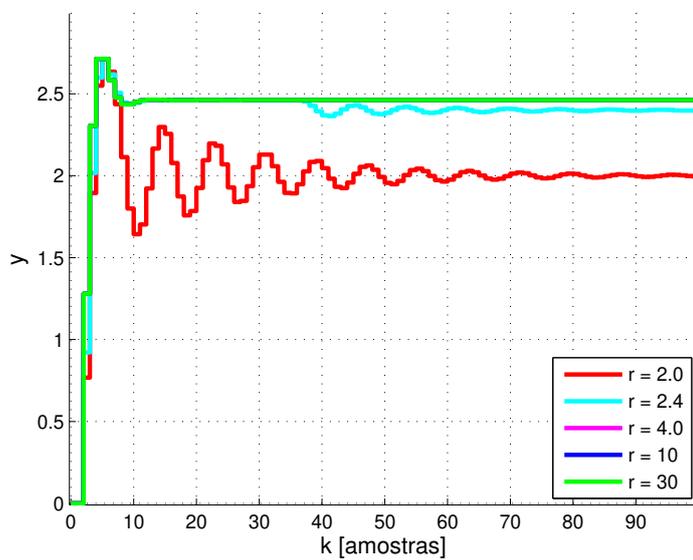
Nas Figuras 47 e 48 têm-se o sinal $\hat{u}(t)$ e $y(t)$, respectivamente, obtidos na etapa de coleta de dados. Nota-se que o sinal de controle está sempre saturado para amplitudes acima de 4, estando estes sobrepostos. Observa-se também que a saída não atinge valores de regime superiores a 2.44, o que ocorre uma vez que, para referências do tipo salto com amplitudes superiores, o sinal fica sempre saturado e não é possível seguir a referência.

Figura 47 – Sinal encontrado na entrada da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

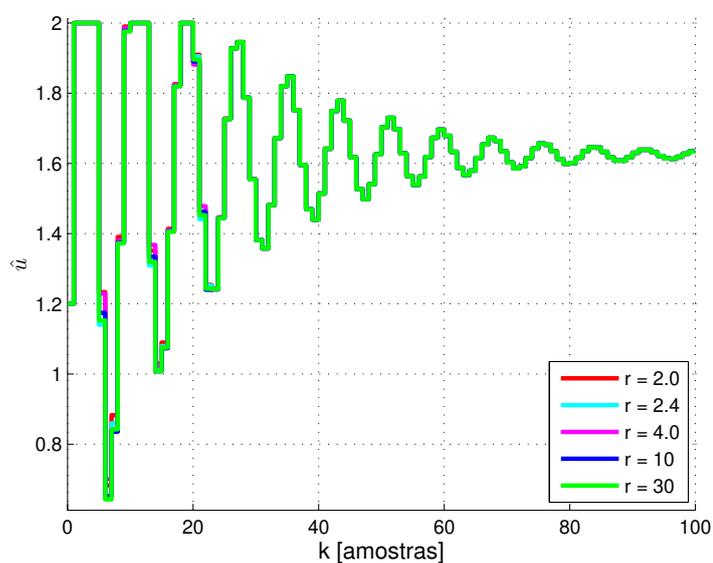
Figura 48 – Sinal encontrado na saída da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

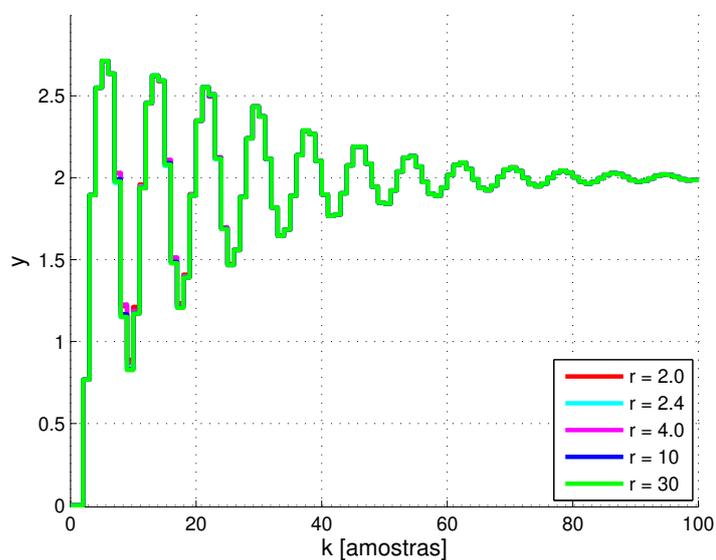
Pelas Figuras 49 e 50 observa-se que, mesmo com uma função de transferência com um ganho 20% maior, a variação da amplitude do salto não provocou mudanças significativas nos sinais resultantes.

Figura 49 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

Figura 50 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

A Tabela 24 apresenta os custos encontrados para esta configuração.

Tabela 24 – Custos considerando diferentes amplitudes para o salto aplicado à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem um ganho 20% maior que o desejado.

Amplitude	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
2.0	1.0601	3.0740
2.4	1.0476	3.0740
4.0	1.0593	3.0740
10	1.0468	3.0740
30	1.0470	3.0740

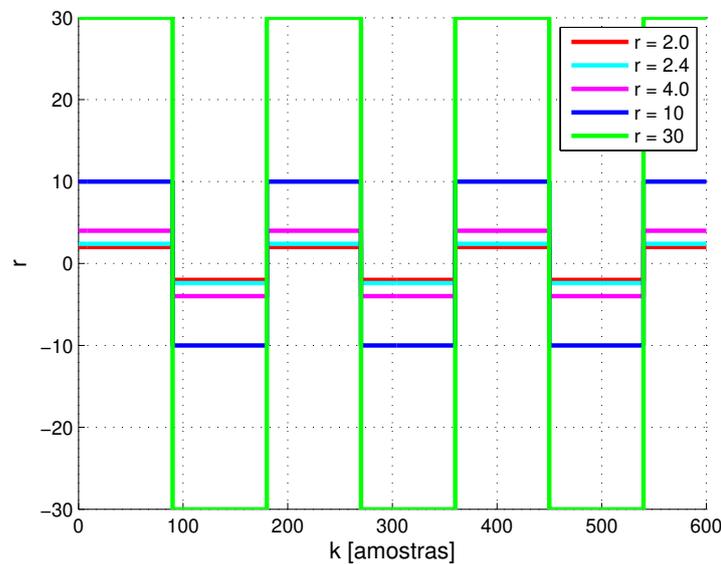
Fonte: A autora (2023).

Observa-se que J_y^{AW} se mantém constante. Já para J_y^{VAWT} nota-se que, de modo geral, o custo diminuiu marginalmente para amplitudes de salto maiores.

