



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

TERÄSRISTIKON MITOITUSPERIAATTEIDEN VERTAILU

Teemu Turpeinen

YMPÄRISTÖTEKNIIKAN TUTKINTO- OHJELMA

Kandidaatintyö

Syyskuu 2023

TIIVISTELMÄ

Teräsristikon mitoitusperiaatteiden vertailu

Teemu Turpeinen

Oulun yliopisto, Ympäristötekniikan tutkinto-ohjelma

Kandidaatintyö 2023, 25 s. + 12 liitettä

Työn ohjaaja: Matti Kangaspuoskari

Tämän työn tarkoituksena on vertailla kahta tyypillisintä ristikon mitoitusperiaatetta, sauva- ja palkkimallia. Aluksi perehdytään aiheen kirjallisuuteen sekä ohjeistuksiin ja rajataan tutkimusongelman määrittelyjä niin, että se laajuuteensa nähden riittää tuottamaan vertailukelpoisia tuloksia.

Itse kokeellisessa osiossa, ristikon sauvavoimat ratkaistaan käyttäen sauva- sekä palkkimallia, jonka jälkeen suoritetaan yläpaarten mitoitus kahdella yllä mainitulla menetelmällä ja niiden tuottamilla arvoilla. Mitoituksia suoritetaan siis kaksi kappaletta. Apuna ristikon geometrian laadinnassa käytetään Autodeskin AutoCAD -ohjelman 2022-vuoden versiota, sauvavoimien ja mitoituksen vertailutuloksien saamiseksi Autodeskin Robot Structural Analysis Professional -ohjelman 2022-vuoden versiota sekä analyyttiseen ratkaisuun PTC Mathcad Prime 7.0 -ohjelmaa ja tarvittaessa Microsoft Excel-ohjelmaa.

Vaikka aiheesta onkin tarjolla paljon huomattavasti yksityiskohtaisempaa materiaalia, voi tämä työ tarjota sopivasti tietoa tiiviissä paketissa sekä apua aiheeseen tutustuvalle. Tulokset ovat sikäli yleishyödyllisiä, että sopivasti ongelman rajauksia ja lähtöarvoja muuttamalla, voi samaa menetelmää soveltaa muissakin vastaavanlaisissa analyyseissä.

Asiasanat: teräsristikko, tasoristikko, sauvamalli, palkkimalli

ABSTRACT

Comparison of the analysis principles of steel truss

Teemu Turpeinen

University of Oulu, Degree Programme of Environmental Engineering

Bachelor's thesis 2023, 25 pp. + 12 Appendixes

Supervisor: Matti Kangaspuoskari

The purpose of this bachelor's thesis is to compare the two of the most typical principles of analysis types for truss, method of joint and method of section. At first, we familiarize ourselves with the subject's literature and guidelines and narrow down the definitions of the research problem so that, given its scope, it is sufficient to produce comparable results.

In the experimental section, the rod forces of the truss are solved using two (say these) different methods, after which the analysis of the truss will be performed utilizing the two different methods mentioned above. Therefore, two analyses are performed. The 2022 version of Autodesk's AutoCAD program is used to help plan the geometry, the 2022 version of Autodesk's Robot Structural Analysis Professional program is used to obtain comparative results of rod forces and analysis, and the PTC Mathcad Prime 7.0 program and the Microsoft Excel program are used for the analytical solutions.

Even though there is much more detailed material available on the subject, this work can offer help to those familiar with the subject by gathering information to a compact form. The results are generally useful to the extent that by appropriately changing the boundaries and starting values of the problem, the same method can be applied in other similar analyses.

Keywords: steel truss, planar truss, force method analysis for 2- point axial members, force method analysis for 3- point non- axial members

ALKUSANAT

Työ tehtiin osana tekniikan kandidaatin tutkintoa Oulun yliopistossa. Tekeminen aloitettiin Marraskuussa 2022. Kiitos Matti Kangaspuoskarille hänen tarjoamastaan aiheesta sekä ohjauksesta.

Oulu, 18.9.2023

Teemu Turpeinen

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

ALKUSANAT

SISÄLLYSLUETTELO

MERKINNÄT JA LYHENTEET

1 Johdanto	8
2 Kattoristikon toiminta	9
3 Teoria	11
3.1 Eurokoodin ohjeistukset ristikon mitoitukseen.....	12
3.1.1 Puristus	12
3.1.2 Veto.....	12
3.1.3 Taivutusmomentti	13
3.1.4 Leikkaus sekä taivutus ja leikkaus.....	13
3.1.5 Nurjahduskestävyys.....	14
3.1.6 Vakiopoikkileikkauksisten sauvojen taivutus ja aksiaalinen puristus	16
4 Mallinnus ja analyysi	18
4.1 Rakennemallin kuvaus ja rajaukset.....	18
4.2 Sauvavoimien laskenta ja sauvamallin analyttinen tarkastelu	19
4.3 Palkkimallin analyttinen tarkastelu	20
4.4 Tarkastelu FEM:llä.....	21
5 Tulokset ja tulosten tarkastelu.....	22
6 Yhteenveto	24

LÄHDELUETTELO

LIITEET:

Liite 1. Rakennelaskelmat

MERKINNÄT JA LYHENTEET

A	profiilin poikkileikkauksen pinta-ala
A_v	leikkauspinta-ala
E	materiaalin kimmokerroin
FEM	lyhenne sanoista finite element method (suom. elementtimenetelmä)
I_y	poikkileikkauksen neliömomentti y- akselin suhteen
L	rakenneosan pituus
L_{cr}	nurjahduspituus
$N_{b,Rd}$	nurjahduskestävyyden mitoitusarvo
N_{cr}	nurjahdusvoima
$N_{c,Rd}$	puristuskestävyyden mitoitusarvo
N_{Ed}	aksaalisen kuormituksen mitoitusarvo
$N_{pl,Rd}$	plastisuusteorian mukainen vetokestävyyden mitoitusarvo
$N_{t,Rd}$	vetokestävyyden mitoitusarvo
$M_{c,Rd}$	taivutuskestävyyden mitoitusarvo
M_{Ed}	taivutusmomentin mitoitusarvo
$M_{pl,Rd}$	plastisuusteorian mukainen taivutuskestävyyden mitoitusarvo
$V_{c,Rd}$	leikkauskestävyyden mitoitusarvo
V_{Ed}	leikkausvoiman mitoitusarvo
$V_{pl,Rd}$	plastisuusteorian mukainen leikkauskestävyyden mitoitusarvo
$W_{el,y}$	poikkileikkauksen kimmainen taivutusvastus y- akselin suhteen
$W_{pl,y}$	poikkileikkauksen plastinen taivutusvastus y- akselin suhteen
f_y	teräsmateriaalin myötöraja
k	solmukohtien lukumäärä
s	sauvojen lukumäärä
Φ_y	nurjahduksen pienennyskerroimen laskemiseen käytettävä apukerroin
α	kattokaltevuus
α_s	ekvivalentin momentin kertoimen laskennassa käytettävä momenttisuhde
α_y	teräsprofiilin nurjahduksen epätarkkuuskerroin
γ_{M0}	poikkileikkauksen osavarmuus

γ_{M1}	varmuus sauvan stabiliteetille
λ_y	muunnettu hoikkuus valitussa suunnassa
ρ	taivutusmomenttikestävyyden mitoitusarvon pienennystekijä
χ_{LT}	kiepahduksen pienennyskerroin
χ_y	nurjahduksen pienennyskerroin

1 JOHDANTO

Kattoristikot ovat yleisesti rakennusteollisuudessa käytettyjä vesikaton kantavia rakenneosakokonaisuuksia, joiden pääasiallinen tehtävä on kantaa vesikattoon kohdistuvat kuormat. Tyypillisessä talorakentamisessa nämä kuormat ovat tavallisesti luonnonkuormia. Yleisesti ottaen, ristikko rakenteena on erittäin käytetty ja hyvin tunnettu systeemi. Sen analysoimiseen löytyy useampia sovellutuksia sekä tapoja. Tämän työn tarkoituksena on perehtyä niistä kahteen, palkki- ja sauvamalliin, ja koota yhteen alan aihetta käsittelevää kirjallisuutta sekä ohjeistuksia.

Ristikkorakenne on yleisesti jäykkä kokonaisuus, joka koostuu yksittäisistä komponenteista, sauvoista. Sauvat välittävät vain aksiaalisia kuormia ja yhdistyvät toisiinsa solmuiksi kutsutuissa pisteissä. Palkit taas kykenevät laskennallisesti kantamaan myös taivuttavia voimia, jolloin stabiliteettitarkastelusta tulee hieman monimutkaisempi kuin sauvan vastaavassa tarkastelussa. Tässä työssä mitoitetaan teräksinen kattoristikko sekä sauva- että palkkimallilla, ja vertaillaan niiden tuottamia tuloksia kantavuuden suhteen.

Aluksi suoritetaan lyhyt ja tärkeimmät seikat läpi käyvä katsaus aiheen kirjallisuuteen sekä eurokoodien antamiin ohjeistuksiin. Seuraavassa vaiheessa lasketaan ristikon sauvavoimat kahdella eri menetelmällä, jonka jälkeen suoritetaan ristikon mitoitus kahdella mainitulla rakennemallilla. Tarkastelut suoritetaan tarkoituksenmukaisella FEM-ohjelmalla, sekä tarpeellisilta osin käsin laskien, tietokoneavusteisesti.

