

# Il ruolo cruciale del pensiero narrativo nella comprensione dei problemi<sup>1</sup>

Disponibile anche  
in inglese

## The crucial role of narrative thinking in understanding problems

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica – Università di Pisa, Italia

**Sunto** / Nell'attività di soluzione di un problema matematico espresso attraverso un testo, è cruciale il processo preliminare di comprensione. Questo processo mostra criticità sia nel caso di un testo del problema molto sintetico, sia nel caso di un testo molto ricco, come dimostrano molte risposte date dagli studenti e riportate in letteratura, caratterizzate da un'apparente "sospensione di senso". In questo articolo proponiamo un'interpretazione di questo fenomeno, basata sull'interazione tra quelli che Bruner definisce modi di pensiero "narrativo" e "logico".

Parole chiave: word problem; story problem; rappresentazione; risoluzione; pensiero narrativo; pensiero logico; sense-making.

**Abstract** / Within the solution of a mathematical word problem, the preliminary understanding process is viewed as crucial. This process shows critical points both in the case of a rather poor problem text and in the case of a very rich text, as shown by many answers given by students and reported in the literature, characterized by an apparent 'suspension of sense-making'. In this communication, we propose an interpretation of this phenomenon, based upon the interplay between what Bruner calls the "narrative" and "logical" modes of thought.

Keywords: word problem; story problem; representation; solution; narrative thought; logical thought; sense-making.

## 1 Introduzione

I problemi matematici espressi attraverso un testo – in letteratura indicati come *word problems* – hanno un ruolo importante nell'insegnamento della matematica, soprattutto nella scuola elementare. Anche se *word problem* letteralmente significa 'problema verbale', nella didattica della matematica solitamente il termine sta per:

«(...) un testo (tipicamente contenente informazioni quantitative) che descrive una situazione assunta familiare per il lettore e che pone una domanda quantitativa, alla quale si può dare una risposta attraverso operazioni matematiche eseguite a partire dai dati forniti nel testo o dedotti in altro modo».

(Greer, Verschaffel & De Corte, 2002, p. 271)

1. Liberamente tradotto da Zan R. (2011), The crucial role of narrative thought in understanding story problems, in (Kirsti Kislenko Editor) *Current State Of Research On Mathematical Beliefs XVI*. Proceedings of MAVI 16 Conference. Tallinn, 26-29 June 2010, pp. 287-305. Il tema trattato nel presente articolo è stato successivamente approfondito dall'autrice nel volume *I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo* (Zan, 2016).

La “situazione assunta familiare per il lettore” è spesso chiamata *contesto* o *storia*, e in effetti i termini *word problem* e *story problem* sono generalmente usati come sinonimi.<sup>2</sup>

2

La letteratura internazionale sui *word problem* offre diversi esempi di comportamento degli studenti che suggeriscono un’apparente “sospensione di senso” (Schoenfeld, 1991). Cercando di interpretare questi comportamenti la ricerca si è mossa in diverse direzioni. Gli studi condotti finora (per un’analisi si veda Verschaffel et al., 2000) da un lato hanno portato a riconoscere la responsabilità dello scarso realismo dei problemi, della natura stereotipata dei testi e delle norme implicite ed esplicite che regolano le attività di problem solving (il contratto didattico). Dall’altro, hanno evidenziato che molte delle difficoltà incontrate dagli studenti risiedono nella fase preliminare della costruzione di un’adeguata rappresentazione della situazione del problema, il che rende difficile individuare eventuali difficoltà nella fase di risoluzione.

## 2 La comprensione del problema

Nella letteratura, gli studi sulla natura dei problemi evidenziano in particolare che:

«Anche se il compito matematico è inserito in un contesto, la natura stereotipata di questi contesti, **la mancanza di informazioni realistiche e interessanti sui contesti, e la tipologia delle domande poste alla fine dei *word problems*** contribuiscono congiuntamente a far sì che i bambini non vengano motivati e stimolati a prestare attenzione e a riflettere su (gli aspetti specifici di) quel contesto».