5.4.2 Entrada do tipo onda quadrada

A realização da coleta de dados foi feita utilizando uma onda quadrada de diferentes amplitudes, considerando um período igual a 180 amostras, para que o sinal pudesse se acomodar a cada meio ciclo, conforme a Figura 51.

Figura 51 – Sinal de entrada aplicado ao sistema para a coleta de dados.

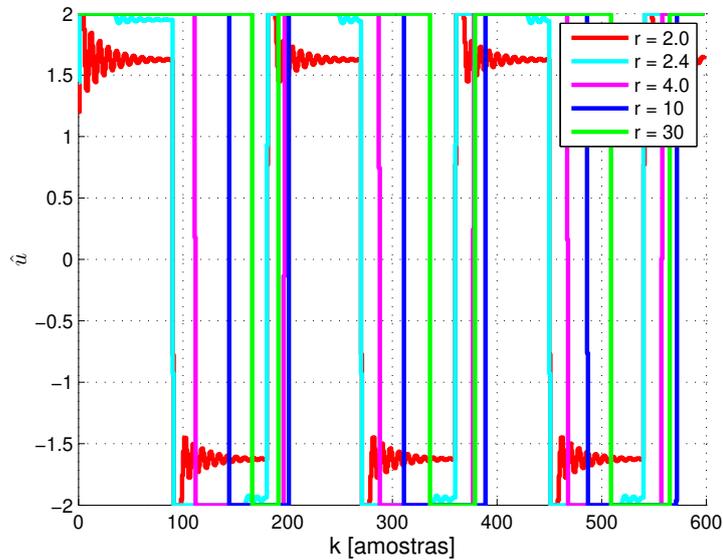


Fonte: A autora (2023).

Para o modelo de referência com ganho DC 20% maior que o desejado segue válida a equação de $\hat{T}(z)$ dada em (97).

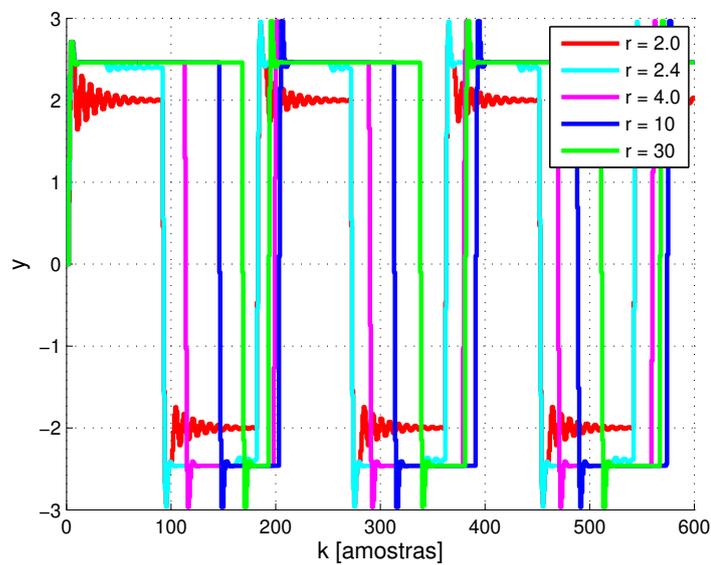
Nas Figuras 52 e 53 têm-se os sinais $\hat{u}(t)$ e $y(t)$, respectivamente, obtidos na etapa de coleta de dados.

Figura 52 – Sinal encontrado na entrada da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

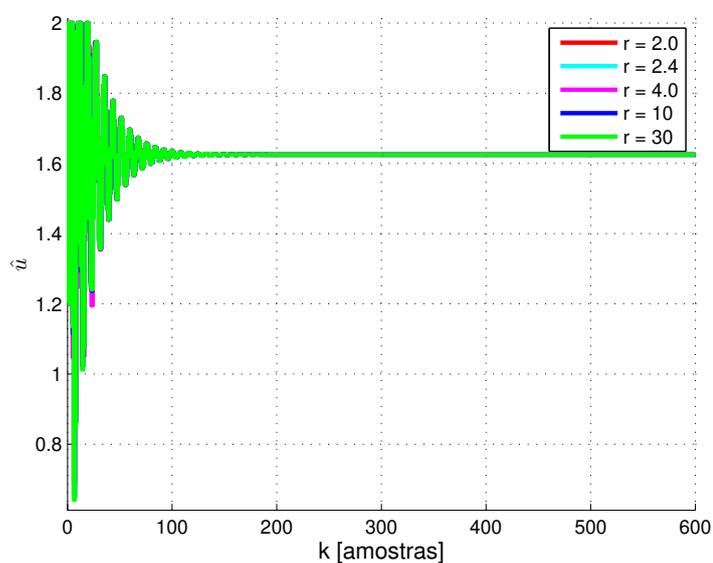
Figura 53 – Sinal encontrado na saída da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

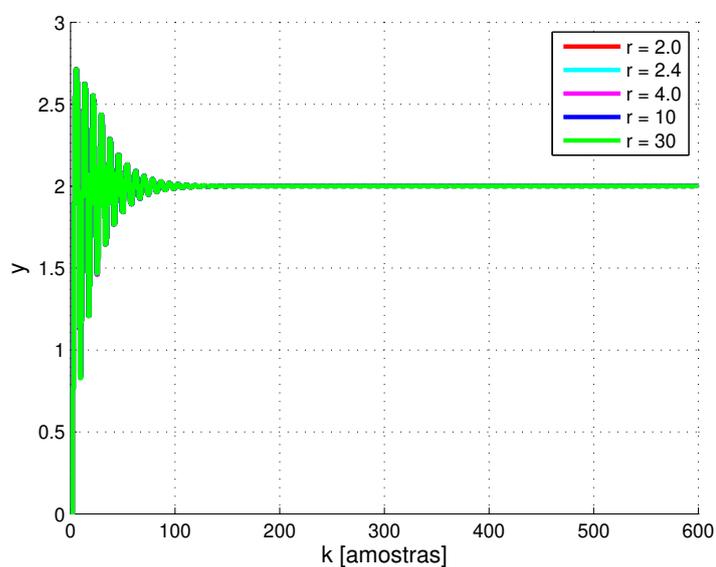
As Figuras 54 e 55 apresentam o sinal $\hat{u}(t)$ e a saída do sistema para a etapa de geração dos resultados.

Figura 54 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

Figura 55 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

A Tabela 25 apresenta os custos encontrados para esta configuração.

Tabela 25 – Custos considerando diferentes amplitudes para a onda quadrada aplicada à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 20% maior que o desejado.