Kandidaatintyön suppeasta laajuuden takia joudutaan ongelman reunaehdoja rajaamaan kohtalaisen paljon. Tärkeimmät rajaukset tulevat koskemaan kuormia, mitoitussuureiden laskentaa sekä itse mitoitusta. Näiden lisäksi tehdään muutamia helpottavia lisäoletuksia ja määrätään lähtöarvot ristikon dimensioiden, muodon sekä profiilien osalta. Prosessi on sikäli iteratiivinen, että käyttöaste pyritään pitämään lähellä 80 %:ia.

2 KATTORISTIKON TOIMINTA

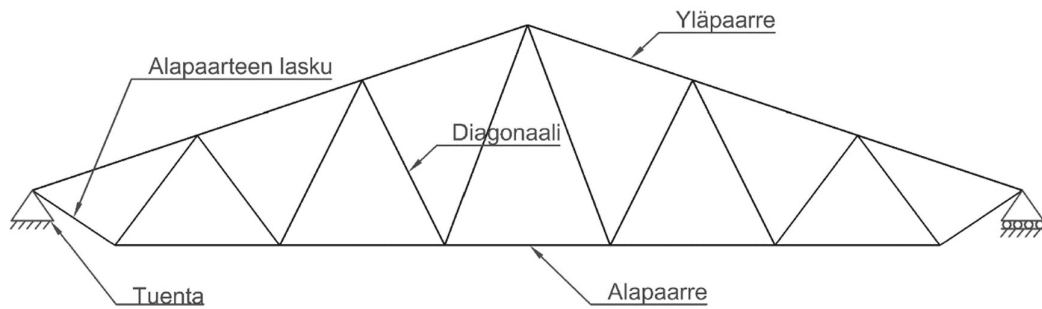
Ristikko koostuu ohuista suorista sauvoista, jotka on yhdistetty toisiinsa kitkattomilla nivelillä. Ulkoiset kuormitukset ajatellaan laskennallisesti vaikuttavan vain niveliin ja rakenteen tulee säilyttää geometrinen muotonsa näiden kuormien vaikuttaessa. Sauvoihin muodostuvat sisäiset sauvoimat ovat vain aksiaalissuuntaisia, joko puristusta tai vetoa. Useissa käytännön rakenteissa sauvojen liitokset ovat jäykkiä tai puolijäykkiä, mutta niitä voidaan laskennallisesti tarkastella ristikkoina, mikäli ne säilyttävät muotonsa, kun liitokset vaihdetaan kitkattomiksi niveliksi. (Jotuni ym. 1965 s. 124.)

Ristikkorakenteelle tunnusomainen piirre on, että se koostuu yhdestä tai useammasta kolmiosta. Ristikko voi olla tasoristikko tai avaruusristikko. Tasoristikossa tarkasteltavia dimensioita eli tasoja, joissa sauvoja esiintyy, on kaksi. Avaruusristikossa tarkasteltavia tasoja sitä vastoin on kolme. Käytännössä katsoen siis elävän elämän mitoitusilanteissa on lähes aina kyse avaruusristikoista. Ristikon tasotarkastelu antaa kumminkin useasti hyvän kuvan rakenteen kantavuudesta yleensä kriittisemmässä, eli tason, suunnassa. Yleisesti ottaen, ristikko rakenteena on erittäin käytetty ja hyvin tunnettu systeemi, jonka analysoimiseksi löytyy useampia sovellutuksia sekä tapoja.

Kattoristikot ovat yksi ristikon sovellutuksista. Ne ovat yleisesti rakennusteollisuudessa käytettyjä vesikaton kantavia rakenneosakokonaisuuksia, joiden pääasiallinen tehtävä on kantaa vesikattoon kohdistuvat kuormat. Tyypillisessä talorakentamisessa nämä kuormat ovat pääsääntöisesti luonnonkuormia sekä rakenteiden omaa painoa. Kattoristikot tukeutuvat seiniin tai pilareihin, jotka laskennallisesti ajatellaan joko seinämäisinä palkkeina tai pilareina, riippuen siitä, miten rakennus aiotaan toteuttaa. Kun kantavina rakenteina käytetään terästä, ristikot tukeutuvat yleensä pilareihin. Ristikko yhdessä pilarien kanssa muodostaa kehän.

Kuvassa 1 on nähtävillä eräs tyypillinen kattoristikkorakenne. Yläpaarre on lähinnä vesikattoa oleva osa. Siihen kiinnittyvät katon kuormaa tasaavat katto-orret, jotka kuvassa 1 kulkisivat kohtisuoraa kuvaa vastaan. Katto-orsiin kiinnittyy säiltä suojaava kerros, vesikate. Yläpaarteeseen kohdistuu ristikossa pääsääntöisesti suurin kuormitus. Se on tyypillisimmissä kuormatilanteissa puristuksen alaisena. Tästä syystä se onkin yleensä kriittisin ristikon osa. Diagonaalit ovat pystysuorasta poikkeavia sauvoja, jotka välittävät kuormia yläpaarteelta alapaarteelle. Samalla ne myös tukevat yläpaarretta ja estävät sitä

nurjahtamasta ristikon tasossa. Ne voivat olla joko vedon tai puristuksen alaisia. Alapaarre toimii ristikon pohjana. Se toimii yläpaarteiden vastinparina ja on yleensä vedon alaisena. Eri muotoisissa ristikossa, varsinkin saksityyppisessä, samaa virkaa voi ajaa vetotanko, jossa alapaarrekin on useasti puristuksen alaisena. Mikäli ristikkoon halutaan korkeutta ilman, että harjan korkeutta halutaan kasvattaa, voidaan alapaarre laskea tukien tasosta.



Kuva 1. Kattoristikko sekä sen osat nimettyinä.

3 TEORIA

Tässä työssä tarvittava teoria pohjaa sekä eurokoodiin, että yleisesti tunnettuihin statiikan sekä trigonometrian periaatteisiin. Jotta ristikon elimissä vaikuttavat sisäiset voimasuureet voidaan ratkaista käyttäen yleisimpiä menettelytapoja, täytyy ristikon olla liikkumaton ja staattisesti määrätty. Staattisesti määritellyllä ristikolla pätee

$$s = 2*k - 3 \quad (1)$$

jossa s on sauvojen lukumäärä ja
 k solmukohtien lukumäärä.

Sauvavoimien määrittämiseksi on useita menetelmiä, joita voidaan tarpeen vaatiessa myös yhdistellä. **Cremonan** menetelmässä ideana on, että ulkoiset voimat ja sisäiset voimasuureet pitävät toisensa tasapainossa. Tarkastelu lähtee liikkeelle valitsemalla solmu, jossa yhdistyy kaksi sauvaa sekä yksi tai useampi tunnettu ulkoinen voimasuure. Nämä voimasuureet voivat olla tukireaktioita ja/ tai kuormituksia. Sauvavoimien suuruus saadaan selville piirtämällä voimien suuruuksien pituiset, voimien ja sauvojen suuntaiset viivat, jotka yhdistyvät monikulmioksi. Piirtäminen aloitetaan aina samaan suuntaan, esimerkiksi myötäpäivään, lähtien liikkeelle tunnetuista voimista. **Ritterin** menetelmässä ristikko katkaistaan niin, että kolme sauvaa katkeaa. Näiden kolmen sauvan sauvavoimat pitävät yhdessä ulkoisten kuormien kanssa ristikon tasapainossa. Sauvavoimat saadaan selville jakamalla ne voimakomponentteihin ja hyödyntämällä analyyttisiä tasapainoehtoja; pysty- ja vaakasuuntaiset voimatasapainot sekä momenttitasapaino valitun pisteen suhteen, johon sauvat eivät kumminkaan ole liittyneet. (Jotuni ym. 1965 s. 25–26.)

Edellä mainittujen menetelmien lisäksi pysty- ja vaakasuuntaisia voimatasapainoja voidaan soveltaa yksittäisiin niveliin. Tällöin sauvavoimat jaetaan pysty- ja vaakasuuntaisiin komponentteihin ja muodostetaan suuntia vastaavat tasapainoyhtälöt, joissa myös ulkoiset voimat eli tuennat ja/ tai kuormitukset ovat mukana, mikäli niitä kyseiseen niveleen kohdistuu.

3.1 Eurokoodin ohjeistukset ristikon mitoitukseen

SFS-EN 1993-1-1:ssä ristikkorakennetta ei käsitellä erikseen omana mitoituskokonaisuutena. Sen sijaan puhutaan kehästä, joka tarkoittaa suoraan toisiinsa liitettyjä rakenneosia, jotka yhdessä kantavat niille tulevan kuorman. Tämän alle lukeutuvat sekä jäykkänurkkaiset kehät, että ristikkorakenteet. Sauvarakenteita on kolmea erityyppistä: osittain jatkuvia, jatkuvia sekä nivelrakenteisia (SFS-EN 1993-1-1 s.11). Esitellään seuraavaksi Eurokoodin mukaisia mitoitusperiaatteita tässä työssä tarvittavilta osin.

