



6° Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica VIRTUAL

17, 18 y 19 de Noviembre del 2021



Desarrollo de modelo mecánico para simulador de vuelo de un vehículo lanzador

F. Sánchez Crivelli⁽¹⁾, A. Zumarraga⁽¹⁾, L.M. Mundo⁽¹⁾

⁽¹⁾ Centro Tecnológico Aeroespacial, Universidad Nacional de La Plata, Buenos Aires, Argentina.

Autor principal: federico.sanchezcrivelli@ing.unlp.edu.ar

Palabras claves: Lanzador - Elementos finitos – Dinámica estructural.

Resumen:

Se describen los lineamientos para construir un modelo de elementos finitos que caracterice la respuesta estructural a flexión de un vehículo lanzador, de cara al desarrollo de un simulador de vuelo. Se exponen las hipótesis para la adaptación de la viga del Euler-Bernoulli a la geometría del problema junto con la deducción de las matrices elementales correspondientes. Se contrastan también las frecuencias naturales y respuesta en frecuencia con la teoría de vigas de Timoshenko y con un modelo tridimensional construido en un software de uso comercial a fin de verificar los resultados.

Introducción:

La principal motivación de este trabajo es obtener un modelo de la dinámica estructural de un lanzador que permita, de una manera sencilla, simular el comportamiento frente a distintos escenarios. Un modelo de este tipo puede aplicarse tanto para el desarrollo de un simulador de vuelo, como para la estimación de cargas que brinden información confiable para el diseño estructural. La relativa sencillez de esta herramienta permite también evaluar el impacto que tienen distintos parámetros, como rigidez y distribución de masa, sobre la respuesta dinámica de una forma rápida.

El caso de aplicación será el lanzador que se encuentra en fase de desarrollo en el Centro Tecnológico Aeroespacial (CTA-UNLP). Se trata de un lanzador de 1 etapa con una altura de 9,82 mts y 1589 kg de peso (con carga completa de combustible). Dos tanques semi-monocasco constituyen la estructura principal del cohete, unidos por módulos auxiliares que contienen equipos de aviónica y demás subsistemas.

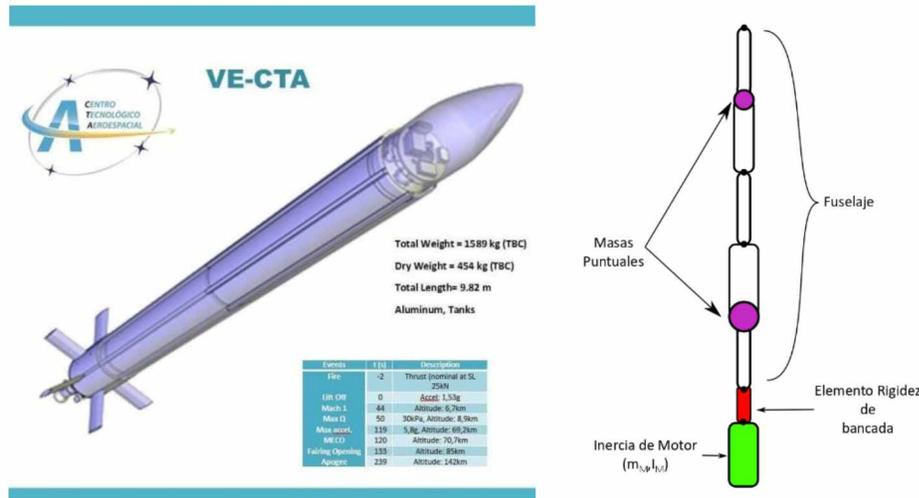


Figura 1. Caso de aplicación: Lanzador VE-CTA (izq.) – Esquema Modelo FEM (der.)

Desarrollo:

El modelo mecánico construido para la simulación del comportamiento estructural a flexión de un lanzador es un modelo de elementos finitos, que se basa en la viga de Euler-Bernoulli. Es sabido que esta teoría tiende a sobreestimar el valor de las altas frecuencias, conforme se incrementa el radio entre el largo de la viga y la longitud de onda ya que desprecia la deformación por corte en contraposición a la teoría de Timoshenko [1], [5]. No obstante, constituye una muy buena aproximación para modelos de orden reducido como el que se desarrolla en el presente trabajo, donde predominan las dinámicas de baja frecuencia.