Amplitude	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
2.0	1.0518	3.0742
2.4	1.0476	3.0742
4.0	1.0592	3.0742
10	1.0492	3.0742
30	1.0479	3.0742

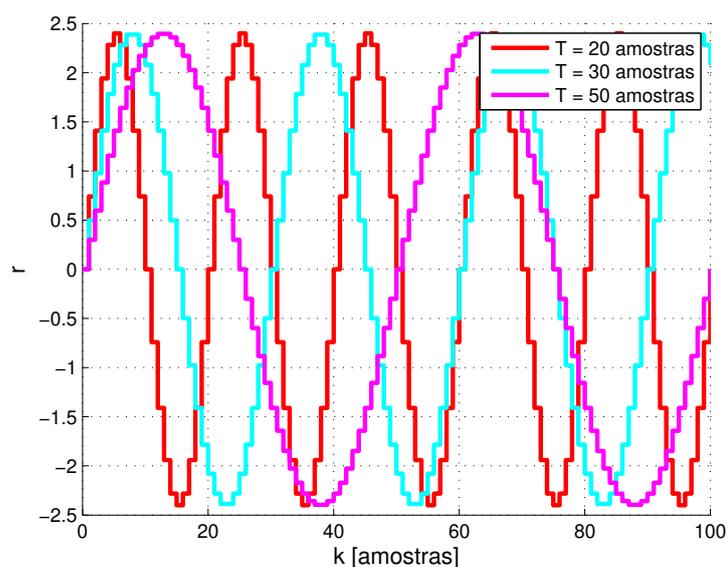
Fonte: A autora (2023).

Observa-se que J_y^{AW} novamente se mantém constante. Já J_y^{VAWT} apresentou um comportamento marginalmente variável, tendo aumentado inicialmente e então diminuído. Quando comparados aos valores da Tabela 24, não há diferença significativa entre o uso da onda quadrada e do sinal do tipo salto.

5.4.3 Entrada do tipo senoide

A realização da coleta de dados utilizando uma senoide foi feita considerando diferentes períodos e uma amplitude igual a 2.4, conforme a Figura 56. A amplitude da senoide foi escolhida de tal forma que o sistema saturasse, porém mantivesse um comportamento aproximadamente senoidal para o sinal de controle $\hat{u}(t)$ - uma amplitude elevada transformaria a senoide em uma onda quadrada.

Figura 56 – Sinal de entrada do tipo senoide aplicado ao sistema para a coleta de dados.



Fonte: A autora (2023).

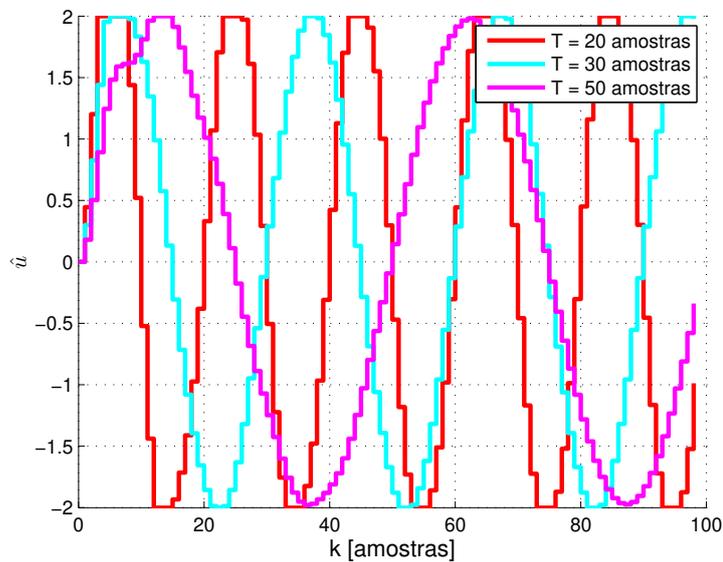
Definido o sinal, considerou-se o caso em que o controlador possui um ganho DC 5% superior ao do controlador desejado. Não foi possível testar casos com ganho DC maior, pois o sistema ficou instável.

Para uma $\hat{T}(z)$ com ganho DC 5% superior ao da função de transferência desejada, obteve-se

$$\hat{T}(z) = \frac{0.4032(z - 0.2)(z - 0.2)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}, \quad (98)$$

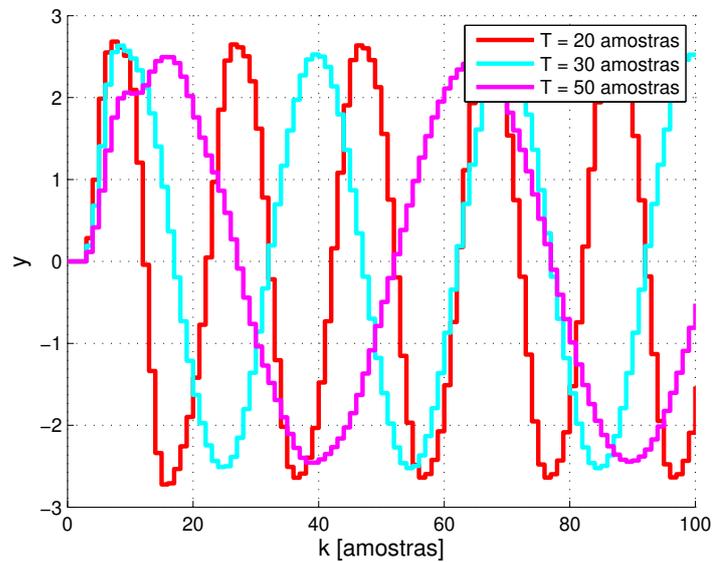
As Figuras 57 e 58 apresentam os sinais $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ obtidos na coleta de dados.

Figura 57 – Sinal encontrado na entrada da planta na etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

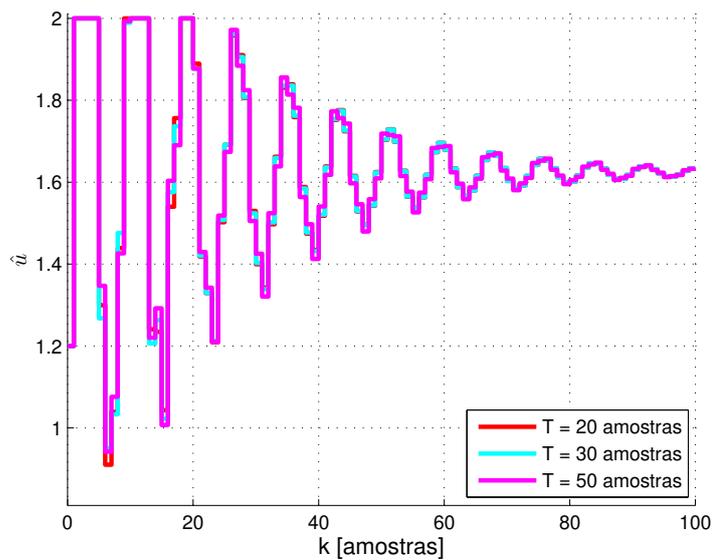
Figura 58 – Sinal encontrado na saída da planta para a etapa de coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