(Verschaffel et al., 2000, pp. 68-69, enfasi aggiunta)

Nesher (1980) sottolinea:

«Nella maggior parte dei casi (...) lo studente non è in grado, a causa dello stile conciso, di ricostruire il contesto da cui sono stati presi i dati. In breve, egli **non è in grado di immaginare il dominio degli oggetti e delle trasformazioni che l’autore aveva in mente**. Invece, sviluppa un’altra strategia. Prova a inferire direttamente dalla formulazione verbale del testo del problema l’operazione matematica necessaria».

(Nesher, 1980, p. 46, enfasi aggiunta)

La ricerca delle operazioni matematiche da effettuare a partire dal testo del problema può avvenire in diversi modi, tra i quali Sowder (1989, p. 104) identifica i seguenti: guardare i numeri (possono suggerire quale operazione utilizzare); provare tutte le operazioni e scegliere la risposta più ragionevole; cercare singole “parole chiave”; decidere se il numero nella risposta deve essere più piccolo o più grande dei numeri

2. Ad esempio Verschaffel et al. (2000, p. ix) scrivono: “*word problems* (or *verbal problems* or *story problems*)”, e Gerofsky (1996, p.36): “*word problems, or story problems*”.

dati (se più grande, provare sia l'addizione sia la moltiplicazione e decidere in base alla risposta più ragionevole; se più piccolo, provare sia la sottrazione sia la divisione scegliendo la più ragionevole). Pochi studenti, anche fra quelli capaci, dimostrano di utilizzare una strategia "matura": scegliere l'operazione in base al *significato* del testo, cioè alla situazione descritta, alla storia narrata. In altre parole, pochi studenti basano i loro processi di problem solving su una rappresentazione del problema.

Sowder (1989) osserva che gli studenti che usano le strategie sopra elencate riescono a risolvere correttamente molti, se non la maggior parte, dei problemi aritmetici a un'operazione. Anche Gerofsky (1996) afferma che spesso il processo di rappresentazione del problema non è essenziale per ottenere la soluzione corretta di un *word problem*. Guardando ai *word problems* come a un genere linguistico e letterario, l'autrice identifica una struttura basata su tre componenti:

- 1) una componente di "messa in scena", che definisce i personaggi e il luogo dov'è ambientata la storia;
- 2) una componente di "informazione", che dà le informazioni necessarie per risolvere il problema;
- 3) una domanda.

Gerofsky scrive:

«...la componente 1) di un tipico *word problem* è semplicemente un alibi, l'unico legame con la 'storia' di uno *story problem*. Essa introduce una situazione con un gruppo di personaggi, luoghi e oggetti, che generalmente è irrilevante per la scrittura e la risoluzione del problema aritmetico o algebrico incorporato nella componente successiva. In effetti, **troppa attenzione alla storia distrae gli studenti dal compito di traduzione in questione, portandoli a considerare fattori "estranei" della storia** piuttosto che a concentrarsi sull'estrapolazione delle variabili e operazioni dalle componenti 2) e 3), matematicamente più salienti».

(Gerofsky, 1996, p. 37, enfasi aggiunta)

Verschaffel et al. (2000) osservano che la descrizione fatta da Gerofsky sulla risoluzione dei *word problems* è

«(...) una descrizione di un approccio sbagliato alla risoluzione di un *word problem* – che (...) elude il modello della situazione e passa direttamente dal testo al modello matematico attraverso alcuni indicatori superficiali».

(Verschaffel et al., 2000, p.147)

De Corte e Verschaffel (1985), facendo riferimento all'enorme quantità di dati raccolti nel loro lavoro con allievi all'inizio della prima elementare, sostengono che la mancanza di costruzione di un'appropriata rappresentazione mentale di un *word problem* è in realtà un ostacolo per processi risolutivi corretti, e in quanto tale permette ai ricercatori di capire alcune risposte apparentemente assurde date dagli studenti. Secondo lo psicologo americano Richard Mayer (1982) uno dei maggiori contributi della psicologia cognitiva è proprio la distinzione del problem solving in due fasi: *rappresentazione* (comprensione del problema) e *soluzione*. La distinzione tra queste due fasi, osserva Mayer, non sempre è possibile, tuttavia ci suggerisce che le difficoltà osservate in attività di problem solving possono derivare da una inadeguata rappresentazione.