La formulación más sencilla de la viga de Euler-Bernoulli para elementos finitos propone una ley de interpolación cúbica para describir la deformada, pudiendo expresarse de la siguiente manera:

$$y(x, t) = \mathbf{N}^T(x) \cdot \mathbf{w}(t)$$

Siendo las componentes de \mathbf{N} polinomios que se ajustan aplicando condiciones de borde sobre la deformada [2], y $\mathbf{w}(t) = \{w_i, \theta_i, w_{i+1}, \theta_{i+1}\}^T$.

Este modelo de elemento se encuentra ampliamente detallado en la bibliografía [2],[3], donde se deducen las expresiones de las matrices elementales de Masa ($\mathbf{M}_{4 \times 4}$) y Rigidez ($\mathbf{K}_{4 \times 4}$) para una viga esbelta, donde la inercia por rotación del eje neutro es despreciable frente a la traslación. Para el caso en estudio, dadas las dimensiones de la sección transversal en comparación con la longitud, este efecto tiene un fuerte impacto sobre la dinámica del sistema, por lo que debe ser considerado. Para ello, se reescribe la expresión de la energía cinética del elemento de la siguiente manera:

$$T = \frac{1}{2} \int_m v^2 dm + \frac{1}{2} \int_I \Omega^2 dI$$

Siendo $v = \frac{d}{dt} [y(x, t)] = \mathbf{N}^T(x) \cdot \dot{\mathbf{w}}(t)$, y $\Omega = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial x} (y(x, t)) \right] = \mathbf{N}'^T(x) \cdot \dot{\mathbf{w}}(t)$.

Para poder evaluar las integrales para la energía cinética, se reescriben los diferenciales de la siguiente manera:

$$dm = \frac{dm}{dx} dx = \rho A dx$$

$$dI = \frac{dI}{dx} dx = \rho J dx$$

Aquí, A y J representan el área y momento de inercia de la sección transversal respectivamente.

Reemplazando en la expresión de la energía cinética se obtiene la matriz \mathbf{M} :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{w}}^T \left(\int_0^l \rho A \mathbf{N} \mathbf{N}^T dx + \int_0^l \rho J \mathbf{N}' \mathbf{N}'^T dx \right) \dot{\mathbf{w}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{w}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{w}}$$

Definiendo el parámetro $\gamma = J/AI^2$, la matriz \mathbf{M} toma la siguiente forma:

$$\mathbf{M} = \frac{\rho A l}{420} \begin{pmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{pmatrix} + 14\gamma \begin{pmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ -36 & -3l & 36 & 6l \\ 3l & -l^2 & 6l & 4l^2 \end{pmatrix}$$

Una vez deducida la matriz elemental de masa ($\mathbf{M}_{4 \times 4}$) y utilizando la expresión de la matriz rigidez ($\mathbf{K}_{4 \times 4}$) desarrollada en [2], es posible generar el ensamble del modelo completo y obtener las matrices masa y rigidez global (\mathbf{M}_g y \mathbf{K}_g), según la ubicación de las coordenadas nodales [3], [4].

Inercias y rigideces concentradas

El elemento viga descrito anteriormente permite representar gran parte de la geometría del vehículo, especialmente aquellas que mantienen cierta continuidad. No obstante pueden existir componentes que, por tener dimensiones pequeñas o alta rigidez en comparación con el resto de la estructura, resulta conveniente modelarlos con propiedades de parámetros concentrados.

Partes como equipos de aviónica, casquetes de tanques, baterías y refuerzos estructurales no pueden considerarse como “distribuidos”, pero por sus propiedades másicas, constituyen un aporte fundamental para la dinámica del vehículo. Se consideran entonces como masas puntuales concentradas en el nodo más cercano según la altura a la que se encuentre el componente, adicionando su valor en la posición de la matriz de masa global del modelo según [2] (Sec. 12.7.2: “Lumped-Mass Matrix for a Beam Element”).

El conjunto bancada-motor, por los motivos expuestos, se modela como un elemento adicional de rigidez a determinar, unido en un extremo al nodo inferior del fuselaje (Nodo “ n ”), y con la masa y momento de inercia del motor concentrado en el otro (Nodo “ $n+1$ ”). La masa y momento de inercia del motor afectan respectivamente al desplazamiento y giro de dicho nodo a través de la matriz de masa elemental (Figura 2).