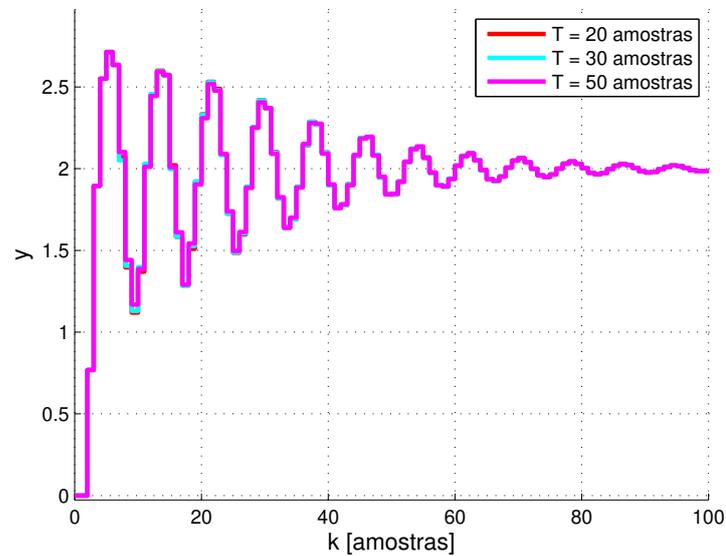
Pelas Figuras 59 e 60 observa-se que a variação do período da senoide não provocou mudanças significativas nos sinais resultantes.

Figura 59 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

Figura 60 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

A Tabela 26 apresenta os custos encontrados para esta configuração.

Tabela 26 – Custos considerando diferentes períodos para a senoide aplicada à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5% maior que o desejado.

Período (amostras)	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
20	1.3419	3.0740
30	1.3780	3.0740
50	2.1253	3.0740

Fonte: A autora (2023).

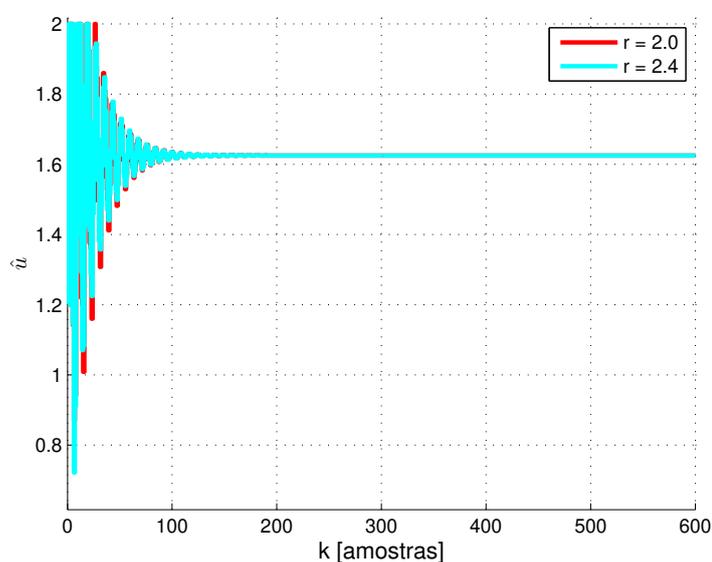
Observa-se que J_y^{AW} se mantém constante, o que era esperado, pois seu sistema não sofreu qualquer alteração. Já J_y^{VAWT} foi melhor que o *anti-windup* convencional para todos os casos, contudo, assim como concluído do Capítulo 4, não se observou qualquer vantagem na utilização de uma senoide para a etapa de coleta de dados.

5.4.4 Extrapolação do ganho DC de $\hat{T}(z)$

Pelas seções anteriores verifica-se que o método VAWT obteve um ótimo desempenho mesmo quando o ganho DC da função de transferência estimada $\hat{T}(z)$ era 20% maior que o desejado. Dessa forma, realizou-se uma simulação adicional extrapolando esse ganho e fazendo-o 5 vezes maior que o desejado. Para tanto, utilizou-se uma onda quadrada com período de 180 amostras.

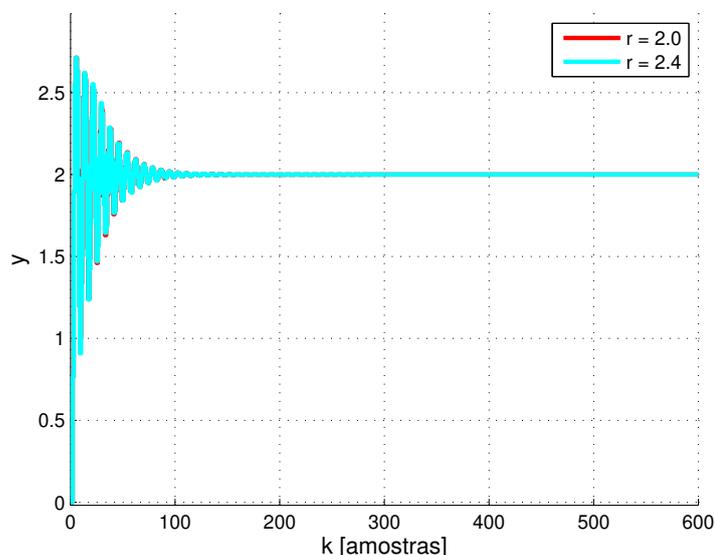
Para a etapa de coleta de dados, os sinais $\hat{u}(t)$ e $y(t)$ são os mesmos que os mostrados nas Figuras 52 e 53. As Figuras 61 e 62 apresentam o sinal $\hat{u}(t)$ e a saída do sistema para a etapa de geração dos resultados. As ondas quadradas com amplitude igual a 4 e 10 resultaram em $Q(z, \rho)$ com zeros maiores que 1, instabilizando o sistema, de modo que estes sinais foram omitidos. A amplitude de 30 obteve um bom custo, contudo, como mencionado anteriormente, para valores maiores que 2.44, o sinal não consegue seguir a referência, de forma que optou-se por omitir tais resultados, uma vez que estes casos não devem ser utilizados.

Figura 61 – Sinal de entrada da planta considerando a saturação quando o modelo de referência tem ganho DC 5 vezes maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

Figura 62 – Saída $y(t)$ do sistema quando o modelo de referência tem ganho 5 vezes maior que o desejado.



Fonte: A autora (2023).

A Tabela 27 apresenta os custos encontrados para esta configuração.

Tabela 27 – Custos considerando diferentes amplitudes para a onda quadrada aplicada à entrada na coleta de dados quando o modelo de referência tem ganho DC 5 vezes maior que o desejado.

