Univerzita Karlova
Filozofická fakulta
Ústav asijských studií

Tomáš Vitvar

***Tenzan džucu*: revoluce tradiční japonské matematiky**

***Tenzan jutsu*: Revolution in Traditional Japanese Mathematics**

Bakalářská práce

Praha 2023 Vedoucí práce: Mgr. David Labus, Ph.D.

Za každou úspěšnou závěrečnou prací stojí trpělivý vedoucí.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně, že jsem řádně citoval všechny použité prameny a literaturu a že práce nebyla využita v rámci jiného vysokoškolského studia či k získání jiného nebo stejného titulu.

Název práce: *Tenzan džucu*: revoluce tradiční japonské matematiky

Autor: Tomáš Vitvar

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. David Labus, Ph.D.

Abstrakt: V předkládané práci se zabývám historickým vývojem tradiční japonské matematiky *wasan*. Především se zaměřuji na vznik početní metody *tenzan džucu*, která se svou základní logikou a využitím symbolického zápisu výrazně podobá západní algebře. Jelikož v dosavadní literatuře chybí uspokojivé zhodnocení míry této podobnosti, rozhodl jsem se *tenzan džucu* detailněji prozkoumat, a to za použití teorie potencialit matematického jazyka Ladislava Kvasze. Na základě srovnání mého rozboru s analýzou západní algebry L. Kvasze jsem došel k závěru, že ačkoli byl ve většině aspektů jazyk *tenzan džucu* srovnatelný s jazykem západní algebry, výrazně se lišil způsob, kterým se tyto jazyky utvářely. Zatímco na západě byl vývoj dlouhou dobu brzděn nutností interpretovat mocniny proměnných jako geometrické objekty a potřebou vyjadřovat členy rovnice pouze v kladném tvaru, v případě japonské matematiky, která tato omezení neznala, byl vývoj daleko dynamičtější.

Klíčová slova: tenzan džucu, wasan, Tokugawa, Edo, Seki Takakazu, Seki Kówa, algebra, matematika, tengen džucu, Ladislav Kvasz, jazyk matematiky

Title: *Tenzan jutsu*: Revolution in Traditional Japanese Mathematics

Author: Tomáš Vitvar

Supervisor: Mgr. David Labus, Ph.D.

Abstract: Proposed paper is a study of historical development of *wasan*, i.e., traditional Japanese mathematics. I chiefly focus on the origin of *tenzan jutsu*, a calculation method, that by its inner logic and by usage of a symbolic notation greatly resembles Western algebra. As there is no satisfying evaluation of a level of similarity of those two traditions in an existing literature, I decided to closely examine *tenzan jutsu* using a theory of potentialities of language of mathematics proposed by Ladislav Kvasz. Comparing my examination and analysis of Western algebra done by L. Kvasz, I came to a conclusion, that although the language of *tenzan jutsu* is in most aspects almost identical to the language of Western algebra, there is a major difference in a way those languages developed. While the development of the Western algebra was hindered by a cultural need to interpret exponents in a geometrical context and by a strong reluctance to accept negative terms as a part of equation, the development of Japanese mathematics, which was free of such restrictions, was considerably more dynamic.

Keywords: tenzan jutsu, wasan, Tokugawa, Edo, Seki Takakazu, Seki Kowa, algebra, mathematics, tengen jutsu, Ladislav Kvasz, language of mathematics

Obsah

Formální poznámky

- Pro přepis japonských pojmů i jmen používám českou transkripci.
- Japonská jména píši v tradičním pořadí, kdy je příjmení na prvním místě.
- U některých japonských autorů období Edo neexistuje v literatuře shoda na způsobu čtení jejich jmen. Například Seki Takakazu 関孝和 je někdy uváděn jako Seki Kówa. V těchto příkladech většinou uvádím verzi v japonském čtení, přičemž alternativní, sinojaponskou formu uvádím v poznámce pod čarou.
- Názvy matematických metod zapisuji v původní podobě, tj. za použití nezkrácených znaků.
- Citace z cizojazyčných děl uvádím v překladu a jedná se o překlady vlastní.
- Pro zápis názvů čínských děl využívám moderní výslovnost ve standardní čínštině a fonetický přepis pinyin. Jejich podoba a překlad do českého jazyka přebírám převážně z práce dr. Hudečka (2008). Názvy ostatních čínských děl překládám s přihlédnutím k anglicky psané literatuře.

Úvod

Co je to matematika?

Matematika byla již od doby starých civilizací důležitou součástí lidského poznání. Zatímco Egypťané již na počátku 2. tisíciletí př. n. l. řešili úlohy jako spočtení objemu komolého jehlanu či určení množství stravy potřebné pro nasycení daného počtu dělníků (Anglin 1996, pp. 1-2), v oblasti Mezopotámie byly v přibližně stejné době využívány pythagorejské trojice zachycující vztahy stran pravoúhlého trojúhelníku či součtové vzorce nutné při stavbě známých stupňovitých pyramid (Ibid., pp. 7-8).

Takovéto praktické využití matematiky bychom mohli dále sledovat napříč érami i kulturami; našli bychom ho v Římské říši při tvorbě kalendáře či výpočtu daní, v hanské Číně při převodu rýže a jiných plodin různé kvality, mezi japonskými obchodníky v předmoderní době, a najdeme ho samozřejmě, dokonce více než kdy dříve, i v každodenním životě dnes.

Matematika má však ještě jinou funkci. Objekty, jako jsou prvočíslo, součet či dělitel, nemusí být jen nástroji praktického výpočtu, mohou být nástroji poněkud abstraktnějšího zkoumání. Pythagoras (570 – 495 př. n. l.) například zavedl pojmy jako *dokonalé číslo*[1] či *spřátelená čísla*.[2] Tyto objekty, jakkoli neužitečné se mohou na první pohled zdát, jsou jasně definovány, a lze je dále zkoumat. Eukleides například o zhruba 2 století později zjistil, že pokud je číslo ve tvaru $(2^n - 1)$ prvočíslem, pak je číslo ve tvaru $2^{n-1}(2n - 1)$ dokonalým číslem. Takovéto zkoumání matematických objektů se sice od praktické kvantifikace značně liší,[3] sdílí s ní však základní vlastnost matematiky: zabývá se jasně vymezenými abstraktními objekty a vztahy mezi nimi.

Na přesné podobě definice neexistuje v dosavadní literatuře shoda, avšak většina existujících definic se shoduje v poměrně širokém způsobu vymezení. Kneebone např. uvádí vymezení matematiky jako *studium abstraktních struktur, nebo formálních vzorců vzájemné provázanosti* (1963, p. 4), Wood zase chápe matematiku jako *metodu pro komunikování myšlenek mezi lidmi o konceptech jako čísla, prostor a čas* (2013, p. 1).

Proměny matematiky v čase

Ačkoli se přítomnost matematiky zdá býti od určitého stupně vývoje společnosti univerzálním pravidlem, její podoba zdaleka univerzální není; s časem se výrazně proměňuje. Přibývá nových objektů zkoumání (vznikají např. komplexní čísla, diferenciální formy či fraktály) i nových směrů vývoje (objevuje se např. diferenciální počet, neeuklidovská geometrie či teorie grafů).

O podstatě změn v matematice se vedou v oblasti filosofie vědy debaty zhruba od druhé poloviny 19. století. Stejně jako v jiných oblastech však tuto debatu

[1] Tj. číslo, jež je součtem všech svých dělitelů; například číslo 6 s děliteli 1, 2 a 3.

[2] Tj. dvě čísla, pro něž platí, že součet všech dělitelů prvého se rovná číslu druhému a naopak; nejmenším takovým párem je 220 a 284.

[3] Na základě tohoto rozdílu rozlišujeme matematiku *čistou* a matematiku *aplikovanou*. V mimoevropských tradicích pak jasně dominovala matematika *aplikovaná* (Wood 2013, pp. 2-3).

značně proměnila teorie nekumulativní povahy lidského poznání, kterou prezentoval T. Kuhn ve své *Teorii vědeckých revolucí* (1962).

Kuhn ilustruje revoluční povahu vědy na příkladech z dějin astronomie, chemie a fyziky. V prvním případě uvádí odmítnutí ptolemaiovského systému M. Koperníkem (1473 – 1543), ve druhém převrat v chápání hoření jakožto spotřebovávání kyslíku způsobený prací A. Lavoisiera (1743 – 1794) a ve třetím o nahrazení Newtonovy mechaniky teorií relativity A. Einsteina (1879 – 1955).

Ve všech těchto případech, jak argumentuje, zaznamenala věda pokrok skokový, nikoli postupný. Jeden zásadní objev – například zjištění, že podstatou hoření není spotřeba určitého elementu (domnělého flogistonu) uloženého v hořlavých látkách, jak se věřilo, ale naopak oxidace, tj. příjem kyslíku ze vzduchu – v jeden okamžik změnil celý obor. Změnu takovéhoto typu Kuhn nazývá *vědeckou revolucí*. Tento přístup k dějinám vědy je dodnes základem nejen studia vývoje vědy v Evropě, ale také analýz mimoevropských fenoménů, jako například pronikání západních poznatků do Japonska v období Meidži (1868 – 1912) (Ciriacono 2010, p. 135).

Sám Kuhn svůj koncept vědeckých revolucí s matematikou nijak přímo nespojoval, a objevovaly se dokonce názory, že jím popsané revoluce se v matematice *nikdy* nevyskytují (Crowe 1975). Debata následujících let, shrnuta v souborné publikaci *Revolutions in Mathematics* od D. Gilliese (1992), však ukázala, že tento *nový způsob historiografie* (Crowe 1992),[4] založený právě na revolučním pojetí vědy, našel své místo i ve studiu dějin matematiky.

Jazyk matematiky

Paralelně s touto debatou o existenci revolucí v matematice se objevuje ještě jedna myšlenka týkající se historického vývoje matematiky. Jak ukazují Hintikka (1965) a později Friedman (1985) na příkladu euklidovské geometrie, *způsob, kterým je matematika vyjadřována*, tedy to, co souhrnně nazýváme jako *jazyk matematiky*,[5] není nic neměnného.

Takto jazyk matematiky vnímá i slovenský badatel Ladislav Kvasz. Ten myšlenku o proměnlivosti jazyka matematiky shrnuje takto:

> *Matematika je vždy provozována za pomoci nějakých lingvistických nástrojů a historicita těchto nástrojů poskytuje historickou dimenzi základům matematiky.[6] Nicméně tento model historicity se značně liší od běžného pojetí. Historicita, kterou do základů matematiky přinesli Hintikka a Friedman není způsobena nějakým externím vlivem (sociálním, politickým, kulturním). Historicita základů matematiky je vnitřní; závisí na*

[4] Všimněme si, že tento pojem používá v závěrečném eseji zmíněné *Revolutions in Mathematics* ten stejný autor, který o 17 let dříve tuto diskusi započal svým odmítavým postojem k existenci revolucí v matematice.

[5] Termín *jazyk matematiky* je poměrně široký a označuje jakousi extenzi přirozeného jazyka. Patří sem například různé matematické koncepty a pevně definované pojmy (např. pojem *uspořádání* označuje jen a pouze tu binární relaci, která je reflexivní, slabě antisymetrická a tranzitivní), symbolický zápis (např. symboly $\sqrt{5}$, $f(x)$ nebo $+$ a $-$), ale i, jako v případě zde zmíněné geometrie, kupříkladu využité nákresy a schémata.

[6] *Základy matematiky* se zde myslí pojem v anglické literatuře známý jako *foundations of mathematics*, tj. studium filosofických, logických a algoritmických základů matematiky, neboli filosofické zkoumání její podstaty. Poznámka překladatele.

> *historicitě jazyka matematiky. Je to z toho důvodu, že logické nástroje a vyjadřovací prostředky, které využíváme při výstavbě matematických teorií jsou historické* [tj. proměnlivé v čase, poznámka překladatele]. *V určitých momentech dějin jsou některé závěry jednoduše technicky nemožné.* (Kvasz 2008, p. 5)

Jinými slovy, Kvasz postuluje v čase proměnlivou povahu jazyka matematiky, tj. souboru logických nástrojů a jazykových prostředků, které při komunikaci matematiky používáme. Těmi mohou být geometrická schémata (jak tvrdí zmínění Hintikka a Friedman) či symbolický zápis algebry, také jimi ale jsou pojmy jako *neznámá proměnná*, *kořen rovnice*, nebo třeba *diferenciální forma*.

Tuto proměnlivou povahu jazyka matematiky Kvasz dává do přímé souvislosti s revoluční povahou matematiky zmíněnou výše, když dále tvrdí:

> *Ukazuje se, že zásadní objevy v historii matematiky byly úzce spojeny s důležitými jazykovými inovacemi. Velcí objevitelé byli obecně vzato vždy také velkými jazykovými inovátory. A často to byla právě změna jazyka, změna pravidel syntaxe nebo sémantiky, která umožnila matematikovi vyjádřit spojitosti, které byly do té doby nevyjádřitelné, a tak dojít k novému objevu.* (Kvasz 2008, p. 6)

Příklady objevitelů a jazykových inovátorů mohou být Isaac Newton a Gottfried Wilhelm Leibniz. Oba tito matematici (nezávisle na sobě) byli před objevením integrálu nucení nejdříve obohatit jazyk západní matematiky o koncept *funkce*, o symbolický zápis tohoto objektu a o syntaktická pravidla pro práci s ním. Až tento nový jazyk dokázal sjednotit původně rozptýlené postupy kvadratury a kubatury[7] ve sjednocenou matematickou metodu.

Kvasz tímto navazuje na Kuhnovu teorii a sám považuje svou práci za zdokonalení Kuhnovy teorie aplikované na matematiku (Ibid., p. 10).

Výsledkem jeho práce je mimo jiné odhalení dvou základních proudů vývoje evropské matematiky. Prvním je linie geometrická, ve které spojil vývoj syntetické geometrie, analytické geometrie a fraktální geometrie. Druhou linii pak tvoří posloupnost aritmetiky, algebry, diferenciálního a integrálního kalkulu (neboli matematické analýzy) a predikátového kalkulu. V každé z těchto linií jsou jednotlivé články vývoje odděleny právě výraznou jazykovou změnou, epistemickou rupturou, při které lingvistické inovace v podobě vzniku konceptů jako je *neznámá proměnná* či *polynom* vedly k překonání předchozího jazyka a povýšení matematiky na vyšší úroveň.

Japonská matematika, současné poznání a cíl práce

Vzhledem k tomu, že výše naznačený pokrok na poli historie a filosofie vědy je záležitostí posledních několika desetiletí, v oblasti studia japonské matematiky se tyto poznatky ještě nestihly výrazněji projevit.

Japonská matematika (japonsky *wasan* 和算, doslova *japonské počty*),[8] tra-

[7] Tj. výpočty obsahů obrazců a objemů geometrických těles.