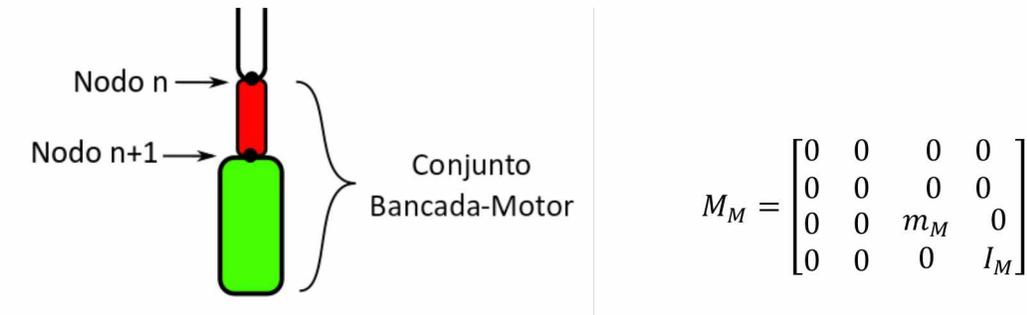


Figura 2. Matriz de masa elemental. Conjunto Bancada-Motor.

La rigidez del elemento que representa a la bancada se estima a partir de la primera frecuencia natural del conjunto obtenida por simulación 3D en un software de elementos finitos de uso comercial.

Caso de carga

Para la verificación del modelo, se asume un escenario del vehículo en vuelo sometido a un campo de presiones, representado las fuerzas aerodinámicas generadas por un cambio en el ángulo de ataque, y una componente lateral en el motor representando la orientación del vector de empuje como acción de control.

Considerando la geometría de lanzador, la distribución de sustentación a lo largo de la longitud tiene la forma mostrada en (Figura 3).

Con esta función distribución $f(x,t)$ es posible calcular el vector de fuerzas elemental ($\mathbf{F} = \{f_1 f_2 f_3 f_4\}^T$) aplicando el principio de trabajos virtuales sobre cada coordenada. Los coeficientes f_i representan la fuerza generalizada correspondiente a la coordenada "i-ésima" del elemento, que se obtienen a partir de la siguiente integral [2]:

$$f_i(t) = \int_0^l f(x,t)N_i(x)dx \quad , \quad \text{con } i = 1, 2, 3, 4.$$

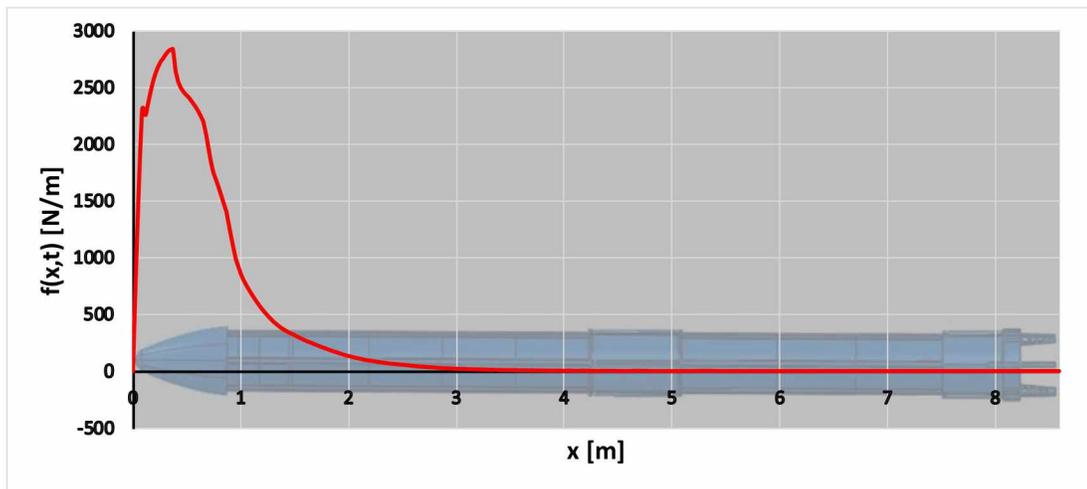


Figura 3. Distribución de sustentación para $\alpha=5^\circ$

La componente transversal del vector de empuje E_M se incluye en el modelo como una fuerza puntual sobre el nodo donde se encuentra el motor. Utilizando el mismo principio, el vector de forzantes del elemento bancada-motor tendrá valores no nulos sólo en la componente correspondiente al desplazamiento del *Nodo* "n+1" (Figura 4).