Amplitude	J_y^{VAWT}	J_y^{AW}
2.0	1.1785	3.0742
2.4	1.0654	3.0742

Fonte: A autora (2023).

Novamente, J_y^{AW} se mantém constante. Já J_y^{VAWT} diminuiu com o aumento da amplitude da onda, sendo melhor que o *anti-windup* convencional para ambas as amplitudes testadas. Tais resultados indicam que, desde que a coleta de dados resulte em sinais que não saturem indefinidamente e sejam capazes de seguir a referência, o ganho DC de $\hat{T}(z)$ não exerce influência significativa sobre os resultados do VAWT.

5.5 Considerações finais

Com base no exposto nesse capítulo foi possível chegar a algumas conclusões acerca do modelo de referência para plantas de segunda ordem. Para estas, o método VAWT chega a custos mais do que 50% menores que o *anti-windup* convencional. O melhor custo foi de 1.0475 e foi obtido para uma $T_{qd}(z)$ de segunda ordem, com um $t_{sd} = 2$ e $M_{pd} = 0\%$.

Nessa situação, o sinal de controle passou 9 amostras saturado e se acomodou em 79 amostras.

O aumento do t_{sd} ou a diminuição do M_{pd} permite diminuir o número de amostras que o sinal de controle passa saturado, embora isso ocorra às custas de J_y^{VAWT} . Para nenhum caso foi possível diminuir o número de amostras que o sistema levou para se acomodar, já que este era determinado pela dinâmica do sistema nominal. Observa-se também que a variação do sinal de excitação para a etapa de coleta de dados exerce pouca influência sobre os resultados, sendo os valores alcançados para uma entrada do tipo onda quadrada e salto muito semelhantes. Também, amplitudes maiores tendem a apresentar resultados melhores, estando, contudo, limitadas pelo valor de regime do sinal de controle para que se tenha erro nulo na saída.

Por fim, o caso *mismatched* para o ganho DC de $\hat{T}(z)$ se manteve muito próximo aos valores obtidos quando $\hat{T}(z) = T_d(z)$, indicando uma forte confiabilidade do método mesmo quando o ganho da estimativa de $\hat{T}(z)$ não é tão próximo do comportamento real do sistema.

6 CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho, o objetivo principal foi a proposição do método VAWT e a realização de simulações iniciais que levassem ao entendimento do método proposto. Foi possível analisar os aspectos fundamentais para a aplicação do método baseado em dados, incluindo a definição de critérios para a escolha de um modelo de referência e de seus parâmetros, do sinal utilizado na coleta de dados e de seu comportamento quando o controlador projetado via VRFT é diferente do desejado.

A análise de plantas de primeira ordem permitiu observar que o projeto do laço de *anti-windup* via VAWT atinge resultados melhores quando o modelo de distúrbio também é de primeira ordem. O melhor caso se deu para um J_y^{VAWT} igual a 78.5341 em comparação com os 78.6107 do J_y^{AW} convencional; uma diminuição marginal menor que 1%. Tal diminuição pode não ser suficientemente atrativa, porém acompanha um maior controle da característica do distúrbio sobre o sistema. De modo geral, observou-se que o ganho \bar{k} não exerce influência sobre os resultados, mas que $T_{qd}(z)$ com polos mais lentos podem ser aliados importantes para se diminuir o número de amostras que o sistema passa saturado, embora isso ocorra às custas de J_y^{VAWT} e do tempo de acomodação da saída.

De forma semelhante, a análise de plantas de segunda ordem indicou que o VAWT atinge resultados melhores quando o modelo de distúrbio também é de segunda ordem. A maior parte dos resultados obtidos indicou uma melhoria de, aproximadamente, 50% em relação ao *anti-windup* convencional. Em particular, observou-se que modelos de distúrbio com tempos de acomodação menores levaram a custos melhores. O melhor caso ocorreu para uma $T_{qd}(z)$ com máximo sobressinal de 0% e um t_{sd} igual a 2 amostras, para o qual obteve-se um custo J_y^{VAWT} igual a 1.0475, em comparação com um custo J_y^{AW} de 3.0740. Tal cenário resultou em uma melhoria de 65.92%. Adicionalmente, observou-se que o número de amostras durante o qual o sistema passa saturado foi menor para M_{pd} menores e t_{sd} maiores e, embora isso tenha afetado o custo, não houve um impacto significativo sobre o tempo que o sistema leva para se acomodar.

Do ponto de vista da influência do sinal utilizado na etapa de coleta de dados, observou-se que, para ambas as plantas, os melhores resultados foram alcançados quando a coleta foi feita utilizando um salto na entrada ou uma onda quadrada - desde que com um período suficiente para que o sinal se acomode, - não sendo observadas vantagens no uso de uma onda senoidal. Notou-se que amplitudes maiores, por fornecerem mais informações sobre o sistema operando com saturação, foram melhores, porém, é necessário cautela na sua escolha para evitar que o sinal utilizado na coleta de dados sature por tempo indeterminado.

A síntese dos laços de *anti-windup* utilizando um método baseado em dados representa um avanço significativo para a área de sistemas de controle, sendo uma contribuição relevante para o campo de estudo. Além disso, foram identificadas limitações durante o processo, abrindo possibilidades para aprimorar o método proposto e expandir ainda mais o conhecimento nessa área.

Ainda, por se tratar de uma primeira implementação do método VAWT e de sua validação, a análise aqui exposta foi feita em sua forma mais simples, cabendo em trabalhos futuros a análise do problema sem a utilização de uma estimativa $\hat{T}(z)$, um aprofundamento de seu comportamento quando o sistema está sujeito a ruído, a utilização de filtros quando o controlador está fora da classe, quando há zeros de fase não mínima e o caso MIMO - *multiple input, multiple output*.