In definitiva, la fase di rappresentazione di un problema viene riconosciuta come momento essenziale ma allo stesso tempo critico del problem solving. I ricercatori da una parte sottolineano che il processo di rappresentazione può essere ostacolato da un testo eccessivamente conciso (che favorisce piuttosto l'attivazione di scorciatoie cognitive, come quelle descritte da Sowder), dall'altra sostengono che una storia troppo ricca può "distrarre" lo studente (Gerofsky, 1996).

I seguenti esempi, tratti da studi di ricerca italiani, sembrano confermare l'effetto distrattore:

1. All'interno di uno studio condotto da ricercatori dell'università di Modena sulle intuizioni probabilistiche di bambini del secondo e terzo anno di scuola elementare viene proposto il seguente problema (Zan, 2007, p.103):

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

Perché?

Alcuni bambini rispondono "arancia" con giustificazioni di questo tipo: "Perché gli piacciono di più"; "Perché ha guardato nel sacchetto"; "Se Matteo prendeva quella al limone, ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all'arancia".

2. Il seguente problema è stato sottoposto a studenti dalla seconda classe della scuola media alla quarta classe di scuola media superiore (Ferrari, 2003):

In una casa è stato rotto un vaso cinese. In quel momento si trovano in casa in 4 ragazzi: Angelo, Bruna, Chiara e Daniele. Al ritorno, la padrona di casa vuol sapere chi ha rotto il vaso e interroga i 4, uno alla volta. Ecco le dichiarazioni di ciascuno:

Angelo: «Non è stata Bruna»

Bruna: «È stato un ragazzo»

Chiara: «Non è stato Daniele»

Daniele: «Non sono stato io».

Sai scoprire chi è il colpevole? Attenzione, però: delle 4 testimonianze, 3 corrispondono alla verità mentre 1 è falsa.

Chi ha rotto il vaso cinese? Spiega come hai fatto a trovare la risposta.

Queste sono alcune delle risposte raccolte da Ferrari: "è stato Angelo perché non è discolpato da nessuno"; "è stata Chiara: non è nominata da nessuno perché vogliono coprirlo"; "è stato Daniele perché si discolpa, quindi probabilmente è stato lui".

Questi e altri studi riguardanti i *word problems* suggeriscono in definitiva che quando il contesto è molto povero (come generalmente è il caso di quelli citati in letteratura) gli studenti tendono a ignorare la storia e a inferire direttamente dal testo le operazioni da utilizzare. Invece, quando il contesto è molto ricco (come è il caso dei problemi di nonna Adele e del vaso cinese), gli studenti si confondono con fattori "estranei" (Gerofsky, 1996), e si "perdono" nella storia.

A questo proposito, Toom (1999, p. 38) osserva che il testo di un *word problem* dovrebbe essere “pulito da tutti i dati irrilevanti”.<sup>3</sup>

### 3 Gli story problems come problemi formulati da altri

Le considerazioni fatte fin qui sul ruolo della rappresentazione della situazione di un problema nel processo di risoluzione, ci portano a sottolineare una caratteristica nella risoluzione di un *word problem* che, a nostro parere, ha una grande rilevanza per comprendere il comportamento degli studenti.

La presenza di un testo, tipica di un *word problem*, è collegata a una caratteristica dei *word problems* che li rende profondamente diversi dai *problemi della vita reale*: colui che deve risolvere il problema (lo studente) è diverso da colui che lo propone (l'insegnante o il libro di testo). In altre parole, i problemi su cui gli studenti lavorano a scuola sono “proposti, e formulati, da un'altra persona” (Kilpatrick, 1987), e il testo (scritto) è il modo consueto in cui sono *posti*.

Dal fatto che i problemi scolastici sono *eteroposti* (cioè posti da altri) seguono alcune implicazioni importanti per il processo di comprensione di un problema.

La prima implicazione è la presenza di una domanda esplicita, con la funzione di comunicare a colui che risolve il problema quale deve essere il suo obiettivo: quando il problema è *autoposto* (cioè posto dalla stessa persona che lo deve risolvere) chi lo pone non ha bisogno di esplicitare il proprio obiettivo a chi lo risolve.

