

AGROECOMETRÍA: UNA CAJA DE HERRAMIENTAS PARA EL DISEÑO DE UNA AGRICULTURA VIRTUAL

AGROECOMETRY: A TOOLBOX FOR THE DESIGN OF VIRTUAL AGRICULTURE

Klavdia Oleschko¹, Benjamín Figueroa-Sandoval², Gabor Korvin³, Mario Martínez-Menes²

¹Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado postal 70-296, Ciudad Universitaria, C.P. 76230, Coyoacán, México, D.F., ²Colegio de Postgraduados, km 35.5 Carretera México-Texcoco, Montecillo, Estado de México, C.P. 56230, México. ³King Fahd University of Petroleum and Minerals, Dhahran 31261, Saudi Arabia.

"When I examine myself and my methods of thought, I come to the conclusion that the gift of fantasy has meant more to me, than my talent for absorbing positive knowledge."

Albert Einstein

RESUMEN

La agricultura raramente ha sido el área de mayor atracción para las innovaciones tecnológicas y científicas. Sin embargo, en el contexto de la evidencia de riesgo de un manejo no sustentable de los agroecosistemas, surge la necesidad de un mejor aprovechamiento de las oportunidades tecnológicas. Una de estas oportunidades consiste en utilizar los avances del cómputo de alto rendimiento (y en paralelo), la modelación matemática para unificar los bancos de información (Smith *et al.*, 2002) que surgen en áreas tan diversas como el estudio de los recursos naturales, la economía y la ecología o el desarrollo rural, dirigiéndolos a un propósito común. La pregunta específica en este trabajo de investigación es: ¿Hay manera de medir no sólo los patrones estructurales de los sistemas físicos, químicos, biológicos, sino también los económicos y sociales con una misma variable y visualizar su contribución competitiva a la sustentabilidad de un agroecosistema? En este trabajo se exponen las bases matemáticas y de simulación computacional para contestar esa pregunta, e introducir en las ciencias agrícolas una nueva disciplina cuyo marco teórico-metodológico parece prometedor para unificar la cuantiosa información disponible. La nueva disciplina, que llamamos Agroecometría, tiene como objetivo básico construir espacios métricos efectivos para las ciencias agrícolas y visualizar el funcionamiento de un agroecosistema en toda la riqueza de sus parámetros característicos dentro de un modelo virtual.

Palabras clave: Agroecosistemas, Modelación matemática, Modelo virtual.

INTRODUCCIÓN

La agricultura no es el área de mayor desarrollo de innovaciones tecnológicas y científicas. Sin embargo, en el contexto de la evidencia de riesgo de un manejo no sustentable de los agroecosistemas, surge la necesidad de un mejor aprovechamiento de las oportunidades tecnológicas que pueden contribuir a la solución de los problemas ambientales y humanos asociados a ella. Una oportunidad consiste en utilizar los avances del cómputo de alto rendimiento (en paralelo)

ABSTRACT

Agriculture has rarely been an area of great attraction for technological and scientific innovations. Nevertheless, as there is evidently a risk of a non-sustainable management of agroecosystems, it is necessary to use better the technological opportunities. One of these opportunities is to use the advances in of high-yield computation (and in parallel) mathematical modeling in order to unify the information data bases (Smith *et al.*, 2002), that arise in areas as diverse as the study of natural resources, economics, and sociology, or rural development, aiming them towards a common purpose. The objective of this study was to answer one specific question: Is there a way to measure the structural patterns of the physical, chemical, and biological systems as well as the economic and social structural patterns with one and the same variable, and visualize their competitive contribution to the sustainability of an agroecosystem? We have constructed the mathematical bases and those of computer simulation to answer the aforementioned questions and to introduce a new discipline to agricultural sciences, whose theoretic-methodological frame seems promising in the field of unification of the extensive, multifaceted information. This new discipline which we call Agroecometry, has as its fundamental objective to construct metric spaces effective for agricultural sciences, and visualize the performance of an agroecosystem in all its richness in the frame of virtual model.

Key words: Agroecosystems, Mathematical modeling, Virtual model.

INTRODUCTION

Agriculture has rarely been an area of great attraction for technological and scientific innovations. Nevertheless, as there is evidently a risk of non-sustainable management of agroecosystems, it is necessary to make better use of the technological opportunities that may contribute to the solution of the associated environmental and human problems associated to it. One opportunity consists in utilizing the progress of high-speed

y la modelación matemática para unificar los bancos de información (Smith *et al.*, 2002) que surgen en áreas tan diversas como el estudio de los recursos naturales, la economía y la sociología o el desarrollo rural, dirigiéndolos a un propósito común. Sabemos que la separación de las ciencias agrícolas en numerosas disciplinas casi independientes es una consecuencia del pensamiento de Descartes: Cualquier problema tiene que ser separado en partes manejables de un modo independiente. Sin embargo, la mayor dificultad de este enfoque es integrar de nuevo lo separado (resolver un problema inverso). Para superar esa dificultad es indispensable incorporar algunos nuevos rasgos al diseño metodológico de la ciencia, trascendiendo lo que consideramos normal o común. Y esto es una consecuencia de la revolución visual ocurrida en el mundo de las ciencias duras. Esta revolución se derivó de la combinación de la ciencia de las prótesis, la tecnología de la simulación, la informática, de la ingeniería computacional y, en mayor grado, de las tecnologías avanzadas de la visualización (Czegledy y Czegledy, 2000); estas últimas están constituidas por vectores totalmente nuevos que garantizan el mejoramiento de la calidad de las imágenes. Actualmente la ciencia ha regresado al lema: ver es creer (Mandelbrot, 1983).

La creciente oferta informática en cada una de las disciplinas de las ciencias agrícolas trae consigo desde nuevos enfoques, conceptos y neologismos hasta paquetes tecnológicos completos y numerosos testimonios de su aprovechamiento (Bradshaw y Smit, 1997; Wagner, 1999; Welch y Graham, 1999; Porta, 1999; Wilson *et al.*, 2001). La asimilación y aprovechamiento de esta información depende en mayor grado de la permeabilidad de las fronteras entre las disciplinas que constituyen las ciencias agrícolas, las cuales a su vez requieren pasar de lo cualitativo a lo cuantitativo, así como visualizar la información adquirida. La solución, en un futuro cercano, de los problemas presentes, puramente epistemológicos del conocimiento científico o que se pretenden introducir en la agricultura, hasta la posibilidad de construir un esperanto que incremente el grado de entendimiento entre científicos, productores y gobernantes, depende de la calidad de esta translación.

Las preguntas de índole general en las ciencias agrícolas, cuya respuesta requiere de la transferencia de la información ya existente a términos cuantitativos son: ¿hasta qué grado son relevantes las evidencias experimentales que se obtiene en los proyectos de investigación? ¿Con qué frecuencia el diseño científico está en la frontera del procedimiento tradicional de prueba y error? ¿Qué tan probable es que, después de realizar un proyecto de investigación costoso y largo, se llegue a concluir que las diferencias observadas en los datos no son estadísticamente significativas? ¿Podría ser que los

computation (in parallel) and mathematical modeling in order to unify the information banks (Smith *et al.*, 2002), that arise in such diverse areas as study of natural resources, economics, and sociology, or rural development, directing them to a common purpose. It is known that the division of agricultural sciences into numerous, nearly independent disciplines is a consequence of Descartes, which still dominates science: any problem must be divided into independently manageable parts. The greatest difficulty arising from this approach, however, is to be able to integrate again the divided parts (to solve a reverse problem). To get over the mentioned difficulty it is essential to incorporate some new features to the methodological design of science, transcending what we consider normal or common. And this new is conveyed to us – before all – by the visual revolution occurred in the world of the hard sciences. This revolution was derived from the science of prosthesis, simulation technology, computing, computational engineering, and – most important – from the advanced technologies of visualization (Czegledy and Czegledy, 2000); the latter are composed by totally new vectors, which guarantee the improvement of image quality. At present, science has returned to the motto: to see is to believe (Mandelbrot, 1983).

The growing informatic offer in each of the agrosociological disciplines brings about new approaches, concepts, and neologisms, as well as complete technological packages, and numerous testimonies of their exploitation (Bradshaw and Smit, 1997; Wagner, 1999; Welch and Graham, 1999; Porta, 1999; Wilson *et al.*, 2001). Assimilation and exploitation of this information depends greatly on the permeability of the borders between the disciplines constituting agricultural sciences, which, in turn, require translating qualitative to quantitative terms and visualizing the acquired information. The solution in a near future of the purely epistemological problems of scientific knowledge, or susceptible of being introduced to agriculture, as well as the possibility to create an esperanto to increase the degree of understanding among scientists, producers, and political rulers depend on the quality of this translation.

The questions of general nature in agrosociology, whose answer requires the transference of already existing information to quantitative terms are: to what extent are the experimental evidences, searched for during the development of investigation projects, justified? – how often the scientific design is in the border of the traditional procedure of trial and error? – After carrying out a long and expensive research project, how probable is it to come to the conclusion that the differences observed in the data are statistically not significant? – Could it be that the measured parameters or the utilized analytical techniques are not suitable to

parámetros que se miden, o las técnicas analíticas utilizadas no son adecuados para detectar las diferencias que se buscan, y por ende, éstos fueron incorrectamente seleccionados desde el principio de la investigación? Y, finalmente, ¿no es tiempo de buscar, aun en otras áreas del conocimiento, las variables de origen integrador útiles para comparar las medidas puramente físicas, químicas o biológicas con las socio-económicas?

La pregunta específica que se formula en este trabajo es: ¿No hay manera de medir no sólo los patrones estructurales de los sistemas físicos, químicos, biológicos, y los patrones estructurales económicos y sociales con una misma variable y visualizar su contribución competitiva a la sustentabilidad de un agroecosistema?

En este proyecto se han construido las bases matemáticas y de simulación computacional para contestar las preguntas formuladas, con objeto de introducir en las ciencias agrícolas una nueva disciplina, cuyo marco teórico-metodológico parece prometedor para unificar la voluminosa información disponible. Los principales rasgos distintivos de esta información son:

- ♦ La naturaleza jerárquica de los sistemas naturales, económicos y sociales.
- ♦ La multiescalaridad espacial y temporal de los datos experimentales y de los modelos matemáticos diseñados.
- ♦ La variabilidad en el espacio y en el tiempo de los procesos estudiados.
- ♦ La invarianza de escala de la mayoría de los fenómenos observados en la constitución y el comportamiento de los agroecosistemas.

