

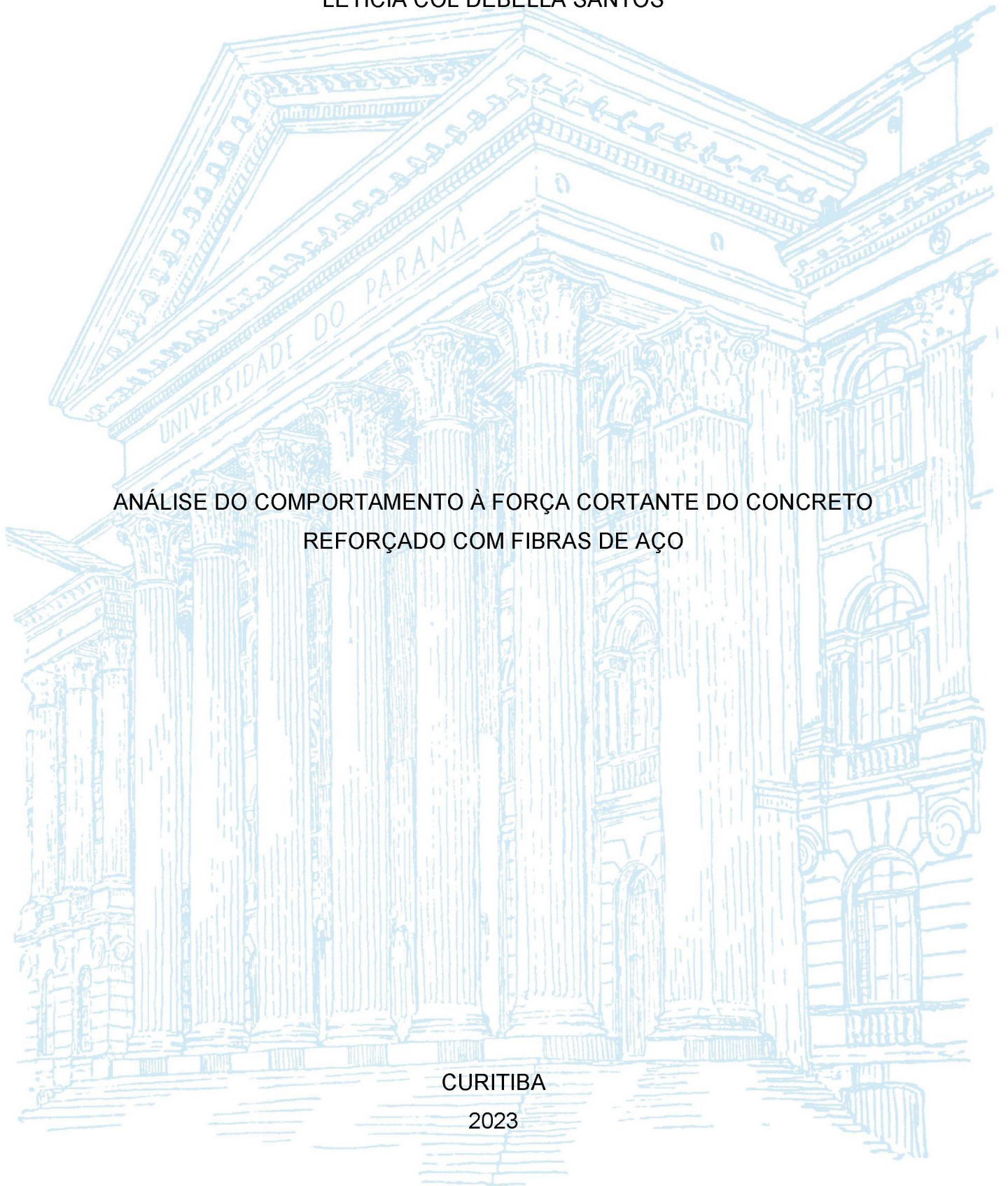
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LETICIA COL DEBELLA SANTOS

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO À FORÇA CORTANTE DO CONCRETO  
REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

CURITIBA

2023



LETICIA COL DEBELLA SANTOS

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO À FORÇA CORTANTE DO CONCRETO  
REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Área de concentração em Materiais e Estruturas, Departamento de Construção Civil, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Peralisi

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Santos, Leticia Col Debella

Análise do comportamento à força cortante do concreto reforçado com fibras de aço. / Leticia Col Debella Santos. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Pieralisi.

1. Concreto. 2. Fibras de metal (Aço). 3. Vigas de concreto. I. Pieralisi, Ricardo. II. Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA CIVIL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **LETICIA COL DEBELLA SANTOS** intitulada: **ANÁLISE DO COMPORTAMENTO À FORÇA CORTANTE DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO**, sob orientação do Prof. Dr. RICARDO PIERALISI, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutora está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 29 de Junho de 2023

Assinatura Eletrônica  
30/06/2023 10:03:04.0  
RICARDO PIERALISI  
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica  
29/06/2023 20:21:05.0  
DIMAS ALAN STRAUSS RAMBO  
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE SÃO JUDAS TADEU)

Assinatura Eletrônica  
29/06/2023 18:40:10.0  
RENATA MONTE  
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO)

Assinatura Eletrônica  
29/06/2023 17:07:46.0  
DANIEL CARLOS TAISSUM CARDOSO  
Avaliador Externo (PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO)

## AGRADECIMENTOS

Devo iniciar agradecendo à pessoa que, sem ela, não teria sido possível o desenvolvimento do trabalho. Rodrigo, que além de companheiro e inspiração diária, foi o responsável por boa parte do trabalho braçal envolvido nesta tese. Nem a pandemia de 2020 o fez recuar de toda a ajuda que podia me dar. Minha gratidão é eterna.

Um agradecimento especial ao meu companheiro de tudo, Zeca. É impressionante como a pureza de um ser é capaz de transformar seu dia (e vida!), melhorar o humor, além de uma dose extra de energia para seguir com os trabalhos.

Às minhas amigas de sempre, por terem aguentando meu pior lado ranzinza e reclamão, além do ombro amigo diário: Marina, Bruna, Tailline, Giovana, Elizane e Ana Paula.

Aos amigos e colegas da Unicesumar: Janaina, Paulo, Maria Carolina, Matheus, Flavia, Ramon, Victor e Carlos. Os dias são mais leves com vocês.

Aos amigos da UEPG, em especial: Patrícia, pela ajuda na parte laboratorial, Gabriela pela parceria, troca de conhecimento, amizade e conselhos, Bianca, pelas conversas eternas e caronas, Eloise, pela ajuda desde a graduação. O agradecimento se estende à Universidade Estadual de Ponta Grossa, pois não somente foi a responsável por me apresentar a essas pessoas incríveis, mas também foi a provedora do laboratório onde a campanha experimental desta tese foi feita.

Aos amigos que fiz no CESEC ao longo dos 7 anos de pós graduação: Jair, pela eficiência, Ramon, por ser um gênio da computação disposto a ajudar, Flavia, pela parceria que evoluiu, e Gean pela ajuda no início dos experimentos.

À minha família por ter entendido minha falta em datas comemorativas, com a mesma desculpa por 7 longos anos. E a minha família adotada do Paraná, pelo incentivo.

Agradeço também ao professor Thomás Lima de Resende, que gentilmente me ajudou com as inúmeras dúvidas que surgiram ao longo do caminho, além de ser crucial no entendimento da metodologia do trabalho. Não somente ajudou, mas a forma solícita e gentil a qual expressa seu conhecimento

é de fato muito inspirador. Estendo o agradecimento ao professor Luis Montoya, pelos comentários valiosos nas correções dos artigos, frutos desta tese.

Também preciso expressar minha gratidão aos meus alunos, que acompanharam uma professora cansada e com olheiras, incentivando e fazendo tudo valer a pena.

Por fim, e não menos importante, o orientador deste trabalho, professor Ricardo Pieralisi. Além do apreço por cachorros, foi galgada uma parceria que não termina com o fim deste trabalho. Minha gratidão por toda a colaboração.

À Universidade Federal do Paraná, que foi a responsável pelos meus últimos 7 anos de estudos. Essa tese saúda a pesquisa e os pesquisadores brasileiros, bem como a educação gratuita e de qualidade.

Às Belgo Bekaert pela doação das fibras de aço, e a MC-Bauchemie pela doação de aditivo.

Ao CNPq, e à Capes (Código de Financiamento 001) pelo apoio financeiro.

*“Hey, you  
Don't tell me there's no hope at all  
Together we stand, divided we fall.”  
(Pink Floyd)*

## RESUMO

A compreensão da transferência de força cortante através da fissura crítica de cisalhamento é um dos desafios no estudo do comportamento de vigas esbeltas de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Uma vez que a fissura diagonal crítica se forma, a resistência nessas vigas é governada pelos mecanismos de transferência de força cortante: engrenamento dos agregados, zona comprimida não fissurada do concreto, tensão residual, efeito de pino, e as fibras de aço. É crucial, portanto, compreender a evolução desses mecanismos e sua interação até a falha, a fim de adotar uma abordagem racional na previsão da resistência do CRFA. Portanto, o objetivo principal desta tese é contribuir para o avanço do conhecimento sobre o comportamento à força cortante em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, sem a presença de armadura transversal. Para alcançar esse objetivo, são utilizadas três abordagens complementares: experimental-teórica, analítica e numérica. Na abordagem experimental-teórica, é dada ênfase aos mecanismos de transferência de força cortante e à forma como eles se comportam durante o desenvolvimento da fissuração de vigas sem armadura transversal. Para isso, a técnica de Correlação por Imagem Digital (*Digital Image Correlation* - DIC) é utilizada para monitorar a propagação de fissuras nos espécimes ensaiados e fornecer informações para a aplicação dos modelos dos mecanismos de transferência de força cortante. Destaca-se as contribuições no que se refere à representação das fibras de aço como mecanismo, avaliando modelos existentes e também por meio de uma proposta de modelo. Na abordagem analítica, um banco de dados é utilizado para avaliar expressões existentes na literatura e propor um modelo simples, com análise paramétrica da contribuição de cada variável. Foi constatada a dependência dos mecanismos de transferência de força cortante da cinemática da fissura, onde vigas semelhantes podem apresentar comportamentos distintos. Na abordagem numérica, a modelagem computacional engloba um modelo 2D do ensaio de tração na flexão e 3D das vigas armadas de CRFA em comparação com os valores experimentais de resistência, flecha, padrão de fissuração e ângulo da fissura. A metodologia apresentada para uma simulação consistente tem potencial para expandir as análises feitas aqui para diferentes geometrias e condições estruturais, ampliando o conhecimento do comportamento à força cortante do CRFA. No geral, os resultados mostram que as fibras de aço incorporadas proporcionam maior ductilidade para as vigas, possibilitando o desenvolvimento dos mecanismos ao longo da propagação da fissura, onde as fibras são preponderantes na ruptura, enquanto o engrenamento dos agregados e dos demais mecanismos perdem importância. Além disso, a variação nos resultados dos modelos existentes confirma as divergências entre as hipóteses para representar o comportamento do CRFA, onde as características das fibras de aço incorporadas possuem mais influência no ganho de resistência do que a relação  $a/d$ , por exemplo.

**Palavras-chave:** concreto reforçado com fibras de aço (CRFA); força cortante; mecanismos de transferência de força cortante; correlação por imagem digital (DIC).



## ABSTRACT

Understanding the transfer of shear force through the critical shear crack is one of the challenges in studying the behavior of slender steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams. Once the critical diagonal crack forms, the strength in these beams is governed by shear force transfer mechanisms: aggregate interlock, uncracked compressed zone, residual stress, dowel action and steel fibers. It is crucial, therefore, to understand the evolution of these mechanisms and their interaction until failure, in order to adopt a rational approach in predicting SFRC resistance. Therefore, the main objective of this thesis is to contribute to the advancement of knowledge about the shear behavior of concrete beams reinforced with steel fibers, without the presence of transverse reinforcement. To achieve this objective, three complementary approaches are used: experimental-theoretical, analytical and numerical. In the experimental-theoretical approach, emphasis is given to the shear force transfer mechanisms and the way they behave during the cracking development of beams without transverse reinforcement. For this, the digital image correlation technique (DIC) is used to monitor the propagation of cracks in the specimens tested and provide information for the application of models of shear force transfer mechanisms. It highlights the contributions with regard to the representation of steel fibers as a mechanism, evaluating existing models and also through a proposed model. In the analytical approach, a database is used to evaluate existing expressions in the literature and propose a simple model, with parametric analysis of the contribution of each variable. The dependence of the shear force transfer mechanisms on the crack kinematics was verified, where similar beams can present different behaviors. In the numerical approach, the computational modeling encompasses a 2D model of the flexural tensile test and a 3D model of the SFRC reinforced beams in comparison with the experimental values of resistance, deflection, cracking pattern and crack angle. The methodology presented for a consistent simulation has the potential to expand the analyzes made here for different geometries and structural conditions, expanding the knowledge of the shear behavior of the SFRC. In general, the results show that the incorporated steel fibers provide greater ductility for the beams, enabling the development of mechanisms along the crack propagation, where the fibers are preponderant in failure, while the aggregate interlock and other mechanisms lose importance. In addition, the variation in the results of the existing models confirms the divergences between the hypotheses to represent the SFRC behavior, where the characteristics of the incorporated steel fibers have more influence on the strength gain than the  $a/d$  ratio, for example.

**Keywords:** steel fiber reinforced concrete (SFRC); shear force; shear force transfer mechanisms; digital image correlation (DIC).

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma da metodologia e separação dos capítulos .....	26
Figura 2 - Trajetórias das tensões principais de uma viga biapoiada .....	29
Figura 3 - em a) mecanismos de transferência de força cortante e b) força cortante de cada ação de transferência de cisalhamento na carga de pico. ....	32
Figura 4. Tipos de fissuras - (a) fissuras de flexão primária e secundária; e (b) fissuras causadas por ações de transferência de cisalhamento. ....	35
Figura 5 - Mecanismos de transferência de força cortante .....	43
Figura 6 - Representação do mecanismo do engrenamento dos agregados ..	44
Figura 7 - Modelo de duas fases de Walraven (na esquerda) em comparação com a superfície real da fissura (à direita) .....	47
Figura 8 - Comparativo entre modelo linear e não linear de Walraven, da tensão normal (à direita) e tangencial (à esquerda).....	49
Figura 9 - Linha do tempo com marcos importantes da metodologia DIC.....	56
Figura 10 - Padrões de speckles a) ruins e b) bons .....	57
Figura 11 - Típica configuração experimental da DIC no caso plano (2D) .....	58
Figura 12 - Representação da evolução do subset .....	59
Figura 13 - Lacunas abordadas no trabalho.....	61
Figura 14 - Vigas esbeltas ensaiadas .....	63
Figura 15 - Armadura das vigas esbeltas .....	63
Figura 16 - Formas envoltas em plástico filme .....	64
Figura 17 - Corpos de prova envoltos em lona após concretagem .....	65
Figura 18 - Curva granulométrica do a) agregado graúdo e b) agregado miúdo .....	66
Figura 19 - Vigas e corpos de prova .....	67
Figura 20 - a) Corpo de prova do ensaio de tração e b) representação das dimensões.....	69
Figura 21 - Força versus CMOD do ensaio de tração na flexão para as vigas sem fibras.....	70
Figura 22 - Força versus CMOD do ensaio de tração na flexão para as vigas com 0,5% de fibras de aço .....	70
Figura 23 - Força versus CMOD do ensaio de tração na flexão para as vigas com 1.0% de fibras de aço .....	71

Figura 24 - Procedimento de ensaio. a) viga simplesmente apoiada, b) câmera Canon, c) luzes refletoras, d) prensa INSTRON e, e) LVDT .....	72
Figura 25 - Padrão de pontos aleatórios com tinta preta.....	72
Figura 26 - Metodologia DIC. a) preparação da superfície, b) instrumentação e c) discretização das vigas .....	73
Figura 27 - Força cortante versus flecha medidas pelo LVDT e pelo DIC.....	74
Figura 28 - a) Fissura dividida em segmentos de reta, b) trechos da fissura e c) distância máxima entre pontos consecutivos não maior que $D_{max}$ .....	75
Figura 29 - Em a) dois pontos de controle, b) detalhe dos dois pontos de controle e c) relação entre os deslocamentos relativos ( $w$ ) e ( $\delta$ ) e os deslocamentos da fissura ( $L_x$ ) e ( $L_y$ ) .....	75
Figura 30 - Desenvolvimento do engrenamento dos agregados da fissura principal das vigas a) V001, b) V051 e c) V103.....	79
Figura 31 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) $0.77 V_{max}$ , c) $0.97 V_{max}$ , d) $0.98V_{max}$ , e) $0.99 V_{max}$ e f) $V_{max}$ para a viga V001	81
Figura 32 - a) Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de $V_{max}$ para a V001 .....	82
Figura 33 - Biela teórica da viga V001 .....	83
Figura 34 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) $0.65 V_{max}$ , c) $0.89V_{max}$ , d) $0.97 V_{max}$ , e e) $V_{max}$ para a viga V002.....	84
Figura 35 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de $V_{max}$ para a V002 .....	84
Figura 36 - Biela teórica da viga V002 .....	85
Figura 37 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) $0.71 V_{max}$ , c) $0.79V_{max}$ , d) $0.85V_{max}$ , e) $0.86V_{max}$ . f) $0.9V_{max}$ , g) $0.95V_{max}$ , h) $0.99V_{max}$ e i) $V_{max}$ para a viga V051.....	86
Figura 38 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de $V_{max}$ para a viga V051.....	86
Figura 39 - Deslocamentos relativos das fissuras diagonais críticas da viga V051 .....	88
Figura 40 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) $0.8V_{max}$ , c) $0.86V_{max}$ , d) $0.96V_{max}$ , e i) $V_{max}$ para a viga V052.....	88
Figura 41 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de $V_{max}$ para a viga V052.....	89

Figura 42 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) 0.59V <sub>max</sub> , c) 0.61V <sub>max</sub> , d) 0.88V <sub>max</sub> , i) 0.96V <sub>max</sub> , e f) V <sub>max</sub> para a viga V053 .....	90
Figura 43 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de V <sub>max</sub> para a viga V053.....	90
Figura 44 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) 0.51V <sub>max</sub> , c) 0.67V <sub>max</sub> , d) 0.87V <sub>max</sub> , i) 0.98V <sub>max</sub> , e f) V <sub>max</sub> para a viga V101 .....	91
Figura 45 - desenvolvimento da fissura tipo E de engrenamento dos agregados em a) 0.7V <sub>max</sub> , b) 0.9V <sub>max</sub> e c) após a propagação instável da fissura .....	92
Figura 46 - Investigação experimental sobre o desenvolvimento de fissuras originadas por engrenamento dos agregados. a) corpo de prova avaliado, b) mapeamento da fissura sem deslizamento, c) fissura com deslizamento de 0.037 mm e d) final do ensaio .....	93
Figura 47 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de V <sub>max</sub> para a viga V101 .....	93
Figura 48 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) 0.52V <sub>max</sub> , c) 0.65V <sub>max</sub> , d) 0.70V <sub>max</sub> , i) 0.75V <sub>max</sub> , f) 0.85V <sub>max</sub> e g) V <sub>max</sub> para a viga V102.....	94
Figura 49 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de V <sub>max</sub> para a viga V102.....	94
Figura 50 - Viga V102 no instante da a) ruptura e b) falha instável.....	95
Figura 51 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) 0.51V <sub>max</sub> , c) 0.73V <sub>max</sub> , d) 0.83V <sub>max</sub> , i) 0.9V <sub>max</sub> , f) 0.95V <sub>max</sub> e g) V <sub>max</sub> para a viga V103.....	95
Figura 52 - Fissuras secundárias da V101 .....	96
Figura 53 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de V <sub>max</sub> para a viga V103.....	97
Figura 54 - Ponto de controle para medição dos resultados comparativos.....	98
Figura 55 - Ângulo da fissura principal e dimensão "c" da altura da zona comprimida das vigas esbeltas .....	99
Figura 56 - Metodologia do capítulo 5 .....	107
Figura 57 - Somatório dos mecanismos no instante de V <sub>max</sub> para as vigas sem fibras (V001 e V002) .....	111
Figura 58 - Soma dos mecanismos de transferência de força cortante referente à V <sub>max</sub> .....	113

Figura 59 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V051 .....	115
Figura 60 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V052 .....	116
Figura 61 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V053 .....	116
Figura 62 - a) Viga V052 com indicação dos pontos superior e inferior e b) medida do parâmetro r para ambos os pontos.....	118
Figura 63 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V101 .....	119
Figura 64 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V102 .....	119
Figura 65 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V103 .....	120
Figura 66 - Lei de tensão de aderência versus abertura de fissura proveniente do ensaio de arrancamento.....	121
Figura 67 - Curva tensão das fibras $\sigma_{fib}$ versus abertura $w^*$ .....	123
Figura 68 - Representação do modelo proposto, a partir de a) ensaio de tração na flexão, b) considerando eixo normal e tangencial e c) a decomposição pelo ângulo de arrancamento .....	124
Figura 69 - Curvas da contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) em relação à força cortante máxima ( $V_{max}$ ) para a) vigas com 0,5% de fibras e b) 1,0% de fibras na composição .....	125
Figura 70 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V051 ....	126
Figura 71 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V052 ....	127
Figura 72 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V053 ....	127
Figura 73 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V101 .....	128
Figura 74 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V102 ....	128
Figura 75 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V103 ....	129
Figura 76 - Comprimento médio da fibra embutido na matriz.....	140
Figura 77 - Probabilidade do ângulo de arrancamento .....	142
Figura 78 - Parâmetros associados à cinemática da fissuração .....	143
Figura 79 - Comparativo de $V_c$ e $V_{fib}$ teóricos e do modelo adotado .....	145

Figura 80 - Modelos da literatura e modelo proposto aplicados ao banco de dados .....	148
Figura 81 - Fator de fibra (F) em função da força cortante máxima normalizada .....	152
Figura 82 - Fluxograma da metodologia.....	161
Figura 83 - Modelo constitutivo FIB Model Code.....	162
Figura 84 - Modelo constitutivo Código Estructural .....	163
Figura 85 - Modelos do CDP do Abaqus para tração (a) e compressão (b)..	163
Figura 86 - Curva força-deslocamento para as análises de sensibilidade da malha .....	167
Figura 87 - Elementos menores na região do entalhe da viga .....	168
Figura 88 - a) Modelo 3D das vigas esbeltas; b) armaduras integradas à viga de concreto; c) superfície de apoio da aplicação das forças e d) superfície de interação entre viga e apoios .....	169
Figura 89 - Malhas avaliadas. a) 40 mm, b) 20 mm e c) 10 mm .....	170
Figura 90 - Resultados da sensibilidade de malha para o modelo 3D .....	170
Figura 91 - Procedimento metodológico da análise inversa.....	171
Figura 92 - Interpolação dos valores de tensão a partir das deformações de fratura.....	172
Figura 93 - Função pós pico inicial e iterada.....	173
Figura 94 - Diagrama força versus deslocamento para as vigas do concreto C0.5, com o modelo original e duas iterações da análise inversa.....	174
Figura 95 - Diagrama força versus deslocamento para as vigas do concreto C1.0, com o modelo original e três iterações da análise inversa.....	175
Figura 96 - Diagrama tensão versus deformação plástica do modelo original e do obtido nas iterações, para a) C0.5 e b) C1.0.....	175
Figura 97 - Força cortante versus flecha das análises experimentais e numéricas para o concreto C0.5.....	176
Figura 98 - Força cortante versus flecha das análises experimentais e numéricas para o concreto C1.0.....	176
Figura 99 - Padrão de fissuração, altura da zona comprimida não fissurada (C) e ângulo médio ( $\theta$ ) da fissura diagonal crítica para o concreto C0.5.....	178
Figura 100 - Padrão de fissuração, altura da zona comprimida não fissurada (C) e ângulo médio ( $\theta$ ) da fissura diagonal crítica para o concreto C1.0.....	178

Figura 101 - Força cortante máxima versus relação $a/d$ para o concreto C05	
.....	180
Figura 102 - Força cortante máxima versus relação $a/d$ para o concreto C1.0	
.....	180

## LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

$a/d$  – Relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da viga.

$A_x$  – área projetada da superfície de contato no eixo x.

$A_y$  – área projetada da superfície de contato no eixo y.

$b_w$  – Largura da viga.

$C_f$  – Fator de segurança adicional.

$d$  – Altura útil da viga.

$d_f$  – Diâmetro equivalente da fibra de aço.

$D_f$  – Fator de aderência das fibras.

$D_{max}$  – diâmetro máximo do agregado.

$E_f$  – Módulo de elasticidade da fibra de aço.

$E_c$  – Módulo de elasticidade do concreto.

$F$  – Fator de fibra ( $V_f l/d_f$ ).

$F_{iop}$  – Força máxima no intervalo de 0,05 mm.

$f_c$  – Resistência à compressão do concreto média.

$f_{ct}$  – Resistência à tração média do concreto.

$f_{t,fl}$  – Resistência à tração na flexão do concreto.

$f_{cub}$  – Resistência à compressão do concreto dos corpos de prova cúbicos.

$f_{sp}$  – Resistência à tração de fendilhamento.

$f_{Ri}$  – Tensões residuais correspondentes a  $CMOD = CMOD_j$  ( $j = 1, 2, 3$  e  $4$ ).

$f_{Fts}$  – Resistência à tração residual no estado limite de serviço.

$f_{Ftu}$  – Resistência à tração residual no estado limite último.

$G_f$  – Energia de fratura do concreto.

$h$  – Altura da seção transversal.

$h_e$  – profundidade do entalhe.

$h_{cz}$  – Altura da zona comprimida não fissurada de concreto.

$k_b$  – Coeficiente de redução do efeito de pino.

$K_{st}$  – Coeficientes de fricção.

$K_{eh}$  – Coeficientes de ancoragem.

$l_{cr}$  – Comprimento total de trecho da fissura crítica simplificada.



$l_{cs}$  – Comprimento característico estrutural.

$l_f$  – Comprimento da fibra de aço.

$L_x$  – medida horizontal obtida pela DIC.

$L_y$  – medida vertical obtida pela DIC.

$L_t$  – Comprimento característico da metodologia de análise inversa.

$n$  – Número de barras ativadas no efeito de pino.

$r$  – Relação entre deslizamento e abertura de fissura ( $r = \delta/w$ ).

$r_f$  – Raio da esfera.

$P(\theta)$  – Função densidade de probabilidade do ângulo de arrancamento.

$s_f$  – Deslizamento na tensão máxima de aderência.

$s_{eh}$  – Deslizamento de ancoragem na máxima tensão de aderência de uma fibra alinhada.

$u_0$  – limite de abertura de fissura da etapa de arrancamento da fibra.

$V$  – Força cortante no instante considerado.

$V_{agg}$  - Força cortante resistente correspondente ao engrenamento dos agregados entre as faces da fissura diagonal crítica.

$V_{arc}$  – Força cortante resistente correspondente ao efeito de arco.

$V_{crit}$  – Força cortante correspondente ao início da fissura crítica.

$V_{cz}$  – Força cortante resistente correspondente ao concreto não fissurado acima da fissura diagonal crítica.

$V_d$  – Força cortante resistente correspondente ao efeito de pino.

$V_{d,t}$  – Força cortante resistente correspondente ao efeito de pino das armaduras tracionadas.

$V_{d,c}$  – Força cortante resistente correspondente ao efeito de pino das armaduras comprimidas.

$V_{fib}$  – Força cortante resistente correspondente à contribuição das fibras de aço.

$V_f$  – Teor de fibras de aço em volume.

$V_{max}$  – Força cortante máxima resistente da viga experimental.

$V_{res}$  – Força cortante resistente correspondente à resistência à tração residual do concreto.

$V_{ip}$  – Força cortante resistente correspondente à propagação instável da fissura.

$w$  – Abertura de fissura.

$w^*$  – Abertura de fissura no sentido da fibra.

$w_c$  – Abertura ( $w$ ) da fissura crítica no nível da armadura longitudinal.

$w_{cr}$  – Abertura crítica de fissura.

$w_{c0}$  – Abertura crítica de fissura do ensaio de arrancamento.

$w_{max}$  –  $w$  máximo na fissura crítica.

$y$  – Distância da linha neutra à base da seção transversal tracionada.

## Letras gregas

$\phi_b$  – Diâmetro das barras da armadura sujeitas ao efeito de pino.

$\alpha$  – Inclinação do trecho da fissura diagonal crítica.

$\beta_{eh}$  – Coeficiente que leva em conta as fibras que não atingem o máximo da força de ancoragem.

$\beta_f$  – Coeficiente que compensa o deslizamento do lado mais embutido da fibra.

$\gamma_{crit}$  – Ângulo crítico de flexão da fibra.

$\delta$  – Deslizamento de fissura.

$\delta_{max}$  – Deslizamento máximo de fissura.

$\eta_l$  – Fator de redução associado à efetividade das fibras.

$\eta_{f,UVEM}$  – Fator de orientação das fibras do modelo UVEM.

$\eta_\theta$  – Fator de redução associado à orientação das fibras.

$\eta_{\theta f}$  – fator de orientação das fibras.

$\theta$  – Ângulo médio da fissura diagonal crítica principal e o eixo horizontal.

$\theta_w$  – Ângulo de arrancamento das fibras.

$\mu$  – Viscosidade.

$\rho$  – Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração.

$\sigma$  – Tensão normal.

$\sigma_{cf}$  – Tensão normal referente às fibras.

$\sigma_{cf,eh}$  – Componente da ancoragem mecânica da tensão normal referente às fibras.

$\sigma_{cf,st}$  – Componente do atrito da tensão normal referente às fibras.

$\sigma_{cf0}$  – Tensão de efetividade das fibras.

$\sigma_{fib\_axial}$  – Tensão referente às fibras no sentido das fibras.

$\sigma_{pu}$  – Tensão de escoamento da matriz de cimento.

$\tau$  – Tensão de cisalhamento.

$\tau_0$  – Resistência ao cisalhamento da fissura conforme a abertura ( $w$ ) tende a zero.

$\varepsilon_{sls}$  – Deformação no estado limite de serviço.

$\varepsilon_{slu}$  – Deformação no estado limite último.

$\varepsilon_{pl}$  – Deformação plástica.

$\tau_b$  – Tensão de aderência das fibras à matriz

$\tau_{b,avg}$  – Tensão média de aderência entre a fibra e a matriz média.

$\tau_{eh,max}$  – Tensão máxima de ancoragem.

$\tau_{st,max}$  – Tensão máxima de fricção.

$\psi$  – Ângulo de dilatação.

$\phi$  – Diâmetro das barras da armadura.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>22</b>
1.1	OBJETIVOS.....	24
1.2	LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	25
1.3	ORGANIZAÇÃO DA TESE .....	25
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>28</b>
2.1	CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ARMADURA TRANSVERSAL.....	29
2.1.1	Cinemática das fissuras de cisalhamento.....	34
2.2	CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO E SEM ARMADURA TRANSVERSAL.....	36
2.3	MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE FORÇA CORTANTE .....	43
2.3.1	Engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) .....	44
2.3.2	Zona comprimida de concreto não fissurado ( $V_{cz}$ ).....	49
2.3.3	Resistência residual à tração do concreto residual ( $V_{res}$ ).....	49
2.3.4	Efeito de pino ( $V_d$ ).....	50
2.3.5	Contribuição das fibras de aço ( $V_{fib}$ ) .....	51
2.4	CORRELAÇÃO POR IMAGEM DIGITAL.....	55
2.5	DISCUSSÕES .....	60
<b>3</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>62</b>
3.1	PREPARAÇÃO DOS ESPÉCIMENS .....	62
3.2	MATERIAIS E COMPOSIÇÃO DO CONCRETO.....	65
3.2.1	Resistência a compressão e módulo de elasticidade .....	68
3.2.2	Tração na flexão .....	69
3.3	CONFIGURAÇÃO DO ENSAIO.....	71
<b>4</b>	<b>CINEMÁTICA DE FISSURAÇÃO E SEU EFEITO NO ENGRENAMENTO DOS AGREGADOS AO LONGO DO ENSAIO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FIBRAS DE AÇO.....</b>	<b>77</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	77
4.2	OBJETIVOS.....	78

4.3 METODOLOGIA .....	78
4.3.1 Modelos de engrenamento dos agregados.....	78
4.4 RESULTADOS.....	80
4.4.1 Vigas sem fibras (concreto C0).....	80
4.4.2 Vigas com 0,5% de fibra (C0.5) .....	86
4.4.3 Vigas com 1,0% de fibra (C1.0).....	91
4.4.4 Comparação entre os casos avaliados .....	97
4.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	100
<b>5 MECANISMOS DE TRANSMISSÃO DE FORÇA CORTANTE .....</b>	<b>104</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	104
5.2 OBJETIVOS.....	105
5.3 METODOLOGIA .....	105
5.4 RESULTADOS.....	108
5.4.1 Comparativo no instante da ruptura ( $V_{max}$ ) .....	108
5.4.2 Engrenamento dos agregados e fibras ao longo do processo de fissuração .....	114
5.4.3 Modelo proposto para parcela de contribuição das fibras de aço.....	122
5.4.4 Mecanismos ao longo do processo de fissuração .....	126
5.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	130
<b>6 MODELOS ANALÍTICOS DE RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE DO CRFA .....</b>	<b>133</b>
6.1 INTRODUÇÃO .....	133
6.2 OBJETIVOS.....	135
6.3 METODOLOGIA .....	136
6.3.1 Modelos avaliados e banco de dados.....	136
6.3.2 Modelo proposto .....	139
6.4 RESULTADOS.....	144
6.4.1 Aplicação do modelo e comparativo com a DIC .....	144
6.4.2 Aplicação do modelo proposto em um banco de dados .....	147
6.4.3 Análise paramétrica .....	150
6.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	154

<b>7</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS ESBELTAS DE CRFA.....</b>	<b>157</b>
7.1	INTRODUÇÃO.....	157
7.2	OBJETIVOS.....	159
7.3	METODOLOGIA.....	160
7.3.1	Modelo constitutivo FIB Model Code.....	161
7.3.2	Modelo constitutivo Codigo Estructural 2021 (CE 2021).....	162
7.3.3	Modelo 2D.....	163
7.3.4	Sensibilidade da malha.....	166
7.3.5	Modelo tridimensional das vigas esbeltas.....	168
7.3.6	Análise inversa.....	170
7.4	RESULTADOS.....	174
7.4.1	Análise inversa (modelo 2D).....	174
7.4.2	Vigas esbeltas (modelo 3D).....	176
7.4.3	Análise paramétrica.....	179
7.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	181
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>183</b>
8.1	CONCLUSÕES GERAIS .....	183
8.2	CONCLUSÕES ESPECÍFICAS .....	184
8.3	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS .....	187
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>188</b>
	<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>204</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Apesar das inúmeras aplicações na engenharia, o concreto apresenta algumas limitações devido à sua baixa resistência à tração. Uma alternativa promissora é o concreto reforçado com fibras (CRF), que apresenta um comportamento estrutural caracterizado por uma resistência à tração residual pós-fissuração. Essa resistência é resultado da capacidade das fibras de transferir as tensões das fissuras internas do concreto, conferindo tenacidade ao material. Uma das grandes vantagens do uso do CRF é a redução do custo da construção, já que encurta o tempo de execução eliminando ou reduzindo a etapa de arranjo de armadura (CAVALARO; BLANCO; PIERALISI, 2019).

No âmbito das fibras incorporadas ao concreto, destacam-se as de aço, que têm sido exploradas em diversas aplicações no campo da engenharia estrutural. De acordo com o ACI 544.1R-96 (2002), algumas das aplicações estão relacionadas a elementos estruturais como lajes de fundação, pisos industriais e obras de estabilização utilizando concreto projetado. Ainda, o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) pode oferecer a possibilidade de substituição da armadura transversal em vigas de concreto armado, sendo uma solução interessante para lajes e para reduzir o congestionamento de armaduras em geral.

Ao se retirar a armadura transversal, deve-se atentar à ruptura por força cortante, que é considerada um dos modos de ruptura mais críticos para estruturas de concreto armado. Ao contrário da falha por flexão, por exemplo, não há aviso prévio, o que significa que a estrutura pode estar próxima da ruptura sem sinalização. Portanto, as falhas por força cortante geralmente resultam em perdas drásticas, e devem ser evitadas com alta prioridade (YANG; WALRAVEN; UIJL, 2017).

A resistência à força cortante de elementos de concreto armado tem sido objeto de investigação há mais de um século (KAUFMANN *et al.*, 2019; MONDO, 2011; ZSUTTY, 1968). Entretanto, até o presente momento, não há consenso sobre a melhor maneira de avaliar a resistência à esse tipo de esforço. Alguns dos métodos existentes baseiam-se em abordagens empíricas ou semi-empíricas, resultando em previsões bastante divergentes. Esta dificuldade decorre da complexidade do comportamento do CRFA, que além das

dificuldades intrínsecas do composto do concreto armado, traz as fibras como variável extra ao problema. Além disso, diversos parâmetros influenciam no comportamento do CRFA à força cortante, tornando difícil estabelecer uma abordagem racional (RESENDE, CARDOSO e SHEHATA, 2021; LANTSOGHT, 2019a; ZARRINPOUR e CHAO, 2017).

Após a formação da fissura diagonal crítica, a resistência à força cortante em elementos de concreto sem estribos é fornecida por várias parcelas resistentes. De acordo com Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015), essas parcelas são os mecanismos que transferem a força cortante, e incluem a zona comprimida não fissurada do concreto ( $V_{cz}$ ), a resistência à tração residual nas regiões quase horizontais ( $V_{res}$ ), o engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) e o efeito de pino da armadura longitudinal tracionada que atravessa a fissura ( $V_d$ ). Adicionalmente, em casos em que há proximidade entre o apoio e a região de aplicação de carga, um fenômeno físico secundário, conhecido como efeito de arco ( $V_{arc}$ ), pode contribuir com a transmissão direta de carregamentos ao apoio (SOUSA *et al.*, 2021a). Importante destacar que o efeito de arco não é um mecanismo propriamente dito, mas sim um fenômeno consequente das características geométricas do elemento estrutural. Assim, o entendimento adequado da evolução dessas parcelas resistentes e sua interação até a ruptura, é fundamental para o desenvolvimento de um método racional para avaliar a capacidade resistente à força cortante de vigas de concreto armado.

O desenvolvimento de modelos baseados nos mecanismos de transferência de força cortante se torna possível com a obtenção de dados da cinemática do processo de fissuração, em especial da fissura diagonal crítica. A Correlação por Imagem Digital (*Digital Image Correlation* - DIC), que é uma técnica de medição óptica para quantificar deformações e deslocamentos, pode ser utilizada para esse fim. A DIC permite o rastreamento do movimento de pontos ou padrões específicos na superfície de um objeto ou estrutura a partir de imagens consecutivas. Os campos de deslocamento ou deformações podem ser calculados utilizando algoritmos de rastreamento e operações matemáticas (JONES *et al.*, 2018). Deste modo, a metodologia da DIC tem se mostrado eficiente no estudo da cinemática da fissuração para o concreto convencional (CAVAGNIS, RUIZ e MUTTONI, 2015; BELBACHIR *et al.*, 2020; GARNICA, 2018; CANTONE *et al.*, 2022) e, mais recentemente, também no CRFA



(ZARRINPOUR e CHAO, 2017; GALI e SUBRAMANIAM, 2019; RESENDE *et al.*, 2021). Apesar dos avanços, ainda há escassez de dados da cinemática e conclusões sobre a atuação dos mecanismos de transferência de força cortante.

Dado o exposto, o presente trabalho concentra-se na avaliação do comportamento à força cortante do CRFA amparado pela cinemática da fissura crítica, pelo comportamento constitutivo dos mecanismos resistentes e pelo equilíbrio com o carregamento aplicado. A relevância do trabalho estabelece-se nas análises da preponderância dos mecanismos de transferência de força cortante, fundamentados a partir dos resultados obtidos pela DIC. Para tanto, as análises englobam o âmbito experimental-teórico, analítico e numérico, com o objetivo de avançar o conhecimento sobre a resistência à força cortante de vigas feitas de CRFA.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral desta tese é contribuir para uma compreensão racional do comportamento à força cortante de vigas de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Como objetivos específicos, tem-se:

I. Avaliar experimentalmente o processo de fissuração de vigas de concreto armado sem estribos, com e sem fibras, sob a ótica da cinemática das fissuras diagonais críticas;

II. Avaliar a eficiência de modelos constitutivos dos mecanismos de transferência à força cortante, cuja representação seja ao longo do processo de fissuração, com dados de entrada obtidos através da DIC;

III. Compreender a inter-relação entre os mecanismos de transferência à força cortante, e a interferência das fibras de aço nestes;

IV. Desenvolver uma metodologia para a representação da parcela das fibras de aço, no âmbito do equilíbrio entre a somatória dos mecanismos e a força aplicada;

V. Desenvolver um modelo analítico para o cálculo da resistência à força cortante ( $V_{max}$ ) que possa ser amparado pelos resultados experimentais;

VI. Aplicar o modelo analítico desenvolvido em um banco de dados, onde possa ser averiguada a eficácia do modelo;

VII. Desenvolver uma metodologia numérica que seja capaz de representar o comportamento à força cortante de vigas de CRFA, através do Método dos Elementos Finitos.

## 1.2 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Em virtude da gama de variáveis envolvidas no assunto, foram estabelecidas algumas limitações para a pesquisa experimental, que incluem: vigas esbeltas, com relação  $a/d$  (relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil) de 2.58; resistência a compressão média do concreto ( $f_c$ ) em torno de 30 MPa, sem variação nas dosagens; dimensões constantes das vigas; tipo de fibra utilizada (Dramix ® 3D 45/30 BL); quantidade de fibra de 0,5% e 1,0% em volume; estrutura de carregamento única, com vigas isostáticas e carregamento concentrado aplicado no centro.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

A presente tese contém oito capítulos. O primeiro é referente à parte introdutória, onde são expostos a introdução e os objetivos do trabalho. O capítulo 2 é a revisão bibliográfica, onde o foco é dado nos mecanismos de transferência e comportamento do CRFA à força cortante, bem como uma discussão acerca das lacunas sobre o assunto presentes na literatura. No capítulo 3 são apresentados os detalhes da campanha experimental, onde foram utilizados concretos com 3 dosagens diferentes de fibra (0%, 0,5% e 1,0%), mas mantendo a mesma composição básica do material para um concreto com aproximadamente 30 MPa de resistência a compressão média ( $f_c$ ). Também neste capítulo é apresentada a caracterização do concreto utilizado, com ensaios de compressão, módulo de elasticidade, e tração na flexão.

Para melhor exemplificar a composição dos assuntos abordados nesta tese, a Figura 1 apresenta um fluxograma da metodologia resumida, bem como a divisão dos capítulos. Os capítulos 4 e 5 são referentes à análise experimental-teórico, onde foi apresentada uma análise e discussão dos resultados obtidos com a DIC da ruptura das vigas. A avaliação do processo de fissuração das

vigas, as principais diferenças entre as vigas com e sem fibras, e a análise do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) ao longo dessa fissuração pode ser vista no capítulo 4. Neste capítulo, as contribuições apresentadas são a base para as demais análises desenvolvidas nos capítulos subsequentes. No capítulo 5 são apresentados os mecanismos de transferência de força cortante, quantificados com base nos deslocamentos relativos de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) das fissuras críticas. A representação das fibras como mecanismo é colocada em análise, além de uma proposta de modelo para este fim.

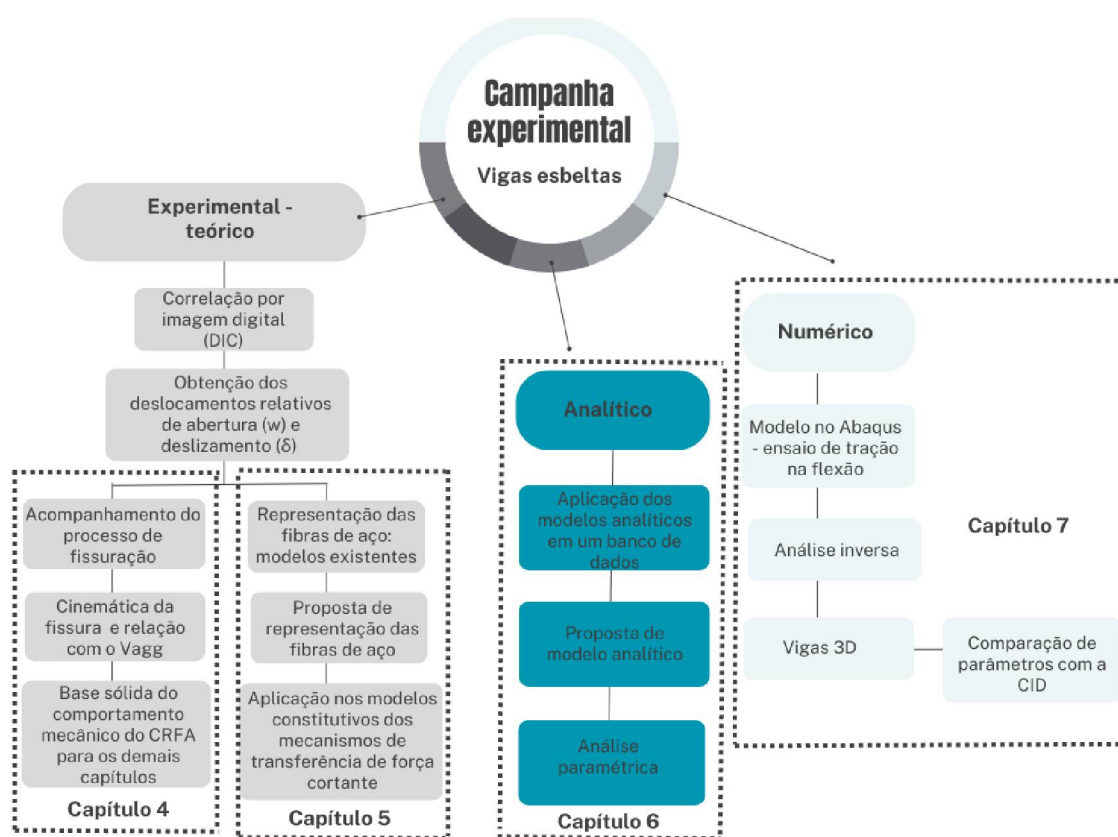


Figura 1 - Fluxograma da metodologia e separação dos capítulos

No capítulo 6 a abordagem analítica é dada com modelos existentes aplicados em um banco de dados, juntamente com a proposta de um equacionamento para o cálculo da resistência à força cortante ( $V_{max}$ ). Também foi realizada uma análise paramétrica para discussão dos parâmetros mais influentes na resistência das vigas.

As análises numéricas são apresentadas no capítulo 7. O software de Elementos Finitos Abaqus<sup>®</sup> foi utilizado para tal, onde são apresentadas as

particularidades da modelagem computacional para representar o ensaio de tração na flexão. Uma metodologia de análise inversa é utilizada para ajustar a curva do modelo constitutivo do CRFA, e então é apresentada a modelagem 3D das vigas da campanha experimental. Parâmetros como padrão de fissuração e resistência máxima ( $V_{max}$ ) são comparados com os obtidos pela DIC e pelos valores obtidos experimentalmente. Adicionalmente, foi realizada uma análise paramétrica com os dados geométricos das vigas, e os resultados de  $V_{max}$  foram confrontados com valores obtidos pelo capítulo 6.

Por fim, são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros no capítulo 8.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No contexto da engenharia, o uso do CRFA é considerado importante para a construção de estruturas, especialmente devido à possibilidade de aplicações de responsabilidade estrutural, tais como túneis e estruturas pré-fabricadas. Entretanto, a falta de investigações em relação a certos aspectos do material, particularmente no contexto brasileiro, tem levantado incertezas quanto à sua utilização. Desta forma, torna-se imperativo conduzir pesquisas a fim de aprimorar o conhecimento e a confiabilidade da utilização do CRFA (ABDALLAH, 2017; AMIN *et al.*, 2022; WANG *et al.*, 2021a).

Apesar do crescente volume de informações disponíveis na literatura, ainda não se alcançou pleno entendimento do comportamento à força cortante em vigas de CRFA, havendo falta de consenso sobre a melhor maneira de avaliar os diferentes mecanismos que contribuem para a resistência deste esforço. Ademais, nota-se uma escassez de estudos científicos abordando a contribuição específica das fibras de aço no contexto dos mecanismos resistentes ao cortante em vigas de CRFA sem a utilização de armadura transversal (NOURI *et al.*, 2021).

Espera-se que a atuação da ponte de transferência de tensões das fibras na fissura modifique de forma relevante a ação dos mecanismos resistentes à força cortante. Nesse sentido, a ductilidade no estado pós fissuração proveniente das fibras pode ser quantificada através da extração de dados da cinemática da fissura diagonal crítica, obtendo-se a abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) da mesma. Para tanto, a evolução de metodologias fotogramétricas tem possibilitado cada vez mais o acompanhamento completo dos campos de deslocamentos, que associados a modelos dos mecanismos resistentes à força cortante, podem contribuir para um melhor entendimento do comportamento mecânico do CRFA (BECKS *et al.*, 2022).

A investigação do comportamento do CRFA à força cortante é de grande importância para a criação de um banco de dados sólido sobre o material. Tanto através de modelos consistentes, numérica e analiticamente, quanto por ensaios experimentais, objetiva-se a tendência internacional de busca por um consenso no dimensionamento do CRFA como material estrutural.