La seconda implicazione riguarda il particolare obiettivo che caratterizza coloro che pongono un *word problem*. Nesher (1980) sottolineando la natura stereotipata dei *word problems* aritmetici, evidenzia il ruolo giocato dalle intenzioni dell'autore del testo del problema:

«per ragioni di semplicità, le considerazioni qualitative e quantitative per un dato problema reale (*real problem*) sono già state fatte dall'autore del testo. (...) Egli ha in mente un'operazione matematica, o una struttura matematica con le cui applicazioni nella vita reale vorrebbe che gli studenti familiarizzassero. L'autore quindi sceglie uno dei contesti della vita reale e immagina una situazione (...) che richiederà l'applicazione della data struttura matematica (...). Per semplificarla per gli studenti, egli in seguito aggiunge, nella maniera più concisa, tutte le informazioni qualitative e quantitative necessarie per risolvere il problema, e giunge a una sorta di problema scolastico che possiede tutte le caratteristiche stereotipate già descritte».

(Nesher, 1980, p. 45)

Ad esempio, se l'autore ha in mente il problema:

Per coprire una distanza  $s$  a una velocità  $v_1$  è necessario un tempo  $t$ . Quanto tempo ci vuole per percorrere lo stesso spazio a una velocità  $v_2$ ?

3. Toom si riferisce qui a ciò che lui chiama problemi *non del mondo reale* (e che distingue dai problemi *realistici*), in cui il riferimento a oggetti concreti è finalizzato a rappresentare e introdurre nozioni matematiche astratte (Toom, 1999, p. 37).

può contestualizzarlo in una situazione di vita reale come:

John impiega 20 minuti per andare da casa al lavoro, viaggiando a 40km/h. Oggi è in ritardo e viaggia a una velocità di 50 km/h. Quanto tempo impiegherà?

In definitiva l'obiettivo sia del docente sia dell'autore del testo è *interno* alla matematica. Tuttavia, come afferma Cobb (1986):

«(...) c'è una grande discrepanza tra gli obiettivi che il docente pensa di porre agli studenti e quelli che gli studenti effettivamente cercano di raggiungere. In altre parole, il docente crede che gli studenti operino in un contesto matematico mentre i loro obiettivi generali sono di natura principalmente sociale anziché matematica».<sup>4</sup>

(Cobb, 1986, p. 8)

Cobb fa esplicito riferimento a un contesto "sociale", intendendo che l'attività degli studenti «è diretta verso l'obiettivo di ottenere o evitare determinate risposte dal docente» (Cobb, 1986, p. 8). Più in generale, egli afferma che «il contesto psicologico entro il quale si dà significato a una situazione può influenzare radicalmente i comportamenti successivi» (p. 2).

Nel caso di uno *story problem* il contesto psicologico coinvolto nella fase di rappresentazione richiede di «penetrare nella struttura profonda pragmatica» (Nesher, 1980, p. 46) della storia. La comprensione delle storie delle persone, delle loro ragioni, intenzioni, sentimenti è collegata a una forma di pensiero che Bruner (1986) definisce come *narrativo*, e che lo studioso giustappone al pensiero *paradigmatico* o *logico-scientifico*:

«La mia tesi è questa: ci sono due tipi di funzionamento cognitivo, due modi di pensare, ognuno dei quali fornisce un proprio metodo particolare di ordinamento dell'esperienza e di costruzione della realtà. Questi due modi di pensare, pur essendo complementari, sono irriducibili l'uno all'altro. (...) Il primo, quello paradigmatico o logico-scientifico, persegue l'ideale di un sistema descrittivo ed esplicativo formale e matematico. Esso ricorre alla categorizzazione o concettualizzazione, nonché alle operazioni mediante le quali le categorie si costituiscono, vengono elevate a simboli, idealizzate e poste in relazione tra loro in modo da costituire un sistema. (...) L'uso creativo dell'altro modo di pensare, quello narrativo, produce invece buoni racconti, drammi avvincenti e quadri storici credibili, sebbene non necessariamente «veri». Il pensiero narrativo si occupa delle intenzioni e delle azioni proprie dell'uomo o a lui affini, nonché delle vicissitudini e dei risultati che ne contrassegnano il corso».

(Bruner, 1986, trad. it., pp. 15-18)

La rappresentazione della situazione descritta nel *word problem* – la "storia" – richiede dunque allo studente di entrare in un contesto (nel senso di Cobb) che possiamo chiamare *narrativo*. In seguito, sulla rappresentazione di tale situazione dev'essere costruito il processo di risoluzione (e quindi la risposta), e in questo gioca un ruolo cruciale il pensiero logico.

