

KONCOVÁ DNA KOMPOZITOVÝCH TLAKOVÝCH NÁDOB NAVRŽENÁ POMOCÍ MINIMALIZACE PEVNOSTNÍCH KRITÉRIÍ

Dominik Vondráček¹, Zdeněk Padovec, Tomáš Mareš

České vysoké učení technické v Praze – Fakulta strojní

Abstrakt

V této práci byla navržena a následně analyzována koncová dna kompozitových válcových tlakových nádob vyrobených metodou přesného navíjení. Jednotlivé meridiánové tvary koncových den byly získány pomocí minimalizace vybraných pevnostních kritérií. Bylo uvažováno Tsai-Hillovo a Hoffmanovo pevnostní kritérium. U navržených koncových den byla stanovena napjatost a následně byla jednotlivá dna navzájem porovnána.

1. Úvod

Metoda přesného navíjení je technologie, která je dnes již běžně používána k výrobě kompozitních skořepin jako jsou trubky (včetně trubek s nekuhovým průřezem), skříňe raketových motorů, tlakové nádoby a jiné [1]. Tato metoda umožňuje navinout celou tlakovou nádobu během jediné operace, což nabízí velkou variabilitu při návrhu koncového dna. Fukunaga a Uemura ve své práci navrhli meridiánový tvar koncového dna tlakové nádoby založený na principu minimalizace Tsai-Hillova pevnostního kritéria [2]. V této studii byla jejich myšlenka rozšířena a aplikována na Hoffmanovo pevnostní kritérium.

2. Metodika

Matematický popis analyzovaných koncových den tlakových nádob vychází z klasické laminátové teorie [3]. Předpoklady výpočtu jsou následující:

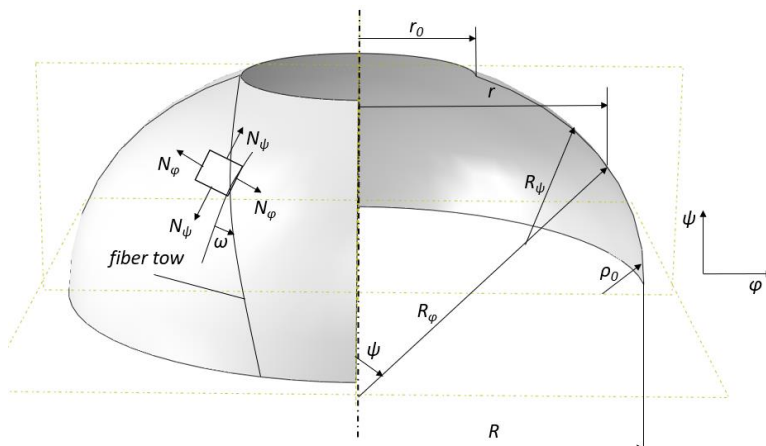
- elastický model materiálu
- tenkostěnné skořepiny – tloušťka stěny h je výrazně menší než ostatní rozměry skořepiny
- membránová napjatost
- stěna kompozitu je tvořena rovnovážnou dvojvrstvou, která vznikne pravidelným překřížením orientovaných jednosměrných monovrstev s úhlem návinu $+\omega$ a $-\omega$

Geometrie koncového dna (viz Obr. 1) je závislá na úhlu vinutí ω , tloušťce stěny h , poloměru polárního otvoru r_0 (geodetická podmínka), hlavních poloměrech křivosti R_ψ a R_φ , úhlu normály ke střednici skořepiny ψ a elastických konstantách, které nejsou podél meridiánu konstantní. Membránovou napjatost je možné vyjádřit ve tvaru

$$\begin{aligned}\sigma_\psi &= \frac{N_\psi}{h} = \frac{p R_\varphi}{2 h} \\ \sigma_\varphi &= \frac{N_\varphi}{h} = \frac{p R_\varphi}{2 h} \left(2 - \frac{R_\varphi}{R_\psi} \right),\end{aligned}\tag{1}$$

¹ tel. +420 224 352 253, e-mail: Dominik.Vondracek@fs.cvut.cz

kde p je vnitřní přetlak. V rovnovážné dvojvrstvě je výsledné smykové napětí nulové, lze však stanovit smykové napětí jednosměrných monovrstev s úhlem navinu $+\omega$ nebo $-\omega$.



Obr. 1 Geometrie koncového dna

Hoffmanovo pevnostní kritérium má tvar

$$U = \frac{\sigma_L^2}{F_{Lt} F_{Lc}} + \frac{\sigma_T^2}{F_{Tt} F_{Tc}} - \frac{\sigma_L \sigma_T}{F_{Lt} F_{Lc}} + \frac{F_{Lc} - F_{Lt}}{F_{Lt} F_{Lc}} \sigma_L + \frac{F_{Tc} - F_{Tt}}{F_{Tt} F_{Tc}} \sigma_T + \frac{\sigma_{LT}^2}{F_{LT}^2}, \quad (2)$$

kde σ_L je napětí ve směru vláken, σ_T je napětí ve směru kolmém na vlákna, σ_{LT} je smykové napětí, F_{Lt} a F_{Lc} jsou pevnosti v tahu, respektive v tlaku ve směru vláken, F_{Tt} a F_{Tc} jsou pevnosti v tahu, respektive v tlaku ve směru kolmém na vlákna a F_{LT} je smyková pevnost.