Dessa forma, a revisão bibliográfica a seguir apresenta assuntos relacionados ao comportamento à força cortante de vigas de CRFA sem armadura transversal. São abordados assuntos como o cisalhamento no concreto armado convencional e no CRFA, os mecanismos de transferência de força cortante, e também sobre a técnica de Correlação de Imagem Digital (DIC), utilizada na campanha experimental deste trabalho.

## 2.1 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ARMADURA TRANSVERSAL

Uma viga de concreto armado convencional submetida a um carregamento progressivo, tem momentos fletores e, por consequência, tensões normais de flexão. Também, haverá a existência de forças cortantes, que por sua vez originam tensões de cisalhamento. Estas tensões de cisalhamento, compõem-se de tal forma a dar origem a um estado biaxial de tensões com tensões principais de tração e de compressão, cuja trajetória de distribuição pode ser vista na Figura 2 (PUNDIR *et al.*, 2019).

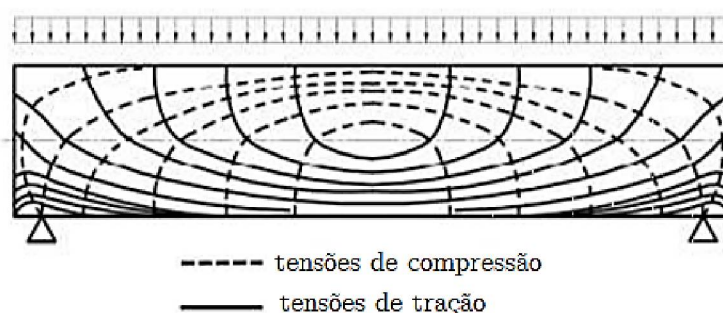


Figura 2 - Trajetórias das tensões principais de uma viga biapoiada.  
 Fonte: adaptado de Yang (2014)

Quando o carregamento atuante na viga passa a gerar tensões principais de tração superiores à resistência a tração do concreto, surge uma primeira fissura de flexão (TUNG; BETSCHOGA e TUE, 2020). Esta inicia na região mais tracionada e se estende em direção à linha neutra, perpendicularmente às trajetórias das tensões principais de tração. Conforme a força externa aumenta, mais fissuras surgem, e as já existentes aumentam de abertura. As fissuras de flexão inclinam-se, devido à inclinação das trajetórias das tensões principais de tração. Em determinadas regiões, onde a influência do

momento fletor é menor, podem então surgir as fissuras por cisalhamento (SAMORA *et al.*, 2017).

As tensões principais de tração inclinadas exigem a presença de uma armadura transversal, composta normalmente na forma de estribos verticais fechados. O cálculo da quantidade de armadura transversal, bem como as premissas de projeto referentes ao cisalhamento para uma viga de concreto armado podem ser feitos a partir de diferentes teorias e modelos. Dentre estes, o modelo da treliça clássica de Ritter – Morsch de 1909 é um dos modelos mais consolidados, utilizado inclusive pela norma brasileira vigente de estruturas de concreto armado, NBR 6118 de 2014 (ABNT, 2014).

No caso de elementos sem armadura transversal, o cisalhamento é reconhecido como um modo de falha crítico, devido a sua limitada capacidade de deformação e fragilidade (CAVAGNIS, RUIZ e MUTTONI, 2015). A fissura diagonal crítica, formada pelo esgotamento da capacidade resistente à força cortante, é responsável pela ativação dos mecanismos de transferência deste cisalhamento, que depende muito do padrão de fissuração e da cinemática da falha em si (HUBER; HUBER e KOLLEGER, 2016).

A respeito do fenômeno dos mecanismos de transferência de cisalhamento, não existe uma abordagem mecânica totalmente aceita na literatura. Entretanto, investigações dos últimos anos (CAMPANA *et al.*, 2013; CAVAGNIS e MUTTONI, 2015; RUIZ, MUTTONI e SAGASETA, 2015; CAVAGNIS e MUTTONI, 2018; TIRASSA, RUIZ e MUTTONI, 2020) permitiram um entendimento das ações básicas de transferência, mas os modelos existentes não necessariamente estão em acordo sobre a totalidade deste fenômeno (LANTSOGHT, 2019a).

Nesse sentido, nos últimos 10 anos, alguns trabalhos foram essenciais para o entendimento dos mecanismos do concreto armado convencional sem estribos. A coletânea de artigos originados do trabalho de Cavagnis (2017) (CAVAGNIS; RUIZ; MUTTONI, 2015, 2018b, 2018a) teve como foco os mecanismos de transferência à força cortante de vigas de concreto armado sem estribos. A DIC foi utilizada como aliada às aferições dos parâmetros da cinemática da fissuração. Em (CAVAGNIS; RUIZ; MUTTONI, 2015) os padrões de fissuração e sua cinemática foram rastreados por meio da DIC. Esse acompanhamento foi realizado tanto durante o teste em si, quanto no processo

de falha, proporcionando dados precisos sobre o desenvolvimento real das fissuras que levaram à falha por cisalhamento. Os tipos de fissura foram classificados de acordo com o seu desenvolvimento (mais detalhes no capítulo 4). As observações indicam que é possível encontrar uma grande variedade de padrões de fissuração, e que esses padrões podem se desenvolver de maneiras distintas.

Em Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018a) foi realizada uma campanha experimental que consistiu em ensaiar 20 vigas de concreto armado sem estribos. Essas vigas apresentavam diferentes esquemas estruturais e condições de carregamento, incluindo vigas contínuas, bi-apoiadas e em balanço, com carregamento distribuído ou concentrado. As vigas tinham seção retangular com dimensões de 250 mm x 600 mm, relação  $M/Vd$  (relação  $a/d$  para vigas bi-apoiadas com carga central) no apoio da direita variando de 1.7 a 6.9, resistência a compressão média do concreto ( $f'_c$ ) em torno de 34 MPa. As análises com a DIC possibilitaram a leitura dos mecanismos de transferência de força cortante ao longo de todo o processo de falha das vigas, e não somente no instante de máxima resistência. A Figura 3 mostra em 3-a os mecanismos calculados desde o instante de início da fissura até a ruptura, e 3-b a somatória de todos eles em comparação com o valor experimental de força máxima. Os mecanismos considerados foram: o engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ); resistência à tração residual do concreto ( $V_{res}$ ); efeito de pino das armaduras longitudinais tracionada ( $V_{d,t}$ ) e comprimida ( $V_{d,c}$ ), no caso da fissura crítica atingir essa armadura, concreto comprimido não fissurado ( $V_{cz}$ ) e, para as vigas submetidas a carregamento distribuído, parcela de força transmitida diretamente para os apoios sem interceptar a fissura crítica ( $V_q$ ).



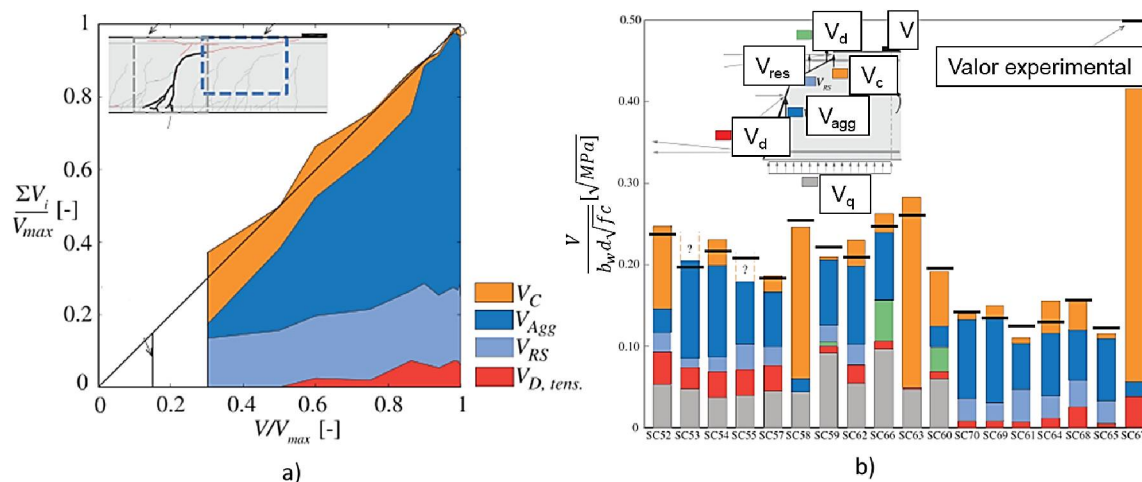


Figura 3 - em a) mecanismos de transferência de força cortante e b) força cortante de cada ação de transferência de cisalhamento na carga de pico.

Fonte: Cavagnis; Ruiz e Muttoni, (2018b)

As análises ressaltaram a dependência da ativação e preponderância dos mecanismos com a cinemática da fissura diagonal crítica. Na sequência, encontram-se resumidas as principais conclusões apontadas pelos autores:

- A contribuição do engrenamento dos agregados é maior quando a fissura diagonal é iniciada longe do apoio, chegando a 80% do valor na carga total aplicada. Para fissuras que se desenvolvem abaixo ou nas proximidades do suporte intermediário, dificilmente se desenvolve qualquer engrenamento dos agregados, uma vez que quase não ocorre deslizamento ( $\delta$ ) nas fissuras;

- A ação de pino mais predominante representou 20% do carregamento, quando a fissura se formava próxima à armadura de tração;

- A ação de arco torna-se um fenômeno governante somente quando a fissura diagonal crítica se desenvolve abaixo do apoio intermediário;

- A zona comprimida representou até 30% do carregamento na ruptura, mas é totalmente dependente da cinemática e da posição da fissura diagonal crítica;

- A resistência à tração residual do concreto na carga máxima depende principalmente da abertura e do comprimento e inclinação do ramo quase horizontal da fissura crítica.

Com base em observações experimentais, Yang (2014) propôs uma nova teoria para a capacidade de cisalhamento de elementos de concreto armado sem armadura transversal. Segundo esta teoria, o deslizamento da fissura diagonal crítica pode ser considerado como um critério de ruptura para a de um elemento estrutural. O *Critical Shear Displacement Theory* (CSDT) se baseia em mecanismos de transferência de força de cisalhamento que ocorrem em uma fissura inclinada, como a força de cisalhamento transferida na zona de compressão ( $V_c$ ), determinado com a abordagem de Morsch (1909), a ação de pino ( $V_d$ ) e o engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), adotando o modelo linear simplificado de Walraven (1981).

De acordo com a teoria envolta do CSDT, para a transmissão da força cortante, os aspectos que mais contribuem são a forma da fissura e os deslocamentos normal e tangencial ao longo do perfil da fissura. Para evitar integrações numéricas, um perfil de fissura simplificado foi proposto para facilitar a relação entre a força cortante ( $V$ ), a largura da fissura ( $w$ ) e o deslizamento ( $\delta$ ).

O método CSDT foi aprimorado para incluir lajes de tabuleiro (SOUSA *et al.*, 2021a), bem como vigas e lajes unidirecionais carregadas uniformemente (SOUSA, LANTSOGHT e EL DEBS, 2020). Foi constatado que, em comparação com muitos modelos semi-empíricos e mecânicos de resistência ao cisalhamento, o CSDT oferece níveis superiores de acurácia e precisão.

Nessa ótica, Huber, Huber e Kollegger (2016) conduziram um programa experimental com 20 vigas de concreto armado, algumas com estribos e outras sem, com o objetivo de acompanhar a cinemática da fissura diagonal crítica. A partir da análise dos dados obtidos e da aplicação de equações disponíveis na literatura, foi possível avaliar a contribuição dos diferentes mecanismos resistentes à força cortante das vigas ensaiadas. Para todos os casos, as vigas foram submetidas ao esquema de ensaio à flexão por três pontos, com carga aplicada no centro do vão, e foram dimensionadas para obter a relação  $a/d = 3,4$ . A partir da medição dos deslocamentos relativos ao longo da fissura diagonal crítica e do uso de equações disponíveis, foram determinadas as parcelas resistentes à força cortante. As vigas foram submetidas a diferentes condições de carregamento e tinham seção retangular com dimensões de 250 mm x 600 mm,  $f_c = 34$  MPa. Para a parcela referente ao engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), foram avaliadas quatro equações diferentes: o modelo simplificado linear

de Walraven (1980), duas fases não linear de Walraven e Reinhardt (1981), Gambarova e Karakoç (1983) e o da FIB MC 2010 (*Fédération Internationale du Béton*, 2013). A contribuição dos diferentes mecanismos resistentes ( $V_i$ ) para a força cortante última ( $V_{max}$ ) e para a força cortante correspondente à última imagem registrada antes da propagação instável da fissura ( $V_{Ip}$ ) foram registradas. Observou-se que os valores da parcela de engrenamento dos agregados dados por diferentes equações podem diferir bastante, podendo ser mesmo maiores que  $V_u$ , e que a equação de Gambarova & Karakoç (1983) forneceu os maiores valores.

Novamente reiterou-se que a contribuição dos diferentes mecanismos resistentes dependeu da forma da fissura diagonal crítica e dos deslocamentos relativos de suas faces. As contribuições do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) e da tensão residual do concreto ( $V_{res}$ ) mostraram efeito de escala. A contribuição do efeito de pino da armadura longitudinal foi pequena, em face da largura de concreto no nível da armadura ser pequena. Medidas das deformações da região comprimida não fissurada não foram possíveis devido à acurácia limitada das medições, portanto, a parcela resistente relativa a essa região não pôde ser obtida.

Outros trabalhos também contribuíram para o entendimento dos mecanismos de transferência da força cortante no concreto convencional, chegando a conclusões similares no que diz respeito à dependência da cinemática da fissura diagonal crítica. Belbachir *et al.* (2020), Campana *et al.* (2013) e Campana, Ruiz e Muttoni (2014) são alguns destes exemplos, onde vigas de concreto armado sem armadura transversal foram avaliadas.

### 2.1.1 Cinemática das fissuras de cisalhamento

Para um melhor entendimento entre a cinemática da fissuração e os mecanismos que governam a transmissão de força cisalhante, Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015) utilizaram a Correlação de Imagem Digital (DIC) para quantificar os mecanismos de transferência de força cortante em vigas convencionais de concreto armado sem armadura transversal. Os autores observaram que a ruptura pela força cortante pode ser governada por diferentes mecanismos em vigas com características semelhantes, como dosagem de concreto e geometria.

Essas observações confirmaram as ideias conflitantes sobre os modelos de cisalhamento existentes, particularmente a influência da contribuição do engrenamento dos agregados. Este mecanismo é mais afetado pela cinemática das fissuras do que qualquer outra característica ou especificidade do material.

A fim de classificar o processo de fissuração para que se tenha um entendimento mais racional, a Figura 4 mostra os tipos de fissuras que podem ocasionar a ruptura por força cortante durante um ensaio de flexão em vigas de concreto armado (CAVAGNIS, RUIZ e MUTTONI, 2015).

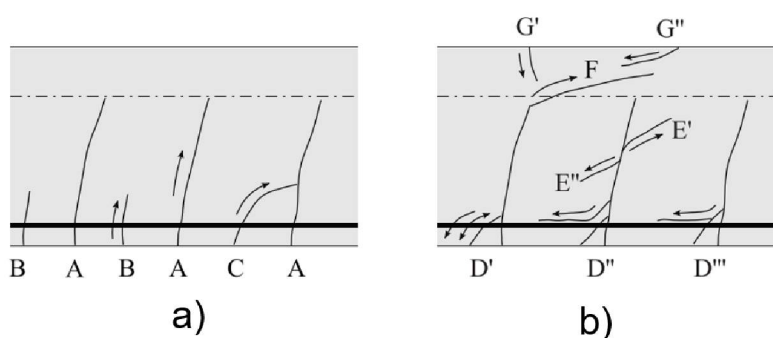


Figura 4 - Tipos de fissuras: (a) fissuras de flexão primária e secundária; e (b) fissuras causadas por ações de transferência de cisalhamento.  
Fonte: Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015)

Assim, de acordo com a Figura 4, as fissuras críticas podem ser indicadas por:

- Tipo A (Figura 4-a): fissuras primárias de flexão. Essas fissuras surgem de momentos fletores e normalmente uma delas se torna a fissura crítica à medida que a carga aumenta.
- Tipo B (Figura 4-a): fissuras de flexão secundárias. Essas fissuras ocorrem entre duas fissuras primárias de flexão ou próximas aos apoios da viga.
- Tipo C (Figura 4-a): fissuras secundárias ou primárias de flexão que se fundem com outra fissura primária de flexão.
- Tipo D (Figura 4-b): fissuras da ação de pino que se desenvolvem no mesmo nível da armadura de flexão. Eles normalmente unem uma fissura inclinada da superfície do corpo de prova a uma fissura primária de flexão (tipo A) e geralmente se originam em níveis de carga baixos.
- Tipo E (Figura 4-b): fissuras induzidas por engrenamento dos agregados. Essas fissuras se formam em ambos os lados de uma fissura

existente e geralmente se originam de fissuras de flexão primárias ou secundárias que transferem força cortante pelo engrenamento dos agregados.

- Tipo F (Figura 4-b): Propagação de uma fissura primária de flexão dentro da zona de compressão. Isso ocorre com uma fissura plana originada de uma fissura primária de flexão, e geralmente ocorre em níveis de carga próximos à ruptura.

- Tipo G (Figura 4-b): Desenvolvimento de uma fissura dentro da zona de compressão não originada de uma fissura primária de flexão. Estas fissuras desenvolvem-se perpendicularmente à aresta da viga (G') devido à flexão local da biela de compressão, ou em ângulos planos próximos da zona de introdução de carga (G'') devido aos grandes esforços cortantes na zona de compressão e/ou esmagamento da corda de compressão.

A abordagem de classificação das fissuras pode ser útil para o entendimento de como a cinemática do processo de fissuração e a forma das fissuras diagonais se relacionam com o comportamento mecânico das vigas. Ou seja, o entendimento de desenvolvimento das fissuras pode ser correlato com os mecanismos de transferência de força cortante. Assim, essa metodologia de Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015) é aplicada no capítulo 4 da presente tese.

## 2.2 CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO E SEM ARMADURA TRANSVERSAL

A adição de fibras de aço pode aumentar a resistência à tração e a ductilidade do concreto, sendo que as propriedades das fibras, bem como a matriz de concreto, afetam o grau de melhoria dessas características (SOETENS e MATTHYS, 2017). As fibras que cruzam as fissuras que se propagaram na matriz de concreto atuam como pontes de transferência de tensão, dificultando a propagação de fissuras. Nesse sentido, a falha por tração do CRFA pode ocorrer devido ao alongamento elástico ou plástico das fibras, degradação da matriz de concreto na zona de transição fibra-matriz, ou arrancamento/ruptura das fibras (LARANJEIRA; MOLINS e AGUADO, 2010).

Com o desenvolvimento em pesquisas no concreto armado convencional (item 2.1) e o concomitante desenvolvimento da técnica da correlação por imagem digital (DIC), o interesse em expandir os conhecimentos

ao CRFA foi sendo aprimorado. Um dos primeiros trabalhos a abordar essa metodologia, objetivando o estudo dos mecanismos de transferência de força cortante, foi o de Zarrinpour e Chao (2017).

Zarrinpour e Chao (2017) consideraram que a resistência à força cortante foi dada pelas parcelas do concreto da zona comprimida ( $V_{cz}$ ), do efeito de pino da armadura longitudinal ( $V_d$ ) e das fibras que atravessaram a fissura diagonal crítica ( $V_{fib}$ ). A contribuição da parcela de engrenamento dos agregados foi desconsiderada, uma vez que ensaios do tipo *push-off* realizados por eles identificaram que o valor da abertura de fissura imediatamente anterior à ruptura foi de 0,2 mm. Aplicando a equação de engrenamento dos agregados de Walraven e Reinhardt (1981) ao longo da fissura diagonal crítica com abertura até este valor, a contribuição dessa parcela na resistência foi menor que 5%, uma vez que a abertura da fissura diagonal crítica foi majoritariamente maior que 0,2 mm. A contribuição da parcela do concreto acima da linha neutra ( $V_{cz}$ ) foi estimada por meio da associação do critério de ruptura de Rankine e de dados obtidos da curva tensão normal de compressão versus deformação específica do concreto, constatando-se que essa contribuição em relação à força cortante última decresceu conforme aumentou-se  $h$ . Para avaliar a contribuição das fibras de aço que atravessaram a fissura crítica na região abaixo da linha neutra ( $V_{fib}$ ), relacionou-se o valor da abertura de fissura em cada ponto com a tensão normal a partir da curva tensão normal versus abertura de fissura obtida do ensaio do concreto à tração direta. A parcela de efeito de pino ( $V_d$ ) foi dada pela diferença entre a força cortante última e o somatório das parcelas dos demais mecanismos resistentes. As fibras foram responsáveis, dentro do âmbito da campanha experimental, por entre 14,7 e 34,2% da força cortante máxima ( $V_{max}$ ). Além disso, a porcentagem referente à zona comprimida não fissurada foi de 36 a 69,2% e do efeito de pino de 10 a 34,8%.

Outro trabalho que obteve conclusões importantes sobre o CRFA foi o de Resende (2020), que se propôs a investigar os mecanismos de transferência de força cortante para o CRFA. O autor considerou os mecanismos de engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), resistência à tração residual do concreto ( $V_{res}$ ), efeito de pino das armaduras longitudinais tracionada ( $V_d$ ), e concreto comprimido não fissurado ( $V_{cz}$ ). A parcela  $V_{cz}$  foi estimada por meio da fórmula

de Mörsch (1909), e a parcela  $V_{res}$  por meio da relação entre tensão normal residual e abertura de fissura proposta por Hordijk (1992). As demais parcelas foram avaliadas considerando resultados dos ensaios deste estudo e modelos a partir deles propostos. Verificou-se que o aumento do fator  $F$  ( $V_f l_f / d_f$ ) e o diâmetro das barras de aço aumentaram  $V_{d,max}$  e  $\delta_{max}$ , com relação linear entre  $\delta_{max}$  e  $F$ . Nos espécimes com fibras, houve aumento de  $V_d$  após o aparecimento da fissura longitudinal devido à melhoria do comportamento do concreto à tração e ao controle da abertura e desenvolvimento da fissura providos pelas fibras. Observou-se que os diferentes modelos propostos para análise do engrenamento de agregados podem levar a resultados diferentes entre si e diferentes dos experimentais. O modelo proposto para análise dos ensaios *pushoff*, baseado no de Li e Maekawa (1987), levou a resultados insatisfatórios em relação às tensões e deslocamentos relativos, principalmente nos espécimes com fibras. Na análise da força cortante última das vigas, as parcelas  $V_{cz}$  e  $V_{res}$  foram estimadas por meio das fórmulas de Mörsch (1909) e Hordijk (1992), respectivamente, enquanto as demais parcelas foram avaliadas a partir dos resultados dos ensaios e modelos propostos. Nas vigas com fibras, a parcela  $V_{fib}$  foi a dominante próximo à ruptura.

Recentemente, Resende e Cardoso (2023) apresentaram contribuições para o entendimento racional do comportamento do CRFA à força cortante, focando nos mecanismos de transferência e na sua relação com a cinemática da fissura. Os modelos para representar a parcela das fibras e do engrenamento dos agregados foram provenientes de um estudo dos mesmos autores (RESENDE, CARDOSO e SHEHATA, 2021) onde, através de ensaios de *push off* e da medição da rugosidade da superfície de falha, os mesmos foram desenvolvidos.

Entendendo a tendência da necessidade dos estudos dos mecanismos de transferência de força cortante, a fim de se ter modelos mecânicos mais racionais, (LANTSOGHT, 2019a) publicou um resumo do que se tinha na literatura, e as necessidades de estudo do CRFA. Além disso, para impulsionar o campo de pesquisa, publicou um banco de dados (LANTSOGHT, 2019b) de experimentos envolvendo vigas de CRFA. A autora afirma que é necessário desenvolver um modelo mecânico completo de uma viga de concreto reforçado com fibras sem estribos falhando por cisalhamento, que combine todos os

mecanismos de resistência ao cisalhamento. Isso inclui a capacidade do concreto na zona de compressão, o engrenamento do agregado, a ação do pino, a tensão através da fissura transportada pelas fibras e a ação de arqueamento. É importante entender como as fibras influenciam cada um desses mecanismos e a relação entre eles. Para isso, são necessários estudos experimentais que possam quantificar esses mecanismos, como a análise da cinemática da fissura com a correlação por imagem digital (DIC).

A questão da preponderância do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) ainda é discutida nos dias atuais, não somente no CRFA, mas também para o concreto convencional (MONTROYA-CORONADO *et al.*, 2023). Para o CRFA, além dessa problemática, discute-se a influência da adição das fibras de aço no mecanismo. Zarrinpour e Chao (2017) não consideraram a contribuição do engrenamento dos agregados, conforme já mencionado. (BI *et al.* 2021) também não consideram o engrenamento dos agregados com a mesma prerrogativa de Zarrinpour e Chao (2017) sobre a abertura de fissura no CRFA ser maior que no concreto convencional, e o mecanismo ser insignificante. Arslan e Kiristioğlu (2016) propuseram um fator de degradação da resistência ao cisalhamento do concreto convencional, devido principalmente porque o engrenamento dos agregados reduz à medida que as aberturas de fissuras se tornam mais largas. Em contrapartida, Yang (2014) baseou seu modelo do *Critical Shear Displacement Theory* (CSDT) no fato de que o engrenamento dos agregados é o principal mecanismo de transferência de cisalhamento, limitando a abertura de fissura. Lantsoght (2019a) também afirma que o mecanismo é um dos principais atuantes durante a resistência à força cortante, mas que diminui à medida que a abertura de fissura aumenta. Kaufmann *et al.* (2019) e Matos *et al.* (2020) propuseram modelos para representar o CRFA com boa fundamentação e precisão. Ambos os autores uniram um modelo da literatura de engrenamento dos agregados, e um proveniente do ensaio de *pullout* para representar as fibras de aço. As curvas de força cortante versus deslocamento se aproximaram de resultados experimentais, principalmente no ramo pós pico.

Além da discussão acerca da ativação e preponderância dos mecanismos, existe a necessidade de estudos que busquem modelos analíticos bem fundamentados, que possam ser facilmente aplicados. Um exemplo de modelo que utiliza a capacidade potencial dupla é utilizado para derivar a



capacidade de cisalhamento, levando em consideração a capacidade de tração do CRF na zona de tração e a capacidade de compressão do concreto na zona não fissurada de compressão. O modelo *Multi-Action Shear Model* (MASM) (BERNAT *et al.* 2020) leva em conta a capacidade de compressão na zona não fissurada, ação do pino, e a combinação dos mecanismos de cisalhamento que ocorrem na fissura de cisalhamento (travamento do agregado e capacidade de tração na zona de tensão) que são governados principalmente pelas fibras de aço. O modelo MASM considera que a falha ocorre quando a combinação de tensões normais e de cisalhamento na biela de compressão atinge o envelope de falha biaxial de Kupfer.

Uma série de modelos para determinar a capacidade de cisalhamento do CRFA é derivada através da extensão da Teoria do Campo de Compressão Modificada (MCFT) (SOETENS e MATTHYS, 2017) para incluir o efeito das fibras de aço. O MCFT utiliza fissuras distribuídas e um modelo constitutivo para concreto fissurado, e as extensões do MCFT para o CRFA utilizam suposições semelhantes. Por exemplo, a proposta de Zhang (ZHANG *et al.*, 2020) baseia-se na alteração do modelo constitutivo do concreto fissurado, incluindo o efeito das fibras, o que cria um novo material com um modelo constitutivo próprio. Esse modelo constitutivo considera, em particular, a contribuição das fibras para a transferência de tensões ao longo da fissura principal e após o pico. Outra abordagem baseada no MCFT é o *Disturbed Stress Field Model* (DSFM) de Vecchio e Collins (1986) que é uma abordagem mais geral que requer o uso de software de elementos finitos para implementação.

O *Critical Shear Displacement Theory* (CSDT) anteriormente já citado (YANG, 2014) foi expandido para o CRFA por Debella e Pieralisi (2022). Embora promissor, percebeu-se que as simplificações das limitações de deslizamento precisam ser revistas, afirmando que no CRFA, especialmente para altos níveis de carregamento, os deslocamentos relativos da fissura são maiores.

Abambres e Lantsoght (2019) também propuseram um modelo robusto baseado em redes neurais com ótimos resultados. Todavia, o modelo não é simples de ser aplicado, e exige o mínimo de conhecimento sobre o procedimento matemático envolvido. Negi e Jain (2022) propuseram um modelo analítico baseado em equações que representam os mecanismos de transferência de força cortante. Entretanto, é necessário um processo iterativo

para se calcular a resistência máxima ( $V_{max}$ ), além de uma quantidade grande de parâmetros de entrada.

Mais recentemente, Lantsoght (2023) propôs um modelo analítico com a prerrogativa de envolver todos os mecanismos responsáveis pela transferência de força cortante: engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), resistência à tração residual do concreto ( $V_{res}$ ), efeito de pino das armaduras longitudinais tracionada ( $V_{d,t}$ ) e comprimida ( $V_{d,c}$ ), no caso da fissura crítica atingir essa armadura, concreto comprimido não fissurado ( $V_{cz}$ ). Contudo, assim como no modelo de sua co-autoria citado anteriormente (ABAMBRES; LANTSOGHT, 2019) é necessário um processo iterativo para que se calcule a resistência máxima ( $V_{max}$ ).

E por fim, através da análise numérica, é possível analisar o comportamento em nível tanto microestrutural, investigando a interação entre a matriz do concreto e as fibras, quanto macroestrutural, avaliando o comportamento global do CRFA sob diferentes condições de carregamento. Nesse contexto, destacam-se alguns trabalhos, como Abbas, Syed, Cotsovos (2016), Sousa *et al.*, (2021b), Genikomsou e Polak (2015). Destaca-se também as simulações com as fibras discretizadas, onde o foco de estudo é, usualmente, a simulação da orientação das fibras em diferentes configurações de lançamento do concreto e geometrias (KARADELIS e ZHANG, 2015; KANG e BOLANDER, 2016; BITENCOURT *et al.*, 2019).

A simulação numérica do CRFA tem dificuldades intrínsecas devido às diferenças do comportamento do concreto quando submetido à tração e à compressão (QI *et al.* 2022). Usualmente, segundo Varghese *et al.* (2023), a simulação conta com 3 etapas: pré-processamento, onde os modelos constitutivos são definidos; simulação, onde os problemas numéricos são resolvidos; e pós processamento, onde os resultados extraídos são avaliados. Na etapa de pré-processamento, é onde pode-se ter metodologias de análise inversa para o ajuste do modelo constitutivo comparando os resultados numéricos com os experimentais (BERNARDI *et al.*, 2016; TAHENNI *et al.*, 2021; BECKS *et al.*, 2022). Esta etapa garante que o material simulado está de acordo com a caracterização experimental (BENEDETTY *et al.* 2022). A etapa de simulação, onde as condições de contorno e adoções referente ao modelo numérico são expostas, ainda é objeto de discussão e pesquisa nos dias atuais,

tanto para o CRFA, quanto para outros materiais compósitos (KYTINOU *et al.*, 2020; XIANG *et al.*, 2022; SAWICKI *et al.*, 2022; VARGHESE *et al.*, 2023). Ainda nesta etapa, entende-se que a obtenção de resultados consistentes se torna um desafio devido à sensibilidade do modelo às condições de contorno, onde qualquer modificação nesses parâmetros pode resultar em respostas distintas (PUDDICOME, 2018). Por último, a etapa de pós processamento é onde são extraídas variáveis de interesse da simulação, para posterior aplicação. Em linhas gerais, estabelecer de maneira adequada a congruência entre as informações de entrada, tais como a escolha criteriosa de um modelo constitutivo que seja capaz de representar com precisão o comportamento do material em questão, e a definição de condições de contorno realistas, emerge como uma abordagem, ainda discutível, para a obtenção de simulações numéricas confiáveis.

No âmbito dos mecanismos resistentes e da força cortante em elementos de concreto sem armadura transversal, a problemática envolve a extração dos deslocamentos relativos de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ). Nesse contexto, destaca-se o trabalho de QI *et al.* (2022), onde a aferição da abertura de fissura foi feita através da técnica do *Extended Finite Element Method* (X-FEM) no software Ansys®. Essa técnica permite a simulação da separação das paredes de uma fissura, sendo possível, portanto, a aferição dos deslocamentos relativos. Apesar de efetiva, os autores afirmam que a técnica exige um alto custo computacional. Dadas estas dificuldades, o trabalho de Bui *et al.* (2022), que simulou o concreto reforçado com barras de fibra de vidro, comparou as análises numéricas com modelos analíticos. Após uma etapa de pré-processamento de ajuste de curvas, variáveis como a inclinação das fissuras foram comparadas e posteriormente aplicadas em modelos analíticos existentes.

Uma das principais conclusões desta linha de análise do CRFA é que a simulação numérica pode ter várias vertentes, cujo custo computacional e complexidade dependem do objeto de estudo que se deseja analisar (GOLPASAND *et al.*, 2020). Para fins de projeto, uma modelagem computacional coerente com resultados experimentais, pode tornar possível expandir as análises para elementos com diferentes dimensões, configurações de carregamento e vinculação.

## 2.3 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE FORÇA CORTANTE

Um modelo mecânico que explique o fenômeno da ruptura por força cortante deve combinar todos os mecanismos responsáveis pela transferência de tensão (BELBACHIR *et al.*, 2020; LANTSOGHT, 2019a): o engrenamento de agregados ( $V_{agg}$ ), que resulta das forças de contato entre os agregados que atravessam a fissura, a transferência de tensões através da zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ), a resistência residual na zona de processamento da fratura ( $V_{res}$ ), que ocorre devido ao atrito entre os agregados em regiões quase horizontais, o efeito de pino ( $V_d$ ), consequência entre a interação entre as barras longitudinais e o concreto que as envolve, e a ação das fibras ( $V_{fib}$ ) fazendo a ponte de transferência de tensões. Adicionalmente, em casos em que há proximidade entre o apoio e a região de aplicação de carga, um fenômeno físico secundário, conhecido como efeito de arco ( $V_{arc}$ ), pode contribuir com a transmissão direta de carregamentos ao apoio (SOUSA *et al.*, 2021b). Todos estes mecanismos são representados na Figura 5.

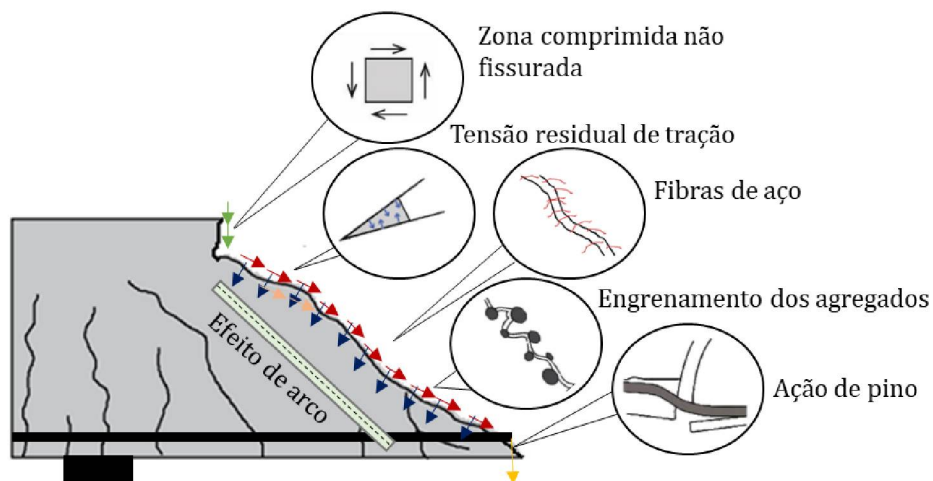


Figura 5 - Mecanismos de transferência de força cortante  
Fonte: adaptado de Abad, Lantsoght, e Yang (2019)

Em geral, as discussões sobre a representação de cada mecanismo têm como objetivo identificar quais deles, e como estão presentes na transferência da força cortante, já que são diretamente influenciados pela cinemática da fissura diagonal crítica. Assim, a seguir são apresentados os fundamentos e equacionamentos adotados.

### 2.3.1 Engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ )

O engrenamento dos agregados é um mecanismo que ocorre entre as superfícies originadas por uma fissura diagonal crítica. A transferência de força cortante é feita pela restrição mecânica das partículas de agregado que se sobressaem de uma face, acarretando em um atrito na face oposta da fissura (HUBER; HUBER e KOLLEGER, 2019). Segundo Matos *et al.* (2020), esse efeito depende da área de contato entre as faces, e conseqüentemente, da abertura ( $w$ ) e do deslizamento ( $\delta$ ) da fissura. Para exemplificar esse mecanismo, a Figura 6 mostra a representação das paredes de uma fissura crítica, onde o atrito entre estas e os agregados resultam na tensão normal e cisalhante, dependentes do desenvolvimento dos deslocamentos relativos de abertura e deslizamento.

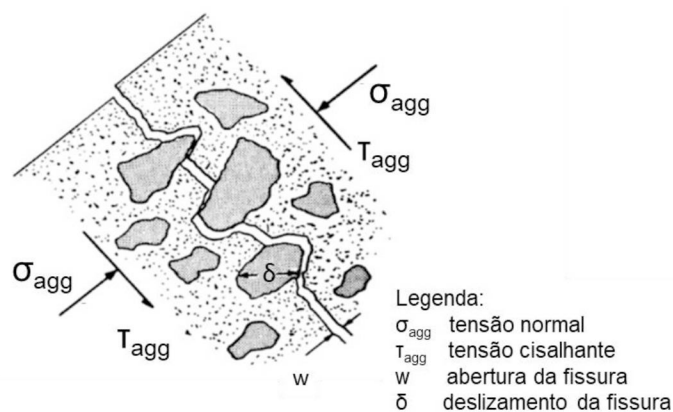


Figura 6 - Representação do mecanismo do engrenamento dos agregados  
Fonte: adaptado de Vecchio e Collins (1986)

Conforme apontado pelo ACI-ASCE Committee 426 (1991), o mecanismo de engrenamento dos agregados pode representar de 35% a 50% da capacidade de carga última de alguns elementos estruturais de concreto armado. Abad, Lantsoght e Yang (2019) afirmam que a contribuição do engrenamento dos agregados na resistência ao cisalhamento de vigas varia entre 33% e 70%, a depender das características do concreto. Ainda, Yang; Walraven; Uijl, (2017) afirmam que cerca de 50% da força cortante aplicada pode ser transferida por meio do engrenamento dos agregados em vigas esbeltas. A variação nos resultados apresentados se dá, segundo Lantsoght (2019b), em

virtude das dimensões das vigas, do volume e tipo de fibras de aço, e da resistência a compressão do concreto. A autora ainda afirma que a adição das fibras ao concreto proporciona maior ductilidade ao elemento estrutural, e que isso modifica a modo de falha e a cinemática da fissura diagonal crítica, alterando e variando a contribuição do engrenamento dos agregados de elemento para elemento.

Vários modelos já foram propostos na tentativa de explicar e prever o comportamento do engrenamento dos agregados (ARAÚJO; LOBO; MARTINS, 2021; MATOS *et al.*, 2020; NOURI *et al.*, 2021). O mecanismo sofre interferência de diferentes variáveis, incluindo a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), composição dos materiais, tipo de concreto, taxa de armadura. A variedade de parâmetros envolvidos pode levar a dificuldades na análise de resultados e a aparentes contradições.

Dentre os modelos existentes, 3 destes são abordados no presente trabalho: i) *Rough Crack Model* (RCM) proposto por Bazant e Gambarova (1980) e posteriormente aprimorado por Gambarova e Karakoç (1983), e ii) *Contact Density Model* (CDM) introduzido por Li e Maekawa(1987). E o modelo da equação linear do *Two Phase Model* (TPM) de Walraven (1981).

### **Rough Crack Model (RCM)**

Na concepção do RCM, Bazant e Gambarova (1983) avaliaram a morfologia da fissura como uma série de superfícies, e o modelo foi baseado em relações empíricas e resultados experimentais. Posteriormente, Gambarova e Karakoç (1983) aprimoraram o modelo original considerando os resultados de outros testes experimentais e incorporando o efeito do tamanho do agregado. As tensões normal ( $\sigma$ ) e de cisalhamento ( $\tau$ ) são obtidas por:

$$\sigma = -0,62 \frac{\delta}{\sqrt[4]{w^2 + \delta^2}} \tau \quad (1)$$

$$\tau = \tau_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{2w}{D_{max}}} \right) \left( \frac{\delta}{w} \right) \frac{\frac{2,45}{\tau_0} + 2,44 \left( 1 - \frac{4}{\tau_0} \right) \left| \frac{\delta}{w} \right|^4}{1 + 2,44 \left( 1 - \frac{4}{\tau_0} \right) \left( \frac{\delta}{w} \right)^4} \quad (2)$$

onde  $D_{max}$  é o diâmetro máximo do agregado,  $\delta$  é o deslizamento e  $w$  é a abertura da fissura,  $\tau_0$  é a resistência ao cisalhamento da fissura conforme a abertura tende a zero ( $w \rightarrow 0$ ), dada por:

$$\tau_0 = 0,3\sqrt{f_c} \quad (3)$$

onde  $f_c$  é a resistência média a compressão do concreto.

### Contact Density Model (CDM)

No CDM, segundo Li e Maekawa (1987) a superfície da fissura é idealizada como uma série de planos de contato potenciais, com diferentes ângulos de orientação definidos por uma função de densidade de contato, independente da distribuição e dimensão do agregado. As tensões normal ( $\sigma$ ) e de cisalhamento ( $\tau$ ) são dadas por:

$$\sigma = k(w) \left( \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{w}{\delta}\right) - \frac{w\delta}{w^2 + \delta^2} \right) \quad (4)$$

$$\tau = k(w) \left( \frac{\delta^2}{w^2 + \delta^2} \right) \quad (5)$$

$$k(w) = \left( 1 - \frac{2w}{D_{max}} \right) 3,83f_c^{1/3} \quad (6)$$

### Two Phase Model (TPM)

Walraven (1981) sugeriu que o concreto pode ser representado por um sistema de duas fases, ou seja, os agregados e a matriz de cimento. Assim, o concreto pode ser modelado como uma distribuição de esferas rígidas de vários tamanhos, distribuídas em profundidades diferentes em uma matriz de cimento de comportamento rígido-plástico. Na ocorrência de deslizamento entre as faces da fissura, as partículas dos agregados entram em contato com a matriz, o que leva a uma plastificação localizada.

Inicialmente, Walraven (1981) considerou que a cinemática da fissura é caracterizada pelo desenvolvimento completo da abertura, seguido pelo deslizamento entre as faces. Em seguida, Ulaga (2003) e Guidotti (2010) propuseram casos específicos do modelo de duas fases. Ulaga (2003) analisou

o caso em que a abertura e o deslizamento da fissura ocorrem simultaneamente, com um ângulo de contato constante. Por outro lado, Guidotti (2010) assumiu que parte da abertura se desenvolve inicialmente antes do início do deslizamento.

No TPM foram feitas duas simplificações para a derivação da sua expressão. A primeira suposição considera que os agregados são esféricos e não se rompem na superfície da fissura. A segunda suposição considera que, quando ocorre o deslizamento, a pasta de cimento atua como um material plástico perfeito, resultando em uma tensão constante distribuída na área da superfície de contato ao redor do agregado. Com base nessas duas hipóteses, a área das superfícies de contato ao longo da fissura é dada pelo volume sobreposto dos dois perfis de fissura, ao aplicar a cinemática correspondente (abertura  $w$  e deslizamento  $\delta$ ), como mostrado na Figura 7. Essas suposições fornecem princípios simplificados para determinar as áreas das superfícies de contato e as tensões atuantes nas superfícies de contato de uma determinada fissura. A ação da tensão ao longo da fissura pode ser simplesmente calculada usando a tensão de escoamento da matriz de cimento  $\sigma_{pu}$  e as áreas projetadas de superfície de contato  $A_x$  e  $A_y$  (RUIZ, 2021; NEGI; JAIN, 2022).

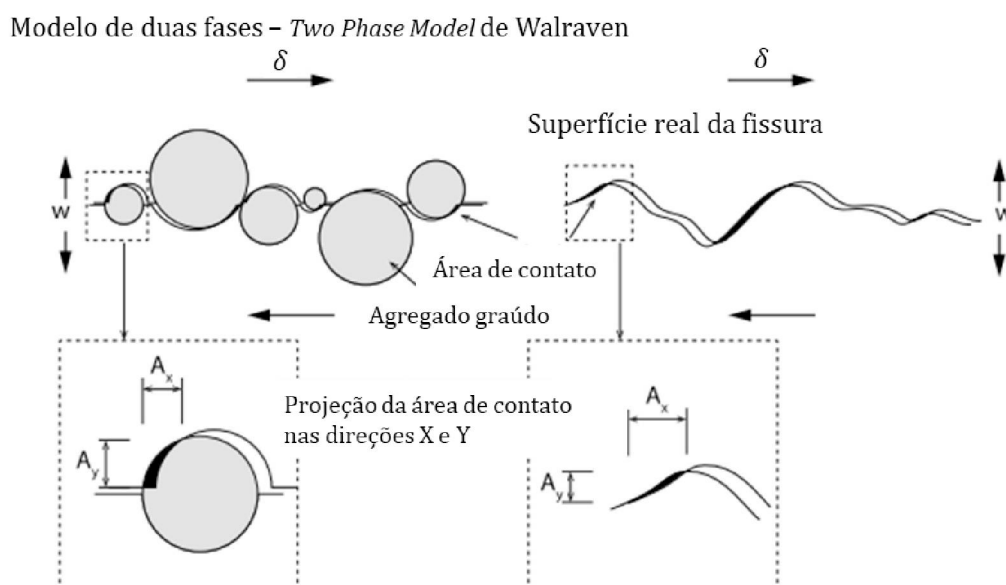


Figura 7 - Modelo de duas fases de Walraven (na esquerda) em comparação com a superfície real da fissura (à direita)

Fonte: adaptado de (PRESVYRI *et al.* 2019)

As tensões normal ( $\sigma$ ) e tangencial ( $\tau$ ) do modelo são dadas por:



$$\sigma = \sigma_{pu}(A_x - \mu A_y) \quad (7)$$

$$\tau = \sigma_{pu}(A_y + \mu A_x) \quad (8)$$

$$\sigma_{pu} = 6,39f_c^{0,56} \quad (9)$$

onde  $A_x$  e  $A_y$  são o somatório das áreas de contato das partículas numa unidade de área da superfície da fissura. Segundo Walraven (1981) e Guidotti (2010), as expressões para o cálculo de  $A_x$  e  $A_y$  dependem de  $w$ ,  $\delta$ , da granulometria, e  $D_{max}$ . Estas foram obtidas através da probabilidade dos agregados de serem interceptados pelo plano da fissura.

Dadas as dificuldades de aplicação das equações do TPM original, Walraven e Reinhardt (1981) publicaram um modelo empírico, com equações lineares baseadas no ensaio *pushoff*. Mais tarde, as equações foram implementadas no FIB Model Code de 2010, com um fator de segurança adicional  $C_f$ . As tensões do engrenamento dos agregados do modelo simplificado linear são dadas por:

$$\sigma = -0,06f_c + [1,35w^{-0,63} + (0,242w^{-0,55} - 0,19)f_c]\delta \quad (10)$$

$$\tau = -0,04f_c + [1,8w^{-0,8} + (0,292w^{-0,7} - 0,25)f_c]\delta \quad (11)$$

onde  $f_c$  é a resistência a compressão do concreto, em MPa,  $w$  e  $\delta$  são abertura e deslizamento da fissura, em milímetros.

Alguns trabalhos adotam as equações do modelo linear simplificado para mensurar o engrenamento dos agregados, devido à sua simplicidade de aplicação. Belbachir *et al.* (2020), e Huber, P.; Huber; Kollegger, (2016) são exemplos destas aplicações. Ainda, Montoya-Coronado *et al.*, (2023) afirmam que para taxas de armaduras maiores que 0,92%, o modelo mostra boa acurácia dos resultados. Nesse sentido, a Figura 8 mostra o comparativo entre o modelo linear e não linear de Walraven, em função dos deslocamentos relativos. Percebe-se a proximidade dos valores entre as duas equações, apesar da equação não linear mostrar resultados mais estáveis.

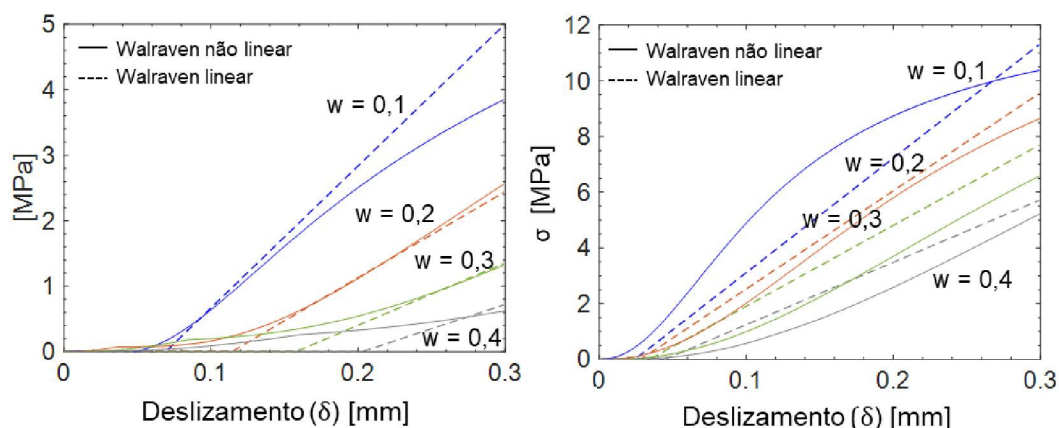


Figura 8 - Comparativo entre modelo linear e não linear de Walraven, da tensão normal (à direita) e tangencial (à esquerda)

### 2.3.2 Zona comprimida de concreto não fissurado ( $V_{cz}$ )

Na área comprimida não fissurada acima da fissura diagonal crítica de um elemento em concreto armado, a força cortante é transmitida por meio das tensões principais inclinadas e das tensões de compressão (NEGI; JAIN, 2022). A integração da tensão de cisalhamento através da espessura da zona comprimida fornece a componente da força cortante resistida pela seção ( $V_{cz}$ ). A contribuição da zona comprimida nas vigas é estimada em uma faixa de 20% e 40% (LANTSOGHT, 2019a).

