

SIMULACIONES NUMERICAS HIDRODINAMICAS

Mario G. Abadi

Observatorio Astronómico de Córdoba-CONICET

Introducción

Las simulaciones numéricas son una de las herramientas más adecuadas y poderosas para el estudio de la formación y evolución de estructuras no lineales en el universo. Estas estructuras se forman a partir de pequeñas fluctuaciones cuánticas presentes en el universo primitivo que crecen por inestabilidad gravitacional hasta llegar a formar objetos tales como galaxias, grupos, cúmulos, filamentos, etc. La correcta descripción de estos fenómenos físicos depende tanto del modelo matemático utilizado como de las limitaciones debido a la resolución numérica.

Las principales componentes que contribuyen a la materia total del universo son el gas, las estrellas y la materia oscura. Las observaciones indican que el gas y las estrellas están formados por material bariónico (protones, neutrones, electrones, etc.), en tanto que la naturaleza de la materia oscura sería no bariónica y estaría formada por partículas masivas débilmente interactuantes (fotinos, axinos, gravitinos, neutrinos, etc.). El gas sufre diferentes y complejos procesos físicos tales como: interacción gravitatoria, gradientes de presión, ondas de choque, absorción y liberación de energía, formación de estrellas, explosiones de supernovas, etc. Las estrellas, una vez formadas a partir del gas se comportan como masas puntuales que al igual que la materia oscura interactúan solamente a través de la gravitación. La suma de estos procesos físicos determina la configuración final del objeto en formación. Las simulaciones numéricas describen la evolución de estas componentes que dominan la densidad de materia del universo representandolas por partículas. Las interacciones gravitacionales entre partículas se computan utilizando de métodos de suma directa como los de N-cuerpos o métodos de celdificado espacial como los códigos árbol, de celdas, híbridos, etc. El estudio de la formación de estructuras utilizando simulaciones numéricas de partículas, en escalas grandes ($\sim 10 - 100 Mpc$) requiere el establecimiento de condiciones iniciales y de contorno autoconsistentes dentro del modelo cosmológico expansivo. Las partículas utilizadas en las simulaciones se distribuyen inicialmente generando fluctuaciones en densidad según el espectro de potencia de las fluctuaciones presentes en el universo temprano; mientras que velocidades de dichas partículas son obtenidas utilizando la aproximación cinemática de Zeldovich.

Hidrodinámica

La evolución de un gas puede ser descripta utilizando las ecuaciones la hidrodinámica y la ecuación de estado de los gases ideales. El carácter molecular de los gases reales hace necesario introducir un término adicional en la presión de un gas ideal para tener en cuenta los efectos de viscosidad que producen ondas de choque. Por lo tanto, la ecuación de movimiento de un elemento de fluido es:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\nabla\Phi - \frac{\nabla P}{\rho} - \frac{\nabla P_{vis}}{\rho},$$

donde Φ es el potencial gravitatorio, P es la presión y ρ la densidad. La viscosidad molecular de un gas actúa en escalas mucho menores que la máxima resolución espacial alcanzable mediante simulaciones numéricas requiriendo aproximaciones analíticas que describan correctamente este aumento local de la presión P_{vis} .

Por otro lado, la derivada temporal de la ecuación de energía interna de un gas permite obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{(P + P_{vis})}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} - \Lambda(\epsilon) + \Pi.$$

donde el primer término tiene en cuenta las variaciones adiabáticas y viscosidad de la energía interna del gas, respectivamente; y las funciones Π y Λ tienen en cuenta las posibles fuentes y sumideros externos de energía, respectivamente. Por ejemplo, Λ incluye las pérdidas de energía por enfriamiento radiativo y Π el calentamiento por explosiones de supernovas que reinyectan energía al medio circundante modificando las velocidades del medio o calentando el gas.

Formación estelar

Los procesos de formación de estrellas son de fundamental importancia para describir el comportamiento de la componente gaseosa. Bajo determinadas condiciones termodinámicas el gas forma estrellas dejando de comportarse como un fluido disipativo y se transforma en un colapso. Esquemáticamente se puede asumir que una región del espacio es potencialmente una región de formación de estrellas cuando además de colapsar ($\nabla \cdot \mathbf{v} < 0$) es inestable según el criterio de Jeans, es decir que las fuerzas de gradiente de presión no son suficientes para inhibir el colapso gravitatorio.