Parciální derivaci rovnice (2) podle parametru K , který je definovaný jako $K = R_\varphi/R_\psi$

$$\frac{\partial U}{\partial K} = 0, \quad (3)$$

obdržíme poměr hlavních poloměrů křivosti, jenž jednoznačně definuje meridiánovou křivku

$$\frac{R_\varphi}{R_\psi} = 2 + \frac{b}{c}, \quad (4)$$

kde parametry b a c jsou v každém bodě meridiánu různé a závisí na úhlu návinu ω , tloušťce stěny h a elastických konstantách.

3. Výsledky

Byla uvažována tlaková nádoba o rovníkovém poloměru $R = 500$ mm. Poloměr polárního otvoru $r_0 = 200$ mm byl konstantní pro všechna analyzovaná dna. Tloušťka rovnovážné dvojvrstvy na rovníku $h_0 = 1,3$ mm byla stanovena pomocí síťové teorie [4]. Jako materiál byl uvažován sklo-epoxid s 60 % objemovým podílem vláken. Analýza byla provedena pro tři různé hodnoty vnitřního přetlaku $p = 1, 2$ a 5 MPa. Materiálové konstanty uvažovaného materiálu jsou uvedeny v Tab. 1 respektive v Tab. 2.

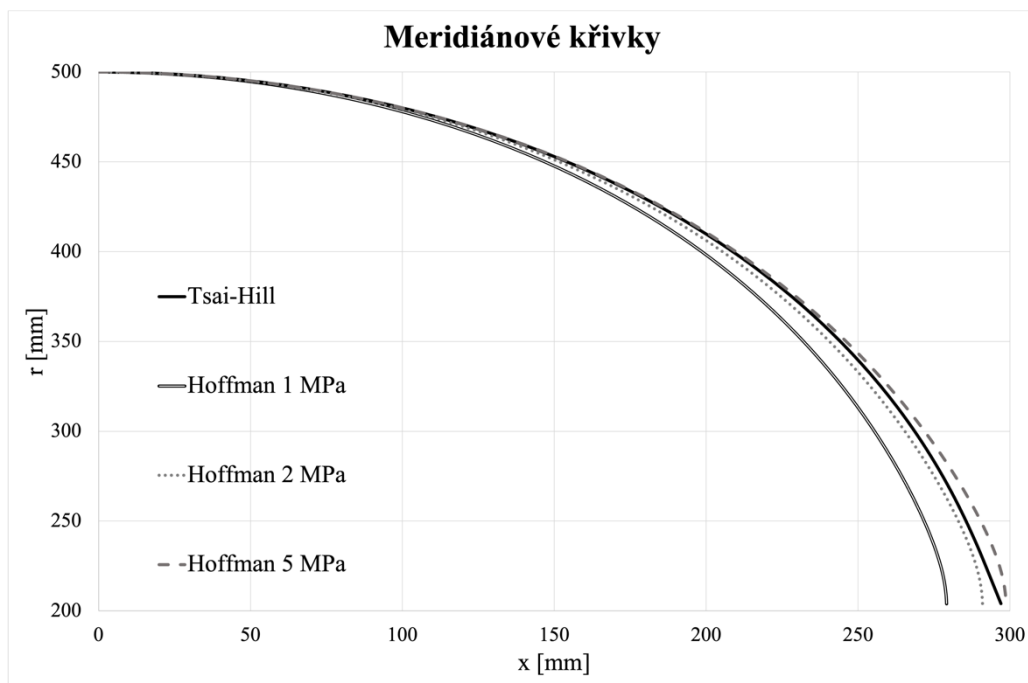
Tab. 1. Elastické konstanty uvažovaného materiálu v materiálovém souřadném systému

E_L [MPa]	E_T [MPa]	G_{LT} [MPa]	ν_{LT} [-]
46 200	16 513	5 998	0,31

Tab. 2. Pevnosti uvažovaného materiálu v jednotlivých směrech

F_{Lt} [MPa]	F_{Lc} [MPa]	F_{Tt} [MPa]	F_{Tc} [MPa]	F_{LT} [MPa]
1 200	600	45	145	65

Meridiánové křivky analyzovaných den jsou znázorněny na Obr. 2. Z obrázku Obr. 2 je zřejmé že, tvar meridiánové křivky stanovený minimalizací Tsai-Hillova kritéria není závislý na vnitřním přetlaku a je tudíž pro všechny hodnoty vnitřního přetlaku stejný. To však neplatí pro meridiánové křivky navržené pomocí minimalizace Hoffmanova kritéria, které na vnitřním přetlaku závisí. Tato závislost je způsobena lineárními členy v Hoffmanově pevnostním kritériu (viz rovnice (2)). Výpočet meridiánových křivek je zastaven při dosažení inflexního bodu (tj. tehdy je-li poměr hlavních poloměrů křivosti z rovnice (4) nulový) a proto meridiánové křivky nedosahují až k polárnímu otvoru. Inflexní bod se zpravidla nachází v těsné blízkosti polárního otvoru. Nicméně každá tlaková nádoba je osazena polární přírubou, která zasahuje až za inflexní bod a tato oblast je tedy dostatečně vyztužená.