[8] Zde užívám pojmy *(tradiční) japonská matematika* a *wasan* zcela zaměnitelně. Problematika tohoto pojmu viz sekce 2.1.

dice, která zažila období svého největšího rozkvětu v období Tokugawa (1603 – 1868), se těší zájmu historiků již od doby Meidži (1868 – 1912), kdy byly sepsány první dějiny tohoto oboru (Endó 1896). Dodnes jsou studovány jednotlivé texty (Sató 2021), jsou psány biografie nejvýznamnějších matematiků (Madžima 2013) a najdeme i sociální dějiny japonské matematiky (Mikami 1947/1999).

Dosud však není dostatečně reflektován posun v pohledu na matematiku, který v posledních desetiletích přináší filosofie matematiky.

Snad nejmarkantněji lze tento nedostatek pozorovat ve studiu fenoménu *tenzan džucu* 點竄術.[9] *Tenzan džucu* je matematická metoda, která sloužila mimo jiné k řešení úloh, které bychom západním slovníkem označili jako polynomiální rovnice.[10] Jelikož tato metoda využívala symbolický zápis jednotlivých proměnných, většina autorů ji ztotožňuje s algebrou (Mikami 1913, p.160), (Šigeru 2000, p. 433), (Komacu 2013, pp. 254-255). Její vznik je spojen s nejvýznamnějším japonským matematikem jménem Seki Takakazu (1642? – 1708).

Tenzan džucu pak bezpochyby značilo přelom v historii celé tradice. Dle některých její vznik započal *opravdový věk japonské matematiky* (Šigeru 2000, p. 428), podle jiných zase Seki svými spisy o této metodě *plně vydláždil cestu dalšímu vývoji wasanu* (Nakajama 2009, p. 182).

Uvědomíme-li si, že na západě také poznání nových metod řešení rovnic[11] dovezené z arabského světa iniciovalo ve 12. a 13. století značný rozvoj matematiky (a vznik samotného pojmu *algebra*), zdá se tato paralela býti zcela přirozenou. Mimo tuto intuitivní juxtapozici však v dosavadní literatuře chybí dostatečné odůvodnění této paralely.

Vezmeme-li v úvahu výzkum výše zmíněného L. Kvasze a jeho analýzu jazyka matematiky, dojdeme k závěru, že pro podobnou argumentaci nestačí fakt, že *tenzan džucu* byla metoda řešení rovnic více neznámých využívající symbolického zápisu proměnných.

Důležitost nového poznatku se podle Kvasze odvíjí od toho, jakým způsobem tento poznatek obohatil jazyk matematiky jako celku. Význam západní algebry podle něho nespočívá jen v zavedení proměnných a v zavedení jejich symbolického zápisu. Spočívá také například v tom, že tento nový systém umožnil epistemické rozlišení proměnných na známé a neznáme, že dokázal složené výrazy zobecnit pomocí polynomiálních forem, nebo že vytvořil nové způsoby konstituování nových objektů zkoumání (blíže v sekci 1.3).

Chceme-li tedy pochopit význam *tenzan džucu* v dějinách japonské matematiky, musíme se podobně jako Kvasz ptát, jakým způsobem tato metoda obohatila jazyk, se kterým následující generace pracovaly.

K tomu je však potřeba se oprostit od studia jednotlivých postav japonské

[9] V dnešním zápisu jako 点竄術. Sufixem *džucu* 術 se tradičně označovaly matematické metody. Význam znaků *ten* 點 a *zan* 竄 je o něco komplikovanější a vysvětluji ho v sekci 2.4.2.

[10] Polynomiální rovnice zahrnují jak rovnice lineární a kvadratické, tak rovnice kubické (tj. rovnice se členem ve třetí mocnině) či rovnice vyšších řádů. Ačkoli japonská matematika nikdy nevyužívala rovnice v západním smyslu (ve smyslu schématu, ve kterém jsou dvě skupiny členů odděleny znakem =), jsou problémy řešené metodou *tenzan džucu* z pohledu zadání problému i způsobu řešení polynomiálním rovnicím velice blízké.

[11] Zde pojmem *řešení rovnic* míním obecně řešení problémů této třídy. V této době ještě neexistovalo symbolické označení proměnné, a tak nešlo zapsat symbolickou podobu rovnice (např. $x^3 + 10x^2 - 100 = 0$). Šlo však ekvivalentní problém formulovat (např. verbálně za využití objemu krychle, obsahu čtverce a délky jeho strany) i řešit.

matematiky, od zkoumání sociálních aspektů či historického kontextu vzniku děl a soustředit se přímo na matematiku jako takovou. Na její *jazyk*, na linii vývoje, která spojuje matematiku daného kulturního okruhu a vytváří rámec, ve kterém je matematika provozována a komunikována.

V této studii se tedy pokusím přenést teorii historického vývoje matematiky L. Kvasze do japonského prostředí, prozkoumat na jejím základě vlastnosti jazyka japonské matematiky a identifikovat, v jakých směrech byl tento jazyk obohacen metodou *tenzan džucu*. Jelikož se tato analýza bude opírat o Kvaszovo studium algebry západní, bude výsledkem také přímé srovnání tohoto vývoje v Japonsku a na Západě.

1. Jazykový přístup L. Kvasze

Stěžejním dílem jazykového přístupu[1] k dějinám matematiky je monografie *Patterns of Change. Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathematics* (Kvasz 2008) (dále jen *Patterns of Change*), ve které Kvasz shrnuje své předchozí příspěvky, dále je rozvíjí, a čtenáři tak předkládá svou ucelenou teorii. Z tohoto díla budu z většiny vycházet i zde. Kde však došlo v jeho teorii k posunům či dílčím změnám, budu přihlížet i k pozdějším publikacím jako jsou (Kvasz 2010) nebo (Kvasz 2012). Tyto dvě práce jsou navíc psány slovensky, čehož využiji při přebírání výrazů a pojmů.

Nutno také dodat, že Kvasz neaplikuje jazykový přístup jen na matematiku. V knize *Zrod vedy ako lingvistická udalosť: Galileo, Descartes a Newton ako tvorcovia jazyka fyziky* (Kvasz 2014) se pokusil tento pohled přenést i do prostoru fyziky.

1.1 Typy jazykových změn a re-prezentace

Jak bylo zmíněno v úvodu, Kvasz pracuje s pojmem *jazyk matematiky*, který charakterizuje jako *soubor logických nástrojů a jazykových prostředků využívaných v matematice* (Kvasz 2008, p. 5). Tento jazyk, jak tvrdí, prochází v čase určitými změnami a tyto změny lze rozdělit do tří skupin. Těmi jsou:

1. re-prezentace (re-codings),
2. objektace (relativization),
3. re-formulace (re-formulation).[2]

Tyto skupiny změn (vzorce změn, *patterns of change*) se liší v tom, jak silně je danou změnou jazyk matematiky ovlivněn. Konkrétně jde o to, jestli dochází k vytvoření nových výrazů a vzorců, k vytvoření nových *deskripcí* matematických objektů, jako když např. v jazyce matematické analýzy vzniká objekt *funkce* (pak jde o re-prezentaci), jestli se existující výrazy a vzorce jen jinak interpretují a přiřazují se jiným matematickým objektům (v případě objektace), nebo jestli jde jen o jinou formulaci teorie za použití existujících pojmů a existujících významů (v případě re-formulace). Jinými slovy, jde o magnitudu změny, o hloubku, do které změna celý jazyk zasáhla.

V případě analýzy algebry dochází Kvasz k tomu, že její vznik lze označit za nejsilnější z těchto změn, za re-prezentaci, při které se změnila pravidla vytváření nových výrazů a vzorců.

Na základě zjevné podobnosti *tenzan džucu* a západní algebry (ve smyslu podobnosti řešených úloh a využití symbolického jazyka) můžeme předpokládat, že

[1] Donald Gillies používá v předmluvě ke Kvaszově knize spojení *linguistic approach* (Kvasz 2008, p. VIII). *Jazykový přístup* zde používám ve stejném významu a zaměnitelně s českým ekvivalentem *lingvistický přístup*.

[2] České pojmenování vychází ze slovenštiny (Kvasz 2010, p. 263), anglické je převzato z (Kvasz 2008, pp. 8-9).

způsob deskripce matematických objektů, který *tenzan džucu* do japonské matematiky přineslo, bude odpovídat změně typu re-prezentace. Pravdivost tohoto předpokladu jednoduše ověřím v průběhu třetí kapitoly.

Při popisu re-formulačních změn v matematice Kvasz vychází z myšlenky Gottloba Fregeho (1848 – 1925), který popsal vývoj symbolického jazyka matematiky jako stupňovitý vývoj od počítání s jednotlivými čísly přes použití písmen pro vyjádření obecnějších vztahů až ke schopnosti vyjádřit vlastnosti celých funkcí, což vyžadovalo vznik konceptu *funkce*.[3]

Tuto myšlenku Kvasz rozvádí ve dvou směrech. Jednak tento vývoj konceptuálně spojuje s vývojem geometrie, přičemž tvrdí, že geometrické symboly a znázornění mají funkci v mnohém srovnatelnou s proměnnými v algebře, jednak tento vývoj detailněji analyzuje a identifikuje jeho jednotlivé aspekty. Při analýze *tenzan džucu* bude hrát důležitou roli druhé zmíněné.[4]

1.2 Teorie potencialit jazyka matematiky

Kvasz vnímá jazyk matematiky jako vícerozměrnou entitu. Směry, ve kterých lingvistické nástroje rozšiřují možnosti matematiky pak označuje jako *potenciality*. Potencialita je tedy konkrétní aspekt, konkrétní schopnost matematického jazyka. Na základě svých historických analýz dochází k závěru, že těchto potencialit (nazvaných silami)[5] je právě šest. Jedná se o:

1. *logickou sílu jazyka*, která ukazuje, jak složité formule je možné v jazyce dokázat;

2. *expresivní sílu jazyka*, která ukazuje, co nového, co se v předešlých stádiích vymykalo vyjádření, teď jazyk umožňuje vyjádřit;

3. *metodickou sílu jazyka*, která ukazuje, jaké nové metody je možné v jazyce zavést tam, kde v předešlých stádiích existovala jen spleť nesouvisejících triků;

4. *integrativní sílu jazyka*, která ukazuje, jak jazyk umožňuje vidět jednotu a pořádek tam, kde se na bázi předešlého jazyka ukazovaly jen navzájem nesouvisející případy;

5. *explanatorní sílu jazyka*, která ukazuje, jak nový jazyk umožňuje vysvětlit selhání jazyka, které byly v předešlém stádiu nepochopitelné;

6. *konstitutivní sílu jazyka*, která ukazuje, jak nový jazyk umožňuje překročit meze skutečnosti dané v rámci předešlého jazyka a konstituovat radikálně

[3] Detailněji viz (Frege 1891/1989, pp. 38-39), případně (Kvasz 2012, p. 15).

[4] Geometrickou linii vývoje matematiky v této práci nechávám stranou. Geometrie ve smyslu demonstrativního systému totiž, jak vysvětluje například Mikami, v Japonsku nikdy nevznikla (1913, pp. 166-168), a to navzdory tomu, že geometrické obrazce a jejich vzájemné vztahy byly extenzivně studovány jakožto numerické problémy. Více viz např. (Fukagawa & Rothman 2008).

[5] Pojmy *potencialita* a *síla* se v tomto kontextu re-prezentací překrývají. Potencialita je však obecnější pojem, který Kvasz používá i u vzorců objektace a re-formulace.

nový druh objektů (Kvasz 2012, p. 14).[6]

Kvasz se však nezastavuje u toho, *co* jazyk matematiky dokáže, ale táže se i po tom *jak*, skrze jakou lingvistickou inovaci k formování každé potenciality jazyka dochází. Ke každé z těchto potencialit tedy hledá konkrétní změny jazyka, které ji konstituují. Tyto konkrétní změny nazývá *formálními aspekty* jazyka.

1.3 Jazykové pojetí vzniku západní algebry[7]

Algebraické umění, u jehož zrodu stál perský matematik al-Chwárizmí (780? – 850?), se do Evropy začalo dostávat z arabského světa ve 12. a 13. století. V této době však ještě zdaleka nešlo o jazyk takové síly. Západní algebra, jak ji známe dnes, je produktem dlouhého vývoje, při kterém se, Kvaszovým slovníkem řečeno, formovaly jednotlivé formální aspekty tohoto jazyka a konstituovaly tak jeho sílu. Tento vývoj pak sahal od al-Chwárizmího až k práci italských a německých matematiků v 15. a 16. století (Kvasz 2008, p. 30).

Kvasz dochází k tomu, že jednotlivé potenciality jazyka algebry byly konstituovány postupně. Nejdříve došlo k rozvinutí logické síly jazyka zavedením symbolu pro objektovou proměnnou a poté k rozvinutí expresivní síly jazyka zavedením pravidel pro generování vyšších mocnin. Až poté se posílila metodická síla jazyka zavedením symbolů pro parametry. Následně pak zaznamenala změnu integrativní síla konstituována polynomiálními formami. Nakonec se za vzniku formálních predikátů navýšila explanatorní síla jazyka a využití kořenu rovnice jakožto nástroje deskripce nových objektů pozvedlo poslední z potencialit jazyka, její konstitutivní sílu.

Před tím, než představím tento vývoj podrobněji, je však třeba ujasnit výchozí bod, stav, ve kterém se začal jazyk algebry rozvíjet. Stejně jako Frege, i Kvasz staví algebru ve vývoji matematiky bezprostředně za období aritmetiky. Uveďme tedy nejdříve, jak Kvasz charakterizuje jazyk aritmetiky.

1.3.1 Výchozí bod

Jazyk aritmetiky (respektive elementární aritmetiky) Kvasz charakterizuje jako nejjednodušší ze všech symbolických jazyků, který se vyznačuje především tím, že neobsahuje žádný symbol pro proměnnou. Může však obsahovat symboly pro jednotlivé číslice (např. 0, 1, 2, 3,...), nebo symboly pro operace s čísly (v západním kontextu + , - , × a ÷).

Tento jazyk dokáže znázornit určité zákonitosti. Například dvojice výrazů $17 \times 10 = 170$ a $327 \times 10 = 3270$ znázorňuje, že násobení číslem 10 je v desítkové soustavě ekvivalentní s přidáním nuly za násobené číslo. Dokáže to však pouze *ukázat*, nikoli *vyjádřit* (Kvasz 2008, p. 18). Dokáže tedy naznačit určité pravidlo, ale nedokáže ho explicitně vyjádřit.

[6] Teorie potencialit je částečně rozpracována již v *Patterns of Change*, avšak čtveřici tam uvedených potencialit Kvasz později rozšířil o dvě další v (Kvasz 2010) a stejný seznam uvádí i ve zde převzaté pasáži z (Kvasz 2012).

[7] Kvasz algebru nijak blíže neurčuje, pracuje pouze s pojmem *algebra*. Přídomek *západní* zde přidávám pro odlišení od obecného výrazu *algebra*, kterým se běžně označuje systém manipulace s veličinami bez konkrétního regionálního určení.