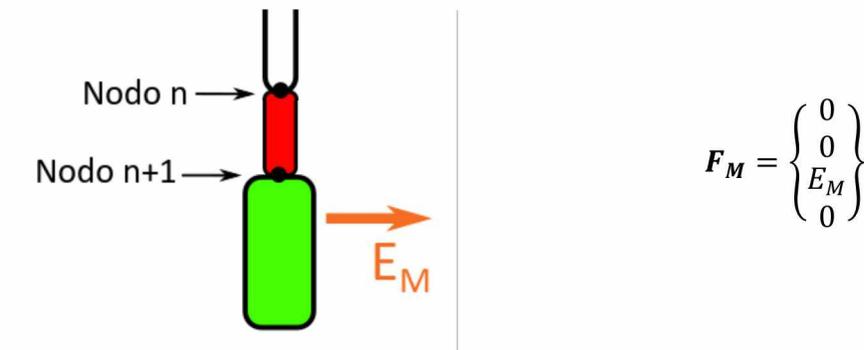


Figura 4. Vector de Forzantes en elemento bancada-motor.

Resultados:

Para la verificación del modelo bidimensional se contrastarán las frecuencias naturales obtenidas utilizando elementos viga de Euler-Bernoulli descripta anteriormente (*Modelo 1D-EB*), y elementos viga de Timoshenko [1] (*Modelo 1D-T*), con una simulación tridimensional del lanzador utilizando un software de uso comercial (*Modelo 3D-ABQ*). Se compararán también las curvas de respuesta en frecuencia para la aceleración de un punto cercano al centro de gravedad para el caso de cargas presentado.

Análisis modal

En (Tabla 1) se muestran los valores de frecuencia naturales obtenidos en los tres modelos. En ella puede observarse que los modelos bidimensionales no presentan grandes discrepancias entre sí para los primeros modos. Este resultado es esperable teniendo en cuenta que la influencia de la deformación por corte no es muy importante a baja frecuencia [1].

Contrastando los resultados con 3D-ABQ, ambos modelos presentan un error cercano al 10% para la primera frecuencia, entre el 20 y 25% para segunda y tercera, y hasta el 6% para la cuarta. Estas diferencias no son tan significativas si se tiene en cuenta la simpleza de los modelos bidimensionales, lo que los vuelve convenientes para aplicaciones donde sea necesario estimar en forma rápida la dinámica estructural, como por ejemplo, un simulador de vuelo.

Tabla 1. Frecuencias Naturales de simulaciones

Modelo	f ₁ [Hz] (Error%)	f ₂ [Hz] (Error%)	f ₃ [Hz] (Error%)	f ₄ [Hz] (Error%)
3D-ABQ	20,4(-)	72,4(-)	119,1(-)	186,3(-)
1D-EB	22,5(10,2)	91,0(25,6)	142,8(19,8)	180,2(-3,27)
1D-T	22,3(9,3)	88,8(22,5)	140,8(18,2)	175,0(-6,0)

Si se comparan ahora las formas modales, se ve que tampoco hay diferencias muy notorias entre ambos modelos de viga. En (Figura 5) y (Figura 6) los modos se encuentran superpuestos con los resultados del modelo 3D-ABQ, para poder contrastar las deformadas. Las zonas coloreadas rojo y azul se corresponden con aquellas que presentan desplazamientos extremos, mientras que las regiones en verde, tienen desplazamientos pequeños.