3.1.1 Puristus

Puristukselle voimassa oleva mitoitusehto on seuraavan lausekkeen mukainen

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2)$$

jonka puristusvoiman mitoitusarvon N_{Ed} tulee täyttää kaikissa puristetuissa poikkileikkauksissa. Puristuskestävyys $N_{c,Rd}$ lasketaan poikkileikkausluokissa 1,2 ja 3 kaavalla

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3)$$

missä A on tarkistettavan profiilin poikkileikkauksen pinta-ala,
 f_y on valitun teräsmateriaalin myötöraja ja
 γ_{M0} on poikkileikkauksen osavarmuus (SFS-EN 1993-1-1 s.53).

3.1.2 Veto

Vetovoimalle pätevä mitoitusyhtälö, jonka täytyy toteutua kaikissa vedetyissä poikkileikkauksissa, on muotoa

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \quad (4)$$

missä N_{Ed} on tässä tapauksessa vetovoiman mitoitusarvo ja $N_{t,Rd}$ on vetokestävyyden mitoitusarvo, joka lasketaan kaavalla

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}. \quad (5)$$

$N_{pl,Rd}$ on bruttopoikkileikkauksen plastisuusteorian mukainen vetokestävyyden mitoitusarvo, joka vastaa tässä tapauksessa $N_{t,Rd}$:tä, kun mitoittavat poikkileikkaukset eivät ole reiällisiä. (SFS-EN 1993-1-1 s.52)

3.1.3 Taivutusmomentti

Ehto taivutusmomentin mitoitusarvolle M_{Ed} saadaan lausekkeesta

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (6)$$

jossa $M_{c,Rd}$ on taivutusmomentin kestävyden mitoitusarvo. Poikkileikkausluokilla 1 ja 2 se vastaa plastisuusteorian mukaista arvoa $M_{pl,Rd}$, joka lasketaan kaavalla

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (7)$$

missä W_{pl} on plastinen taivutusvastus. (SFS-EN 1993-1-1 s.53)

3.1.4 Leikkaus sekä taivutus ja leikkaus

Leikkausvoiman mitoitusarvon V_{Ed} tulee täyttää mitoitusehto

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (8)$$

jossa $V_{c,Rd}$ on leikkauskestävyyden mitoitusarvo, joka voidaan asettaa vastaamaan plastisuusteorian mukaista arvoa $V_{pl,Rd}$, kun poikkileikkaukseen ei kohdistu vääntöä.

$V_{pl,Rd}$ lasketaan kaavalla

$$V_{pl.Rd} = \frac{A_v * \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right)}{\gamma_{M0}} \quad (9)$$

missä A_v on leikkauspinta- ala. (SFS-EN 1993-1-1 s.54)

Leikkausvoima pienentää taivutusmomenttikestävyyttä, mikäli leikkausvoima on suurempi kuin puolet plastisuusteorian mukaisesta leikkauskestävyydestä. Tämä otetaan huomioon SFS-EN 1993-1-1 s.57 mukaisesti pienentämällä leikkauspinta- alan myötörajaa kertomalla myötörajaa, f_y , $(1 - \rho)$:lla, jossa ρ lasketaan seuraavalla kaavalla, kun vääntö ei vaikuta poikkileikkaukseen

$$\rho = \left(\frac{2 * V_{Ed}}{V_{pl.Rd}} - 1\right)^2 \quad (10)$$

3.1.5 Nurjahduskestävyys

Puristetuilla sauvoilla puristusvoiman mitoitusarvolle N_{Ed} on voimassa ehto

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b.Rd}} \leq 1,0 \quad (11)$$

jossa nurjahduskestävyyden mitoitusarvo $N_{b.Rd}$ lasketaan, poikkileikkausluokissa 1, 2 ja 3 kaavalla

$$N_{b.Rd} = \frac{\chi * A * f_y}{\gamma_{M1}} \quad (12)$$

missä χ on nurjahduskestävyyden pienennystekijä ja γ_{M1} on varmuus rakenneosan stabiliteetille.

Nurjahduskestävyyden pienennystekijä χ saadaan kaavasta

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{kuitenkin aina } \chi \leq 1 \quad (13)$$

missä Φ saadaan lausekkeella

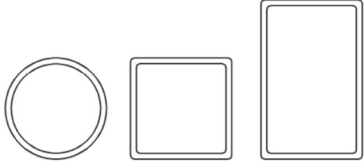
$$\Phi = 0.5 * (1 + \alpha * (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2) \quad (14)$$

missä α on nurjahduskäyrää vastaava epätarkkuustekijä ja $\bar{\lambda}$ on aksiaalisesti puristettujen sauvojen muunnettu hoikkuus.

Epätarkkuustekijä α valitaan taulukon 1 ja kuvan 2 perusteella.

Taulukko 1. Nurjahduskäyrien epätarkkuustekijät SFS-EN 1993-1-1:tä mukailten.

Nurjahduskäyrä	a ₀	a	b	c	d
Epätarkkuustekijä α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Poikkileikkaus		Rajat	Nurjahdus ko. akselin suhteen	Nurjahduskäyrä	
				S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Rakenneputket		Kuumamuovattu	Kaikki	a	a ₀
		Kylmämuovattu	Kaikki	c	c

Kuva 2. Nurjahduskäyrän valinta poikkileikkauksesta ja materiaalista riippuen SFS-EN 1993-1-1:tä mukailten soveltuvilta osin.

Aksiaalisesti puristettujen sauvojen muunnettu hoikkuus $\bar{\lambda}$ poikkileikkausluokissa 1, 2 ja 3 saadaan lausekkeella

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (15)$$

missä N_{cr} on kimmoteorian mukainen kriittinen nurjahdusvoima, joka saadaan yhtälöllä

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2} \quad (16)$$

missä E on materiaalin kimmokerroin,
 I poikkileikkauksen neliömomentti ja
 L_{cr} mitoitettavan sauvan kriittinen nurjahduspituus.

(SFS-EN 1993-1-1 s.61–64)

3.1.6 Vakiopoikkileikkauksisten sauvojen taivutus ja aksiaalinen puristus

SFS-EN 1993-1-1 mukaan muun muassa neliöprofiili ei ole altis kiepahdukselle, jolloin kiepahdus voidaan tämän työn mukaisen tarkastelun osalta jättää huomiotta. Tällöin kiepahduksen pienennystekijä χ_{LT} saa arvon 1.

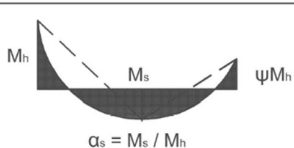
Sauvojen, jotka on kuormitettu aksiaalisella puristuksella sekä taivutuksella, tulee täyttää seuraavanlainen yhtälö, joka on sievennetty tarkoituksenmukaiseen muotoon, kun taivutusta on vain yhdessä suunnassa ja käytetään tarkoituksenmukaisia nurjahduspituuksia

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{y} \cdot N_{Rk}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (17)$$

missä N_{Rk} ja $M_{y,Rk}$ ovat poikkileikkausluokan sallimia mitoituskestävyyksiä ja k_{yy} on yhteisvaikutustekijä, joka lasketaan taulukon 2 ja kuvan 3 mukaisesti. (SFS-EN 1993-1-1 s.69–70)

Taulukko 2. Yhteisvaikutustekijän kaavat sauvoille, jotka eivät ole vääntömuodonmuutoksille alttiita, soveltuvilta osin SFS-EN 1993-1-1 liite B mukaillen.

Yhteisvaikutustekijä	Poikkileikkaus-tyyppi	Suunnitteluoletukset	
		Kimmenteorian mukaiset poikkileikkausominaisuudet, poikkileikkausluokat 3 ja 4	Platisuusteorian mukaiset poikkileikkausominaisuudet, poikkileikkausluokat 3 ja 4
k_{yy}	I-profiilit	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Ek}} \frac{1}{\gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Ek}} \frac{1}{\gamma_{M1}} \right)$
	Suora-kaideputket	$\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Ek}} \frac{1}{\gamma_{M1}} \right)$	$\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Ek}} \frac{1}{\gamma_{M1}} \right)$

Momenttipinta	Alue		C_{my} ja C_{mz} ja C_{mLT}	
			Tasan jakaantunut kuormitus	Pistemäinen kuormitus
 <p>$\alpha_s = M_s / M_h$</p>	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$

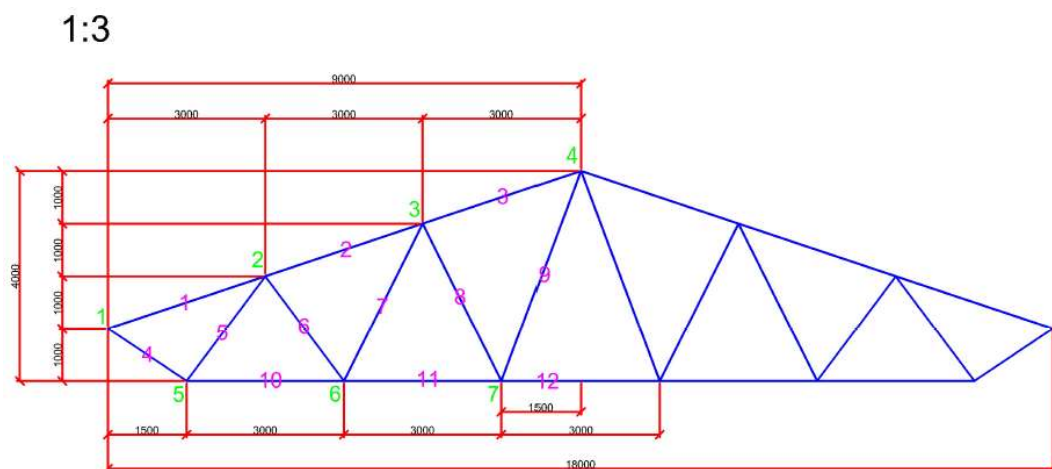
Kuva 3. Ekvivalentin momentin kertoimen laskenta, soveltuvilta osin SFS-EN 1993-1-1 liite B mukaillen.