Tento jazyk má jen velmi omezenou logickou sílu, která se omezuje pouze na verifikaci jednotlivých výrazů (dokážeme např. za pomoci naznačených pravidel násobení ověřit, zdali je určitý součin správně nebo ne). Má však v jednom ohledu pozoruhodnou expresivní sílu.

Pomocí číslic lze již v elementární aritmetice vyjádřit libovolně velké číslo. Posloupností symbolů pro jednotlivé číslice (bez ohledu na to, jak jsou vyjádřeny, a jestli jazyk používá desítkovou nebo jinou soustavu) navíc postupujeme exponenciálně, a tak již při několika málo iteracích (například při zápisu čísla 95042) dostáváme množství dostatečně velké na to, aby postihlo většinu okolního světa.

Tento jazyk však podle Kvasze není ani explanatorní, ani integrativní, tj. nedokáže vysvětlit jednotlivé početní postupy a nedokáže v nahodilých případech najít jednotící prvky.

Má taktéž velmi omezenou metodickou sílu a konstitutivní sílu.[8] Ačkoli lze v aritmetice naznačit určité postupy, v některých případech, pokud se určitým způsobem změní zadání problému, tyto postupy přestanou fungovat. Kvasz uvádí příklad Babylonské matematiky, která ačkoli dokázala vyřešit příklad odpovídající zadání:

$$x + y = 10, \qquad\qquad x \cdot y = 16,$$

který má řešení (2,8) a (8,2), zadání:

$$x + y = 10, \qquad\qquad x \cdot y = 40,$$

s řešením v komplexní rovině $(5 \pm \sqrt{15}i, 5 \mp \sqrt{15}i)$ již vyřešit nedokázala (2008, pp. 21-22).

Nedostatek konstitutivní síly pak lze ilustrovat na tom, že řecká aritmetika nebyla nikdy schopna číselně popsat vztah mezi diagonálou a stranou čtverce. Snažila se totiž tento vztah vyjádřit jako poměr přirozených čísel a nebyla schopna na základě tohoto vztahu vytvořit nový objekt (iracionální číslo).

1.3.2 Rozvoj logické síly

V případě logické síly algebry souhlasí Kvasz z formálního hlediska s Fregem: jako formální aspekt konstituující logickou sílu jazyka algebry identifikuje zavedení symbolického vyjádření proměnné. Zároveň však vysvětluje, že historicky nejde o symbol a proměnnou jako takovou, nýbrž že jde o její inherentní spojení s algebraickými operacemi.

Kvasz zdůrazňuje, že využívání písmen pro neznámé (tj. *všeobecné referování*, obecné odkazování se k objektům) je z hlediska logické síly algebry až druhotné. Naopak klade důraz na vznik *všeobecného operování*, na zavedení operací, které lze uplatňovat bez ohledu na operand (tedy nejen na libovolná čísla, ale i na symboly odkazující k celým množinám čísel).

Prvními z těchto operací byly al-Chwárizmího operace *al-gabr*, *al-mukábalu* a *al-rad*. První z těchto pojmů, od kterého odvozujeme název *algebra*, například

[8] Charakteristiku aritmetiky uvádí Kvasz v *Patterns of Change*, ve které ještě nepracuje s těmito dvěma silami (metodickou a konstitutivní). V této době pracoval s pojmy logické a expresivní hranice. Tyto pojmy však později dává do vzájemné souvislosti (Kvasz 2010), (Kvasz 2012), z čehož vycházím při sjednocování terminologie.

značil operaci, při které přičteme k oběma stranám rovnice konstantu v případě, že je tato konstanta na jedné straně rovnice odečítána.

Konkrétněji vztah mezi algebraickými operacemi a symboly pro proměnné Kvasz shrnuje takto:

> *Symbol x není v první řadě symbolem na označení libovolného objektu, ke kterému jazyk pomocí něho odkazuje, ale je to symbol označující něco, s čím je možné provádět algebraické operace, tj. symbol na označení libovolného operandu. Tedy to, co al-Chwárizmí, kosisté či Cardano nazývali věcí a co Descartes označil písmenem x, původně nebylo „všeobecné pojmenování“, ale byl to „všeobecný operand“, něco, s čím je možné manipulovat. Neznámá se nerodí v rovině reference, ale v rovině manipulace.* (Ibid., p. 19)

Logická síla západní jazyka algebry je tedy formálně konstituována symbolickým vyjádřením proměnných a historicky se odvíjí od zavedení všeobecných operací aplikovatelných na libovolný operand.

1.3.3 Rozvoj expresivní síly

Růst expresivní síly přímo navazuje na nárůst síly logické a spočívá ve způsobu, jakým symbolicky uchopené proměnné spojujeme ve větší soubory, jak z nich vytváříme jednotlivé matematické výrazy. V případě západní algebry šlo podle Kvasze o zobecnění operace umocňování.

Již několikrát zmíněný al-Chwárizmí používal k označení druhých a třetích mocnin slovní výrazy *mál* a *káb* s významem *majetek* (případně *pozemek*), respektive *kostka*. Jinými slovy řečeno, vycházel vždy z jejich geometrické interpretace. Ježto však takováto interpretace u třetí mocniny končí, musel se při postupu na mocninu následující uchýlit k iteraci těchto pojmů – čtvrtou mocninu označil jako *málmál* a pátou jako *kábmál*.

Když byl pak o mnoho století později tento způsob tvoření mocnin opuštěn a západní matematika dokázala mocniny uchopit přímo – jako mocninu n-tou, oproštěnou od přímé geometrické interpretace – došlo dle Kvasze (2012, p. 23) ke značnému nárůstu expresivní síly jazyka, jelikož byl posílen způsob, kterým matematika generuje komplexnější výrazy.

1.3.4 Rozvoj metodické síly

Po vytvoření metody ke generování vyšších mocnin jednotlivých proměnných identifikuje Kvasz jako další posun v jazyce algebry rozlišení proměnných na známé (na tzv. parametry) a neznámé. Tento krok připisuje francouzskému matematikovi François Viètemu (1540 – 1603), který svou analytickou metodou dokázal otevřít možnost tvoření zobecněných početních metod, jejichž postup se neomezoval na konkrétní numerické hodnoty zadání, ale byl univerzálně aplikovatelný na širokou třídu problémů.

Abychom ocenili důležitost tohoto kroku, musíme si uvědomit, že před Viètem nebylo možné napsat žádný vzorec. Bylo například možné napsat rovnici $x^2 - 25 = 0$. Bylo také možné na tuto rovnici aplikovat algebraickou operaci *přičtení* *k oběma stranám rovnice* (tj. původní arabskou operaci *al-gabr*) a dostat tak podobu rovnice $x^2 = 25$, ze které je již jasně vidět kořen $x = 5$.[9] Nebylo však možné napsat vzorec $x^2-a^2 = (x+a)(x-a)$ a vyslovit tak obecnější pravdu, která by charakterizovala více než jen jednu rovnici definovanou konkrétními koeficienty.

K rozšíření metodické síly jazyka algebry tedy přispělo rozdělení symbolů na základě epistemického kritéria – namísto konkrétních matematických výrazů jako je $7x + 42$ dalo možnost vytvářet obecnější vzorce jako je $ax + b$.

1.3.5 Rozvoj integrativní síly

Integrativní síla jazyka matematiky dle Kvasze spočívá ve schopnosti „spojovat výrazy do forem“ (Kvasz 2012, p. 32). V případě algebry je to konkrétně vznik formy polynomiální.

Po zavedení parametrů bylo možné vyjádřit rovnice jako například $x^3+bx = c$, $x^3 + c = bx$ nebo $x^3 = bx + c$. Ježto však ještě v 16. století byly ze sémantických důvodů (kvůli možné interpretaci) v rovnici přípustné jen kladné členy, byly tyto tři rovnice řešeny zvlášť, vždy pomocí postupů specifických pro danou kombinaci znamének.[10]

Ke spojení těchto výrazů došlo až v roce 1544, kdy kniha *Arithmetica Integra* Michaela Stifela (1487 – 1567) překonala lpění na kladných členech rovnice a prosadila obecný zápis $x^3 + bx + c = 0$, kdy jsou bez ohledu na polaritu členů a, b a c psány všechny členy na levé straně rovnice a jsou položeny rovny nule na straně pravé.

Toto sjednocení označuje Kvasz za vznik polynomiální formy, za svázání všech potenciálních variant (v tomto případě kubické) rovnice. To, co bylo původně jednotlivými problémy, se stalo novým objektem. Neboli:

> *Jazyk algebry sloužil původně k řešení konkrétních problémů týkajících se čísel. Byl proto nástrojem. Zde z nástroje vzniká objekt, forma, která má různé vlastnosti a může se stát předmětem zkoumání. A skutečně, 17. a 18. století lze v dějinách algebry charakterizovat jako studium forem,* (2012, p. 35)

1.3.6 Rozvoj explanatorní síly

Formálním aspektem, který formuje explanatorní sílu jazyka, jsou tzv. *formální predikáty*. Jedná se o nástroje dovolující nazírat na jazyk matematiky jako na soubor logických tvrzení, pomocí kterých je možné například pochopit selhání předchozího jazyka.

Když algebra dokázala jako první vysvětlit důvody neřešitelnosti úlohy trisekce úhlu euklidovskou konstrukcí,[11] byl to predikát „být kořenem ireducibilního

[9] Záporné kořeny rovnice byly v této době často považovány za „falešné“ a nebyly brány v potaz. Tímto způsobem uvažoval například ještě Descartes (1596 – 1650).

[10] Tyto 3 rovnice zahrnují všechny v této době relevantní kombinace tvarů, ke kterým lze dojít z libovolně zadané stupnice 3. stupně. Je tomu tak proto, že člen x^2 lze eliminovat vhodně zvolenou substitucí a tvar $x^3 + bx + c = 0$ má při nezáporných koeficientech b a c řešení buďto triviální, nebo záporné, tj. v 16. století považované za fiktivní.

[11] Trisekce úhlu je spolu se zdvojením krychle a kvadraturou kruhu jeden z tzv. Tří klasických problémů antické matematiky, trojice problémů, jež nemohly být v jazyce eukleidovské

polynomu třetího stupně“, který toto vysvětlení umožnil (Ibid., p. 39).

Formální predikáty lze vytvářet v jakémkoli jazyce; i bez znalosti polynomu dokážeme například vytvořit formální predikát *být řešením rovnice obsahující třetí mocninu.* V tomto jazyce však nejsme schopni dojít k požadovanému upřesnění, k přívlastku *ireducibilní.* Ireducibilní polynom je totiž definován jako *polynom, který nelze rozložit na součin jednodušších polynomů.*

Čím více je tedy v daném matematickém jazyce objektů a čím více vlastností těchto objektů známe, tím komplikovanější formální predikáty jsme schopni v jazyce formulovat a tím explanatornější takový jazyk je.

Na rozdíl od předchozích potencialit jazyka algebry zde zmíněný formální aspekt – formální predikát schopný vysvětlit neřešitelnost trisekce úhlu – sám o sobě nedefinuje nárůst příslušné síly; je jen jedním příkladem z mnoha. Vysoká explanatorní síla jazyka algebry spočívá v množství formálních predikátů, které mohou být formulovány díky vzniku nových objektů a díky jejich nově zjištěným vlastnostem.

1.3.7 Rozvoj konstitutivní síly

Poslední potencialitu jazyka matematiky, kterou Kvasz uvádí, konstitutivní sílu, charakterizuje jako způsob, kterým matematika vytváří nové objekty svého zkoumání. Těmi mohou být čísla, ale také křivky nebo funkce. Jedním způsobem takové konstrukce je podle něho inverzní operace. Sčítání přirozených čísel vede k existenci odčítání, které generuje čísla záporná; umocňování racionálních čísel vede k odmocňování, které generuje čísla iracionální, atp.

Mnoho objektů však nelze popsat jinak, než sofistikovanější deskripcí (Ibid., pp. 42-44). Algebra nám dovoluje popisovat čísla jako kořeny polynomiální rovnice. Takovým způsobem jsme za pomoci deskripce ve tvaru „jediné kladné reálné číslo x splňující rovnost $x^2-2=0$“ schopni dosáhnout čísla $\sqrt{2}$, aniž bychom užili operace odmocnění. Také jsme ale schopni dosáhnout čísel komplexních (např. pomocí rovnice $x^2+1=0$), které bychom inverzní operací získat nedokázali.

Jazyk západní algebry v tomto směru oproti předchozímu jazyku aritmetiky tedy obsahoval navíc deskripci pomocí odmocniny (existence libovolné n-té mocniny dovolovala vytvoření deskripce jakožto libovolné n-té odmocniny) a deskripci definující nové číslo jako kořen polynomu. Druhý zmíněný způsob přinesl koncept komplexních čísel. Ten však dlouhou dobu narážel na problémy interpretace (ke komplexním číslům nelze nalézt v žité realitě takový ekvivalent jako u čísel racionálních či reálných) a byl plně rozvinut až v 19. století.

1.3.8 Shrnutí jazyka algebry a další stupeň vývoje

Tento pohled tedy neodlišuje algebru od aritmetiky pouze na základě toho, že umí pracovat se symboly pro obecné proměnné. Kvasz jasně ukazuje, že ve vývoji matematiky je nutné sledovat více aspektů, které ve své teorii konkretizuje v podobě šesti potencialit matematického jazyka.

Při analýze jazyka japonské matematiky tedy budu mimo využití proměnných a jejich symbolický zápis pátrat i po možnosti generovat vyšší mocniny jednotlivých proměnných, zavedení parametrů, spojování výrazů do forem, využití

---

geometrie vyřešeny.

formálních predikátů při vysvětlení nedostatků předchozího jazyka a po způsobu, jakým jazyk *tenzan džucu* vytvářel nové objekty.

Stejně jako zde naznačený vznik algebry (přechod od jazyka aritmetiky k jazyku algebry) však Kvasz ve své práci analyzuje i další stupeň vývoje, přechod od algebry k matematické analýze (tj. k diferenciálnímu a integrálnímu počtu). Tento pohled komplementárně ke zde uvedené analýze vzniku algebry vymezuje tuto oblast matematiky skrze ty lingvistické nástroje, které v tomto jazyce chyběly a které se vyskytly až v jazyce následujícího období.

Těmito lingvistickými inovacemi jsou především zavedení proměnných pro funkce, vznik konceptu nekonečných řad, epistemické rozlišení funkcionálních proměnných a využití určitého integrálu jakožto nástroje definování nových objektů.

Jelikož nelze vyloučit možnost, že se *wasan* v některém směru vyvinul za hranice toho, co Kvasz označuje jako algebra, budu si při analýze jazyka japonské matematiky všímat i těchto formálních aspektů.