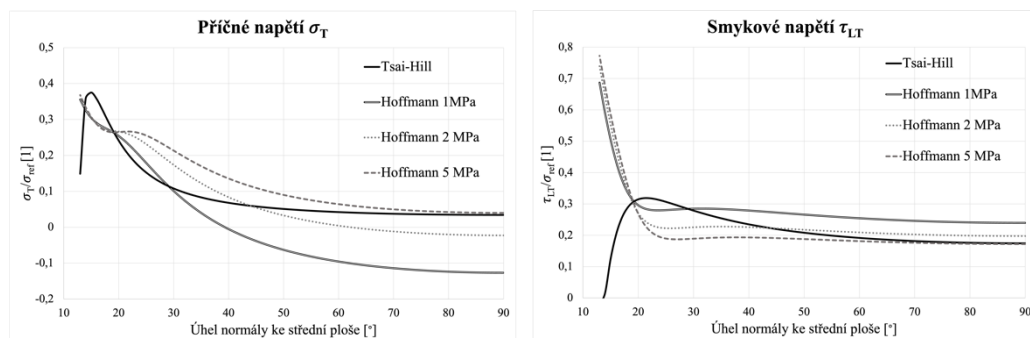


Obr. 2 Meridiánové křivky analyzovaných den

Průběhy normálových a smykových napětí v materiálovém souřadném systému (L, T) byly normovány napětím na rovníku, které je definováno jako

$$\sigma_{ref} = \frac{p R}{2 h_0}. \quad (5)$$

Na Obr. 3 jsou znázorněny průběhy normálového napětí ve směru kolmém na vlákna σ_T a smykového napětí τ_{LT} . Stejně jako u meridiánových křivek, tak i u průběhů napětí je možné pozorovat závislost na tlaku u den navržených pomocí minimalizace Hoffmanova kritéria. Napětí ve směru kolmém na vlákna σ_T se zvětšujícím se vnitřním přetlakem roste. V oblasti blízké rovniku (do $\psi \approx 60^\circ$) dokonce s rostoucím vnitřním přetlakem dojde ke změně tlakového namáhání na namáhání tahové. U smykového napětí τ_{LT} je trend opačný a s rostoucím vnitřním přetlakem klesá. Napětí ve směru vláken σ_L není znázorněno, protože pevnosti ve směru vláken F_{Lt} a F_{Lc} jsou podstatně vyšší než pevnosti ve směru kolmém na vlákna F_{Tt} a F_{Tc} nebo smyková pevnost F_{LT} (viz Tab. 2). To znamená, že nejprve dojde ke ztrátě těsnosti tlakové nádoby v důsledku napětí ve směru kolmém na vlákna σ_T nebo smykového napětí τ_{LT} a teprve až poté by došlo k poškození tlakové nádoby vlivem napětí ve směru vláken σ_L .



Obr. 3 Průběhy příčného a smykového napětí v materiálovém souřadném systému

4. Závěr

Byla analyzována a navzájem porovnána koncová dna tlakových nádob získaná pomocí minimalizace Tsai-Hillova a Hoffmanova pevnostního kritéria při třech různých hodnotách vnitřního přetlaku. Bylo zjištěno, že v důsledku lineárních členů v Hoffmanově pevnostním kritériu je výsledný tvar meridiánové křivky koncového dna závislý na vnitřním přetlaku.

Poděkování

Tato studie vznikla za podpory Studentské Grantové Soutěže Českého vysokého učení technického v Praze pod grantem číslo SGS21/151/OHK2/3T/12.

Literatura

- [1] Azeem, M.; Ya, H. H.; Alam, M. A.; Kumar, M.; Stabla, P.; Smolnicki, M.; Gemi, L.; Khan, R.; Ahmed, T.; Ma, Q.; et al. Application of Filament Winding Technology in Composite Pressure Vessels and Challenges: A Review. *Journal of energy storage* **2022**, 1-11
- [2] Fukunaga, H.; Uemura, M. Optimum Design of Helically Wound Composite Pressure Vessels. *Composite structures* **1983**, 1 (1), 31-49.
- [3] Sharma, S. *Composite Materials - Mechanics, Manufacturing and Modeling*; CRC Press: Boca Raton, **2021**.
- [4] Young, R. E. History and Potential of Filament Winding. 13th Annual Technical Conference SPI – RP **1958**.