El último rasgo ha sido poco explorado por los agrónomos, aunque recientemente registrado en investigaciones agrícolas (Eghball y Power, 1995; Valdez-Cepeda y Olivares-Záenz, 1998). La invarianza de las escalas, básica en la presente discusión, es un tipo de simetría generalizada que garantiza la coincidencia de la naturaleza con las matemáticas (Mandelbrot, 2002), y que será importante en este trabajo.

Para integrar los rasgos distintivos de los agroecosistemas en los modelos multiescalares de comportamiento espacio-temporal, así como para cuantificar las interacciones de las diversas piezas que articulan a estos últimos, se necesita un nuevo tipo de pensamiento, basado en los avances tecnológicos y científicos recientes. Se pretende integrar estos avances mediante una nueva disciplina que los autores llamamos Agroecometría, cuyo objetivo básico es construir espacios métricos efectivos para las ciencias agrícolas y visualizar el funcionamiento de un agroecosistema caracterizado por sus parámetros dentro de un modelo virtual.

detect the differences searched for, and therefore these were not selected correctly from the beginning of the research? And, finally is it not the moment to look – even in other areas of knowledge – for the variables of integrating origin, useful to compare the purely physical, chemical, or biological measures with the socio-economic ones?

The specific question formulated in this research is: Is there not a way to measure the structural patterns of the physical, chemical, and biological systems as well as the economic and social ones patterns with one and the same variable, and to visualize their competitive contribution to the sustainability of an agroecosystem?

In this project we have constructed the mathematical bases and those of computer simulation to answer the above formulated questions and to introduce a new discipline to agricultural sciences, whose theoretic-methodological frame seems promising to unify of the extensive, multifaceted information available. The main distinctive features of this information are:

- ♦ The hierarchical nature of the natural, economic, and social systems.
- ♦ The space/time multiescalarity of the experimental data and the designed mathematical models.
- ♦ Variability in space and time of the studied processes.
- ♦ The scale invariance of scales of most of the phenomena observed in the constitution and behavior of agroecosystems.

To date, the last feature has been little explored by agronomists, though has been documented, and has come up in some agricultural investigations (Eghball *et al.*, 1995; Valdez-Cepeda, and Olivares-Saenz, 1998). The invariance of scales fundamental in the present discussion, is a type of generalized symmetry, which guarantees the coincidence of nature with mathematics (Mandelbrot, 2002), and which will be important in this work.

To integrate the distinctive features of agroecosystems into the multiescalares models of their space-time behavior, as well as to quantify the interactions of the varied pieces articulating the latter, a new kind of thinking is needed, based on the current technological and scientific advances. It is intended to integrate these advances through a new discipline which we call Agroecometry, whose fundamental objective is to construct metric spaces, effective for agricultural sciences, and visualize the functioning of an agroecosystem in all its richness of characteristic parameters within a virtual model.

Para tratar de alcanzar el objetivo, concebimos a la Agroecometría como una disciplina virtual que se distingue por una máxima permeabilidad de sus fronteras, y que garantiza el máximo aprovechamiento de los avances tecnológicos y científicos recientes. Mandelbrot (2002) considera la disciplina virtual como cercana, por su espíritu, a la ciencia de la luz, la cual es percibida como una colección de esfuerzos disciplinarios e interdisciplinarios que se mueven, en la mayoría de los casos, ignorándose los unos a los otros, pero que permanecen unidos entre sí por un objetivo común.

Puede considerarse sólo un indicador de la integridad de la Agroecometría como una nueva disciplina: la sustentabilidad de los sistemas que se diseñan por su intermedio.

AGROECOMETRÍA

Las raíces del término

A diferencia de la agronomía, la medicina, y la física, han sido áreas del conocimiento con gran desarrollo para innovaciones tecnológicas y científicas. Sin embargo, un agrónomo y un médico todavía comparten muchas cosas: el acierto del primer diagnóstico de ambos es sesgado, se basa en la experiencia acumulada directamente en la acción, y en primer término, en la percepción de la calidad de la imagen explorada. Habría que reconocer que, a diferencia de las ciencias agrícolas, la medicina ha sido capaz de adaptarse a la revolución visual mencionada.

Al analizar los proyectos de investigación que han agrupado a un gran número de colaboradores de diversas instituciones, así como a los que han atraído importantes recursos de diferentes fuentes, llama la atención el proyecto Physioma, Jim Basingthwaighte (1997), en el área de fisiología cardíaca (ver Smith *et al.*, 2002). El proyecto se inició con una simple modelación matemática y simulación computacional de las estructuras de iones en las proteínas de los tejidos del corazón humano. De sus resultados se derivó el diseño del corazón virtual. La morfología de este corazón, producto de la integración de millones de datos puntuales extraídos de las secciones del corazón de animales, y de miles de ecuaciones, es idéntica a la del prototipo (Smith *et al.*, 2002).

El proyecto de Basingthwaighte mostró las ventajas del esfuerzo de cooperación. Los rasgos de su diseño se asemejan mucho a lo que buscamos en una investigación agrícola.

Un sistema virtual es una imagen del sistema real vista en el espejo de la simulación computacional y en el de los avances tecnológicos, por lo cual es un árbitro

To reach out this ambitious objective we assign to Agroecometry the identity of a virtual discipline, characterized by a maximum permeability of their borders, guaranteeing the highest exploitation of technological and scientific advances, which arise in an international environment. Mandelbrot (2002) considers the virtual discipline, by its spirit, near to the science of light, which is perceived as an accumulation of disciplinary and interdisciplinary efforts, which move mostly ignoring each other, but remain united by a common objective.

There can be only one indicator of integrity of Agroecometry as a new discipline: sustainability of the designed systems.

AGROECOMETRY

The roots of the term

Unlike from agronomy, medicine has always been one of the areas of knowledge of greatest attraction for technological and scientific innovations. Nevertheless, an agronomist and a medical doctor still share many things: the precision of the first diagnosis of both is biased; it is based on the experience directly accumulated in the field of action, and derives, in the first place, from the perception of quality of the explored image. Although we must recognize that, unlike agricultural sciences, medicine has been able to adapt to the visual revolution before mentioned.

Analyzing the projects of research that have brought together the larger groups of collaborators of various institutions of the world, as well as the ones that have attracted important resources of different sources, the Physiome project of Dr. Jim Basingthwaighte (1997), in the area of cardiac physiology, has drawn our attention. The beginning of the project was simple: mathematical modeling and computer simulation of the ion structures in the proteins of the human heart tissue. From his results, the design of the virtual heart was derived. The morphology of this heart, product of the integration of millions of punctual data extracted from the sections of animals' hearts and thousands of equations, is identical to the one of the prototype (Smith *et al.*, 2002).

Basingthwaighte's project showed the advantages of the cooperation effort. The features of his design are very similar to what we search for in an agricultural investigation.

A virtual system is an image of the real system seen in the mirror of computer simulation and of technological advances; therefore, it is a reliable arbiter of the quality of the utilized information. If the models are correlated with the reality, the dynamics of the virtual heart beating, which is observed on the monitor screen

no sesgado de la calidad de información utilizada. Si los modelos se correlacionan con la realidad, la dinámica de las palpitations del corazón virtual, la cual se observa desde la pantalla del monitor y cambia en función de los parámetros de entrada de los modelos matemáticos, será similar a las palpitations del corazón humano, saludable o enfermo.

A partir del proyecto Physioma, y en los últimos cinco años, se han derivado numerosos sub-proyectos dirigidos al diseño de los principales órganos vitales del hombre (p.e. Cardioma, Genoma, etc.). El nombre de todos los proyectos mencionados lleva el semema, que viene de métrica, y su objetivo final es construir un modelo del organismo humano capaz de simular su morfología y funcionamiento. Aunque estos proyectos, como siempre ocurre en las innovaciones que involucran al hombre común, han provocado una amplia discusión entre los antropólogos y los sociólogos, preocupados por los aspectos éticos y la dimensión social de lo que llaman el bioturismo (Czegledy y Czegledy, 2000), sus contribuciones al avance de la medicina son obvios (*The Economist*, 2001). La Agroecometría, al igual que los proyectos discutidos, nos invitan a un largo, pero seguramente fructífero, agroturismo.

Percibir un agroecosistema como un organismo vivo, dinámico en el tiempo y variable en el espacio, cuya complejidad reclama nuevos enfoques de análisis y nuevas técnicas de caracterización, es indispensable a las ciencias agrícolas. El proyecto Physioma nos ha inspirado a diseñar la Agroecometría, con el propósito de reconstruir un agroecosistema de un modo plural: a partir de las variables tradicionales seleccionadas para el estudio.

Significado lexicológico

El semema Agroecometría está constituido por tres semas (la unidad mínima de significado lexical). Agro se deriva del griego y tiene un significado amplio: (suelo, producción de cultivo) y es útil para formar palabras complejas; eco, se utiliza para indicar que la Agroecometría buscará indicadores cuantitativos útiles para estimar la calidad, la sustentabilidad y la salud tanto económica como ecológica y social de los agroecosistemas. El sema metría refleja el objetivo básico de esta disciplina virtual: construir los espacios métricos efectivos para medir la calidad, salud y sustentabilidad de los agroecosistemas y sus componentes en términos de medidas precisas y exactas comparables.

Los desafíos de la agroecometría

El mayor desafío de la Agroecometría es unir el potencial actual de la modelación matemática y la simulación computacional a las ciencias agrícolas (ciencias del

and changes according to the parameters of entering the mathematical models, will be similar to the palpitations of a human heart, sick or healthy.

From the Physiome project, and through the last five years, numerous sub-projects have been derived, focused on the design of the main vital organs of man (e.g. Cardiome, Genome, etc.). The name of all the projects mentioned has the same sememe, which comes from metrics, and its final objective is the same: to construct a model of the human organism, capable of simulating its complete morphology and functioning. Although these projects – as usually happens with innovations involving man in some way or other – have provoked broad discussions among anthropologists and sociologists, worried about ethical aspects and the social dimension of what they call bio-tourism (Czegledy and Czegledy, 2001), their contributions to the advance of medicine are obvious (*The Economist*, 2001). Agroecometry, like the projects discussed, invites us to a long but certainly fruitful agro-tourism.