1.4 Jazyk matematiky a přirozený jazyk

Ačkoli se Kvaszova analýza opírá o studium *jazyka matematiky*, v žádném případě nerozlišuje, nad kterým přirozeným jazykem jsou jednotlivé jazykové inovace vytvořené. Fakt, že algebraické operace vznikly v introflektivní arabštině nehraje žádnou roli; operace přesunutí členu na opačnou stranu rovnice (operace *al-gabr*) může být použita zcela identicky v izolační angličtině i ve flektivní češtině. Stejně tak nezáleží na tom, jestli je formální predikát verbalizován v podobě věty se slovesem na konci věty (jako v japonštině), nebo jinde.

Japonština, respektive klasická čínština, která byla v pokročilejších matematických textech používána, se však od západních jazyků neliší jen gramaticky. Odlišuje se také svým grafemickým systémem. Zásadní rozdíl spočívá ve využití logografických znaků *kandži* 漢字, které nevyjadřují určitou hlásku, nýbrž nesou přímo konkrétní význam.[12]

Zkoumání vlivu tohoto rozdílu na možnosti symbolického zápisu matematiky by mohlo přinést některé zajímavé poznatky. Zde se nicméně této dimenzi japonské matematiky podrobněji věnovat nebudu, a to ze dvou důvodů.

Prvním důvodem je pozorování, že v mnoha úlohách byla sémantická dimenze znaků úmyslně vypuštěna tím, že proměnné byly označeny znaky z posloupnosti *kóocuhei* 甲乙丙. Tyto znaky sice mají vlastní významy, ale tradičně se používají pouze ve významu *první, druhý a třetí.*[13] Označení znakem 甲 tedy mělo velmi podobný význam jako označením písmenem a; jednoduše *první neznámá proměnná.*

Druhým je pak důvod metodologický. Zkoumání sémantických vztahů znakového zápisu, symbolizované proměnné a významu neseného využitým znakem by

[12] Japonština mimo znakový zápis používá i dvě hláskové abecedy *hiragana* 平仮名 a *katakana* 片仮名. Symbolický zápis japonské matematiky však vznikl v textech zapsaných v jazyce *kanbun* 漢文, tj. v jazyce vycházejícím z japonské představy o klasické čínštině, který obsahoval pouze plnovýznamové znaky.

[13] Využití těchto znaků ve významu pořadových číslovek navazuje na čínskou tradici sahající až k dynastii Shang (2. tisíciletí před Kristem). Tento systém se čínsky nazývá *tiangan*, japonsky *tenkan* 天干 nebo *džikkan* 十干, tj. *nebeské kmeny*, resp. *deset kmenů.* Znaků v této posloupnosti je tedy celkem deset. Po třech zmíněných následuje ještě septet 丁戊己庚辛壬癸.

vyžadovalo zcela jiné ukotvení než to, které nabízí teorie potencialit jazyka matematiky. Kvaszova teorie, vzniklá na základě studia evropské matematiky, totiž postrádá jakoukoli schopnost tuto dimenzi čínského znakového písma postihnout.

2. Tradiční japonská matematika

2.1 Základní časové vymezení

Pojem *wasan*, který se k označení tradiční japonské matematiky používá nejčastěji, není v existující literatuře užíván zcela jednoznačně. Šigeru uvádí tři možná použití: *wasan v širším smyslu*, *wasan ve středně širokém smyslu* a *wasan v užším smyslu* (2000, pp. 423-424).

Všechny tyto způsoby vymezení ohraničují *wasan* shora rokem 1877, kdy byla založena Tokijská matematická společnost, *Tókjó súgaku kaiša* 東京数学会社,[1] která symbolizovala přechod od tradiční matematiky *wasan* k „moderní“ matematice *súgaku* 数学 (Ibid., p. 423).

Počátek tohoto období je pak v případě nejširšího pojetí kladen do 8. století, od kterého máme o matematice v Japonsku první spolehlivé prameny (Sató 2023, p. 23). V případě středně širokého vymezení tvoří hranici počátek 17. století, kdy se s příchodem období Tokugawa začala matematika rozvíjet za hranice původních čínských vzorů. V případě nejužší definice je pak pojmem *wasan* myšlena až matematika po vydání významné knihy *Hacubi Sanpó* (1674), ve které Seki Takakazu představil svou revoluční metodu řešení rovnic.

Jelikož je cílem této práce objasnit vliv vzniku metody *tenzan džucu* na jazyk japonské matematiky, je potřeba se zaměřit nejen na období po roce 1674, ale taktéž i na období předcházející. Stejně tak není v této práci potřeba rozlišovat mezi matematikou čínských klasiků známou Japoncům ve starověku a středověku a matematikou vlastní z první poloviny 17. století. Z těchto důvodů bude dále uvedený nástin historie japonské matematiky pokrývat období od nejstarších dob.

Naopak historii období po roce 1810, kdy se metoda *tenzan džucu* stala veřejně přístupnou i mimo okruh Sekiho následovníků a již se nijak výrazně neproměňovala, v této kapitole nezahrnuji.

Tato kapitola vychází především z (Mikami 1913), (Mikami 1947), (Smith & Mikami 1914),[2] (Fukugawa & Rothman 2008), (Šigeru 2000) a (Knobloch, Komacu & Liu 2013).

2.2 První vlna čínského vlivu: předtokugawská matematika

O japonské matematice před obdobím Nara (710-794) toho víme jen velmi málo. Ještě méně pak víme o jazyce tohoto období, o pojmech, postupech, o přístupu k matematice. Co můžeme o tomto období říci alespoň s nějakou mírou

[1] V roce 1946 přejmenována na Japonskou matematickou společnost, *Nihon súgaku kai* 日本数学会. Takto se společnost jmenuje dodnes.

[2] Jméno Mikami ve všech třech případech odkazuje k osobě Mikami Jošio (1875 – 1950). Ačkoli jsou zdroje z roku 1913 a 1914 spojeny tímto spoluautorstvím, a oba badatelé navíc silně čerpali z vůbec první knihy o historii japonské matematiky od Endó Tošisady (1896), v mnohém se jejich hodnocení i interpretace jednotlivých fenoménů liší. Nejnovější z nich se pak na rozdíl od (Mikami 1913) soustředí pouze na Japonsko a již neobsahuje rozbor matematiky čínské. (Mikami 1913) a (Mikami 1947) se navíc liší jazykově, zatímco první kniha byla psána anglicky, druhá existuje pouze v japonském originále.

jistoty je to, že matematika byla spojena s mystikou. Co se týče samotného jazyka, za zmínku stojí snad jen užívání desítkové soustavy a pojmenování pro vysoké mocniny tohoto desítkového základu.

Tato pojmenování však ještě neměla podobu jako v moderní japonštině. Po desítkách, stovkách, tisících a deseti tisících, které se označovaly japonskými číslovkami *tó*, *momo*, *či* a *jorozu*, již následovala pouze iterace předchozích pojmů (viz tabulka 1)[3] (Smith & Mikami 1914, pp. 3-4).

Řád	Pojmenování
10^1	*tó*
10^2	*momo*
10^3	*či*
10^4	*jorozu*
10^5	*so jorozu*
10^6	*momo jorozu*
10^7	*či jorozu*
10^8	*jorozu jorozu*
10^9	*so jorozu jorozu*

Tabulka 1: Pojmenování pro mocniny desítky

Od 8. století jsou již informace o něco bohatší. Je to dáno tím, že v této době byla na císařské akademii *Daigakurjó* 大学寮, vzdělávací instituci pro budoucí státní úředníky, vytvořena pozice profesora matematiky, *san hakase* 算博士 a mezi povinně studované texty bylo zařazeno devět matematických textů dovezených z Číny.[4]

Toto byl první ze dvou případů, kdy ve vývoji japonské matematiky nacházíme diskontinuitu způsobenou intelektuální výměnou s kontinentem. Tato první vlna čínského vlivu předchozí matematiku zcela nahradila matematikou, která po staletí vznikala v Číně.

Jmenované devatero knih, v němž spočívalo jádro matematické vzdělanosti období Nara, netvořilo žádné homogenní kompendium; šlo o texty vzniklé v různých obdobích čínských dějin. Patrně nejznámější mezi nimi je *Jiu zhang suan shu* 九章算術, v češtině známá pod názvem *Matematika v devíti kapitolách*.[5]

Matematika v devíti kapitolách,[6] která měla v čínské matematice výsadní postavení až do 20. století (Hudeček 2008, p. 5), se stala ústředním bodem matematického poznání i v Japonsku. Kniha patrně kompilovala předchozí poznatky a zdá se pravděpodobné, že se její obsah od vzniku přibližně v 1. století po Kristu ještě následující dvě století nějakým způsobem měnil. Víme však, že nejpozději před rokem 263, kdy k ní byl sepsán první kanonický komentář,[7] nabyla kniha podoby, která byla dostupná jak japonským matematikům v období Nara, tak je dostupná dnes současnému čtenáři.

[3] Za iteraci předchozích považuji i případ *so jorozu*, jelikož tato varianta vznikla hláskovou změnou z *tó jorozu*.

[4] Texty byly dovezeny do Japonska již v polovině 6. století (Mikami 1913, p. 179). O jejich dřívějším využívání však nemáme dostatek informací.

[5] Kniha je dostupná i v českém překladu Jiřího Hudečka, a to včetně odborného komentáře (2008).

[6] Ke knize se dále odkazuji jen jako k *Devíti kapitolám*.

[7] O roli komentářů v čínské matematice viz (Chemla 2012) nebo (Hudeček 2008, pp. 12-14).

Tato podoba sestává z devíti oddílů zahrnující vždy úlohy vztahující se k jednomu tématu – mohli bychom říci k jednomu oboru tehdejší matematiky. Po obsahové stránce šlo o matematiku výhradně praktickou; dnešním matematickým slovníkem zahrnovala např. trojčlenku, zlomkové operace, Pythagorovu větu, objemy geometrických těles či soustavy lineárních rovnic. Samotná kniha však žádné takovéto výrazy ani jejich funkční ekvivalenty nepoužívá. Nejde v pravém smyslu o knihu matematickou, nedozvíme se z ní, jakým způsobem čínští učenci přemýšleli nebo jakou teorii pro uvedená řešení užívali.

Tuto vlastnost *Devíti kapitol* lze ilustrovat na první úloze z osmé kapitoly. Osmou kapitolu vybírám z toho důvodu, že jde podle Hudečka o kapitolu obsahující „nejnáročnější a historicky nejvýznamnější materiál“ (2008, p. 185).

Zadání úlohy, odpověď a postup řešení zní následovně:

> „Mějme 3 snopy lepšího obilí, 2 snopy středního obilí a 1 snop horšího obilí, obsah je celkem 39 *dou*. Mějme 2 snopy lepšího, 3 snopy středního a 1 snop horšího, obsah je 34 *dou*. Mějme 1 snop lepšího, 2 snopy středního a 3 snopy horšího, obsah je 26 *dou*. Ptáme se, kolik je obsah 1 snopu lepšího, středního a horšího obilí?
>
> Odpověď zní: 1 snop lepšího obilí je 9 celých a 1 ze 4 dílů *dou*.
> 1 snop středního obilí jsou 4 celé a 1 ze 4 dílů *dou*.
> 1 snop horšího obilí jsou 2 celé a 3 ze 4 dílů *dou*.
> [...]
> Metoda zní: Položme 3 snopy lepšího, 2 snopy středního, 1 snop horšího a obsah 39 *dou* na pravou stranu. Obilí ve středním a levém [sloupci] se rozmístí jako vpravo. Lepším obilím vpravo násobíme všechny ve středním sloupci a eliminujeme ho.
> [...]
> Násobíme další a také jej eliminujeme.
> [...]
> Pak násobíme nevyčerpaným středním obilím ve středním sloupci všechny v levém sloupci a eliminujeme jej.
> [...]
> Nevyčerpané horší obilí v levém sloupci tvoří pravidlo nahoře, dole je obsah. Obsah je obsah horšího obilí.
> [...]
> Když hledáme střední obilí, pravidlem se vynásobí obsah dole ve středním sloupci a eliminuje se obsah horšího obilí.
> [...]
> Za zbytek, [dokud je] jako množství snopů středního obilí, [přidáváme] 1, a to je obsah středního obilí.
> [...]
> Když hledáme lepší obilí, také se pravidlem vynásobí obsah v pravém sloupci dole a eliminuje se obsah středního a horšího obilí.
> [...]
> Za zbytek, [dokud je] jako množství snopů lepšího obilí, [přidáváme] 1, a to je obsah lepšího obilí. U všech [za každý] obsah jako pravidlo získáme 1 *dou* příslušného obilí.“ (Hudeček 2008, pp. 187 - 188)

V citaci vynechávám pozdější komentáře, které jednotlivé kroky blíže vysvětlují.

V úloze jde *de-facto* o vyřešení soustavy tří lineárních rovnic o třech neznámých. Při řešení je pak postupováno podobně jako v případě Gaussovy eliminační metody; koeficienty se zapíší do sloupců nikoli nepodobných matici a sčítáním jejich vhodných násobků se dosáhne postupné eliminace proměnných (slovo *eliminace* je překladem čínského termínu *zhi chu* 直除).

Ačkoli jde funkčně o poměrně pokročilou metodu, řešení úlohy zde spočívá pouze ve slovním popisu jednotlivých kroků; nenajdeme zde žádný symbolický zápis ani obdobnou jazykovou inovaci.

Mimo *Devět kapitol* stojí za zmínku ještě o něco starší matematická a kosmologická kniha *Zhou bi suan jing* 周髀算經, *Matematická klasika zhouského gnómonu*, patrně z 1. století před Kristem, či pozdější *Sunzi suan jing* 孫子算經, *Matematická klasika mistra Suna*. V první zmíněné bychom našli krom numerických výpočtů tzv. pythagorejskou trojici, zatímco druhá, jinak povětšinou obsahujíc matematiku jednodušší než v *Devíti kapitolách*, je známa pro slavnou Čínskou zbytkovou úlohu. Součástí devíti čínských klasik však byly také některé komentáře k těmto knihám, jako například již zmíněný první komentář k *Devíti kapitolám*, který sepsal čínský matematik Liu Hui 劉徽 v roce 263.[8]

Navzdory tomu, že tímto způsobem mělo Japonsko k dispozici všechny důležité (uvažujeme-li pouze ty nám dnes známé) čínské zdroje matematického vědění své doby (Smith & Mikami 1914, p. 14), překvapivě nedošlo k žádnému výraznějšímu rozvoji těchto znalostí. Postupy nutné pro praktické účely výměry polí či výběru daní byly na následujících devět století zakonzervovány jako stálé a neměnné, zatímco vše ostatní bylo z většiny zapomenuto, nebo upozaděno. Patrně s tím souvisí i to, že akademie *Daigakurjó*, ve které došlo ke kanonizaci těchto prvních matematických poznatků a kde měl jejich rozvoj pokračovat, začala postupně ztrácet svůj vliv již v průběhu 8. a 9. století.

