

# MI DEMOSTRACION DE LA CONJETURA DE COLLATZ

Miguel Cerdá Bennassar - Febrero 2023

## Resumen

Desde hace mucho tiempo, los matemáticos han estado fascinados por la idea de que los números puedan ser entendidos a través de patrones y regularidades. La raíz digital de un número es una herramienta interesante para explorar estos patrones.

La raíz digital de un número entero se define como la suma repetida de sus dígitos hasta que solo queda un dígito. Por ejemplo, la raíz digital de 12345 es  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  y  $1 + 5 = 6$ .

En este escrito, se analizan las propiedades de la raíz digital de los números y se busca una posible conexión con las secuencias de la Conjetura de Collatz. La Conjetura de Collatz es un famoso problema sin resolver en matemáticas que se refiere a una secuencia de números obtenidos a partir de un número inicial y sucesivamente aplicando una serie de operaciones simples. Se cree que todas las secuencias de la Conjetura de Collatz eventualmente convergen a un ciclo de números repetidos, pero aún no se ha demostrado.

Este escrito se enfoca en explorar la posible conexión entre la raíz digital de los números y las secuencias de la Conjetura de Collatz. Específicamente, se investiga si hay algún patrón o regularidad en la raíz digital de los números en las secuencias de la Conjetura de Collatz. Si se encontrara una conexión entre estos dos conceptos, podría tener implicaciones importantes en nuestra comprensión de los números y su comportamiento.

En conclusión, este estudio es un paso importante en la exploración de los patrones y regularidades de los números y su posible conexión con la Conjetura de Collatz. Esperamos que este estudio abra nuevas líneas de investigación y contribuya al avance del conocimiento en matemáticas.

## Palabras clave

Raíz digital, conjetura de Collatz, secuencia de Collatz.

---

## 1. Introducción

La raíz digital de un número es la suma de sus dígitos. Si la suma resulta un número con dos o más dígitos, el proceso se repite hasta obtener un número de un solo dígito. Este último número es la raíz digital del número original. Por ejemplo, el número 123 tiene una raíz digital de 6 ( $1 + 2 + 3 = 6$ ). Para el número 12345, su raíz digital es 6 ( $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ , y  $1 + 5 = 6$ ). En definitiva, la raíz digital es el resultado final de repetir el proceso de sumar los dígitos hasta obtener un número de un solo dígito.

La raíz digital de los números naturales es una forma eficiente de comprimir y representar información numérica. Es una herramienta útil en criptografía y seguridad informática y se utiliza en algoritmos de cifrado para proteger la información sensible. Sirve para verificar la integridad de los datos transmitidos, detectando cambios no autorizados en la información. Se utiliza para generar números aleatorios y claves seguras y es un componente importante en la autenticación y verificación de identidad en línea. Proporciona una base para el estudio de algoritmos de búsqueda y ordenamiento y ayuda en el estudio de patrones y regularidades en secuencias numéricas.

La raíz digital se puede utilizar en algoritmos de cifrado como una forma de proteger la información sensible al generar una representación resumida y segura de un número o dato. Por ejemplo, la raíz digital se puede utilizar en el cifrado RSA, uno de los algoritmos de cifrado más comúnmente utilizados en la seguridad de la información. En este caso, la raíz digital se utiliza para generar claves públicas y privadas, que a su vez se utilizan para cifrar y descifrar mensajes sensibles. La raíz digital también se puede utilizar en otros algoritmos de cifrado, como en la firma digital, para garantizar la autenticidad y la integridad de la información transmitida. En la informática, la raíz digital es un algoritmo utilizado en la verificación de la integridad de datos, como en el cálculo de checksums y en la codificación de errores.

En la teoría de números, la raíz digital se utiliza para describir la estructura de los números y para investigar sus propiedades. La clasificación de números basada en sus raíces digitales se hace separando los números en diferentes grupos dependiendo de la suma de sus dígitos. La importancia radica en que esta clasificación puede utilizarse para analizar y agrupar patrones en los datos numéricos, lo que puede ser útil en diversas aplicaciones como el análisis de datos, la investigación matemática y la resolución de problemas.

En resumen, la raíz digital es un concepto matemático que tiene una amplia gama de aplicaciones prácticas y teóricas en diferentes disciplinas y campos, y su importancia radica en su capacidad para medir la magnitud de un número y para clasificar números en grupos.

**Teorema de la raíz digital:** El teorema de la raíz digital establece que la raíz digital de un número es un número con un solo dígito si y solo si el número es divisible por 9.