4. Questa discrepanza emerge chiaramente dalle risposte date da alcuni bambini alla domanda "Cos'è per te un problema?" (Zan, 2007): "Un esempio di problema può essere quello di un problema matematico che non riesco a risolvere" [Simone, V primaria].

La distinzione tra le due fasi di *rappresentazione* e *risoluzione* così come anche il ruolo giocato dal pensiero narrativo e logico in queste fasi ci portano a distinguere tra le informazioni rilevanti per la rappresentazione (che potremmo chiamare *narrativamente rilevanti*), e le informazioni rilevanti per la risoluzione, ovvero per rispondere alla domanda (*logicamente rilevanti*). Il punto è che le informazioni di cui l'allievo ha bisogno per rappresentarsi il problema non sono necessariamente quelle che gli servono per risolverlo.

Ad esempio nel problema del vaso cinese il fatto che l'oggetto rotto fosse un vaso cinese è rilevante per la storia e quindi per il processo di rappresentazione (se invece di un vaso cinese si fosse rotto un semplice bicchiere la storia perderebbe di senso), anche se non è necessario per la soluzione.

L'importanza d'informazioni narrativamente rilevanti per risolvere il problema emerge chiaramente da uno studio condotto da D'Amore et al. (1995). Alunni tra la seconda elementare e la prima media dovevano riformulare il seguente problema: "Tre operai impiegano 6 giorni per completare un certo lavoro. Quanto ci impiegherebbero 2 operai per completare lo stesso lavoro?". Tutti i bambini hanno aggiunto un'informazione riguardante *la ragione per la quale* gli operai si riducevano da 3 a 2 (per esempio: "uno si è ammalato e perciò sono rimasti in 2"). Questa informazione era evidentemente rilevante per comprendere la storia, in particolare per cogliere la sua natura problematica e (di conseguenza) la sua relazione con la domanda. In uno studio successivo, che ho seguito per una tesi di laurea, alcuni bambini hanno commentato esplicitamente il testo originale come segue: "Non riesco a immaginare la scena perché non so qual è il loro lavoro", "Non capisco come rispondere alla domanda perché gli operai sono inizialmente in tre e poi diventano due, non è spiegato molto bene".

Il bisogno di collegare con una storia i due pezzi d'informazione ("3 operai fanno un certo lavoro" e "2 operai fanno lo stesso lavoro") emerge anche da molti disegni fatti dai bambini per rappresentare il problema:

Fra le informazioni rilevanti per la soluzione un ruolo fondamentale è svolto dalla domanda: per risolvere il problema, un bambino deve rappresentare la situazione ma *anche* comprendere il senso della domanda. Perciò, più la rappresentazione della situazione descritta evoca nel bambino la domanda, più la rappresentazione promuoverà la comprensione della domanda, necessaria per raggiungere la soluzione.



Figura 1  
Rappresentazione del  
problema dei 3 operai.

Particolarmente significativo da un punto di vista narrativo è dunque quel pezzo di informazione che consente al bambino di afferrare la natura problematica della storia e di cogliere il nesso esistente tra la storia stessa e la domanda posta.

Può anche accadere che i pezzi d'informazione necessari per risolvere il problema non siano consistenti dal punto di vista narrativo, e se sono inconsistenti, verranno probabilmente ignorati dagli allievi che leggono in modo narrativo.

Ad esempio, nel problema di nonna Adele la domanda finale ("È più semplice pescare una caramella all'arancia o al limone?") non è realistica da un punto di vista narrativo: si tratta di una domanda artificiosa, senza nessi significativi con la storia narrata. In effetti le risposte rilevate dimostrano che i bambini rispondono a una domanda differente,<sup>5</sup> oppure semplicemente completano la storia. Analogamente, nel problema del vaso cinese – che richiama la struttura narrativa di un "giallo" – il pezzo di informazione "Attenzione: delle 4 frasi, 3 sono vere mentre 1 è falsa" non è consistente da un punto di vista narrativo (chi può saperlo?) e tuttavia è un'informazione fondamentale per rispondere alla domanda.