2.3 Druhá vlna čínského vlivu: cesta ke svébytné matematice

O mnoho jinak zapůsobila v první polovině 17. století vlna druhá. Snad odlišnou povahou přístupu k matematice, kdy počty, nově přístupné pomocí kuličkového počítadla, byly namísto nástroje úředníků a výběrčích daní vnímány jako nástroj kupců a obchodníků, snad jen prostou shodou okolností, kdy se jejich příchod strefil do doby sjednocení Japonska a příhodných podmínek pro intelektuální růst, vzbudily další matematické knihy, dovezené ke konci 16. století, napříč japonskou společností nesmírný zájem o matematiku a započaly tak období jejího nebývalého rozkvětu.

Nestalo se tak však najednou. Jak čínské prameny, tak z nich čerpající japonskou matematiku 17. století můžeme rozdělit do dvou skupin. První bychom mohli charakterizovat jako nepříliš sofistikovanou, každodenní matematiku, která snad právě tímto charakterem dokázala oslovit velké množství zájemců o ni, a tím

[8] Více o tomto devateru textů viz např. (Smith & Mikami 1914, pp. 9-14).

vytvořit vhodné podmínky pro další růst. Druhá pak na těchto základech stavěla a pozvedla umění jednoduchých počtů na komplexní matematický aparát.

2.3.1 Rozšíření matematiky a kuličkové počítadlo

V prvním, mohli bychom také říci popularizačním směru, bylo bezesporu nejvlivnějším čínským zdrojem Cheng Daweiovo (1533 – 1606) pojednání *Suanfa tongzong* 算法統宗, *Spojení metod matematických tradic* z roku 1593.[9] Cheng zde jednak navazoval na tradici *Devíti kapitol* převzetím rozdělení početních příkladů do stejného devatera, jednak toto jádro rozšířil dvěma kapitolami o čínském počítadle a dalšími v *Devíti kapitolách* neobsaženými typy obsahu.[10]

Z této práce čerpali dva významní japonští matematici první poloviny 17. století, Móri Šigejoši a jeho žák Jošida Micujoši.

Móri Šigejoši 毛利重能 (též známý pod osobním jménem Kanbei 勘兵衛) působil jako učitel matematiky v Kjótu. Oblastí jeho zájmu byla aritmetika a jeho jméno je spojováno především s kuličkovým počítadlem.

Počítadlo, abakus, čínsky *suanpan* 算盤, japonsky *soroban*, nástroj značně usnadňující každodenní počty, postupně nahradil do té doby používané *sangi* 算木, počítací tyčinky, které se ke zjednodušení počtů používaly od přejímání čínské matematiky v době Nara (710 – 794).

Soroban byl v době Móriho působení, ačkoli je přesná datace jeho převzetí z kontinentu značně obtížná, již patrně v Japonsku nějakou dobu známý. Ukázalo se však, že více než počítadlo samotné bylo pro jeho potenciální uživatele důležité detailní vysvětlení práce s ním. Soroban totiž nesloužil jen k vypořádání součtů a rozdílů, nýbrž za pomoci speciálních postupů dokázal zajistit i operace jako násobení, dělení nebo odmocňování. A právě takové práci s abakem se Móri při své pedagogické činnosti věnoval. Tomuto úsilí věnoval také pojednání *Warizanšo* 割算書, *O dělení*, kterému se ve své době dostalo nebývalého úspěchu.

Úspěšné bylo i jeho působení jakožto učitele, a to nejen uvažujeme-li množství jeho následovníků, ale především z toho pohledu, že se jeho vlivem popularita čínského počítadla, v lehce pozměněné „japonské" podobě,[11] znatelně rozšířila.

Stejně jako Móri i jeho žák Jošida Micujoši 吉田光由[12] (1598 – 1673), jeden ze Tří aritmetiků, jak jeho a další dva Móriho žáky nazýváme,[13] následoval čínského vzoru a značně se inspiroval Chengovou *Suanfa tongzong*. Jeho práce však co do popularity práci jeho mistra ještě znatelně překonala.

Jeho *Džingóki* 塵劫記,[14] *Pojednání o malých i velkých číslech*, jejíž první vydání Jošida publikoval roku 1627, se stalo natolik oblíbeným, že každých několik

[9] V anglofonních zdrojích někdy překládáno poněkud odlišně jako *Systematic Treatise on Arithmetic*.

[10] Jako příklad můžeme uvést problém tzv. magických čtverců či aritmetické pomůcky v podobě veršované násobilky.

[11] Hlavní rozdíl spočíval v počtu kuliček (japonsky *tama* 珠) na jedné ose, kdy čínská verze obsahovala kombinaci pěti „jednotkových" a dvou „pětkových" kuliček, zatímco japonská verze snížila tento počet na pět a jednu kuličku. O detailech konstrukce a dalších rozdílech viz (Smith & Mikami, pp. 29-32). Za zmínku také stojí, že v současném Japonsku se k pedagogické činnosti používá ještě jeden typ *sorobanu*, který má konstrukci odlišnou od obou zmíněných. Toto dnešní počítadlo má pouze čtyři jednotkové a jednu pětkovou kuličku.

[12] Někdy jako Jošida Kójú.

[13] Zbylými dvěma byli Imamura Čišó a Takahara Kiššu.

[14] Někdy jako *Džinkóki*.

let vycházelo v nových dotiscích. Jošida sám vydal knihu po prvním vydání ještě pětkrát (v letech 1629, 1631, 1634 a v roce 1641 dokonce dvakrát). Mimo jeho vydání se však objevovala i vydání neautorizovaná či jiná díla napodobující jeho styl (Takenouči 2001, pp. 116-117).

Struktura *Džingóki* již neodpovídala tradici *Devíti kapitol*, byla naopak velmi rozdrobená a neucelená. Šlo převážně o sérii nenavazujících úloh a jejich řešení. Výjimku tvoří první kapitoly, ve které jsou představeny základní matematické znalosti. Mimo násobilku *kuku* 九九 je to např. pojmenování jednotlivých mocnin (od jednotek *iči* 一 a desítek *džú* 十 až po extrémně vysoké řády jako 10^{48} *goku* 極 či 10^{88} *murjótaisú* 無量大数)[15] a desetinných míst (např. *ri* 厘 pro setinu či *kocu* 忽 pro sta tisícinu) či systém měrných jednotek.

Druhou výjimkou je pak poslední vydání z roku 1641, ve kterém Jošida přidal 12 nevyřešených problémů (tzv. *zanechaných úloh*, *idai* 遺題), jejichž řešení se měli ujmout matematici z řad čtenářů. Z tohoto gesta vznikla tradice *idai keišó* 遺題継承, *předávání zanechaných úloh*, kdy matematici do svých děl takto zařazovali několik náročných, nevyřešených úloh jako výzvu pro další matematiky.

Jako příklad konkrétního zadání z jeho knihy (nikoli z těchto 12 *zanechaných úloh*) uveďme úlohu *Nezumisan* ねずみ算, *Krysí počet*. Jošidova úloha zní následovně:

> *Na nový rok se objeví pár krys a porodí 12 mláďat. Spolu s rodiči je to 14 jedinců. V únoru pak tyto krysy včetně dětí znovu porodí po 12 mláďatech, a tak je jich spolu s rodiči 98. Když stejným způsobem každý měsíc rodiče, mláďata, mláďata mláďat i mláďata jejich mláďat vždy porodí po 12 mláďatech, kolik jich bude v prosinci?*
>
> *Počet za celý rok je celkem 27 682 574 402 jedinců.*
> (Jošida 1643/1977, p. 201)

Úloha je očividně zábavného charakteru a neslouží žádné konkrétní praktické společenské potřebě, což je značný posun od tradice *Devíti kapitol*, jejíž obsah byl úzce svázán s přímou praktickou aplikací.

Co se týče struktury úlohy, v citované části vidíme zadání a výsledek. Za úlohou ještě dále následuje tabulka, ve které je pro každý měsíc od ledna do prosince uveden počet jedinců v předchozím měsíci, počet nových mláďat v daném měsíci a jejich součet (viz obrázek 1).

[15] Od čísla *goku* není značení zcela jednotné a liší se i mezi jednotlivými vydáními *Džingóki*. Do tohoto čísla vzniká každé nové pojmenování jako deseti tisíci násobek předchozí (od pojmenování *man* 万 pro číslo 10^4). Od čísla *goku* však někdy dochází k přechodu na kvadrát tohoto stupně a nově jsou další pojmenovaná čísla 10^8 násobkem čísla předchozího. V prvním systému by *murjótaisú* 無量大数, doslova *neměřitelně velké číslo*, bylo rovno „pouze“ 10^{68}. Někdy dokonce docházelo k rozdělení tohoto numeralia na dvě, na *murjó* 無量 a *taisú* 大数, přičemž byl zachován stupeň 10^4. Nabízí se samozřejmě paralela s evropskou krátkou a dlouhou škálou.

Obrázek 1: *Tabulka za úlohou Nezumisan*
Zdroj: (Jošida 1641/2000)

Úloha je tedy, jak se zdá, počítána zcela přímočaře a autor se v textu nijak nesnaží odvodit obecný vzorec pro výpočet ($N_i = 2 \cdot 7^i$), ani se nesnaží úlohu spojit s širší třídou problémů. Nevyužívá ani žádného symbolického zápisu. Jde tedy o jazyk, který inventářem svých formálních aspektů neodpovídá ani jazyku elementární aritmetiky, jak ji popisuje L. Kvasz.

Sofistikované postupy pro počítání s kuličkovým počítadlem, které Móri a Jošida uváděli ve svých dílech, poskytovaly jasný návod pro všechny potřebné matematické operace, a tak se zdá, že pro rozvoj symbolického aritmetického jazyka nebyl důvod.

Zhodnotíme-li jednotlivé kvality matematiky zde využité, tedy matematiky, která neobsahuje symbolický zápis aritmetických operací, ale využívá k jejich realizaci jasně zadaných mechanických postupů, zjistíme následující.

Za prvé: Schopnost posoudit pravdivost výrazu, ačkoli takový výraz musí být verbalizován výhradně prostředky přirozeného jazyka, odpovídá logické síle západní aritmetiky. Lišil se pouze nástroj kontroly. V japonském případě mohl být příklad spočten na počítadle a výsledek porovnán s daným tvrzením, zatímco evropská matematika měla k dispozici symbolický zápis a pravidla pro manipulaci s jednotlivými číslicemi.

Za druhé: Využití kuličkového počítadla sice dokázalo nahradit logickou sílu symbolického zápisu matematických operací, nedokázalo však přinést postupy, které by překračovaly možnosti aritmetiky západní. Šlo totiž stále o postupy značně heuristické povahy, které nedokázaly obhájit svou vnitřní logiku. Stejně tak je tomu v případě sjednocenosti, explanatornosti a schopnosti tvořit nové objekty: tyto kvality jazyk matematiky zapsané v *Džingóki* nemá.

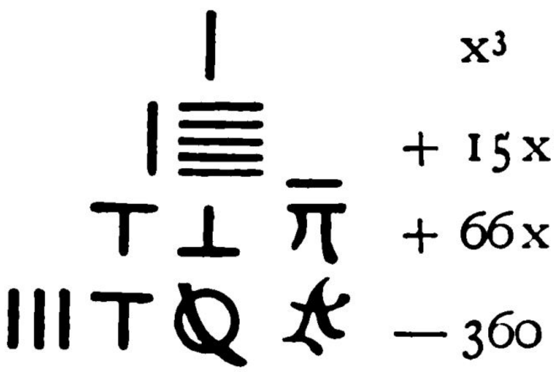
Vzhledem k postavení Jošidova *Džingóki* můžeme hodnocení jazyka této knihy rozšířit na celou první polovinu 17. století. Ačkoli tedy v tomto období pozorujeme prudký nárůst zájmu o matematiku jako takovou, spíše než inovace lingvistická zde byla klíčová inovace technologická. Nedostatky jazyka japonské matematiky (nízká úroveň symbolického zápisu) byla vyvažována důmyslnými postupy pro práci s počítadlem *soroban*, ale z jazykového pohledu byla matematiky tohoto období poměrně zaostalá.[16]

2.3.2 *Tengen džucu* a objev neznámé proměnné

Rozvoj matematického jazyka přišel až ve druhé polovině 17. století, kdy byla prvotní popularizační vlna následována i kvalitativním rozvojem matematického poznání. Tato linie vývoje navazuje především na čínskou matematiku období Sung-Jüan ze 13. století, která navzdory svému stáří svou pokrokovostí předchází i o stovky let mladší díla, a to včetně zmíněné *Suanfa tongzong*. V matematice této doby se totiž objevil klíčový aspekt matematického jazyka – symbolický zápis neznámé proměnné.

První použití symbolu pro neznámou proměnnou najdeme v početní metodě *tien yuen shu* 天元術, tj. v *metodě nebeského počátku*.[17] V Číně tento způsob uvažování nepadl na úrodnou půdu a byl až do období přijímaní evropské matematiky opomíjen a nepochopen. V Japonsku se však stal klíčovým impulsem pro následující vývoj.

Tengen džucu, jak Japonci tuto metodu nazývali, byla metoda z funkčního hlediska prakticky totožná s tzv. Hornerovým schématem, algoritmem pro aproximaci kořene polynomu n-tého stupně. Šlo tedy o způsob přibližného řešení rovnic vyšších stupňů, typicky kubických (Smith & Mikami 1914, pp. 50-51). Z jazykového pohledu je na této metodě nejzajímavější způsob zápisu samotného zadání.



Obrázek 2: *Tengen džucu*
Zdroj: (Smith & Mikami 1914, p. 50)

Na obrázku 2 můžeme vidět ukázku zápisu, který tato metoda přinesla. Číslice se zapisovaly podobně, jako se pracovalo s počítacími tyčinkami *sangi* 算木. Číslice od jedničky do pětky jsou vyjádřeny kladením počtu tyčinek odpovídajícímu znázorňované číslici (např. číslice 3 byla označována jako |||). Počínaje číslicí šest je kladena jedna tyčinka v jedné orientaci znázorňující pětku a zbylé tyčinky v opačné orientaci znázorňují jednotky přičítané k této pětce. Pomyslné písmeno

[16] Možnost, že je určitá kvalita matematiky dána jiným než jazykovým aspektem Kvasz uznává. Takový případ identifikuje např. u stupně sjednocenosti Eukleidových Základů (2012, p. 33).

[17] Překlad z čínštiny převzat z (Hudeček 2008). V anglických překladech, patrně z japonštiny, jako *method of the celestial element*, tj. *metoda nebeského prvku.*

„T“, ať již orientované nahoru či dolů, tedy značí číslici šest (orientace jednotky se v horizontálním směru pravidelně střídá).

Číslice nula je vyjádřena kroužkem. Přeškrtnutí libovolného členu pak znamenalo zezápornění celého řádku. Třetí symbol v posledním řádku tedy značí číslici nula na třetí pozici čísla 360 a zároveň ukazuje na zápornost celého členu.

Zajímavější než číslice jsou zde však znaky na konci třetího a čtvrtého řádku. Jde o symboly *gen* 元 (třetí řádek) a *tai* 太 (čtvrtý řádek).