**Propiedad de la raíz digital módulo 9:** La propiedad de la raíz digital módulo 9 establece que la raíz digital de un número es igual al resto obtenido al dividir el número por 9.

Algunas de las razones por las que la raíz digital ayuda a encontrar relaciones y propiedades matemáticas incluyen:

**Simplificación:** La raíz digital reduce un número a un solo dígito, lo que facilita su comparación y análisis con otros números.

**Clasificación:** La raíz digital permite clasificar los números en grupos según sus propiedades, lo que facilita la identificación de patrones y relaciones entre ellos.

**Modularidad:** La raíz digital está estrechamente relacionada con el cálculo módulo 9, lo que permite investigar la estructura de los números y encontrar relaciones y propiedades matemáticas utilizando técnicas de teoría de números.

## **2. La raíz digital de los números y su relación con las secuencias de la Conjetura de Collatz.**

La conjetura de Collatz es un problema matemático que se refiere a un cálculo iterativo que se aplica a un número natural inicial. A partir de ese número, la conjetura afirma que siempre se llega a 1, independientemente del número inicial elegido.

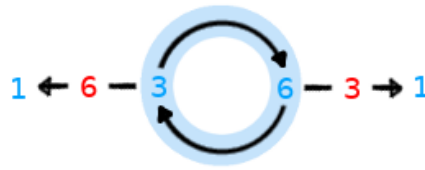
La función de la conjetura de Collatz:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{si } n \text{ es par} \\ 3n + 1, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

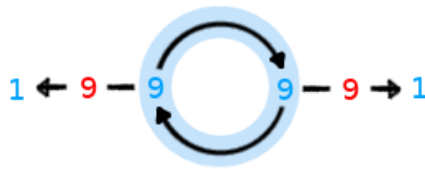
A continuación, gráficamente, las transformaciones de los números al aplicarles las operaciones de la función y su raíz digital.

Los números de color azul son los valores de la raíz digital de los números pares y los de color rojo son los valores de la raíz digital de los números impares. Los vectores indican el sentido de las transformaciones de los números en cada iteración.

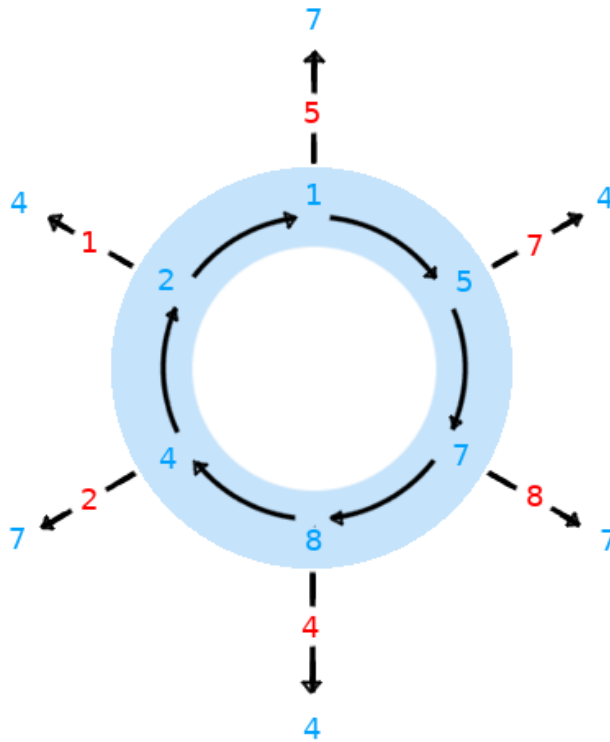
Grupo 1 donde iteran los números rd3, rd6



Grupo 2 donde iteran los números rd9



Grupo 3 donde iteran los números rd1, rd2, rd4, rd5, rd7, rd8



**Axioma 1:** Todos los números pares e impares de los grupos 1 y 2 llegarán a números pares con raíz digital 1.

**Axioma 2:** Todos los números pares e impares del grupo 3 llegarán a números pares con raíz digital 4 y 7.

**Axioma 3:** Todos los números pares con raíz digital 7 llegarán a números pares con raíz digital 4.

**Axioma 4:** Todos los números pares con raíz digital 4 llegarán a números impares con raíz digital 1.

**Axioma 5:** Todos los números llegarán a números impares con raíz digital 1.

**Prueba:** Inevitablemente, en una iteración, la secuencia llegará al menor de esos números y entrará en el ciclo 4, 2, 1, porque no hay otra opción y no existe otro ciclo posible.