Para representar este mecanismo, a Equação 12 derivada a partir da distribuição de tensão de cisalhamento de Mörsch (1909), foi escolhida dentre os modelos disponíveis na literatura (CAVAGNIS, RUIZ e MUTTONI, 2018) baseada em sua simplicidade e na capacidade de proporcionar uma boa estimativa, conforme Yang *et al.*, (2016), Huber *et al.*, (2019), e Resende (2020).

$$V_{cz} = \frac{2}{3} \frac{h_{cz}}{\left(d - \frac{h_{cz}}{3}\right)} V \quad (12)$$

onde  $h_{cz}$  é a altura da zona comprimida não fissurada de concreto,  $d$  é a altura útil da viga, e  $V$  é a força cortante no instante considerado.

### 2.3.3 Resistência residual à tração do concreto residual ( $V_{res}$ )

A ideia fundamental desse mecanismo baseia-se de que as fissuras de cisalhamento não são planas, ou seja, sempre existem pequenas áreas de

contato entre as duas faces da fissura, permitindo o desenvolvimento de tensões de tração até determinados limites de abertura da fissura. Conforme Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015), Ruiz *et al.* (2015), a tensão residual é predominante na parte superior da fissura de cisalhamento crítica (parte quase horizontal), e é caracterizada por uma resposta de abertura em modo I. Ou seja, a tensão residual está presente nas parcelas onde há somente tração, e portanto, somente abertura de fissura ( $w$ ).

A tensão residual de acordo com Hordijk (1992) é dada por:

$$\sigma_{res} = f_t \left\{ \left[ 1 + \left( 3 \frac{w}{w_{cr}} \right)^3 \right] e^{-6,93(w/w_{cr})} - 0,0274 \frac{w}{w_{cr}} \right\} \quad (13)$$

onde  $f_t$  é a resistência a tração do concreto,  $w$  é a abertura de fissura, e  $w_{cr}$  é a abertura crítica, que representa o maior valor de abertura de fissura capaz de transferir tensão residual, e é dado por:

$$w_{cr} = 5,14 \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (14)$$

onde  $G_f$  é a energia de fratura do concreto, que de acordo com o *FIB Model Code* (2010) pode ser estimada como:

$$G_f = 0,073 f_c^{0,18} \quad (15)$$

onde  $f_c$  é a resistência média do concreto à compressão.

#### 2.3.4 Efeito de pino ( $V_d$ )

O efeito de pino pode ser entendido como a resistência ao cisalhamento dada pela armadura longitudinal de flexão que atravessa as fissuras (WALRAVEN, 1981). Lantsoght (2023) afirma que alguns parâmetros que podem influenciar o efeito de pino em uma viga, são: diâmetro da barra, resistência à tração do concreto, o cobrimento das barras, a largura da seção transversal da viga e as deformações na direção transversal da barra.

Zarrinpour *et al.* (2017) constataram que a ação do pino em vigas esbeltas de CRFA sem armaduras transversais não pode ser desprezada nos mecanismos de transferência de força cortante. Entretanto, Soetens e Matthys (2017) desconsideraram a ação de pino do seu modelo para o cálculo da força cortante máxima de vigas de CRFA. Resende *et al.* (2020) realizaram um estudo experimental em 16 corpos de prova de vigas sem armaduras transversal, em que as variáveis incluíram volume e fator de fôrma de fibras, e diâmetro da barra de aço. Os resultados indicaram que aumentar a o volume e o fator de fôrma pode melhorar simultaneamente a ação de pino.

Em geral, o efeito de pino não é relevante em elementos sem armadura transversal, devido à sua ação limitada pela resistência à tração da camada de concreto que cobre a armadura. No presente trabalho, o efeito de pino foi considerado como mecanismo ativo no instante em que a fissura surgiu ou alcançou o nível da armadura longitudinal, conforme Zarrinpour e Chao (2017) e Cavagnis *et al.* (2018). Os valores foram calculados conforme Ruiz *et al.* (2013):

$$V_d = k_b f_t n (b_w/n - \phi_b) 2\phi_b \quad (16)$$

onde  $f_t$  é a tensão de tração média do concreto,  $n$  é o número de barras ativadas,  $b_w$  é a largura da viga,  $\phi_b$  é o diâmetro das barras da armadura, e  $k_b$  é um coeficiente de redução, dado por:

$$k_b = 0,063 \left( \frac{d - c}{w_c} \right)^{1/4} \quad (17)$$

onde  $d$  é a altura útil da viga,  $c$  é a altura da zona comprimida, assumindo uma resposta linear do concreto em compressão, e  $w_c$  a abertura ( $w$ ) da fissura crítica no nível da armadura longitudinal.

### 2.3.5 Contribuição das fibras de aço ( $V_{fib}$ )

Uma forma de representar a contribuição das fibras em função da abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) é através de equações provenientes de ensaios de arrancamento (*pullout*). O modelo considera a contribuição de tração fornecida pelas fibras, incluindo o efeito da orientação das fibras, as tensões

normais e de cisalhamento que surgem do acoplamento desses mecanismos em termos de processo de fissuração (KAUFMANN *et al.*, 2019; MATOS *et al.*, 2020). Para este propósito, são apresentados os modelos de arrancamento de fibra: Pfyl (PFYL, 2003), *Unified Variable Engagement Model* (UVEM) (HTUT, 2010) e *Simplified Diverse Embedment Model* (SDEM) (LEE *et al.*, 2013). Todos os modelos equacionam a tensão normal provocada pelas fibras ( $\sigma_{cf}$ ).

### Modelo de Pfyl

No modelo de Pfyl, são adotadas as seguintes hipóteses: i) as fibras são consideradas uniformemente distribuídas e orientadas aleatoriamente, ii) a rigidez à flexão das fibras é desprezada e, portanto, a fibra e o carregamento têm a mesma direção, iii) a deformação da matriz é desconsiderada e, iv) a tensão de aderência ao longo do comprimento embutido das fibras é considerado constante. A tensão normal das fibras de aço possui uma parcela de ativação das fibras, até uma abertura limite  $w_{c0}$  ( $0 \leq w \leq w_{c0}$ ) e outra de arrancamento ( $w_{c0} \leq w \leq l_f/2$ ), da forma:

$$\sigma_{cf} = \begin{cases} \left( 2 \sqrt{\frac{w}{w_{c0}}} - \frac{w}{w_{c0}} \right) \sigma_{cf0} & 0 \leq w \leq w_{c0} \\ \left( 1 - \frac{2w}{l_f} \right)^2 \sigma_{cf0} & w_{c0} \leq w \leq l_f/2 \end{cases} \quad (18)$$

onde  $w$  é a abertura de fissura,  $w_{c0}$  a abertura limite e  $l_f$  o comprimento da fibra, e  $\sigma_{cf0}$  é a tensão de efetividade das fibras:

$$\sigma_{cf0} = n_{\theta f} \frac{V_f \tau_{bf} l_f}{d_f} \quad (19)$$

onde  $n_{\theta f}$  é a variável que leva em conta a orientação das fibras (relacionada à uma probabilidade de distribuição, e efetividade com relação a um ângulo de inclinação específico),  $d_f$  é o diâmetro das fibras,  $V_f$  o volume de fibra na composição,  $\tau_{bf}$  é a tensão de ligação média da interação entre fibra e matriz:

$$\tau_{bf} = 0,6 f_c^{2/3} \quad (20)$$

onde  $f_c$  é a resistência a compressão média do concreto. Por fim, a abertura limite  $w_{c0}$  é:

$$w_{c0} = \frac{\tau_{bf} l_f^2}{d_f E_f} \quad (21)$$

onde  $E_f$  é o módulo de elasticidade das fibras, e ainda:

$$n_{\theta f} = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_w - \pi/2}^{\pi/2} \cos\theta d\theta_w = \frac{1 + \cos\theta_w}{\pi} \quad (22)$$

com  $\theta_w$  sendo o ângulo de arrancamento, dado como:

$$\theta_w = \arctan\left(\frac{\delta}{w}\right) \quad (23)$$

### Unified Variable Engagement Model (UVEM)

O UVEM adota as seguintes hipóteses: i) a resposta global do CRFA é obtida adicionando a contribuição da matriz e do componente de fibra, ii) as fibras são assumidas como tendo uma distribuição uniforme e igual probabilidade de ter qualquer orientação, iii) o arrancamento é assumido como ocorrendo a partir do lado mais curto embutido da fibra, enquanto o lado mais longo fica perfeitamente ligado à matriz circundante (sem deslizamento), iv) deformações elásticas das fibras são desconsideradas. A tensão normal das fibras  $\sigma_{cf}$  é dada por:

$$\sigma_{cf} = n_{f,UVEM} \frac{V_f l_f}{d_f} \tau_{b,avg} \quad (24)$$

onde  $n_{f,UVEM}$  é o fator de orientação das fibras, dado por:

$$n_{f,UVEM} = \left(\frac{a + \gamma_{crit}}{\pi}\right) \left(1 - \frac{2w}{l_f}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{w}{l_f}\right) \quad (25)$$

sendo

$$a = \min\left[\gamma_{crit}, \frac{\pi}{2}\right] \quad (26)$$

$\tau_{b,avg}$  é a tensão média de aderência entre a fibra e a matriz, dada por:

$$\tau_{b,avg} = \tau_{b0} + 0,0625\gamma_{crit}^3 \quad (27)$$

$\tau_{b0}$  é a tensão de aderência quando a fibra está alinhada com a direção de carregamento, que pode ser dada como  $0,8\sqrt{fcm}$ ,  $\gamma_{crit}$  é um ângulo crítico de flexão da fibra que representa o ângulo até o qual as fibras contribuem para o mecanismo de transferência de tensão:

$$\gamma_{crit} = \frac{2\gamma_{max}}{\pi} \arctan\left(\sqrt[3]{\frac{3,5w}{d_f}}\right) \quad (28)$$

onde  $\gamma_{max}$  é ângulo máximo de arrancamento, podendo ser  $\pi/2$ .

### Simplified Diverse Embedment Model (SDEM)

O SDEM considera que i) o comportamento de arrancamento é assumido como sendo uma translação de corpo rígido, e ii) a abertura da fissura é igual ao deslizamento do lado mais curto embutido da fibra. A tensão de tração da fibra é obtida adicionando os componentes de atrito ( $\sigma_{cf,st}$ ) e ancoragem mecânica das fibras ( $\sigma_{cf,eh}$ ) dados como:

$$\sigma_{cf} = \sigma_{cf,st} + \sigma_{cf,eh} \quad (29)$$

onde:

$$\sigma_{cf,st} = n_{\theta f} V_f K_{st} \tau_{st,max} \frac{l_f}{d_f} \left(1 - \frac{2w}{l_f}\right)^2 \quad (30)$$

e:

$$\sigma_{cf,eh} = n_{\theta f} V_f K_{eh} \tau_{eh,max} \frac{2(l_i - 2w)}{d_f} \quad (31)$$

onde  $n_{\theta f}$  é a variável que leva em conta a orientação das fibras (equação 16),  $l_i$  é o comprimento embutido da fibra, podendo ser adotado como  $0,7l_f$ ,  $\tau_{st,max}$  é a máxima tensão de fricção que pode ser dada por  $0,396\sqrt{fcm}$ ,  $\tau_{eh,max}$  é a máxima tensão de ancoragem dada por  $0,429\sqrt{fcm}$ ,  $K_{st}$  e  $K_{eh}$  são os coeficientes de fricção e ancoragem, respectivamente, dados por:

$$K_{st} = \begin{cases} \frac{\beta_f w}{3 s_f} & w < s_f \\ 1 - \sqrt{\frac{s_f}{w}} + \frac{\beta_f}{3} \sqrt{\frac{s_f}{w}} & w \geq s_f \end{cases} \quad (32)$$

onde  $\beta_f$  é o coeficiente que compensa o deslizamento do lado mais embutido da fibra, igual a 0,67, enquanto  $s_f$  é o deslizamento na tensão máxima de aderência, dado como 0,01.

$$K_{eh} = \begin{cases} \beta_{eh} \left[ \frac{2w}{3s_{eh}} - \frac{1}{5} \left( \frac{w}{s_{eh}} \right) \right] & w < s_{eh} \\ 1 + \left( \frac{7\beta_{eh}}{15} - 1 \right) \sqrt{\frac{s_{eh}}{w}} - \frac{2(\sqrt{w} - \sqrt{s_{eh}})^2}{l_f - l_i} & s_{eh} \leq w \leq \frac{(l_f - l_i)}{2} \\ \left( \frac{1 - 2w}{2l_i - l_f} \right)^2 \left( \frac{l_f - l_i}{2} \right) & \frac{(l_f - l_i)}{2} < w < \frac{l_i}{2} \end{cases} \quad (33)$$

onde  $\beta_{eh}$  é um coeficiente que leva em conta as fibras que não atingem o máximo da força de ancoragem, sendo considerada igual a 0,76, e  $s_{eh}$  é o deslizamento de ancoragem na máxima tensão de aderência de uma fibra alinhada, com o valor de 0,1.

## 2.4 CORRELAÇÃO POR IMAGEM DIGITAL

A correlação por imagem digital (DIC) é uma técnica que permite medir a superfície de amostras por meio da comparação de imagens deformadas com uma imagem de referência em estado não deformado. Como destacado por Jones *et al.* (2018) e Resende, Cardoso e Shehata (2019), essa técnica tem sido amplamente utilizada em diversas áreas, incluindo a engenharia civil. Em particular, o desenvolvimento de técnicas de correlação por imagem tem contribuído significativamente para o estudo da resistência à força cortante de vigas de concreto com e sem fibras inclusas.

Desde a sua origem na década de 1980, a DIC tem sido objeto de discussões e aprimoramentos, resultando em um progresso notável em sua metodologia. Para representar essa evolução, a Figura 8 apresenta alguns dos



marcos e trabalhos, demonstrando a importância da DIC como uma ferramenta promissora na pesquisa em engenharia civil.

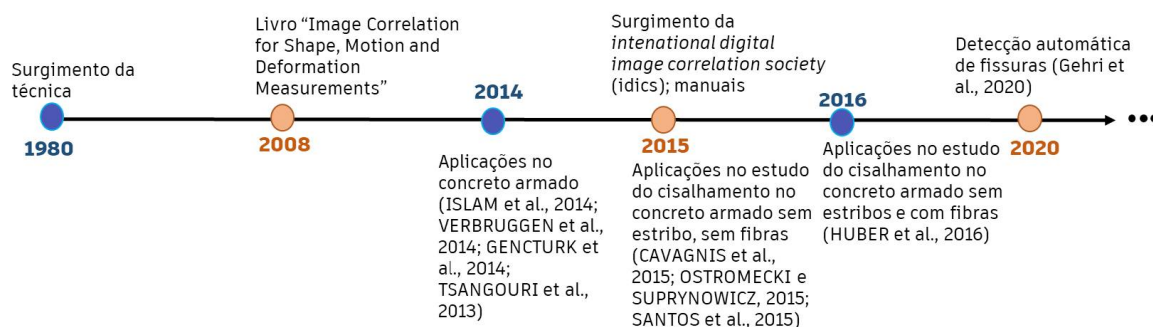


Figura 9 - Linha do tempo com marcos importantes da metodologia DIC

Em 2008 o livro *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements* (SUTTON *et al.*, 2009) trouxe um apanhado importante de informações sobre o procedimento da DIC. Em 2014, alguns trabalhos aplicando a técnica no concreto armado convencional foram publicados, expandindo discussões sobre o comportamento do material com relação à força cortante. Em 2015 foi publicado o manual de boas práticas do *International digital image correlation society*, ampliando mais ainda a DIC na academia. Naquele ano também foram publicados trabalhos importantes aplicando a DIC no concreto armado sem armadura transversal. As lacunas observadas e discutidas nestes trabalhos abriram portas para a expansão da metodologia para o CRFA, onde o papel das fibras de aço no comportamento à força cortante ainda hoje é discutido. Ao longo dos anos, aliando a DIC à pesquisas de ponta, foi possível também o desenvolvimento de técnicas de detecção automática de fissuras nas estruturas, reforçando a aplicação da técnica no monitoramento da integridade estrutural (GEHRI *et al.*, 2022).

O estudo contínuo da DIC permite que a técnica evolua na questão da precisão e acurácia, sendo aplicada cada vez mais em diferentes áreas da engenharia. Sendo uma técnica de análise robusta, desenvolver suas etapas de aplicação pode servir como suporte à aquisição de informações para análise quantitativa de danos em estruturas.

Em pesquisas datadas dos últimos anos, tem-se uma metodologia padronizada e já consolidada para o uso da técnica (BELBACHIR *et al.*, 2020;

LÓPEZ; RUIZ e SOSA, 2021). O primeiro passo é a preparação da superfície a ser avaliada com um conjunto de pontos aleatoriamente espaçados, chamados de *speckles*. De acordo com as boas práticas para o uso da DIC (JONES *et al.*, 2018), a qualidade do conjunto de pontos está altamente relacionada à precisão dos resultados do DIC. Para se obter um conjunto aleatório de pontos, pode-se aplicar tinta branca ou preta, desde que haja um aumento de contraste entre o elemento a ser analisado e os pontos. É importante destacar que o conjunto de pontos ideal deve ser não periódico e sem uma orientação preferencial, com o tamanho dos pontos dependendo do tamanho da área de interesse do corpo de prova e da resolução da câmera fotográfica digital disponível. Para equilibrar as escalas de cinza, pode-se utilizar qualquer cor durante a criação do conjunto de pontos, e posteriormente a imagem pode ser convertida para uma escala monocromática.

A aleatoriedade do conjunto de pontos pode ser alcançada de diversas maneiras, como aplicando tinta com um borrifador, respingos de tinta, ou até mesmo por meio de impressão adesiva na superfície. Ressalta-se ainda que a escolha do método de criação do conjunto de pontos deve ser feita levando em consideração a necessidade de se obter resultados precisos. A Figura 10 apresenta exemplos de padrões com diferentes propriedades encontrados na literatura, o que pode auxiliar na escolha do método mais adequado para cada caso específico.

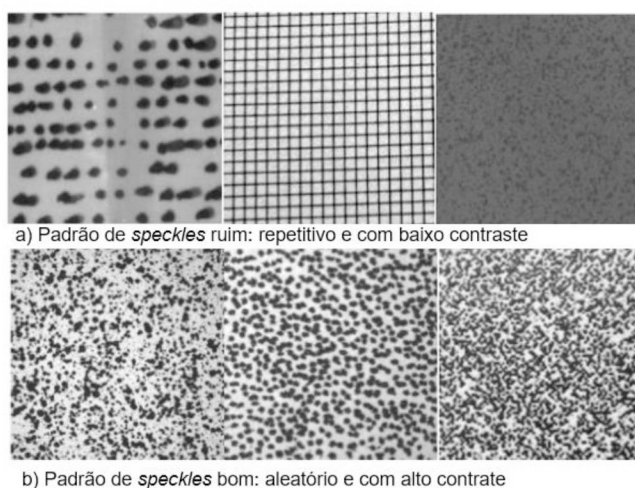


Figura 10 - Padrões de *speckles* a) ruins e b) bons  
Fonte: adaptado de Garnica (2018)

Após a preparação da superfície, posiciona-se os equipamentos para início do procedimento. A ideia é que se obtenha essencialmente os deslocamentos, e campos de deformações da região de interesse através de imagens sucessivas ou vídeos dos ensaios laboratoriais. Para registrar essas imagens ou vídeos, pode-se usar uma única câmera para medições em um plano (2D) ou múltiplas câmeras para obter informações em três dimensões (3D). Apesar do guia de boas práticas na DIC (JONES *et al.* 2018) sugerir que se use análise 3D em qualquer situação, existem algumas condições estruturais onde a avaliação 2D é suficiente. Um exemplo é quando se deseja aferir os deslocamentos relativos de fissuras provenientes do esforço cortante de vigas de concreto, já que é um problema essencialmente bidimensional.

Para adquirir dados com precisão, é importante expor a superfície à luz difusa, com o auxílio de um refletor, e posicionar a câmera ortogonalmente a ela (GARNICA, 2018). A Figura 11 mostra como é usualmente o posicionamento dos equipamentos para a aplicação da DIC, sendo a ortogonalidade entre a lente da câmera e a superfície a ser estudada, essencial para uma correta aferição dos resultados.

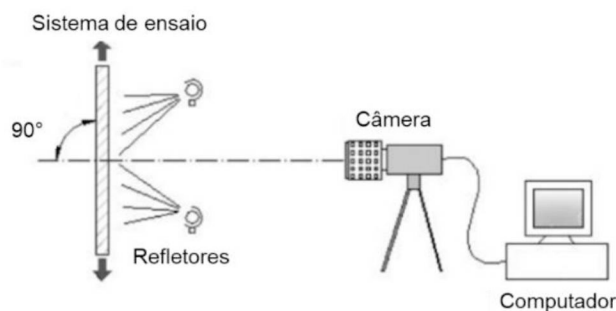


Figura 11 - Típica configuração experimental da DIC no caso plano (2D)  
Fonte: adaptado de Pan *et al.* (2009)

A correlação é feita entre subconjuntos de *pixels*, chamados de *subsets* ou *facetas*. Os *pixels* são células sensíveis à luminosidade e armazenam sua intensidade na escala de cinza, variando de 0 a 255. A média dos deslocamentos dos *pixels* em um *subset* é expressa em seu centro, a partir do qual é dado um *step* (passo) para investigar o próximo *subset*. Ou seja, a imagem inicial é dividida em vários blocos ou *subsets* (simbolizada pelo vetor  $P$  na Figura 12) que são procurados na imagem seguinte (simbolizada pelo vetor  $P'$  na Figura 12). Cada bloco é um conjunto de *pixels* e o objetivo do algoritmo é determinar sua

nova posição, procurando os valores de intensidade dos pixels. Assim, o algoritmo calcula o movimento que o bloco realizou de uma configuração para outra, dentro de uma área de interesse, para obter os deslocamentos, conforme representa a Figura 12. Ainda, para evitar mais de uma correspondência para um bloco, a superfície do objeto é preparada com um padrão aleatório de alto contraste, chamado *speckle* (BI *et al.*, 2021; JONES *et al.*, 2018). Para processar as imagens, existem softwares consolidados no mercado, como o VIC-2D/3D e o GOM Correlate (RESENDE, CARDOSO e SHEHATA, 2019).

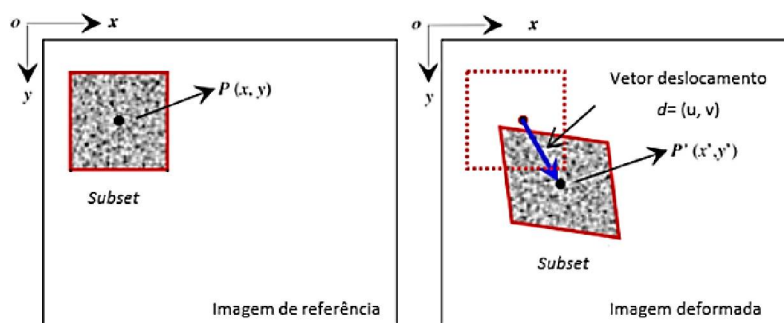


Figura 12 - Representação da evolução do subset  
Fonte: Rosas (2019)

A respeito da precisão e acurácia do método, alguns itens podem ser observados. A intensidade da distorção da imagem resultante da câmera está diretamente relacionada com a qualidade da lente, e pode ser avaliada e corrigida por meio de ensaios e algoritmos específicos, como apresentado em Pan *et al.* (2013). Para análise 2D, o guia de boas práticas (JONES *et al.*, 2018) recomenda o uso de uma lente telecêntrica bilateral para reduzir erros de translação ou rotação fora do plano do elemento ensaiado. Se essa lente não estiver disponível, é recomendado o uso de uma lente com grande comprimento focal. Embora Hoult *et al.* (2016) tenham mencionado essa fonte de erro, eles não consideraram seus efeitos na verificação da cinemática da fissura crítica de cisalhamento.

Ainda, segundo Resende (2020), uma maneira aleatória de estimar a qualidade das informações geradas pelo software de correlação de imagens é comparar duas imagens, ou dois *takes* de vídeo, para o mesmo carregamento e situação real de ensaio (posicionamento da câmera, luminosidade, etc.), e usar a variação das medições encontradas entre essas duas imagens para essa estimativa. No caso do autor supracitado, com esse tipo de metodologia o erro

encontrado foi de  $(3,69 \times 10^{-3} \text{ mm})$ . Gali e Subramaniam (2017) com a mesma forma de análise de erro, encontraram de 2 a  $2,83 \times 10^{-3} \text{ mm}$ . Também, para verificar a precisão em uma região específica de interesse, uma abordagem é comparar o resultado fornecido pelo software de correlação com o obtido por meio de instrumentação clássica, como um LVDT (*Linear Variable Differential Transformers*, ou transdutor de deslocamento variável linear).

No caso específico da análise à força cortante, o uso da DIC apresenta vantagens importantes sobre as medições tradicionais com auxílio de LVDTs. Para este tipo de análise, é necessário o rastreamento da fissura crítica principal. Tendo em vista que não é possível aferir o local exato de início de fissura, para que se posicione adequadamente os LVDTs, é necessária a avaliação de toda uma área de interesse. Nesse caso, a DIC fornece medições de campo completo e permite rastrear continuamente a evolução de cada fissura individualmente (CAVAGNIS; RUIZ; MUTTONI, 2018a; RESENDE, 2020).

## 2.5 DISCUSSÕES

A maioria das aplicações estruturais do CRFA atualmente se restringem a projetos habitacionais de pequeno porte, lajes industriais e túneis (BERNARDO; IMRAN, 2022; PLIZZARI; MINDESS, 2019; YE *et al.*, 2018). A baixa adoção do material pela indústria da construção em outras aplicações se deve, em parte, à falta de um conjunto completo de equações de projeto para elementos de CRFA em várias normas técnicas. Por exemplo, a norma ACI 318-14 (2014) menciona apenas que uma dosagem de pelo menos 0,75% de fibras em volume pode ser utilizado para substituir a armadura de cisalhamento mínima, mas não inclui equações para verificar a capacidade de cisalhamento de elementos de concreto com essa adição (LANTSOGHT, 2023).

A falta de modelos mecânicos sólidos que possam servir como base teórica para as equações de projeto também contribui para a falta de equações de projeto. Em particular, a capacidade de resistência à força cortante de vigas de CRFA com armadura longitudinal e sem armadura transversal ainda necessita de uma sólida compreensão teórica (ZAMRI; MOHAMED; ELLIOTT, 2021).

O Brasil deu um passo rumo à ampliar a utilização do CRFA, quando em 2021 a normativa brasileira referente ao projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras foi publicada. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) publicou a NBR 16935 (2021a), que estabelece os requisitos de desempenho mecânico para estruturas de concreto com fibras que atuam isoladamente ou em conjunto com as armaduras. Além disso, também foi publicada a NBR 16940 (ABNT, 2021b), que apresenta um método de ensaio para determinar as resistências à tração na flexão, incluindo o limite de proporcionalidade e resistências residuais. O procedimento é semelhante ao recomendado pela EN 14651 (2005) (BAHNIUK; BORÇATO; PIERALISI, 2022).

Assim, conforme delineado anteriormente, a Figura 13 apresenta uma síntese das carências identificadas por meio da revisão bibliográfica realizada neste estudo, definidas de acordo com os objetivos delimitados desta tese. Destaca-se a presença de autores-chave que influenciaram o desenvolvimento da presente pesquisa, além das lacunas identificadas que este trabalho visa contribuir para preencher.

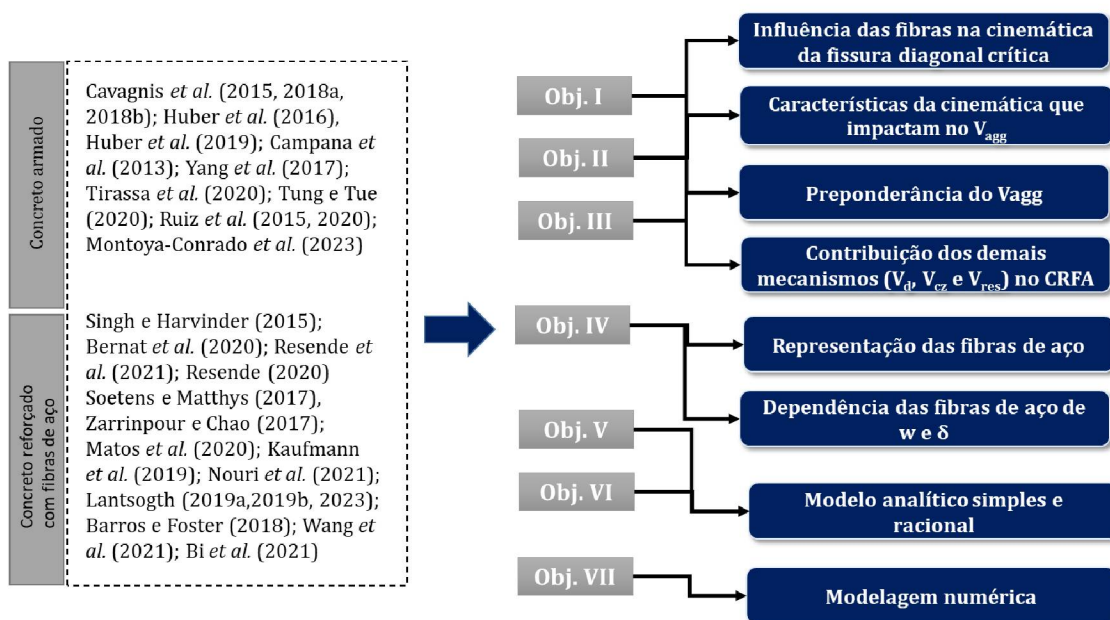


Figura 13 - Lacunas abordadas no trabalho

### 3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Este capítulo descreve o programa experimental desenvolvido para avaliar o comportamento do CRFA à força cortante. Para tanto, foi realizado o ensaio de flexão em vigas esbeltas, atrelado à correlação por imagem digital (DIC). Além disso, o concreto utilizado foi caracterizado pelo ensaio de tração na flexão, resistência a compressão e módulo de elasticidade. As concretagens de todos os corpos de prova foram realizadas nas instalações do Laboratório de Construção Civil da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). Posteriormente, os corpos de prova foram transportados para o Laboratório de Materiais e Estruturas (LaME) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) para realização dos ensaios.

#### 3.1 PREPARAÇÃO DOS ESPÉCIMENS

O presente programa experimental contou com 8 vigas. Duas delas para o concreto sem fibras C0 (V001 e V002), três para o concreto com 0,5% de fibras de aço em volume C0.5 (V051, V052 e V053) e três para o concreto com 1,0% de fibras de aço em volume C1.0 (V101, V102 e V103).

Todas as vigas possuíam a mesma seção transversal de 100 x 200 mm, com um vão total de 1000 mm, e vão livre de 900 mm, conforme apresentado na Figura 14, que mostra uma representação das vigas ensaiadas. O cobrimento utilizado foi de 15 mm, tendo altura útil de 173,8 mm. O vão teórico de cisalhamento é 450 mm, tendo em vista que a aplicação da carga foi feita na região central, e os apoios estavam a uma distância de 50 mm da borda de cada viga. Assim, a relação  $a/d$  (vão de cisalhamento e altura útil) é de 2,58, sendo consideradas, portanto, como esbeltas para a avaliação da força cortante. (CHOI *et al.*, 2015 e SPINELLA, 2013). Todas as vigas também possuíam armadura longitudinal de tração de  $2\phi 12.5$  mm ( $\rho = 1,4\%$ ) e de compressão (auxiliando como porta-estribo)  $2\phi 8.0$  mm ( $\rho = 0,57\%$ ), conforme apresentado na Figura 15, que mostra a armadura confeccionada. Armaduras transversais de  $\phi 5,0$  foram alocadas a cada 60 mm na metade não monitorada da viga, a fim de garantir que a parcela acompanhada pela metodologia de correlação por

imagem digital (DIC) tivesse uma ruptura por esgotamento da força cortante, com desenvolvimento de uma fissura diagonal crítica.

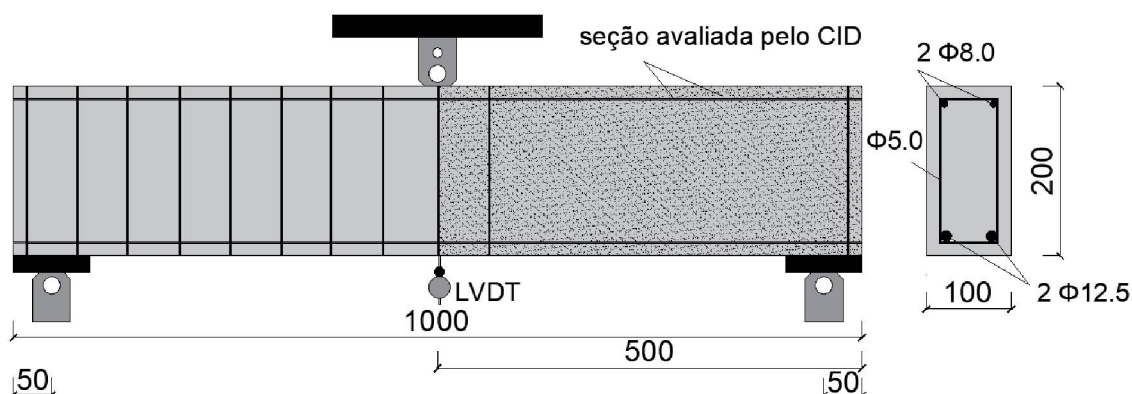


Figura 14 - Vigas esbeltas ensaiadas



Figura 15 - Armadura das vigas esbeltas

As vigas foram mantidas em condições de laboratório por 238 dias até os ensaios. O tempo foi dado para que o concreto não tivesse variação significativa de resistência, tendo em vista o alto tempo despendido dos ensaios para cada uma das vigas.

A mistura dos concretos foi realizada em betoneira convencional com capacidade de 150 litros, e o procedimento adotado foi o mesmo para todas as dosagens, seguindo sequência:



1. Umedeceu-se a betoneira; 2. Colocaram-se os agregados graúdos; 3. Adicionou-se 50% da água e ligou-se a betoneira por 1 minuto; 4. Colocou-se o agregado miúdo e misturou-se por mais 1 minuto; 5. Adicionou-se o cimento e misturou-se por mais 1 minuto; 6. O restante da água e o aditivo foram adicionados na sequência; 7. Durante os 5 minutos seguintes, as fibras foram colocadas aos poucos, visando garantir a correta dispersão.

Para a realização da moldagem, foram executadas fôrmas de MDF, visando um melhor acabamento da superfície das vigas. O cobrimento foi mantido utilizando-se espaçadores plásticos com 15mm.

O concreto foi despejado de forma manual, e a vibração foi feita através de um vibrador mecânico por fora das fôrmas, evitando a interferência na orientação das fibras. As vigas foram concretadas conforme sugerido pela normativa EN 14651 (BS EN 14651, 2005), sendo o incremento concretado central o dobro dos incrementos laterais. Além disso, também de acordo com a referida norma, os moldes foram preenchidos até 90% do volume e os 10% restantes foram preenchidos durante a vibração.

Após o concreto estar despejado nas fôrmas, foi colocado uma camada de plástico filme na superfície em contato direto com o ar (Figura 16), a fim de evitar a evaporação da água nas primeiras 24 horas. Após isso, a desforma era feita, e todos os corpos de prova foram curados e envoltos em lona por 21 dias (Figura 17).

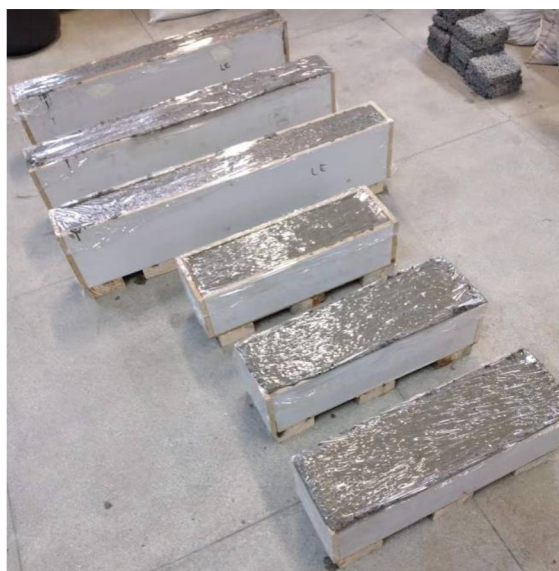


Figura 16 - Formas envoltas em plástico filme



Figura 17 - Corpos de prova envoltos em lona após concretagem

### 3.2 MATERIAIS E COMPOSIÇÃO DO CONCRETO

O concreto base foi feito utilizando-se cimento CP II F-32 da marca Cauê, areia natural, e agregado graúdo britado. A composição do concreto foi pensada para que resultasse em um  $f_c$  aos 28 dias de idade de 30 MPa, além de um abatimento de  $100 \pm 20$  mm. Importante destacar que para o concreto C0 o abatimento foi de 105 mm, para o concreto C0.5 foi de 120 mm, e para o C1.0 foi de 110 mm. Nos concretos com adição das fibras de aço, foi utilizado também o aditivo superplastificante MC-Bauchemie Muraplast FK 25. Além do concreto convencional (C0), duas dosagens de fibras foram avaliadas: 0,5% (C0.5) e 1% (C1.0) do volume de concreto.

O traço foi calculado considerando-se um concreto convencional, com base no método do Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT) (HELENE; TUTIKIAN, 2011). Destes cálculos, o teor de argamassa utilizado foi de aproximadamente 53%, o suficiente para evitar problemas de exsudação/segregação. Ainda, os concretos que possuíam adição de fibras tiveram o volume de agregado modificado, em função dessa adição. O consumo de materiais para os concretos utilizados pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1: Consumo de materiais

Material	Consumo (kg/m <sup>3</sup> )		
	C0	C0.5	C1.0
Cimento CP II F	468	468	468
Agregado miúdo (areia fina)	684,9	684,9	684,9
Agregado graúdo (brita)	1013,9	1007,3	1000,6
Aditivo superplastificante	0	1,04	1,08
Água	215,1	215,1	215,1
Fibras de aço	0	40	80
a/c	0,45	0,45	0,45

O agregado graúdo utilizado foi classificado como brita 1. Esse agregado apresentou, a partir da distribuição granulométrica preconizada pela ABNT NBR 7211:2009 (2009), diâmetro máximo de 12,7 mm e módulo de finura de 4,97.

Além disso, para esse agregado a massa específica foi igual à 2,78 kg/m<sup>3</sup>, segundo a NBR MN 53 (2009). O Agregado miúdo foi composto por areia fina, pois apresentou 2,0 de módulo de finura, e 2,57 kg/m<sup>3</sup> de massa específica segundo a NBR MN 52 (2009). A curva granulométrica do agregado graúdo pode ser vista na Figura 18-a, e para o agregado miúdo na Figura 18-b.

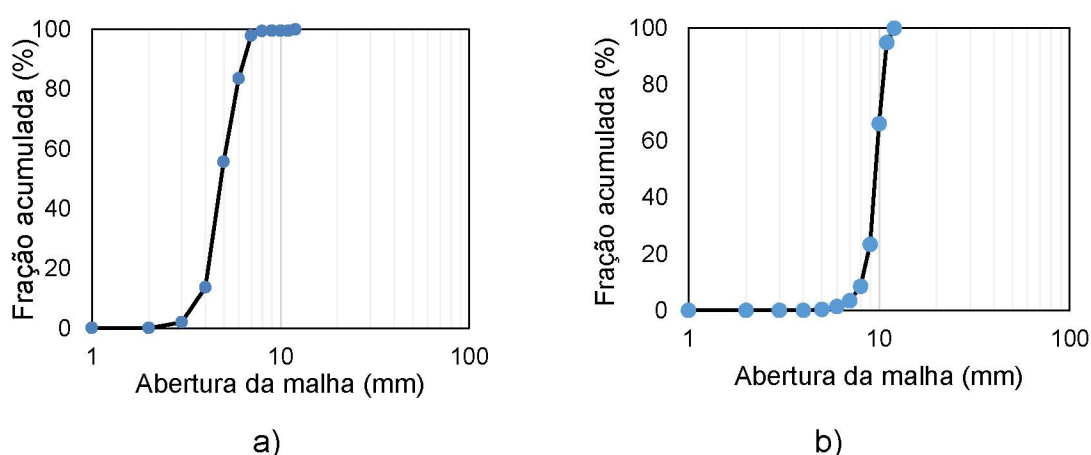


Figura 18 - Curva granulométrica do a) agregado graúdo e b) agregado miúdo

No concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) foram utilizadas as fibras da empresa Dramix ® Bekaert 3D 45/30, em conformidade com ASTM

A820, e que apresentam conformação *hooked end* conforme especificações da Tabela 2.

Tabela 2: Especificações da fibra de aço

Dramix ® 3D 45/30 BL	
Comprimento $l_f$ (mm)	30
Diâmetro $d_f$ (mm)	0,62
Fator de forma ( $l_f/d_f$ )	45
Módulo de elasticidade (GPa)	210
Peso específico (g/cm <sup>3</sup> )	7,85

As barras de aço que compuseram as armaduras das vigas esbeltas foram da marca Gerdau ® com diâmetros de 12,5 e 8,0 mm para a armadura longitudinal de tração e compressão, respectivamente. O aço dessas barras foi o CA-50, com 500 MPa de tensão de escoamento. Para os estribos foi utilizado diâmetro de 5,0 mm, de aço CA-60, com tensão de escoamento de 600 MPa.

Para que o presente trabalho pudesse ser desenvolvido, o programa experimental englobou uma série de corpos de prova, bem como a caracterização dos materiais, e confecção de vigas em concreto armado com e sem fibras de aço. A Figura 19 ilustra uma representação dos espécimes confeccionadas para tal, onde C0 representa o concreto sem fibras, C0.5 o com 0,5% de fibras, e C1.0 com 1,0% de fibras de aço em volume de concreto.

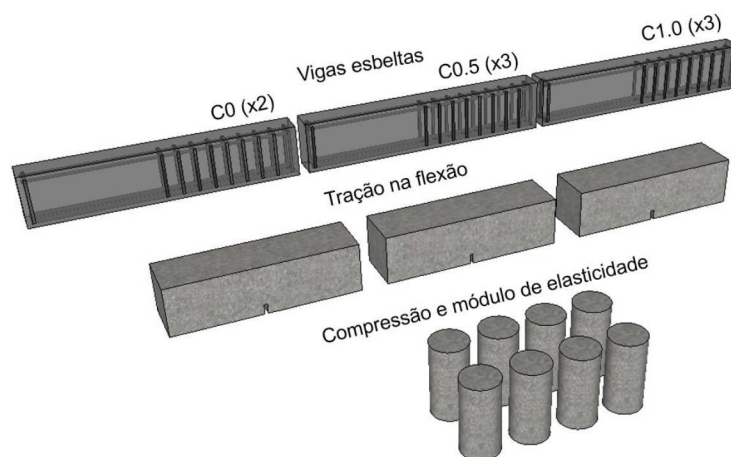


Figura 19 - Vigas e corpos de prova

As vigas esbeltas de 100 x 200 x 1000 mm (base, altura, e comprimento, respectivamente) foram designadas para o estudo do desenvolvimento do cisalhamento e seus mecanismos de transferência de tensão. Para a caracterização do concreto, 3 corpos de prova de 150 x 150 x 550 mm foram utilizados para a aferição da resistência a tração na flexão, para cada dosagem. E por fim, 8 corpos de prova cilíndricos para cada dosagem foram os responsáveis pela resistência a compressão e módulo de elasticidade.

Para a verificação da consistência seguiu-se a orientação da NBR NM 67 (1998). As medidas foram praticamente invariáveis, sendo registrado no *slump test* um abatimento do corpo de prova de 100 mm  $\pm$  20 mm.

### 3.2.1 Resistência a compressão e módulo de elasticidade

A caracterização dos concretos no estado endurecido foi feita a partir do ensaio de resistência a compressão ( $f_c$ ) (ABNT NBR 5739: 2018) e módulo de elasticidade ( $E_c$ ) (ABNT NBR 8522: 2017), além do ensaio de resistência a tração na flexão ( $f_{t,fl}$ ) (ABNT NBR 16940), apresentado no item 3.2.2.

Para a aferição do módulo de elasticidade e resistência a compressão, foram executados 8 corpos de prova cilíndricos ( $\Phi$ 100 x 200 mm) para cada traço. Destes, 4 foram ensaiados aos 28 dias, e 4 no dia exato do ensaio das vigas esbeltas (aos 238 dias).

Os resultados são apresentados na Tabela 3, que também mostra o coeficiente de variação dos valores.

Tabela 3: resultados da resistência a compressão e módulo de elasticidade

Ensaio	C0	C0.5	C1.0	
Compressão ( $f_{c28}$ ) [MPa]	31,14	32,97	34,87	28 dias
	(4,3%)	(4,43%)	(4,07%)	
Módulo de Elasticidade ( $E_c$ ) [GPa]	33,35	33,48	36,21	238 dias <sup>1</sup>
	(2,87%)	(2,67%)	(2,18%)	
Compressão ( $f_c$ ) [MPa]	31,98	35,56	39,75	238 dias <sup>1</sup>
	(3,07%)	(1,42%)	(4,34%)	

<sup>1</sup> Dia da ruptura

### 3.2.2 Tração na flexão

Para fins de caracterização da resistência residual pós-fissuração do concreto com e sem fibras, ensaios de flexão de 3 pontos em prismas foram realizados segundo a ABNT NBR 16940:2022. Estes, foram nomeados como VE001, VE002 e VE003 para o concreto sem fibras, VE051, VE052 e VE053 para o concreto com 0,5% de fibras de aço e VE101, VE102 e VE103 para o concreto com 1,0% de fibras de aço na composição.

As dimensões dos corpos-de-prova utilizados foram 150 mm x 150 mm x 550 mm, com profundidade do entalhe de 25 mm, conforme Figura 20.

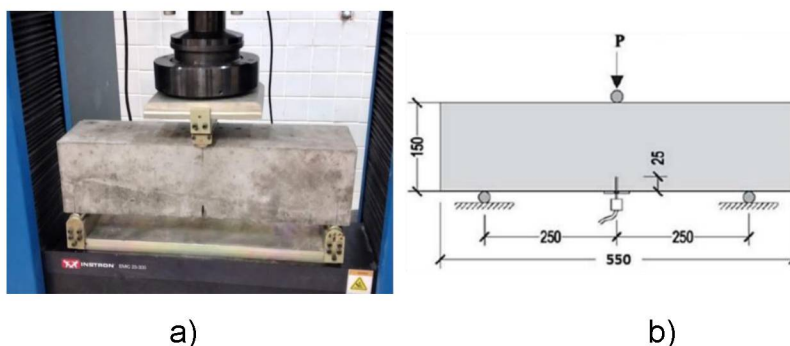


Figura 20 - a) Corpo de prova do ensaio de tração e b) representação das dimensões

De acordo com a normativa RILEM TC 162-TDF (2000), a resposta pós-fissuração do concreto pode ser estabelecida a partir do registro da relação força *versus* deslocamento ou força *versus* abertura de fissura “CMOD” (*Crack Mouth Opening Displacement*). No caso do presente trabalho, o ensaio foi controlado com a relação força *versus* deslocamento, e posteriormente convertido para força *versus* CMOD.

A velocidade de ensaio adotada foi de 0,05 mm/min até CMOD = 0,1 mm, a partir da qual ela passou a ser 0,2 mm/min, e o critério de parada foi CMOD = 4 mm, conforme prescreve a ABNT NBR 16940.

As Figuras 20-23 apresentam os resultados dos diagramas força – CMOD, agrupadas por concretos com mesmos teor e tipo de fibras. Ressalta-se que na Figura 21 são destacados os valores de  $F_{lop}$  (força máxima no intervalo de 0,05 mm), em virtude da escala da figura.