In definitiva, affinché il pensiero narrativo possa sostenere, attraverso il processo di rappresentazione della storia, il pensiero logico, necessario per il processo di risoluzione, è importante che le informazioni necessarie per la risoluzione siano consistenti da un punto di vista narrativo e che le informazioni necessarie per la rappresentazione siano consistenti dal punto di vista logico, in particolare consistenti con la domanda posta.

In realtà la formulazione standard di *story problems* generalmente pone poca attenzione a questi aspetti.

Quando il contesto è estremamente povero, non ci sono sufficienti informazioni per rappresentare la storia: si potrebbe anche dire che a volte manca una storia vera e propria, dato che una dimensione essenziale delle storie è quella del tempo (Bruner, 1986). In particolare la domanda non segue in modo narrativo *dal* contesto, ma è piuttosto una domanda artificiosa *sul* contesto. Il ruolo del contesto in tal caso è ridotto a quello di contenitore dei dati necessari (e generalmente sufficienti) per poter rispondere alla domanda. Non può allora sorprendere che lo studente si concentri sulla domanda, mentre il contesto viene letto in relazione a quella domanda (in particolare selezionando parole chiave e dati numerici).

Un tipico esempio di una formulazione standard è il seguente:

Carlo compra un quaderno e due penne. Spende 2 €. Una penna costa 0,6 €.  
Quanto costa il quaderno?

Il contesto non è problematico, e non suggerisce una domanda "naturale". La domanda posta ("Quanto costa il quaderno?") è una domanda artificiosa *sul* contesto, e non una domanda che emerge in modo naturale *dal* contesto.

Al contrario quando il contesto è ricco, la ricchezza della storia promuove la messa in atto del pensiero narrativo, necessario per comprenderla. Non è però scontato che questa comprensione sostenga il processo di risoluzione, e in particolare la comprensione del senso della domanda. Se la domanda posta non è narrativamente coerente

5. Margaret Donaldson (1978) propone la stessa interpretazione, quando discute le risposte scorrette date dai bambini nelle prove tipiche di Piaget. Donaldson critica la struttura di quei test, in particolare indicando che la domanda ha poco 'significato' nel contesto sperimentale. La studiosa ipotizza che il fallimento di un bambino nel completare alcuni test tipici (riguardo il punto di vista, la conservazione, le sotto-classi) possa essere attribuito al fatto che il bambino risponde in realtà a una domanda diversa, più coerente con il contesto. In effetti, alcuni cambiamenti del contesto sperimentale finalizzati a far sì che la domanda diventi 'significativa' portano a un notevole aumento delle risposte corrette.

con la storia narrata, o se la storia contiene informazioni essenziali dal punto di vista logico ma incoerenti dal punto di vista narrativo, il pensiero narrativo attivato dalla storia non supporterà lo studente nella risoluzione del problema. Potrebbe addirittura essere un ostacolo nel processo di risoluzione, portando il bambino a rispondere a una domanda più adatta alla narrazione, o comunque a perdersi nel “bosco narrativo” (secondo la metafora di Umberto Eco (1994)) che abbiamo costruito per lui.

Nella nostra ipotesi questo è ciò che succede nel problema di nonna Adele così come in quello del vaso cinese. Infatti le risposte rilevate mostrano che gli allievi completano la storia in modo narrativo, indipendentemente dalla domanda posta o dai vincoli forniti: la storia della nonna con i nipoti, il “giallo” del vaso cinese. In questi casi sembra che si verifichi il fenomeno descritto da Cobb: il bambino lavora in un contesto – quello narrativo in questo caso – che si differenzia da quello logico matematico, atteso dall’insegnante. Se assumiamo questo punto di vista le risposte riportate sono pienamente legittime e non ha senso parlare di errore o addirittura di “mancanza di pensiero logico”.

A nostro parere questo è anche quello che può accadere con la formulazione del problema di John (“John impiega 20 minuti per andare da casa al lavoro, viaggiando a 40 km/h. Oggi è in ritardo e viaggia a una velocità di 50 km/h. Quanto tempo impiegherà?”). Alcuni studenti di scuola media superiore trovano questo problema difficile, perché “non ci sono dati sufficienti per rispondere”. Il fatto è che in questo caso il contesto rappresenta una situazione effettivamente problematica (John è in ritardo e deve andare al lavoro) che suggerisce una domanda “naturale”: “Ce la farà ad arrivare in orario?”. E per rispondere a tale domanda non ci sono dati sufficienti.