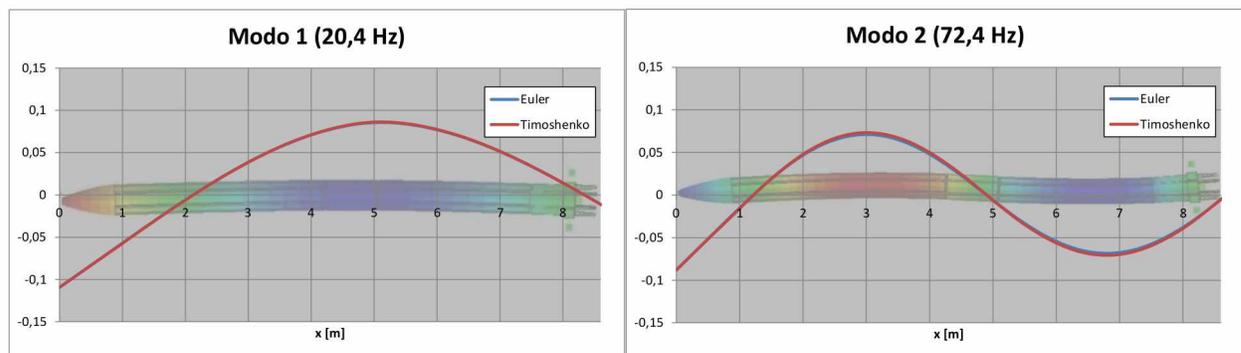


Figura 5. Formas modales - Modos 1 y 2.

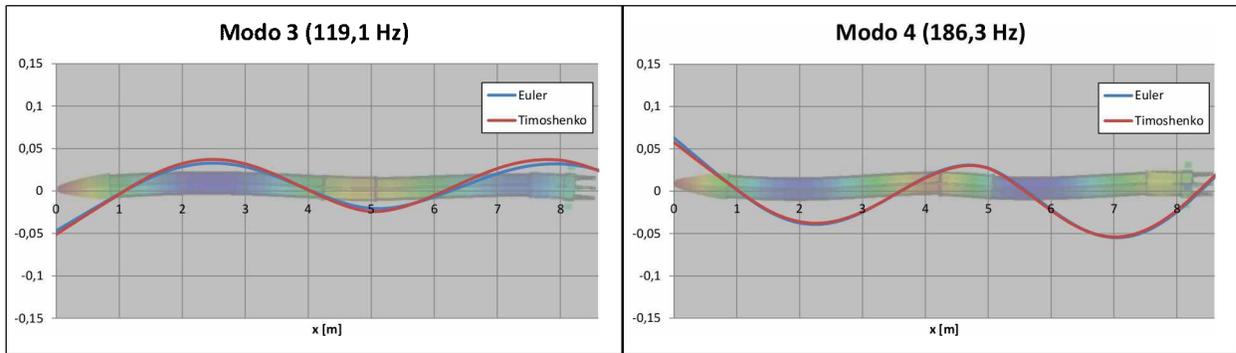


Figura 6. Formas modales – Modos 3 y 4

Se observa que los modelos bidimensionales estiman muy bien las formas modales que se obtuvieron con la simulación 3D para las primeras dos frecuencias. No obstante, las diferencias comienzan a ser más marcadas en los modos siguientes (Figura 6), principalmente en la segunda mitad del vehículo.

Respuesta en frecuencia

Para el estudio de la respuesta en frecuencia, se tomará un modelo de orden reducido [4] que considera el efecto de los primeros cuatro modos naturales, además de los modos rígidos. Se evalúa la aceleración de un punto cercano al centro de gravedad, ubicado a aproximadamente 6,7 m respecto de la nariz de la cofia, y se contrasta con la aceleración del CG del modelo “3D-ABQ”.