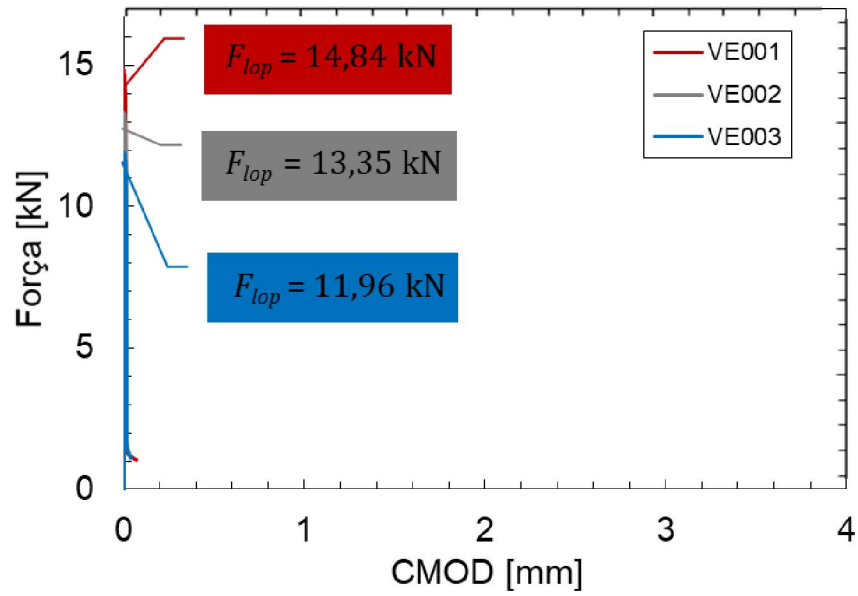


Figura 21- Força versus CMOD do ensaio de tração na flexão para as vigas sem fibras

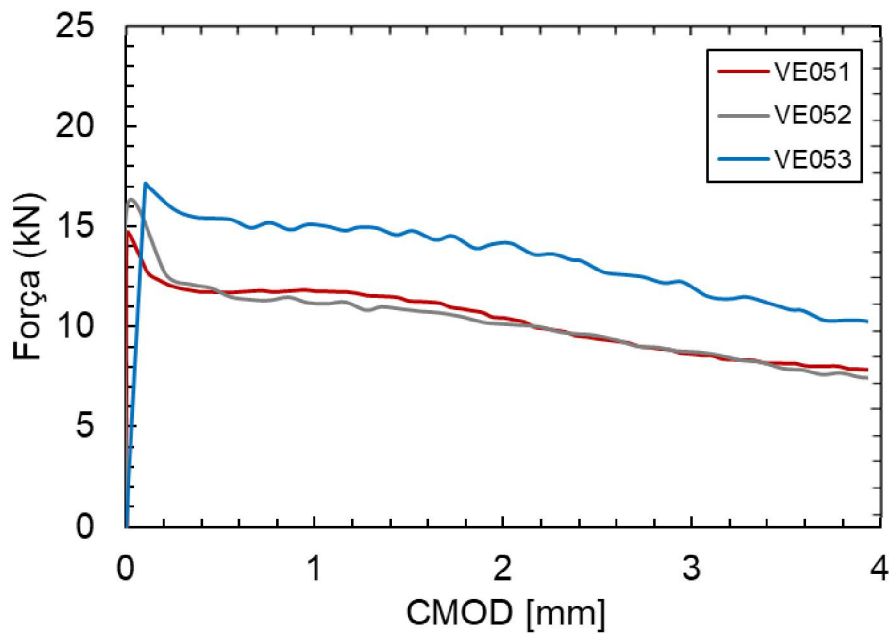


Figura 22- Força versus CMOD do ensaio de tração na flexão para as vigas com 0,5% de fibras de aço

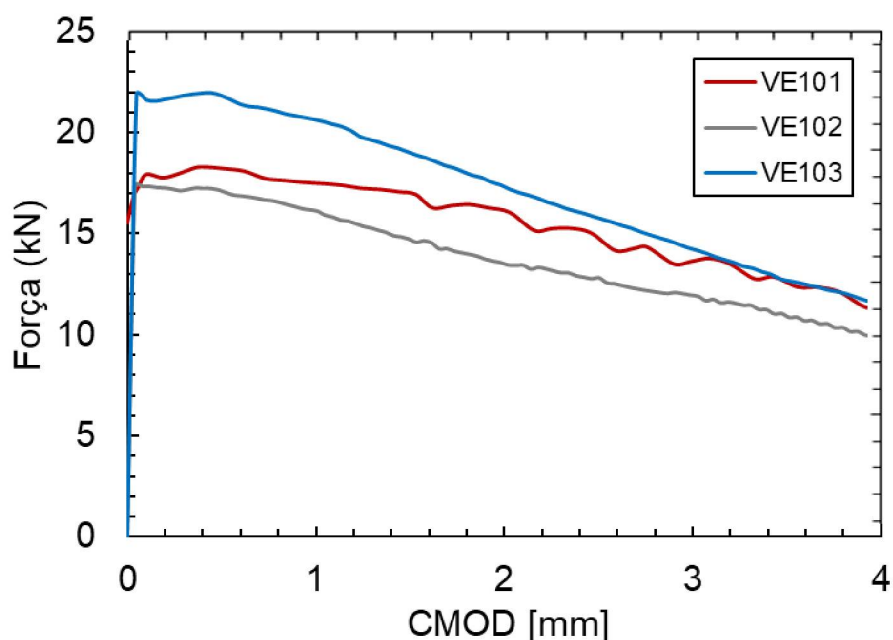


Figura 23 - Força versus CMOD do ensaio de tração na flexão para as vigas com 1,0% de fibras de aço

Na Tabela 4 são listadas a resistência à tração na flexão ( $f_{t,fl}$ ), a abertura (CMOD) correspondente e as tensões para CMOD = 0,5 mm, 1,5 mm, 2,5 mm e 3,5 mm, e entre parênteses, o coeficiente de variação (CoV) dos resultados.

Tabela 4: Resultado da caracterização dos concretos

		C0	C0.5	C1.0
Tração na flexão	$f_{t,fl}$ (MPa)	3,39 (10,7%)	4,02 (7,9%)	4,87 (12,5%)
	$f_{R1}$ (MPa)	[-]	3,29 (16,0%)	4,82 (13,1%)
	$f_{R2}$ (MPa)	[-]	3,11 (17,8%)	4,25 (12,7%)
	$f_{R3}$ (MPa)	[-]	2,72 (20,2%)	3,68 (10,3%)
	$f_{R4}$ (MPa)	[-]	2,27 (18,2%)	3,03 (7,9%)

### 3.3 CONFIGURAÇÃO DO ENSAIO

A análise por DIC foi feita através da gravação em vídeo por uma câmera Canon modelo DSLR EOS Rebel SL3 equipada com uma lente EF-S 40mm. A câmera foi posicionada perpendicularmente à superfície de interesse da viga. Para cada corpo de prova, o ensaio foi acompanhado por vídeo, que



posteriormente foi editado e utilizado para análise a 2 frames por segundo. Além disso, foi utilizado um refletor de luz branca para evitar a ocorrência de sombras durante a captura da imagem. A prensa INSTRON EMIC 23-300, com uma célula de carga de 300 kN de capacidade máxima e precisão de 1%, foi utilizada para realizar o ensaio de flexão de três pontos nas vigas (descritas no item 3.3), operando em modo de controle de deslocamento com uma velocidade de 0,02 mm/s. Os ensaios também tiveram a medição de deslocamento através de um LVDT, a fim de validar as medições realizadas pelo DIC.

A Figura 24 mostra os equipamentos utilizados durante o ensaio e a captura de imagem pelo DIC.

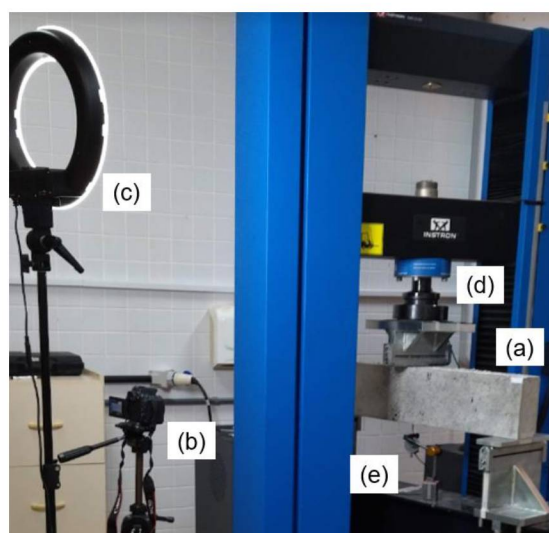


Figura 24 - Procedimento de ensaio. a) viga simplesmente apoiada, b) câmera Canon, c) luzes refletoras, d) prensa INSTRON e, e) LVDT

Para que o DIC pudesse ser desenvolvido, as vigas foram preparadas com um padrão aleatório de pontos através de tinta preta, conforme Figura 25. Esse padrão de pontos foi feito na região de interesse com o auxílio de uma escova com cerdas duras.



Figura 25 - Padrão de pontos aleatórios com tinta preta

Posteriormente, o software GOM Correlate (2019) foi utilizado para obter os campos de deformação e deslocamento, com um *subset* de tamanho 12 x 12 pixels, e passo de 7 pixels.

De forma geral, a metodologia do DIC apresentada neste trabalho é representada pela Figura 26. A partir das superfícies preparadas, (Figura 26-a), os vídeos dos ensaios eram feitos (Figura 26-b). Na etapa pós processamento, através do mapeamento das fissuras, e com as devidas manipulações trigonométricas, os deslocamentos relativos de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) das fissuras foram obtidos ao longo do ensaio experimental (Figura 26-c).



Figura 26 - Metodologia DIC. a) preparação da superfície, b) instrumentação e c) discretização das vigas

Com a intenção da validação dos resultados, as leituras foram comparadas com os valores obtidos através de um LVDT. As vigas apresentaram boa correlação entre os dois métodos de medição de deslocamentos. Na Figura 27-a é apresentado o diagrama de força cortante *versus* a deflexão do meio do vão (flecha) da viga V103, onde percebe-se a boa correlação entre a metodologia utilizada e o LVDT. Também, a Figura 27-b mostra o erro absoluto entre as duas curvas de força cortante *versus* flecha, onde a partir do ponto em destaque, percebe-se e estabilização do erro em menos de 1,5%.

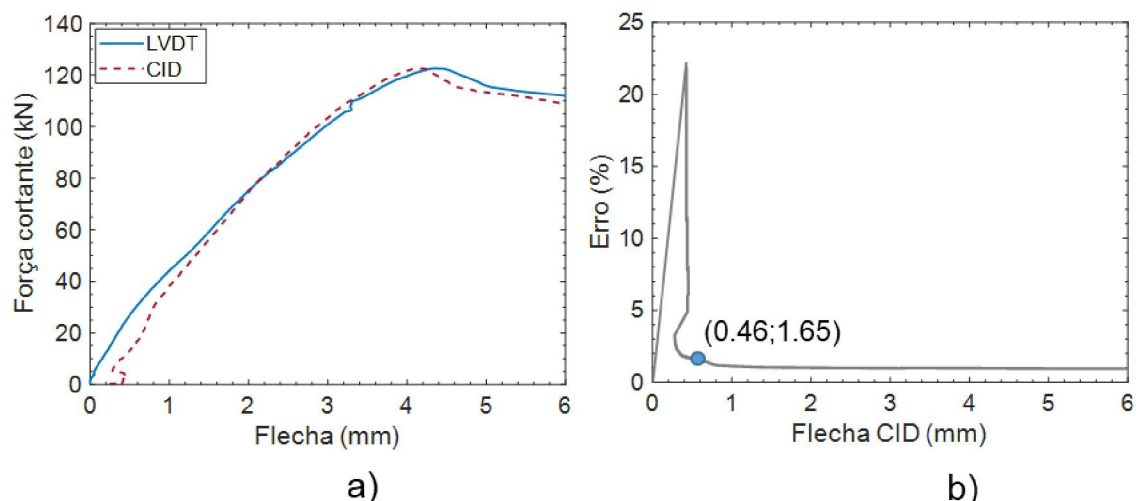


Figura 27 - Força cortante versus flecha medidas pelo LVDT e pelo DIC

Ressalta-se que o erro apresentado é no início do ensaio, onde não se deu ainda o início das fissuras, não impactando diretamente em erros nas medições de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ). Além disso, este erro inicial pode ser interpretado como um deslocamento global de imagem (BELBACHIR *et al.*, 2018).

Conforme visto na Figura 27, houve boa correlação entre os resultados obtidos entre a DIC e o LVDT. Para reiterar a validação dos resultados obtidos, o erro médio absoluto também foi aferido. A técnica, como mencionado anteriormente, consiste no cálculo da média absoluta dos valores medidos para o deslocamento vertical ( $L_y$ ) em duas imagens, ou *takes* sucessivos do vídeo. Esse valor é referente à média de todos os pontos de controle de cada viga. Uma das imagens é antes de se iniciar o ensaio, e a outra é a imediatamente posterior. No presente caso, foi encontrado um erro absoluto médio entre  $(3,87 \times 10^{-3})$  mm com desvio padrão de 0,121 e  $(1,36 \times 10^{-3})$  mm com desvio padrão de 0,147. De acordo com Resende (2020), o maior valor do erro absoluto pode estar associado à menor densidade de pontos de controle para uma fissura. Mesmo assim, os valores encontrados no presente trabalho estão condizentes com os demais encontrados na literatura, como Belbachir *et al.* (2018) com um erro de 7 a  $12 \times 10^{-3}$  milímetros, e Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018a) com  $4 \times 10^{-3}$  milímetros.

A Figura 28 ilustra o processo de discretização utilizada para medir os deslocamentos relativos (abertura  $w$  e deslizamento  $\delta$ ) ao longo das fissuras (Figura 28-a). Inicialmente, cada fissura foi dividida em aproximadamente 8 linhas retas (Figura 28-b). Cada linha reta foi ainda subdividida em um conjunto de segmentos com comprimento limitado ao diâmetro máximo do agregado, conforme sugerido por Cavagnis (2015) (Figura 28-c). A Figura 23c ilustra a discretização da fissura e os pontos de controle em ambos os lados da abertura. Recentemente, Assis *et al.* (2022) e Koščák *et al.* (2022) apresentaram uma metodologia semelhante e concluíram que ela era eficaz na medição de deslocamentos relativos.

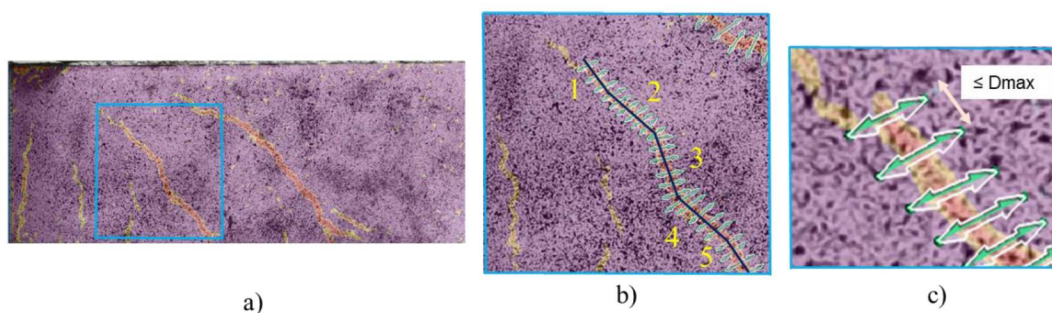


Figura 28 - a) Fissura dividida em segmentos de reta, b) trechos da fissura e c) distância máxima entre pontos consecuintes não maior que  $D_{max}$

A Figura 29 mostra a relação entre os deslocamentos relativos (abertura  $w$  e deslizamento  $\delta$ ) e os deslocamentos horizontais e verticais ( $L_x$  e  $L_y$ ). Na Figura 24-a é visto dois pontos de controle, na Figura 24-b o detalhamento destes, com o ângulo ( $\alpha$ ) do trecho da viga, e na Figura 24-c são mostrados os deslocamentos ( $L_x$ ) e ( $L_y$ ), e a indicação de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) das faces da fissura.

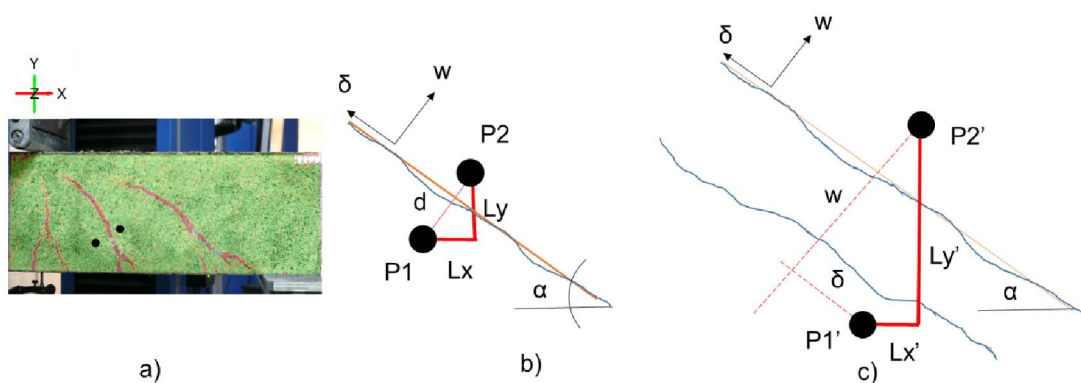


Figura 29 - Em a) dois pontos de controle, b) detalhe dos dois pontos de controle e c) relação entre os deslocamentos relativos ( $w$ ) e ( $\delta$ ) e os deslocamentos da fissura ( $L_x$ ) e ( $L_y$ )

Dessa forma, a transformação de variáveis necessária para o cálculo dos deslocamentos relativos é dada por:

$$\begin{pmatrix} \delta \\ w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Lx - Lx' \\ Ly - Ly' \end{pmatrix} \quad (34)$$

## 4 CINEMÁTICA DE FISSURAÇÃO E SEU EFEITO NO ENGRENAMENTO DOS AGREGADOS AO LONGO DO ENSAIO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM FIBRAS DE AÇO

### 4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo se concentra no mapeamento da evolução do processo de fissuração das vigas de CRFA. Também, na avaliação da contribuição do engrenamento dos agregados e no processo de formação das fissuras até a carga de ruptura das vigas. A justificativa desta abordagem se dá devido às diferentes premissas envolvendo os modelos mecânicos de engrenamento dos agregados existentes. Conforme já apresentado no capítulo 2, estes modelos não estão necessariamente de acordo com a relevância dos mecanismos de transferência de cisalhamento. Uma das razões para tal discordância é o fato de que os modelos mecânicos são baseados na interpretação de um padrão de fissura no instante da carga última ( $V_{max}$ ), e não durante o processo. Não sendo possível rastrear o desenvolvimento da fissura durante o processo, também impossibilita a avaliação das redistribuições entre as possíveis ações de transferência de cisalhamento (GALI e SUBRAMANIAM, 2019; SOETENS *et al.*, 2017).

Assim, as vigas de concreto armado convencional e de CRFA apresentadas na campanha experimental foram analisadas, onde o padrão das fissuras críticas de cisalhamento e sua cinemática associada foram rastreados. Esse rastreamento foi feito ao longo do ensaio experimental usando a técnica de Correlação de Imagem Digital (DIC). Ainda, as características geométricas (forma e origem) das fissuras foram identificadas de acordo com a literatura (CAVAGNIS, 2017; CAVAGNIS, RUIZ E MUTTONI, 2015), e uma descrição detalhada do comportamento do engrenamento dos agregados ao longo do ensaio experimental usando o *Rough Crack Model* (RCM) é apresentado.

Os resultados apresentados servem de embasamento teórico para o entendimento do comportamento mecânico do CRFA, essencial para as demais análises apresentadas nos capítulos sequenciais. Embora, em sua essência, não sejam caracterizados por uma metodologia inédita, esses resultados desempenham um papel significativo ao estabelecer uma correlação entre a

cinemática das fissuras diagonais críticas e o comportamento dos mecanismos de transferência de força cortante.

## 4.2 OBJETIVOS

Com os estudos apresentados neste capítulo, objetiva-se a contribuição nos seguintes aspectos:

- Identificar as principais diferenças no processo de fissuração do concreto com e sem fibras de aço;
- Avaliar o comportamento do engrenamento dos agregados quando há e quando não há a presença das fibras de aço, relacionando ao processo de fissuração;
- Determinar os principais impactos da inserção de fibras de aço no comportamento mecânico do concreto;
- Abordar a ordem de grandeza dos deslocamentos relativos de abertura e deslizamento do concreto com e sem fibras de aço;

## 4.3 METODOLOGIA

Por meio da metodologia DIC exposta no capítulo 2, procedeu-se ao mapeamento dos deslocamentos relativos de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ), com o objetivo de capturar o processo de início e propagação das fissuras críticas de cisalhamento. Após essa etapa, a classificação e a explicação racional do processo de fissuração foram realizadas em conformidade com o método proposto por Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015), tal como demonstrado em 2.1.1.

### 4.3.1 Modelos de engrenamento dos agregados

Conforme já explicitado no capítulo 2, alguns modelos de engrenamento dos agregados concentram-se na abordagem física do fenômeno, e não em resultados ajustados de curvas provenientes de ensaios. Nesse sentido, o presente trabalho explora inicialmente 3 modelos de engrenamento dos

agregados com esse tipo de abordagem: *Rough Crack Model* (RCM) por Bazant e Gambarova (1983), *Contact Density Model* (CDM) de Li e Maekawa (1987) e o *Two Phase Model linear* (TPM linear) de Walraven (1981), cujo equacionamento e premissas foram explicitadas no capítulo 2.

A partir dos resultados do DIC, os 3 modelos mostram o desenvolvimento do engrenamento dos agregados ao longo do processo de fissuração. Para uma análise inicial e verificação da diferença entre si, as vigas V001, V051 e V103 foram usadas para avaliar a eficácia dos modelos.

Assim, a Figura 30 mostra os resultados do valor da força cortante calculada ( $V_{agg}$ ) pelos modelos, que foram representados sendo divididos por  $V_{max}$  (força cortante máxima suportada pelas vigas). Ainda,  $V$  representa a força cortante pontual, e  $V_{crit}$  o valor da força cortante máxima de início de abertura da fissura crítica, onde a partir dali, foram computados os deslocamentos relativos. Os resultados dizem respeito às medidas de deslocamentos relativos apenas da fissura diagonal crítica principal.

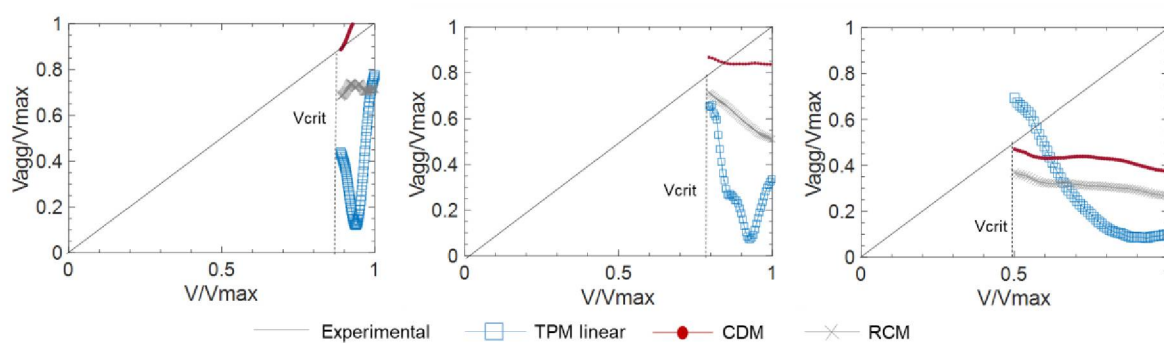


Figura 30 - Desenvolvimento do engrenamento dos agregados da fissura principal das vigas a) V001, b) V051 e c) V103

De forma geral, o modelo CDM superestimou os valores, sendo maior que a própria força cortante experimental em alguns trechos. O TPM linear de Walraven teve bastante variação nos resultados. Por sua vez, o modelo RCM mostrou valores mais constantes, sem tantos picos, ao longo do desenvolvimento do processo de fissuração. Os 3 modelos convergiram para a diminuição do engrenamento dos agregados ao se aumentar a dosagem de fibras de aço.



Dentre os modelos apresentados, optou-se pelo RCM para as demais análises deste capítulo. Assim, a partir da abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) é possível calcular as tensões normais ( $\sigma$ ) e cisalhantes ( $\tau$ ) do engrenamento dos agregados. A equação, portanto, que converte as tensões calculadas em força cortante ( $V_{agg}$ ) é dada por:

$$V_{agg} = b_w \left[ \int_0^{l_{cr}} \tau \sin(\alpha) dl - \int_0^{l_{cr}} \sigma \cos(\alpha) dl \right] \quad (35)$$

onde  $b_w$  é a profundidade da viga,  $l_{cr}$  o comprimento crítico das fissuras mapeadas, e  $\alpha$  o ângulo das fissuras com o eixo horizontal.

Importante ressaltar que a equação do TPM de Walraven tem uma restrição de abertura de fissura, que consta na tese de doutorado do autor, onde a equação só é válida para  $w \geq 0,1$  mm (MONTROYA-CORONADO *et al.*, 2023; WALRAVEN, 1981). Os demais modelos de engrenamento dos agregados (RCM e CDM) não trazem esse tipo de restrição originalmente. Entretanto, para valores muito baixos (normalmente  $w < 0,05$  mm) as equações mostravam instabilidades, e difícil explicação física do fenômeno. Portanto, foi adotado a restrição de validade de  $w \geq 0,05$  mm.

#### 4.4 RESULTADOS

A análise dos resultados está estruturada em quatro seções. As três primeiras seções tratam das particularidades observadas no surgimento e propagação de fissuras para os ensaios individuais realizados em vigas de concreto armado sem reforço de fibra (C0), com volume de 0,5% de fibras (C0.5) e com volume de 1,0% de fibras (C1.0), respectivamente. A última seção trata das comparações entre todos os resultados obtidos.

##### 4.4.1 Vigas sem fibras (concreto C0)

A Figura 31 mostra a curva de força cortante *versus* deflexão no meio do vão (flecha) para a viga V001 com a identificação das forças responsáveis por

cada etapa do processo de fissuração. Além disso, as fissuras são apresentadas de acordo com a caracterização da seção 2.1.1.

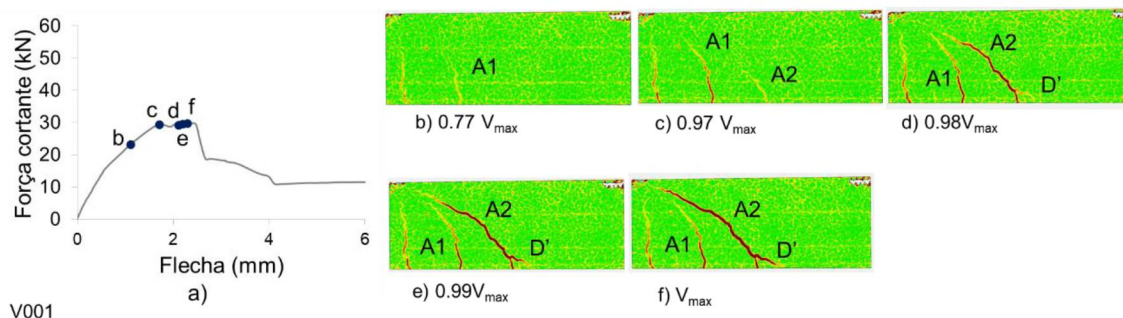


Figura 31 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) 0,77  $V_{max}$ , c) 0,97  $V_{max}$ , d) 0,98  $V_{max}$ , e) 0,99  $V_{max}$  e f)  $V_{max}$  para a viga V001

No ensaio experimental, a 0,77 do cortante máximo (Fig. 31-b), aparece a primeira fissura de cisalhamento A1, e o ponto é tomado como  $V_{crit}$  (esforço cortante crítico de abertura de fissura). A partir deste momento, os deslocamentos relativos de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) foram computados para a fissura A1. Em seguida, na Fig. 31-c aparece outra fissura inclinada (A2) na altura da armadura longitudinal. A partir deste momento, foram contabilizados os deslocamentos relativos, abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ), para a fissura A2. Já em 0,98 de  $V_{max}$  (Fig. 31-d) percebe-se que a fissura A2 tornou-se a fissura crítica principal, evoluindo em direção ao apoio de aplicação da carga.

Para entender a influência do engrenamento dos agregados no processo de fissuração, a Figura 32 mostra o desenvolvimento deste mecanismo ao longo do ensaio experimental, medido para as duas principais fissuras críticas de cisalhamento (A1 e A2). É importante observar que o eixo de coordenadas na Figura 32 representa a quantidade de engrenamento agregado expressa em termos de força cortante máxima. O eixo das abcissas representa a relação entre a força cortante em um determinado ponto e seu valor máximo, desde o início do ensaio até a carga de ruptura. A linha contínua cinza representa a força cortante experimental aplicada às vigas simplesmente apoiadas, apresentada como a força aplicada ( $V$ ) dividida pela força máxima resistida pela viga ( $V_{max}$ ).

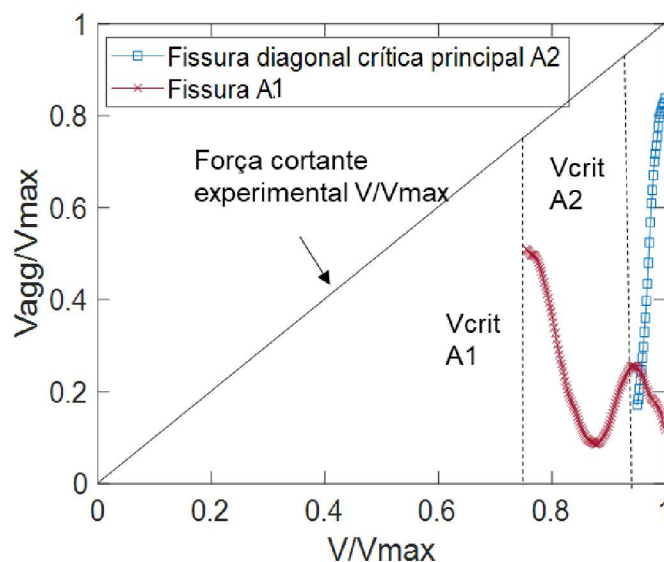


Figura 32 - a) Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a V001

A curva da fissura A2 mostra uma alta contribuição do engrenamento dos agregados, iniciado já em 0,97 da carga máxima  $V_{max}$ . A união de uma fissura do tipo D' com a fissura crítica A2 (Figura 31-d) pode desencadear, conforme Cavagnis; Fernández Ruiz; Muttoni (2015), uma abertura maior ( $w$ ) nesta região, e a perda do atrito entre as paredes da fissura. Porém, não há queda acentuada do mecanismo de engrenamento dos agregados. Isso se deve ao desenvolvimento concomitante da fissura em direção ao topo da viga, onde o deslizamento ( $\delta$ ) continua a se desenvolver e transferir o engrenamento dos agregados.

Nesse sentido, a baixa contribuição do engrenamento dos agregados da fissura A1 nos instantes iniciais, sugere que outro mecanismo de cisalhamento é responsável pela transmissão da força cortante na viga. O trabalho de Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018a) e Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018b) indicam que a força pode ser inicialmente resistida por outros mecanismos além do engrenamento dos agregados nos casos de proximidade entre o apoio e a região de aplicação da carga. Assim, o fenômeno físico secundário da ação de arco pode contribuir para a transmissão de cargas diretamente ao apoio. A relação entre o vão de cisalhamento e a profundidade ( $a/d$ ) influencia o modo de falha, conhecido do vale de Kani (Spinella, 2013), sendo que sua relação limite pode ser  $a/d = 2,5$ . No entanto, o autor ressalta que o limite ( $a/d$ ) não é totalmente

determinante, e o comportamento mecânico depende de outros fatores, como a taxa de armadura longitudinal.

Quando a biela comprimida teórica pode se desenvolver sem ser perturbada pela presença de uma fissura de cisalhamento, a solução de resistência ao cisalhamento plástica pode ser aplicada. Neste caso, ocorre a transmissão direta entre o ponto de aplicação da carga e o suporte do corpo de prova (BERNAT *et al.*, 2020, SPINELLA, 2013). A Figura 33 retrata esse fenômeno. Todas as fissuras de cisalhamento para a viga V001 surgem e se propagam abaixo de uma linha reta que liga o ponto de aplicação da carga e o apoio, significando que a biela teórica não foi perturbada.

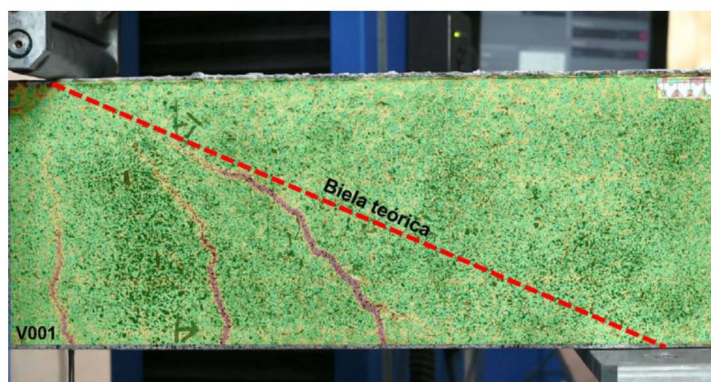


Figura 33 - Biela teórica da viga V001

A ruptura ocorre no momento em que a fissura crítica cruza a biela teórica (Fig. 31-e). Ou seja, não houve falha devido à perda de engrenamento dos agregados associada a uma abertura de fissura maior, mas sim devido à interrupção da transmissão pela biela comprimida.

De forma análoga às análises, o diagrama de força cortante versus deflexão da viga V002 é mostrado na Figura 34, bem como o processo de fissuração.

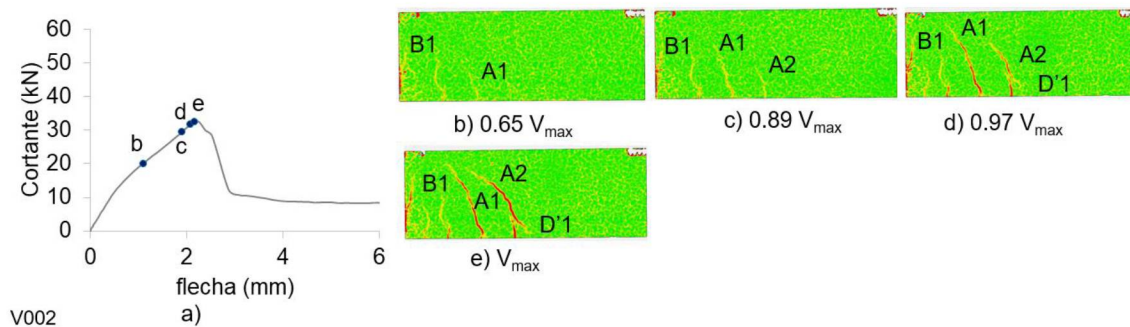


Figura 34 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b)  $0.65 V_{max}$ , c)  $0.89 V_{max}$ , d)  $0.97 V_{max}$ , e e)  $V_{max}$  para a viga V002

A viga V002 teve um comportamento similar à viga V001. Neste caso, o surgimento de fissuras, tanto de flexão (B1) quanto de cisalhamento (A1) iniciaram antes em comparação à V001. Apesar do aparecimento precoce quando comparado à V001, a fissura crítica principal A2 só surgiu com 0,89 da  $V_{max}$ . Novamente, teve uma rápida propagação em direção à parte superior da viga.

Dando continuidade nas análises, a Figura 35 mostra o desenvolvimento do engrenamento dos agregados para as duas fissuras críticas de cisalhamento.

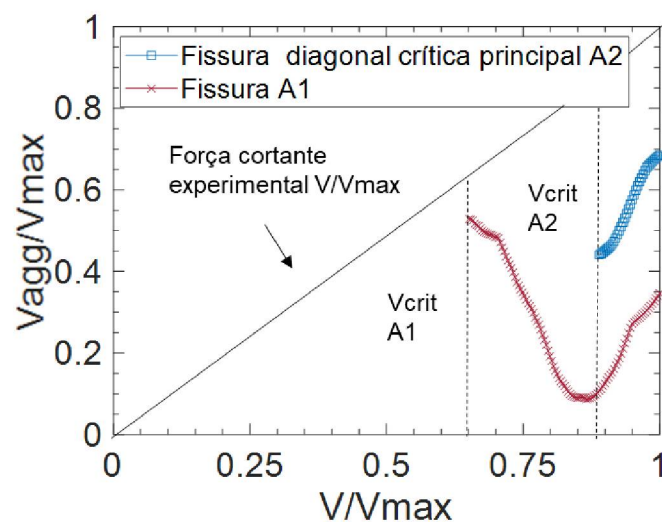


Figura 35 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a V002

Assim como na V001, nota-se que as curvas dos deslocamentos relativos não são constantemente ascendentes. Ou seja, há variação na medição desses deslocamentos, que repercute nas curvas de engrenamento dos agregados.

Nessa viga, as fissuras se desenvolveram na região mais abaixo do ponto de aplicação de carga. Isto é, a viga V002 também não teve a sua biela teórica perturbada, conforme a Figura 36.



Figura 36 - Biela teórica da viga V002

Ruiz e Muttoni, (2020) corroboram com as observações feitas a respeito da ruptura das vigas sem fibras. Os autores mostraram que a fissura crítica de cisalhamento pode se desenvolver devido ao engrenamento dos agregados concomitantemente à ação de arco. Os autores supracitados ainda afirmam que, com a hipótese do centro de rotação estar localizado na ponta da fissura, o deslizamento transfere a força cortante através do engrenamento dos agregados. A biela teórica é ativada ao longo da aplicação da força, e a perturbação da mesma pela fissura pode ocasionar a ruptura da viga.

Em geral, as vigas sem fibras esgotaram sua capacidade portante quando a fissura crítica principal cruza a biela teórica. Ao avaliar a cinemática das fissuras, percebe-se que a ação de pino é ativada no instante em que a fissura se dá no nível da armadura. Assim, dentre as possibilidades de transferência de força cortante, por observação do processo de fissuração, e pela quantificação através do RCM, o engrenamento dos agregados pode ser dado como o principal mecanismo destas vigas. Ele foi o responsável pelo transporte de força desde a abertura da fissura até a ruptura. Mesmo não sendo o mecanismo responsável pelo rompimento em si, dada a situação de biela teórica não perturbada, é o fenômeno que predomina durante o processo de fissuração.

#### 4.4.2 Vigas com 0,5% de fibra (C0.5)

Como pode ser visto na Figura 37, para a fissura A1 os deslocamentos relativos foram medidos a partir de 0,71 da carga máxima  $V_{max}$ . Para a fissura A2, a partir de 0,79 da  $V_{max}$ .

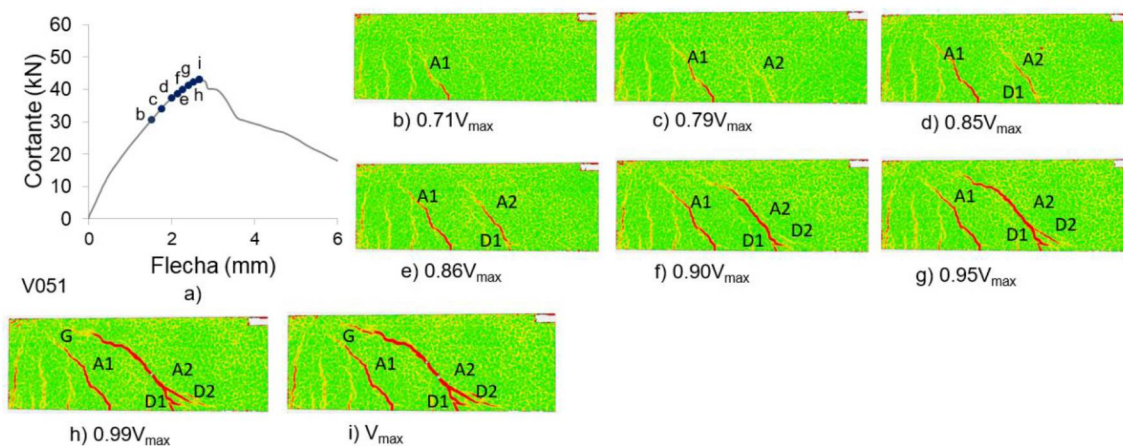


Figura 37 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b) 0.71  $V_{max}$ , c) 0.79  $V_{max}$ , d) 0.85  $V_{max}$ , e) 0.86  $V_{max}$ , f) 0.90  $V_{max}$ , g) 0.95  $V_{max}$ , h) 0.99  $V_{max}$  e i)  $V_{max}$  para a viga V051

Para melhor entendimento do estudo, a Figura 38 mostra o desenvolvimento do engrenamento dos agregados ao longo do processo de fissuração.

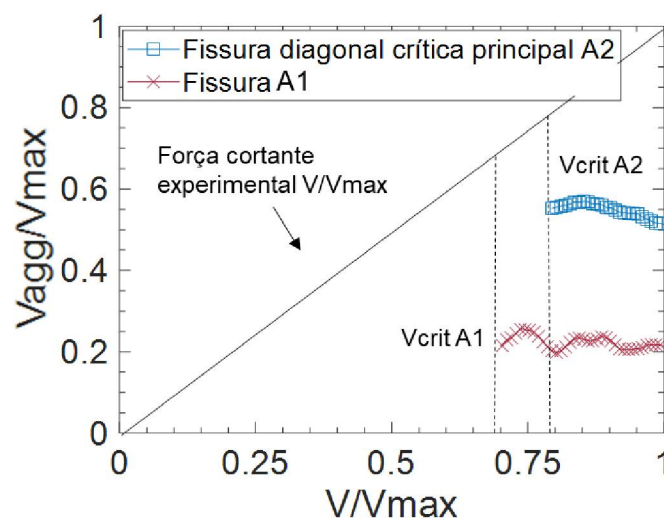


Figura 38 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a viga V051

Uma fissura do tipo D inicia nas proximidades de A2 em 0,85 de  $V_{max}$  (Figura 37-d), e logo depois em 0,86 de  $V_{max}$  (Figura 37-e), une-se a A2. Essa

união entre D1 e A2 provoca uma queda na contribuição do engrenamento dos agregados, pela maior abertura ( $w$ ) devida à união das fissuras. Fato esse também observado em Assis *et al.*, (2022) e Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2015). O fenômeno se repete, com a união de uma nova fissura D2 que se une a A2 a 0,95 de  $V_{max}$ , novamente causando um aumento acentuado da abertura ( $w$ ) e, conseqüentemente, perda do engrenamento dos agregados.

A fissura diagonal crítica principal (A2) teve uma queda gradativa e pouco acentuada no mecanismo de engrenamento dos agregados, ao passo que a abertura e deslizamento foram se desenvolvendo e aumentando. Já a fissura A1 manteve-se com tendência constante, após um início mais instável. Em comparação com as vigas sem fibras (V001 e V002) percebeu-se o  $V_{crit}$  das fissuras iniciando com menores relações  $V/V_{max}$ , com mais tempo para o desenvolvimento do processo de ruptura. Corroborando com Bi *et al.* (2021) e Tirassa *et al.* (2020), a ruptura da viga V051 com fibras de aço se deu de forma mais dúctil, se contrapondo à ruptura frágil e mais repentina das vigas sem fibras de aço.

É importante destacar que o comportamento do engrenamento dos agregados é influenciado tanto pela abertura ( $w$ ) quanto pelo deslizamento ( $\delta$ ) da fissura. Embora haja uma tendência de redução na contribuição do mecanismo à medida que a abertura da fissura aumenta, outras variáveis, como o deslizamento e a propagação da fissura, também podem afetar o engrenamento dos agregados. Por exemplo, a Figura 39 ilustra a variação da abertura ( $w$ ) e do deslizamento ( $\delta$ ) da viga V051 em um único ponto na região mais inclinada da fissura. Observa-se que os deslocamentos relativos não apresentam uma curva totalmente ascendente de valores. À medida que as fissuras se propagam, certas seções da fissura podem apresentar aumento, diminuição ou estabilização dos deslocamentos relativos. Dependendo da combinação pontual de abertura e deslizamento, a equação de engrenamento dos agregados pode oscilar entre seções crescentes e decrescentes do mecanismo.

Além disso, é importante considerar que as fissuras iniciam em um ponto e se propagam em direção à superfície superior da viga. Conseqüentemente, à medida que a carga avança e a fissura se propaga, novas medidas de abertura e deslizamento são computadas. As variações nas curvas de engrenamento dos



agregados são decorrentes dessa variação, uma vez que uma seção da fissura pode apresentar um desenvolvimento crescente de abertura enquanto outra seção ainda está em estágio inicial. Ademais, a contribuição do engrenamento dos agregados perto da armadura de tração difere daquela na ponta da fissura. Essas variações podem ser atribuídas à redistribuição e ativação de outros mecanismos de transferência de força cortante.

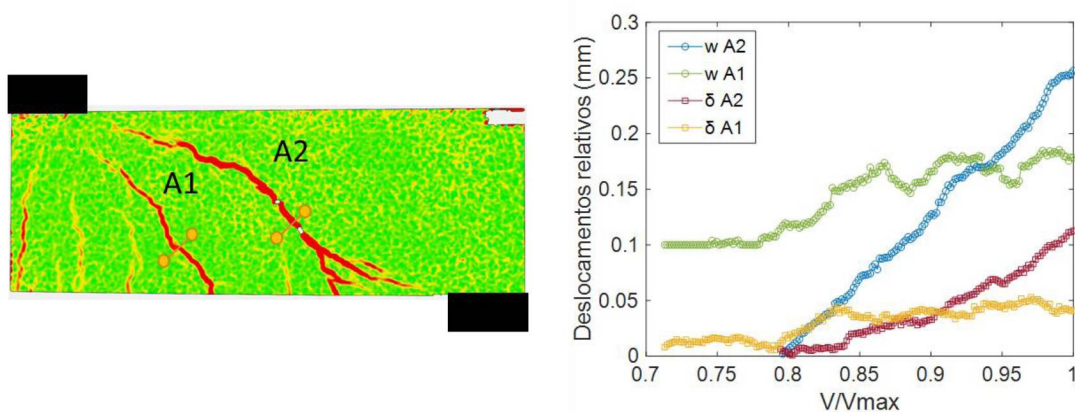


Figura 39 - Deslocamentos relativos das fissuras diagonais críticas da viga V051

Na mesma linha de raciocínio, A Figura 40 mostra detalhes do processo de fissuração da viga V052.

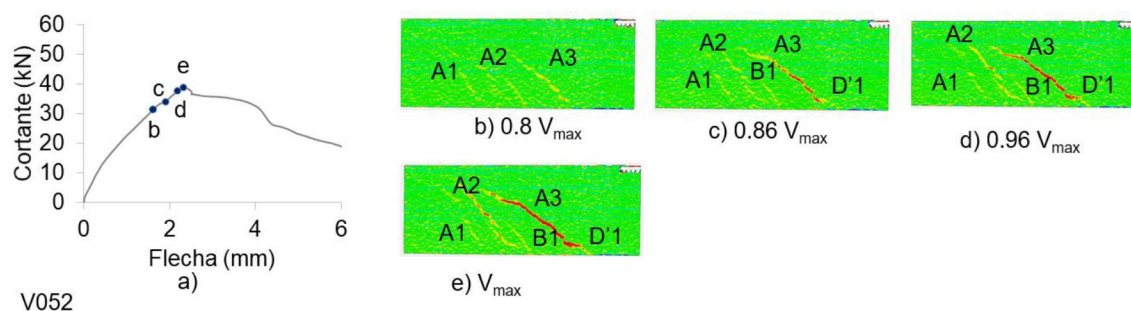


Figura 40 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b)  $0.8V_{max}$ , c)  $0.86V_{max}$ , d)  $0.96V_{max}$ , e)  $V_{max}$  para a viga V052

A viga V052 teve sua fissura crítica principal bem definida, e com surgimento no mesmo instante das demais fissuras críticas (Figura 40-b). Um ponto particular deste caso foi que o  $V_{crit}$  para todas as fissuras é referente à 0.8 de  $V_{max}$ . O surgimento mais próximo ao  $V_{max}$  da viga, bem como rápida propagação e ruptura, foram observados nas vigas sem fibras (V001 e V002).

Ainda, a presente viga foi a que apresentou menor flecha, e menor capacidade de resistência  $V_{max}$ , dentre as vigas com adição de fibras de aço.

A variação do comportamento da V052 para a V051 pode ser explicada devido à variabilidade intrínseca da orientação das fibras, e do impacto que isso pode ter no comportamento mecânico do CRFA. Blanco *et al.* (2015) e Lameiras *et al.* (2015) reforçam que a orientação das fibras pode mudar significativamente os valores de esforço cortante dos elementos estruturais.

Assim, a Figura 41 mostra o desenvolvimento do engrenamento dos agregados proveniente das fissuras ao longo do ensaio.

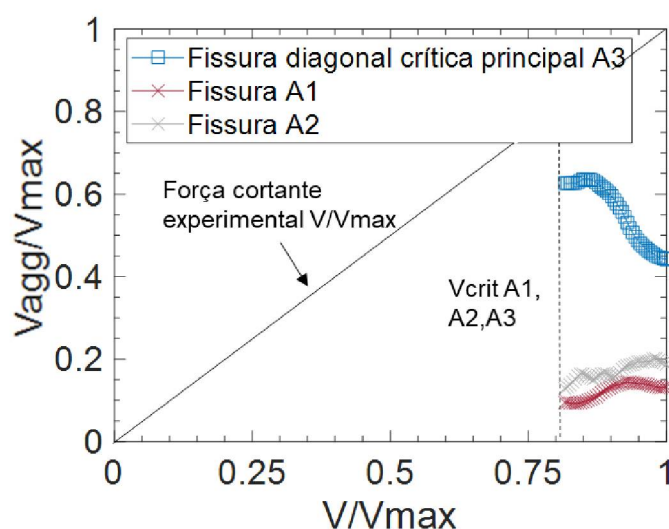


Figura 41 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a viga V052

Na Figura 41 percebe-se que, de fato, a fissura crítica principal (A3) teve a maior contribuição do mecanismo de engrenamento dos agregados. As demais fissuras que surgiram, A1 e A2, tiveram pouca contribuição do mecanismo, não chegando a se desenvolver até próximo da aplicação da carga.