To perceive an agroecosystem as a live organism, dynamic in time and variable in space, whose complexity claims new approaches of analysis and new techniques of description is urgently required in agricultural sciences. We have been inspired by the Physiome project to design Agroecometry with the purpose to reconstruct an agroecosystem in a plural way: starting from traditional variables selected for the study.

Lexical meaning

The sememe Agroecometry is made up of three semas (the minimum unit of lexical meaning). Agro is derived from Greek and has a broad meaning: (soil, crop production), and can form complex words. Eco is used to indicate that Agroecometry will be dedicated to the search of quantitative indicators of integral origin, useful for estimating quality, sustainability, and economic, ecological, and social health of agroecosystems. The sememe metry reflects the fundamental objective of this virtual discipline. To construct the metrical spaces, effective to measure quality, health, and sustainability of agroecosystems and their components in terms of precise and exact measures, comparable among themselves.

The challenges of agroecometry

The greatest challenge of Agroecometry is to link the present potential of mathematical modeling and computer simulation with agricultural sciences, soil science, ecology, hydro-science, and related sciences, with a triple purpose:

suelo, ecología, hidrociencias y ciencias afines) con un triple propósito:

- ♦ Diagnosticar el estado actual de los sistemas de interés desde el punto de vista ecológico, económico y social, utilizando variables cuantitativas.
- ♦ Pronosticar el desarrollo espacial y temporal de los patrones estructurales ecológicos, económicos y sociales en términos de las mismas medidas.
- ♦ Diseñar prácticas de conservación y mejoramiento de los tres patrones estructurales señalados, mediante el empleo de las mismas variables capaces de identificar los mayores riesgos o debilidades de cada uno.

Se propone utilizar la entropía informática (medida de la información) como unificadora de los indicadores de diverso origen que se manejan actualmente en numerosas investigaciones dirigidas al análisis de los agroecosistemas. Al inicio del siglo XX, las ideas de matemáticos como Turing y Von Neumann de que todo el conocimiento tiene que reducirse a la lógica binaria (verdadero/falso, 0/1, 0/0) fue creciendo en importancia y elevándose a un estatus universal como la forma del diálogo mundial (Batty, 1997). La Agroecometría intenta simplificar este diálogo, traduciendo todas las variables, independientemente de su origen, en entropía informática. La Agroecometría es una caja de herramientas útiles para construir y evaluar cuantitativamente las jerarquías de todo tipo, derivadas del análisis de los agroecosistemas o los requeridos para su modelación. Estas jerarquías pueden cruzarse o yuxtaponerse en el espacio y en el tiempo multiescalares, formando aglomeraciones diversas. Lo importante es que la disciplina virtual reconoce que cualquier tipo de interacción humana con el medio ambiente tiene potencial para ser representada dentro del complejo espacio cibernético (Batty, 1997) que se diseña para la Agroecometría.

Entropía informática

Para cualquier proceso estocástico se puede definir una cantidad no negativa - la entropía, que expresa el grado de aleatoriedad de las secuencias medidas de realizaciones (Slomczynski y Zyczkowski, 1994). La entropía cuantifica dos tipos diferentes de aleatoriedad: la derivada de los errores de medición, y la derivada de la dinámica del sistema.

Una medida de entropía de la información es la dimensión fractal D_f , la cual cuantifica el número de bites necesarios para especificar un punto del fractal con una precisión dada. En el caso de un cubo E-dimensional de tamaño unitario, éste está constituido por 2^{Ek} sub-cubos del lado $r=2^{-k}$. Entonces, se necesitan $S(R)$ bites para

- ♦ To diagnose the present state of the systems of interest from the ecological, economic, and social point of view, using quantitative variable.
- ♦ To predict the space-time development of ecological, economic, and social structural patterns in terms of the same measures.
- ♦ To design practices of conservation and improvement of the three structural patterns, employing the same variables, capable of identifying the greatest risks or powers of each of them.

We suggest to utilize computer entropy (the measure of information) for unifying the indicators of varied origin, used at present in numerous projects of research focused on the analysis of agroecosystems. At the beginning of the 20th century, the idea of such famous mathematicians as Turing and Von Neumann that all knowledge must be reduced to the binary logic (true/false; 0/1; 0/0) was gaining importance and rising to a universal standard as the form of world dialogue (Batty, 1997). Agroecometry intends to simplify this dialogue even more, translating all the variables, independently of their origin, to computer entropy. We design agroecometry as a toolkit, useful for constructing and evaluating in a quantitative way hierarchies of any type, derived from the analysis of agro-ecosystems, or required for their modeling. We accept that these hierarchies may cross or be juxtaposed in the multiescalares space and time, forming varied clusters. The important thing is that the virtual discipline recognizes that any type of human interaction with the environment can be represented within this complex cybernetic space designed for agroecometry (Batty, 1997).

Informatic entropy

For any stochastic process a non-negative quantity - entropy may be defined which is a measure of the degree of randomness of the measured sequences of realizations (Slomczynski and Zyczkowski, 1994). Entropy quantifies two different types of randomness: one caused by errors of measuring, and the other derived from the dynamics of the system.

One measure of information entropy is the D_f fractal dimension, which quantifies the number of bits necessary to specify a point of the fractal with a given precision. In the case of an E-dimensional cube of unitary size, this is constituted by 2^{Ek} sub-cubes of side $r=2^{-k}$. Then, $S(R)$ bits are needed to specify the localization of any point within the E-cube, with precision r . Then:

$$E = -S(r) / \log_2 r$$

especificar la localización de cualquier punto dentro del E-cubo, con precisión r , de donde se obtiene que:

$$E = -S(r) / \log_2 r$$

Si un fractal se divide en cajas B_j con lado r , entonces la información promedio que se requiere para especificar una caja en particular que contiene un punto dado será expresada por la ecuación de Shannon:

$$S(r) = -\sum p_i \log_2 p_i$$

donde p_i es la probabilidad de que un punto seleccionado al azar se encuentre en la caja i ésima. Según las ecuaciones anteriores, se puede definir la dimensión de la información como

$$D_i = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum p_i \log_2 p_i}{\log_2 r}$$

En el caso del análisis del patrón estructural, la entropía informática medida por la dimensión de la información, es un indicador preciso del grado de desorden del sistema.

Diseño del sistema virtual

Los pilares del diseño de los sistemas virtuales son tres: (i) Banco de datos experimentales, precisos y exactos, cuyo volumen se extiende a millones de bits; (ii) Modelos matemáticos cuantitativos capaces de asimilar estos datos y asumir su naturaleza jerárquica, multiescalar, dinámica y variable en el espacio de los sistemas naturales; (iii) Modelos de simulación computacional que reproduzcan tanto la morfología de los componentes básicos del sistema como la de sus conglomerados, visualizando su funcionamiento en la pantalla del monitor.

Si no se presentan fallas en ninguna de las etapas de la investigación se observa una similitud sorprendente entre la apariencia del sistema virtual y su homólogo natural. Sin embargo, la principal fortaleza de un sistema virtual es su capacidad de representar, en la pantalla, la respuesta del sistema a cualquier cambio en los parámetros de entrada. Un sistema virtual es un sistema vivo que no sólo destaca por el diagnóstico acertado del estado actual del sistema, sino también por un pronóstico preciso de su desarrollo espacio-temporal. El papel de los sistemas virtuales en el diseño de las prácticas de conservación y mejoramiento de los sistemas naturales se distingue por su eficiencia sin paralelo.

¿Cuáles son los avances de los especialistas en ciencias agrícolas en este campo unificador de la ciencia del siglo XXI? ¿Qué tan lejos estamos de modelar los agroecosistemas virtuales? ¿Qué tan capaces somos de

If a fractal is divided into boxes B_j with side r , then the average information required to specify a particular box containing one given point will be expressed by the Shannon's equation:

$$S(r) = -\sum p_i \log_2 p_i$$

where p_i is the probability that a randomly select point, is in the i th box. According to the previous equations, the dimension of the information can be defined as

$$D_i = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum p_i \log_2 p_i}{\log_2 r}$$

In the case of analysis of the structural pattern, the computer entropy, measured by the information dimension, is a precise indicator of the degree of disorder of the system.

Design of the virtual system

There are three columns of the design of virtual systems: (i) Bank of precise and exact experimental data, whose volume extends to millions of bits; (ii) Quantitative mathematical models capable of assimilating these data and assume their multiescalar hierarchical, dynamic and variable nature in the space of natural systems; (iii) Computer simulation models which reproduce the morphology of the basic components of the system as well as that of their clusters, visualizing their function in the monitor screen.

If there are no failures in any of the stages of the research, an amazing similarity can be observed between the appearance of the virtual system and its natural counterpart. Nevertheless, the main power of a virtual system is its capacity of representing, in the screen, the response of the system to any change in the input parameters. A virtual system is a live system, which is outstanding, not only for its correct diagnosis of the current state of a system, but also for an accurate prediction of its space/time development. The role of virtual systems in the design of conservation and improvement practices of natural systems is outstanding for its efficiency without parallel.

Which are the advances of the specialists in agricultural sciences in this unifying field of science of the 21st century? How far away are we from modeling virtual agroecosystems? How capable are we to see on the screen, within a cybernetic, space, a working agroecosystem responding to any change in the parameters governing its actions? – The answers are not encouraging. We must recognize that the farmers's traditional way (trial and error), is our main inspiration us to carry out new projects of experimental research, which require important investments and human capital,

ver en la pantalla, dentro de un espacio cibernético, un agroecosistema funcionando y respondiendo a cualquier cambio de los parámetros que gobiernan sus acciones? Las respuestas no son alentadoras. Hay que reconocer que el método tradicional de los agricultores (prueba y error) sigue siendo el principal motivo que nos inspira a realizar nuevos proyectos de investigación experimental que requieren importantes inversiones de recursos y de capital humano que, con mucha frecuencia, nos llevarán a la misma conclusión: las diferencias observadas no son estadísticamente significativas.

TRISA: TRIÁNGULO DE SUSTENTABILIDAD DE LOS AGROECOSISTEMAS

Tanto los problemas ambientales como los esfuerzos del hombre para manejarlos se conceptualizan como sistemas únicos, complejos en una continua evolución (Hadfield y Saeton, 1999). Existe una profunda brecha entre lo observado en sistemas físicos y la dinámica de los patrones socio-económicos. La Agroecometría intenta unirlos dentro del Triángulo de la Agricultura Sostenible (TRISA), cuyo funcionamiento se describe enseguida.