Además, si el tiempo de enfriamiento radiativo de la región es mucho menor que el tiempo característico de la dinámica, se enfría suficientemente rápido y permanece en ese estado. Desde el punto de vista numérico solamente es necesario imponer una condición de densidad $\rho > \rho_{crit} = 7 \times 10^{-26} \text{gr/cm}^3$ para asegurar que una región colapsante se encuentra en condiciones de formar estrellas (Navarro y White, 1993). La tasa a la cual el gas efectivamente es transformado en estrellas se puede inferir de la relación $\dot{\rho} \sim \rho^n$ (Larson, 1970).

Dentro del esquema *SPH*, una partícula gaseosa se asume en condición de formar estrellas si las condiciones anteriores son satisfechas. Si una partícula gaseosa es transformada en estrella las fuerzas de gradientes de presión son nulas y dicha partícula interactúa solamente por gravitación al igual que la materia oscura.

Fundamentos de SPH

El método de Hidrodinámica de Partículas Suavizadas (*Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH*) fue elaborado originalmente para resolver problemas estelares por Lucy (1977) y Monaghan y Gringold (1977). Diversos autores han aplicado recientemente esta técnica a problemas cosmológicos y de formación de galaxias (Evrard, 1988, Hernquist y Katz, 1989, Cent et al., 1990, Navarro y Benz, 1991, Thomas y Couchman, 1992, Summers, 1993). Este método asume que los elementos de volumen de un fluido se representan por partículas. Cada partícula lleva consigo información de las variables termodinámicas locales tales como temperatura T , densidad ρ , presión P , energía interna ϵ , además de las variables cinemáticas usuales, masa m , velocidad \mathbf{v} , y posición \mathbf{r} . Las variables termodinámicas en un punto arbitrario del espacio se obtienen interpolando a partir de los valores en las posiciones de partículas vecinas.

El método *SPH* esta basado en el concepto de integrales interpolantes en el cual el valor de una función f en un punto arbitrario r del espacio se obtiene de la siguiente forma:

$$f = \sum_j f_j W(r_j - r, h_j)$$

donde la suma esta realizada sobre todas las partículas vecinas. La interpolación se realiza suavizando los valores de la función en los puntos vecinos mediante un nucleo o *kernel* $W(r_j - r, h_j)$, donde h_j es la longitud de suavizado. El kernel es una función analítica derivable explícitamente

que permite computar los gradientes de funciones a través del gradiente kernel:

$$\nabla f = \sum_j \frac{m_j f_j}{\rho_j} \nabla W(r_j - r, h_j)$$

El kernel gaussiano

$$W(r, h) = \frac{1}{\pi^{3/2} h^3} \exp^{-r^2/h^2}$$

y de soporte compacto

$$W(r, h) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - 1.5u^2 + 0.75u^3 & 0 < u < 1 \\ 0.25(2 - u)^3 & 1 < u < 2 \\ 0 & 2 < u \end{cases},$$

donde $u = r/h$, son unos de los más comunmente utilizados. El kernel de soporte compacto posee la ventaja de ser idénticamente nulo p distancias $r > 2h$ lo cual reduce considerablemente el número de veci sobre el cual se realiza la interpolación. La aplicación de la técnica *SP* la resolución de las ecuaciones de la hidrodinámica permite la realizaci simulaciones numéricas hidrodinámicas que convenientemente acoplada los códigos gravitacionales puros permiten analizar consistentemente la formación de estructuras en el universo. Estas simulaciones numericas inclu inicialmente dos tipos de partículas: gas y materia oscura. El esquema formación estelar permite a las partículas gaseosas transformarse en est las y obtener las distribuciones finales de las tres principales componente: masa del universo, para ser comparadas directamente con las observacio:

Bibliografía

- Cen et al., 1990, Ap.J., 326, L41
 Evrard A.E., 1988, M.N.R..A.S., 235, 911
 Hernquist L. y Katz J., 1989, Ap.J.S., 70, 419
 Larson R.B., 1974, M.N.R.A.S., 169, 229
 Lucy L.B., 1977, Astron.J., 82, 1013.
 Gringold R.A. y Monaghan J.J., 1977, M.N.R.A.S., 181, 375.
 Navarro J.F. y Benz W., 1991, Ap.J., 380, 320
 Navarro J.F. y White S.D.M., 1993, M.N.R.A.S., 265, 271
 Summers F.J., 1993. Ph.D. Thesis, University of California at Berk.
 Thomas P.A. y Couchman H.M.P, 1992, M.N.R.A.S., 257, 11