Com relação à última viga testada com 0,5% de volume de fibras de aço, a Figura 42 apresenta o desenvolvimento de fissuração para a V053.

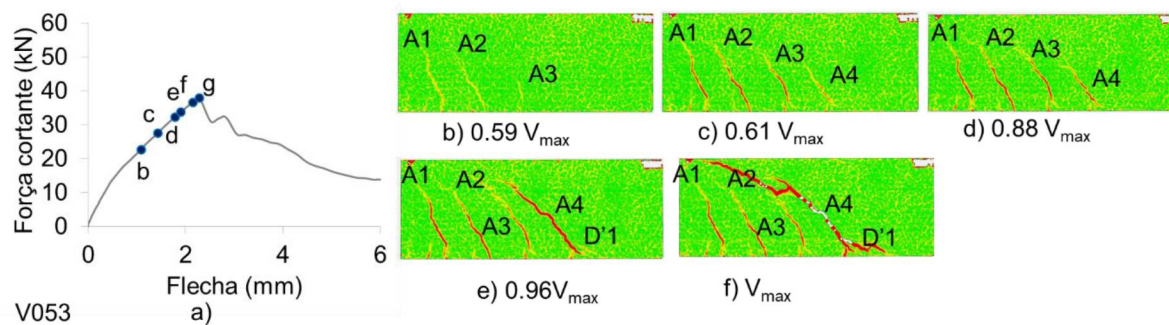


Figura 42 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b)  $0.59V_{max}$ , c)  $0.61V_{max}$ , d)  $0.88V_{max}$ , e)  $0.96V_{max}$ , e f)  $V_{max}$  para a viga V053

A viga V053 foi a que teve a maior flecha dentre as com 0,5% de fibras de aço. Em comparação com as demais vigas já avaliadas até então, esta foi a que desenvolveu mais fissuras críticas (A1, A2, A3 e A4). A maior resistência  $V_{max}$ , e também o processo de fissuração apresentado na Figura 42 remete a uma viga com mais dosagem de fibra. Em (CAVAGNIS; RUIZ e MUTTONI, 2015), as vigas que tiveram mais fissuras, também tiveram mais redistribuição de forças internamente. Assim, possuíam maior capacidade portante que outras com o desenvolvimento de primordialmente uma fissura crítica de cisalhamento. Fato esse, corroborado com as vigas V052, menos resistente e com uma fissura crítica bem definida, e com a V053, com o aparecimento de várias fissuras e maior  $V_{max}$  e flecha.

A Figura 43 mostra o engrenamento dos agregados ao longo do processo de fissuração para as 4 fissuras críticas que surgiram nesta viga.

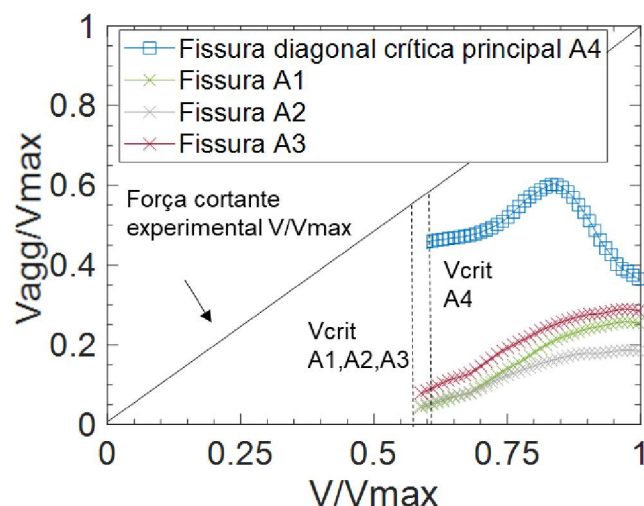


Figura 43 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a viga V053

Ao passo que a fissura crítica principal (A4) se desenvolve em direção à aplicação do carregamento, o engrenamento dos agregados diminui sua parcela de contribuição. O comportamento do mecanismo nas demais fissuras, vai de encontro com a fissura crítica principal, aumentando a contribuição. Esse comportamento pode ser justificado pelo avanço da abertura de fissura ( $w$ ), diminuindo o contato entre as paredes da fissura, e conseqüentemente, o engrenamento dos agregados. (CAMPANA *et al.*, 2013; NEGI e JAIN, 2022).

As 3 vigas com 0,5% de fibras apresentadas neste trabalho tiveram em comum o fato de terem maior resistência ao esforço cortante quando comparadas com as vigas sem fibras. Além disso, as fissuras iniciaram com uma relação  $V/V_{max}$  inferior às vigas sem fibras, com mais desenvolvimento do processo de fissuração e ativação dos mecanismos de transferência de tensão. O engrenamento dos agregados da fissura crítica principal também teve menos preponderância quando comparados os valores de  $V_{agg}/V$  das vigas sem fibras.

#### 4.4.3 Vigas com 1,0% de fibra (C1.0)

Assim como as análises anteriores, o processo de fissuração, bem como o diagrama de força cortante versus flecha da viga V101 pode ser visto na Figura 44.

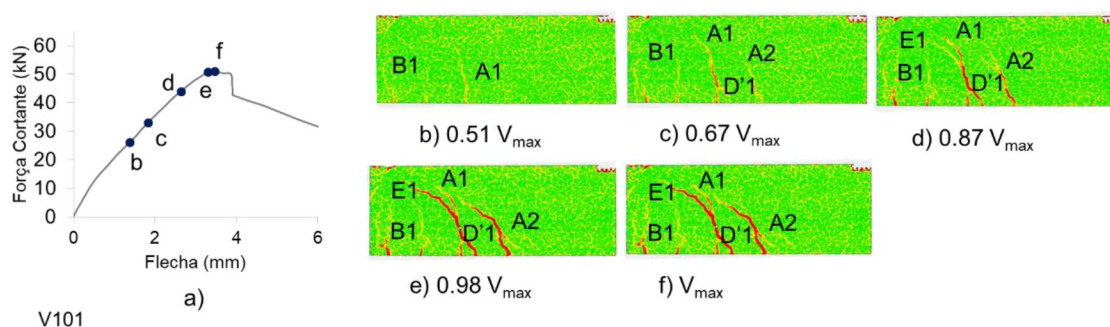


Figura 44 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b)  $0.51V_{max}$ , c)  $0.67V_{max}$ , d)  $0.87V_{max}$ , e)  $0.98V_{max}$ , e f)  $V_{max}$  para a viga V101

No comportamento estrutural da viga V101 vale um destaque para o aparecimento de uma fissura tipo E (Fig. 44-d), que segundo Cavagnis, Ruiz e

Muttoni (2015), é em função do engrenamento dos agregados. Assim, a Figura 45 mostra o detalhe da fissura tipo E surgindo na viga V101.

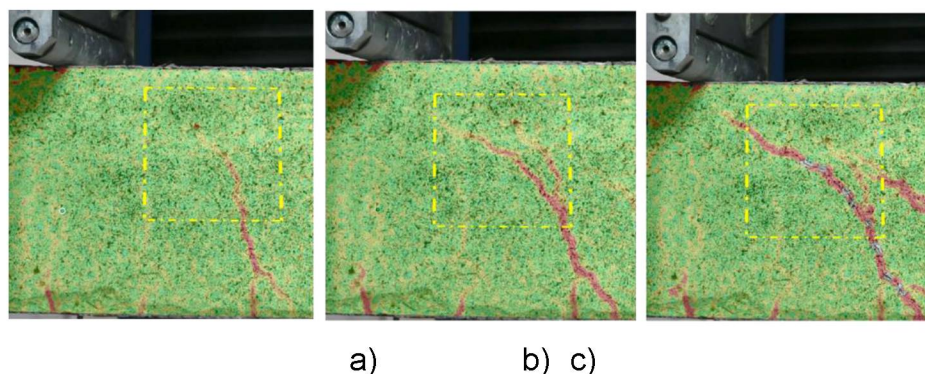


Figura 45 - desenvolvimento da fissura tipo E de engrenamento dos agregados em a)  $0.7V_{Max}$ , b)  $0.9V_{max}$  e c) após a propagação instável da fissura

Jacobsen, Poulsen, e Olesen (2012) mapearam o processo de fissuração do concreto, focando na diferença entre a fissura em modo I de abertura (apenas tracionada) e o modo III. Dessa forma, controlaram a aplicação da carga para que pudesse ser aplicado deslizamento entre as paredes da fissura. Os autores perceberam que a introdução do deslizamento provoca um confinamento sobre a fissura. Assim, uma quantia razoável de tensões cisalhantes é transferida pela fissura, podendo-se afirmar que o mecanismo responsável por esse efeito é o engrenamento dos agregados. As fissuras inclinadas provenientes do engrenamento dos agregados se desenvolvem de acordo com a geometria da fissura de tração original, e podem aparecer em ambos os lados da fissura. Em (CAVAGNIS, RUIZ e MUTTONI, 2015) os autores observaram esse fenômeno, que se repetiu no presente trabalho. A Figura 46 mostra o trabalho experimental de Jacobsen, Poulsen, e Olesen (2012), onde nota-se as fissuras do tipo E, do engrenamento dos agregados, se propagando ao passo que o deslizamento aumenta.

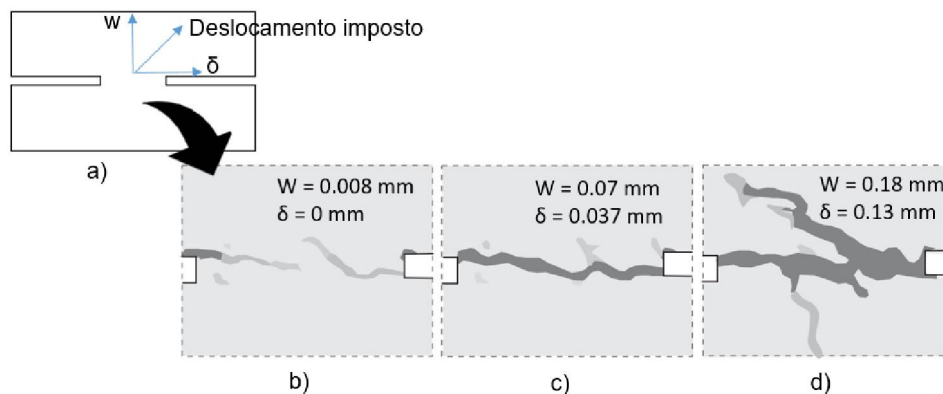


Figura 46 - Investigação experimental sobre o desenvolvimento de fissuras originadas por engrenamento dos agregados. a) corpo de prova avaliado, b) mapeamento da fissura sem deslizamento, c) fissura com deslizamento de 0.037 mm e d) final do ensaio  
Fonte: adaptado de (JACOBSEN; POULSEN; OLESEN, 2012)

Assim, a Figura 47 mostra o desenvolvimento do engrenamento dos agregados ao longo do ensaio para as fissuras de cisalhamento da viga.

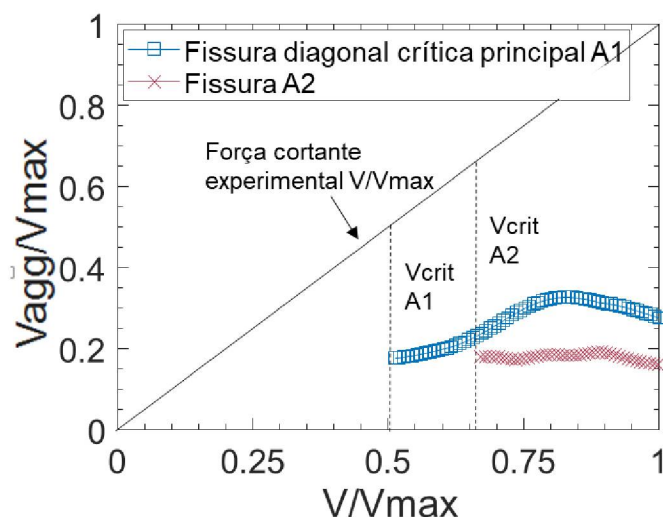


Figura 47 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a viga V101

A fissura crítica possui, no valor máximo  $V_{max}$  de esforço cortante, o referente a 0,22 da força pontual. Em comparação às vigas com 0,5% de fibras de aço, esse valor representa uma redução significativa. Redução essa já esperada, em virtude da maior capacidade portante das vigas com mais fibras. Ao final do processo, em  $V_{max}$ , a fissura já se desenvolveu com aberturas e deslizamentos significativamente maiores (detalhes no capítulo 5). A maior abertura de fissura acarreta em menos engrenamento dos agregados, conforme Campana *et al.* (2013) e Zarrinpour e Chao (2017).

Também é importante observar que, assim como nas vigas sem fibras (V001 e V002) e com 0,5% de fibras (V051, V052 e V053), os deslocamentos relativos têm variação nos valores, que repercutem na curva do engrenamento dos agregados.

Seguindo com as análises, a Figura 48 apresenta o processo de fissuração e o diagrama força cortante versus flecha da viga V102.

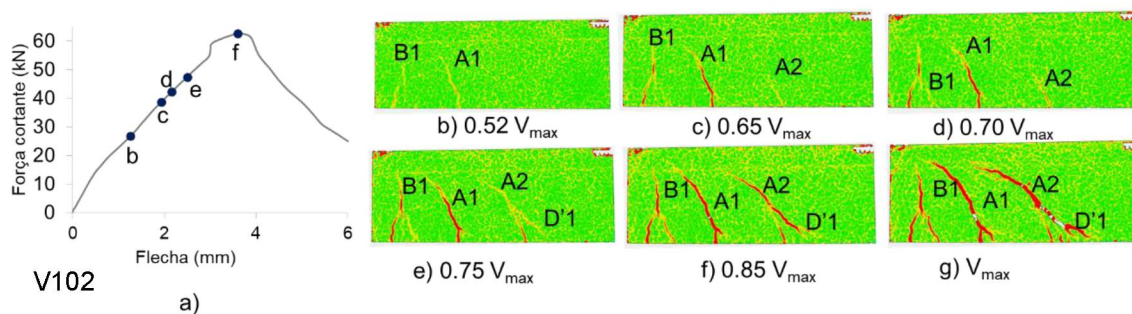


Figura 48 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b)  $0,52V_{max}$ , c)  $0,65V_{max}$ , d)  $0,70V_{max}$ , e)  $0,75V_{max}$ , f)  $0,85V_{max}$  e g)  $V_{max}$  para a viga V102

Na Figura 48-a pode-se perceber que com 0,52 de  $V_{max}$  surge a primeira fissura de cisalhamento A1, e também uma fissura de flexão B1, mais próxima ao centro da viga e mais íngreme que as fissuras de cisalhamento. Em 0,65 de  $V_{max}$  surge outra fissura de cisalhamento A2. O processo de fissuração segue com o desenvolvimento das fissuras, e também com o surgimento de uma fissura tipo D' unindo-se a A2 em 0,75 de  $V_{max}$  (Fig. 48-e).

A Figura 49 mostra o desenvolvimento do engrenamento dos agregados para as duas fissuras críticas de cisalhamento ao longo do ensaio.

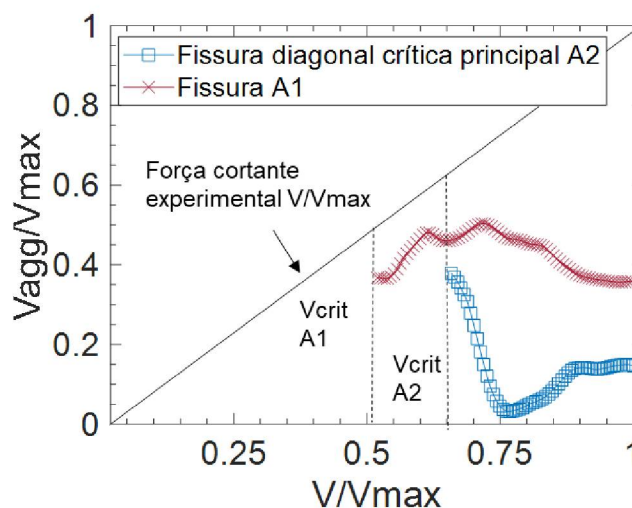


Figura 49 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a viga V102

Em conformidade com os resultados apresentados para a V101, o engrenamento dos agregados diminui à medida que a força se aproxima de  $V_{max}$ , e a abertura da fissura ( $w$ ) aumenta. O valor final em  $V_{max}$  representa em torno de 13% do esforço cortante, também sendo menor em magnitude em comparação às vigas com 0,5% de fibras de aço.

As fissuras A1 e A2 tiveram comportamento semelhante, tanto em dimensão de deslocamentos relativos, quanto de propagação para a parte superior da viga. Ambas tiveram valores semelhantes de porcentagem em relação ao  $V_{max}$ , de aproximadamente 30% da força. A diferença entre elas se dá pelo fato de que a fissura A2 acaba se tornando a fissura principal, tendo valores maiores de deslocamento relativo, e se propagando após a ruptura da viga, até a falha. A Figura 50 mostra o desenvolvimento das fissuras A1 e A2, e como a fissura A2 acaba se desenvolvendo até a falha instável da viga, enquanto a A1 apresenta menos evolução.

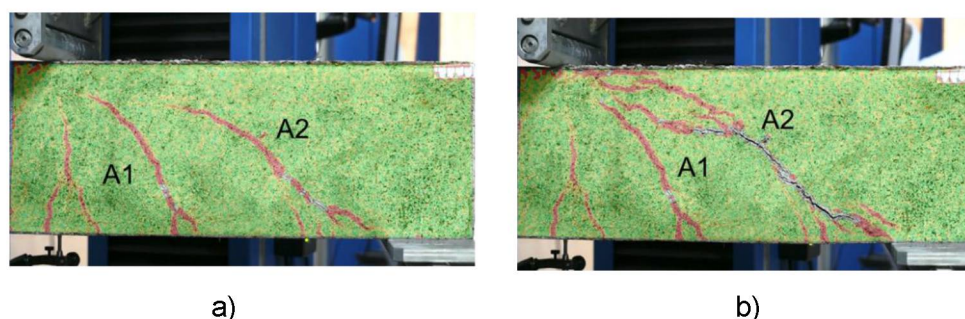


Figura 50 - Viga V102 no instante da a) ruptura e b) falha instável

Por fim, é apresentado na Figura 51 o diagrama força versus flecha, bem como os detalhes do processo de fissuração da viga V103.

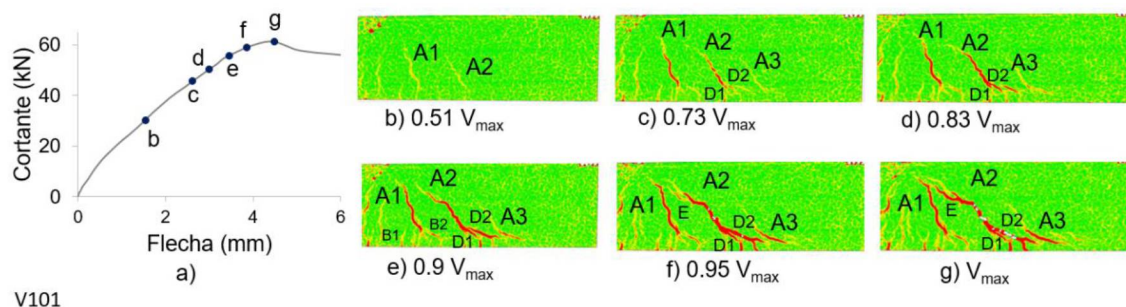


Figura 51 - a) Força cortante versus deflexão, e processo de fissuração em b)  $0.51V_{max}$ , c)  $0.73V_{max}$ , d)  $0.83V_{max}$ , e)  $0.9V_{max}$ , f)  $0.95V_{max}$  e g)  $V_{max}$  para a viga V103



As duas primeiras fissuras de cisalhamento (A1 e A2) aparecem a 0,51 da força máxima. Em 0,73 da  $V_{max}$  (Fig 51-c) aparecem duas fissuras da ação de pino (D1 e D2) que se juntam rapidamente a A2, causando um aumento acentuado da abertura ( $w$ ). Uma terceira fissura de cisalhamento por flexão, A3, também aparece. Em 0,83 de  $V_{max}$  (Fig. 51-d) pode-se observar que a fissura A2 se desenvolveu a ponto de ser a fissura crítica de cisalhamento, com sua propagação indo para a superfície superior da viga. A 0,9 do carregamento total (Fig. 51-e), além das 3 fissuras de cisalhamento (A1, A2 e A3), observam-se fissuras de flexão secundárias do tipo B. Em geral, nesta etapa de carregamento, observa-se um número significativo de fissuras secundárias de flexão do tipo B e C (Cavagnis, Ruiz e Muttoni, 2015) surgindo na região inferior da viga, conforme pode ser observado na Figura 52. Esse fato é justificado pela maior dosagem de fibras de aço na composição, causando uma constante redistribuição de tensões no corpo de prova.

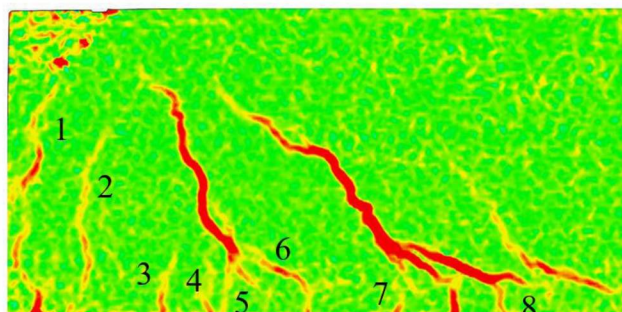


Figura 52 - Fissuras secundárias da V101

A 0,95 da carga máxima (Figura 51-f), uma fissura tipo E aparece como um ramo da fissura crítica A2. Este tipo de fissura é oriundo do engrenamento dos agregados, conforme apresentado na seção 4.3. Para se ter uma compreensão do desenvolvimento do engrenamento dos agregados para esta viga, a Figura 53 mostra o desenvolvimento deste mecanismo durante todo o teste experimental.

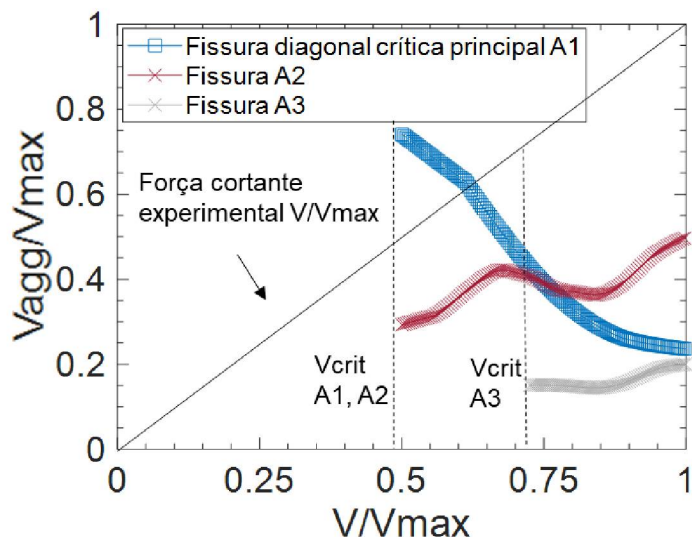


Figura 53 - Esforço cortante do engrenamento dos agregados em função do desenvolvimento de  $V_{max}$  para a viga V103

Com mais fibras na dosagem, e conseqüentemente maior abertura de fissura em altos níveis de carregamento, espera-se que a contribuição do engrenamento dos agregados seja baixa (ZARRINPOUR e CHAO, 2017). No caso da viga V101, apesar da maior abertura ( $w$ ) da fissura crítica principal, houve o surgimento de uma fissura do tipo E, teoricamente creditada à ação do engrenamento dos agregados (Cavagnis, Ruiz e Muttoni, 2015). Neste caso, a região superior da fissura teve um alto valor de deslizamento ( $\delta$ ), superando a abertura ( $w$ ). Nesta região, a ação do engrenamento dos agregados permaneceu alta, dando origem à fissura tipo E.

Em contrapartida, a parte mais inclinada e mais baixa da fissura perdeu contribuição do engrenamento dos agregados devido à maior abertura ( $w$ ). Em comparação com as vigas com 0,5% de fibras de aço, no instante de  $V_{max}$  o engrenamento dos agregados representou 25% da força cortante, enquanto o menor valor das vigas com 0,5% foi de 40%.

#### 4.4.4 Comparação entre os casos avaliados

Para traçar um paralelo entre as vigas avaliadas, a Figura 54 mostra exemplos da medição de um ponto de controle no instante da ruptura  $V_{max}$ . O ponto foi alocado para a porção mais inclinada de cada fissura principal e a

abertura medida é chamada de  $w_{max}$  e o deslizamento  $\delta_{max}$ , conforme mostrado na Tabela 5. Para esses dados, foram realizados os testes estatísticos ANOVA e Turkey, que revelaram diferenças significativas entre os valores de resistência máxima à força cortante ( $V_{max}$ ), e também entre os deslocamentos relativos, com valor- $p \leq 0,05$  para todos os casos.

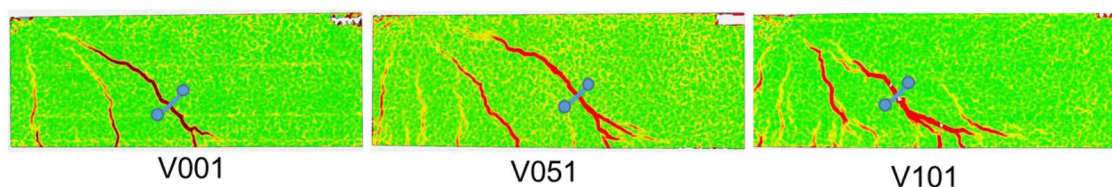


Figura 54 - Ponto de controle para medição dos resultados comparativos

Tabela 5: Comparativo de valores das vigas

Vigas	$V_{max}$ (kN)	$w_{max}$ (mm)	$\delta_{max}$ (mm)	$V_{crit}/V_{max}$ (-)	$V_{agg\_u}/V_{max}$ (-)
V001	29,9	0,152	0,09	0,97	0,86
V002	32,8	0,126	0,08	0,89	0,70
V051	43,3	0,249	0,11	0,79	0,52
V052	39,1	0,220	0,168	0,80	0,61
V053	38,1	0,237	0,154	0,85	0,40
V101	51,1	0,473	0,391	0,51	0,23
V102	62,9	0,889	0,465	0,65	0,31
V103	61,3	0,967	0,423	0,51	0,25

A Tabela 5 também mostra uma comparação do valor das forças cortante resultantes do engrenamento dos agregados na ruptura ( $V_{agg\_u}$ ). Pode-se observar que, de forma geral, quanto mais fibras incorporadas ao concreto, maior a abertura de fissura máxima  $w_{max}$ . Este fato já foi observado em Dang *et al.* (2021) e Lantsoght (2019b) e Zarrinpour; Chao (2017), por exemplo. Para os autores citados, a maior abertura  $w_{max}$  do concreto com fibras em comparação ao concreto sem fibras, resulta em menos contribuição do engrenamento dos agregados a ponto de desconsiderá-lo em seus modelos de cálculo. Nos resultados do presente trabalho, o valor das contribuições finais do engrenamento dos agregados para as vigas V101, V102 e V103 foram os mais baixos, com média de  $0,26V_{max}$ . No entanto, avaliando as vigas V051, V052 e

V053, a contribuição representou uma parcela significativa da força cortante máxima  $V_{max}$ , com média de  $0,51V_{max}$ .

A Tabela 5 também mostra a maior abertura de fissuras para o concreto C1.0. Apesar de também apresentar um aumento no deslizamento, a abertura significativamente maior reduz a contribuição do engrenamento dos agregados.

Na Tabela 5,  $V_{crit}$  se refere ao valor de cisalhamento no instante de abertura da fissura crítica. A partir da relação  $V_{crit}/V_{max}$ , verifica-se que quanto mais fibras incorporadas ao concreto, menor o percentual referente a  $V_{max}$ . A fissura principal crítica inicia-se precocemente, o que pode indicar uma maior capacidade de redistribuição de tensões nestes elementos. No caso do concreto C0, sem fibras, a fissura crítica iniciou já em 97% da carga máxima  $V_{max}$ , com rápida propagação e ruptura.

Avaliando as fissuras no instante de  $V_{max}$ , é possível aproximar a fissura crítica principal por uma reta única, a fim de avaliar o ângulo com a horizontal. Nesse caso, a Figura 55 mostra esse ângulo, para fins de comparação. Também como critério comparativo, avalia-se na Figura 55 a altura "c" da zona comprimida, que segundo Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018a) é geralmente calculada na seção vertical entre a ponta da fissura e a fibra mais comprimida da seção.

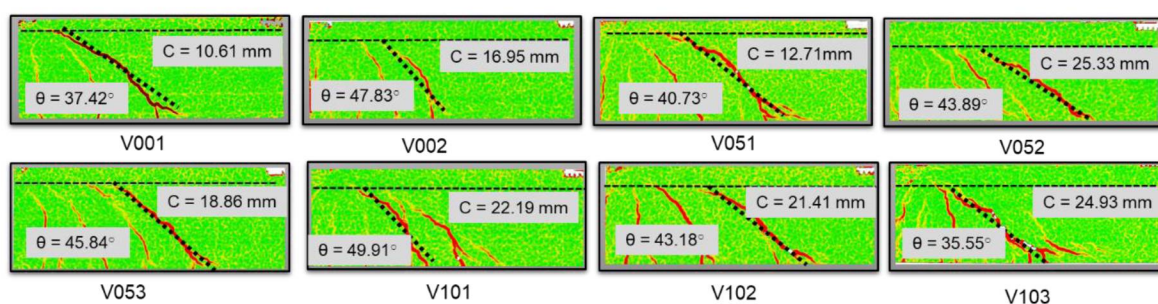


Figura 55 - Ângulo da fissura principal e dimensão "c" da altura da zona comprimida das vigas esbeltas

Analisando a Figura 55, percebe-se que o ângulo da fissura crítica principal ficou entre  $35,55^\circ$  e  $49,91^\circ$ . Alguns modelos analíticos de cálculo para a força cortante máxima do CRFA, como Nouri *et al.* (2021) e Singh (2015) fazem uma análise de seção utilizando a variável (c) referente à altura da zona não fissurada de concreto. Porém, para simplificação dos modelos, por vezes

sugere-se a adoção do ângulo de  $45^\circ$ , justificando não haver conexão clara entre a inclinação da fissura principal e a dosagem de fibras de aço. As análises feitas neste trabalho corroboram os autores e também com de Gali e Subramaniam, (2017), onde não foi possível estabelecer uma relação entre o volume de fibras e a inclinação da fissura crítica principal.

A cinemática do processo de fissuração também influenciou a altura da zona comprimida (c). De acordo com Lantsoght, (2019b) a altura é maior no CRFA do que no concreto convencional. Porém, experimentos acompanhados por técnicas de DIC, como em Zamri, Mohamed e Ibrahim (2020) sugerem que à medida que as fissuras se propagam, a força cortante é resistida apenas pela armadura de tração e pelas fibras, delegando pouca contribuição à zona comprimida de concreto. Nas análises aqui apresentadas, não houve relação clara de aumento ou diminuição da zona comprimida em função da dosagem de fibras.

Por fim, nota-se um aumento na resistência das vigas à medida que aumenta a dosagem de fibras de aço. Os resultados de Seo, Lee e Lopez (2015) mostraram que, dependendo da proporção de fibras e das características das fibras de aço, teores volumétricos entre 0,5% e 1,0% controlam efetivamente a fissuração, aumentando a resistência mecânica e melhorando a ductilidade do elemento. Em Farooq *et al.* (2018) os autores mostraram que o aumento da capacidade de cisalhamento para um aumento no volume da fibra, também depende da relação  $a/d$ . Os autores afirmam que para  $a/d = 1$ , a resistência ao cisalhamento aumentou 96,6% quando a fração volumétrica da fibra foi aumentada de 0% para 1,5%, enquanto para  $a/d = 6$  a resistência ao cisalhamento aumentou 32,2%. Lantsoght (2019a) e Lei *et al.* (2022) também afirmam que o volume da fibra é uma variável determinante na resistência ao cisalhamento dos elementos. No entanto, não há relação de proporcionalidade conhecida, pois a relação  $a/d$ , porcentagem de armadura, e resistência a compressão, por exemplo, também interferem nos resultados.

#### 4.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo se propôs a avaliar o processo de fissuração de vigas esbeltas de concreto com e sem fibras de aço. A classificação das fissuras de

acordo com a literatura auxiliou o entendimento da transferência de força cortante durante o processo de ruptura destas vigas.

De acordo com os objetivos traçados, pode-se concluir que a diferença mais expressiva no processo de fissuração das vigas com e sem fibras de aço se dá pela ductilidade adquirida através das fibras, até o instante da ruptura ( $V_{max}$ ). Pelas análises apresentadas neste capítulo a partir da avaliação do  $V_{crit}$  percebeu-se que quanto mais fibras incorporadas ao concreto, menor a relação  $V_{crit}/V_{máx}$ , (0,81 e 0,55 para as vigas C0.5 e C1.0, na média, respectivamente). Fato esse que corrobora com a afirmação de que as fibras proporcionam uma contínua redistribuição de tensões. Isso leva a um maior desenvolvimento do processo de fissuração, com a possibilidade de ativar mais mecanismos de transferência de tensão. Para o concreto C0 (V001 e V002), a fissura crítica apareceu com valor muito próximo de  $V_{max}$ , ( $V_{crit} = 0,93V_{max}$ , em média) rapidamente se propagando e ocorrendo a ruptura.

A cinemática da fissuração não manteve um padrão entre as diferentes dosagens de fibra. Isso é, não houve uma inclinação padrão e nem tipologias padrões de fissuras dentro de um mesmo grupo com a mesma dosagem do concreto. Esta observação vai ao encontro da premissa que diferentes ações potenciais de transferência de cisalhamento podem ser mais ou menos ativas na resistência ao cisalhamento de um membro, dependendo do padrão de fissuração real e sua cinemática associada.

Ainda, as vigas de concreto sem fibras parecem ter uma transmissão de cisalhamento diretamente ao apoio. Neste caso, a biela comprimida foi a responsável por esta transmissão, estando relacionada ao fenômeno do vale do Kani. As vigas com fibras tiveram maior desenvolvimento de fissuras, delegando a transmissão para os mecanismos de transferência através destas.

Com relação ao engrenamento dos agregados, o mesmo tem papel fundamental no processo de ruptura em vigas CRFA, auxiliando o entendimento da transferência de força cortante. Com a observação do engrenamento dos agregados ao longo do ensaio experimental, foi possível perceber a diminuição gradativa do mecanismo ao passo que as fissuras se desenvolvem. O engrenamento dos agregados mostrou ser mais preponderante no início da fissuração, com baixos níveis de carregamento. Com o consequente aumento da abertura da fissura crítica, o mecanismo perde importância, e a força cortante

é transmitida por outros meios. Este fato justifica a exposição dos dados ao longo do processo de ruptura da viga, e não apenas a leitura na carga máxima ou no instante da ruptura.

Outra contribuição das análises apresentadas neste capítulo, é a observação que o engrenamento dos agregados não pode ser negligenciado de forma genérica para o CRFA. Nas vigas de concreto C1.0 a contribuição do mecanismo representou pouco mais de 20% da força cortante máxima. Porém, no concreto C0.5 o mecanismo representou aproximadamente 50% da  $V_{max}$ , no instante da ruptura.

As vigas de CRFA também tiveram mais abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ), já que foi possível obter maiores níveis de carregamento. A constante redistribuição de tensões internas permitiu as vigas com fibras de aço desenvolverem mais as fissuras críticas.

A inclinação das fissuras críticas principais, bem como a altura da zona comprimida ( $c$ ) não tiveram relação direta visível com a adição de fibras no concreto. A medição da inclinação a partir do traçado de uma linha que represente a fissura crítica principal é comumente explorado na literatura (NEGI e JAIN, 2022; STURM *et al.*, 2021; UNGERMANN *et al.*, 2020). Entretanto, essa inclinação só reproduz um ângulo médio ao final do ensaio, quando a viga atingiu  $V_{max}$ .

A contribuição mais expressiva das análises realizadas diz respeito ao monitoramento do desenvolvimento das fissuras diagonais críticas. Foram comparados os instantes de aparecimentos da fissura crítica ( $V_{crit}$ ) para as vigas com e sem fibras, bem como a oscilação do engrenamento dos agregados ao longo da propagação das fissuras. Foi possível, portanto, perceber como o engrenamento dos agregados se desenvolveu mais nas vigas com fibras, com o instante de surgimento de  $V_{crit}$  sendo mais distante de  $V_{max}$ , quando comparado com as vigas sem fibras. Observação esta, delegada à ductilidade proporcionada pelas fibras de aço. Assim, o mecanismo perde preponderância próximo à ruptura, enquanto nas vigas sem fibras, permanece com altos níveis de contribuição. Essa metodologia possibilitou uma abordagem mais fundamentada acerca do comportamento estrutural das vigas. resultados apresentados foram importantes como um passo introdutório às demais análises apresentadas nos capítulos subsequentes. A extensão da metodologia a fim de contemplar os

demais mecanismos de transferência de força cortante parece ser uma forma racional de avaliar o papel de cada um deles, principalmente as fibras de aço.



## 5 MECANISMOS DE TRANSMISSÃO DE FORÇA CORTANTE

### 5.1 INTRODUÇÃO

Desde a publicação de pesquisas relevantes sobre os mecanismos de transferência de força cortante em vigas sem armadura transversal, tais como (CAVAGNIS; RUIZ; MUTTONI, 2015, 2018a; HUBER; HUBER; KOLLEGER, 2016, 2019b; ZARRINPOUR; CHAO, 2017), tem sido evidente a falta de consenso sobre os principais parâmetros que governam esse fenômeno físico. Além disso, ainda é discutido na literatura o comportamento e a importância relativa dos mecanismos durante a fissuração de vigas de CRFA, incluindo a análise do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), conforme discutido no capítulo 4. Nesse contexto, a abordagem mais consistente para avançar na elucidação dessa questão é a medição detalhada do processo de falha. A correlação de imagem digital (DIC) é uma ferramenta adequada para rastrear o campo de deslocamento e investigar a redistribuição entre os diferentes mecanismos e o processo de falha.

Este capítulo apresenta estudos sobre os mecanismos de transferência de força cortante realizados nas vigas esbeltas. Inicialmente, 3 modelos são utilizados para representar o engrenamento dos agregados: *Contact Density Model* (CDM) (LI, MAEKAWA, 1987), *Rough Crack Model* (RCM) (GAMBAROVA, KARAKOÇ, 1983) e *Two Phase Model* (TPM) linear (WALRAVEN, 1994). Esta análise do engrenamento dos agregados visa complementar os resultados apresentados no capítulo 4, onde o processo de fissuração das vigas foi explicado racionalmente com base no mecanismo, usando o modelo RCM. Um dos principais focos é a avaliação da contribuição das fibras de aço, através de outros 3 modelos provenientes do ensaio de arrancamento (*pullout*): o modelo de Pfyl (PFYL, 2003), *Unified Variable Engagement Model* (UVEM) (HTUT, 2010) e *Simplified Diverse Embedment Model* (SDEM) (LEE, CHO e VECCHIO, 2011). Para ambos os mecanismos, é apresentado o diagrama da força se desenvolvendo ao longo do ensaio e do processo de ruptura das vigas.

Após as análises iniciais sobre a eficácia dos modelos mencionados, apresenta-se um comparativo dos resultados obtidos no momento de força

cortante máxima ( $V_{max}$ ), incluindo todos os mecanismos avaliados: zona comprimida ( $V_{cz}$ ), tensão residual ( $V_{res}$ ), efeito de pino ( $V_d$ ), engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), e contribuição das fibras de aço ( $V_{fib}$ ).

Por fim, um modelo para representar as fibras de aço é proposto, baseado nos resultados do ensaio de tração na flexão. Juntamente com os demais mecanismos, o modelo é apresentado ao longo do processo de ruptura das vigas.

Os valores das aberturas ( $w$ ) e deslizamentos ( $\delta$ ), que são parâmetros de entrada das equações dos mecanismos de transferência de força cortante, foram obtidos através da técnica DIC já mostrada no capítulo 2.

## 5.2 OBJETIVOS

Os objetivos do presente capítulo são:

- Verificar a validade das equações de engrenamento dos agregados dos modelos TPM linear, RCM e CDM durante o processo de ruptura das vigas esbeltas;
- Avaliar a adequação das equações dos modelos de arrancamento (*pullout*) Pfyl, UVEM e SDEM, para representar a contribuição das fibras de aço como mecanismo de transferência de força cortante durante o processo de ruptura das vigas esbeltas;
- Analisar o comportamento dos mecanismos ao longo do processo de fissuração, identificando as principais diferenças entre as vigas;
- Propor um modelo racional e simplificado para a parcela referente às fibras de aço, com base no ensaio de tração na flexão.

## 5.3 METODOLOGIA

Com relação aos mecanismos de transferência de força cortante, estes foram calculados em função da cinemática da fissuração das vigas. Ou seja, através dos valores de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) obtidos pelo DIC. A parcela contribuinte de cada mecanismo foi dada conforme a seguir:

### Zona comprimida de concreto não fissurado ( $V_{cz}$ )

A equação a partir da distribuição de tensão de cisalhamento de Morsch (1909) foi utilizada, já especificada no capítulo 2, Equação 12.

### Tensão residual ( $V_{res}$ )

Para aferição da tensão residual, foi utilizada a equação de Hordijk (1992), também apresentada no capítulo 2, equações 13, 14 e 15. Como o modelo de Hordijk diz respeito à tensão residual transmitida pela fissura diagonal crítica, a integração dessa tensão ao longo das parcelas onde a mesma é considerada, é dado por:

$$V_{res} = b_w \int_0^{l_{cr}} \sigma_{res} \cos(\alpha) dl \quad (36)$$

onde  $l_{cr}$  é o comprimento da fissura, e  $\alpha$  é o ângulo da fissura com o eixo horizontal.

Para esse mecanismo, adota-se a hipótese de que a tensão residual só é ativada em parcelas quase horizontais das fissuras, onde o deslizamento ( $\delta$ ) é nulo ou com valores desprezíveis próximos de 0. Caso a fissura não apresente essa parcela, considera-se que não há esse mecanismo.

### Efeito de pino ( $V_d$ )

O efeito de pino foi considerado como mecanismo ativo no instante em que a fissura surgia ou alcançava o nível da armadura longitudinal. Os valores foram calculados conforme Ruiz *et al.* (2013), nas equações 16 e 17.

### Engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ )

O engrenamento dos agregados foi considerado desde o instante de abertura de fissura crítica ( $V_{crit}$ ) até a ruptura das vigas. Para as tensões normais ( $\sigma_{agg}$ ) e cisalhantes ( $\tau_{agg}$ ) foram utilizados os modelos já mencionados anteriormente, do Rough Crack Model – RCM (equações 1-3), Contact Density Model – CDM (equações 4-6) e Two Phase Model - TPM linear (equações 10 e 11). A integração das tensões ao longo de cada trecho da fissura crítica, resulta na parcela da força cortante referente ao engrenamento dos agregados, conforme:

$$V_{agg} = b_w \left[ \int_0^{l_{cr}} \tau_{agg} \sin(\alpha) dl + \int_0^{l_{cr}} \sigma_{agg} \cos(\alpha) dl \right] \quad (37)$$

onde  $b_w$  é a profundidade da viga,  $l_{cr}$  o comprimento crítico das fissuras mapeadas, e  $\alpha$  o ângulo das fissuras com o eixo horizontal.

### Contribuição das fibras de aço ( $V_{fib}$ )

Similar ao engrenamento dos agregados, a contribuição das fibras foi considerada desde o início da fissura crítica, até a ruptura da viga. As tensões normais ( $\sigma_f$ ) e cisalhantes ( $\tau_f$ ) dizem respeito aos modelos expostos no capítulo 2: modelo de Pfyl (equações 18-23), *Unified Variable Engagement Model* – UVEM (equações 24-28) e *Simplified Diverse Embedment Model* – SDEM (equações 29-33). A integração das tensões ao longo da fissura crítica resulta na força cortante correspondente à parcela da contribuição das fibras de aço:

$$V_{fib} = b_w \left[ \int_0^{l_{cr}} \tau_f \sin(\alpha) dl + \int_0^{l_{cr}} \sigma_f \cos(\alpha) dl \right] \quad (38)$$

Dado o equacionamento exposto, a Figura 55 mostra a representação dos passos da metodologia aplicada.

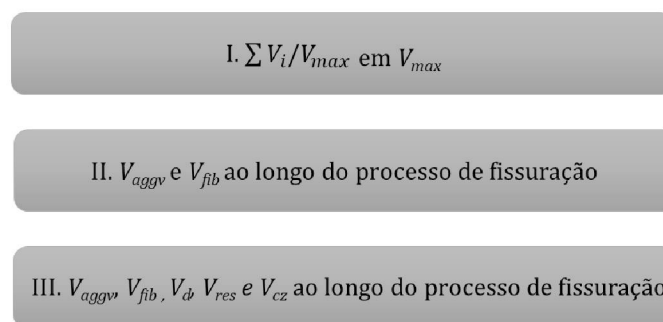


Figura 56 - Metodologia do capítulo 5

Inicialmente (passo I) são avaliados os todos os mecanismos de transferência de força cortante,  $V_d$ ,  $V_{res}$ ,  $V_{cz}$ ,  $V_{agg}$  e  $V_{fib}$  apenas no instante de ruptura ( $V_{max}$ ), sendo a somatória destes comparada ao valor encontrado experimentalmente. Estes resultados são apresentados na seção 5.4.1. No

passo II, seção 5.4.2, 3 modelos de engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) e 3 modelos da contribuição da fibra ( $V_{fib}$ ) são apresentados ao longo do processo de fissuração, onde é então proposta uma metodologia para o cálculo da contribuição das fibras de aço. E por fim, no passo III na seção 5.4.3, todos os mecanismos avaliados, juntamente com a proposta da representação da parcela das fibras, são apresentados ao longo de todo o processo de fissuração das vigas.

## 5.4 RESULTADOS

Para a representação dos mecanismos de transferência de força cortante, além das hipóteses individuais de cada mecanismo, apresentadas em 5.3, considerou-se que:

I. Nas parcelas onde a tensão residual ( $V_{res}$ ) é considerada, o engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) e a contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) são nulos, para não sobrepor o efeito de transferência por atrito entre as paredes da fissura;

II. O engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) e zona comprimida ( $V_{cz}$ ) são os mecanismos atuantes do início ao fim da propagação da fissura, exceto nas parcelas discretizadas na fissura com restrição, conforme o item (I);

III. O efeito de pino ( $V_d$ ) foi iniciado no instante em que a fissura crítica surge no nível da armadura longitudinal de tração.

### 5.4.1 Comparativo no instante da ruptura ( $V_{max}$ )

A Tabela 6 apresenta os valores dos mecanismos expostos no item 5.3 em relação a  $V_{max}$  e compara os resultados dos 3 modelos de engrenamento dos agregados (TPM linear, RCM e CDM) e dos 3 modelos de arrancamento de contribuição das fibras (Pfyl, UVEM e SDEM). São apresentados os valores de cada mecanismo divididos por  $V_{max}$ . Ou seja, representam a parcela do mecanismo com relação ao valor máximo de força cortante, no instante da ruptura da viga.

Tabela 6: comparativo dos valores dos mecanismos em relação à  $V_{max}$ 

Viga	$V_{fib1}$	$V_{fib2}$	$V_{fib3}$	$V_{agg1}$	$V_{agg2}$	$V_{agg3}$	$V_{cz}$	$V_d$	$V_{res}$
V001	0,00	0,00	0,00	0,89	0,87	1,21	0,07	0,07	0,02
V002	0,00	0,00	0,00	0,28	0,65	1,01	0,19	0,11	0,00
V051	0,26	0,12	0,23	0,22	0,53	0,83	0,02	0,06	0,02
V052	0,23	0,08	0,19	0,71	0,43	0,65	0,18	0,17	0,03
V053	0,43	0,15	0,45	0,21	0,32	0,50	0,04	0,07	0,03
V101	0,25	0,08	0,36	0,30	0,21	0,31	0,22	0,05	0,00
V102	0,26	0,09	0,35	0,41	0,13	0,14	0,17	0,07	0,08
V103	0,11	0,03	0,09	0,09	0,26	0,37	0,26	0,04	0,09

$V_{fib1}$  = Pfy;  $V_{fib2}$  = UVEM;  $V_{fib3}$  = SDEM;  $V_{agg1}$  = TPM linear;  $V_{agg2}$  = RCM;  $V_{agg3}$  = CDM

A zona comprimida não fissurada de concreto ( $V_{cz}$ ) é proporcional à altura medida entre a ponta da fissura crítica principal, e a extremidade superior comprimida da viga. Portanto, depende essencialmente da forma da fissura. É um mecanismo que, dependendo desta altura, possui valores expressivos, como no caso da V101 ( $0,22V_{max}$ ) e V103 ( $0,26V_{max}$ ). Diferentemente de casos como a V001 ( $0,07V_{max}$ ) e a V051 ( $0,02V_{max}$ ). A teoria de Classen (2020), por exemplo, diz que a falha de vigas de concreto armado convencional sem estribos se dá com a propagação instável da fissura através da zona comprimida. O autor ainda enfatiza que o engrenamento dos agregados não é o responsável pela falha do elemento estrutural, pois o decaimento da sua parcela resistente se dá ainda na ruptura da viga, antes da falha por propagação instável. Nessa mesma linha de raciocínio, Zarrinpour e Chao (2017) consideraram que o acréscimo expressivo de resistência das vigas de CRFA testadas em seu trabalho não foi diretamente pelas fibras, mas sim pela maior altura da zona comprimida que elas proporcionaram. Indo ao encontro do que foi discutido no capítulo 4, não foi possível traçar nenhuma relação de aumento ou diminuição da zona comprimida e da sua força consequente proporcional à adição de fibras.