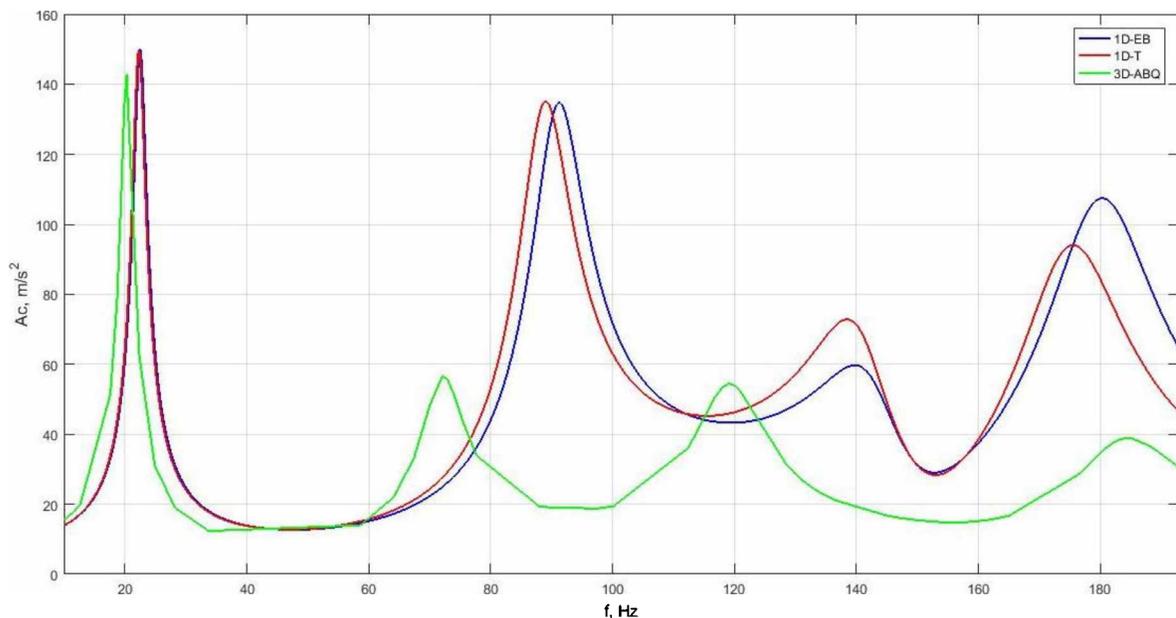


Figura 7. Diagramas de ganancia - Aceleración vs. Frecuencia

En la Figura 7 pueden verse las respuestas de los tres modelos, con picos resonantes correspondientes a las cuatro dinámicas consideradas. La ganancia es muy similar hasta el segundo modo, no habiendo prácticamente diferencias entre los modelos bidimensionales. Las respuestas empiezan a ser más disímiles antes de alcanzada la segunda frecuencia natural, donde los picos resonantes del modelo 3D comienzan a desfasarse presentando además grandes diferencias en la ganancia. La amplitud máxima que alcanza en el cuarto modo se ve mucho más amplificada en los modelos bidimensionales, a pesar de que la frecuencia es muy cercana en los tres modelos. Esta discrepancia puede deberse a las diferencias que presentan las formas modales en la zona próxima al centro de masas (Figura 6).

Conclusiones:

Se construyó un modelo mecánico para estudiar la dinámica lateral de la estructura de un lanzador en vuelo libre utilizando el método de elementos finitos. En dicho modelo bidimensional se implementaron dos teorías de vigas diferentes (Euler- Bernoulli y Timoshenko) considerando tanto la inercia de traslación como de rotación.

En el estudio comparativo de estos modelos de viga, se concluyó que ambas teorías presentan un comportamiento muy similar por lo menos hasta la cuarta frecuencia.

Se compararon las frecuencias naturales y formas modales de los modelos bidimensionales con una simulación tridimensional ejecutada y procesada en un software de uso comercial. Se observaron errores cercanos al 10, 25 y 20% para las primeras tres frecuencias y discrepancias en las deformadas de los modos tres y cuatro.

Se contrastó también los diagramas de ganancia vs. frecuencia de la aceleración de un punto próximo al centro de masas, observando muy poca diferencia hasta el primer modo. Para las frecuencias superiores, las gráficas del modelo 3D presentaron valores de ganancia menores a la de los modelos bidimensionales.

De los estudios realizados, se concluye que el modelo bidimensional puede ser una muy buena herramienta para estimar de una manera simple, rápida y precisa la respuesta estructural del primer modo, ya sea utilizando la teoría de Euler-Bernoulli como la de Timoshenko. No obstante, el modelo no se vuelve confiable si se desea trabajar en un rango correspondiente a modos de orden superior.

Referencias:

- [1] Davis, R., Henshell, R.D., Warburton, G.B. (1972). A Timoshenko Beam Element. *Journal of Sound and Vibration*, 22 (4), 475-487.
- [2] RAO, S.S. (2011). Mechanical Vibrations, 5th Edition. *Pearson*, 995-1013.
- [3] MEIROVITCH, L. (2001). Fundamentals of Vibrations. *McGraw-Hill*, 574-581.
- [4] SÁCHEZ CRIVELLI, C.F., ZUMARRAGA, A., MUNDO, L.M. (2021). Método Numérico para la Estimación de cargas estructurales dinámicas en lanzadores espaciales. *XI Congreso Argentino de Tecnología Espacial*.
- [5] GUPTA, R.S., RAO, S.S., (1977). Finite Element Eigenvalue Analysis of Tapered and Twisted Timoshenko Beams. *Journal of Sound and Vibration* (1978), 56(2), 187-200.