4 MALLINNUS JA ANALYYSI

4.1 Rakennemallin kuvaus ja rajaukset

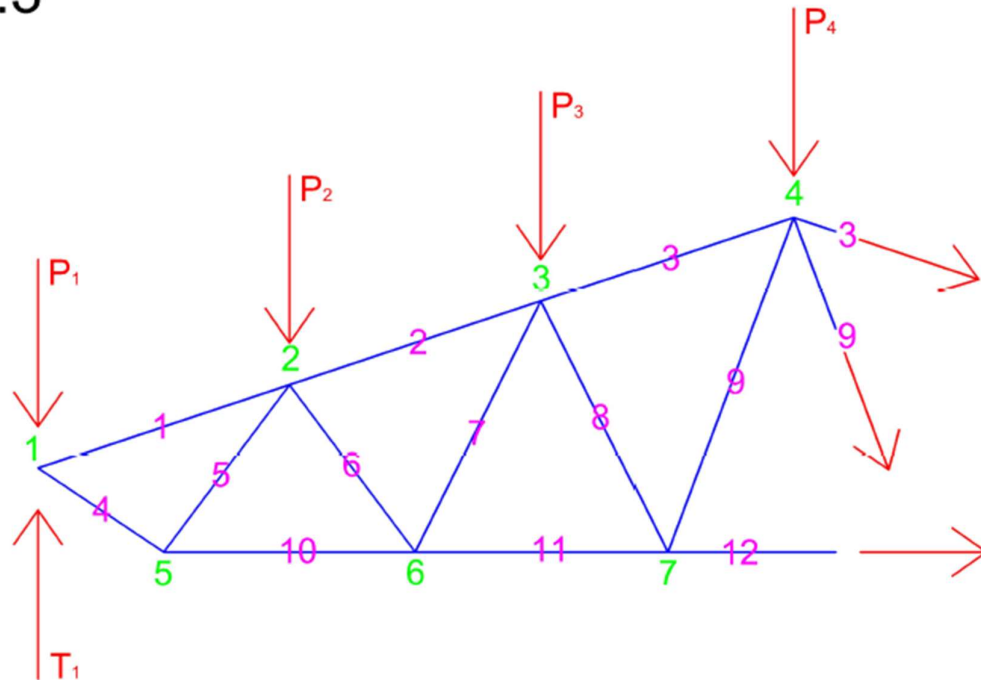
Ensimmäinen tärkeä rajausta tehdään ristikon muodon ja dimensioiden osalta. Jänneväliksi valitaan 18 m ja korkeudeksi koko ristikolle 4 m. Ristikko tukeutuu päistään pilareihin, joita ei kumminkaan mallinneta. Sen sijaan ne otetaan huomioon nivelellisinä tukina. Alapaarre laskee tukien tasosta 1 m:n, jolloin ristikon harja nousee 3 m tukien tasosta.

Ristikko on malliltaan kuvassa 4 esitetty K-ristikko, jossa alapaarre on laskettu räystäään tasosta. K-ristikossa diagonaalien väleihin ei tule pystytukia, ja diagonaalit lähtevät solmusta vastakkaisiin suuntiin. Lisäksi kyseessä on tasoristikko. Ristikon sauvojen profiileiksi valitaan teräksiset neliöputket. Profiileja ei aleta liiaksi optimoimaan. Tässä työssä ei suoriteta rakenteen liitosten mitoitusta eikä rakenteen palomitoitusta. Ristikko ajatellaan ideaaliseksi siltä osin, että sauvojen profiilien keskiviivat kohtaavat solmuissa, jolloin vältytään epäkeskisyyksiltä. Myös tuenta tapahtuu solmussa. Yläpaarteella oletetaan olevan katto-orret, jotka tuovat ulkoisen kuorman ristikolle kuvan 5 mukaisesti. Ne liittyvät ristikkoon yläpaarteen solmujen kohdissa, jolloin kiepahduspituus on yläpaarteen solmuväli, ja kiepahdus voidaan jättää tarkastelematta. Samalla ne toimivat myös nurjahdustukina. Palkkimallissa sauvoissa, joissa on taivutusmomentti, taivutus käsitellään vain yhden akselin suhteen. Käyttöaste pyritään pitämään lähellä 80 %:a.



Kuva 4. Kuva ristikosta tärkeimpine mittoineen sekä sauvat ja solmut numeroituna.

1:3



Kuva 5. Ristikon puolikkaan vapaakappalekuvio, jossa sauvat ja solmut numeroituna.

4.2 Sauvavoimien laskenta ja sauvamallin analyttinen tarkastelu

Sauvavoimien laskennassa hyödynnettiin ristikon symmetriaa, ja katkaistiin rakenne pystysuunnassa harjan, eli solmun 4, kohdalta. Sauvojen pituudet määritettiin trigonometriaa hyödyntäen, ennalta päätettyjä dimensioita käyttäen. Kuormitukset yläpaarten solmuille saatiin kertomalla ennalta päätettyä viivakuormitusta kunkin solmun kuormitusalueella. Ristikon päihin kohdistuvat tukivoimat saatiin koko rakenteen pystysuuntaisesta voimatasapainosta. Kuvasta 5 nähtävillä solmuille 2, 3 ja 4 saatiin kuormituksiksi 54 kN. Solmulle 1 saatiin kuormaksi puolet tuosta arvosta eli 27 kN ja tukivoimaksi 162 kN.

Sauvavoimien laskemiseksi sauvat jaettiin vaaka- ja pystysuuntaisiin voimakomponentteihinsa trigonometriaa hyödyntäen. Puolikkaasta ristikosta muodostettiin vapaavoimakuvio, jossa vaikuttavina voimina olivat ulkoiset kuormitukset sekä kolme katkaistua sauvaa. Positiiviset suunnat päätettiin seuraavasti;

momenttitasapainoissa vastapäivään, pystysuuntaisissa ylöspäin sekä vaakasuuntaisissa oikealle. Sekaannusten välttämiseksi pidättydyttiin päätetyissä suunnissa läpi koko tarkastelun. Ensimmäinen sauvavoima, sauva 12, saatiin momenttitasapainoehdosta solmun 4 suhteen. Seuraavat sauvavoimat, sauvat 3 ja 9, saatiin vaaka- ja pystysuuntaisten voimatasapainojen yhtälöparin avulla. Loput sauvavoimat saatiin toistamalla samat pysty- ja vaakasuuntaiset tasapainot solmu kerrallaan, kunnes kaikki sauvavoimat saatiin selvitettyä.

Teräslaaduksi valittiin rakenneteräs S355, jonka materiaaliominaisuudet määräytyvät SFS-EN-10219-1 -standardin mukaan. Profiileiksi sauvoille valittiin 100*100*5 mm³, jolle poikkileikkausarvot saatiin SSAB Domex Tube rakenneputket -käsikirjasta. Todellisessa mitoituksessa tämä olisi tarpeettoman järeä suurimmalle osalle sauvoja ja tasapaksujen pararelitosten toteutus muodostuisi haasteelliseksi.

Sauvamallissa yläpaarre mitoitetaan nurjahduksen suhteen. Taulukosta 2 nähdään, että suurin, eli mitoittava, puristusvoima yläpaarteelle saatiin sauvasta 2. Valitulle profiilille laskettiin puristuskestävyys yhtälön (3) mukaisesti ja tarkistettiin puristuskestävyys ehdolla (2). Mitoitusta varten laskettiin nurjahduskestävyys. Putkiristikossa paarteen nurjahduspituus ristikon tasossa on uumasauvojen etäisyys kerrottuna 0,9:llä. Tätä pituutta käyttäen laskettiin kriittinen nurjahdusvoima kaavalla (16), apukerroin kaavalla (14) ja nurjahduksen pienennystekijä lausekkeella (13), josta edelleen nurjahduskestävyys lausekkeella (16). Mitoitettavaa puristusvoimaa verrattiin nurjahduskestävyyteen yhtälön (11) mukaisesti, ja todettiin, että mitoitusehto täyttyy ja profiili kestää kuormituksen.