Referências Bibliográficas

- ALSEREIHY, M.; MEHEDI, I.; AL-SAGGAF, U.; MUNAWAR, K.; MANSOURI, R.; BETTAYEB, M. Fractional data-driven control for a rotary flexible joint system. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, v. 18, p. 172988142199858, 03 2021.
- BAZANELLA, A.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. *Data-driven Controller Design: The H2 Approach*. [S.l.: s.n.], 2012. ISBN 978-94-007-2299-6.
- BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. An introduction to data-driven control, from kernels to behaviors. In: *2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1079–1084.
- BERNADO, R. T.; NASCIMENTO, M. M. d.; DOTTA, D. A modified vrft approach for retuning power system damping controllers. p. 1–5, 2020b.
- BONGERS, P.; HEUBERGER, P. Discrete normalized coprime factorization. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 2008.
- BONGERS, P. M. M.; HEUBERGER, P. S. C. Discrete normalized coprime factorization. In: BENSOUSSAN, A.; LIONS, J. L. (Ed.). *Analysis and Optimization of Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1990. p. 307–313. ISBN 978-3-540-47085-4.
- BORDIGNON, V.; CAMPESTRINI, L. Application of multivariable virtual reference feedback tuning with anti-windup to the benchmark pid 2018. *IFAC-PapersOnLine*, v. 51, p. 515–520, 01 2018.
- CAMPI, M.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. *Automatica*, v. 38, n. 8, p. 1337–1346, 2002. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109802000328>>.
- CASTRO, R.; FLORES, J.; SALTON, A.; JR, J. Controller and anti-windup co-design for the output regulation of rational systems subject to control saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12 2020.
- ECKHARD, D.; CAMPESTRINI, L.; BOEIRA, E. Virtual disturbance feedback tuning. *IFAC Journal of Systems and Control*, v. 3, p. 23–29, 02 2018.
- FRANCIS, B.; WONHAM, W. The internal model principle of control theory. *Automatica*, v. 12, n. 5, p. 457–465, 1976. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109876900066>>.
- FU, M.; FLORES, J. V.; ZHENG, J.; SALTON, A. High precision over long range: A macro-micro approach to quantized positioning systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, PP, 12 2020.
- HEUSDEN, K.; KARIMI, A.; BONVIN, D. Data-driven model reference control with asymptotically guaranteed stability. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, v. 25, p. 331 – 351, 04 2011.

- HJALMARSSON, H.; GUNNARSSON, S.; GEVERS, M. A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In: *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1994. v. 2, p. 1735–1740.
- HOU, Z.; XIONG, S. On model-free adaptive control and its stability analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 64, n. 11, p. 4555–4569, 2019.
- HUFF, D.; CAMPESTRINI, L.; SILVA, G.; BAZANELLA, A. Data-driven control design by prediction error identification for multivariable systems. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 30, p. 465–478, 04 2019.
- JUNG, H.; OH, S. Data-driven optimization of integrated control framework for flexible motion control system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, v. 18, n. 7, p. 4762–4772, 2022.
- KOTHARE, M. V.; CAMPO, P. J.; MORARI, M.; NETT, C. N. A unified framework for the study of anti-windup designs. *Automatica*, v. 30, n. 12, p. 1869–1883, 1994. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109894900485>>.
- MADANI, S. S.; KARIMI, A. Data-driven lpv controller design for islanded microgrids. In: . [s.n.], 2021. v. 54, n. 7, p. 433–438. ISSN 2405-8963. 19th IFAC Symposium on System Identification SYSID 2021. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896321011721>>.
- MIYAMOTO, S.; VINNICOMBE, G. Robust control of plants with saturation nonlinearity based on coprime factor representations. In: *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 3, p. 2838–2840.
- NASCIMENTO, M. M.; BERNARDO, R. T.; DOTTA, D. Data-driven secondary voltage control design using pmu measurements. p. 1–5, 2020a.
- NIEMANN, H. A controller architecture with anti-windup. *IEEE Control Systems Letters*, v. 4, n. 1, p. 139–144, 2020.
- REMES, C.; BINZ, R.; FLORES, J.; CAMPESTRINI, L. Virtual reference feedback tuning applied to cascade control. *IET Control Theory and Applications*, v. 14, n. 20, p. 3738–3746, 2020.
- REMES, C. L.; GOMES, R. B.; FLORES, J. V.; LÍBANO, F. B.; CAMPESTRINI, L. Virtual reference feedback tuning applied to dc–dc converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 68, n. 1, p. 544–552, 2021.
- ROMAN, R.-C.; PRECUP, R.-E.; PETRIU, E. M.; BOJAN-DRAGOS, C.-A.; VANYA, V.-B.; RARINCA, M.-D. Second order active disturbance rejection control – virtual reference feedback tuning for twin rotor aerodynamic systems. In: *2020 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 1693–1698.
- SAEKI, M. Data-driven tuning of model-reference controllers for stable mimo plants. *Automatica*, v. 131, p. 109786, 2021. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000510982100306X>>.
- SELVI, D.; PIGA, D.; BATTISTELLI, G.; BEMPORAD, A. Optimal direct data-driven control with stability guarantees. *European Journal of Control*, v. 59, 10 2020.

- SILVA, G. R. G. da; BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L. One-shot data-driven controller certification. *ISA Transactions*, v. 99, p. 361–373, 2020. ISSN 0019-0578. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057819304653>>.
- TARBOURIECH, S.; GARCIA, G.; JR., J. M. G. S.; QUEINNEC, I. Stability and stabilization of linear systems with saturating actuators. *Springer London*, v. 1, 2011.
- TARBOURIECH, S.; TURNER, M. Anti-windup design: An overview of some recent advances and open problems. *IET Control Theory and Applications*, v. 3, n. 2, p. 1–19, 2009.
- TURNER, M. C.; RICHARDS, C. M. Constrained rigid body attitude stabilization: An anti-windup approach. *IEEE Control Systems Letters*, v. 5, n. 5, p. 1663–1668, 2021.
- WESTON, P.; POSTLETHWAITE, I. Linear conditioning for systems containing saturating actuators. *Automatica*, v. 36, p. 1347–1354, 09 2000.
- ZANG, Z.; BITMEAD, R. R.; GEVERS, M. Iterative weighted least-squares identification and weighted lqg control design. *Automatica*, v. 31, n. 11, p. 1577–1594, 1995. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109895000828>>.

APÊNDICE A – Planta de primeira ordem

Resultados complementares obtidos para a planta de primeira ordem.

A.1 Análise da $T_{qd}(z)$ de primeira ordem

A.1.1 Variação do ganho \bar{k} da $T_{qd}(z)$

Para \bar{k} de 0.1, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.07}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{9.2573(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para \bar{k} de 0.5, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.35}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.8515(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para \bar{k} de 1.0, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.7}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.9257(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para \bar{k} de 1.5, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{1.05}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.6172(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para \bar{k} de 2.0, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{1.4}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.4629(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para \bar{k} de 5.0, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{3.5}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.1852(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

A.1.2 Variação do polo da $T_{qd}(z)$

Para $T_{qd}(z)$ com polo em 0.1, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.9}{z - 0.1},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.7200(z - 0.9383)(z - 0.1)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para $T_{qd}(z)$ com polo em 0.3, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.7}{z - 0.3},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.9257(z - 0.9383)(z - 0.3)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para $T_{qd}(z)$ com polo em 0.5, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.5}{z - 0.5},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.2960(z - 0.9383)(z - 0.5)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para $T_{qd}(z)$ com polo em 0.7, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.3}{z - 0.7},$$

$$Q_d(z) = \frac{2.1600(z - 0.9383)(z - 0.7)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para $T_{qd}(z)$ com polo em 0.9, tem-se

$$T_{qd}(z) = \frac{0.1}{z - 0.9},$$

$$Q_d(z) = \frac{6.4801(z - 0.9383)(z - 0.9)}{(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