A ação de pino ( $V_d$ ) teve menos preponderância na viga V053, com  $0,04V_{max}$ . Nas análises do capítulo 4 percebeu-se que a fissura principal demorou a cruzar a região do nível da armadura de tração, tendo pouco se desenvolvido neste processo de fissuração. Já na viga V052, com  $0,17V_{max}$ , a fissura crítica principal iniciou seu desenvolvimento já no nível da armadura. Dessa forma, a ação de pino progrediu mais até o fim da capacidade da viga.

A força residual de tração ( $V_{res}$ ) não demonstrou grande predominância nos mecanismos das vigas. Conforme as hipóteses apresentadas, a mesma só foi aferida em parcelas quase horizontais das fissuras principais, onde os valores de deslizamento eram desprezíveis. A viga V103 foi a que teve maior parcela referente a esse mecanismo, sendo referente a  $0,09V_{max}$  apenas. Já a V002 e a V101 não tiveram o acréscimo da força residual por não possuírem a característica da parcela quase horizontal da fissura.

Com relação aos modelos de engrenamento dos agregados, percebe-se uma grande variação nos valores encontrados. Em Huber, Huber e Kollegger (2016), onde vigas de concreto armado convencional seguiram uma metodologia similar à apresentada aqui, também houveram valores muito discrepantes entre si, dependendo do modelo adotado. Os modelos RCM e CDM possuem mais similaridade matemática entre si, sendo fortemente sensíveis à relação entre deslizamento ( $\delta$ ) e abertura ( $w$ ) de fissura (SAGASETA e VOLLUM, 2011). Já o modelo TPM de Walraven, nesse caso, é uma equação linear, diferindo em grau de complexidade dos outros dois modelos. Essa relação entre os modelos de engrenamento dos agregados e a cinemática da fissuração é investigada a seguir no item 5.4.2, embasando-se nessa discrepância de valores encontrada entre os modelos no instante de  $V_{max}$ .

Outro ponto chave das análises deste capítulo é a representação da parcela referente às fibras de aço ( $V_{fib}$ ). De acordo com Lantsoght (2019b) e Matos *et al.* (2020) não existe um modelo especificamente para esse fim. Os resultados apresentados neste capítulo estão em conformidade com os de Matos *et al.* (2020) onde os modelos provenientes do ensaio de arrancamento de Pfyf, UVEM e SDEM foram avaliados, e também houve variação nos valores encontrados. O modelo de Pfyf se manteve na envoltória superior de resultados, apresentando valores maiores quando comparados ao UVEM e SDEM. Os autores afirmam que o modelo é mais simples, com menos parâmetros de

entrada que o SDEM e o UVEM, podendo ser mais sensível à variação de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) que os outros dois.

Ainda sobre a parcela referente às fibras, nas vigas do presente trabalho, principalmente com 1,0% de fibras de aço, os valores foram expressivamente baixos. Esperava-se que, ao comparar os valores das vigas com 0,5% e com 1,0%, nesta última a porcentagem referente às fibras fosse mais relevante. Não só não aconteceu, como a contribuição diminuiu comparativamente.

A fim de permitir a continuidade das análises dos mecanismos no instante de força cortante máxima ( $V_{max}$ ), a Figura 57 apresenta o somatório de todos os mecanismos ( $V_{cz}$ ,  $V_d$  e  $V_{res}$ ) considerando as vigas sem fibras (V001 e V002), variando apenas o modelo do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ). A escolha inicial de aplicar a metodologia nas vigas sem fibras é justificada pelo fato de que apenas a contribuição do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) é analisada, uma vez que a parcela dos demais mecanismos possuem menor relevância no valor total da força cortante conforme evidenciado na Tabela 6.

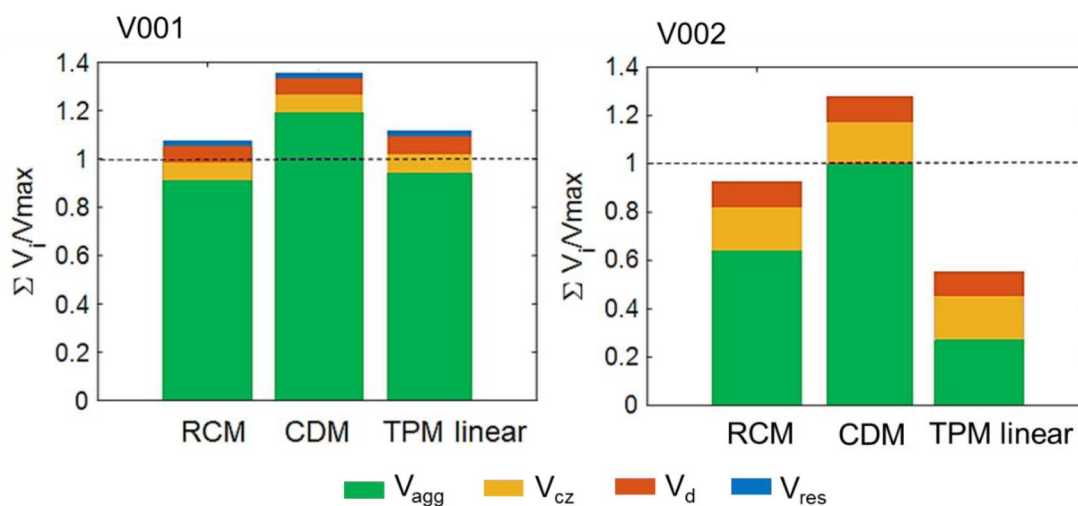


Figura 57 - Somatório dos mecanismos no instante de  $V_{max}$  para as vigas sem fibras (V001 e V002)

Na Figura 57, observa-se que, para a viga V001, a soma dos diversos mecanismos se aproxima mais do valor máximo de força cortante ( $V_{max}$ ) quando é utilizado o modelo de engrenamento dos agregados RCM. Por outro lado, o modelo CDM nesse caso superestima os valores, sendo maior do que o próprio



esforço cortante. O modelo TPM linear, por sua vez, apresenta um valor mais próximo do valor obtido com o RCM.

No caso da viga V002, os valores relativos ao engrenamento dos agregados são consideravelmente menores. Novamente, a combinação do modelo RCM com os demais mecanismos é a que mais se aproxima do valor total da força cortante máxima, quando as contribuições individuais são somadas. O modelo CDM, mais uma vez, apresenta valores superestimados, sendo ligeiramente maiores do que a própria força cortante. Por outro lado, o modelo TPM linear revela um valor significativamente inferior aos demais.

É importante ressaltar o impacto da cinemática no processo de fissuração, previamente abordado no capítulo 4, na redistribuição dos mecanismos que resistem à força cortante. Tanto a viga V001 quanto a V002 possuíam as mesmas dimensões e materiais, porém apresentaram diferenças em termos de cinemática das fissuras e dos mecanismos envolvidos.

Assim, com base nesses resultados iniciais, para as demais análises deste capítulo é adotado o modelo RCM para o mecanismo de engrenamento dos agregados. Essa escolha é respaldada pelos resultados apresentados na Figura 57, corroborando com o trabalho de Matos *et al.* (2020) e Kaufmann *et al.* (2019), nos quais o modelo RCM também demonstrou melhores resultados em comparação ao modelo CDM.

Portanto, a Figura 58 mostra o somatório de todas as parcelas dos mecanismos de transferência de força cortante, de acordo com as hipóteses apresentadas neste capítulo. No caso do engrenamento dos agregados, foi utilizado o modelo RCM, e para as fibras o modelo de SDEM, cujos valores foram em geral, os mais altos de acordo com a Tabela 6. A somatória desses mecanismos é dividida pelo valor da resistência a força cortante  $V_{max}$  de cada viga.

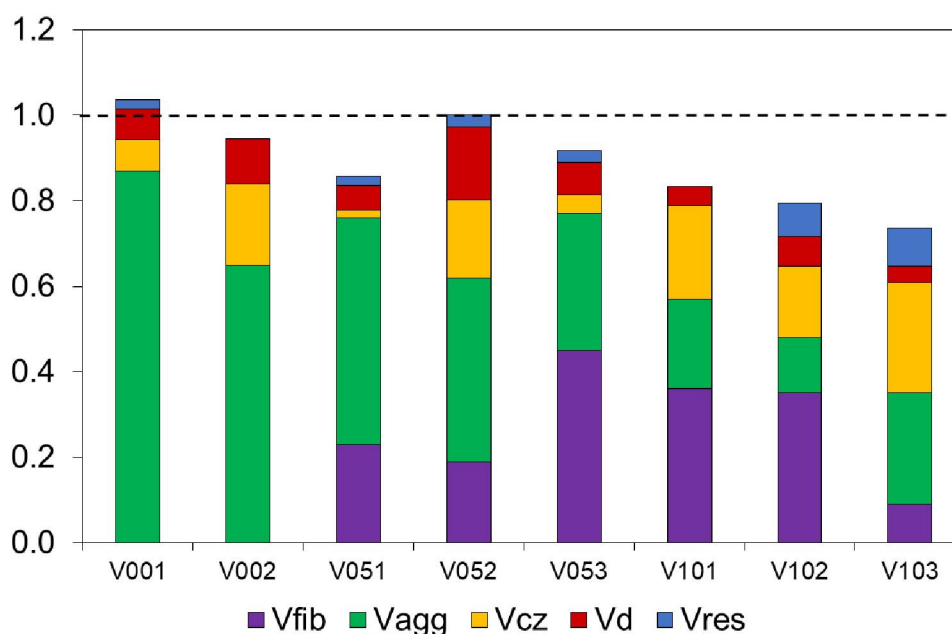


Figura 58: Soma dos mecanismos de transferência de força cortante referente à  $V_{max}$

Na Figura 58, ao avaliar as vigas sem fibras (V001 e V002) é perceptível que as equações utilizadas para os mecanismos de transferência de força cortante foram eficientes. Ao se avaliar o somatório dos mecanismos, nota-se uma proximidade entre o valor calculado e o valor experimental. É, portanto, um indicativo que as equações e hipóteses adotadas neste trabalho são condizentes com a realidade de uma estrutura real de concreto armado sem armadura transversal.

Entretanto, ao se adicionar fibras de aço e tentar mensurar o valor total de força cortante somando-se os mecanismos, os valores se afastam do obtido experimentalmente. Com exceção da viga V052, nenhuma outra análise chegou próxima do valor obtido de  $V_{max}$ , como no caso das vigas sem fibras. Reitera-se, portanto, a necessidade de um modelo que represente melhor a parcela do mecanismo das fibras de aço.

Os resultados obtidos nas presentes análises podem ser contrastados com os alcançados por Resende (2020), cuja abordagem metodológica é similar àquela empregada neste estudo. Observou-se que a zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ) também manifestou sensibilidade à forma da fissura, com substanciais contribuições no momento de ruptura ( $V_{max}$ ). Por outro lado, o efeito de pino ( $V_d$ ) evidenciou baixas contribuições, corroborando os resultados

apresentados nas análises apresentadas neste trabalho. Em situações de elevadas cargas e no instante de ruptura ( $V_{max}$ ), as fibras constituíram o mecanismo preponderante, ratificando também as análises supracitadas. A tensão residual ( $V_{res}$ ) proveniente do estudo de Resende (2020) revelou-se mais expressiva em termos de contribuição em comparação às vigas do presente estudo. Contudo, outras considerações relativas à aplicação deste mecanismo foram utilizadas. Houve uma discrepância entre o trabalho do autor e as análises empreendidas aqui em relação à contribuição do engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ). Em relação ao estudo de Resende (2020), percebeu-se uma tendência de diminuição na contribuição do engrenamento dos agregados à medida que mais fibras foram incorporadas ao concreto, e conseqüentemente, tendo um aumento na abertura de fissura ( $w$ ). Fato esse também observado no presente trabalho. Entretanto, nas vigas contendo 1,0% de fibras em sua composição, a contribuição desse mecanismo foi praticamente nula, divergindo dos valores encontrados e exibidos na Figura 59. Importante salientar que o modelo utilizado para representar o engrenamento dos agregados de Resende (2020), foi construído com base na medição da superfície de rugosidade de ruptura do ensaio de *push off*, enquanto no presente trabalho, a avaliação se deu pelo modelo RCM.

#### 5.4.2 Engrenamento dos agregados e fibras ao longo do processo de fissuração

A avaliação dos mecanismos de transferência de força cortante durante o processo de fissuração das vigas é crucial para a compreensão do comportamento estrutural do CRFA. É possível identificar, de forma qualitativa, a interação entre esses mecanismos ao longo do processo, o que proporciona explicações racionais, como demonstrado no capítulo 4. Desta forma, os modelos de engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) e contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) são calculados ao longo do processo de fissuração das vigas com CRFA.

Importante apontar que para essa parte de apresentação dos resultados, as vigas sem fibras (V001 e V002) não foram abordadas, já que um dos focos é a apresentação do próprio mecanismo das fibras de aço.

A seguir, são apresentadas as Figuras 59, 60 e 61, as quais ilustram a abertura ( $w$ ) e o deslizamento ( $\delta$ ) das vigas contendo 0,5% de fibras de aço em sua composição, juntamente com os 3 modelos anteriormente citados de engrenamento dos agregados (TPM linear, RCM e CDM) e a contribuição das fibras (PfyI, UVEM e SDEM). Por sua vez, as Figuras 62, 63 e 64 realizam análises semelhantes, porém referentes às vigas com 1,0% de fibras de aço na composição. Nestas figuras, tanto os modelos de engrenamento dos agregados quanto da contribuição das fibras são apresentados desde o instante de início da fissura diagonal crítica ( $V_{crit}$ ), até a ruptura das vigas ( $V_{max}$ ). Os valores obtidos dos mecanismos são divididos pela força cortante pontual ( $V$ ), a fim de representar a parcela destinada a cada um dos mecanismos durante o ensaio.

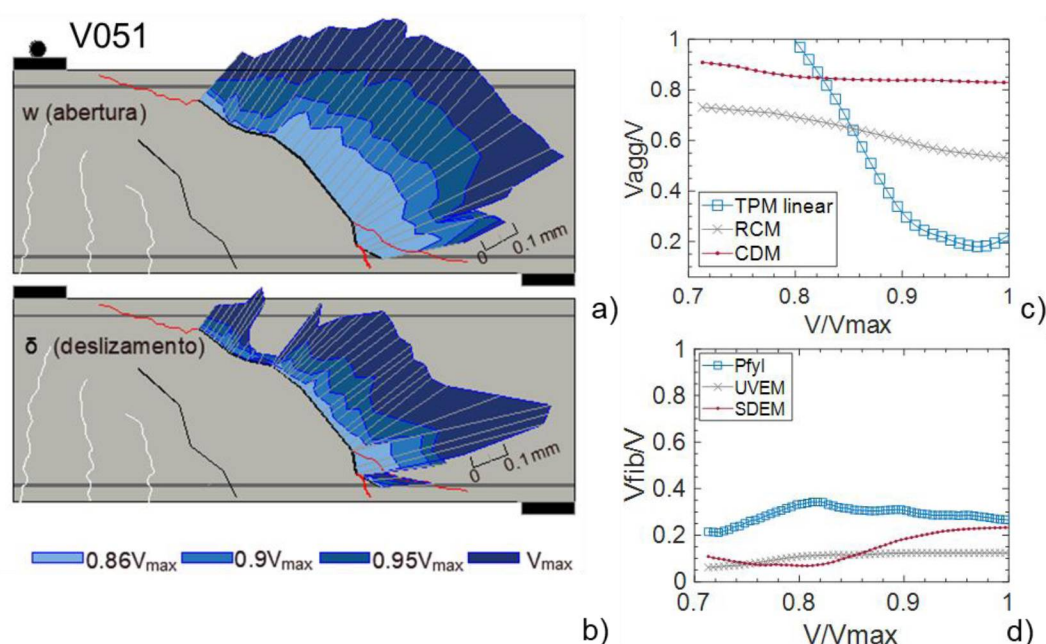


Figura 59 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V051

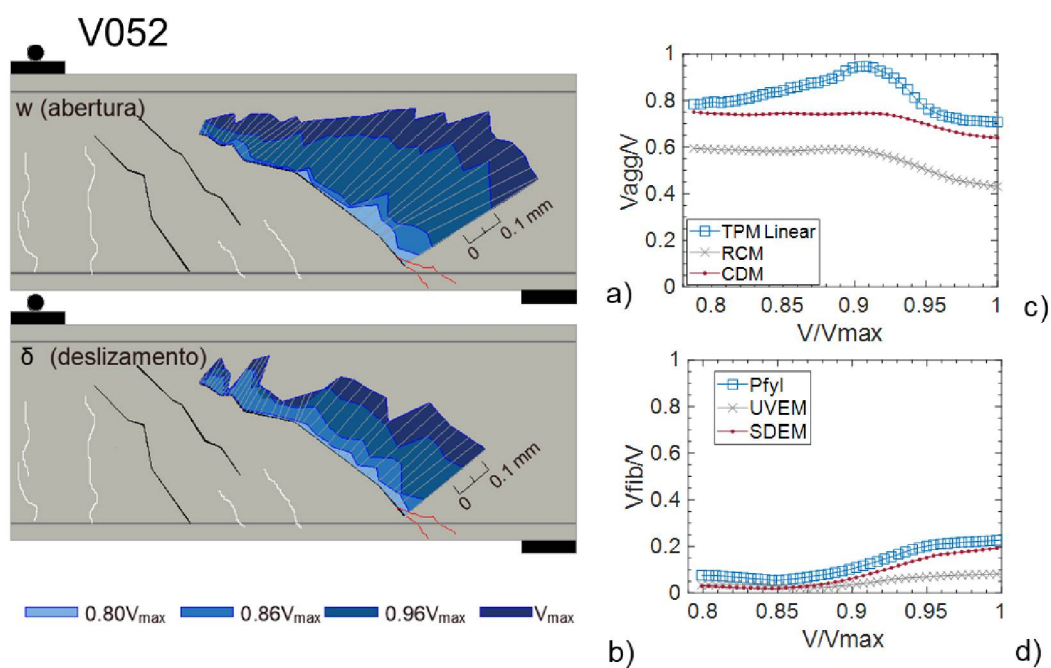


Figura 60 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V052

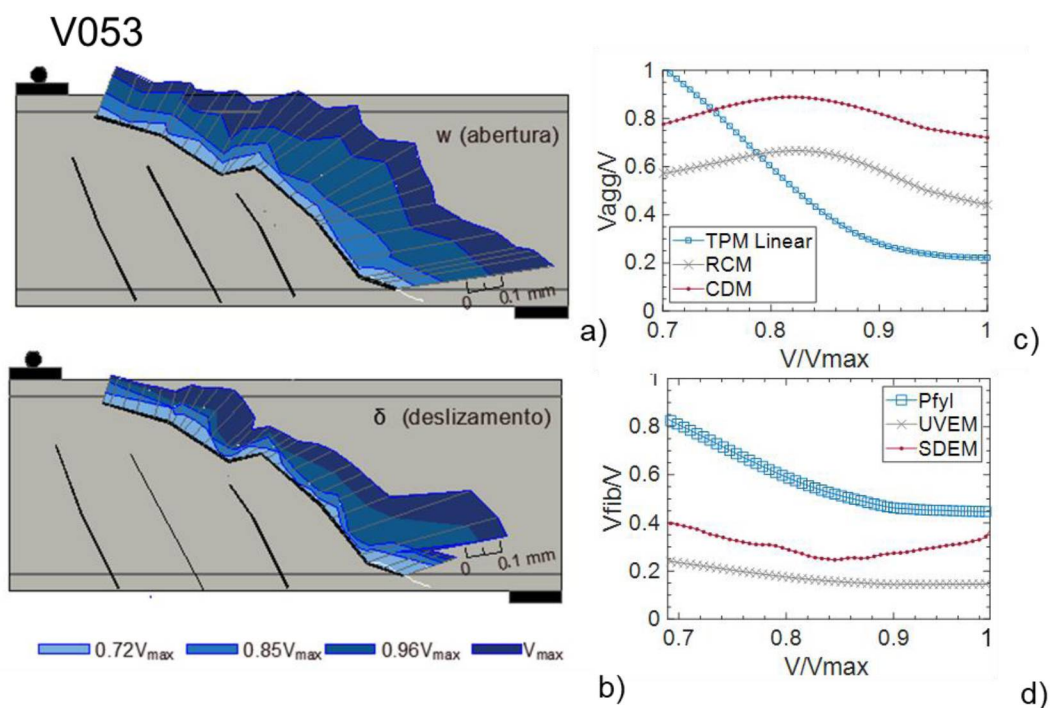


Figura 61 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V053

Nas vigas apresentadas, percebe-se que de maneira geral, o engrenamento dos agregados representou uma parcela expressiva do total de

força cortante ao longo do ensaio, conforme discussão no capítulo 4 e também como já havia sido apontado na Figura 58. A equação de Walraven para o TPM linear (Walraven, 1981) mostra-se superestimando os valores no início da fissura crítica nas vigas V051 (Figura 59) e V053 (Figura 61). Estudos anteriores de Campana, Ruiz e Muttoni (2014) e Huber, Huber e Kollegger (2016) também observaram essa superestimação nos casos em que as fissuras têm inclinação acentuada. Por outro lado, os modelos CDM e RCM apresentam comportamentos semelhantes ao longo do ensaio, com valores elevados, mas menos expressivos no caso do RCM. Esses resultados confirmam as conclusões do capítulo 4, evidenciando que, independentemente do modelo adotado, a contribuição do engrenamento dos agregados diminui à medida que a abertura da fissura se desenvolve.

Também, ao se avaliar o deslizamento ( $\delta$ ) nos instantes finais nas Figura 59-b, 60-b e 61-b, nota-se como o mesmo continua se desenvolvendo em algumas parcelas da fissura, simultaneamente à abertura ( $w$ ). Isso pode explicar por que o engrenamento dos agregados apresenta valores elevados ainda ao final da capacidade de carga da viga, mesmo em trechos com aberturas ( $w$ ) acentuadas.

Ainda, atenta-se para as variações nas curvas das respostas de engrenamento dos agregados. Os modelos analisados nesse estudo são influenciados pela abertura ( $w$ ) e pelo deslizamento ( $\delta$ ) das fissuras, bem como pela relação entre essas grandezas  $r$  ( $r = \delta/w$ ) (RESENDE; CARDOSO; SHEHATA, 2021b; KAUFMANN *et al.*, 2019; SAGASETA e VOLLUM, 2011). A variação da relação  $r$  ao longo do ensaio tem um impacto direto nos valores obtidos pelos modelos. À medida que a cinemática da fissura varia, com alterações nas relações de deslizamento ( $\delta$ ) e abertura ( $w$ ), o parâmetro  $r$  é conseqüentemente modificado. Essas mudanças alimentam as equações e contribuem para as oscilações observadas nos resultados experimentais.

Como a contribuição dos mecanismos é dada pela somatória de cada trecho da fissura, entende-se que a relação  $r$  pode ser significativamente diferente em trechos distintos. Ou seja, há variação dos deslocamentos relativos e conseqüentemente da relação  $r$  nos trechos de uma mesma fissura, que repercutem nos valores dos mecanismos de transferência de força cortante. Para exemplificar este fato, a Figura 62 mostra a viga V052 como exemplo da

variação do parâmetro  $r$  ao longo do ensaio. Foi apresentado o valor do parâmetro em dois pontos distintos, sendo eles o mais superior e o mais inferior da medição através da DIC.

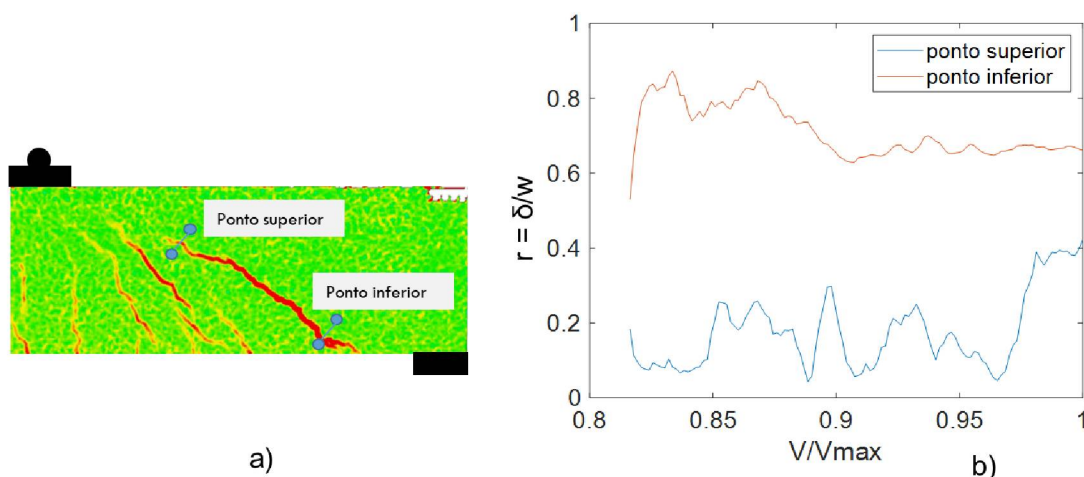


Figura 62 - a) Viga V052 com indicação dos pontos superior e inferior e b) medida do parâmetro  $r$  para ambos os pontos

É possível, portanto, observar na Figura 62 a diferença do parâmetro  $r$ , tanto na ordem de grandeza quanto na variação dos valores.

A respeito dos três modelos testados para a contribuição das fibras, de maneira geral percebe-se uma tendência à diminuição da contribuição conforme a fissura se desenvolve, com exceção da viga V052, onde houve um aumento sutil ao final do ensaio. Além disso, também percebe-se a baixa contribuição das fibras na viga V051 e V053.

Seguindo com a mesma linha de raciocínio, são apresentados os resultados para as vigas com 1,0% de fibras de aço na composição.

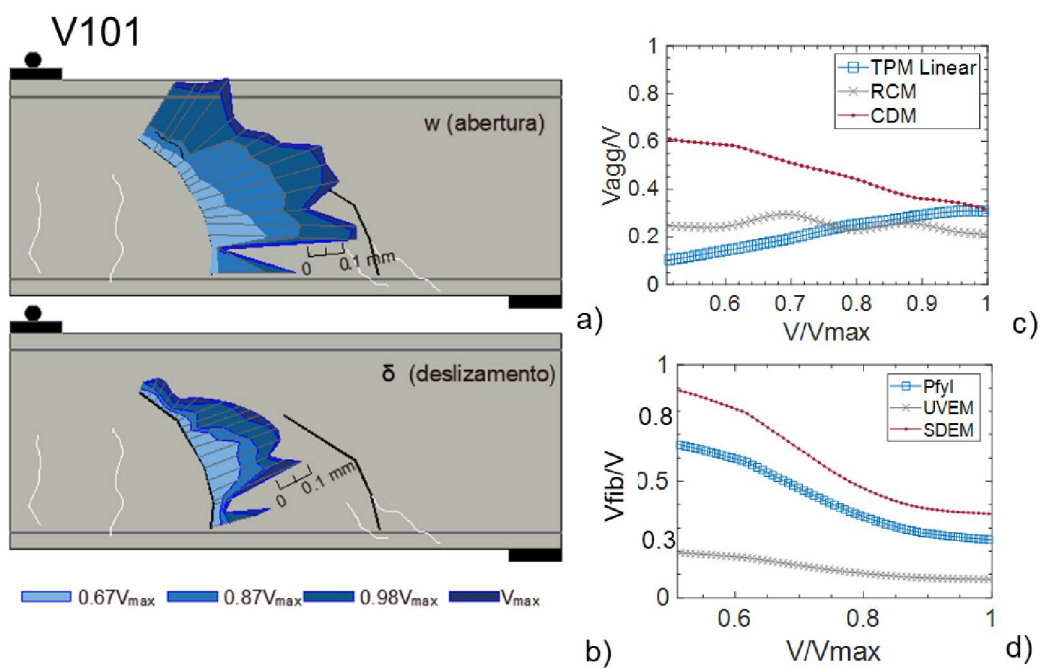


Figura 63 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V101

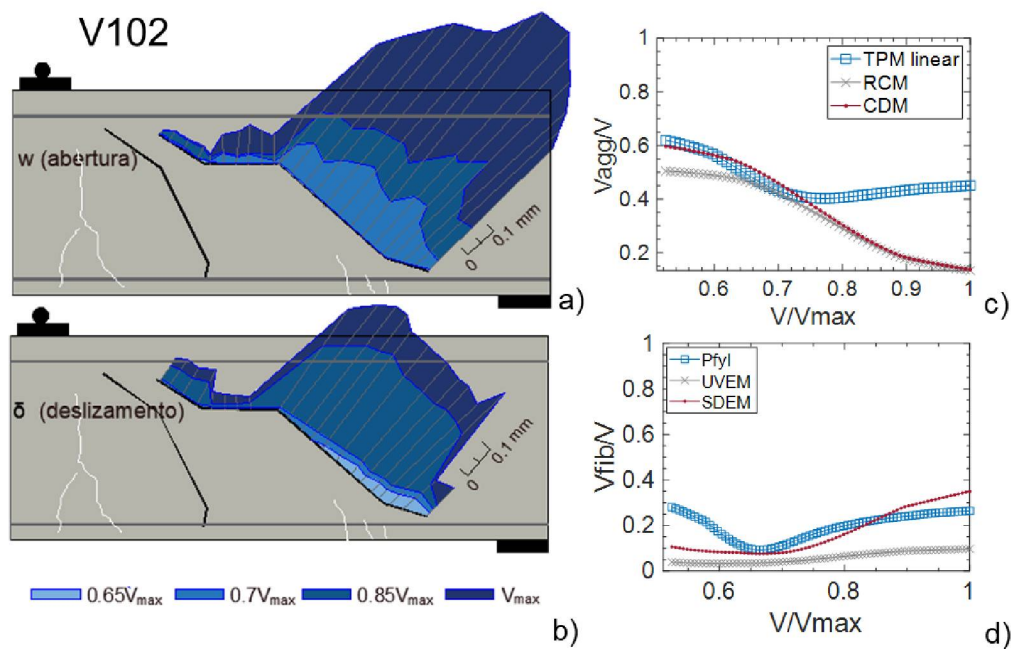


Figura 64 - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V102



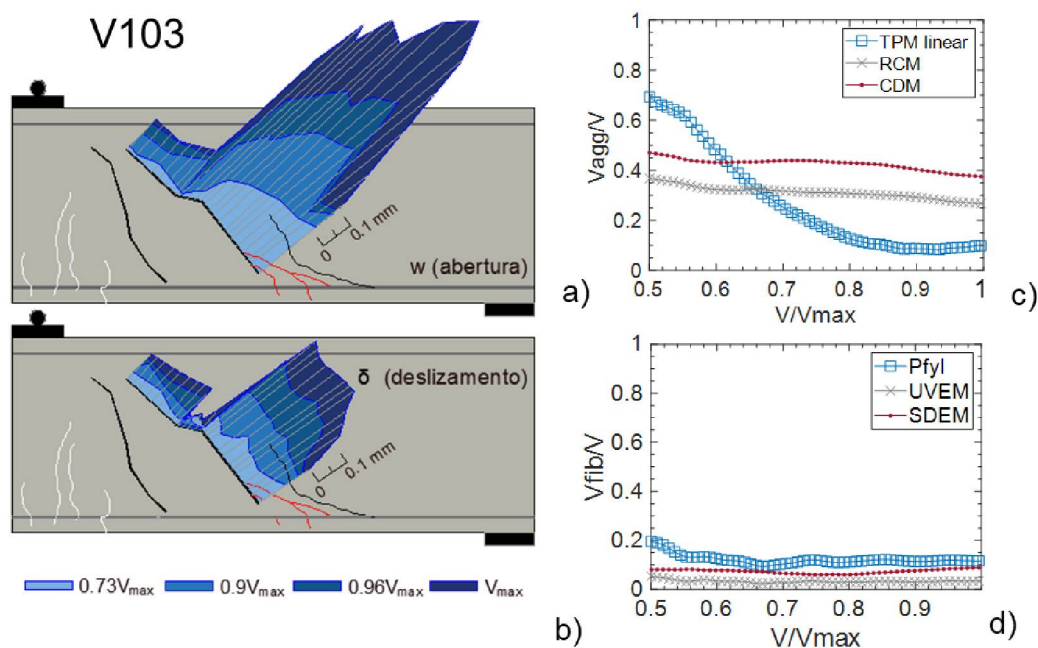


Figura 65: - a) Abertura, b) deslizamento) modelos de engrenamento dos agregados e d) modelos de contribuição das fibras para a viga V103

Os modelos de engrenamento dos agregados mantiveram comportamento semelhantes nas vigas com 1,0% de fibras de aço, quando comparados com as vigas com 0,5% de fibras. O modelo RCM e CDM se assemelhando ao longo do ensaio, enquanto o TPM linear mostrou ser distinto. Entretanto, houve a diminuição da contribuição do engrenamento dos agregados de forma geral, sendo expressivamente menor do que nas vigas com 0,5% de fibras.

Este comportamento da diminuição do engrenamento dos agregados em um concreto com mais fibras já havia sido relatado em Resende (2020) e Lantsoght (2019a e 2019b), em função da maior abertura de fissura ( $w$ ) que as fibras proporcionam próximo à ruptura.

De forma geral, os modelos testados para a parcela das fibras apresentaram uma tendência à diminuição conforme o desenvolvimento da fissura. Nas vigas V102 e V103 a contribuição das fibras de aço foi expressivamente baixa, sendo menor que nas vigas com 0,5% de fibras na composição. A viga V101 apresentou valores maiores dessa contribuição, mas mesmo assim, tendência ao decréscimo dessa parcela.

Os modelos de *pullout* usados para representar as fibras têm uma lei genérica de tensão de aderência em função da resistência à tração do concreto

semelhantes entre si, onde a tensão proveniente das fibras aumenta até um limite de abertura de fissura “ $u_0$ ,” chamado de “ativação da fibra”. Após isso, o estágio de arrancamento é onde a fibra perde gradativamente resistência, como pode ser observado na Figura 66 (KAUFMANN *et al.*, 2019).

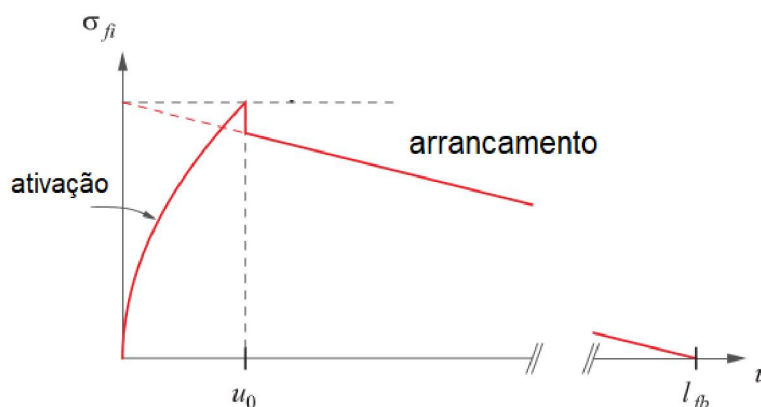


Figura 66: Lei de tensão de aderência versus abertura de fissura proveniente do ensaio de arrancamento

Fonte: adaptado de Kaufmann *et al.* (2019)

Entretanto, esses modelos são baseados no próprio ensaio de arrancamento, onde uma única fibra é arrancada da matriz de concreto. Em uma situação real, aproximada pelos ensaios apresentados aqui, a fissura se propaga e se desenvolve ao passo que mais carregamento é aplicado. Ou seja, à medida que a fissura se desenvolve, mais “área de ativação” das fibras podem surgir. Mesmo que as fibras de aço sejam ativadas somente até um limite  $u_0$ , quanto mais a fissura se propaga, mais trechos da fissura detém fibras em estágio de ativação, mesmo que em outros trechos tenham fibras já em estágio de arrancamento.

Ainda, o trabalho de Mineiro (2022) avaliou a força de arrancamento das fibras em ensaios com fibra única, e também com maior quantidade. Foi percebido que a carga de arrancamento nos ensaios com mais fibras, dividindo o valor total pelo número de fibras, era muito maior do que o ensaio com uma única fibra sendo arrancada, nas mesmas condições, chegando a 92% de diferença. Segundo a autora, os resultados obtidos em ensaios de arrancamento não podem ser rigorosamente aplicados às propriedades de interface do CRFA, pois é necessário avaliar os parâmetros que afetam a iniciação e propagação da fissura. Isso ocorre porque, nos ensaios de arrancamento, a fissura da matriz é representada por uma superfície livre, o que cria uma barreira adicional para o

processo de descolamento. No composto real, no entanto, a ativação das fibras como pontes de transferência de tensão requer uma fissura crescente na matriz que é desviada na interface fibra-matriz. Quando a fissura principal cruza a fibra, algum descolamento provavelmente já ocorreu devido às tensões impostas (LARANJEIRA; MOLINS; AGUADO, 2010). Portanto, as configurações padrões dos ensaios de arrancamento podem levar a condições instáveis devido ao aumento artificial de carga introduzido para iniciar o processo de descolamento. Assim, os modelos provenientes do ensaio, como os avaliados neste capítulo, podem não traduzir fielmente o comportamento de uma estrutura real, corroborando com as conclusões encontradas.

Além disso, mesmo com discrepâncias de ideias entre os mecanismos de transferência de força cortante, BERNAT *et al.*, (2020), Lantosght (2019a) Soetens e Matthys (2017) e Zarrinpour e Chao, (2017), por exemplo, concordam que a maior capacidade portante de vigas de CRFA para altos níveis de carregamento é atrelado às fibras. Dessa forma, espera-se que a parcela de contribuição das fibras tenha uma tendência de aumento ao final do ensaio, sendo preponderante com relação aos demais mecanismos atuando.

#### 5.4.3 Modelo proposto para parcela de contribuição das fibras de aço

O modelo proposto para representação das fibras de aço dentro do âmbito dos mecanismos responsáveis pela transferência de força cortante baseia-se no ensaio de tração na flexão. Ensaio este, dado como requisito de caracterização do CRFA pela NBR 16940:2022– Concreto reforçado com fibras - Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) - Método de ensaio, e também pelo FIB Model Code de 2010.

O ensaio de tração na flexão fornece como resposta uma curva força *versus* deslocamento, ou força *versus* CMOD (*crack mouth opening displacement* – abertura do entalhe do corpo de prova), sendo este último o utilizado no modelo proposto. Dessa forma, o diagrama gerado a partir do ensaio é considerado como a lei constitutiva de tensão ( $\sigma_{fib}$ ) *versus* abertura de fissura ( $w^*$ ), sendo considerado bilinear, através da equação de duas retas, conforme mostra a Figura 67. Importante ressaltar que a lei gerada é a partir dos resultados

do ensaio, somente. Para as vigas em questão, o diagrama é baseado na média dos resultados obtidos experimentalmente, explicitados no capítulo 3 (Tabela 4).

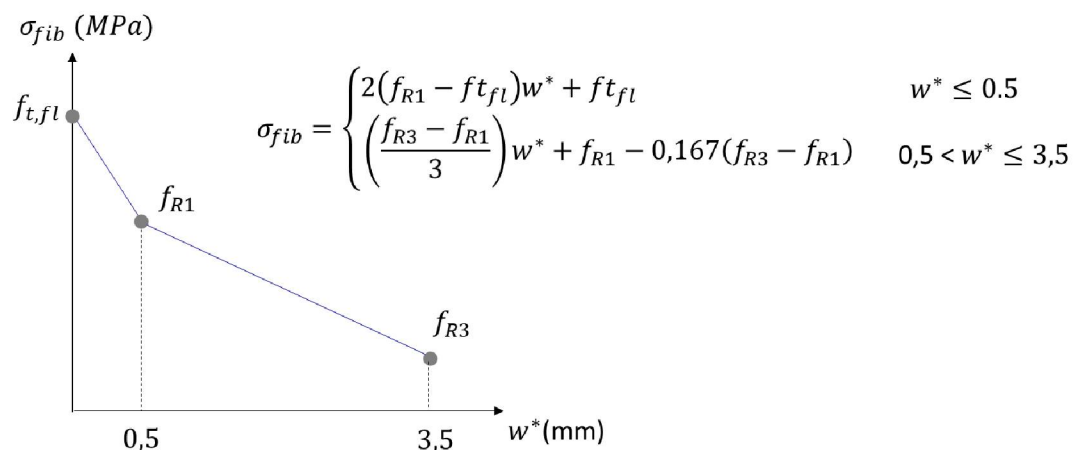


Figura 67: Curva tensão das fibras  $\sigma_{fib}$  versus abertura  $w^*$

Desprezando a rigidez das fibras na vizinhança da fissura e eventuais efeitos de fragmentação da matriz do concreto próximos aos pontos de embutimento das fibras, as tensões atuam na direção axial à fibra. Assim, a abertura considerada na lei constitutiva proveniente do ensaio de tração na flexão é:

$$w^* = \sqrt{w^2 + \delta^2} \quad (37)$$

As tensões são decompostas no eixo normal ( $\sigma$ ) e cisalhante ( $\tau$ ), conforme Kaufmann *et al.* (2019b) e Matos *et al.* (2020). Essa decomposição é dada em função do ângulo de arrancamento das fibras, obtido aqui através da metodologia DIC já explicitada anteriormente. A Figura 68 mostra a representação do modelo proposto, de acordo com as hipóteses adotadas.

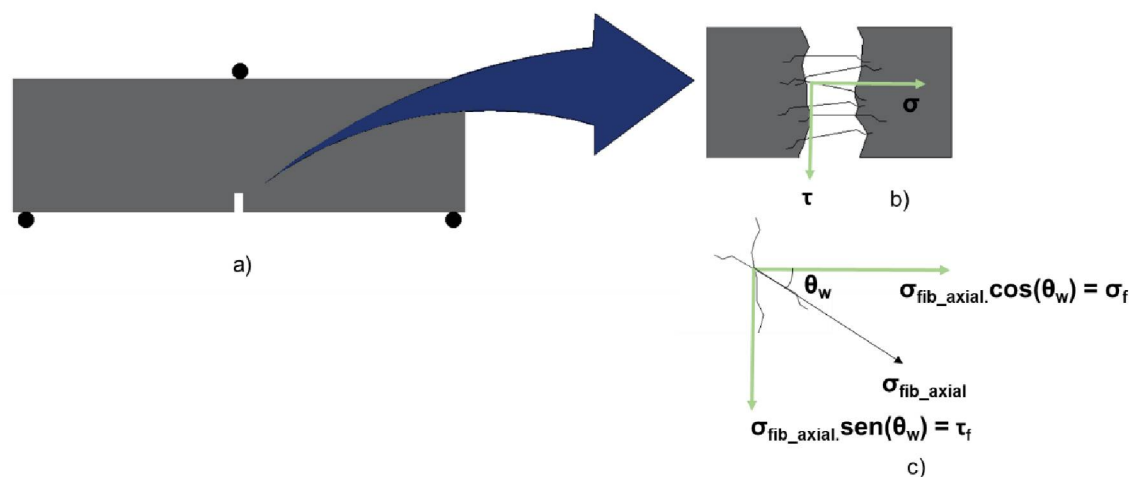


Figura 68: Representação do modelo proposto, a partir de a) ensaio de tração na flexão, b) considerando eixo normal e tangencial e c) a decomposição pelo ângulo de arrancamento

Assim, as tensões referentes à atuação das fibras são dadas por:

$$\sigma_{fib} = \sigma_{fib\_axial} \cdot \cos(\theta_w) \quad (38)$$

$$\tau_{fib} = \sigma_{fib\_axial} \cdot \sin(\theta_w) \quad (39)$$

O ângulo  $\theta_w$  é dado, negligenciando qualquer rotação das faces da fissura:

$$\theta_w = \arctan\left(\frac{\delta}{w}\right) \quad (40)$$

O modelo proposto baseia-se na ideia de que é razoável representar uma lei de tensão por abertura de fissuração através de um ensaio experimental que tem como resultado exatamente essas variáveis. Todavia, entende-se que não é uma equação de uso prático no âmbito de aplicação em projeto. A finalidade é aliar o uso do DIC com a aferição dos deslocamentos relativos, para se ter um entendimento amplo do comportamento dos mecanismos de transferência de força cortante, e o quanto as fibras de aço impactam nesse quesito.

Conforme exposto, a hipótese aqui adotada é que as fibras têm um crescimento na preponderância da sua capacidade de transferir força cortante. Hipótese essa adotada em virtude do desenvolvimento da fissura crítica, onde conforme a fissura se propaga, mais área de ativação das fibras são levadas em

conta. Os modelos do ensaio de arrancamento (Pfyl, UVEM e SDEM) acabaram representando uma contribuição majoritariamente decrescente, inerente ao resultado obtido pelo ensaio de arrancamento. Além disso, não houve um aumento significativo na contribuição das fibras quando a dosagem era maior (de 0,5% para 1,0%).

Assim, a Figura 69 mostra a curva da contribuição das fibras obtidas com o modelo proposto para a viga do concreto C0.5 e C1.0, onde é possível perceber que, além da contribuição crescente, houve uma diferença expressiva nos valores entre as fibras com dosagens diferentes.

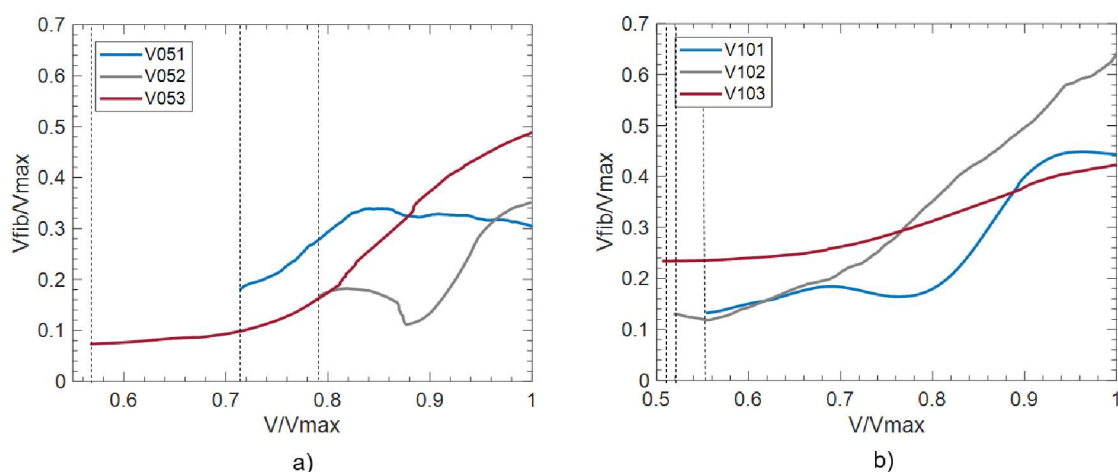


Figura 69 - Curvas da contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) em relação à força cortante máxima ( $V_{max}$ ) para a) vigas com 0,5% de fibras e b) 1,0% de fibras na composição

Conforme observado na Figura 67, o modelo proposto é em função da abertura ( $w$ ) e do deslizamento ( $\delta$ ), como os modelos provenientes do ensaio de arrancamento testados anteriormente, e como os modelos de engrenamento dos agregados. Dessa forma, a equação também é sensível à mudança desses deslocamentos relativos, e da relação entre eles, podendo explicar a variação nas curvas apresentadas na Figura 69.

Também é importante observar que na Figura 69 percebe-se que na ruptura, a contribuição das fibras é mais alta do que o que foi apresentado com os modelos de Pfyl, UVEM e SDEM. Além disso, houve uma diferença mais acentuada, e para mais, quando comparadas as vigas com 0,5% e 1,0% de fibras de aço na composição. Dessa forma, para altos níveis de carregamento, as fibras

de aço atuam como o mecanismo mais preponderante de transferência de força cortante.

#### 5.4.4 Mecanismos ao longo do processo de fissuração

As Figuras 70-75 apresentam os mecanismos de transferência de força cortante ao longo do processo de ruptura das vigas esbeltas. É apresentado o somatório de todos os mecanismos com relação à  $V_{max}$  no eixo das coordenadas. No eixo das abcissas tem-se a relação da força cortante pontual pela  $V_{max}$ . Ressalta-se que para o engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) foi utilizado o RCM, e para a contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) foi utilizado o modelo proposto no item 5.5.