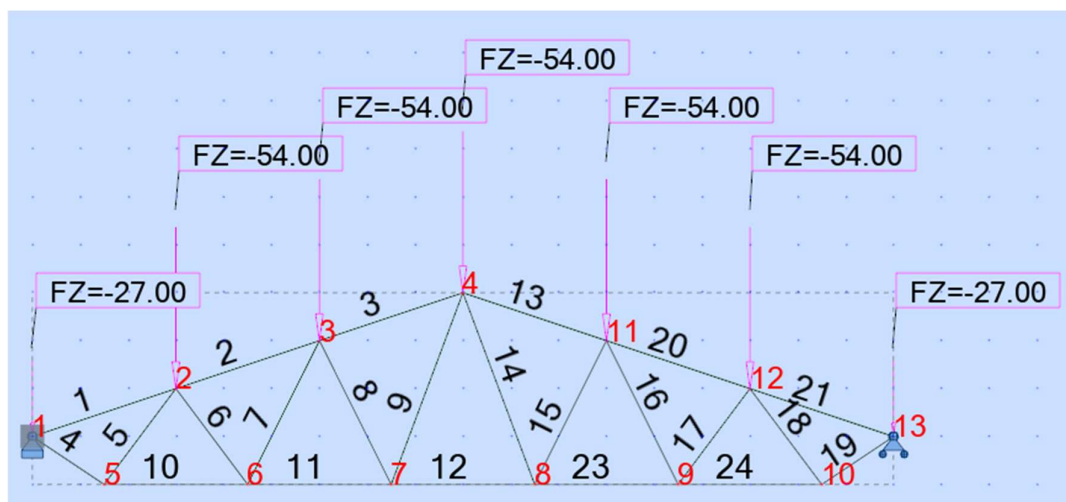
4.3 Palkkimallin analyttinen tarkastelu

Palkkimallissa kuormitus asetettiin yläpaarteelle pistevoimien sijaan viivakuormana. Tämän kuormituksen suuruus oli 18 kN/m, jonka yhteenlaskettu ristikolle aiheuttaman kuorma vastasi sauvamallin pistekuormia. Yläpaarre ja alapaarre mallinnettiin, taivutusmomentin vaikutusten tarkastelemiseksi, yhtenäisinä.

Mitoitus eteni puristuksen ja nurjahduksen osalta kuten sauvamallissa. Mitoittava taivutusmomentti saatiin katkaisemalla yläpaarre solmuväliltä ja laskemalla tälle sauvalle tuki- sekä kenttämomentit, joista suurempi muodostui mitoittavaksi. Taivutusmomentin mitoitusarvoa verrattiin ehdon (6) mukaisesti yhtälöllä (7) laskettuun plastisuusteorian mukaiseen taivutusmomenttikestävyuden mitoitusarvoon. Lisäksi laskettiin mitoittava leikkausvoima sekä lausekkeella (9) leikkausvoiman mitoituskestävyys. Suoritettiin kohdan 3.1.4 mukainen vertailu ja todettiin, ettei leikkausvoima pienennä taivutusmomenttikestävyttä. Yhteisvaikutusyhtälöä varten laskettiin kuvien 2 ja 3 mukaisesti yhteisvaikutustekijä. Tämän jälkeen lausekkeella (17) todettiin, että profiili kestää myös palkkimallin mukaisen tarkastelun.

4.4 Tarkastelu FEM:llä

Ristikosta luotiin 2D- malli Autodesk:n Robot Structural Analysis Professional 2022 -ohjelmalla. Ristikon sauvat numeroitiin Robot:ssa käsinlaskentaa vastaaviksi. Toinen ristikon tuista mallinettiin nivelellisenä ja toinen pystysiirtymän estävänä. Näin reunaehdot saatiin staattisesti määrättyä tapausta vastaaviksi. Kuvan 6 mukaisesti sauvamallissa nivelillä asetettiin laskelmien mukaiset viivakuorman resultantit pistekuormituksina. Lisäksi määrättiin sauvat kantamaan kuormia vain aksiaalissuunnissa.



Kuva 6. Kuva Robot Structural Analysis- ohjelman laskentamallista.

5 TULOKSET JA TULOSTEN TARKASTELO

Ongelman ratkaisun tuloksina saatiin kuvien 7 ja 8 mukaiset sauvavoimat sauva- sekä palkkimallilla Robot Structural Analysis- ohjelmalla ratkaistuna. Kuten huomataan, palkkimallin tuottamat tulokset poikkeavat sauvamallia vastaavista. Palkkimallissa sauva 23 vastaa sauvamallin sauvoja 1, 2 ja 3 sekä sauva 25 sauvamallin sauvoja 10, 11 ja 12. Nämä tulokset ovat koottuina yhdessä analyttisen ratkaisun kanssa taulukossa 3.

Member/Node/Case	FX (kN)	FZ (kN)	MY (kNm)
1/ 1/ 2	142,30	N/A	N/A
1/ 2/ 2	142,30	N/A	N/A
2/ 2/ 2	221,99	N/A	N/A
2/ 3/ 2	221,99	N/A	N/A
3/ 3/ 2	207,36	N/A	N/A
3/ 4/ 2	207,36	N/A	N/A
4/ 1/ 2	-162,25	N/A	N/A
4/ 5/ 2	-162,25	N/A	N/A
5/ 5/ 2	112,50	N/A	N/A
5/ 2/ 2	112,50	N/A	N/A
6/ 2/ 2	-13,50	N/A	N/A
6/ 6/ 2	-13,50	N/A	N/A
7/ 6/ 2	12,07	N/A	N/A
7/ 3/ 2	12,07	N/A	N/A
8/ 3/ 2	43,12	N/A	N/A
8/ 7/ 2	43,12	N/A	N/A
9/ 7/ 2	-41,19	N/A	N/A
9/ 4/ 2	-41,19	N/A	N/A
10/ 5/ 2	-202,50	N/A	N/A
10/ 6/ 2	-202,50	N/A	N/A
11/ 6/ 2	-216,00	N/A	N/A
11/ 7/ 2	-216,00	N/A	N/A
12/ 7/ 2	-182,25	N/A	N/A
12/ 8/ 2	-182,25	N/A	N/A

Kuva 7. Sauvavoimat sauvamallilla Robot Structural Analysis- ohjelmasta.

Member/Node/Case	FX (kN)	FZ (kN)	MY (kNm)
4/ 12/ 3	-178,03	N/A	N/A
4/ 11/ 3	-178,03	N/A	N/A
5/ 11/ 3	123,18	N/A	N/A
5/ 1/ 3	123,18	N/A	N/A
6/ 1/ 3	-9,58	N/A	N/A
6/ 6/ 3	-9,58	N/A	N/A
7/ 6/ 3	8,97	N/A	N/A
7/ 2/ 3	8,97	N/A	N/A
8/ 2/ 3	45,89	N/A	N/A
8/ 7/ 3	45,89	N/A	N/A
9/ 7/ 3	-44,01	N/A	N/A
9/ 3/ 3	-44,01	N/A	N/A
14/ 3/ 3	-44,01	N/A	N/A
14/ 8/ 3	-44,01	N/A	N/A
15/ 8/ 3	45,89	N/A	N/A
15/ 4/ 3	45,89	N/A	N/A
16/ 4/ 3	8,97	N/A	N/A
16/ 9/ 3	8,97	N/A	N/A
17/ 9/ 3	-9,58	N/A	N/A
17/ 5/ 3	-9,58	N/A	N/A
18/ 5/ 3	123,18	N/A	N/A
18/ 10/ 3	123,18	N/A	N/A
19/ 10/ 3	-178,03	N/A	N/A
19/ 13/ 3	-178,03	N/A	N/A
23/ 12/ 3	163,30	21,47	-0,00
23/ 3/ 3	213,46	-27,72	-14,99
24/ 13/ 3	163,30	21,47	0,0
24/ 3/ 3	213,46	-27,72	-14,99
25/ 11/ 3	-222,04	0,20	-0,00
25/ 10/ 3	-222,04	-0,20	0,00

Kuva 8. Sauvavoimat palkkimallilla Robot Structural Analysis- ohjelmasta.

Taulukko 3. Sauvavoimat analyytisesti ja FEM- ohjelmalla ratkaistuna.

Sauva	Analyytinen [kN]	Sauva FEM [kN]	Palkki FEM [kN]	Voiman laatu
1	142,30	142,30	163,30	puristusta
2	221,99	221,99	213,46	puristusta
3	207,36	207,36	213,46	puristusta
4	162,25	162,25	178,03	vetoa
5	112,50	112,50	123,18	puristusta
6	13,50	13,50	9,58	vetoa
7	12,07	12,07	8,97	puristusta
8	43,12	43,12	45,89	puristusta
9	41,19	41,19	44,01	vetoa
10	202,50	202,50	222,04	vetoa
11	216,00	216,00	222,04	vetoa
12	182,25	182,25	222,04	vetoa

Sauvamallin mitoituksen tuloksena saatiin yläpaarteen sauvalle murtorajatilan mukaiseksi käyttöasteeksi 68,58 % (liite 1, s.9). Palkkimallin yhteisvaikutusyhtälön mitoituksessa vastaava käyttöaste oli 77,78 % (liite 1, s.12). Kun vertaillaan näitä tuloksia keskenään

$$\frac{77,78 - 68,58}{77,78} = 0,118$$

voidaan todeta, että tässä tapauksessa sauvamallin tuottama käyttöaste on 11,8 % palkkimallin tuottamaa käyttöastetta pienempi.

6 YHTEENVETO

Ristikon mitoitukseen ei rakennusteollisuudessa ole yhtä vakiintunutta tapaa. Kuten tämä työ osoittaa, voidaan samaan tapaukseen, menetelmästä riippuen, saada toisistaan huomattavastikin poikkeavia lopputulemia. On rakennesuunnittelijan vastuulla olla tietoinen eri mitoitusmenetelmistä ja tarpeen vaatien pystyttävä suorittamaan tarkastelu niiden mukaisesti niin käsin laskien, kuin ohjelma-avusteisestikin, sekä kyettävä tulkitsemaan näiden tuottamia tuloksia luotettavasti. Lähtökohtaisesti, se ratkaisu, joka tuottaa huonoimman kestävyuden, tulisi olla mitoittava.