Znak 元, od kterého metoda *tengen džucu* dostala svůj název, znamená *počátek* a má zde význam hledané neznámé. Směrem nahoru od řádku označeného tímto symbolem jsou řazeny vyšší mocniny neznámé (nad neznámou je druhá mocnina, o jednu výše třetí mocnina atd.). Pod tímto řádkem je naopak zařazena konstanta označena symbolem 太.

To, že existovalo označení jak pro neznámou tak pro konstantu, naznačuje, že směry (nahoru a dolů) nebyly původně pevně dány. Tyto směry se však ustálily a v době přejímání metody v Japonsku již bylo možné jeden ze znaků vypustit, jelikož při daném směru je z pozice jednoho jednoznačně vyvoditelná pozice druhého (znak 太 je vždy přímo pod znakem 元).

Jednotlivé řádky se pak považují za sčítance finální rovnice položené nule. Zápis z obrázku 2 tak vcelku čteme jako:

$$x^3 + 15x^2 + 66x + (-360) = 0,$$

respektive jako:

$$x^3 + 15x^2 + 66x - 360 = 0.$$

Metoda *tengen džucu* však dokázala vyjádřit jen jedinou proměnnou.[18] Při jediné proměnné, ačkoli lze jejím umocňováním a kombinací s konstantou vyjádřit polynomiální rovnice libovolného stupně, nelze dosáhnout epistemického rozlišení na neznámou proměnnou a parametr. Navíc zatím neexistovaly žádné operace, které by na tyto proměnné šlo aplikovat. Zatímco v Evropě byly ještě před vytvořením konceptu proměnné známy postupy jako *al-gabr* nebo *al-mukábalu*, *tengen džucu* byl (stejně jako Hornerovo schéma) jen daným postupem – algoritmem, který poskytl výsledek bez aplikace operací, které by šlo izolovat a zobecnit.

Do Japonska se čínské metody řešení rovnic dostaly převážně skrze dílo *Suanxue Qimeng* 算學啓蒙, *Úvod do studia matematiky*, které napsal Zhu Shijie roku 1299, a které vyšlo v japonské verzi v roce 1658. Jak však ukazuje Šigeru (1993) v souvislosti s vlivem na Sekiho dílo, v Japonsku se v 17. století vyskytovalo ještě dílo *Yang Hui suan fa* a možná i *Shu shu jiu zhang*, z nichž obě pochází ze 13. století. Obě pak obsahovaly techniky řešení neurčitých rovnic, jímž podobné postupy najdeme od 17. století i v japonské matematice.

Tengen džucu poprvé uchopil Sató Masaoki 佐藤正興[19] ve své *Sanpó kongenki* 算法根源記, *Pojednání o počátcích početních metod* z roku 1669. Po něm se této problematice úspěšně věnoval také Sawaguči Kazujuki 沢口一之 v díle *Kokon sanpóki* 古今算法記, *Pojednání o starých i nových početních metodách* z roku

[18] V Číně na tuto metodu navázala ještě metoda *si yuan shu* 四元術, která dokázala za pomoci čtyřsměrného schématu vyjádřit čtyři různé proměnné (天地人物, tedy *nebe*, *zemi*, *člověka* a *věc*). Nemáme však žádné doklady o tom, že by tato metoda byla v Japonsku 17. století známa (Mikami 1947, p. 35).

[19] Někdy jako Sató Seikó.

1671. Zde svým objevem možné mnohosti kořenů rovnic vyšších stupňů započal vývoj přesahující původní čínské zdroje. Zároveň zde však, navazuje na tradici *idai keišó*, zanechal 15 problémů, které nebylo možné touto metodou vyřešit.

2.4 Seki Takakazu a vznik japonské algebry

Na práci Satóa a Sawagučiho již navázal Seki Takakazu 関孝和[20] (1642? – 1708). O významu této postavy v dějinách japonské matematiky by šlo napsat mnoho. Hlavní oblastí Sekiho zájmu byly ty části matematiky, které na západě zařazujeme pod pojem algebra. Sem spadá například řešení a zkoumání vlastností rovnic, zkoumání nekonečných řad, řešení neurčitých rovnic nebo metoda interpolace, díky které Seki došel k objevu Bernoulliho čísel.

Některé z jeho metod navíc přesahovaly do oblastí algebraické geometrie nebo dokonce matematické analýzy. Do první z těchto kategorií bychom mohli zařadit výpočty obsahu mnohoúhelníků a kruhu či zkoumání kónických křivek. Do druhé pak jemu připisovanou metodu *enri* 円理, tj. metodu *kruhového principu*, která vycházela ze studia kruhu, ale využívala postupy nápadně připomínající logiku západního integrálu. Je však pravděpodobné, že s touto myšlenkou přišel až jeho student Takebe Katahiro 建部賢弘[21] (1664 – 1739). Takováto nejistota ohledně autorství je u Sekiho poměrně častá, jelikož mnoho z děl, která nesou Sekiho jméno, bylo vydáno až dlouho po jeho smrti jeho následovníky, které označujeme termínem *Sekirjú* 関流, neboli Sekiho škola.

Za největší jeho úspěch je pak tradičně považována jeho teorie determinantů, kterou zformuloval o několik let dříve než Leibnitz.

2.4.1 *Endan džucu* a *bóšohó*

Tyto úspěchy by však v jazyce *Džingóki*, ani v jazyce čínské metody *tengen džucu* nebyly možné. Stejně jako všichni velcí matematičtí inovátoři musel být i Seki také inovátorem lingvistickým. V první fázi byla jeho inovace dvojího typu, sémantická a symbolická. V sémantickém směru to byla analytická metoda *endan džucu*, v symbolickém pak metoda zápisu *bóšohó*.

Metoda *tengen džucu*, na kterou Seki navazoval, znala symbolický zápis neznámé proměnné a nabízela možnost formulovat a řešit polynomiální rovnice, a to i vyšších stupňů. Jelikož však šlo o jednotný algoritmus, který vzal za vstup koeficienty rovnice a nabídl výstup ve formě přibližné hodnoty kořene, pro některá zadání, pro jejichž vyřešení bylo potřebné zavést více proměnných a ty postupně eliminovat, byla tato metoda zcela nevyhovující. Odpovědí na tento nedostatek byla první Sekiho jazyková inovace, metoda *endan džucu* 演段術.

Název této metody bychom mohli přeložit jako *metoda vysvětlení*, případně doslovněji jako *metoda provádění (výpočtu) po krocích*. Mikami pak navrhuje dokonce přímo překlad *analýza* (1913, p. 160).

Samotná metoda spočívala v rozkladu zadání do vícero rovnic, jejichž prostřednictvím se postupně došlo k finálnímu vztahu a až posléze k řešení. Klíčovou změnou oproti *tengen džucu* tedy bylo to, že nebylo potřeba při pokládání

[20] Často také jako Seki Kówa.

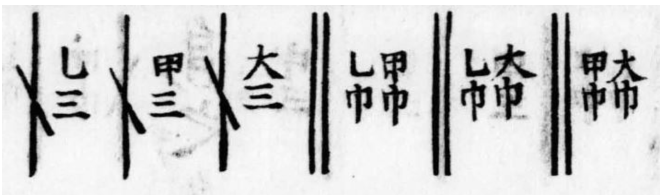
[21] Někdy jako Takebe Kenkó.

neznámé dosadit rovnou číselné koeficienty, nýbrž šlo sestavit více pomocných rovnic, ve kterých šlo neznámé postupně eliminovat (Mikami 1947, p. 43-45).

Tuto metodu Seki poprvé využil ve své první a za jeho života jediné publikované knize *Hacubi sanpó* 発微算法,[22] ve které vyřešil všech 15 *zanechaných úloh* ze Sawagučiho *Kokon sanpóki*. Svou metodu však nijak nevysvětlil; v knize uvedl pouze hrubý náčrt řešení v podobě výsledných rovnic. Objasnění tak přinesl až jeden z jeho studentů, Takebe Katahiro,[23] v komentáři k této knize, který vyšel pod názvem *Hacubi sanpó endan genkai* 発微算法演段諺解, *Komentář k postupům v Hacubi sanpó*, v roce 1685.

Takebe ve svém komentáři detailně popsal nejen metodu *endan*, ale také nový způsob zápisu, který Seki pro manipulaci se sestavenými rovnicemi vytvořil. Tento zápis se označoval jako *bóšohó* 傍書法, doslova *metoda psaní po stranách.*[24] Číslice se v tomto způsobu zápisu vyjadřovaly zcela stejně jako v případě *tengen džucu*, tj. vycházely z kladení počítacích tyčinek *sangi*. Nově však bylo možné vyjádřit více proměnných a především pak bylo možné tyto proměnné skládat do složených výrazů vzájemným sčítáním a násobením jejich různých mocnin.

Jako příklad zápisu *bóšohó* lze uvézt následující řádek z Takebeho vysvětlení Sekiho řešení 12. Sawagučiho *zanechané úlohy.*



obrázek 3: *Bóšohó*
Zdroj: (Takebe 1685, p. 129)

Na obrázku 3 vidíme šest výrazů, každý sestávající z jedné nebo dvou svislých čar, kombinací znaků *kó* 甲, *ocu* 乙 nebo *tai* 大 v prvním řádku a znaků *san* 三 nebo *beki* 巾 v řádku druhém. Jako v případě *tengen džucu* svislé čáry znázorňují číslici, kterou je člen násobený, a přeškrtnutí vyjadřuje zápornost členu (respektive jeho odečítání namísto výchozího přičítání). V prvním řádku zapsané znaky vyjadřují proměnné, druhý řádek pak vyjadřuje mocniny těchto proměnných. Znak 巾 je zkrácením znaku 冪 ve významu *mocnina.* Zde má význam mocniny druhé (kterou můžeme chápat jako první vynásobení proměnné samo sebou). Znak 三 s významem číslice 3 pak neznamená mocninu třetí, ale pomyslné „třetí vynásobení proměnné samo sebou“, tj. mocninu čtvrtou.

Dohromady bychom výraz na obrázku 3 četli zprava jako:

$$2\text{大}^2\text{甲}^2 + 2\text{大}^2\text{乙}^2 + 2\text{甲}^2\text{乙}^2 - \text{大}^4 - \text{甲}^4 - \text{乙}^4.$$

[22] Překlad názvu tohoto díla není jednoduchý. V dosavadní anglicky psané literatuře najdeme nejrůznější způsoby překladu jako např. *Mathematical Methods for Exploring Subtle Points*, *Mathematical Method for Clarifying Subtle Points*, *Mathematical Methods without Secrets* nebo *Mathematics with Humble Determination.*

[23] Jde o stejného matematika, kterému se někdy připisuje autorství metody *enri* viz předcházející sekce.

[24] Smith & Mikami uvádí namísto sufixu *hó* 法 s významem metoda sufix *šiki* 式 s významem *forma* (1914, p. 105). V japonsky psané literatuře se zase běžně vyskytuje pouze výraz *bóšo* 傍書 ve stejném významu.

Stejně jako v případě *tengen džucu* i v tomto zápisu výraz sám o sobě rovněž vyjadřuje rovnici, ve které jsou všechny jeho členy rovny nule, tj. rovnici:

$$2\text{大}^2\text{甲}^2 + 2\text{大}^2\text{乙}^2 + 2\text{甲}^2\text{乙}^2 - \text{大}^4 - \text{甲}^4 - \text{乙}^4 = 0.$$

Spolu s algoritmickou metodou výpočtu *tengen džucu* poskytoval tento nový způsob analýzy *endan džucu* za využití symbolického zápisu *bóšohó* každému čtenáři Takebeho *Hacubi sanpó endan genkai* do té doby nevídané možnosti řešení algebraických problémů.

Jak však bylo v japonské tradici matematických škol zvykem, část svého umění si Sekiho škola nechala pro sebe. Touto částí byla poslední lingvistická inovace, rozšíření tohoto jazyka o racionální lomené výrazy.

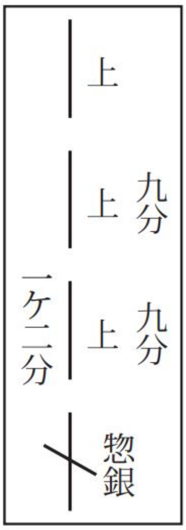
2.4.2 *Tenzan džucu*

V jazyce *endan džucu* bylo možné kombinovat více proměnných, umocňovat je na libovolný stupeň a skládat z nich složené výrazy. Tento jazyk však nedovoloval zformulovat důležitý objekt, kterým je lomený výraz. To dovolovala až další Sekiho inovace, která byla přístupná jen žákům jeho školy. Svou kompletní metodu nazval *kigen seihó* 帰源整法. Od první poloviny 18. století se pak tato metoda označuje jako *tenzan džucu* 點竄術.

Zatímco Sekiho pojmenování *kigen seihó*, které bychom mohli přeložit jako *metoda navracející původní podobu (věcí a vztahů)*, příliš výmluvné není, jméno *tenzan džucu*, jak metodu nazval ve svém díle *Hóró josan* 絳老餘算 Macunaga Jošisuke 松永良弼 (1690? – 1744), prozrazuje o něco více.

Macunaga název *tenzan* vysvětluje tak, že jde o spojení významů „přidávat“ a „odebírat“. Znak *ten* 點 připodobňuje ke znaku 添 a znak *zan* 竄 ke znaku 削. Dohromady tyto dva znaky tvoří slovo *tensaku* 添削 s významem *přehodnocení*, a jde tedy podle jeho slov o jakousi revizi staré algebraické metody (zde se patrně odkazuje na čínskou metodu *tengen džucu*).

Oproti neúplné metodě *endan džucu* zde bylo možné vyjádřit podíl. Zatímco dříve (obrázek 3) znázorňovaly úsečky ve stylu počítacích tyčinek pouze číslice v součinu, nově plnily rovněž funkci pomyslné zlomkové čáry (viz obrázek 4).



Obrázek 4: *Tenzan džucu*
Zdroj: (Mikami 1947, p. 49)

Tento krok dovršil vývoj jazyka tradiční japonské matematiky, jelikož již bylo možné vyjádřit všechny čtyři základní matematické operace, tj. sčítání, odčítání (respektive přičítání opačného čísla), násobení i dělení. Ve své podstatě však *tenzan džucu* stále sestávalo ze symbolického zápisu *bóšo*, postupné analýzy *endan* a početního algoritmu *tengen* (Mikami 1947, pp. 48-51).

Mimo Sekiho školu se toto umění dostalo až ve druhé polovině 18. století a kompletní objasnění *tenzan džucu* přinesl až Sakabe Kóhan 坂部広胖 (1759 – 1824) v knize *Sanpó tenzan šinan roku* 算法点竄指南録 z roku 1810. Od této doby se pojem *tenzan džucu* ustálil a jeho užívání přetrvalo až do období Meidži (1868), kdy se spolu s přejímáním západní vědy ustálil původně čínský termín *daisúgaku* 代数学, *algebra*, který se používá dodnes.