Paquete de cómputo

Los principales tipos de sustentabilidad que se manejan usualmente son tres: la ambiental, que llamaremos ecológica, la económica y la social. Para su identificación y medición se han propuesto y utilizado numerosas y diversas variables (Daly y Cobb, 1989; Karlen *et al.*, 1997; Goodland, 2002). El manejo de estas variables multiescalares requiere del conocimiento de expertos en cada una de las áreas mencionadas, lo que dificulta el uso común de los bancos de datos y la interpretación acertada de las tendencias de la dinámica polifacética de la sustentabilidad en los diversos sistemas. Para resolver este problema de incompatibilidad, y como una primera contribución a la Agroecometría y al diseño de los agroecosistemas virtuales, hemos diseñado un paquete de cómputo capaz de medir el grado de equilibrio entre los componentes ecológicos, económicos y sociales dentro de los sistemas complejos y la organización jerárquica. El programa es aplicable al análisis de cualquier sistema que se caracterice por una jerarquía regular de interdependencias entre las variables de estado, formando grupos de tres a cada nivel estructural.

La triangulación es un método muy común en el pensamiento humano que, desde los tiempos de Kepler, 1687, se ha utilizado para el análisis y clasificación de fenómenos complejos (Shröder, 2001). Kepler analizó las trayectorias de los planetas, formando un triángulo con la Tierra, Marte y el Sol. De esta triangulación se derivaron las principales leyes del movimiento planetario (Press y

which often lead to the same conclusion: the observed differences are statistically not significant.

TRISA: TRIANGLE OF SUSTAINABILITY OF AGROECOSYSTEMS

Environmental problems as well as the human efforts to handle them are conceptualized as complex unique systems in constant evolution (Hadfield and Saeton, 1999). There exists a deep breach between the observations in physical systems and the dynamics of socio-economic patterns. Agroecometry intends to link them within the Triangle of Sustainable Agriculture (TRISA), which functioning is described below.

Software package

Three main types of sustainability are handled most often: the environmental, which we will call ecological, the economic, and then social. Numerous, greatly diversified variables have been proposed and utilized for their identification and measurement (Daly and Cobb, 1989; Karlen *et al.*, 1997; Goodland, 2002). The management of these multiescalar variables requires the knowledge of experts in each of the mentioned areas, which difficults the common use of the data banks and the correct interpretation of the tendencies of the multifacetic dynamics of sustainability in the systems. To solve this problem of incompatibility, and as a first contribution to Agroecometry and the design of virtual agroecosystems, we have created a software package, capable of measuring the degree of equilibrium among the ecological, economic, and social components within the complex systems and the hierarchical organization. The program is applicable to the analysis of any system, characterized by a regular hierarchy of interdependence among the state variables, forming groups of three at each structural level. Triangulation is one of the most common methods in the human thinking, which since Kepler's times, 1687 has been used for the analysis and classification of complex phenomena (Shröder, 2001). Kepler analyzed the trajectory of the planets, forming a triangle with the Earth, Mars, and the Sun. From this triangulation, the primary rules of planetary movement were derived (Press and Tanur, 2001). In the of agricultural sciences, the new paradigm of world agriculture is based on three concepts: to be a productive, sustainable agriculture, and of better nutritional quality (Welch and Graham, 1999). Another example requiring triangular analysis is sustainable soil management, which refers to a system that has reached its expected physical, chemical, and biological quality, each one measured through numerous indicators forming certain hierarchies among themselves.

Tanur, 2001). En las ciencias agrícolas, el nuevo paradigma de la agricultura mundial tiene tres ángulos: ser productiva; sustentable; y de mejor calidad nutricional (Welch y Graham, 1999). Otro ejemplo que requiere del análisis triangular es el manejo sustentable del suelo, que se refiere a un sistema que ha llegado a la calidad física, química y biológica esperadas, cada una de las cuales se mide mediante numerosos indicadores que tienen ciertas jerarquías entre ellos.

TRISA incluye un algoritmo original que calcula las entropías relativas de los parámetros seleccionados procurando relacionarlos entre sí y que responden a los rasgos específicos de la morfología o del comportamiento del sistema en cada nivel estructural. El uso de diagramas ternarios es común en la descripción de los sistemas multi-componentes: la clasificación de la distribución de partículas por el tamaño (triángulo de textura de suelos o rocas Bullock *et al.*, 1985), la representación de la composición de minerales en rocas llamado el triángulo de Pettijohn y la visualización del consumo de energía por el hombre.

Nuestro diagrama ternario tiene dos rasgos distintivos. En primer lugar, las variables que caracterizan al sistema (escalares, vectores o tensores) se expresan en términos de la entropía relativa de Shannon, la cual se estima en relación con la entropía total del sistema; por lo que todas las variables se vuelven conmensurables. El segundo rasgo distintivo es la aceptación de la subdivisión fractal del triángulo inicial, que hemos llamado triángulo-madre. El modelo fractal de Sierpinski (Mandelbrot, 1977) se utiliza para la clasificación multiescalar de la distribución de los puntos empíricos; la fragmentación fractal del triángulo automáticamente reconoce la invarianza de escalas o la auto-similitud en el origen de las variables seleccionadas.

Invarianza de escalas: caja de herramientas para el análisis de los sistemas naturales

Las distribuciones homogéneas en una dimensión, en el plano o en el espacio E-dimensional (E de Euclides) tienen dos propiedades deseables: son invariantes al desplazamiento y al cambio de la escala. Sin embargo, actualmente no se cree en la homogeneidad estricta del mundo (Mandelbrot, 1983). Y, a pesar de esto, la mayor parte de los fenómenos naturales son invariantes bajo ciertas transformaciones de escala, propiedad que Mandelbrot llamó escalado. El fractal es un objeto irregular y fragmentado (Mandelbrot, 1983). Un invariante fractal que se forma bajo una similitud geométrica ordinaria se llama auto-similar. Fractal significa desorden y cubre casos de irregularidad intratable; el fenómeno de escalado establece cierto tipo de orden. En física los aspectos analíticos del escalado se asocian con la noción de grupos de renormalización,

TRISA (Triangle of Sustainable Agriculture), includes an original algorithm which calculates the relative entropies of the selected parameters, providing that these be related among themselves and responsible for the specific features of the morphology or the behavior of the system at each structural level. The use of ternary diagrams is usual in the description of multi-component systems: classification of the distribution of particles by size (triangle of soil or rock texture Bullock *et al.*, 1985), the representation of the mineral composition in rocks called the triangle of Pettijohn and the visualization of energy consumption by man.

Our ternary diagram has two distinctive features. First of all, the variables characterizing the system escalars, vectors, or tensors are expressed in terms of Shannon's relative entropy, which is estimated in relation to the total entropy of the system. This way, all the variables become commensurable. The second distinctive feature is the acceptance of the fractal subdivision of the initial triangle, which we have called mother triangle. The fractal model Sierpinski (Mandelbrot, 1977) is used for the multiescalar classification of the distribution of the empirical points; the fractal fragmentation of the triangle automatically recognizes the invariance of scales or self-similarity in the origin of the selected variables.

Scale invariance: toolkit for the analysis of natural systems

Homogeneous distributions on one dimension, in the plane, or in the E-dimensional space (E of Euclid) have two desirable properties: they are invariant to location and change scale. Nowadays, however, nobody believes any longer in the strict homogeneity of the world (Mandelbrot, 1983). But, nonetheless, most of the natural phenomena are invariant under certain scale transformations, a property that Mandelbrot called scaling. The fractal is an irregular and fragmented object (Mandelbrot, 1983). A fractal invariant, formed under an ordinary geometric similarity, is called self-similar. Fractal means disorder and covers cases of untreatable irregularity; the afore-mentioned phenomenon of scaling establishes a certain type of order. In Physics, the analytical aspects of scaling are associated to the notion of groups of renormalization, whereas Fractal Geometry studies the geometric aspects of non-ordinary scaling (Mandelbrot, 1983).

The non-uniform internal structure of an R-sized fractal aggregate in the E-dimensional space shows a non-trivial distribution of mass (M) and density (ρ) whose scaling is described as

$$M \propto m_0 (R / a_0)^D$$

mientras que la Geometría Fractal estudia los aspectos geométricos del escalado no ordinario (Mandelbrot, 1983).

La estructura interna no uniforme de un agregado fractal de tamaño R en el espacio E -dimensional, se manifiesta en una distribución no trivial de la masa (M) y de la densidad (ρ), cuyo escalado se describe como

$$M \propto m_0 (R / a_0)^D$$

y

$$\rho \propto \rho_0 (R / a_0)^{D-E}$$

donde D es la dimensión de la masa fractal y m_0 , ρ_0 y a_0 son la masa, la densidad y el tamaño de las partículas constituyentes. En nuestro análisis, el concepto de agregado incluye tanto un objeto físico como una unidad de organización socioeconómica. El escalado puede describirse por los principales estadísticos (los momentos de diferente orden). Por ejemplo, la función de correlación de la densidad del agregado $C(R)$ puede escalarse por

$$C(R) \propto R^{D-E}$$

Las ecuaciones presentadas son parte del grupo de las leyes de potencia, - distribuciones hiperbólicas o leyes de Pareto,- cuya identidad fue establecida empíricamente en numerosos fenómenos naturales, económicos y sociales durante los últimos 150 años (Mandelbrot, 2002).

Los fractales son construcciones geométricas con propiedades específicas, cuya su complejidad se deriva de su textura no homogénea y su importante rugosidad externa (Smith *et al.*, 1996). La lagunaridad $\Lambda(r)$ y la dimensión de la masa fractal D_M son medidas de la primera, mientras que la dimensión de la superficie fractal D_S lo es de la última. Las principales medidas de los objetos fractales varían como una potencia fraccionaria de la escala (ley de potencia). La auto-similitud es la propiedad más estricta de los fractales isotrópicos, cuyas piezas son geoméricamente similares a la forma completa (auto-similitud estadística), y cuyos momentos estadísticos (media, desviación estándar y otros) son los mismos independientemente de la escala (Mandelbrot, 1983; Turner *et al.*, 1998). La invarianza al traslado de un fractal auto-similar se mide mediante la lagunaridad. Todos los neologismos y medidas específicas introducidas [$\Lambda(r)$, D_M , D_S] son las herramientas más comunes de la rica caja que maneja la geometría fractal. Estas herramientas se utilizan como pruebas mucho más potentes que las medidas alternativas, y no destruyen las tendencias empíricas observadas (Mandelbrot, 2002).

and

$$\rho \propto \rho_0 (R / a_0)^{D-E}$$

where D is the dimension of the fractal mass, and m_0 , ρ_0 , and a_0 are mass, density, and size of the constituent particles. In our analysis, a physical object as well as a unit of socioeconomic organization is understood by the concept of aggregate. Scaling may be described through the main statistic (moments of different order). For example, the correlation function of the density of the aggregate $C(R)$ can also be scaled as

$$C(R) \propto R^{D-E}$$

The previous equations are part of the group of the laws of power-hyperbolic distributions or Pareto Laws, whose identity was empirically established in the numerous natural, economic, and social phenomena through the last 150 years (Korvin, 1992; Mandelbrot, 2002).