Sauvavoimat saatiin analyttisesti ratkaistua käyttämällä Ritterin menetelmää sekä nivelten tasapainoa. Sauvavoimien laskeminen käsin on sekä työlästä, että erittäin virheherkkää. Tämän lisäksi sauvavoimat ratkaistiin Robot Structural Analysis Professional 2022 -ohjelmalla, jonka laskenta perustuu elementtimenetelmään. FEM-ohjelmalla laskeminen on huomattavasti nopeampaa, mutta mahdollisten virheiden huomaaminen ja huomioonottaminen saattaa helposti jäädä huomiotta. Tässä työssä suoritettu tarkastelu on sen verran yksinkertainen, että tulokset on helppo saada täsmäämään, jolloin voidaan varmistua niiden oikeellisuudesta. Kumminkin tosielämän tilanteissa analyttinen ratkaiseminen voi koitua niin suureksi urakaksi, ettei sitä ole järkevää täydessä laajuudessa suorittaa. Tällöinkin on kumminkin jollain konstilla varmistuttava siitä, että tulosten suuruusluokat ovat oikein, ja että tulokset ovat niin luotettavia, että niiden pohjalta voidaan rakenteet toteuttaa.

Toinen osa oli mitoittaa ristikko, tai tässä tapauksessa yläpaarre, sauvamallin ja palkkimallin mukaisesti, ja vertailla näiden tuottamia tuloksia keskenään. Sauvamalli on huomattavasti suppeampi ja yksinkertaisempi, ja se tuottaa myös yleensä epävarmemman tuloksen, kuten nytkin kävi. Palkkimallissa kuormitukset tulevat paremmin huomioiduksi niin, miten ne todellisuudessaakin vaikuttaisivat, ja näin ollen antaa kriittisemmän tuloksen. Jotta sauvamalli kykenisi laskennallisesti kuvaamaan todellista tilannetta, täytyy myös toteutuksen olla suunnitelmia vastaava. Tämä onnistuu esimerkiksi niin, että kuormat tuodaan katto-orsien kautta ristikon yläpaarteen solmuille niin, ettei kuorma pääse kohdistamaan sauvan osalle taivuttavaa voimaa.

LÄHDELUETTELO

Jotuni, P., Ryti H. & Pöyhönen O., 1965. Tekniikan käsikirja - yleiset perusteet. 8. uusittu ja lisätty painos. Jyväskylä: K.J. Gummerus Osakeyhtiön kirjapainossa, 594 s. ISBN 9512010

SFS-EN 1993-1-1, 2005. Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-3: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Helsinki: Suomen standardisoimisliitto SFS, 101 s.

SSAB Europe Oy, 2016. Domex Tube Rakenneputket EN 1993- käsikirja [verkkodokumentti]. Keuruu: Otavan Kirjapaino Oy. Saatavissa: <https://www.ssab.com/fi-fi/brandit-ja-tuotteet/terasluokat/rakenneputket/kasikirjat> [viitattu 16.8.2023]. 690 s.

Rakennelaskelmat

Dimensiot ja kuormitukset

Liite 1 (1)

Ristikön dimensiot

Jänneväli: $l := 18 \text{ m}$
 Puolikkaan ristikön pituus: $l_{\text{puoli}} := l \cdot 0.5 = 9 \text{ m}$

Koko ristikön korkeus: $h := 4 \text{ m}$
 Alaslaskun korkeus: $h_2 := 1 \text{ m}$
 Yläpaarteen nousu: $h_1 := h - h_2 = 3 \text{ m}$

Kaltevuus (kaltevuussuhde 1:3): $\alpha := \text{atan}\left(\frac{1}{3}\right) = 18.43 \text{ deg}$

Yläpaarteen pituus: $l_{\text{YP}} := \frac{h_1}{\sin(\alpha)} = 9.49 \text{ m}$

Alapaarteen pituus: $l_{\text{AP}} := 15 \text{ m}$

Solmuväli: $sv_1 := 3 \text{ m}$
 Päiden lyhyempi solmuväli/
 solmuvälin puolikas: $sv_2 := 1.5 \text{ m}$

Korkeus alapaarteelta solmuun 2: $h_{2,2} := \tan(\alpha) \cdot sv_1 + h_2 = 2 \text{ m}$
 Korkeus alapaarteelta solmuun 3: $h_{2,3} := \tan(\alpha) \cdot sv_1 \cdot 2 + h_2 = 3 \text{ m}$
 Korkeus alapaarteelta solmuun 4: $h_{2,4} := h = 4 \text{ m}$

Sauvojen pituudet

Hyödynnetään symmetriaa ja katkaistaan ristikko pystysuunnassa harjan (eli solmuun 4) kohdalta. Numerointi CAD:ssa (vihreä). Solmujako vaakasuunnassa 3m;

1- sauva: $l_1 := \sqrt{sv_1^2 + (h_{2,2} - h_2)^2} = 3.16 \text{ m}$

2- sauva: $l_2 := l_1 = 3.16 \text{ m}$

3- sauva: $l_3 := l_1 = 3.16 \text{ m}$

Tarkistus: $l_1 + l_2 + l_3 - l_{\text{YP}} = 0 \text{ m}$

4- sauva: $l_4 := \sqrt{sv_2^2 + h_2^2} = 1.8 \text{ m}$

5- sauva: $l_5 := \sqrt{sv_2^2 + (h_2 + \sqrt{l_1^2 - (sv_1)^2})^2} = 2.5 \text{ m}$

6- sauva: $l_6 := l_5$

7- sauva: $l_7 := \sqrt{sv_2^2 + (h_2 + 2 \cdot \sqrt{l_1^2 - (sv_1)^2})^2} = 3.35 \text{ m}$

8- sauva: $l_8 := l_7$

9- sauva: $l_9 := \sqrt{sv_2^2 + h^2} = 4.27 \text{ m}$

10- sauva: $l_{10} := sv_1 = 3 \text{ m}$

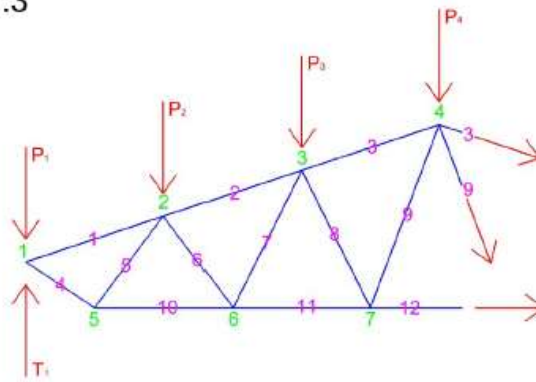
Rakennelaskelmat

11-sauva:	$l_{11} := l_{10} = 3 \text{ m}$
12-sauva:	$l_{12} := \frac{l_{10}}{2} = 1.5 \text{ m}$
Kuorma:	$p_{Ed} := 18 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
Kuorman kokonaisarvo:	$P_{Ed} := p_{Ed} \cdot l = 324 \text{ kN}$
Kuormat solmuille (numerointi CADissä):	$P_1 := p_{Ed} \cdot sv_2 = 27 \text{ kN}$
	$P_2 := p_{Ed} \cdot sv_1 = 54 \text{ kN}$
	$P_3 := P_2 = 54 \text{ kN}$
	$P_4 := p_{Ed} \cdot sv_1 = 54 \text{ kN}$
Solmun 1 tukivoima:	$T_1 := \frac{P_{Ed}}{2} = 162 \text{ kN}$

Liite 1 (2)

Sauvavoimat

1:3



Rakennelaskelmat

Sauvavoimat

Liite 1 (3)

Sauvojen x- ja y- suuntaiset komponentit vinosauvoille

$$F_{9,x} = F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9}$$

$$F_{9,y} = F_9 \cdot \frac{h}{l_9}$$

$$F_{8,x} = F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8}$$

$$F_{8,y} = F_8 \cdot \frac{h_{s2}}{l_8}$$

$$F_{7,x} = F_7 \cdot \frac{sv_2}{l_7}$$

$$F_{7,y} = F_7 \cdot \frac{h_{s2}}{l_7}$$

$$F_{6,x} = F_6 \cdot \frac{sv_2}{l_6}$$

$$F_{6,y} = F_6 \cdot \frac{h_{s2}}{l_6}$$

$$F_{5,x} = F_5 \cdot \frac{sv_2}{l_5}$$

$$F_{5,y} = F_5 \cdot \frac{h_{s2}}{l_5}$$

$$F_{4,x} = F_4 \cdot \frac{sv_2}{l_4}$$

$$F_{4,y} = F_4 \cdot \frac{h_2}{l_4}$$

$$F_{3,x} = F_3 \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{3,y} = F_3 \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_{2,x} = F_2 \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{2,y} = F_2 \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_{1,x} = F_1 \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{1,y} = F_1 \cdot \sin(\alpha)$$

Momentti 4. solmun ympäri (positiivinen suunta vastapäivään):

$$F_{12} \cdot h + P_1 \cdot l_{puoli} + P_2 \cdot 2 \cdot sv_1 + P_3 \cdot sv_1 - T_1 \cdot l_{puoli} = 0$$

Sauva 12 (vetoa):

$$F_{12} = \frac{T_1 \cdot l_{puoli} - P_1 \cdot l_{puoli} - P_2 \cdot 2 \cdot sv_1 - P_3 \cdot sv_1}{h} = 182.25 \text{ kN}$$