A.2 Análise da $T_{qd}(z)$ de segunda ordem

A.2.1 Variação do zero da $T_{qd}(z)$

Para zero em 0, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.18802z}{z^2 - 1.453z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{3.4464(z - 0.9383)(z^2 - 1.453z + 0.6412)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para zero em 0.3, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.26861(z - 0.3)}{z^2 - 1.453z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{2.4125(z - 0.9383)(z^2 - 1.453z + 0.6412)}{(z - 0.3)(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para zero em 0.5, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.37605(z - 0.5)}{z^2 - 1.453z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.7232(z - 0.9383)(z^2 - 1.453z + 0.6412)}{(z - 0.5)(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para zero em 0.8, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.94012(z - 0.8)}{z^2 - 1.453z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.68929(z - 0.9383)(z^2 - 1.453z + 0.6412)}{(z - 0.8)(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

A.2.2 Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 20\%$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0

Para t_{sd} de 2 amostras tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.2141z}{z^2 + 0.1957z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.53375(z - 0.9383)(z^2 + 0.1957z + 0.01832)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para t_{sd} de 8 amostras tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.68814z}{z^2 - 0.6797z + 0.3679},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.94168(z - 0.9383)(z^2 - 0.6797z + 0.3679)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para t_{sd} de 18 amostras tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.18802z}{z^2 - 1.453z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{3.4464(z - 0.9383)(z^2 - 1.453z + 0.6412)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para t_{sd} de 28 amostras tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.084694z}{z^2 - 1.667z + 0.7515},$$

$$Q_d(z) = \frac{7.6512(z - 0.9383)(z^2 - 1.667z + 0.7515)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para t_{sd} de 38 amostras tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.047849z}{z^2 - 1.762z + 0.8102},$$

$$Q_d(z) = \frac{13.543(z - 0.9383)(z^2 - 1.762z + 0.8102)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

A.2.3 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0

Para M_{pd} de 0% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.86437z}{(z - 0.1353)(z - 0.0003355)},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.74969(z - 0.1353)(z - 0.9383)(z - 0.0003355)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 10% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.2662z}{z^2 + 0.2479z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.51176(z - 0.9383)(z^2 + 0.2479z + 0.01832)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 20% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.2141z}{z^2 + 0.1957z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.53375(z - 0.9383)(z^2 + 0.1957z + 0.01832)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 30% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.88705z}{z^2 - 0.1313z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.73053(z - 0.9383)(z^2 - 0.1313z + 0.01832)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 40% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.79103z}{z^2 - 0.2273z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.81921(z - 0.9383)(z^2 - 0.2273z + 0.01832)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

A.2.4 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 18$ e $T_{qd}(z)$ com zero em 0

Para M_{pd} de 0% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.11734z}{(z - 0.8007)(z - 0.4111)},$$

$$Q_d(z) = \frac{5.5224(z - 0.8007)(z - 0.9383)(z - 0.4111)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 10% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.11275z}{z^2 - 1.528z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{5.7472(z - 0.9383)(z^2 - 1.528z + 0.6412)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 20% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.18802z}{z^2 - 1.453z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{3.4464(z - 0.9383)(z^2 - 1.453z + 0.6412)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 30% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.30148z}{z^2 - 1.34z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{2.1494(z - 0.9383)(z^2 - 1.34z + 0.6412)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

Para M_{pd} de 40% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.48248z}{z^2 - 1.159z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.3431(z - 0.9383)(z^2 - 1.159z + 0.6412)}{z(z - 0.9)(z - 0.6)}.$$

A.3 Influência do sinal de excitação

As funções de transferência desejadas independem do sinal utilizado na coleta de dados e se tratam de

$$T_{qd}(z) = \frac{0.3}{z - 0.7},$$

$$Q_d(z) = \frac{2.1684(z - 0.9379)(z - 0.7)}{(z - 0.9)(z - 0.596)}.$$

A.3.1 Entrada do tipo salto

Para um controlador com ganho DC 20% maior que o desejado e um salto com amplitude igual a 4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.5804(z - 1.005)(z - 0.7416)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.44336(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 1.005)(z - 0.7416)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 6, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.7636(z - 0.9537)(z - 0.6898)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.39731(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9537)(z - 0.6898)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 8, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.8133(z - 0.9385)(z - 0.6873)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.38642(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9385)(z - 0.6873)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 20, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.902(z - 0.9297)(z - 0.701)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.36841(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9297)(z - 0.701)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 50, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.9291(z - 0.931)(z - 0.6996)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.36322(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.931)(z - 0.6996)(z - 0.52)}.$$

A.3.2 Entrada do tipo onda quadrada

Para um controlador com ganho DC 20% maior que o desejado e um salto com amplitude igual a 4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.7537(z - 0.9569)(z - 0.6918)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.39957(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9569)(z - 0.6918)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 6, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.8039(z - 0.9421)(z - 0.6834)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.38845(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9421)(z - 0.6834)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 8, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.8222(z - 0.9353)(z - 0.692)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.38453(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9353)(z - 0.692)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 20, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.9437(z - 0.9298)(z - 0.708)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.36051(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9298)(z - 0.708)(z - 0.52)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 50, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.9459(z - 0.9313)(z - 0.7016)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.36009(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.9313)(z - 0.7016)(z - 0.52)}.$$

A.3.3 Entrada do tipo senoide

Para um controlador com ganho DC 20% maior que o desejado e um período de 20 amostras, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{2.1054(z^2 - 1.679z + 0.714)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.33281(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.52)(z^2 - 1.679z + 0.714)}.$$

Para um período de 40 amostras, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{2.1771(z^2 - 1.736z + 0.7605)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.32185(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.52)(z^2 - 1.736z + 0.7605)}.$$

Para um período de 50 amostras, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{2.1173(z^2 - 1.776z + 0.7983)}{(z - 0.9)(z - 0.6)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.33095(z - 0.9315)(z - 0.6)}{(z - 0.52)(z^2 - 1.776z + 0.7983)}.$$

APÊNDICE B – Planta de segunda ordem

B.1 Análise da $T_{qd}(z)$ de segunda ordem

B.1.1 Variação de t_{sd} com $M_{pd} = 40\%$

Para $t_{sd} = 2$, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.79103}{z^2 - 0.2273z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.0541(z - 0.6316)(z^2 - 0.2273z + 0.01832)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para $t_{sd} = 8$, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.5414}{z^2 + 0.1735z + 0.3679},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.54096(z - 0.6316)(z^2 + 0.1735z + 0.3679)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para $t_{sd} = 18$, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.48248}{z^2 - 1.159z + 0.6412},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.7282(z - 0.6316)(z^2 - 1.159z + 0.6412)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para $t_{sd} = 28$, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.22156}{z^2 - 1.53z + 0.7515},$$

$$Q_d(z) = \frac{3.7633(z - 0.6316)(z^2 - 1.53z + 0.7515)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para $t_{sd} = 38$, tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.12595}{z^2 - 1.684z + 0.8102},$$

$$Q_d(z) = \frac{6.6199(z - 0.6316)(z^2 - 1.684z + 0.8102)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