The fractals are geometric constructions with specific properties: whose complexity is derived from their non-homogeneous texture and important external roughness (Smith *et al.*, 1996). The lacunarity $\Lambda(r)$ and the dimension of the fractal mass D_M are measures of the first, while the dimension of the fractal surface D_S is a measure of the second. The main measures of the fractal objects vary like a fractional power of the scale (Power law). Self-similarity is the strictest property of the isotropic fractals, whose pieces are geometrically similar to the complete form (statistical self-similarity), and whose statistical moments (means, standard deviation, etc.) are the same, independently of the scale (Mandelbrot, 1983; Turner *et al.*, 1998). Invariance to the translation of a self-similar fractal is measured through lacunarity. All neologisms and specific measures introduced [$\Lambda(r)$, D_M , D_S] are the most common tools of the rich box used by fractal geometry. These tools are used as much more powerful tests than the alternative measures, and do not destroy the observed empirical tendencies (Mandelbrot, 2002)

Self-affinity is another basic fractal concept, especially useful when analyzing rough surfaces, traces, or profiles. For the self-related objects, the different geometric directions are escalated in a different way to preserve the form or the statistical moments (Carr, 1997).

The main advantage of the fractal approach applied to the analysis of natural systems is the possibility of extrapolating the properties of the object, known at a given scale, to any other if its form or the measures of its complexity are self-similar or self-related.

Auto-afinidad es otro concepto fractal básico que es especialmente útil cuando se analizan superficies rugosas, trazas o perfiles. Para los objetos auto-afines, las diferentes direcciones geométricas se escalan de distinto modo para preservar la forma o los momentos estadísticos (Carr, 1997).

La principal ventaja del enfoque fractal aplicado al análisis de los sistemas naturales es la posibilidad de extrapolar las propiedades del objeto, conocidas a una escala dada, o cualquier otra si su forma o las medidas de su complejidad son auto-similares o auto-afines.

Análisis fractal de los conglomerados

El diseño de TRISA se deriva de la suposición básica que parte de la idea que el modelo de Sierpinski (el fractal auto-similar más conocido), es útil para realizar un análisis objetivo de los conglomerados que forman los grupos co-existentes de variables en diferentes niveles jerárquicos de cualquier subsistema ABC ternario ubicado dentro del triángulo-madre. Para superar la incompatibilidad de variables de naturaleza drásticamente opuesta (ecológica, económica y social), que en términos generales representan los vectores (o tensores) multi-componentes, transformamos todas las variables de interés a variables escalares adimensionales, que llamaremos p_{econ} , p_{soc} , p_{ecol} , normalizándolas en el intervalo [0,1]. Posteriormente, comprobaremos que la suma de las variables transformadas es igual a 1, ya que, en caso contrario, no se puede utilizar el sistema ternario de clasificación. El algoritmo puede ser aplicado en comparaciones de diversos tipos: entre países, zonas agrícolas del mismo país, etc. Un ejemplo del análisis a realizar podría ser la comparación entre la labranza tradicional, la de conservación (o mínima), y la labranza cero.

Descripción del algoritmo

El algoritmo fue presentado por primera vez en el décimo séptimo Congreso Mundial de la Ciencia del Suelo (Oleschko *et al.*, 2002). Por considerar relevante esta información, se describe en detalle los ocho pasos básicos del algoritmo que resulta en la construcción completa de TRISA.

Paso 1

Se selecciona un número N_{econ} (entre 15 y 20) de patrones económicos, derivados de un manejo específico del agroecosistema (se puede seleccionar cualquier variable que caracterice este sistema desde el punto de vista de su sustentabilidad económica), donde la magnitud del indicador económico pertenece a las clases

Fractal analysis of clusters

The TRISA design is derived from the supposition based on the idea that the Sierpinski model, (the best known self-similar fractal), is useful for carrying out an objective analysis of the clusters, which are formed by the coexistent groups of variables on different hierarchical levels of any ternary ABC subsystem, located within the mother-triangle. To overcome the mutual incompatibility of the variables of drastically opposite nature (ecological, economic, and social), which in general terms represent the multi-component vectors (or tensors), we transform all the variables of interest into adimensional scalars variables, which we will call p_{econ} , p_{soc} , p_{ecol} , normalizing them in the interval [0, 1]. Subsequently, we will show that the sum of the transformed variables is equal to 1 since, otherwise, the system of ternary classification cannot be used. The algorithm can be applied in comparisons of different types: among countries, agricultural zones of the same country, etc. One example of analysis to be conducted might be the comparison of traditional farming with that of conservation (or minimum), and no farming.

Description of the algorithm

The algorithm was first presented at the 17th World Congress of Soil Science, (Oleschko *et al.*, 2002). Because this information is considered relevant, the eight fundamental steps of the algorithm, which results in the complete construction of TRISA are described.

Step 1

A number N_{econ} (between 15 and 20) of economic patterns derived from a specific management of the agroecosystem is chosen, (any variable characterizing this system from the point of view of its economic sustainability can be selected), where the magnitude of the economic indicator belongs to the classes $ECON_1$, $ECON_2$, ..., $ECON_{N_{econ}}$. If the economic pattern is described by an m_{econ} – dimensional vector, whose i th component is located within the interval $[\min_{econ,i}, \max_{econ,i}]$, then each of the classes must be a convex domain of the m_{econ} – dimensional euclidian space, so

$$\bigcup_{i=1}^{m_{econ}} ECON_i = \left[\min_{econ,1}, \max_{econ,1} \right] \times \dots \times \left[\min_{econ,m_{econ}}, \max_{econ,m_{econ}} \right] \subset R^{m_{econ}}$$

and for

$$i \neq j; ECON_i \cap ECON_j = \phi$$

$ECON_1, ECON_2, \dots, ECON_{N_{econ}}$. Si el patrón económico se caracteriza por un vector m_{econ} -dimensional, cuyo i ésimo componente se ubica dentro del intervalo $[\min_{econ,i}, \max_{econ,i}]$, entonces cada una de las clases tiene que ser un dominio convexo del espacio euclidiano m_{econ} -dimensional, por lo que

$$\bigcup_{i=1}^{m_{econ}} ECON_i = \left[\min_{econ,1}, \max_{econ,1} \right] \times \dots \times \left[\min_{econ,m_{econ}}, \max_{econ,m_{econ}} \right] \subset R^{m_{econ}}$$

y; para

$$i \neq j; ECON_i \cap ECON_j = \phi$$

Las clases $ECON_1, ECON_2, \dots, ECON_{N_{econ}}$ pueden arreglarse en orden creciente de importancia, de tal manera que, según algún criterio económico, $ECON_i$ es más importante que $ECON_{i-1}$.

De manera similar, se seleccionan las variables sociales, y se dividen en un número N_{soc} de 15 a 20 posibles clases $SOC_1, SOC_2, \dots, SOC_{N_{soc}}$, en orden creciente de importancia.

Los parámetros ecológicos se clasifican de modo similar en N_{ecol} (15 a 20) grupos $ECOL_1, ECOL_2, \dots, ECOL_{N_{ecol}}$.

En el caso de trabajar con las variables escalares, si se tienen los datos de N países; E_{max} y E_{min} son los valores máximo y mínimo del parámetro E seleccionado para el análisis, y N_{econ} es el número de clases, el número j ($j=1,2, \dots, N_{econ}$) de la clase con el valor E del i ésimo país, que pertenece al ($i=1,2, \dots, N$), se define como:

$$j = \text{Round} \left(\frac{(E_i - E_{min}) \times (N_{econ} - 1)}{(E_{max} - E_{min})} + 1 \right)$$

donde E_i es el valor del parámetro seleccionado correspondiente al i ésimo país. En este caso E puede ser cualquier variable escalar $ECON, SOC$ o $ECOL$.

Paso 2

Se seleccionan los datos estadísticos conocidos (o tomado de la literatura) referentes a N países (u otras unidades de organización consideradas de interés para la investigación como áreas agrícolas, unidades de producción, etc.), y un año de interés. Con estos datos se construyen histogramas empíricos de la distribución de las variables $ECON, SOC, ECOL$ entre las clases definidas en el Paso 1. Es importante, en esta etapa, seleccionar variables representativas de los diferentes sistemas económicos y sociales, así como condiciones geográficas contrastantes.

The classes $ECON_1, ECON_2, \dots, ECON_{N_{econ}}$ can be arranged in growing order of importance, so that according to some economic criterion $ECON_i$ is more important than $ECON_{i-1}$.

In a similar way, the social variables are selected and divided into an N_{soc} (15-20) number of possible classes $SOC_1, SOC_2, \dots, SOC_{N_{soc}}$, in growing order of importance.

The selected ecological parameters are classified in a similar way into N_{ecol} (15-20) groups $ECOL_1, ECOL_2, \dots, ECOL_{N_{ecol}}$.

When working with scalar variables if the data of N countries are available; E_{max} and E_{min} are the maximum and minimum values of the E parameter selected for the analysis, and N_{econ} is the number of classes, the number j ($j=1,2, \dots, N_{econ}$) of the class with the value E of the i th country, belonging to ($i=1,2, \dots, N$) is defined as:

$$j = \text{Round} \left(\frac{(E_i - E_{min}) \times (N_{econ} - 1)}{(E_{max} - E_{min})} + 1 \right)$$

where E_i is the value of the selected parameter corresponding to the i th country. In this case, E can be any $ECON, SOC$ or $ECOL$ scalar variable.

Step 2

Known statistical data (or taken from literature) are selected, referred N countries (or other units of organization, considered of interest for the research, like agricultural areas, production units, etc.) and a year of interest. With these data the empirical histograms of the distribution of the variables $ECON, SOC, ECOL$ are constructed among the classes defined in Step 1. At this stage, it is important to select variables, representative of the different economic and social systems, as well as contrasting geographical conditions.