Pystysuuntainen voimatasapaino (positiivinen suunta ylöspäin):

$$T_1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - F_3 \cdot \sin(\alpha) - F_9 \cdot \frac{h}{l_9} = 0$$

Vaakasuntainen voimatasapaino (positiivinen suunta oikealle):

$$F_{12} + F_3 \cdot \cos(\alpha) + F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9} = 0$$

$$\Rightarrow F_3 = -\frac{F_{12}}{\cos(\alpha)} - F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9 \cdot \cos(\alpha)}$$

Rakennelaskelmat

Sijoitetaan F_3 pystysuuntaiseen:

Liite 1 (4)

$$T_1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - \left(\frac{F_{12}}{\cos(\alpha)} - F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9 \cdot \cos(\alpha)} \right) \cdot \sin(\alpha) - F_9 \cdot \frac{h}{l_9} = 0$$

$$\Rightarrow T_1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 + \frac{F_{12} \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} + F_9 \cdot \frac{sv_2 \cdot \sin(\alpha)}{l_9 \cdot \cos(\alpha)} - F_9 \cdot \frac{h}{l_9} = 0$$

$$\Rightarrow F_9 := \frac{T_1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 + \frac{F_{12} \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}{\frac{h}{l_9} - \frac{sv_2 \cdot \sin(\alpha)}{l_9 \cdot \cos(\alpha)}} = 41.19 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow F_3 := -\frac{F_{12}}{\cos(\alpha)} - F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9 \cdot \cos(\alpha)} = -207.36 \text{ kN}$$

Solmu 7, pystysuunta:

$$F_{9y} + F_{8y} = 0$$

$$\Rightarrow F_9 \cdot \frac{h}{l_9} + F_8 \cdot \frac{h_{23}}{l_8} = 0$$

$$\Rightarrow F_8 := -F_9 \cdot \frac{h}{l_9} \cdot \frac{l_8}{h_{23}} = -43.12 \text{ kN}$$

Solmu 7, vaakasuunta:

$$F_{12} + F_{9x} - F_{11} - F_{8x} = 0$$

$$\Rightarrow F_{12} + F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9} - F_{11} - F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} = 0$$

$$\Rightarrow F_{11} := F_{12} + F_9 \cdot \frac{sv_2}{l_9} - F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} = 216 \text{ kN}$$

Rakennelaskelmat

Solmu 3, pystysuunta:

Liite 1 (5)

$$F_{3y} - F_{2y} - F_{7y} - F_{8y} - P_3 = 0$$

$$\Rightarrow F_3 \cdot \sin(\alpha) - F_2 \cdot \sin(\alpha) - F_7 \cdot \frac{h_{23}}{l_7} - F_8 \cdot \frac{h_{23}}{l_8} - P_3 = 0$$

$$\Rightarrow F_2 = F_3 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha)} - F_7 \cdot \frac{h_{23}}{l_7 \cdot \sin(\alpha)} - F_8 \cdot \frac{h_{23}}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} - P_3 \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)}$$

$$\Rightarrow F_2 = F_3 - F_7 \cdot \frac{h_{23}}{l_7 \cdot \sin(\alpha)} - F_8 \cdot \frac{h_{23}}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} - P_3 \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)}$$

Solmu 3, vaakasuunta:

$$F_{3x} - F_{2x} - F_{7x} + F_{8x} = 0$$

$$\Rightarrow F_3 \cdot \cos(\alpha) - F_2 \cdot \cos(\alpha) - F_7 \cdot \frac{sv_2}{l_7} + F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} = 0$$

Sijoitetaan F_2 vaakasuuntaan:

$$\Rightarrow F_3 \cdot \cos(\alpha) - \left(F_3 - F_7 \cdot \frac{h_{23}}{l_7 \cdot \sin(\alpha)} - F_8 \cdot \frac{h_{23}}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} - P_3 \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)} \right) \cdot \cos(\alpha) - F_7 \cdot \frac{sv_2}{l_7} + F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} = 0$$

$$\Rightarrow F_3 \cdot \cos(\alpha) - F_3 \cdot \cos(\alpha) + F_7 \cdot \frac{h_{23} \cdot \cos(\alpha)}{l_7 \cdot \sin(\alpha)} + F_8 \cdot \frac{h_{23} \cdot \cos(\alpha)}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} + P_3 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} - F_7 \cdot \frac{sv_2}{l_7} + F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} = 0$$

$$\Rightarrow F_8 \cdot \frac{h_{23} \cdot \cos(\alpha)}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} + F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} + P_3 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = F_7 \cdot \frac{sv_2}{l_7} - F_7 \cdot \frac{h_{23} \cdot \cos(\alpha)}{l_7 \cdot \sin(\alpha)}$$

$$\Rightarrow F_7 := \frac{F_8 \cdot \frac{h_{23} \cdot \cos(\alpha)}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} + F_8 \cdot \frac{sv_2}{l_8} + P_3 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}}{\frac{sv_2}{l_7} - \frac{h_{23} \cdot \cos(\alpha)}{l_7 \cdot \sin(\alpha)}} = -12.07 \text{ kN}$$

Ratkaistaan pystysuuntainen:

$$\Rightarrow F_2 := F_3 - F_7 \cdot \frac{h_{23}}{l_7 \cdot \sin(\alpha)} - F_8 \cdot \frac{h_{23}}{l_8 \cdot \sin(\alpha)} - P_3 \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)} = -221.99 \text{ kN}$$

Rakennelaskelmat

Solmu 6, pystysuunta:

Liite 1 (6)

$$F_{7,y} + F_{6,y} = 0$$

$$\Rightarrow F_7 \cdot \frac{h_{53}}{l_7} + F_6 \cdot \frac{h_{52}}{l_6} = 0$$

$$\Rightarrow F_6 := -F_7 \cdot \frac{h_{53}}{l_7} \cdot \frac{l_6}{h_{52}} = 13.5 \text{ kN}$$

Solmu 1, pystysuunta:

$$F_{1,y} + T_1 - P_1 - F_{4,y} = 0$$

$$\Rightarrow F_1 \cdot \sin(\alpha) + T_1 - P_1 - F_4 \cdot \frac{h_2}{l_4} = 0$$

$$\Rightarrow F_4 = (F_1 \cdot \sin(\alpha) + T_1 - P_1) \cdot \frac{l_4}{h_2} = F_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{l_4}{h_2} + T_1 \cdot \frac{l_4}{h_2} - P_1 \cdot \frac{l_4}{h_2}$$

Solmu 1, vaakasuunta:

$$F_{1,x} + F_{4,x} = 0$$

$$\Rightarrow F_1 \cdot \cos(\alpha) + F_4 \cdot \frac{sv_2}{l_4} = 0$$

Sijoitetaan F_4 pystysuuntaiseen:

$$\Rightarrow F_1 \cdot \cos(\alpha) + \left(F_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{l_4}{h_2} + T_1 \cdot \frac{l_4}{h_2} - P_1 \cdot \frac{l_4}{h_2} \right) \cdot \frac{sv_2}{l_4} = 0$$

$$\Rightarrow F_1 \cdot \cos(\alpha) + F_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{sv_2}{h_2} + T_1 \cdot \frac{sv_2}{h_2} - P_1 \cdot \frac{sv_2}{h_2} = 0$$

$$\Rightarrow F_1 := \frac{P_1 \cdot \frac{sv_2}{h_2} - T_1 \cdot \frac{sv_2}{h_2}}{\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \cdot \frac{sv_2}{h_2}} = -142.3 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow F_4 := F_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{l_4}{h_2} + T_1 \cdot \frac{l_4}{h_2} - P_1 \cdot \frac{l_4}{h_2} = 162.25 \text{ kN}$$

Rakennelaskelmat

Sohmu 5, pystysuunta:

Liite 1 (7)

$$F_{4y} + F_{5y} = 0$$

$$\Rightarrow F_4 \cdot \frac{h_2}{l_4} + F_5 \cdot \frac{h_{22}}{l_5} = 0$$

$$\Rightarrow F_5 := -F_4 \cdot \frac{h_2}{l_4} \cdot \frac{l_5}{h_{22}} = -112.5 \text{ kN}$$

Sohmu 5, vaakasuunta:

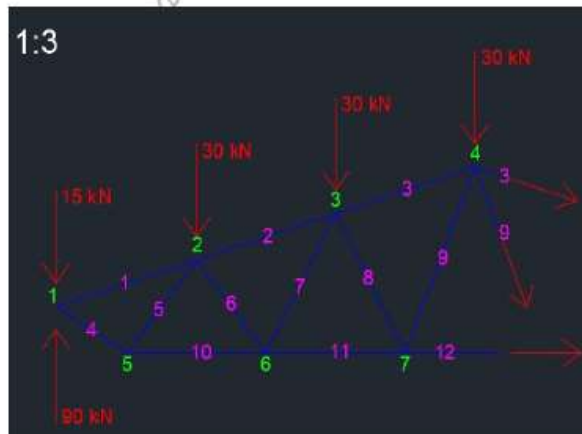
$$F_{10} + F_{5x} - F_{4x} = 0$$

$$\Rightarrow F_{10} + F_5 \cdot \frac{sv_2}{l_5} - F_4 \cdot \frac{sv_2}{l_4} = 0$$

$$\Rightarrow F_{10} := F_4 \cdot \frac{sv_2}{l_4} - F_5 \cdot \frac{sv_2}{l_5} = 202.5 \text{ kN}$$

Sauvavoimat kootusti:

$$\begin{aligned} F_1 &= -142.3 \text{ kN} \\ F_2 &= -221.99 \text{ kN} \\ F_3 &= -207.36 \text{ kN} \\ F_4 &= 162.25 \text{ kN} \\ F_5 &= -112.5 \text{ kN} \\ F_6 &= 13.5 \text{ kN} \\ F_7 &= -12.07 \text{ kN} \\ F_8 &= -43.12 \text{ kN} \\ F_9 &= 41.19 \text{ kN} \\ F_{10} &= 202.5 \text{ kN} \\ F_{11} &= 216 \text{ kN} \\ F_{12} &= 182.25 \text{ kN} \end{aligned}$$



Negatiivinen puristus, positiivinen veto.