B.1.2 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 2$

Para M_{pd} de 0% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.86437}{(z - 0.1353)(z - 0.0003355)},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.96464(z - 0.6316)(z - 0.1353)(z - 0.0003355)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 10% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.2662}{z^2 + 0.2479z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.65849(z - 0.6316)(z^2 + 0.2479z + 0.01832)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 20% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.2141}{z^2 + 0.1957z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.68679(z - 0.6316)(z^2 + 0.1957z + 0.01832)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 40% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.79103}{z^2 - 0.2273z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.0541(z - 0.6316)(z^2 - 0.2273z + 0.01832)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 60% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.75719}{z^2 - 0.2611z + 0.01832},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.1012(z - 0.6316)(z^2 - 0.2611z + 0.01832)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

B.1.3 Variação de M_{pd} com $t_{sd} = 10$

Para M_{pd} de 0% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.26312}{(z - 0.6703)(z - 0.2019)},$$

$$Q_d(z) = \frac{3.1689(z - 0.6703)(z - 0.6316)(z - 0.2019)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 10% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.30343}{z^2 - 1.146z + 0.4493},$$

$$Q_d(z) = \frac{2.7479(z - 0.6316)(z^2 - 1.146z + 0.4493)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 20% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{0.497}{z^2 - 0.9523z + 0.4493},$$

$$Q_d(z) = \frac{1.6777(z - 0.6316)(z^2 - 0.9523z + 0.4493)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 40% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{1.1838}{z^2 - 0.2655z + 0.4493},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.70433(z - 0.6316)(z^2 - 0.2655z + 0.4493)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

Para M_{pd} de 60% tem-se:

$$T_{qd}(z) = \frac{2.4904}{z^2 + 1.041z + 0.4493},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.3348(z - 0.6316)(z^2 + 1.041z + 0.4493)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

B.2 Influência do sinal de excitação

As funções de transferência desejadas independem do sinal utilizado na coleta de dados e se tratam de

$$T_{qd}(z) = \frac{0.86437}{(z - 0.1353)(z - 0.0003355)},$$

$$Q_d(z) = \frac{0.96464(z - 0.1353)(z - 0.6316)(z - 0.0003355)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)}.$$

B.2.1 Entrada do tipo salto

Para um modelo de referência com ganho DC 20% maior que o desejado e um salto com amplitude igual a 2, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.2643(z + 0.1953)(z^2 - 0.9187z + 0.2516)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.65952(z - 0.6316)}{(z + 0.1953)(z^2 - 0.9187z + 0.2516)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 2.4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1494(z - 0.5577)(z - 0.3644)(z + 0.2049)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.72545(z - 0.6316)}{(z - 0.5577)(z - 0.3644)(z + 0.2049)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.4601(z - 0.556)(z^2 - 0.4218z + 0.1422)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.57108(z - 0.6316)}{(z - 0.556)(z^2 - 0.4218z + 0.1422)}.$$

Para um salto com amplitude igual a 10, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.2581(z - 0.6328)(z^2 - 0.232z + 0.07337)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.66277}{z^2 - 0.232z + 0.07337}.$$

Para um salto com amplitude igual a 30, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1863(z - 0.6325)(z^2 - 0.1642z + 0.02234)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.70286}{z^2 - 0.1642z + 0.02234}.$$

B.2.2 Entrada do tipo onda quadrada

Para um modelo de referência com ganho DC 20% maior que o desejado e uma onda quadrada com amplitude igual a 2, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1537(z + 0.3488)(z^2 - 1.022z + 0.2977)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.7227(z - 0.6316)}{(z + 0.3488)(z^2 - 1.022z + 0.2977)}.$$

Para uma onda quadrada com amplitude igual a 2.4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1565(z - 0.5287)(z - 0.3996)(z + 0.209)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.72095(z - 0.6316)}{(z - 0.5287)(z - 0.3996)(z + 0.209)}.$$

Para uma onda quadrada com amplitude igual a 4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{0.9579(z + 0.7069)(z^2 - 1.106z + 0.3366)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.87045(z - 0.6316)}{(z + 0.7069)(z^2 - 1.106z + 0.3366)}.$$

Para uma onda quadrada com amplitude igual a 10, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.0812(z + 0.3234)(z - 0.4156)(z - 0.5568)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.77116(z - 0.6316)}{(z - 0.5568)(z - 0.4156)(z + 0.3234)}.$$

Para uma onda quadrada com amplitude igual a 30, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1326(z - 0.6162)(z - 0.2569)(z + 0.1433)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.7362}{(z - 0.2569)(z + 0.1433)}.$$

B.2.3 Entrada do tipo senoide

Para o modelo de referência com ganho DC 5% maior que o desejado, foram realizadas simulações variando o período da senoide aplicada à entrada na etapa de coleta de dados.

Para uma senoide com período de 20 amostras, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.0592(z + 0.6724)(z^2 - 1.159z + 0.4872)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.78721(z - 0.6316)}{(z + 0.6724)(z^2 - 1.159z + 0.4872)}.$$

Para uma senoide com período de 30 amostras, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1318(z + 0.7014)(z^2 - 1.189z + 0.5154)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.73672(z - 0.6316)}{(z + 0.7014)(z^2 - 1.189z + 0.5154)}.$$

Para uma senoide com período de 50 amostras, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{1.1522(z + 0.7518)(z^2 - 1.188z + 0.5354)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.72366(z - 0.6316)}{(z + 0.7518)(z^2 - 1.188z + 0.5354)}.$$

B.2.4 Extrapolação do ganho DC de $\hat{T}(z)$

Para uma onda quadrada com amplitude igual a 2, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{4.7468(z + 0.9327)(z^2 - 1.241z + 0.5412)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.17566(z - 0.6316)}{(z + 0.9327)(z^2 - 1.241z + 0.5412)}.$$

Para uma onda quadrada com amplitude igual a 2.4, tem-se:

$$Q(z, \rho) = \frac{4.8027(z + 0.5643)(z^2 - 1.101z + 0.377)}{(z - 0.4367)(z^2 - 1.363z + 0.9087)},$$

$$T_q(z, \rho) = \frac{0.17361(z - 0.6316)}{(z + 0.5643)(z^2 - 1.101z + 0.377)}.$$