Step 3

An objective and significant function W (welfare) is looked for, which will allow to characterize the degree of a country development, e.g.: Agricultural Gross Product / Cultivated area. If we assume that the welfare function of the i th country is W_i ($i=1, 2, \dots, N$), and the country i belongs to the economic $ECON_j$, the social SOC_k , and the ecological $ECOL_l$ class, then:

$$\begin{aligned} econ_i &= \frac{j}{N_{econ}}; 0 \leq econ_i \leq 1 \\ soc_k &= \frac{k}{N_{soc}}; 0 \leq soc_i \leq 1 \\ ecol_i &= \frac{l}{N_{ecol}}; 0 \leq ecol_i \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Paso 3

Se busca una función de bienestar (W), objetiva y significativa, que permita caracterizar el grado de desarrollo de un país, por ejemplo: Producto Agrícola Bruto/ Área cultivada. Si suponemos que la función de bienestar del iésimo país es W_i ($i=1,2, \dots,N$), y el país i pertenece a la clase económica $ECON_j$, social SOC_k , ecológica $ECOL_l$, entonces:

$$\begin{aligned} econ_i &= \frac{j}{N_{econ}}; 0 \leq econ_i \leq 1 \\ soc_k &= \frac{k}{N_{soc}}; 0 \leq soc_i \leq 1 \\ ecol_l &= \frac{l}{N_{ecol}}; 0 \leq ecol_i \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Paso 4

La función W se ajusta a un modelo lineal

$$W_i \approx \lambda \times econ_i + \mu \times soc_i + \nu \times ecol_i \quad (2)$$

donde los coeficientes λ, μ, ν se definen como óptimos en el sentido de mínimos cuadrados:

$$\sum_{i=1}^N (W_i - \lambda \cdot econ_i - \mu \cdot soc_i - \nu \cdot ecol_i)^2 = \min \quad (3)$$

Paso 5

Los histogramas que se construyen en el Paso 2 definen tres distribuciones de probabilidades. Para el caso de la economía, por ejemplo, ya que hay N países y N_{econ} clases económicas, si hay $N_1^{(econ)}, N_2^{(econ)}, \dots$ países en las clases $ECON_1, ECON_2, \dots$, tales que $\sum_{j=1}^{N_{econ}} N_j^{(econ)} = 1$, entonces:

$$p_i^{(econ)} = \frac{N_j^{(econ)}}{N} \quad (4)$$

y se llega a una distribución de probabilidades completa.

$$\left\{ p_j^{(econ)}, j = 1, \dots, N_{econ} \mid \sum_{j=1}^{N_{econ}} p_j^{(econ)} = 1 \right\}$$

De manera similar se definen las distribuciones de probabilidades completas para las clases sociales y ecológicas

$$\left\{ p_k^{(soc)} = \frac{N_k^{(soc)}}{N}, k = 1, \dots, N_{soc}; \sum_{k=1}^{N_{soc}} p_k^{(soc)} = 1 \right\} \quad (5)$$

Step 4

Function W is adjusted to a linear model

$$W_i \approx \lambda \times econ_i + \mu \times soc_i + \nu \times ecol_i \quad (2)$$

where the coefficients λ, μ, ν are defined as optimal in the sense of least squares

$$\sum_{i=1}^N (W_i - \lambda \cdot econ_i - \mu \cdot soc_i - \nu \cdot ecol_i)^2 = \min \quad (3)$$

Step 5

The histograms constructed in Step 2 define three distributions of probabilities. For the case of economics, for instance, as there are N countries and N_{econ} economic classes, if there are $N_1^{(econ)}, N_2^{(econ)}, \dots$ countries in the classes $ECON_1, ECON_2, \dots$, so that $\sum_{j=1}^{N_{econ}} N_j^{(econ)} = 1$, then

$$p_i^{(econ)} = \frac{N_j^{(econ)}}{N} \quad (4)$$

and a complete distribution of probabilities is obtained.

$$\left\{ p_j^{(econ)}, j = 1, \dots, N_{econ} \mid \sum_{j=1}^{N_{econ}} p_j^{(econ)} = 1 \right\}$$

In a similar way are defined the distributions of complete probabilities for the social and ecological classes

$$\left\{ p_k^{(soc)} = \frac{N_k^{(soc)}}{N}, k = 1, \dots, N_{soc}; \sum_{k=1}^{N_{soc}} p_k^{(soc)} = 1 \right\} \quad (5)$$

and

$$\left\{ p_k^{(ecol)} = \frac{N_k^{(ecol)}}{N}, k = 1, \dots, N_{ecol}; \sum_{k=1}^{N_{ecol}} p_k^{(ecol)} = 1 \right\} \quad (6)$$

The set of probabilities $p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)}$ reflects the fact that a given country enters the economic (i), social (k), and ecological (l) class, also forming a complete distribution

y

$$\left\{ p_k^{(ecol)} = \frac{N_k^{(ecol)}}{N}, k = 1, \dots, N_{ecol}; \sum_{k=1}^{N_{ecol}} p_k^{(ecol)} = 1 \right\} \quad (6)$$

El conjunto de las probabilidades $p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)}$ refleja el hecho de que un país dado entra a la clase económica (i), social (k) y ecológica (l), formando también una distribución completa

$$\sum_{j=1}^{N_{econ}} \sum_{k=1}^{N_{soc}} \sum_{l=1}^{N_{ecol}} p_j^{econ} p_k^{soc} p_l^{ecol} = 1$$

Paso 6

Regresando al concepto de entropía de Shannon de la distribución de probabilidades (Rényi, 1987), supongamos que $f(p)$ es una medida de la información obtenida vía observación directa de que el evento A ocurre con una probabilidad p. Si B es otro evento, independiente de A, que ocurre con probabilidad q, la probabilidad de la ocurrencia simultánea de A y B será pq y la información obtenida es $f(p+q)$. Entonces, para eventos independientes

$$f(p \cdot q) = f(p) + f(q) \quad (7)$$

Según la ecuación de la función de Cauchy (Aczel, 1966), la única solución continua no trivial de la Ec. (7) es

$$f(x) = c \ln x \quad (8)$$

donde c es una constante positiva y ln es el logaritmo natural. El valor esperado de la información, obtenido mediante la observación de un resultado aleatorio de un conjunto de eventos independientes

$$\{ A_i : P(A_i) = p_i; i = 1, \dots, N; \sum_{i=1}^N p_i = 1 \} \text{ es}$$

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = -c \cdot \sum_{i=1}^N p_i \log p_i \quad (9)$$

Con $c=1$ se llega a la entropía de Shannon, es decir:

$$-\sum_{i=1}^N p_i \log p_i$$

Paso 7

La entropía total de Shannon para la distribución completa de probabilidades $\{ p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \}_{j,k,l}$ es

$$\sum_{j=1}^{N_{econ}} \sum_{k=1}^{N_{soc}} \sum_{l=1}^{N_{ecol}} p_j^{econ} p_k^{soc} p_l^{ecol} = 1$$

Step 6

Going back to the concept of Shannon's entropy of distribution of probabilities (Rényi, 1987), let us assume that $f(p)$ is a measure of information obtained through direct observation that the event A occurs with a probability p. Let B be another event, independent of A, occurring with probability q, the probability of simultaneous occurrence of A and B will be pq, and the obtained information is $f(p+q)$. Then, for independent events

$$f(p \cdot q) = f(p) + f(q) \quad (7)$$

According to the equation of the Cauchy function (Aczel, 1966), the only nontrivial continuous solution of Eq. (7) is

$$f(x) = c \ln x \quad (8)$$

where c is a positive constant, selected in a subtle way, and ln is the natural logarithm. The expected value of the information, obtained by observation of a random result of a set of independent events

$$\{ A_i : P(A_i) = p_i; i = 1, \dots, N; \sum_{i=1}^N p_i = 1 \} \text{ is}$$

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = -c \cdot \sum_{i=1}^N p_i \log p_i \quad (9)$$

$c=1$ leads to Shannon's entropy, that is:

$$-\sum_{i=1}^N p_i \log p_i$$

Step 7

The total Shannon's entropy for the complete distribution of probabilities $\{ p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \}_{j,k,l}$ is:

$$\begin{aligned} H_{total} &= - \sum_{j=1}^{N_{econ}} \sum_{k=1}^{N_{soc}} \sum_{l=1}^{N_{ecol}} p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \log(p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)}) = \\ &= - \sum_{j=1}^{N_{econ}} \sum_{k=1}^{N_{soc}} \sum_{l=1}^{N_{ecol}} p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot (\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$H_{total} = - \sum_{j=1}^{N_{econ}} \sum_{k=1}^{N_{soc}} \sum_{l=1}^{N_{ecol}} p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \log (p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)}) =$$

$$= - \sum_{j=1}^{N_{econ}} \sum_{k=1}^{N_{soc}} \sum_{l=1}^{N_{ecol}} p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \left(\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)} \right) \quad (10)$$

Si se observa un evento (país) $A = \{ECON_j, SOC_k, ECOL_l\}$, éste contribuye con una entropía parcial

$$H_{jkl} \left(p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \right) =$$

$$- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \log \left(p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \right) \quad (11)$$

a la entropía total H_{tot} . Los pesos relativos de la información aportada por las variables económicas, sociales y ecológicas H_{jkl} son:

$$h_{j,relative}^{(econ)} = \frac{\left(- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \log p_j^{(econ)} \right)}{\left(- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \left[\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)} \right] \right)} = \log p_j^{(econ)} / \left(\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)} \right) \quad (12)$$

y, de modo similar,

$$h_{k,relative}^{(soc)} = \frac{\log p_k^{(soc)}}{\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)}} \quad (13)$$

$$h_{l,relative}^{(ecol)} = \frac{\log p_l^{(ecol)}}{\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)}} \quad (14)$$

Estos tres pesos relativos de información son adimensionales, fluctúan entre 0 y 1 y su suma es igual a 1:

$$h_{j,rel}^{(econ)} + h_{k,rel}^{(soc)} + h_{l,rel}^{(ecol)} = 1 \quad (15)$$

Estas tres variables se utilizarán como coordenadas a lo largo de los lados del triángulo equilátero ECON-SOC-ECOL, y ocupan el lugar de las variables no comparables ECON, SOC y ECOL. Se construirá un mapa de

If an event (country) $A = \{ECON_j, SOC_k, ECOL_l\}$ is observed, it contributes with a partial entropy

$$H_{jkl} \left(p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \right) =$$

$$- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \log \left(p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \right) \quad (11)$$

to the total entropy H_{tot} . The relative weights of the information, provided for H_{jkl} by the economic, social, and ecological variables, are:

$$h_{j,relative}^{(econ)} = \frac{\left(- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \log p_j^{(econ)} \right)}{\left(- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)} \cdot \left[\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)} \right] \right)} = \log p_j^{(econ)} / \left(\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)} \right) \quad (12)$$

and, in a similar way

$$h_{k,relative}^{(soc)} = \frac{\log p_k^{(soc)}}{\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)}} \quad (13)$$

$$h_{l,relative}^{(ecol)} = \frac{\log p_l^{(ecol)}}{\log p_j^{(econ)} + \log p_k^{(soc)} + \log p_l^{(ecol)}} \quad (14)$$

These three relative weights of information are adimensional, fluctuate between 0 and 1, and their sum is 1 :

$$h_{j,rel}^{(econ)} + h_{k,rel}^{(soc)} + h_{l,rel}^{(ecol)} = 1 \quad (15)$$

These three variables will be used as coordinates along the sides of the equilateral triangle ECON-SOC-ECOL occupying the place of the non comparable variables ECON, SOC and ECOL. A map of elevation of any function $F(ECON; SOC; ECOL)$ of the original variables within the triangle $\left\{ h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)} \right\}$ will be constructed.