Maksimipuristus yläpaarteella:

$$N_{yläp.pur.d} := \min(F_1, F_2, F_3) = -221.99 \text{ kN}$$

Maksimiveto alapaarteella:

$$N_{aläp.veto.d} := \max(F_{10}, F_{11}, F_{12}) = 216 \text{ kN}$$

Maksimipuristus diagonaaleilla:

$$N_{diag.pur.d} := \min(F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9) = -112.5 \text{ kN}$$

Maksimiveto diagonaaleilla:

$$N_{diag.veto.d} := \max(F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9) = 162.25 \text{ kN}$$

Rakennelaskelmat

Materiaaliominaisuudet ja -osavarmuudet sekä poikkileikkausarvot

Liite 1 (8)

Valittu teräksen myötöraja (EN 10210/10219 rakenneputkille): $f_y := 355 \text{ MPa}$

Kimmokerroin: $E := 210 \text{ GPa}$

Liukukerroin: $G := 81 \text{ GPa}$

Poissonin luku teräksellä: $\nu := 0.3$

Teräksen materiaaliolosavarmuus (tavanomainen mitoitusilanne): $\gamma_s := 1.15$

Poikkileikkauksen osavarmuus: $\gamma_{M0} := 1.0$

Varmuus sauvojen stabiileille: $\gamma_{M1} := 1.0$

Poikkileikkausarvot: SSAB Domex Tube rakenneputket käsikirja 2016

Valitaan profiili 100x100x5, poikkileikkausluokka 1

Profilin poikkileikkausala: $A := 18.36 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$

Neliömomenti: $I_y := 271.1 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Kimmoinen taivutusvastus: $W_{el,y} := 54.22 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

Plastinen taivutusvastus: $W_{pl,y} := 64.59 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

Rakennelaskelmat

Sauvamalli

Liite 1 (9)

Yläpaarteen mitoitus, sauvamalli:

Mitoitettava puristusvoima: $N_{Ed} := N_{y\ddot{a}p.p.a.r.d} = -221.992 \text{ kN}$

Puristuskestävyys: $N_{c,Rd} := \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 651.78 \text{ kN}$

Puristuksen tarkistus: $\frac{|N_{Ed}|}{N_{c,Rd}} \leq 1 = 1$

Nurjahduspituus: $L_{cr} := l_2 = 3.162 \text{ m}$

Nurjahdusvoima: $N_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{cr}^2} = 561.886 \text{ kN}$

Kylmänmuovattu neliöputki; nurjahduskäyrä c:

Epätarkuuskerroin: $\alpha_y := 0.49$

Muunnettu hoikkuus: $\lambda_y := \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = 1.077$

Apukerroin: $\Phi_y := 0.5 \cdot (1 + \alpha_y \cdot (\lambda_y - 0.2) + \lambda_y^2) = 1.295$

Nurjahduksen pienennyskerroin: $\chi_y := \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \lambda_y^2}} = 0.497$

Nurjahduskestävyys: $N_{b,Rd} := \chi_y \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 323.677 \text{ kN}$

Mitoitusehto: $\frac{|N_{Ed}|}{N_{b,Rd}} \leq 1 = 1$

Käyttöaste: $K A_{y\ddot{a}p.s.m.v.a} := \frac{|N_{Ed}|}{N_{b,Rd}} \cdot 100 = 68.58 \%$

Rakennelaskelmat

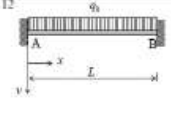
Palkkimalli

Liite 1 (10)

Yläpaarteen mitoitus, palkkimalli:

$$L_M := l_2 = 3.162 \text{ m} \quad x := \frac{L_M}{2} = 1.581 \text{ m}$$

$$\text{Maksimipuristus yläpaarteella: } N_{y\ddot{a}p.pu.r.d} := \min(F_1, F_2, F_3) = -221.992 \text{ kN}$$

	$A \cdot B = \frac{1}{2} q_0 L$ $M_A = M_B = -\frac{1}{12} q_0 L^2$ $M(x) = \frac{1}{12} q_0 L^2 \left[-1 + 6 \frac{x}{L} - 6 \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]$ $M_{\max} = M \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{1}{24} q_0 L^2$	$v(x) = \frac{q_0 L^2}{24 EI} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^3 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{x}{L} \right) \right]$ $v_{\max} = v \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{q_0 L^4}{384 EI}$ $\phi_A = \phi_B = 0$
---	---	---

$$\text{Tukimomentti: } M_t := \frac{P_{Ed} \cdot L_M^2}{12} = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Kenttämomentti: } M_k := \frac{P_{Ed} \cdot L_M^2}{12} \cdot \left(-1 + 6 \cdot \frac{x}{L_M} - 6 \cdot \left(\frac{x}{L_M} \right)^2 \right) = 7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Mitoittavat voimasuureet:

$$\text{Normaalivoima: } N_{Ed} := N_{y\ddot{a}p.pu.r.d} = -221.992 \text{ kN}$$

$$\text{Taivutusmomentti: } M_{Ed} := \max(M_t, M_k) = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Leikkauskuvio symmetrinen, mitoittava leikkausvoima palkin päissä.

$$L_M = 3.162 \text{ m} \quad x := 0 \text{ m}$$

$$\text{Mitoittava leikkausvoima: } V_{Ed} := -P_{Ed} \cdot \left(x - \frac{L_M}{2} \right) = 28.46 \text{ kN}$$

Mitoituskestävyydet ja yksittäisten kestävyyksien tarkistus:

$$\text{Puristuskestävyys: } N_{c,Rd} := \frac{A \cdot f_y}{\gamma_M} = 651.78 \text{ kN}$$

$$\text{Puristuksen tarkistus: } \frac{|N_{Ed}|}{N_{c,Rd}} = 0.341$$

$$\text{Taivutuskestävyys: } M_{c,Rd} := W_{pl,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 22.929 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Taivutuksen tarkistus: } \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = 0.654$$

Rakennelaskelmat

Liite 1 (11)

Leikkauskestävyys: $V_{pl,Rd} := \frac{A \cdot \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right)}{\gamma_{M0}} = 376.305 \text{ kN}$

Pientääkö taivutuskestävyyttä: $V_{Ed} > 0.5 \cdot V_{pl,Rd} = 0$ ei pienennä.

Nurjahduskestävyys:

Nurjahduspituus: $L_{cr} := 0.9 \cdot L_M = 2.846 \text{ m}$

Nurjahdusvoima: $N_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{cr}^2} = 693.687 \text{ kN}$

Muunnettu hoikkuus: $\lambda_y := \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = 0.969$

Nurjahduskäyrä c: $\alpha_y := 0.49$

$$\Phi_y := 0.5 \cdot (1 + \alpha_y \cdot (\lambda_y - 0.2) + \lambda_y^2) = 1.158$$

Nurjahduksen pienennyskerroin: $\chi_y := \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \lambda_y^2}} = 0.558$

Nurjahduskestävyys: $N_{b,Rd} := \chi_y \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 363.65 \text{ kN}$

Nurjahduksen tarkistus: $\frac{|N_{Ed}|}{N_{b,Rd}} = 0.61$

Yhdistetty taivutus- ja puristuskestävyys yhteisvaikutusyhtälöllä:

Momenttisuhte: $\alpha_s := \frac{M_x}{-M_t} = -0.5$

Ekvivalentin momentin kerroin: $C_{my} := 0.1 - 0.8 \cdot \alpha_s = 0.5$

Yhteisvaikutustekijä: $k_{yy1} := C_{my} \cdot \left(1 + (\lambda_y - 0.2) \cdot \left(\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \frac{N_{c,Rd}}{\gamma_{M1}}} \right) \right) = 0.265$

$$k_{yy2} := C_{my} \cdot \left(1 + 0.8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \frac{N_{c,Rd}}{\gamma_{M1}}} \right) = 0.256$$

$$k_{yy,yläp} := \min(k_{yy1}, k_{yy2}) = 0.256$$

Rakennelaskelmat

Kiepahduskerroin:

$$\chi_{LT} = 1$$

Liite 1 (I2)

Mitoitusehto:

$$\frac{|N_{Ed}|}{\chi_y \cdot \frac{N_{c,Rd}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy,yiäp} \cdot \frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{c,Rd}} \leq 1 = 1$$

Käyttöaste:

$$K_{A,yiäp,palkki} = \left(\frac{|N_{Ed}|}{\chi_y \cdot \frac{N_{c,Rd}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy,yiäp} \cdot \frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{c,Rd}} \right) \cdot 100 = 77.78 \%$$

Created with PTC Mathcad Express. See www.mathcad.com for more information