Rozboru potencialit této finální podoby jazyka japonské algebry věnuji samostatnou kapitolu.

3. *Tenzan džucu* a proměna jazyka japonské matematiky

Jak jsme mohli vidět ve druhé kapitole, se Sekiho jazykovými inovacemi je spojeno hned několik pojmů. Nejdříve to bylo *endan džucu* a *bóšohó*, až později pak *kigen seihó*, respektive *tenzan džucu*. Jelikož však *tenzan džucu* zahrnovalo mimo novou schopnost vyjádřit lomené výrazy taktéž všechny předchozí inovace včetně algoritmické metody *tengen džucu*, budu v této kapitole spojením *jazyk tenzan džucu* či podobnými pojmy vždy mínit nejen novou schopnost vyjádřit lomený výraz, ale taktéž všechny možnosti, které přinesly již tyto dřívější metody *tengen džucu*, *endan džucu* a *bóšohó*.

3.1 Logická síla

Základním formálním aspektem, který vytváří základ symbolického matematického jazyka je symbolické znázornění proměnné. První náznak v tomto směru přinesla již čínská metoda *tengen džucu*, která označovala neznámou proměnnou znakem *gen* 元. V jazyce *tengen džucu* však neexistovaly žádné metody manipulace s touto proměnnou a proměnná existovala vždy jen jedna.

Vícero proměnných a manipulaci s nimi přinesla až Sekiho metoda *endan džucu*, respektive *tenzan džucu*. Vzhledem k esoteričnosti Sekiho školy nejsme schopni přesně popsat dynamiku vývoje těchto operací, avšak víme, že v roce 1810, kdy se tajemství *tenzan džucu* dostalo mimo okruh Sekiho následovníků, již byly tyto operace jasně definovány.

Tyto operace uvádí Óhara Tošiaki 大原利明 (?–1828) v knize *Sanpó tenzan šinan* 算法点竄指南 (1810);[1] vysvětlení jejich praktického významu pak najdeme v (Hosking 2017, pp. 57-59). Jako příklad uveďme operace *dókaigen* 同加異減, doslova *přidat stejné, odebrat odlišné* a *henšókadžó* 遍省過乘, neboli *všeobecné vypuštění přebytečného násobení.*

První z těchto operací, *dókaigen*, spočívala v triviálním spojení stejných členů výrazu. Pokud se ve výrazu vyskytlo např. ||甲 ($2x$) a zároveň |||甲 ($3x$), bylo touto operací možné tyto dva členy spojit v jeden člen |||||甲 ($5x$). Pokud měly členy stejné znamínko, spojení spočívalo v součtu koeficientů, pokud odlišné, koeficienty se odčítaly. Tato metoda je totožná s al-Chwárizmího operací *al-mukábalu.*

Zatímco *dókaigen* pouze převáděla jeden výraz na výraz jiný, operace *henšókadžó* již pracovala s výrazem jakožto s rovnicí. Pokud se ve výrazu (respektive rovnici), řekněme ||甲 ||乙 ||||丙, tj. fakticky $2x+2y+4z=0$, vyskytoval u všech členů soudělný koeficient, bylo ho touto metodou možné „vypustit“ a pracovat nově pouze s výrazem 甲 乙 ||丙 ($x+y+2z=0$). I v případě této operace se jedná o metodu mající funkční ekvivalent v algebře arabské. Tou je al-Chwárizmího operace *al-rad.* Jediný rozdíl je v tom, že operace *al-rad* byla aplikována na rovnici, na její dvě strany, zatímco operace *henšókadžó* byla aplikována na výraz, který byl jako rovnice chápaný pouze implicitně.

[1]Nejedná se o dříve zmíněnou knihu *Sanpó tenzan šinan roku* 算法点竄指南録, ačkoli obě pochází z roku 1810.

Třetí ze základních operací arabské algebry, převedení členu na opačnou stranu rovnice *al-gabr*, v jazyce japonské matematiky pochopitelně nenajdeme. Našli bychom naopak sofistikovanější způsoby manipulace, jako je umocňování (*džidžó* 自乗) či nahrazování členu výrazu jiným jeho ekvivalentem (*henkan* 變換).

Logická síla jazyka japonské matematiky tedy odpovídala logické síle západní algebry. Jediný rozdíl spočíval v tom, že zatímco na západě byly nejdříve objeveny operace pro manipulaci s proměnnými a až později vzniklo symbolické označení těchto proměnných, v Japonsku byl symbol pro neznámou proměnnou nejdříve používán v rámci algoritmického schématu a až později byl použit jakožto objekt manipulace v metodě *tenzan džucu*.

3.2 Expresivní síla

V evropském prostředí byla operace umocňování dlouhou dobu svázána geometrickou interpretací, a tak uchopení mocniny jakožto mocniny n-té Kvasz považuje za klíčový moment v konstituci expresivní síly jazyka západní algebry.

V Japonsku však, snad tím, že zde neměla geometrická tradice tak dominantní pozici, bylo chápání umocňování o poznání přímočařejší. Byl to totiž již způsob zápisu *tengen džucu*, který dokázal zachytit mocniny téměř libovolného stupně.[2]

Systém *bóšo* pak uchopení mocniny ještě zdokonalil přímým symbolickým zápisem (znakem 巾 pro druhou mocninu a číslovkami 二, 三 atd. pro mocniny vyšší).

Růst expresivní síly – schopnost generovat libovolné mocniny bez ohledu na jejich geometrickou interpretaci – tedy zcela kopíroval nárůst síly logické.

Mimo to v japonské matematice nacházíme ještě jeden formální aspekt rozšiřující expresivní sílu tohoto jazyka. Tím je nekonečná řada. Kvasz tento formální aspekt spojuje až se vznikem matematické analýzy, a tak je výskyt této inovace přibližně v době, kdy se teprve formovala samotná algebra (studiem nekonečných řad se zabýval již Seki) poměrně fascinující.

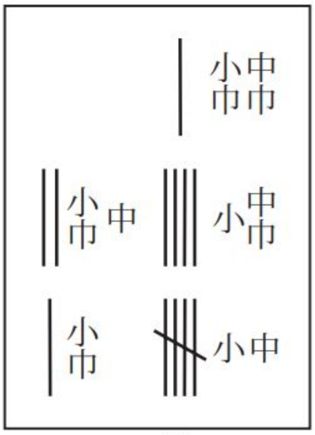
3.3 Metodická síla

Parametry, formální aspekt konstituující metodickou sílu jazyka algebry, vidí Mikami již v řešení první ze Sawagučiho *zanechaných úloh* (Mikami 1947, p. 44).

[2] Jelikož však každá další mocnina vyžadovala svůj řádek zápisu, při příliš vysokých mocninách by tento zápis z praktických důvodů nemohl zcela vyhovovat. V rámci běžně myslitelných stupňů byl nicméně tento způsob zcela dostačující.

Obrázek 5: První *zanechaná úloha* z díla *Kokon sanpóki*[3]
Zdroj: (Sawaguči 1671, část 7.)

Označením parametr zde však míní to, že neznámá proměnná, v tomto případě průměr největšího kruhu 大圓, viz obrázek 5 nahoře, byla ve schématu *tengen džucu* vyjádřena ve formě zbývajících neznámých, průměru středního kruhu 中圓 a průměru malého kruhu 小圓 (podobně jako v tzv. dosazovací metodě řešení soustavy lineárních rovnic). Výsledná rovnice v tomto případě obsahuje jednu proměnnou pouze implicitně jakožto prvek *gen* 元 a zbylé proměnné explicitně ve formě koeficientů ve schématu *tengen džucu* (jako na obrázku 6).



$$\begin{gathered}小^2中^2 \\ +(2\,小^2中 + 4\,小中^2)\,大 \\ +(小^2 - 4小中)\,大^2 \\ = 0\end{gathered}$$

Obrázek 6: Schéma *tengen džucu* s proměnnými jako koeficienty
(Vlevo původní forma zápisu, vpravo přepis do moderní notace)
Zdroj: (Mikami 1947, p. 44)

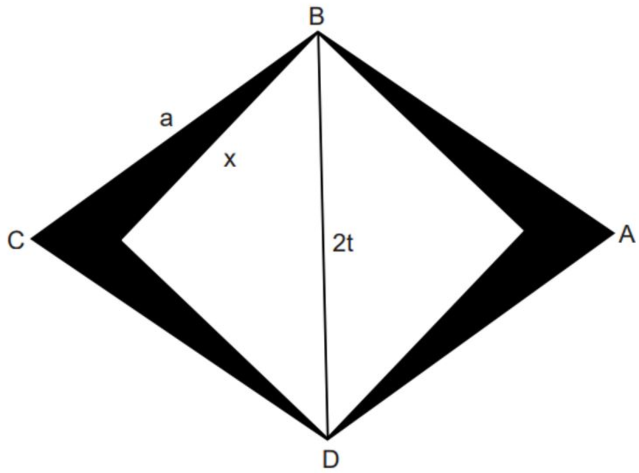
[3] Zadání úlohy zní: Uvnitř kruhu mějme jako na obrázku tři kruhové díry. Obsah, který zbývá z vnějšího kruhu (po odečtení obsahu tří menších kruhů) je 120 *bu* 步. Průměr malého kruhu je o pět *sun* 寸 kratší, než průměr středního kruhu. Jaký je průměr velkého, středního a malého kruhu?

Ačkoli jde v tomto případě opravdu o jistou diferenciaci neznámých proměnných, a tedy o výrazný posun oproti metodě *tengen džucu*, která tohoto dynamického rozlišení schopná nebyla, nejde o parametry v Kvaszově významu epistemického rozlišení.

Využití parametrů v epistemickém smyslu bychom našli např. na destičce *sangaku*[4] z roku 1821, jež byla vystavena ve svatyni Óma Šinmeiša v prefektuře Gunma (Fukagawa & Rothman 2008, p. 118).

V této úloze je jako na obrázku 7 zadán kosočtverec a v něm vepsaný čtverec sdílející jednu jeho úhlopříčku. Vedle bodů A, B, C a D v nákresu najdeme tři proměnné – a, t a x. Pomocí těchto proměnných je nám také formulována otázka, kterou lze parafrázovat takto:

> Nechť je $S(t)$ rovno obsahu kosočtverce zmenšeného o obsah vepsaného čtverce,[5] jehož úhlopříčka BD $= 2t$. Vyjádřete stranu x čtverce pomocí strany a tak, aby byla hodnota $S(t)$ maximalizována.



Obrázek 7: Nákres k úloze ze svatyně Óma Šinmeiša
Zdroj: (Fukagawa & Rothman 2008, p. 119)

Zadání bohužel přebírám již v do současné notace přepsané podobě. Přesto však vidíme, že rozlišení proměnných na parametry (a a t), které plní funkci zobecnění a mohly by stejně tak být nahrazeny konkrétními čísly, a neznámou (x), jež je hledanou veličinou, v tomto případě již zcela odpovídá Kvaszově pojetí parametru.

[4] *Sangaku* 算額, byly dřevěné destičky s matematickým obsahem, které mnozí matematici umisťovali do buddhistických chrámů či šintoistických svatyň. Tímto gestem částečně navazovali na tradici obětních destiček *ema* 絵馬. Především však šlo o způsob, jakým matematici publikovali výsledky své práce.

[5] Slova „vepsaného“ zde užívám pro stručnost. Vzroste-li hodnota $2t$ nad určitou mez, obsah čtverce bude pochopitelně větší než obsah kosočtverce a v tomto stavu bude naopak kosočtverec vepsán do čtverce. Ježto však bude v takovém případě výsledné $S(t)$ menší než nula, nemá tato podoba v této maximalizační úloze mnoho smyslu.

3.4 Integrativní síla

Podobný jev jako v případě expresivní síly, kdy japonská tradice neznala určité sémantické omezení, které blokovalo rozvoj této síly na západě, můžeme vidět i v případě síly integrativní. Zde západní matematiku, kladoucí členy na dvě strany rovnice, určitou dobu omezovala nutnost vyjadřovat koeficienty rovnice pouze v kladném tvaru. Opuštění tohoto úzu pak Kvasz identifikuje jako nárůst integrativní síly (detailněji viz sekce 1.3.5).

V japonském prostředí však toto omezení neexistovalo. Jelikož *wasan* vždy pojímal jednotlivé výrazy jako rovnice s pomyslnou nulou na druhé straně, již první symbolická forma zápisu rovnic vytvořila *de facto* polynom, přičemž sjednocovala všechny potenciální kombinace znamének členů do jedné jediné formy.

3.5 Explanatorní síla

Viděli jsme, že v případě logické, expresivní, metodické a integrativní síly obsahuje inventář formálních aspektů japonské matematiky nápadné podobnosti s matematikou západní. U síly explanatorní se však tato jednoznačná paralela začíná komplikovat.

Podstatou explanatorní síly matematiky je podle Kvasze schopnost ukázat selhání předcházejícího jazyka. Za stěžejní příklady tohoto pohledu mu pak slouží téměř odvěká snaha evropské matematiky vyřešit tzv. Tři klasické problémy antické matematiky (tj. trisekci úhlu, kvadraturu kruhu a zdvojení krychle).

Implikace této velmi specifické snahy o překonání obdivované kultury vyřešením pro ni nepřekonatelných problémů však do japonského prostředí přesunout nelze. Kanonické knihy čínských klasiků nabízely výhradně problémy, které bylo možné vyřešit. Šlo totiž původně o praktické příručky pro státní úředníky, nikoli o spekulativní spisy jako v případě antiky. Jak uvádí Hudeček v případě *Devíti kapitol*: „Mezi úlohou a metodou je nerozdělitelné pouto: metoda bez úlohy nemá smysl [...], úloha bez metody nemá opodstatnění“ (2008, p. 9).

Tradici uvádění nevyřešených problémů bychom sice od posledního Jošidova vydání *Džingóki* z roku 1641 našli i v Japonsku, avšak tyto problémy vždy našly svá řešení velice brzy a šlo tak spíše o spojité navazování nových problémů a nových řešení, než o staletí očekávanou revoluci jako v evropském případě. Kupříkladu 15 Sawagučiho *zanechaných úloh*, který vyřešil Seki Takakazu ve své *Hacubi sanpó* v roce 1674, bylo formulováno až v roce 1671. Vzhledem k takto krátké době tak sotva někdo mohl interpretovat nevyřešení těchto problémů před rokem 1674 jako „selhání předchozího jazyka“.

Tato dimenze matematického jazyka se tak na rozdíl od předchozích potencialit zdá býti jakýmsi evropským specifikem, spíše než obecným rysem algebraického jazyka.

3.6 Konstitutivní síla

Západní algebra je schopna generovat nové objekty dvěma způsoby; inverzní operací (odmocninou) vytváří čísla iracionální a deskripcí pomocí polynomu dokáže vytvářet čísla komplexní.