Step 8

Now it is possible to construct ternary diagrams of the relative dynamics of entropy, of the welfare function or of any function $F(ECON, SOC, ECOL)$. N_{econ} are the economic, N_{soc} the social, and N_{ecol} the ecological possible classes, resulting in total $N_{econ} \cdot N_{soc} \cdot N_{ecol}$ values of the function to be graphically presented within the

elevación de cualquier función F(ECON,SOC,ECOL) de las variables originales dentro del triángulo:

$$\left\{ h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)} \right\}$$

Paso 8

Ahora es posible construir diagramas ternarios de la dinámica relativa de entropía, de la función de bienestar o de cualquier función F(ECON, SOC, ECOL). N_{econ} son las posibles clases económicas, N_{soc} las sociales y N_{ecol} las ecológicas, resultando en total valores de la función a graficar dentro del diagrama ternario $N_{econ} \cdot N_{soc} \cdot N_{ecol}$. La combinación de las variables $\left\{ \begin{matrix} ECON \in ECON_j; \\ SOC \in SOC_k; \\ ECOL \in ECOL_l \end{matrix} \right\}$ corresponderá a las coordenadas ternarias $\left\{ h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)} \right\}$ a lo largo de los lados del triángulo, donde $h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)}$ se obtienen computacionalmente a partir de las ecuaciones 4 a 6, 12 a 14.

En la gráfica ternaria de la entropía se grafica la entropía relativa del evento $A=\{ECON_j, SOC_k, ECOL_l\}$ con respecto a la entropía total:

$$H_{rel} = \left\{ ECON_j, SOC_k, ECOL_l \right\} = \frac{- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)}}{H_{total}}$$

donde H_{total} es dada por la ecuación 10.

En la gráfica ternaria de la función de bienestar, si para el iésimo país los parámetros son $\{ECON_j, SOC_k, ECOL_l\}$, en el punto $\left\{ h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)} \right\}$ del triángulo se grafica el valor suavizado del W_i original

$$W_{suavizado} = \lambda \cdot \frac{j}{N_{econ}} + \mu \cdot \frac{k}{N_{soc}} + \nu \cdot \frac{l}{N_{ecol}}$$

(ver Ecs. 4 a 6), lo que permitirá minimizar las fluctuaciones aleatorias.

Un ejemplo de la construcción de TRISA

En la Figura 1 se presenta la gráfica de las entropías relativas y funciones de bienestar construidas mediante el algoritmo diseñado a partir de los datos seleccionados de la bibliografía (su naturaleza no tiene ninguna importancia en la discusión). En la Figura 2 se muestra el resultado de la construcción jerárquica de TRISA compuesta por los cinco niveles de la triangulización (resultado de cinco iteraciones del algoritmo diseñado). Se tiene una jerarquía perfecta, donde cada variable depende exactamente de tres

ternary diagram. The combination of the variables $\left\{ \begin{matrix} ECON \in ECON_j; \\ SOC \in SOC_k; \\ ECOL \in ECOL_l \end{matrix} \right\}$ will correspond to the ternary coordinates $\left\{ h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)} \right\}$ along the sides of the triangle, where $h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)}$ are obtained through computing, starting from the equations 4–6, 12–14.

In the ternary graph of the entropy, the relative entropy of the event $A=\{ECON_j, SOC_k, ECOL_l\}$ is presented with respect to the total entropy:

$$H_{rel} = \left\{ ECON_j, SOC_k, ECOL_l \right\} = \frac{- p_j^{(econ)} \cdot p_k^{(soc)} \cdot p_l^{(ecol)}}{H_{total}}$$

where H_{total} is given by equation 10.

In the ternary graph of the welfare function, if for the *i*th country the parameters are $\{ECON_j, SOC_k, ECOL_l\}$, at the point $\left\{ h_{j,rel}^{(econ)}, h_{k,rel}^{(soc)}, h_{l,rel}^{(ecol)} \right\}$ of the triangle the smoothed value of the original W_i is graphically expressed

$$W_{smoothed} = \lambda \cdot \frac{j}{N_{econ}} + \mu \cdot \frac{k}{N_{soc}} + \nu \cdot \frac{l}{N_{ecol}}$$

which will minimize the random fluctuations.

An example of the construction of TRISA

Figure 1 presents the graph of the relative entropies and welfare functions constructed by means of the

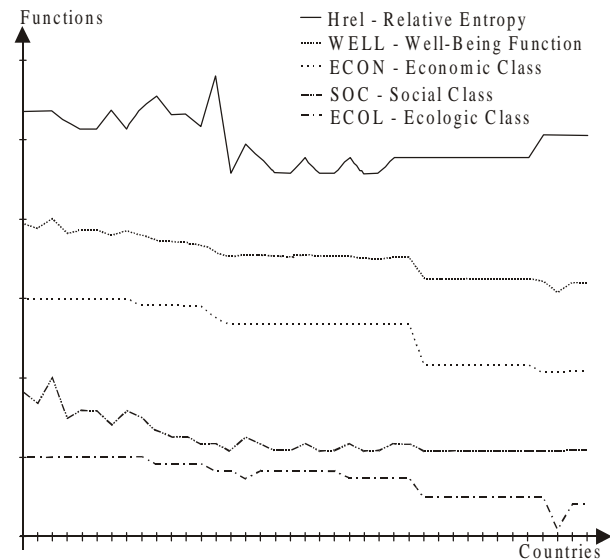


Figura 1. La entropía relativa y función de bienestar de tres series de datos.

Figure 1. Relative entropy and welfare function of three data series.

parámetros. Para simplificar el ejemplo, en cada iteración se utilizó el mismo banco de datos que fue llenando primero el triángulo-madre (iniciador de la construcción fractal), y posteriormente todos los otros triángulos más pequeños, de manera totalmente independiente. Se consideró en cada caso sólo el área del triángulo correspondiente al número de la iteración aplicada como disponible, resultando el área restante un vacío impermeable. En un caso real, las variables pueden depender de un número infinito de parámetros, lo que a su vez requerirá de un número infinito de iteraciones. El proceso de construcción se inicia en el nivel 0 partiendo del iniciador, que en el caso de TRISA es un triángulo madre. El estado del sistema a este nivel se describe vía tres variables $ECOL_0$, $ECON_0$ y SOC_0 , cuya naturaleza tiene que ser general e integradora. Por ejemplo, las tres bases de la agricultura sostenible son la sustentabilidad económica, ecológica y social. Para cada una de ellas se selecciona un sólo indicador, lo más general posible, y se construye poco a poco la jerarquía completa de las variables involucradas en cada una de las sustentabilidades mencionadas.

Como resultado de la primera iteración, el triángulo-madre se divide en cuatro partes auto-similares, copias exactas de éste. Sin embargo, sólo tres de estas partes serán aptas para ubicar los nuevos puntos que se introducirán en la siguiente iteración. Cada etapa de la construcción representa un paso de lo general a lo local (específico), un acercamiento al sistema y, por tanto, el cambio de la resolución del análisis. En tanto es mayor el número de iteraciones del algoritmo, más cercana es la vista del sistema, más precisa su imagen, pero más lejano de lo general es el análisis.

El TRISA hereda un sentido físico riguroso del modelo fractal utilizado (el triángulo de Sierpinski). Con cada división del triángulo-madre (i.e. con cada iteración del algoritmo), se incrementa la densidad de la información necesaria para caracterizar el sistema, y disminuye la variabilidad en el espacio de su patrón estructural y la dinámica de sus propiedades.

Es de esperar que la variabilidad máxima en el espacio la tenga el sistema dentro del triángulo-madre, que sean más generales las variables que lo caracterizan y más integral y voluminosa, la información necesaria para identificar el sistema. Todo lo contrario se puede decir acerca de los triángulos de las etapas avanzadas de división: las variables utilizadas para la descripción del sistema serán específicas, estables y menos variables.

El ápice izquierdo de TRISA acumula las variables económicas que forman conglomerados con diferentes rasgos. El ápice derecho corresponde a los parámetros sociales y el ápice superior abarca los datos ecológicos. Entonces, en el primer nivel de la construcción, $ECOL_0$, por ejemplo, depende de tres variables ecológicas seleccionadas

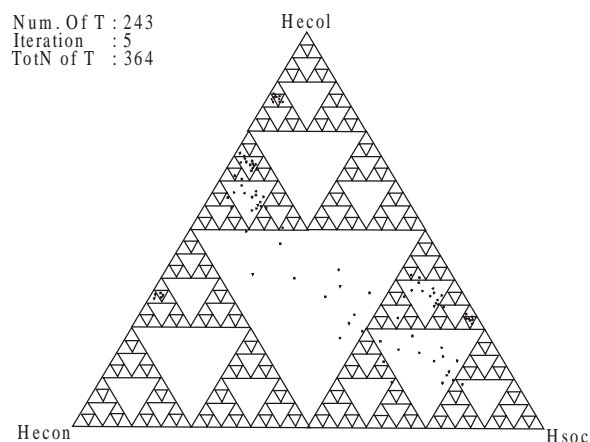


Figura 2. Cinco iteraciones del algoritmo TRISA.