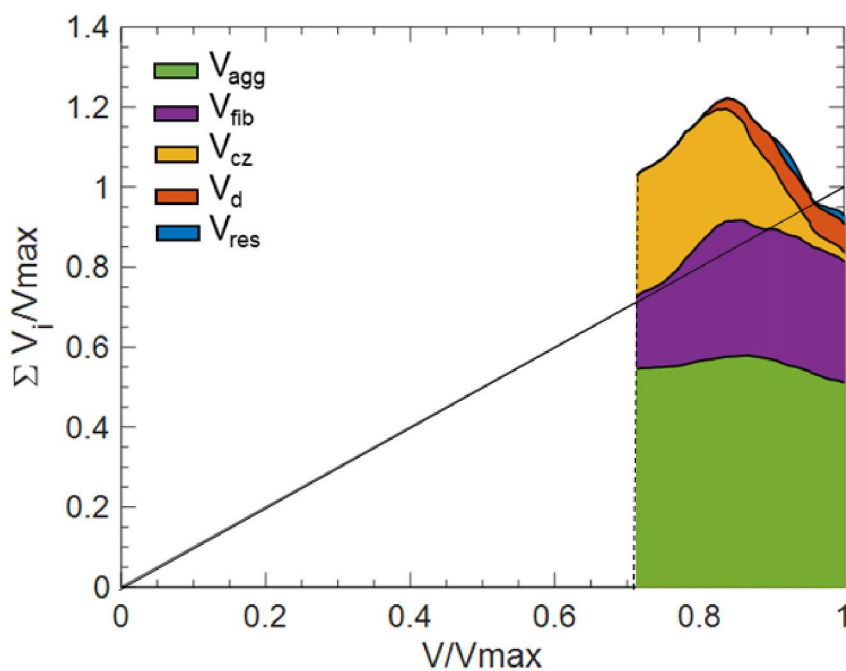


Figura 70 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V051

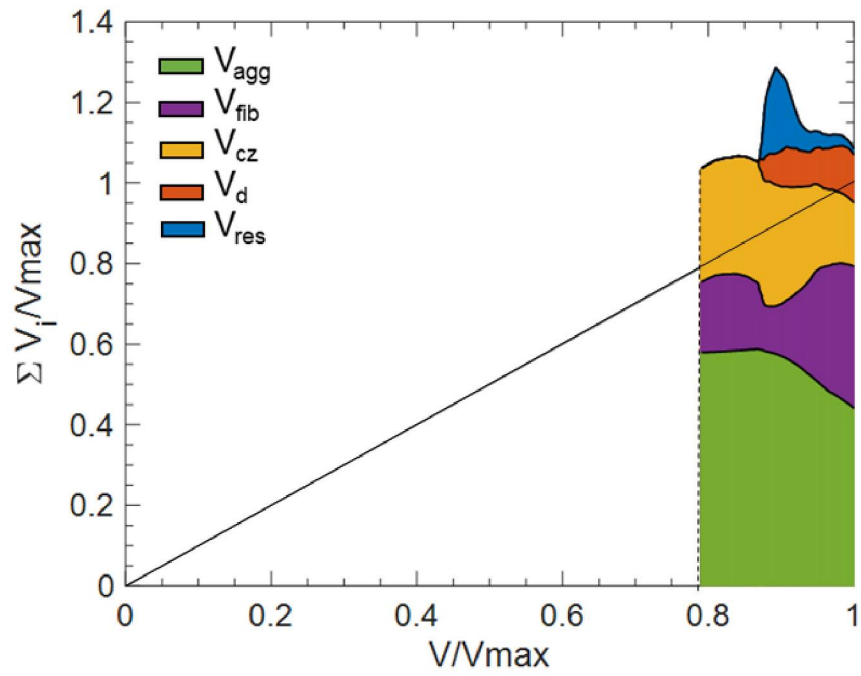


Figura 71 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V052

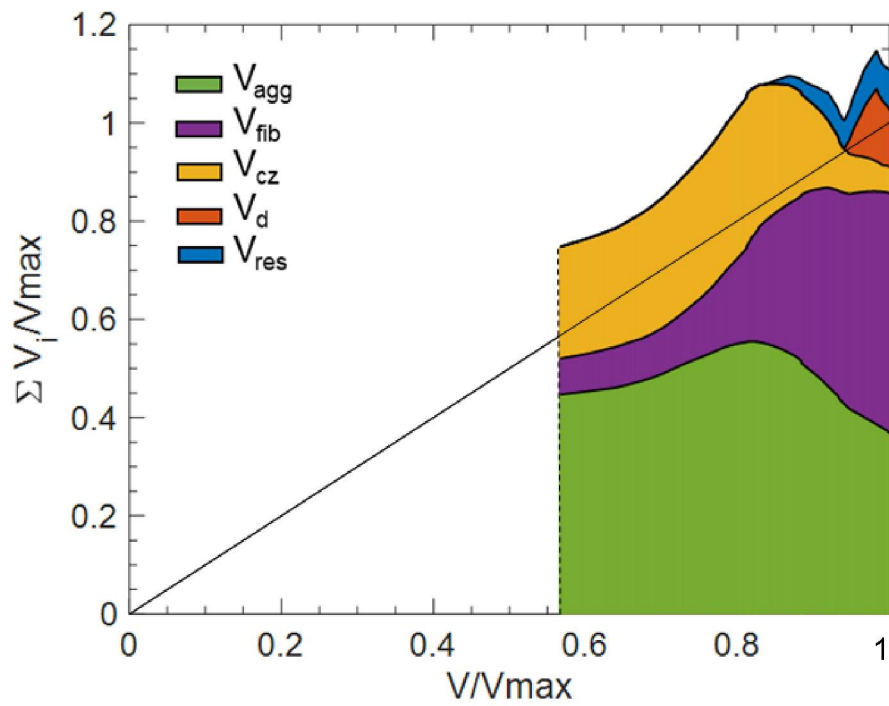


Figura 72 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V053



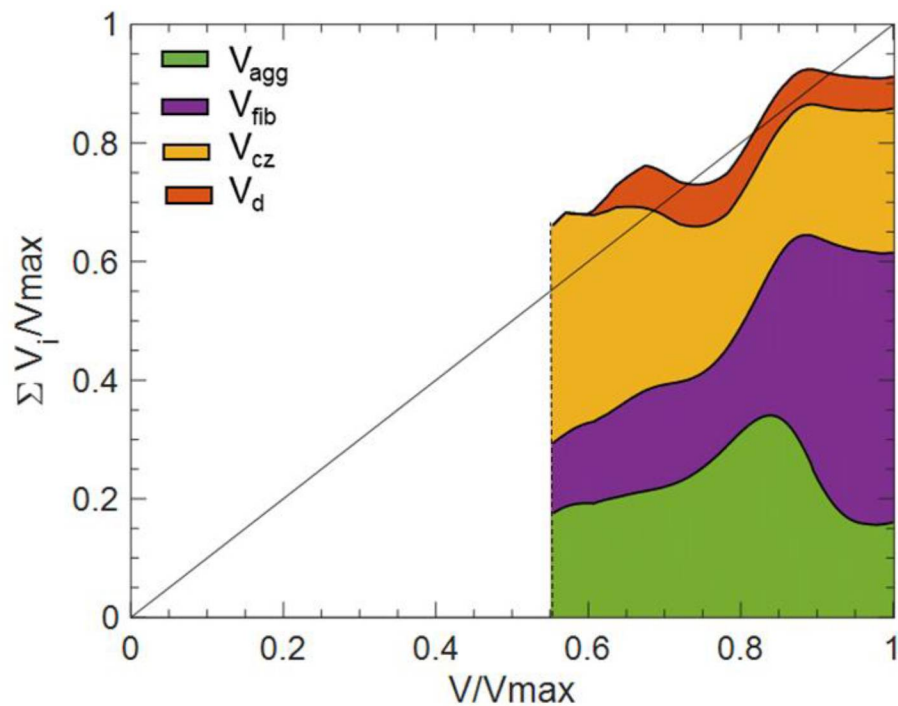


Figura 73 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V101

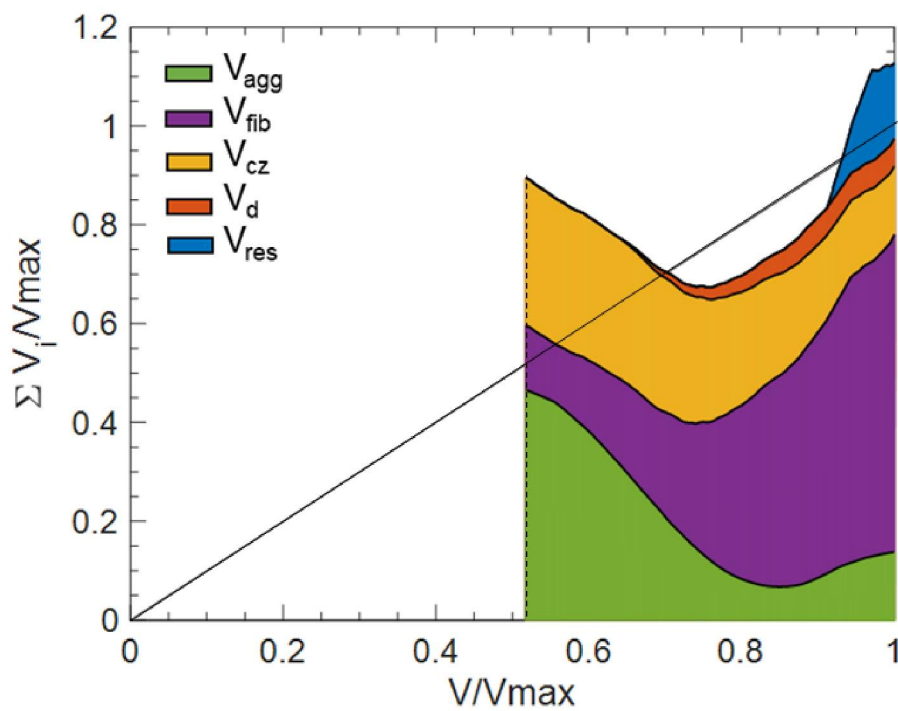


Figura 74 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V102

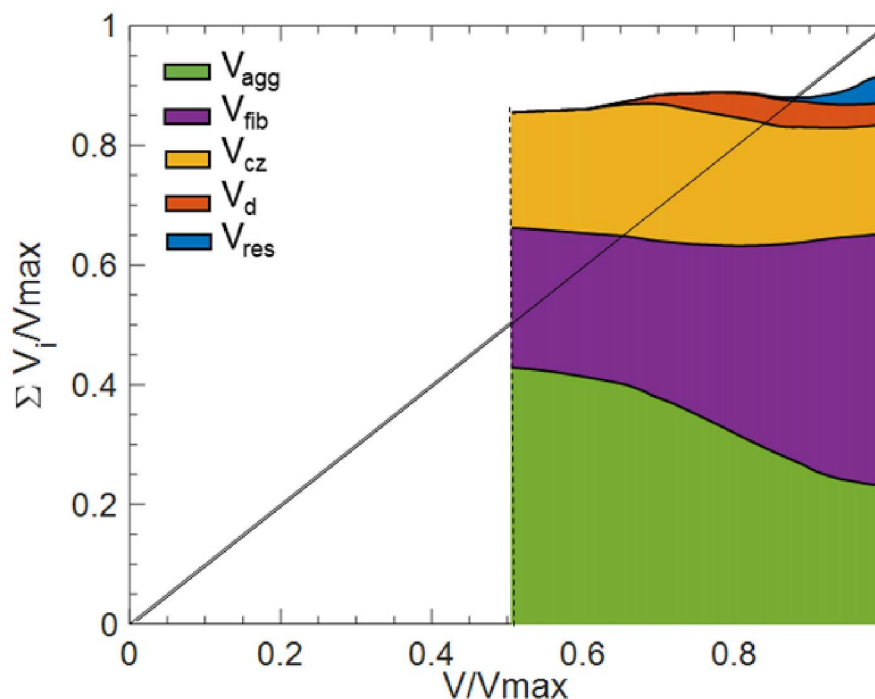


Figura 75 - Mecanismos de transferência de cisalhamento da viga V103

Ao analisar as figuras 70-75, constata-se que, embora em certos trechos a soma dos mecanismos tenha ultrapassado o valor da força cortante, indicando uma superestimação dos valores, ao longo do processo de ruptura, os resultados se mantiveram coerentes. Em níveis mais elevados de carregamento, notou-se, em geral, uma diminuição no engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), ao passo que a contribuição das fibras ( $V_{fib}$ ) foi ampliada.

A parcela referente à zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ) também foi diminuindo, enquanto a altura da zona comprimida foi diminuindo. Entretanto, com as análises apresentadas aqui, não se confirmam as hipóteses apresentadas no trabalho de Zarrinpour e Chao (2017), onde os autores afirmam que o ganho de resistência e ductilidade do CRFA é inerente ao aumento da altura não fissurada de concreto. Conforme já observado no capítulo 4, não foi possível traçar uma relação entre aumento da zona comprimida não fissurada e volume de fibras. A força cortante referente a esse mecanismo teve decréscimo ao longo do processo de fissuração, conforme observado em Resende (2020), Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018b) e Huber; Huber e Kollegger (2016).

A ação de pino ( $V_d$ ) e a força residual de tração ( $V_{res}$ ) seguiram tendo suas parcelas de contribuição menos expressivas, conforme já apresentado anteriormente.

O engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) ainda possui valores altos, principalmente no início da fissuração. Importante ressaltar aqui a restrição imposta na equação do RCM, onde a mesma só é válida para  $w \geq 0,05$  mm. Apesar dos valores iniciais altos, e possivelmente superestimados, a representação física do engrenamento dos agregados vai ao encontro da teoria encontrada em trabalhos como Zarrinpour e Chao (2017), Kaufmann *et al.* (2019) e Matos *et al.* (2020), onde o mecanismo diminui à medida que a fissura se propaga.

De forma geral, percebeu-se a dependência dos mecanismos da cinemática da fissuração. Vigas com comportamentos mecânicos e fissuração visualmente similares podem ter a distribuição dos mecanismos de transferência de força cortante distintos. Observação essa constatada pelas análises apresentadas nas figuras 70-75, corroborando com Bi *et al.* (2021), Cavagnis, Ruiz e Muttoni (2018a); Ruiz, Muttoni e Sagaseta (2015), Lantsoght (2019a) e Nouri *et al.* (2021).

## 5.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma análise detalhada dos mecanismos de transferência de força cortante em vigas esbeltas. Foram avaliados três modelos para representar o engrenamento dos agregados e três modelos para avaliar a contribuição das fibras de aço. As curvas de força cortante versus  $V/V_{max}$  evidenciaram as discrepâncias entre os modelos de engrenamento dos agregados, com possíveis superestimação dos valores nos trechos iniciais de abertura de fissura.

A respeito dos objetivos deste capítulo, pode-se concluir que os 3 modelos de engrenamento dos agregados, TPM linear, RCM e CDM possuem discrepâncias entre si, tanto na representação da curva ao longo da fissuração, quanto no valor referente à  $V_{max}$ . Os modelos RCM e CDM são sensíveis à variação da relação  $r = \delta/w$ , e mostram oscilações na curva de resposta da contribuição do engrenamento dos agregados ao longo do ensaio. Não foi

perceptível nenhuma mudança brusca de comportamento das vigas em pontos extremos dessas oscilações, delegando esse fato à variação da relação  $r$ . O TPM linear, em virtude da sua menor complexidade matemática, apresentou um comportamento mais discrepante com relação aos outros dois testados. Os 3 modelos parecem apresentar algum nível de superestimação dos resultados, principalmente no início do desenvolvimento da fissura.

A contribuição mais expressiva das análises deste capítulo diz respeito aos modelos de arrancamento para representação das fibras de aço como mecanismo de transferência de força cortante. Os modelos de Pfyl, UVEM e SDEM mostraram, no geral, uma mesma tendência de comportamento. O modelo de Pfyl, com mais discrepâncias entre os outros dois, cuja oscilação maior dos valores ao longo do ensaio também foi creditada à variação do parâmetro  $r$ . O UVEM e o SDEM são modelos mais robustos, com mais parâmetros de entrada, dependendo de outras variáveis que não somente a variação de abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ), apresentando curvas com menos oscilações de valores quando comparadas ao modelo de Pfyl. Entretanto, a contribuição das fibras ao utilizar estes modelos mostrou-se baixa no instante de ruptura, e não corroborando com a afirmativa de que as mesmas são preponderantes nesta situação. Além disso, a contribuição desta parcela ao se compararem as vigas com 0,5% e 1,0% de fibras na composição, diminuiu com o aumento de dosagem de fibras (29% de  $V_{\max}$  para C0.5 e 23% de  $V_{\max}$  para C1.0, com o modelo SDEM, na média). Comportamento este, indicativo da má representação mecânica do fenômeno, e delegado às diferenças entre o comportamento de vigas reais e do ensaio de arrancamento, de onde as equações são provenientes.

Com base na dificuldade de se representar as fibras de aço como mecanismo de transferência de força cortante, o modelo proposto, com base no ensaio de tração na flexão, apresentou resultados mais coerentes com a atuação das fibras de aço. As curvas de resposta ao longo do ensaio mostraram um crescimento da contribuição das fibras ao passo que a fissura se desenvolve, e o engrenamento dos agregados perde preponderância. Na ruptura, as vigas do concreto C0.5 mudaram a porcentagem de fibras, antes  $0,29V_{\max}$  para  $0,38V_{\max}$ , e para o concreto C1.0 foi de  $0,23V_{\max}$  para  $0,5V_{\max}$ , em média. Ainda, utilizando o modelo proposto para as fibras, e o modelo RCM para o engrenamento dos

agregados, os valores de cada mecanismo se aproximaram da força cortante aplicada em  $V_{max}$ .

Ainda, os mecanismos de transferência de força cortante de tensão residual ( $V_{res}$ ), e ação de pino ( $V_d$ ) tiveram as menores parcelas de contribuição nas vigas avaliadas. A parcela delegada à zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ) é alta e por vezes dominante no início da fissuração, em função justamente da altura não fissurada maior, e menor no instante de ruptura. Dessa forma, os mecanismos preponderantes na ruptura das vigas de CRFA aqui avaliadas foram o engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) e as fibras de aço ( $V_{fib}$ ).

Contrariando alguns trabalhos da literatura, como Zarrimpour e Chao (2017) e Bi *et al.* (2021), porém concordando com Matos *et al.* (2020), Kaufmann *et al.* (2019) e Soetens e Matthys (2017), o engrenamento dos agregados mostrou valores expressivos para altos níveis de carregamento, mesmo com o já esperado acréscimo de abertura de fissura das vigas com fibras, em relação às vigas sem fibras. A generalização de que no CRFA o engrenamento dos agregados é desprezível pode ser conservadora demais para níveis de projeto, e errônea para fins de explicação de comportamento do material, já que a abertura de fissuração é bastante variável, mesmo entre materiais semelhantes. Esta observação, já elucidada no capítulo 4, foi corroborada com as análises apresentadas aqui.

Além do modelo proposto para a representação das fibras, as análises apresentadas dos mecanismos ao longo do processo de fissuração são resultados que não haviam sido reportados na literatura para o CRFA, até o presente momento. A discussão acerca da análise dos mecanismos de transferência de força cortante sendo observados ao longo da propagação das fissuras, e não somente no instante da ruptura, possibilitou a percepção de que os modelos do ensaio de arrancamento não são eficientes para a representação das fibras de aço como mecanismo. A contribuição mais expressiva dos resultados apresentados se dá na discussão do impacto das fibras nos demais mecanismos, elencado por Lantsoght (2019a) como um passo importante no estudo do comportamento mecânico do CRFA.

## 6 MODELOS ANALÍTICOS DE RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE DO CRFA

### 6.1 INTRODUÇÃO

Apesar das diversas vantagens das fibras de aço em relação aos estribos convencionais, seu uso em vigas de CRFA ainda é limitado pela, entre outros fatores, falta de conhecimento adequado e diretrizes de projeto (STURM; VISINTIN; OEHLERS, 2021). Uma das formas de prever a resistência ao cisalhamento de tais vigas é através de equações empíricas com base em resultados experimentais. No entanto, essas equações no geral não conseguem capturar o efeito conjunto das fibras de aço com outros parâmetros relevantes na previsão da resistência ao cisalhamento e apresentaram limitações de precisão devido à sua dependência em dados experimentais específicos (KIM, 2021).

Apesar das investigações experimentais e de inúmeras equações analíticas propostas até o momento, os modelos divergem quando são expandidos para outros experimentos. Ou ainda, possuem certa complexidade matemática, necessitando de processos iterativos ou um grande número de parâmetros de entrada. Diante disso, torna-se imprescindível o desenvolvimento de modelos analíticos mais precisos e de fácil aplicação, que possam representar o comportamento mecânico real do material. Modelos sólidos e embasados em fundamentos físicos ajudam a estabelecer orientações e códigos de projeto que podem aumentar consideravelmente o uso do CRFA como material de construção (ADEL; MATSUMOTO; NAGAI, 2021; TUNG; BETSCHOGA; TUE, 2020).

Ainda, Lantsoght (2019b) e Li *et al.* (2021) relatam sobre simplesmente adicionar uma parcela de contribuição das fibras ao concreto ser uma aproximação rasa, tendo em vista que as fibras impactam em todos os mecanismos de transferência de força cortante. A aproximação da resistência máxima dada por " $V_c + V_{fib}$ ", sendo " $V_c$ " a resistência do concreto e " $V_{fib}$ " a das fibras, é como avaliar os comportamentos separadamente. Entretanto, é a tipologia de equação comumente adotada por normativas e códigos, como a NBR 16935 (2021), FIB Model Code (2013), RILEM TC 162-TDF (2003), e a

normativa espanhola Código Estructural de 2021 (BOE, 2021) que substituiu a EHE-08 (2008), em virtude da simplicidade matemática. Segundo Lantsoght (2019a e 2019b), ao se avaliar as equações dessas normativas em vigas disponíveis na literatura, os resultados tendem a ser conservadores, já que a natureza das expressões é empírica ou semi-empírica, somando-se os termos “ $V_c$ ” e “ $V_{fib}$ ” separadamente. Dessa forma, as normativas utilizam coeficientes de segurança para contornar a alta variação dos resultados.

Apesar de considerar as resistências sem necessariamente a interferência uma da outra, as expressões mais simplistas da literatura que envolvem “ $V_c$ ” e “ $V_{fib}$ ” têm justamente a grande vantagem da simplicidade de uso. Hemstapat, Okubo e Niwa (2020) (2020) e Kim e Jeong (2011) justificam a adoção dessa abordagem afirmando que no instante da ruptura, onde busca-se o cálculo da força cortante máxima ( $V_{max}$ ), as fibras são dominantes dentre os mecanismos de transferência de força cortante. Afirmação esta, corroborada com os resultados do capítulo 5, previamente apresentado. Ainda, os capítulos 4 e 5 desta tese mostraram que entre os mecanismos relacionados ao concreto, há muita variação que depende da cinemática da fissuração, além de baixa contribuição da zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ), por exemplo.

No âmbito das expressões propostas na literatura, também existe uma série de autores que embasaram suas teorias em diferentes simplificações e métodos matemáticos. Por exemplo, a expressão de Sarveghadi *et al.* (2019) é uma simplificação de uma expressão baseada em ANN (redes neurais artificiais – *artificial neural networks*) na forma de uma matriz, enquanto a expressão de Greenough e Nehdi (2016) é uma versão simplificada de uma expressão desenvolvida usando um algoritmo genético. As expressões de Kwak *et al.* (2002), Li *et al.* (1992), Ashour *et al.* (1992), Narayanan e Darwish (1987), e Arslan, Keskin e Ulusoy, (2017) são escritas na forma da equação empírica de Zsutty (1968) para prever a capacidade de cisalhamento de elementos de concreto armado, incluindo a ação de pino através do acoplamento da taxa de armadura  $\rho$  e da relação  $a/d$ . As formulações citadas foram baseadas em um cisalhamento inclinado determinado empiricamente, e não nas contribuições do mecanismo de transferência de força através da fissura diagonal crítica.

Na contramão do empirismo das equações analíticas, existem modelos que se baseiam na Teoria Modificada do Campo de Compressão (*Modified*

*Compression Field Theory - MCFT*) (VECCHIO e COLLINS, 1986), na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (*Critical Shear Crack Theory – CSCT*) (MUTTONI, 2003), e no modelo de cisalhamento de ação múltipla (*Multi-Action Shear Model – MASM*) (BERNAT *et al.*, 2020), por exemplo. Esses modelos têm teorias bem embasadas nos mecanismos de transferência de força cortante, e na última décadas, alguns foram estendidos ao CRFA (LEE *et al.*, 2021; MINELLI *et al.*, 2014; ZHANG *et al.*, 2016). De acordo com Lantsoght (2023), a comparação entre diferentes modelos de resistência ao cisalhamento do CRFA revela a dificuldade e complexidade na previsão da capacidade de resistência à força cortante do CRFA.

Na tentativa de suprir as lacunas das metodologias até então apresentadas, também existem modelos para estimar a resistência à força cortante o CRFA com base na somatória dos mecanismos através de processos iterativos. Em Nouri *et al.* (2021) os autores somaram as parcelas dos mecanismos para estimar a força cortante máxima de vigas de concreto armado sem estribos. Negi *et al.* (2022) também usaram uma metodologia similar, somando a parcela de cada mecanismo para vigas sem estribos de CRFA. E mais recentemente, Lantsoght (2023) também baseou o seu modelo em expressões analíticas, sem envolver variáveis empíricas, somando cada parcela do mecanismo de vigas sem estribos de CRFA. Nouri *et al.* (2021), Negi *et al.* (2022) e Lantsoght (2023) tiveram bons resultados, mostrando a eficácia dos seus modelos propostos. Entretanto, ressalta-se a grande quantidade de parâmetros a serem adicionados em várias equações, e o processo iterativo necessário para o equilíbrio da seção transversal esse tipo de abordagem.

## 6.2 OBJETIVOS

Propor um modelo analítico simples, capaz de calcular a resistência à força cortante ( $V_{max}$ ) de vigas de CRFA, com referência nos resultados do capítulo 5, onde foram avaliadas as parcelas referentes a cada um dos mecanismos de transferência.

Para a conclusão deste objetivo, outros secundários são propostos:

- Aplicar modelos existentes da literatura em um banco de dados contendo 158 vigas, avaliando a eficácia dos valores encontrados;



- Comparar as parcelas referentes ao concreto ( $V_c$ ) e às fibras ( $V_{fib}$ ) do modelo proposto às parcelas destes mecanismos obtidas a partir das análises feitas no capítulo 5, onde a DIC foi aplicada às vigas da presente campanha experimental;

- Aplicar o modelo proposto no mesmo banco de dados das demais formulações da literatura, e comparar os resultados obtidos;

### 6.3 METODOLOGIA

Partindo-se do princípio que a equação a ser desenvolvida consiste na soma da parcela relacionada ao concreto ( $V_c$ ) com a parcela das fibras ( $V_{fib}$ ). A parcela do concreto ( $V_c$ ) foi obtida por meio de equações já existentes na literatura e utilizada para se aproximar da parcela ( $V_c$ ) das vigas empregadas na campanha experimental. Simultaneamente, a equação relativa às fibras ( $V_{fib}$ ) foi deduzida e também comparada com a sua parcela correspondente nas vigas experimentais.

Inicialmente, alguns parâmetros de entrada, como a altura da zona comprimida ( $c$ ), foram estabelecidos de acordo com as informações obtidas por meio da DIC, no capítulo 4 e 5. Entretanto, com o intuito de generalizar a equação, simplificações foram realizadas nesses parâmetros. O modelo final foi então aplicado em um banco de dados e uma análise paramétrica foi conduzida por meio da técnica do  $2^k$  fatorial, utilizando o software comercial Minitab®. Nessa análise, os parâmetros que mais influenciam a resposta de  $V_{max}$  através da equação proposta foram discutidos.

#### 6.3.1 Modelos avaliados e banco de dados

Vários modelos para estimar a resistência máxima à força cortante ( $V_{max}$ ) foram propostos ao longo dos anos. A metodologia para se chegar no equacionamento vai desde relações empíricas, como em Sharma (1986), até o uso de regressão linear, modificando as equações do ACI 318 building code (2014), em Ashour *et al.* (1992) e Khuntia *et al.* (1999). Também, a expressão de Sarveghadi *et al.* (2019) é uma simplificação de uma expressão baseada em redes neurais artificiais.

De forma geral, as expressões utilizadas neste trabalho são baseadas em modelos analíticos com equacionamento simplificado, e as variáveis em comum são: resistência a compressão do concreto ( $f_c$ ), relação entre vão efetivo de cisalhamento e altura útil da seção ( $a/d$ ), taxa de armadura longitudinal ( $\rho$ ), fração de volume de fibras ( $V_f$ ), fator de forma da fibra ( $l_f/d_f$ ), e fator de aderência ( $D_f$ ). Estas 3 últimas variáveis comumente são dadas juntas no fator de fibras ( $F$ ).

Além dos modelos analíticos, as equações das normativas brasileiras NBR 16935 (2021) e RILEM (2003) foram avaliadas. As equações resumidas podem ser vistas no Quadro 1, onde grande parte das variáveis das equações também estão apresentada, exceto por:

$$f_{Fts} = 0,45f_{R1} \quad (41)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (42)$$

$$\tau_{fd} = \frac{0,18}{\gamma_c} f_{R4} \quad (43)$$

Além das Eqs. 41-43, algumas variáveis relacionadas ao Quadro 1 são:

$\gamma_c$  é o coeficiente de ponderação do concreto com fibras e vale 1,5;

$\sigma_{cp}$  é igual a zero para elementos em concreto armado;

$f_{Ftu}$  é a resistência característica à tração direta do concreto com fibras, valor último;

$CMOD_3$  corresponde a uma medida da abertura do entalhe de  $w = 2,5$  mm, no ensaio de tração na flexão;

$f_{ctk}$  é a resistência característica do concreto à tração direta, sendo considerado o valor de  $f_{ct,m}$ ;

$f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto;

$f_{R1}$  é a resistência residual à tração na flexão do concreto com fibras correspondente ao  $CMOD_1=0,5$  mm;

$f_{R3}$  é a resistência residual à tração na flexão do concreto com fibras correspondente ao  $CMOD_3=2,5$  mm.

Quadro 1: Modelos da resistência à força cortante ( $V_{max}$ ) avaliados

Referência	Modelo de resistência máxima à força cortante ( $V_{max}$ ) [N]	Variáveis
Sharma (1986)	$V_{max} = [k f_t (d/a)^{0.25}] b_w d$ $k = 1$ e $2/3$ pra ensaios diretos e indiretos, respectivamente $f_t = 0,79 f_c^{0.5}$	$f_t$ = resistência a tração do concreto; $f_c$ = resistência a compressão do concreto; $f_{cub}$ = resistência a compressão do concreto dos corpos de prova cúbicos; $F$ = fator de fibras ( $V_f l_f / d_f$ ); $V_f$ = volume de fibras; $l_f$ = comprimento das fibras; $d_f$ = diâmetro das fibras; $b_w$ = largura da viga; $d$ = altura útil da viga; $\rho$ = taxa de armadura longitudinal; $\tau = 0,68 f_c^{0.5}$ ; $a$ = vão efetivo de cisalhamento; $v_b = 0,41 \tau F$ ; $h$ = altura da viga;
Narayanan and Darwish (1987)	$V_{max} = [e[0.24 f_{sp} + 80 \rho d/a] + v_b] b_w d$ , $e = 1$ para $a/d > 2,8$ , $e = 2,8$ $d/a$ para $a/d \leq 2,8$ $Df = 0,5$ para fibras circulares, $0,75$ para onduladas, $1,0$ com ganchos; $f_{sp} = f_{cub} / (20 - F^{0.5}) + 0.7 + 1.0 F^{0.5}$	
Ashour et al. (1992)	$V_{max} = [(2.11 f_c^{1/3} + 7F)(\rho d/a)^{1/3}] b_w d$	
Swamy et al. (1993)	$V_{max} = [0.37 \tau V_f L_f / d_f + 0.167 f_c] b_w d$	
Shin et al. (1994)	$V_{max} = [A f_{sp} + B(\rho d/a) + 0,834 (0.41 \tau F)] b_w d$ , $A = 0,22$ para $a/d \leq 3,0$ e $0,19$ para $a/d > 3,0$ , $B = 217$ para $a/d \leq 3,0$ e $93$ para $a/d > 3,0$	
Khuntia et al. (1999)	$V_{max} = [(0,167 + 0,25F) f_c^{0.5}] b_w d$	
Kwak et al. (2002)	$V_{max} = [2,1 e f_{sp}^{0.7} (\rho d/a)^{0.22} + 0,8 (0,41 \tau F)^{0.97}] b_w d$ $e = 1$ para $a/d > 3,5$ ; $e = 3,5 d/a$ para $a/d \leq 3,5$	
Dinh et al. (2011)	$V_{max} = [0,13 \rho f_y + 1.2 (V_f / 0,0075)^{0.25} (1 - c/d)] b_w d$ , $c = 0,1 h$	
Sarveghadi et al. (2019)	$V_{max} = \left[ \rho + \frac{\rho}{v_b} + \frac{1}{a} \left( \frac{\rho f'_t (\rho + 2) \left( f'_t \frac{a}{d} - \frac{3}{v_b} \right)}{a} + f'_t \right) + v_b \right] b_w d$	
NBR 16935:2021	$V_{max} = \left\{ \frac{0,18}{\gamma_c} k \left[ 100 \rho \left( 1 + 7,5 \frac{f_{Ftu,k}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right]^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp} \right\} b_w d$ $f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{W_u}{CMOD_3} (F_{Fts} - 0,5 f_{R3} + 0,2 f_{R1})$	
RILEM (2003)	$V_{max} = V_{cd} + V_{fd}$ $V_{cd} = [0,12 k (100 \rho f_{ck}) + 0,15 \sigma_p] b_w d$ $V_{fd} = 0,7 k_f k \tau_{fd} b_w d$	

### 6.3.2 Modelo proposto

A força cortante máxima  $V_{max}$  resistida pelo CRFA sem a presença de armadura transversal é dada pela somatória dos mecanismos resistentes atuando na fissura diagonal crítica: zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ), engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), efeito de pino ( $V_d$ ), tensão residual ( $V_{res}$ ) e fibras de aço ( $V_f$ ):

$$V_{max} = V_{cz} + V_{agg} + V_d + V_{res} + V_f \quad (44)$$

Uma vez que as contribuições individuais de cada um dos quatro primeiros componentes são difíceis de estimar, eles são comumente agrupados e denotados por resistência do concreto ( $V_c$ ) (MANSUR, ONG e PARAMASIVAM, 1986):

$$V_{max} = V_c + V_f \quad (45)$$

Com relação à parcela referente ao concreto ( $V_c$ ) assume-se que a inclusão de fibras de aço no concreto afeta  $V_c$  do mesmo jeito como influencia a resistência do concreto  $f_c$ . Ou seja, a principal variável responsável pela resistência do concreto é a resistência a compressão  $f_c$ , que com ou sem fibras, modifica-se da mesma maneira (ARSLAN, KESKIN e ULUSOY, 2017; MANSUR, ONG e PARAMASIVAM, 1986). Assim, uma equação originalmente pensada para ser aplicada no concreto convencional é usada aqui para o CRFA. Assim, através da análise dimensional, que permite entender e relacionar as grandezas físicas presentes em uma equação, Zsutty, (1968) concluiu que o formato da predição da tensão de cisalhamento em vigas de concreto armado sem estribos era

$$\frac{V_{max}}{b_w d} = k f_c^{B1} \cdot \rho^{B2} \cdot (d/a)^{B3}, \quad (46)$$

onde as constantes B1, B2 e B3 foram encontradas através da análise de regressão múltipla. Esta metodologia originou a equação do ACI Building Code (2014), proposta para aferir a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado convencional, sem armadura transversal. Mansur, Ong e Paramasivam (1986) com base no ACI, propuseram a relação:

$$V_c = [2,11f_c^{1/3} + 7F] \left( \rho \frac{d}{a} \right) b_w d \quad (47)$$

onde  $f_c$  é a resistência a compressão do concreto,  $\rho$  a taxa de armadura,  $b_w$  a largura da viga,  $d$  a altura útil e  $a$  o vão de cisalhamento. Na equação 47, “ $F$ ” é o fator de fibras, já que a equação foi expandida para o CRFA. Entretanto, no presente trabalho, apenas a parcela referente ao concreto será utilizada:

$$V_c = (2,11f_c^{1/3}) \left( \rho \frac{d}{a} \right) b_w d \quad (48)$$

Para a parcela da contribuição das fibras, considera-se que uma vez que a matriz falha em tração, as fibras que unem a fissura são responsáveis por sustentar a capacidade de carga da viga. Assim, a capacidade do elemento de CRFA pode ser estimada multiplicando-se o número de fibras ( $N$ ) que atravessam a unidade de área da fissura e a resistência média de aderência sendo mobilizada ao longo da superfície da fibra (SINGH, 2015). A quantidade de fibras é expressa em fração de volume ( $V_f$ ), e dada por:

$$N = \frac{V_f}{\frac{\pi d_f^2}{4}} \quad (49)$$

onde  $d_f$  é o diâmetro de uma fibra.

A força normal  $f$  necessária para arrancar uma fibra do concreto pode ser estimada pela equação 50. Nesta equação, há a tensão de cisalhamento média entre as fibras e a matriz ( $\tau_b$ ). Também, é considerado que o comprimento médio embutido da fibra é  $l_f/2$ , conforme a Figura 76.

$$f = \pi d_f \frac{l_f}{2} \tau_b \quad (50)$$

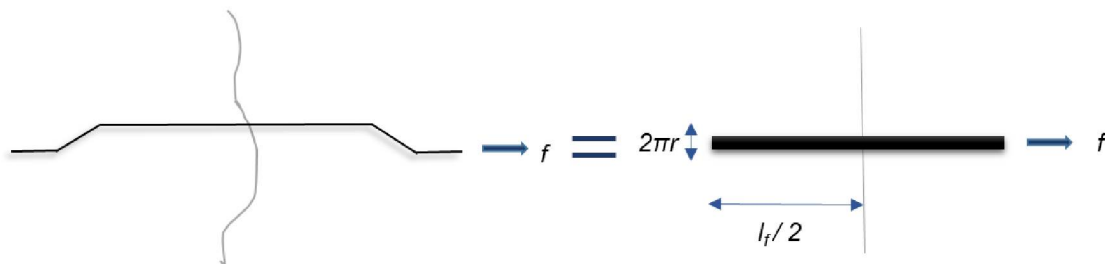


Figura 76 - Comprimento médio da fibra embutido na matriz

A força  $f$  atuando sobre a unidade de área da fissura e, portanto, representando a resistência à tração total ( $\sigma_f$ ) contribuída por todas as fibras na direção da carga, pode ser determinada multiplicando as Eqs. (49) e (50), e é dado como (SINGH, 2015; WANG *et al.*, 2021b):

$$\sigma_f = \frac{f}{1} = 2\eta_\theta\eta_1 \left( \tau_b V_f \frac{l_f}{d_f} \right) \quad (51)$$

onde  $\eta_\theta\eta_1$  são os fatores de redução de resistência associados à orientação e efetividade das fibras, respectivamente. O coeficiente  $\eta_1$  se justifica em função das discrepâncias entre ensaios de arrancamento e estruturas reais (NEGI; JAIN, 2022; WANG *et al.*, 2021b). Durante o processo de fissuração, a força de arrancamento de algumas fibras pode variar muito com relação à resistência máxima. E também devido à influência dos agregados e das fibras de aço na matriz, que contém vazios e ar, o que pode levar a uma diminuição da força de arrancamento da fibra de aço no CRFA. Para evitar a superestimação da força de arrancamento, é necessário adotar o fator de redução de eficiência. Neste estudo,  $\eta_1$  é adotado como 0,7, similar aos trabalhos de Singh (2017) e Wang *et al.* (2021a).

De acordo com uma série de estudos (ABRISHAMBAF, PIMENTEL, e NUNES, 2019; DUPONT e VANDEWALLE, 2005; FOSTER, AGARWAL e AMIN, 2018; LEE, CHO e VECCHIO, 2011; ZHANG *et al.*, 2018), os fatores de orientação foram obtidos dentro da faixa de  $1/3$  a  $2/\pi$  para um arranjo aleatório de fibras bidimensionais, e  $1/6$  a  $1/2$  para uma consideração aleatório 3-D usando diferentes suposições. Krenechel (1964) derivou o fator de orientação da fibra e adotou o valor de  $3/8$  para um arranjo bidimensional aleatório de fibras. Assim,  $\eta_\theta$  é dado por:

$$\eta_\theta = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} P(\theta) \cos\theta d\theta \quad (52)$$

onde  $P(\theta)$  é a função densidade de probabilidade do ângulo de arrancamento. A Figura 77 mostra o modelo de probabilidade do ângulo de arrancamento da fibra de aço, onde  $A$  e  $dA$  são a área da calota esférica e a unidade de integração,

respectivamente. Então a expressão da função de densidade de probabilidade pode ser obtida conforme a equação 53.

$$P(\theta) = \frac{1}{A} \frac{dA}{d\theta} = \text{sen}\theta \quad (53)$$

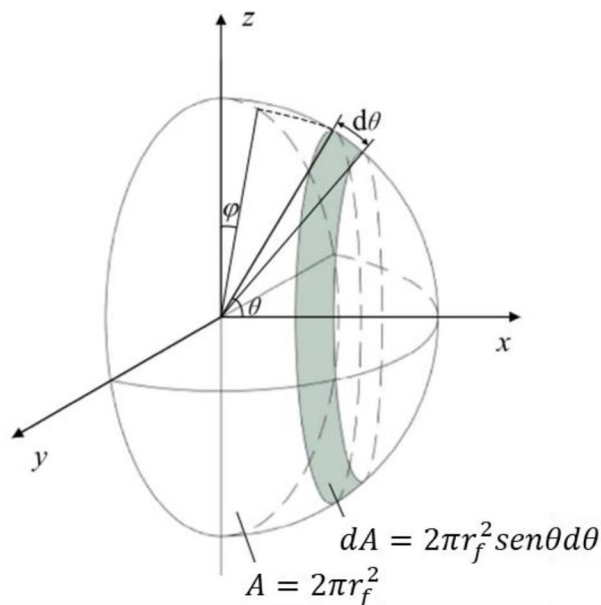


Figura 77: Probabilidade do ângulo de arrancamento  
Fonte: adaptado de Bi *et al.* (2021)

A expressão  $dA = 2\pi r_f^2 \text{sen}\theta d\theta$  é uma forma diferencial da fórmula para a área de uma região em coordenadas esféricas. Nessa expressão, "dA" representa uma pequena variação na área de uma região esférica infinitesimal, " $r_f$ " é o raio da esfera, " $\theta$ " é o ângulo (medido a partir do eixo z), e " $d\theta$ " é uma pequena variação no ângulo  $\theta$ . Considerando que a efetividade do arrancamento das fibras varia de 0 a  $2\pi$ , o coeficiente  $\eta_\theta$  fica da forma (Bi *et al.*, 2021):

$$\eta_\theta = \int_0^{\pi/2} \text{sen}\theta \cos\theta d\theta = 0,5 \quad (54)$$

A parcela das fibras atua ao longo do comprimento da fissura. Ou seja, na altura (d-c), sendo  $d$  a altura útil, e  $c$  a altura da zona comprimida não fissurada. Como a fissura diagonal crítica possui um ângulo médio com o eixo horizontal ( $\alpha$ ), conforme pode ser visto na Figura 78, a equação (51) fica da forma:

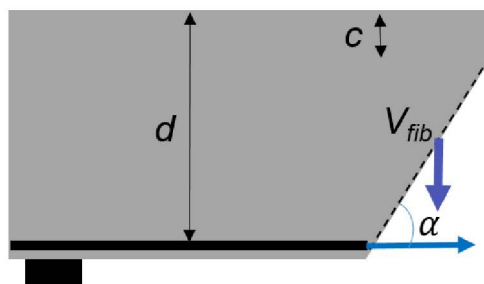


Figura 78 - Parâmetros associados à cinemática da fissuração

$$V_{fib} = \sigma_f \cdot b_w \cdot d = f \cos(\alpha) = \left[ 2\eta_\theta \eta_1 \left( \tau_b V_f \frac{l_f}{d_f} \right) b_w \left( \frac{d-c}{\text{sen}(\alpha)} \right) \right] \cos(\alpha) \quad (55)$$

onde  $\tau_b$  é a tensão de aderência das fibras à matriz, dado por um coeficiente  $k_b$  multiplicando a raiz quadrada da resistência a compressão, da forma:

$$\tau_b = k_b \sqrt{f_c} \quad (56)$$

onde  $k_b$  pode ser dado 0,68, conforme Mansur; Ong e Paramasivam, (1986). Assim,

$$V_{fib} = \left[ 2 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \cdot \left( \tau_b V_f \frac{l_f}{d_f} \right) b_w \left( \frac{d-c}{\text{sen}(\alpha)} \right) \right] \cos(\alpha) \quad (57)$$

Simplificando a equação:

$$V_{fib} = [0,476 \sqrt{f_c} F b_w (d-c)] \cotg(\alpha) \quad (58)$$

onde  $F$  é igual ao fator das fibras, dado como:

$$F = V_f \frac{l_f}{d_f} D_f \quad (59)$$

sendo  $D_f$  fator de eficiência da fibra, igual a 1 para fibras com gancho, e 0,75 para as lisas.

Unindo a parcela do concreto  $V_c$  (equação 48) com a das fibras  $V_{fib}$  (equação 58), e equação fica:



$$V_{max} = (2,11\sqrt[3]{fc}) \left(\rho \frac{d}{a}\right)^{1/3} b_w d + 0.476\sqrt{fc} F b_w (d - c) \cotg(\alpha) \quad (60)$$

## 6.4 RESULTADOS

Os resultados deste capítulo são apresentados em 3 seções. Na primeira, 6.4.1, a equação proposta (equação 60) é aplicada nas vigas da presente campanha experimental, utilizando os parâmetros de entrada provenientes da cinemática das fissuras. São avaliadas as parcelas da resistência do concreto  $V_c$  e  $V_{fib}$  da equação 60, e comparadas com as mesmas parcelas referentes oriundas da análise dos mecanismos através da DIC, do capítulo 5. Além disso, para que a equação proposta possa ser generalizada e ficar independente da análise fotogramétrica, simplificações são sugeridas.

Na segunda parte das análises, 6.4.2, a equação proposta é aplicada em um banco de dados, juntamente com outros modelos teóricos da literatura, e duas normativas: a NBR 16935 (2021) e o RILEM (2003).

Por fim, na última parte dos resultados, é apresentada uma análise paramétrica através da técnica do  $2^k$  fatorial, onde são analisados quais os parâmetros envolvidos no cálculo de  $V_{max}$  que possuem mais influência na resposta.

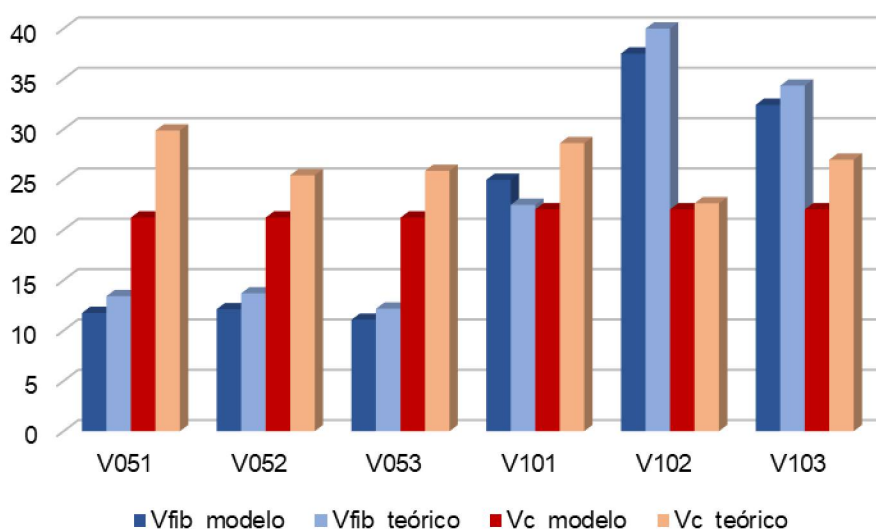
### 6.4.1 Aplicação do modelo e comparativo com a DIC

A Tabela 7 mostra os parâmetros obtidos com a DIC no capítulo 4 para o instante da ruptura  $V_{max}$  das vigas: altura da zona comprimida não fissurada ( $c$ ) e ângulo médio da fissura diagonal crítica principal  $\alpha$ . Também são mostrados o fator de fibra  $F$  (equação 59), os valores de  $V_{fib}$  e  $V_c$  calculados pela equação 60, e os valores de  $V_{fib}$  e  $V_c$  calculados através da análise dos mecanismos de transferência de força cortante do capítulo 5. A parcela referente à  $V_c$  do capítulo 5 diz respeito à somatória de todos os mecanismos de transferência existentes na viga, exceto a parcela das fibras  $V_{fib}$ .