Technicky vzato měl *wasan* v tomto ohledu stejné možnosti, odmocnina dovolovala generovat čísla iracionální a polynomické rovnice umožňovaly dojít k číslům komplexním.

Využití polynomu (tj. rovnice a jejího kořene) pro definování nových čísel však vyžaduje reinterpretaci významu rovnic, jelikož záporné i komplexní kořeny rovnice odporují tradičnímu pojetí výsledku. Podobně jako ještě Descartes (1596 – 1650) zavrhoval záporná řešení, vyskytoval se tento pohled i v myšlení japonském. Seki Takakazu pak dokonce svým postojem, kdy rovnice generující záporné nebo komplexní kořeny „napravoval" tak, aby jejich řešeními byla kladná reálná čísla, vyloučil budoucí vývoj na poli komplexní analýzy (Nakajama 2009, p. 182).

Druhým problémem deskripce v japonském prostředí je obecné pojetí účelu matematiky. Nezápadní matematické tradice byly mnohem více zaměřené na její numerickou stránku, na schopnost vyvinout algoritmus, kterým se výsledek přesněji aproximuje (Wood 2013, pp. 2-3), spíše než na rigorózní deskripci takového čísla. Tuto snahu můžeme vidět ve způsobu, jakým japonští matematici přistupovali k číslu π; jejich snahou byla primárně přesnější aproximace, nikoli platonisticky vnímaná ontologie tohoto čísla (viz např. Fukagawa & Rothman 2008, pp. 16).

Jinými slovy: z pohledu formálních aspektů měla japonská algebra k dispozici jak deskripci inverzní operací, tak způsob tvorby nových objektů pomocí polynomu. Tato možnost však nikdy nevedla ke zformování teorie komplexní analýzy, a zůstala tak opravdu jen *potencialitou* japonské tradiční matematiky.

3.7 Shrnutí

Tímto jsem zhodnotil všech šest potencialit jazyka japonské matematiky po vzniku *tenzan džucu* a ukázal, které možnosti tento matematický aparát formálními aspekty jako proměnná, složený výraz či parametr nabízel. Z této analýzy je pak zjevné, že předpoklad o zařazení této změny mezi změny typu re-prezentace byl správný.

Je zde však potřeba připomenout, že zhodnocení této šestice potencialit matematického jazyka se dotýká pouze jazykové dimenze matematiky. Pokud jsem ukázal, že jazyková invence v podobě formálních predikátů nevedla jako na západě k explanaci selhání jazyka předcházejících období (protože hanská matematika žádná takováto selhání, které bychom mohli přirovnat ke Třem klasickým problémům antické matematiky, nezanechala), neznamená to, že by japonská matematika nebyla explanatorní, nebo že by úroveň schopnosti vysvětlovat své postupy v této tradici nenarůstala. Znamená to jen to, že to nebyl symbolický jazyk *tenzan džucu*, který by k této schopnosti přispíval.

Jako příklad mimojazykového nárůstu explanatorních schopností japonské matematiky uveďme způsob aproximace čísla π. Zatímco čínské prameny vycházely z odhadu prostou – a pochopitelně chybnou – intuicí určeného jako $\sqrt{10}$ (Smith & Mikami 1914, p. 63), v návaznosti na první *zanechané úlohy* z Jošidova *Džingóki* vznikla v 17. století nová metoda, která vycházela z aproximace kruhu pomocí pravidelného n-úhelníku.[6]

[6]Šlo o stejnou metodu, kterou použil již Archimedes ve třetím století před Kristem.

Tímto objevem japonská matematika zcela jistě dosáhla vyššího stupně explanatornosti, jelikož osvětlila vztah mezi kruhem a mnohoúhelníkem. Šlo však o inovaci nahodilou, nespadající pod teorii jazykových změn, jejímž prismatem v této práci *wasan* zkoumám.

Závěr

Rozborem jednotlivých potencialit jazyka matematiky, jak je definoval Ladislav Kvasz ve své publikaci *Jazyk a zmena*, jsem zjistil, že jazyk po vytvoření metody *tenzan džucu* obsahoval formální aspekty v podobě symbolického znázornění více proměnných, vyjádření libovolné mocniny, epistemického rozlišení proměnných na neznámé a parametry i spojení jednotlivých výrazů do polynomiální formy. Tyto formální aspekty pak konstituovaly logickou, expresivní, metodickou a integrativní sílu japonské matematiky ve srovnatelné míře, jako tomu bylo v případě algebry západní.

Historický vývoj formování tří z těchto čtyř formálních aspektů se však od vývoje na západě značně lišil. Zatímco symbol pro neznámou proměnnou v Evropě vznikl až dlouho po importu al-Chwárizmího operací *al-gabr*, *al-mukábalu* a *al-rad*, v Japonsku vzniklo symbolické znázornění proměnné již v rámci algoritmické metody *tengen džucu*, a tedy dříve než vlastní soubor operací pro manipulaci s ní.

V případě vyjádření libovolné mocniny a spojení jednotlivých výrazů do polynomiální formy pak neexistovaly žádné geometrické ani sémantické bariéry jako v Evropě, a tak byly tyto formální aspekty překvapivě formovány již současně se vznikem systému proměnných.

Sémantické bariéry naopak existovaly v případě interpretace kořenů polynomiální rovnice, a tak nikdy nedošlo k tomu, že by konstitutivní síla tohoto jazyka vedla ke studiu komplexních čísel. I tato neochota vnášet do matematiky komplexní čísla je nápadně podobná vývoji v Evropě.

Jediná potencialita jazyka matematiky, pro níž jsem v jazyce *tenzan džucu* nenašel obdobu, je explanatorní síla. Ačkoli bylo technicky možné v tomto jazyce formulovat formální predikáty, nebyl jsem schopen identifikovat případ, kdy by tyto formální predikáty vedly k vysvětlení selhání předchozího jazyka. Domnívám se, že důvodem je to, že v případě explanatorní síly se Kvaszova teorie příliš omezuje na kulturní specifika návaznosti západní algebry na antickou tradici.

Nejpozoruhodnější na vývoji japonské algebry je pak patrně to, že díky návaznosti na čínské početní metody trval její vývoj od prvního uchopení symbolického označení proměnné Satóem Masaokim v roce 1666[7] po finalizaci většiny formálních aspektů konstituujících sílu jazyka algebry Sekim Takakazu po vydání *Hacubi sanpó* v roce 1674 pouhých osm let. Jediný formální aspekt, jehož vznik nejsme kvůli esoteričnosti Sekiho školy schopni přesně datovat, je rozlišení proměnných, tj. vznik parametrů. I kdybychom ale datovali tuto inovaci až počátkem 19. století, kdy vznikla destička ze svatyně Óma Šinmeiša, zmíněná v sekci 3.3, stále by byl tento vývoj o poznání rychlejší než na západě, kde zformování stejných formálních aspektů trvalo celé 3 století.

Ukázal jsem tedy, že při studiu tradiční japonské matematiky je mimo studium úspěchů jednotlivých matematiků a mimo zkoumání sociálních aspektů či historického kontextu vzniku děl potřeba soustředit se i na matematiku jako takovou, na její *jazyk*, který vymezuje možnosti matematického bádání v daném kulturním okruhu. Ačkoli jsem u explanatorní síly narazil na limity teorie Ladi-

[7] Jeho kniha *Sanpó kongenki*, kde se tato metoda objevila poprvé, vyšla až v roce 1669, avšak sepsána byla podle data uvedeného v předmluvě již v roce 1666.

slava Kvasze, v případě zbylé pětice potencialit matematického jazyka se zdá býti užitečnou i v japonském prostředí.

Zkoumání jazykové stránky *wasanu* však s touto prací zdaleka nekončí. Nejen že je potřeba přesněji prozkoumat počátek používání parametrů při formulování úloh, jak tomu bylo na destičce *sangaku* ze svatyně Óma Šinmeiša, zbývá také jazyková analýza dalšího vývoje.

Studium nekonečných řad a rozvoj metody *enri*, tj. vývoj navazující na *tenzan džucu*, totiž naznačuje, že v některých ohledech mohl *wasan* během 19. století dosáhnout úrovně překračující algebru, úrovně matematické analýzy, neboli diferenciálního a integrálního počtu. Ačkoli dosavadní literatura tento vývoj za plnohodnotný kalkulus nepovažuje, jsem přesvědčen o tom, že studium formálních aspektů tohoto nového, na jazyk *tenzan džucu* navazujícího jazyka by nabídlo přesnější pochopení toho, jaké úrovně tradiční japonská matematiky před svým zánikem dosáhla.

Seznam použité literatury

Primární literatura

Jošida, M., (1977).; Ója, Š., (Ed.). *Džingóki.* Iwanami Bunko. (Originál byl publikován v roce 1643)

Jošida, M., (2000).; Wasan Institute., (Ed.). *Džingóki.* Wasan kenkjú džo. (Originál byl publikován v roce 1641)

Sawaguči, K., (1671). *Kokon sanpóki.* Kjóto: Tanaka Šóbei.

Takebe, K., (1685). *Hacubi sanpó endan genkai.* Hišija.

Sekundární literatura

Anglin, W. S., (1996). *Mathematics: A concise history and philosophy.* New York: Springer.

Ciriacono, S. (2010). "Scientific Transfer between Europe and Japan.: The Influence of Dutch and German Medicine from the Edo Period to the Meiji Restoration." In: *Comparativ*, 20(6), 134–153.

Crowe, M., (1975). "Ten "laws" concerning patterns of change in the history of mathematics." In: *Historia Mathematica*, 2, 161–166.

Endó, T. (1896). *Dai Nihon súgakuši.* Tokio: Kóin šinšiša.

Frege, G., (1989). "Funktion und Begriff." In: Frege, G., (Ed.). *Funktion, Begriff, Bedeutung, Vandenhoek & Ruprecht, Gottingen*, pp. 17–39. (Originál byl publikován v roce 1891)

Friedman, M., (1985). "Kant's theory of geometry." In: *The Philosophical Review* 94, 456–506.

Fukagawa, H., & Rothman, T., (2008). *Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry.* Princeton: Princeton University Press.

Gillies, D., (ed.). (1992). *Revolutions in Mathematics*, Clarendon Press, Oxford.

Hintikka, J., (1965). "Kant's new method of thought and his theory of mathematics." In: *Ajatus*, 27, 37–43.

Hosking, R. J., (2017). “Solving Sangaku: A Traditional Solution to a Nineteenth Century Japanese Temple Problem.” In: *Journal for History of Mathematics*, 30(2), 53-69.

Hudeček, J. (2008). *Matematika v devíti kapitolách.* Praha: Katedra didaktiky matematiky MFF UK.

Chemla, K., (2012). “Reading proofs in Chinese commentaries: algebraic proofs in an algorithmic context.” In: Chemla, K., (Ed.). *The History of Mathematical Proof In Ancient Traditions* (pp. 423-486). New York: Cambridge University Press.

Komacu, H., (2013). “Algebra, Elimination and the Complete Book of Mathematics.” In: Knobloch, E., Komatsu, H., & Liu, D., (Eds.). *Seki, founder of modern mathematics in Japan. A commemoration on his tercentenary. Collected papers of the international conference on the history of mathematics in memory of Seki Takakazu* (pp. 245-274). Tokyo: Springer.

Kneebone, G. T. (1963). *Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics: An Introductory Survey.* Dover.

Knobloch, E., Komacu, H., & Liu, D., (2013). *Seki, founder of modern mathematics in Japan. A commemoration on his tercentenary. Collected papers of the international conference on the history of mathematics in memory of Seki Takakazu.* Tokyo: Springer.

Kuhn, T. S., (1962). *The Structure of Scientific Revolutions (1st ed.).* Chicago, London: University of Chicago Press.

Kvasz, L., (2008). *Patterns of Change. Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathematics.* Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser.

Kvasz L., (2010). “Náčrt teórie potencialít jazyka matematiky.“ In: Kvasnička, V., Pospíchal, J. & Navrat, P. (Eds.). *Umelá inteligencia a kognitívna veda. II* (pp. 263-290). Bratislava: Slovenská technická univerzita.

Kvasz, L., (2012). *Jazyk a zmena. Ako sme menili jazyk matematiky a ako jazyk matematiky zmenil nás.* Praha: Filosofia.

Kvasz, L., (2014). *Zrod vedy ako lingvistická udalosť: Galileo, Descartes a Newton ako tvorcovia jazyka fyziky.* Praha: Filosofia.

Madžima H., (2013). “Seki Takakazu, his life and biography.” In: Knobloch, E., Komatsu, H., & Liu, D., (Eds.). *Seki, founder of modern mathematics in Japan. A commemoration on his tercentenary. Collected papers of the international conference on the history of mathematics in memory of Seki Takakazu* (pp. 3-20). Tokyo: Springer.

Mikami, J., (1913). *The Development of Mathematics in China and Japan.* Leipzig: B. G. Teubner.

Mikami, J., (1947). *Nihon súgakuši.* Tókaišobó.

Mikami, J., (1999). *Bunkašidžó jori mitaru Nihon no súgaku.* Iwanami bunko. (Originál byl publikován v roce 1947)

Nakajama, Š. (2009). *The orientation of science and technology: A Japanese view.* Global Oriental.

Sató, K., (2013). “The Jinkoki of Yoshida Mitsuyoshi.” In: Knobloch, E., Komatsu, H., & Liu, D., (Eds.). *Seki, founder of modern mathematics in Japan. A commemoration on his tercentenary. Collected papers of the international conference on the history of mathematics in memory of Seki Takakazu* (pp. 173-186). Tokyo: Springer.

Sató, K., (2021). *Džingóki wo jomitoku hjakka.* Maruzen šuppan.

Sató, K., (2023). *Kinseiizen no Nihon no sandžucu nicuite: Kodai no sandžucukjóiku to džicumu kandžinsó no sandžucučišiki.* In: *Denkicúšin daigaku kijó*, 35(1), 23-35.

Šigeru, D., (1993). *The Influence of Chinese Mathematical Arts on Seki Kowa.* Doktorská práce. School of Oriental and African Studies. University of London.

Šigeru D., (2000). “The Dawn of *Wasan* (Japanese Mathematics).” In: Selin, H. (Ed.). *Mathematics Across Cultures: The History of Non-Western Mathematics* (pp. 423-454). Dordrecht: Springer Science & Business Media.

Šimodaira, K., (1981). “On Idai of Jingoki.” In: *Historia Scientiarum*, 21, 87–101.

Smith, D., & Mikami J., (1914). *A History of Japanese Mathematics.* Chicago: Open Court.

Takenouči, O. (2001). “Džingóki nicuite (súgakuši no kenkjú)” In: *Súrikaiseki kenkjú džo kókjú roku*, 1195, 116-127.

Wood, L. N., (2013). “Communicating Mathematics across Culture and Time.” In: Selin, H. (Ed.). *Mathematics Across Cultures: The History of Non-Western Mathematics* (pp. 1-12). Dordrecht: Springer Science & Business Media.