Figure 2. Five iterations of the TRISA algorithm

algorithm, designed with data selected from the bibliography (its nature is irrelevant to this discussion). In Figure 2 the result of the hierarchical construction of TRISA, made up of 5 levels of triangulation, is shown (result of 5 iterations of the designed algorithm). We have a perfect hierarchy, where each variable depends exactly on three parameters. To simplify the example, the same data bank was used in each iteration, filling first the mother triangle (initiator of the fractal construction) and subsequently all the other smaller triangles in a totally independent way. In each case, only the area of the triangle, corresponding to the number of the applied iteration, was considered available, the remaining area resulting an impermeable vacuum. In an actual case, the variables may depend on an infinite number of parameters, which in turn will require an infinite number of iterations. The construction process begins at level 0, starting from the initiator, which in the case of TRISA is a mother triangle. The state of the system at this level is described by three variables, $ECOL_0$, $ECON_0$, and SOC_0 , whose nature must be general and of integration. For example, the three bases of sustainable agriculture are economic, ecological, and social sustainability. For each of them one indicator, as general as possible, is selected, and the complete hierarchy of the variables involved is constructed little by little in each of the mentioned sustainabilities.

As a result of the first iteration, the mother triangle is divided into four self-similar parts, exact copies of it. Only three of these parts, however, will be suitable for locating the new points, which will be introduced in the following iteration. Each construction phase presents a step from the general to the specific, an approach to the system and, therefore, the change of the resolution of the analysis. The larger the number of iterations of the

por el investigador: $ECOL_{1-1}$, $ECOL_{1-2}$, $ECOL_{1-3}$. y su información mutua se despliega dentro del primer triángulo ecológico, producto de la primera iteración del algoritmo generador de las estructuras jerárquicas. El investigador puede definir cuántos niveles de jerarquía le interesan. Cuando la construcción está terminada se llega al mapa de los puntos experimentales que forman conglomerados específicos en función del equilibrio entre los parámetros evaluados (Fig.1). Al tocar cualquier punto de este mapa con el ratón de la computadora, se despliega en la pantalla la información completa sobre el número de la iteración responsable del mapeo de este punto específico, sus coordenadas y, por tanto, los valores de las tres entropías relativas que lo definen (Fig. 3). Si se desea construir mapas de los contornos de elevación que unirán los puntos con la misma magnitud de entropía, es fácil hacerlo directamente dentro del triángulo correspondiente.

CONCLUSIONES

Se han desarrollado las primeras bases matemáticas y de simulación computacional necesarias para introducir en las ciencias agrícolas una nueva disciplina virtual: la Agroecometría. Su desafío es unir la información recopilada de las áreas ecológica, económica y social dentro de los mismos esquemas, utilizando variables commensurables entre sí. Consideramos que la construcción de los espacios métricos efectivos dentro del espacio cibernético general permitirá, en un futuro cercano, crear un lenguaje común para los científicos de diferentes áreas de las ciencias agrícolas, los productores y los gobernantes.

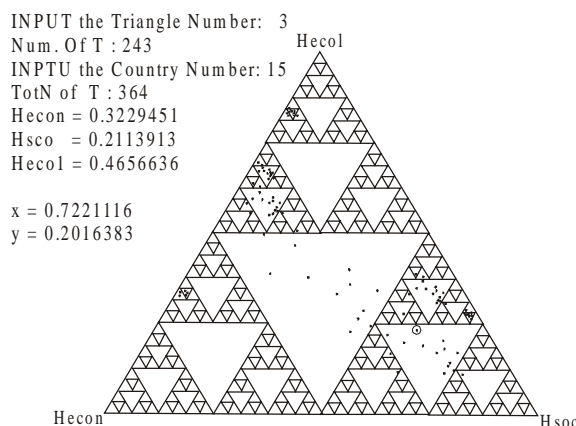


Figura 3. Ubicación de un punto experimental aleatorio, y sus respectivas coordenadas.

Figure 3. Location of a fortuitous experimental point and its respective coordinates.

algorithm, the closer is the view on the system, the more precise its image, but the farther from general is the analysis.

TRISA inherits a rigorous physical sense from the utilized fractal model (the Sierpinski triangle). With each division of the mother triangle (i.e. with each iteration of the algorithm) the density of information necessary for the description of the system increases, and the variability in the space of its structural pattern and the dynamics of its properties diminishes.

It is to be expected that the system has the maximum variability in the space within the mother triangle that; the variables describing it be more general, and the information necessary to identify the system more integral and extensive. Quite the opposite can be said about the triangles of advanced stages of division: the variables utilized for the description of the system will be more specific, stable, and less variable.

The left apex of TRISA accumulates the economic variables, which form clusters with different features. The right apex corresponds to the social parameters, and the highest apex covers the ecological data. Hence, at the first construction level, $ECOL_0$, for instance, depends on three ecological variables, chosen by the researcher: $ECOL_{1-1}$, $ECOL_{1-2}$, $ECOL_{1-3}$, and their mutual information is displayed within the first ecological triangle, product of the first iteration of the algorithm, which generates the hierarchical structures. The researcher is free to determine how many hierarchical levels he is interested in. When the construction is finished, we get to the map of the experimental points, which form specific clusters according to the equilibrium between the evaluated parameters (Fig.1). When touching any point of this map with the computer's mouse, the complete information about the iteration number, the responsible of the mapping of this specific point, its coordinates and, therefore, the values of the three relative entropies defining it, appear on the screen (Fig.3). If one wishes to construct maps of the contour outlines that link the points with the same magnitude of entropy, it can easily be done directly within the corresponding triangle.

CONCLUSIONS

The first mathematical and computer simulation bases necessary to introduce a virtual new discipline to agricultural sciences: Agroecometry have been developed. Its main challenge is to combine the information gathered from ecological, economic, and social areas within the same schemes, utilizing variables commensurable among themselves. We consider that the construction of effective metrical spaces within the general cybernetic space will allow to create, in the near

LITERATURA CITADA

- Aczel, J., 1966. Lectures on Functional Equations and their Applications. Academic Press, New York & London.
- Batty, M., 1997. Virtual Geography. *Futures*, 29, 4/5: 337-352.
- Bradshaw, B., and Smit, B., 1997. Subsidy removal and agroecosystem health. *Agriculture, Ecosystems and Environment*, 64: 245-260.
- Bullock, P., Fedoroff, N., Jongerius, A., Stoops, G., Tursina, T., and Babel, U. 1985. Handbook for soils thin section description. Waine Research Publications, 152 pp.
- Carr, J.R., 1997. Statistical self-affinity, fractal dimension, and geological interpretation, *Engineering Geology*, 48: 269-282.
- Czegledy, N., and Czegledy, A., 2000. Digitized bodies, virtual spectacles. *Future*, 32: 103-120
- Daly, H.E., and Cobb, J.B., 1989. *For the Common Good*, Beacon Press, Boston, 507 p.
- Eghball, B., and Power, J.F., 1995. Fractal description of temporal yield variability of 10 crops in the United States. *Agron. J.*, 87:152-156.
- Goodland, R., 2002. Sustainability: Human, Social, Economic and Environmental. *Encyclopedia of Global Environmental Change*, 1-3.
- Hadfield, L., and Seaton, R.A.F., 1999. Aco-evolutionary model of change in environmental management. *Futures*, 31: 577-592.
- Karlen, D. L., Mausbach, M.J., Doran, R.G., Cline, R.G., Harris, R.F., and Schuman, G.E., 1997. Soil quality: a concept, definition, and framework for evaluation. *Soil Sci. Soc. Amer. Journal*, 61 : 4-10.
- Mandelbrot, B.B. 1977, *Fractals: Form, Chance, and Dimension*. Freeman, San Francisco
- Mandelbrot, B.B. 1983, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, New York.
- Mandelbrot, B.B., 2002, *Gaussian Self-Affinity and Fractals*. Springer-Verlag, 654p.
- Oleschko, K., Korvin, G., Figueroa, B. 2002, Entropy based triangle for designing sustainable soil management. *Transactions of 17 World Congress of Soil Science, Symposium 65, Paper*, 2009.
- Porta, S. 1999. The community and public spaces: ecological thinking, mobility and social life in the open spaces of the city of the future. *Futures*, 31:437-456.
- future, a common language for scientists of different areas of agricultural sciences, producers, and political rulers.
- End of English version -
-
- Press, J.S., and Tanur, J.M. 2001. *The Subjectivity of Scientists and Bayesian approach*. A Wiley-Interscience Publications, 280 p.
- Rényi, A. 1987, *A Diary on Information Theory*. J. Wiley & Sons, Chicester.
- Shróder, M., 2001, *Fractals, Chaos, Power Laws*. Freeman and Company, New York, 527p.
- Slomczynski, W., and Zyczkowski, K., 1994. Quantum chaos: An entropy approach. *J. Math. Phys.*, 35:5674-5700.
- Smith, T. G., Lange, G.D., and Marks, W.B., 1996, Fractal methods and results in cellular morphology - dimensions, lacunarity and multifractals: *Journal of Neuroscience Methods*, v.69:123-136.
- Smith, N.P., Mulquaney, P.J., Nash, M.P., Bradley, C.P., Nickerson, D.P., and Hunter, P.J. 2002. Mathematical modeling of the heart: cell to organ. *Chaos, Solitons and Fractals*, 13: 1613-1621.
- The Economist*, 8.11. 2001. The heart of the matter. *The Economist Technology Quarterly*:21-23.
- Turner, M.J., Blackledge, J.M., and Andrews, P.R., 1998, *Fractal geometry in digital imaging*, Academic Press, Cambridge, Great Britain, 328 p.
- Valdez-Cepeda, R.D., and Olivares-Záenz, E., 1998. Fractal análisis of Mexico's annual mean yields of maize, bean, wheat and rice. *Field Crops Research*, 59: 53-62.
- Wagner, W.C. 1999. Sustainable agriculture: how to sustain a production system in a changing environment. *International Journal of Parasitology*, 29:1-5.
- Welch, R.M., and Graham, R.D. 1999. A new paradigm for world agriculture: meeting human needs. Productive, sustainable, nutritious. *Field Crops Research*, 60:1-10.
- Wilson, T.C., Paul, E.A., and Harwood, R.R., 2001. Biologically active soil organic matter fractions in sustainable cropping systems. *Applied Soil Ecology*, 16: 63-76.