## 4 Conclusioni

---

La fase di comprensione di un problema è un momento cruciale e critico per il processo di risoluzione. La ricerca sui *word problems*, in particolare, evidenzia che da una parte il processo di comprensione può essere ostacolato da un testo troppo conciso, dall’altra che una storia descritta con molti dettagli può “distrarre” i bambini. Le nostre osservazioni suggeriscono una possibile interpretazione di questo fenomeno, che richiede ulteriori ricerche: le difficoltà evidenziate nei due casi sono dovute alla mancanza di coerenza tra le informazioni narrativamente rilevanti e quelle logicamente rilevanti, più che dalle caratteristiche del testo considerato come tale (conciso/ricco). Nel caso di un testo ricco che manca di questa coerenza, il pensiero narrativo attivato dal contesto non supporta il pensiero logico, necessario per dare la risposta: una conseguenza di questo è che il pensiero narrativo prevale e il bambino si perde in un “bosco narrativo”. Al contrario, in un problema “ben formulato” la storia descritta supporta e non ostacola la soluzione del problema stesso. Il seguente è l’esempio di una “buona formulazione” (in questo senso) del problema di Carlo:

Andrea deve comprare un quaderno ma non può andare in cartoleria. Chiede allora al suo amico Carlo di comprarlo per lui. Carlo oltre al quaderno per Andrea compra due penne, ognuna delle quali costa 0,6 €. In tutto spende 2 €.

Quando Carlo dà il quaderno ad Andrea, Andrea gli chiede: «Quanto ti devo dare per il mio quaderno?»

Come può fare Carlo a saperlo?

Date le finalità delle attività in classe con i *word problems*, l'insegnante (o l'autore del problema) pone la massima attenzione al processo di risoluzione e quindi alla domanda e alle informazioni necessarie per rispondere. Non dedica invece la stessa attenzione alla fase di rappresentazione e quindi alle informazioni di cui l'allievo ha bisogno per rappresentare il problema: le informazioni riguardanti la storia sono spesso considerate "dettagli irrilevanti", fonte di confusione piuttosto che di aiuto. In altre parole, l'attenzione di coloro che pongono il problema è tutta sulla struttura logica del problema, mentre la struttura narrativa non è sufficientemente considerata. Quindi, ciò che accade generalmente è che c'è una "frattura narrativa" nel testo del problema, cioè la domanda e le informazioni necessarie per la risoluzione non sono coerenti dal punto di vista della storia narrata.

Negli esempi che abbiamo esaminato questa frattura narrativa per lo più si verifica fra contesto e domanda (nonna Adele, il ritardo di John, il problema di Carlo), ma in generale può verificarsi anche all'interno del contesto stesso (come nel problema del vaso cinese).

L'analisi proposta in questo articolo si riferisce a *word problems* caratterizzati da una storia. Le nostre osservazioni suggeriscono anche che la ricerca sui *word problems* dovrebbe distinguere fra *word problems* e *story problems*, considerando questi ultimi come un caso particolare di *word problems* che merita una specifica attenzione. Sono quindi necessari studi mirati sugli *story problems*: in particolare, è possibile che il processo di comprensione sia favorito dalla presenza di una storia. Ad esempio, la dimensione temporale che caratterizza una storia è anche la principale differenza tra i problemi *statici* e *dinamici*, in cui si verifica un cambiamento, e la ricerca ha sottolineato che i problemi dinamici risultano essere più facili per i bambini rispetto a quelli statici (Nesher, 1980).

Un'altra implicazione delle nostre osservazioni è che due problemi logicamente equivalenti possono essere molto diversi da un punto di vista narrativo. Essere in grado di riconoscere la stessa struttura matematica in diversi *story problems* è un'abilità importante in matematica, che coinvolge il pensiero logico e che non può essere considerato come un prerequisito. È piuttosto un traguardo dell'educazione matematica, che richiede tempo e attenzione ai punti critici che abbiamo sottolineato. Il legame tra contesti e modalità di pensiero (logico/narrativo) da un lato, e tra contesti e obiettivi, dall'altro, come sottolineato da Cobb (1986), evidenzia un altro importante obiettivo per l'educazione matematica, a livello metacognitivo: educare gli studenti a riconoscere contesti in cui il pensiero logico è più adeguato ai propri scopi. Ma, ancora con Cobb, gli obiettivi di un individuo sono a loro volta collegati alle sue convinzioni, che «possono essere considerate come ipotesi sulla natura della realtà che sono alla base di un'attività orientata verso un obiettivo» (Cobb, 1986, p. 4). Questo collegamento mette in evidenza il ruolo delle convinzioni costruite dagli studenti attraverso l'interpretazione della propria esperienza.

Un'ultima osservazione. Anche se un compito di un'insegnante di matematica è quello di sviluppare il pensiero logico, a mio avviso il pensiero narrativo non deve essere considerato come un ostacolo al pensiero logico o in ogni caso come una mancanza di pensiero razionale. Può funzionare in contesti in cui il pensiero logico fallisce.

Ad esempio, il pensiero narrativo può dare senso a un problema logicamente assurdo. Nel problema conosciuto come "l'età del capitano" ("Ci sono 26 pecore e 10 capre su una nave. Quanti anni ha il capitano?") alcuni bambini rispondono sommando i nu-

meri trovati nel testo, e giustificano questo procedimento con argomenti come “forse il capitano ha ricevuto un animale come regalo di compleanno” (IREM de Grenoble, 1980), cioè costruiscono una *storia* grazie alla quale la risposta (e quindi la domanda) acquista un senso.

Analogamente, davanti al problema “In un prato ci sono 20 pecore, 7 capre e 2 cani. Quanti anni ha il pastore?” (logicamente, ma non narrativamente equivalente al precedente) un bambino risponde:

“Ho fatto un ragionamento particolare: se il pastore ha due cani per così pochi animali, forse uno dei due cani gli serve perché è cieco. Quindi deduco che potrebbe avere circa 70-76 anni”.

Possiamo davvero definire *irrazionale* questa risposta, frutto di un pensiero di tipo narrativo?

---

## Bibliografia

- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge: Harvard University Press (tr. it. *La mente a più dimensioni*, 2003, Bari, Laterza).
- Cobb, P. (1986). Contexts, Goals, Beliefs, and Learning Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 2-9.
- D'Amore, B., Franchini, D., Gabellini, G., Mancini, M., Masi, F., Pascucci, N., & Sandri P. (1995), La riformulazione dei testi dei problemi scolastici standard, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 18A, 2, 131-146.
- De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4, 3-21.
- Donaldson, M. (1978). *Children's minds*. London: Fontana Press (tr. it. *Come ragionano i bambini*, 2010, Milano, Springer).
- Eco, U. (1994). *Six walks in the fictional woods*. Cambridge, MA: Harvard University Press (tr. it. *Sei passeggiate nei boschi narrativi*, 2000, Milano, Bompiani).
- Ferrari, P. L. (2003). Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 26A, 4, 469-496.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For The Learning of Mathematics*, 16(2), 36-45.
- Greer, B., Verschaffel, L., & De Corte, E. (2002). “The answer is really 4.5”: Beliefs about word problems. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 271- 292.
- IREM de Grenoble (1980). *Bulletin de l'Association des professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, 323, 235-243.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In Schoenfeld, A. (ed.) *Cognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 123-147.

- Mayer, R. (1982) The Psychology of Mathematical Problem Solving. In F.L. Lester & J. Garofalo (Eds.) *Mathematical Problem Solving. Issues in Research*. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Nesher, P. (1980). The Stereotyped Nature of Word Problems. *For the Learning of Mathematics, 1*, 41-48.
- Schoenfeld, A. H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J.F. Voss, D.N. Perkins, & J.W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sowder, L. (1989). Searching for affect in the solution of story problems in mathematics. In McLeod & Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 104-113). New York: Springer.
- Toom, A. (1999). Word problems: Applications or mental manipulatives. *For the Learning of Mathematics, 19 (1)*, 36-38.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Milano: Springer.
- Zan, R. (2016). *I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Roma: Carocci.

**Traduzione di Romina Casamassa.**

---

**Autore / Rosetta Zan**

Dipartimento di Matematica – Università di Pisa, Italia

[rosetta.zan@unipi.it](mailto:rosetta.zan@unipi.it)