Tabela 7: parâmetros da DIC e valores de  $V_c$  e  $V_{fib}$  analíticos e experimentais

Viga	c (mm)	d-c (mm)	ângulo ( $\alpha$ )	F (-)	$V_{fib\_modelo}$ (kN)	$V_c\_modelo$ (kN)	$V_{max}$ ( $V_{fib} + V_c$ ) (kN)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{fib\_teórico}$ (kN)	$V_c\_teórico$ (kN)
v051	12.71	161.04	40.73	0.24	11.74	21.22	32.96	43.29	13.42	29.87
v052	31.78	141.97	43.89	0.24	12.12	21.22	33.34	39.12	13.69	25.43
v053	18.86	154.89	45.84	0.24	11.07	21.22	32.29	38.04	12.17	25.87
v101	22.19	151.56	49.91	0.48	24.97	22.03	47	51.1	22.48	28.62
v102	21.14	152.61	43.18	0.48	37.52	22.03	59.55	62.88	40.25	22.64
v103	24.93	148.82	35.55	0.48	32.43	22.03	54.46	61.3	34.33	26.97

Observando os valores de  $V_c$  e  $V_{fib}$  calculados com o modelo proposto e com as análises via mecanismos resistentes, percebe-se que os resultados foram próximos entre si. O valor calculado para  $V_c$  é constante para um mesmo valor de resistência a compressão. E o valor de  $V_{fib}$  varia em função da altura da zona comprimida e do ângulo da fissura diagonal crítica. Para melhor visualização dos resultados, a Figura 79 mostra o comparativo entre esses valores.

Figura 79 - Comparativo de  $V_c$  e  $V_{fib}$  teóricos e do modelo adotado

A paridade da equação proposta com os parâmetros relacionados à DIC representa uma forma adicional de validação. Em contraste, as outras equações analíticas apresentadas neste estudo têm em sua publicação original a dedução

da fórmula e sua aplicação em uma campanha experimental, bem como, ocasionalmente, em um banco de dados. Portanto, essas equações são essencialmente empíricas ou semi-empíricas em sua natureza.

Para que a equação proposta seja generalizada, os parâmetros envolvendo a DIC como a altura da zona comprimida e o ângulo da fissura diagonal crítica são simplificados.

Com relação à altura da zona comprimida, Dinh, Parra-Montesinos, Wight (2011) discutem sua relação com a altura total  $h$  da viga. No trabalho, os autores utilizam a relação de  $c = 0,1h$ , ou seja, 10% da altura. Classen (2020) utiliza  $0,3d$ . Wang *et al.* (2021b) utiliza  $c = 0,4d$ . Por observação da ruptura das vigas da presente campanha experimental, corroborado por Zarrimpour e Chao (2017) e Arslan *et al.* (2017), no presente trabalho é utilizada a relação de  $c = 0,15h$ .

O ângulo da fissura diagonal crítica com o eixo horizontal tem impacto nos deslocamentos relativos. De acordo com Cavagnis (2017) Quanto maior o ângulo  $\alpha$ , mais deslizamento ( $\delta$ ) ela possui. Apesar de não haver uma relação direta entre dosagem de fibras e/ou comprimento do elemento estrutural, alguns autores como Ruiz *et al.* (2015), Hemstapat, Okubo e Niwa (2020) e Negi e Jain (2022) desenvolveram equação pra quantificar essa inclinação. No presente trabalho adota-se  $43^\circ$ , por ter sido a média encontrada pelas análises via DIC. Para representar o intervalo em que esse ângulo se insere na literatura, a Tabela 8 mostra os valores encontrados em alguns trabalhos que aferiram essa variável.

Tabela 8: ângulos encontrados da fissura diagonal principal com o eixo horizontal

Referência	ângulo ( $^\circ$ )
Araujo <i>et al.</i> (2014)	25-42
Gali e Subramanian (2017)	41-42
Resende (2020)	24-36
Lee <i>et al.</i> (2017)	45
Yuan <i>et al.</i> (2020)	38-52
Rhee (2022)	35-50

#### 6.4.2 Aplicação do modelo proposto em um banco de dados

Para avaliar a robustez do modelo em relação a diferentes conjuntos de dados, o mesmo foi aplicado em um banco de dados contendo 158 vigas. O banco de dados pode ser consultado no Apêndice A, ao final desta tese.

Para que estas vigas pudessem ser incluídas na análise, foram necessárias algumas informações, a saber: a geometria da viga avaliada, a relação entre altura e vão de cisalhamento ( $a/d$ ), que deveria ser maior ou igual a 2,5, a resistência à compressão  $f_c$ , a taxa de armadura longitudinal  $\rho$ , o volume de fibras  $V_f$ , o fator de forma  $l_f/d_f$  das fibras de aço utilizadas e, por fim, que a ruptura das vigas tivesse sido comprovadamente causada pela força cortante.

Apesar de uma grande quantidade de informações dispostas na literatura, poucos trabalhos possuíam as informações da caracterização do CRFA pelo ensaio de tração na flexão, de acordo com as premissas internacionais do ensaio de tração na flexão da EN 14651 (2005). Com essa escassez de dados, os valores de força cortante máxima  $V_{max}$  para as normativas da NBR 16935 (2021) e do RILEM (2003) não poderiam ser calculados. No entanto, para se obter uma estimativa aproximada desses valores, os resultados do ensaio de tração na flexão  $f_{r1}$ ,  $f_{r2}$ ,  $f_{r3}$  e  $f_{r4}$ , foram obtidos por meio das aproximações propostas Moraes Neto *et al.* (2013).

Assim, os modelos apresentados anteriormente no Quadro 1, bem como o modelo proposto, foram aplicados a esse banco de dados. Os resultados entre a força cortante calculada ( $V_{calculada}$ ) e a força cortante experimental ( $V_{experimental}$ ) podem ser vistos na Figura 80.

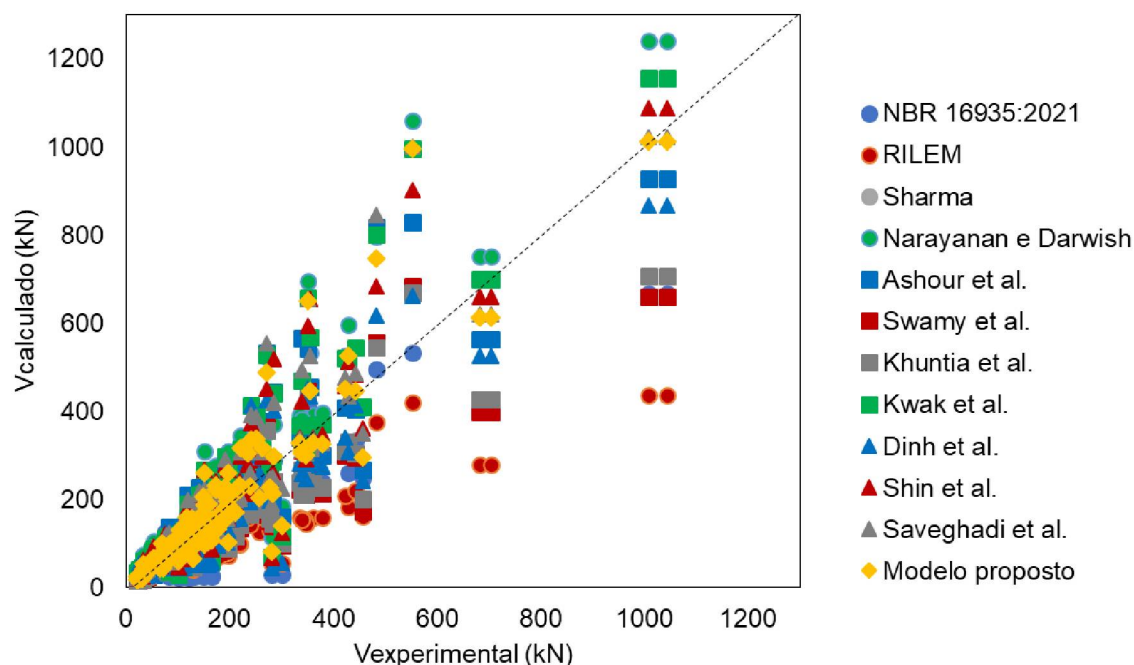


Figura 80 - Modelos da literatura e modelo proposto aplicados ao banco de dados

Visualmente, através da Figura 80 o modelo proposto mostra boa relação entre a força cortante calculada e a experimental. Também é perceptível como alguns modelos se afastam dessa relação, como o de Narayanan and Darwish (1987) e o RILEM (2003). Para melhor representação dos resultados, a Tabela 9 apresenta a média entre os valores calculados pelos modelos  $V_{calculado}$  e os valores experimentais  $V_{experimental}$ . Também é mostrado o coeficiente de variação (CoV) para todos os modelos e os parâmetros  $R^2$  e MAPE (%) que é o erro percentual médio absoluto, dado por (DEMAKOS; REPAPIS; DRIVAS, 2021):

$$MAPE (\%) = \frac{1}{n} \sum \frac{|V_{experimental} - V_{calculado}|}{V_{experimental}} \cdot 100 \quad (61)$$

Tabela 9: média dos valores  $V_{\text{calc}}/V_{\text{experimental}}$  para os modelos aplicados no banco de dados

Modelo	Média $V_{\text{calc}}/V_{\text{experimental}}$	CoV (%)	R <sup>2</sup>	MAPE (%)
NBR 16935: 2021	0,88	27,92	0,90	24,65
RILEM	0,39	20,85	0,86	41,92
Sharma	0,89	28,71	0,87	23,87
Narayanan and Darwish	1,20	22,69	0,93	25,84
Ashour <i>et al.</i>	0,90	20,36	0,91	17,90
Swamy <i>et al.</i>	0,69	22,49	0,89	33,30
Khuntia <i>et al.</i>	0,69	20,76	0,92	33,40
Kwak <i>et al.</i>	1,16	19,85	0,92	21,29
Dinh <i>et al.</i>	0,89	28,02	0,90	22,73
Shin <i>et al.</i>	1,13	20,86	0,93	21,72
Sarveghadi <i>et al.</i>	1,06	20,40	0,91	18,11
Modelo proposto	1,08	25,81	0,94	16,31

Dentre os modelos avaliados, o RILEM mostrou ter o maior MAPE, enquanto o modelo proposto teve o menor valor. Além disso, o modelo proposto mostrou o valor mais alto de R<sup>2</sup>, indicando se ajustar bem aos dados, sendo capaz de explicar a variação observada nos dados de forma significativa.

Ainda, pode-se afirmar que o modelo proposto apresentou uma boa adequação aos dados experimentais, uma vez que a relação entre as forças calculadas e experimentais foi próxima de 1, indicando uma boa capacidade preditiva do modelo. Além disso, o coeficiente de variação ficou dentro do intervalo encontrado para os demais modelos, o que sugere que um bom desempenho em relação à variabilidade dos dados.

O modelo que teve resultados tão bons quanto o modelo proposto foi o de Sarveghadi *et al.* (2019), cuja equação é resultado de um algoritmo genético, embasado pela metodologia de redes neurais. Entretanto, formular uma equação a partir da análise de redes neurais pode acarretar em falta de interpretabilidade. Redes neurais são conhecidas por sua capacidade de aprendizado de máquina não linear e complexo, o que as torna poderosas para modelar relações complicadas entre variáveis. No entanto, essa complexidade muitas vezes resulta em modelos opacos, onde é difícil compreender exatamente como as entradas se relacionam com as saídas. Destaca-se que o modelo analítico proposto teve sua formulação baseada em explicações racionais do comportamento mecânico do CRFA.

Dado o exposto, os resultados indicam que o modelo proposto pode ser uma alternativa viável para a estimativa da força cortante máxima do CRFA.

#### 6.4.3 Análise paramétrica

A fim de determinar quais parâmetros afetam significativamente o resultado da equação do modelo proposto, assim como as possíveis interações entre eles, uma análise paramétrica é realizada.

A análise  $2^k$  fatorial é amplamente utilizada para identificar os parâmetros importantes que afetam os resultados experimentais. Além disso, examina o efeito combinado dos fatores entre as variáveis, que são chamados de interações, onde existem dois níveis de cada fator que afetam as respostas experimentais (QUICENO PÉREZ; COTES PRIETO; ZAPATA ORDUZ, 2021; VAN ZIJL; MBEWE, 2013). Esses níveis são valores quantitativos, e cada um representa os valores mais altos e mais baixos das faixas de dados. Um risco de 5% é considerado no método para rejeitar a hipótese nula. A resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), a taxa de armadura longitudinal ( $\rho$ ), o fator de fibra ( $F$ ), o ângulo  $\alpha$  médio da fissura diagonal crítica com o eixo horizontal, e a relação vão de cisalhamento por altura útil ( $a/d$ ) são os parâmetros usados na análise fatorial. A resistência experimental à força cortante é a resposta para esses parâmetros, e a contribuição percentual e o valor P de cada fator são calculados para identificar os fatores mais significativos e suas interações.

Assim, a Tabela 10 mostra os valores mínimos, máximos e médios que foram utilizados na análise paramétrica, onde foram retirados do banco de dados presente no Apêndice A

Tabela 10: valores mínimos, máximos e médios dos parâmetros da análise paramétrica

Variável	mínimo	máximo	média
$f_c$ (MPa)	20	80	38,04
$\rho$ (%)	1,03	5,72	2,27
$F$ (-)	0,12097	1,63636	0,60
ângulo $\alpha$ (°)	20	45	0,00
$a/d$ (-)	2,46	4,5	3,15

A Tabela 11 apresenta os resultados da análise estatística do método, onde a porcentagem de contribuição e o valor-P são apresentados para cada parâmetro, bem como as interações entre eles. Foram realizadas análises de interações entre todos os modelos, com duas e três variáveis. Entretanto, as que possuíam porcentagem de contribuição desprezível foram suprimidas.

Tabela 11: resultados da análise 2<sup>k</sup> fatorial dos parâmetros isolados e das interações

Parâmetro	Porcentagem de contribuição	valor-P
$f_c$	10,32	< 0,0001
$\rho$	0,38	< 0,0001
$F$	53,35	< 0,0001
ângulo $\alpha$	15,08	< 0,0001
$a/d$	0,03	< 0,0001
interações com 2 variáveis		
$f_c \times \rho$	0,03	< 0,0001
$f_c \times F$	5,85	< 0,0001
$f_c \times \alpha$	1,72	< 0,0001
$f_c \times a/d$	0	0,43
$\rho \times F$	0	0,35
$\rho \times \alpha$	0	0,35
$\rho \times a/d$	0,01	0,007
$F \times \alpha$	11,86	< 0,0001
$F \times a/d$	0	0,35
$\alpha \times a/d$	0	0,35
interações com 3 variáveis		
$f_c \times F \times \alpha$	1,36	< 0,0001

Pela análise fatorial percebe-se que o fator  $F$  foi o que teve maior contribuição na variação de resultados. Nas interações entre dois parâmetros, quando se varia o fator  $F$  e a resistência a compressão  $f_c$ , e  $F$  e o ângulo da fissura crítica  $\alpha$ , também foi onde obteve-se maior porcentagem de contribuição. Resultados semelhantes puderam ser vistos em Abbas *et al.* (2016). Em Carnovale e Vecchio (2014) foram indicados que volumes de fibra entre 0,5% e 1,0% podem controlar efetivamente a fissuração, e resultam em elementos com comportamento semelhante àqueles com estribos. De acordo com a análise de



um banco de dados, Parra-Montesinos *et al.* (2006) também mostraram que a adição de 0.75% de fibras de aço eleva a resistência à força cortante de vigas de CRFA, confirmado por Dinh *et al.* (2010).

Com relação ao fator de forma  $l_f/d_f$ , em Dinh *et al.* (2010) foi observado que fibras mais longas permitem uma abertura maior da fissura crítica antes da falha. Em Dinh (2010) foram testadas por experimentos, várias combinações de fator de forma, taxa de armadura e volume de fibras. Os resultados mostraram que não é possível tirar uma conclusão clara sobre a influência do fator de forma na capacidade de cisalhamento.

Em Yu *et al.* (2022) o fator de fibra  $F$  também foi responsável por significativa variação nos valores da resistência a força cortante do CRFA. Entretanto, ao se aplicar o modelo proposto dos autores em um banco de dados, percebeu-se que a influência deixa de ser significativa a partir de determinado valor. Ou seja, os resultados indicaram que existem valores ótimos do fator de fibra, e que acima disso, os efeitos são desprezíveis. Para representar esse fenômeno, a Figura 81 mostra o fator de fibra  $F$  em função da força cortante máxima normalizada para os resultados do banco de dados do apêndice A. Percebe-se uma tendência a estabilizar o acréscimo de força a partir de  $F = 100\%$ . Em contrapartida, a equação proposta apresenta uma tendência crescente no valor da força cortante, ao se aumentar  $F$ . Fato esse já esperando, já que o fator de fibras  $F$  é diretamente proporcional ao  $V_{max}$  (equação 61), como nas demais equações propostas do Quadro 1.

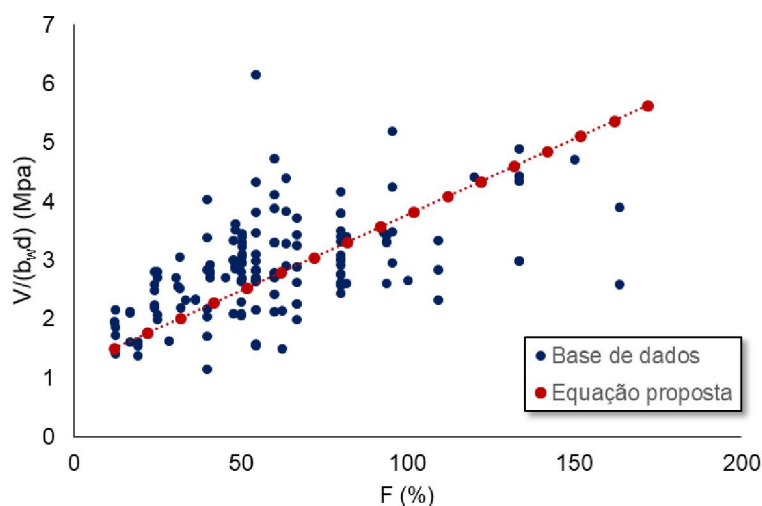


Figura 81 - Fator de fibra ( $F$ ) em função da força cortante máxima normalizada

A segunda variável com mais contribuição na resposta foi o ângulo da fissura crítica  $\alpha$ . Modelos como MCFT utilizam este ângulo em sua formulação, que depende da deformação e das dimensões da viga. Gao *et al.* (2021) mencionam que a abertura e o deslizamento são influenciados pelo ângulo. A magnitude da fissura é proporcionalmente aumentada quando a sua inclinação é reduzida, implicando em uma maior quantidade de fibras que transpassam a região fissurada. Por outro lado, o deslizamento e engrenamento dos agregados tendem a ser mais proeminentes em fissuras com uma configuração mais reta. Dessa forma, evidencia-se que o ângulo de inclinação da fissura influencia significativamente a sua cinemática, assim como a ativação dos mecanismos responsáveis pela transferência da força cortante.

Com relação à resistência a compressão, pesquisas prévias demonstraram que esse parâmetro tem forte influência na força cortante de vigas sem estribos de CRFA (ABBAS *et al.*, 2014; SHAHNEWAZ; ALAM, 2014; TİBEA; BOMPA, 2020). Nos resultados obtidos aqui, a resistência à compressão também demonstrou influência nos resultados, conforme indicado.

Acerca do fator  $a/d$ , o mesmo mostrou pouca contribuição na resposta. Tanto quando avaliado individualmente (0,03%) quanto na interação com os demais parâmetros, onde a contribuição foi baixa a ponto de ser considerada nula na análise fatorial. Diferente da análise baseada em redes neurais artificiais (ANN) de Hossain *et al.* (2017), que mostrou que a relação  $a/d$  é o parâmetro mais influente na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA. No entanto, a análise baseada em ANN não fornece informações sobre a mecânica inerente ao problema, e é limitada aos dados experimentais disponíveis (LANTSOGHT, 2019a). A mudança na relação  $a/d$  em vigas de CRFA deve influenciar especialmente a ação de arco, que se torna mais importante à medida que  $a/d$  diminui e pode ser maior no concreto com fibras do que no concreto convencional (LANTSOGHT, 2019a; LI *et al.*, 2021). O efeito dos outros mecanismos pode estar relacionado a mudanças nas forças e momentos internos, mas não há relação direta com a resistência máxima ( $V_{max}$ ) necessariamente. Em Yu *et al.* (2022) havia sido detectada a dificuldade em se ter uma relação entre o aumento de  $a/d$  e a diminuição da resistência à força cortante.

Por fim, a taxa de armadura também se mostrou com pouca influência na resposta de  $V_{max}$ . O aço pode gerar uma força de aderência na fissura,

aumentando outros mecanismos indiretamente, como o engrenamento dos agregados, ou mantendo a zona comprimida não fissurada por mais tempo (NEGI; JAIN, 2022; ZARRINPOUR; CHAO, 2017). Em vigas de concreto convencionais, o aumento da taxa de armadura longitudinal pode aumentar sua capacidade de resistir à força cortante, mas como a influência é indireta, não se precisa quanto é esse aumento.

## 6.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Com base nos resultados obtidos neste estudo, pode-se concluir que a equação proposta para o cálculo da força cortante máxima ( $V_{max}$ ) em concreto reforçado com fibras de aço se mostrou uma opção promissora e viável para a determinação da resistência do material. Ao ser comparada com outros nove modelos testados, a equação apresentou uma relação média calculado/experimental próxima de 1. Além disso, o coeficiente de variação obtido ficou dentro dos valores encontrados para os demais modelos, demonstrando que o modelo proposto possui uma boa precisão em relação à variação dos dados. Os demais parâmetros estatísticos comprovaram a robustez do método.

É importante ressaltar que, embora o coeficiente de variação não tenha sido o menor entre os modelos testados, a boa correlação e precisão obtidas pela equação se assemelham a modelos mais complexos e robustos, como os baseados em redes neurais (SARVEGHADI *et al.*, 2019) e cálculo iterativo entre os mecanismos de transferência de força cortante (STURM, VISINTIN, e OEHLERS, 2021; TUNG, BETSCHOGA, e TUE, 2020a).

Por meio da análise paramétrica, foi possível constatar que o fator de fibras  $F$  exerce a maior influência na resposta de  $V_{max}$ . Esse resultado corrobora com as conclusões de alguns autores, os quais também afirmam que há um limite para a contribuição desse fator. É importante ressaltar que esse limite não é captado pela equação devido à sua natureza linear, mas é relevante para se chegar às conclusões sobre o comportamento do material.

O aumento da resistência a compressão ( $f_c$ ) e da taxa de armadura longitudinal ( $\rho$ ) mostram efeito positivo na resistência à força cortante, apesar de não ser possível precisar uma relação matemática entre as variáveis.

O ângulo da fissura diagonal crítica ( $\alpha$ ) revelou-se como uma variável significativa dentre os fatores analisados. Embora algumas formulações presentes na literatura optem por não incluir essa variável, devido à sua elevada variabilidade e dependência da cinemática, outros modelos mais robustos, como o MCFT, calculam-na com base em deformações específicas. Contudo, os resultados das análises realizadas neste estudo demonstram que essa variável possui, de fato, impacto significativo nos resultados. Na formulação do modelo proposto, o ângulo só diz respeito à parcela referente às fibras ( $V_{fib}$ ) de forma mais conservadora. Constata-se esta que vai ao encontro das análises feitas nos capítulos 4 e 5 desta tese, mostrando a dependência dos mecanismos de força cortante da cinemática da fissura diagonal crítica.

A relação  $a/d$  mostrou pouca influência na resposta de  $V_{max}$ . Essa análise contrariou alguns autores que defendiam que a mesma era um dos parâmetros mais significativos do cálculo da resistência à força cortante. A explicação para a baixa influência é que a relação  $a/d$  impacta indiretamente outros mecanismos de transferência de força cortante, embora não necessariamente a resistência máxima ( $V_{max}$ ).

A interação entre as variáveis feita pela análise fatorial  $2^k$  refletiu os resultados dos parâmetros avaliados isoladamente. As interações com mais contribuição foram as que envolveram o fator de fibras  $F$ , resistência a compressão  $f_c$  e ângulo da fissura diagonal crítica  $\alpha$ .

A formulação do modelo proposto não é essencialmente inovadora em essência. Todavia, sua simplicidade, facilidade de aplicação e base conceitual sólida, a colocam em destaque. A comparação com outras equações que possuem características semelhantes, permitiu avaliar sua eficiência. Adicionalmente, a análise paramétrica realizada no estudo apresentou resultados relevantes sobre a contribuição das variáveis envolvidas, evidenciando que, na literatura, ainda há controvérsias a respeito desse assunto.

O desenvolvimento de modelos analíticos para o CRFA ainda se faz relevante no cenário atual de pesquisas na literatura, em função principalmente das aplicações para dimensionamento e projetos. Conforme já mencionado anteriormente, a inclusão do CRFA na construção civil com mais entendimento do material, possibilita a abrangência de aplicabilidade. Portanto, as análises apresentadas neste capítulo contribuem para o avanço das discussões acerca

dos modelos analíticos existentes para o cálculo de  $V_{\max}$  do CRFA, além de fornecerem subsídios para a interpretação dos resultados obtidos.

## 7 ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS ESBELTAS DE CRFA

### 7.1 INTRODUÇÃO

Uma forma alternativa de predição do comportamento a força cortante do CRFA é por meio de análises numéricas, através de softwares que utilizam o Método dos Elementos Finitos (MEF). Essa abordagem pode ser útil para complementar resultados obtidos experimentalmente e analiticamente. É dentro deste contexto que este capítulo se enquadra, apresentando uma metodologia numérica, e com resultados introdutórios. Resultados estes, que complementam os demais já apresentados nos capítulos 4, 5 e 6, cujo foco é o entendimento e representação do CRFA, no âmbito da força cortante.

Dado o exposto, entende-se que um modelo numérico que seja capaz de traduzir fielmente o comportamento mecânico do material, viabiliza a investigação do impacto de diferentes parâmetros, tais como taxa de armadura, tipo e quantidade de fibras de aço, propriedades do material e condições de apoio, dentre outros. Essa possibilidade propicia a realização de estudos paramétricos com o intuito de aprimorar a compreensão acerca do comportamento estrutural e, assim, contribuir para embasar decisões relacionadas ao projeto e à otimização das vigas de CRFA.

As grandes deformações envolvidas em vigas de CRFA sem estribos, e o comportamento intrínseco do concreto, exigem que a análise seja não linear (ABBAS, SYED MOHSIN e COTSOVOS, 2019). Esse tipo de modelagem pode mostrar a formação e propagação de trincas, deflexões, e complementar observações experimentais. No entanto, a complexidade dos modelos não lineares de elementos finitos é inerente, devido às várias teorias utilizadas na modelagem de materiais, seleção de elementos, condições de contorno e procedimentos de solução que esses modelos incluem (UNGERMANN, ADAM e CLASSEN, 2020).

A modelagem por elementos finitos do CRFA tem sido objeto de pesquisas nas últimas décadas. Alguns dos últimos avanços incluem a incorporação de comportamentos não-lineares, como o amolecimento pós-pico do concreto e a redistribuição de tensão nas fibras de aço após o início da fissuração (ATAEI, BRADFORD e LIU, 2017; BAHIJ e ADEKUNLE, 2017). Além

disso, novos modelos têm sido desenvolvidos para simular a interação entre a matriz de concreto e as fibras de aço, permitindo a análise do desempenho do concreto reforçado com fibras em diferentes condições de carga (SOUSA *et al.*, 2021b; GOLPASAND, FARZAM e SHISHVAN, 2020). Abordagens discretas das fibras também foram apresentadas, apesar de exigirem um alto custo computacional (BITENCOURT *et al.*, 2019).

Um dos grandes desafios da área numérica na engenharia é o equilíbrio entre uma modelagem eficiente e o custo computacional despendido. Estratégias robustas com fibras discretizadas (ZHANG *et al.*, 2020) auxiliam na compreensão da orientação das fibras, por exemplo. Entretanto, em vias práticas, exigem esforço de *software* e *hardware* altos, dificultando a metodologia para fins de projeto. Nesse contexto, de acordo com Cavalaro, Blanco e Pieralisi (2018), na construção civil é comum separar o projeto de dimensionamento, da análise das propriedades dos materiais do projeto e dos processos de produção utilizados. Essa divisão é possível devido à robustez de materiais de construção, como o concreto, que são pouco afetados pelos processos de produção quando medidas mínimas de precaução são implementadas. No entanto, essa abordagem não é aplicável a tipos especiais de concreto, como o CRF, que apresentam uma maior sensibilidade ao projeto e à fabricação do composto. Assim, visando projetos eficientes de CRFA é importante que seja incorporado ao cálculo estrutural, uma etapa de análise do material e do seu comportamento, visando um processo de produção holístico.

Nesse sentido, para simular o comportamento do CRFA, um modelo constitutivo das tensões e deformações do material é um dado de entrada dos softwares que utilizam MEF. Alguns modelos constitutivos diferentes têm sido utilizados em simulações, provenientes tanto de normativas, como a FIB Model Code, RILEM, Código Estructural 2021, dentre outras (BLANCO *et al.*, 2015), quanto de modelos multi-escala (KYTINO, CHALIORIS e KARAYANNIS, 2020; TUNG, BETSCHOGA e TUE, 2020). Comprovar a eficácia desses modelos constitutivos é um trabalho que vem sendo extensivamente feito na literatura, já que são os parâmetros mais importantes da representação do CRFA (BUTTIGNOL *et al.*, 2018; TUNG, BETSCHOGA e TUE 2020).

Assim, este capítulo aborda a modelagem via MEF de vigas de CRFA, com o intuito de colaborar principalmente com avanços atrelados à área de

projetos de dimensionamento. Tendo em vista que esta tese visa contribuir, de forma geral, com o entendimento do comportamento mecânico do CRFA, é razoável supor que além das análises experimentais, teóricas e analíticas realizadas nos capítulos anteriores, análises numéricas possam contribuir para este objetivo central. No entanto, é importante ressaltar que este estudo adotou uma abordagem introdutória na técnica utilizada, o que limitou a profundidade das análises. Portanto, são necessárias pesquisas adicionais e estudos mais aprofundados para uma compreensão mais completa e detalhada, onde seja possível, por exemplo, a simulação dos mecanismos de transmissão de força cortante.

## 7.2 OBJETIVOS

O objetivo deste capítulo é apresentar uma modelagem numérica das vigas esbeltas da presente campanha experimental, a fim de comparar parâmetros e possibilitar a expansão dos estudos para geometrias distintas. Para cumprir com o objetivo, alguns objetivos específicos são dados:

- Fornecer detalhes das estratégias de modelagem e dos parâmetros de entrada de um modelo bidimensional (2D) do ensaio de tração na flexão, e tridimensional (3D) das vigas esbeltas e armadas, pelo software Abaqus®;
- Comparar os resultados numéricos com os experimentais de força versus deslocamento obtidos pelo ensaio de tração na flexão (modelo 2D), ao se inserir o modelo constitutivo da FIB Model Code (2010) e Código Estructural (2021);
- Aplicar uma metodologia de análise inversa no modelo bidimensional (2D) de tração na flexão, ajustando a o diagrama de tensão *versus* deformação do material;
- Através do modelo tridimensional (3D), comparar parâmetros experimentais e numéricos como altura da zona comprimida não fissurada, inclinação da fissura diagonal crítica, força cortante máxima ( $V_{max}$ ) e flecha.
- Comparar o padrão da fissura diagonal crítica das vigas ensaiadas na campanha experimental com os resultados obtidos numericamente.



- Expandir as análises para vigas de dimensões e relação  $a/d$  diferentes das confeccionadas experimentalmente, cujo resultado de força cortante máxima  $V_{max}$  pode ser comparado com os valores dos modelos analíticos do capítulo 6.

### 7.3 METODOLOGIA

A representação da metodologia adotada neste capítulo pode ser vista na Figura 82, onde as primeiras análises dizem respeito à simulação do ensaio de tração na flexão (2D). Nesta etapa, o diagrama tensão x deformação do CRFA é incluído no software Abaqus ® através das premissas das normativas do FIB Model Code (2013) e Código Estructural (2021). Como dados de saída desta etapa, tem-se o diagrama de força x deslocamento dessas vigas. A partir desses resultados, é utilizada uma metodologia de análise inversa, onde a curva obtida numericamente é ajustada à curva obtida experimentalmente, obtendo um novo diagrama tensão x deformação.

Com a representação do material ajustada, parte-se para a análise 3D, onde as vigas da campanha experimental (capítulo 3) são simuladas pelo ensaio de flexão de 3 pontos. São comparadas as curvas de força cortante *versus* flecha, força cortante máxima  $V_{max}$ , e padrão de fissuração dos dados experimentais e numéricos. Também foram aferidos o ângulo médio da fissura diagonal crítica e a altura da zona comprimida não fissurada, objetivando mostrar que a metodologia pode, com mais desenvolvimento, ser aplicada para a análise de mecanismos de transferência de força cortante.

Por fim, vigas com diferentes geometrias e relação  $a/d$  foram simuladas, sem variação do material, cuja curva de tensão x deformação já havia sido ajustada nas análises iniciais. Nesta etapa final, a avaliação diz respeito apenas à força cortante máxima  $V_{max}$ .

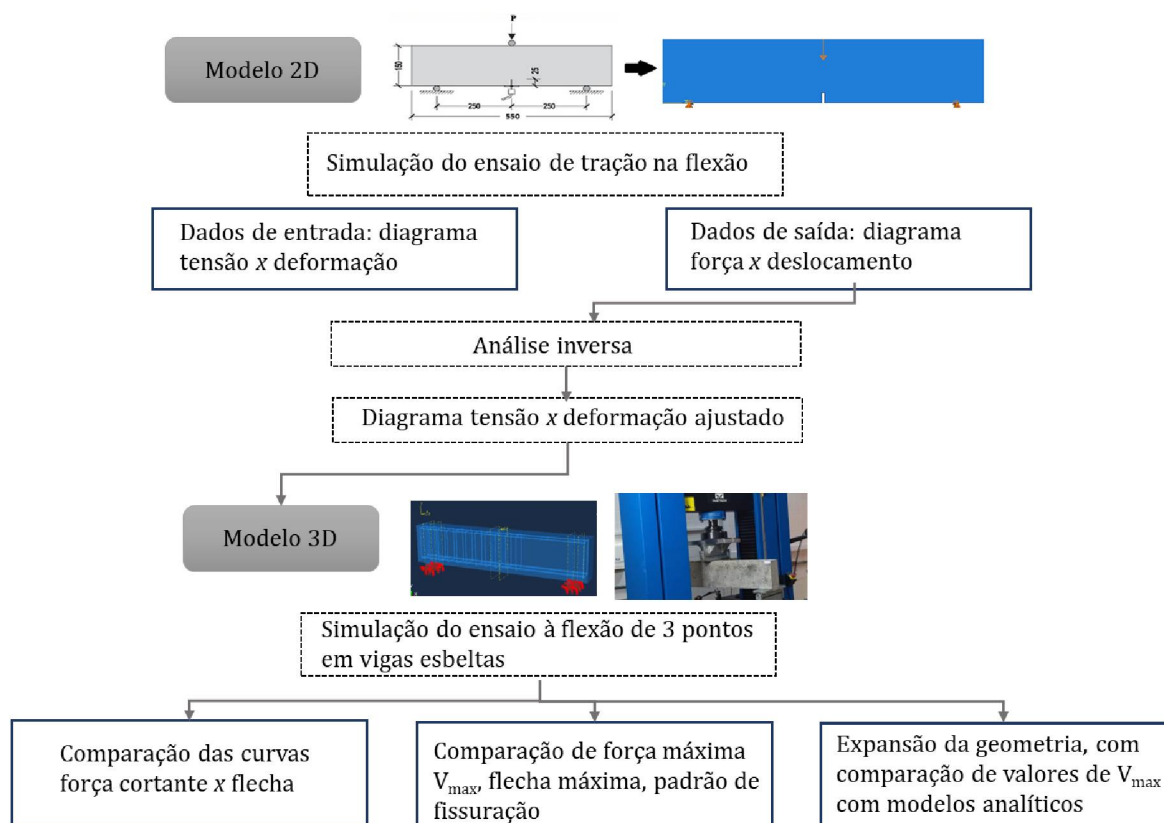


Figura 82 - Fluxograma da metodologia

### 7.3.1 Modelo constitutivo FIB Model Code

A Fédération Internationale du Béton (FIB, 2013) traz um modelo constitutivo, cujos parâmetros são definidos por meio de resistências à tração residual, determinadas pela realização da EN 14651. Do ensaio da EN 14651, deriva-se o diagrama carga - CMOD (*Crack Mouth Opening Displacement*), como mostrado na Figura 83 onde as tensões  $f_{rj}$  podem ser vistas em relação ao CMOD<sub>j</sub> delimitado. O ensaio consiste na obtenção das resistências residuais à tração em flexão,  $f_j$ , em distâncias pré-determinadas, correspondentes a CMOD = CMOD<sub>j</sub> ( $j = 1, 2, 3$  e  $4$ ). O modelo constitutivo, bem como a equação referente às deformações e tensões no diagrama são mostrados na Figura 83.

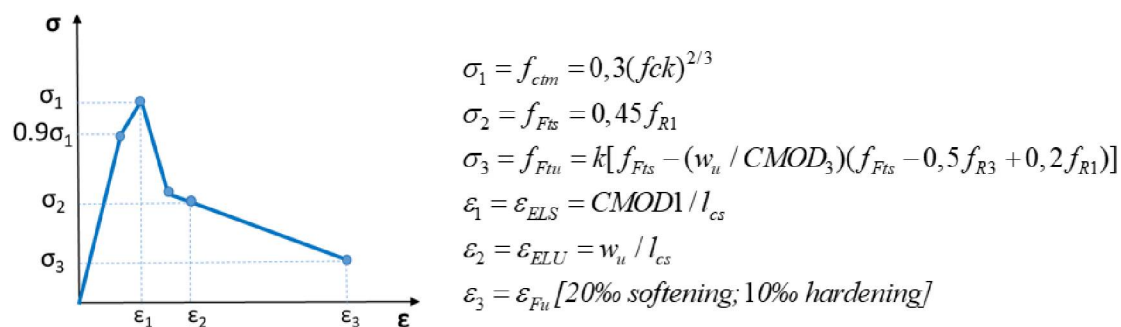


Figura 83 - Modelo constitutivo FIB Model Code

onde  $f_{ctm}$  = resistência média do concreto à tração;  $f_{ck}$  = resistência à compressão característica medida aos 28 dias;  $f_{Fts}$  = resistência à tração residual no estado limite de serviço;  $f_{R1}$  = resistência à tração residual correspondente a  $CMOD1 = 0,5$  mm;  $f_{Ftu}$  = resistência à tração residual no estado limite último;  $k$  = fator de orientação da fibra;  $w_u$  = largura máxima admissível da fissura;  $CMOD1$  = abertura de fissura de 0,5 mm;  $CMOD3$  = abertura da trinca em 2,5 mm;  $f_{R3}$  = resistência à tração residual correspondente a  $CMOD3 = 2,5$  mm;  $l_{cs}$  = comprimento característico estrutural;  $y$  = distância da linha neutra à base da seção transversal tracionada;  $\varepsilon_{s/s}$  = deformação no estado limite de serviço;  $\varepsilon_{s/lu}$  = deformação no estado limite último.

### 7.3.2 Modelo constitutivo Código Estrutural 2021 (CE 2021)

A norma espanhola Código Estrutural 2021 contém em seu texto recomendações para o uso de concreto com fibras, porém não especifica o tipo de fibra a ser utilizada. O modelo constitutivo multilinear é mostrado na Figura 84. Para casos mais simplistas, o modelo pode ser usado como um diagrama bilinear (curva A-C-D-E). O diagrama com a resistência adicional fornecida pelo pico A-B-C permite uma melhor aproximação do comportamento mecânico do concreto com fibra.

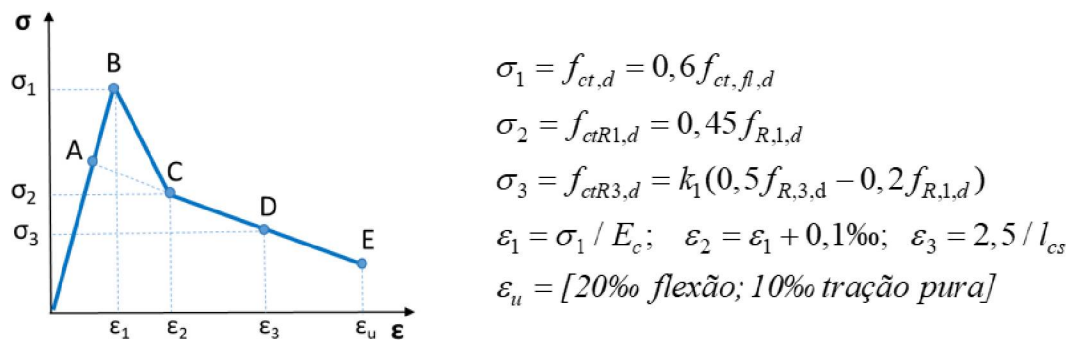


Figura 84 - Modelo constitutivo Código Estrutural

onde  $f_{ct,d}$  = resistência à tração média do concreto;  $f_{ct,fl,d}$  = resistência à flexão do concreto;  $f_{ctR1,d}$  = resistência residual ao pós-pico;  $f_{ctR3,d}$  = resistência residual pós pico referente à deformação 3;  $f_{R1,d}$  = resistência à tração, referente a CMOD1;  $E_c$  = módulo de elasticidade do concreto;  $l_{cs}$  = comprimento característico estrutural.

### 7.3.3 Modelo 2D

Para simular o ensaio de tração na flexão, o modelo do *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) foi utilizado. O CDP é baseado nos modelos propostos por Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998), e representa o comportamento do concreto e de outros materiais frágeis, como rochas e argamassas. Fissuras em tração ou esmagamento em compressão são os principais modos de falha deste modelo. Uma das principais vantagens do CDP, segundo Michał and Andrzej (2015) é que o comportamento a tração e a compressão podem ser inseridos separadamente, conforme mostra a Figura 85.

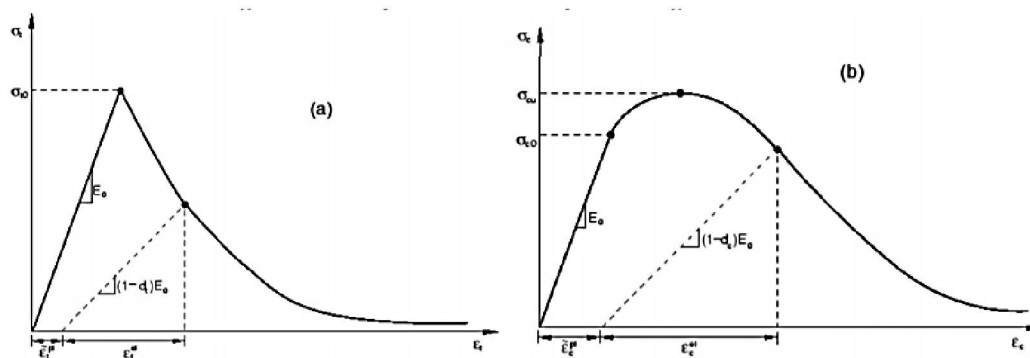


Figura 85: Modelos do CDP do Abaqus para tração (a) e compressão (b)  
 Fonte: Abaqus User Guide, 2020

Na Figura 85 pode-se perceber uma reta tracejada com inclinação inferior àquela obtida no início do carregamento. Esta, trata-se do dano sofrido pelo material na fase de descarregamento, onde a nova inclinação representa a rigidez degradada do material (Jankowiak e Lodygowski, 2005). Pode-se perceber também que a deformação é expressa em termos de deformação elástica ( $\varepsilon^{el}$ ) e plástica ( $\varepsilon^{pl}$ ). Em síntese, a deformação é dada como:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} \quad (62)$$

A resposta elástica é considerada linear e isotrópica, portanto depende apenas do módulo de elasticidade. A deformação plástica, que é a utilizada no CDP como dados de entrada, é a deformação pontual deduzida a parcela elástica, que corresponde ao material não danificado (HAFEZOLGHORANI, 2017). A equação 63 mostra como deve ser levada em conta essa deformação plástica  $\varepsilon^{pl}$ :

$$\varepsilon^{pl} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (63)$$

onde  $\varepsilon$  é a deformação pontual,  $\sigma$  é a tensão pontual, e  $E$  é o módulo de elasticidade.

Além da inserção do diagrama tensão *versus* deformação, é necessário fornecer ao Abaqus® outros parâmetros. Estes são responsáveis pela expansão do comportamento dos materiais em estado uniaxial para o multiaxial. São eles (GRASSL, *et al.*, 2011):

a) **Ângulo de dilatação ( $\psi$ ):** esta variável é o ângulo de inclinação da superfície de falha em direção ao eixo hidrostático, e fisicamente pode ser entendido como um ângulo de atrito interno. Em termos práticos, esse ângulo determina a capacidade de expansão do concreto ao sofrer deformações plásticas.

b) **Excentricidade:** A Excentricidade pode ser calculada também como a razão da tensão última de tração pela de compressão no caso uniaxial. Com o aumento do valor da Excentricidade, a curvatura para a função potencial aumenta, implicando que o ângulo de dilatação aumente mais rapidamente à medida que a pressão confinante diminui. Quando a Excentricidade tiver o valor zero, a superfície no plano meridional se torna uma linha reta, ou seja, o critério clássico de Drucker-Prager.

c)  $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$ : é o ponto em que o concreto é submetido a falhas sob compressão biaxial. Entende-se também como uma proporção da força no estado biaxial para a força no estado uniaxial. De acordo com o manual do usuário do Abaqus (Simulia, 2020), a força de compressão biaxial uniforme  $f_{cc}$  é igual a 1,16248  $f_c$ . Assim,  $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} = 1,16$ .

d) **K**: O valor de K representa a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador. De acordo com o manual do usuário do Abaqus (Simulia, 2020), o valor de  $K = 2/3$  é normalmente recomendado para o modelo CDP, sendo que a forma gráfica corresponde à combinação de três elipses tangentes. Com valor de  $K = 1$ , a superfície de falha se torna um círculo, como no critério de Druger-Prager

e) **Viscosidade ( $\mu$ )**: O tutorial do software Abaqus ® aponta que devido à característica de alguns materiais em apresentarem comportamento de amolecimento e degradação da rigidez, geralmente ocorrem problemas de convergência. Para evitar esse tipo de problema o modelo de CDP utiliza a viscosidade para regularizar as equações constitutivas. Ao utilizar o parâmetro da viscosidade, permite-se que se exceda a superfície potencial plástica em um valor suficientemente pequeno, com o objetivo de regularizar as equações constitutivas. O valor do parâmetro de viscosidade pode ser escolhido de tal forma que  $\mu \geq 0$  e recomenda-se utilizar um valor pequeno, na ordem de  $10^{-5}$ .

Para o presente trabalho, a Tabela 12 mostra os valores adotados para estas variáveis, baseado nas sugestões do manual do usuário do Abaqus ® (Simulia, 2020), e também em trabalhos que utilizaram esse modelo para simular o CRFA, como Othman e Marzouk (2018), Guler, Lale, Aydogan (2013), Blazejowski (2012).

Tabela 12: parâmetros adotados para o CDP do Abaqus

Ângulo de dilatação ( $\psi$ )	Excentricidade	$\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$	K	Viscosidade ( $\mu$ )
30	0,1	1,16	0,667	0,0001

Além disso, outra estratégia de modelagem foi utilizar o Abaqus *explicit*, através de uma análise dinâmica quase estática. Na análise puramente estática, existem alguns problemas de convergência quando se trata de materiais não

lineares com grandes deformações. Alguns desses problemas são solucionados, mas o custo computacional é alto, pois necessitam de muitos incrementos na análise para que ocorra essa convergência. Já na análise dinâmica explícita, as equações de equilíbrio são desacopladas. Isto é, o algoritmo de solução não utiliza iterações como critério de convergência, e um conjunto global de equações não precisa ser resolvido em cada incremento (THAI *et al.*, 2017; OTHMAN e MARZOUK, 2018; BITENCOURT *et al.*, 2019). Assim, o custo computacional do método explícito é baixo em comparação com os outros algoritmos do Abaqus, sendo indicado para problemas com condições de contato complexas, malhas distorcidas ou não linearidades que acarretam em grandes deformações.

Com relação a análise quase estática, uma solução econômica acarreta em acelerar a aplicação da força ou deslocamento, para que não haja tantos incrementos de tempo. O problema é que, à medida que o evento é acelerado, o estado de equilíbrio estático evolui para um estado de equilíbrio dinâmico no qual as forças inerciais se tornam mais dominantes (THAI *et al.*, 2017). A grande dificuldade da análise quase estática é modelar o processo no menor período de tempo em que as forças inerciais permaneçam insignificantes.

Não existe uma formulação padrão de qual é a taxa de aplicação de carregamento externo correta para que a modelagem se comporte como quase estática, e cada problema deve ser analisado individualmente. Mas uma forma de validar a análise e comprovar que as forças inerciais são irrelevantes, é medindo a energia cinética do problema. Esta deve ser pequena a ponto de ficar entre 1-5% da energia interna total, de acordo com o manual do usuário do Abaqus® (Simulia, 2020). Como essa relação ficou abaixo dos 3% durante toda a simulação, com o tempo de análise sendo adotado como 3 segundos. Dessa forma, valida-se a análise quase-estática utilizada.

#### 7.3.4 Sensibilidade da malha

A fim de analisar a sensibilidade dos resultados de força-deslocamento para o refinamento da malha e também para o tipo de elemento, 7 análises foram feitas. A síntese de cada uma dessas análises pode ser vista na Tabela 13 a

seguir, onde percebe-se que o problema foi modelado variando o tamanho do elemento, o local de refino, e o tipo de elemento.

Sobre os elementos, vale destacar que integrações excessivamente reduzidas introduzem modos espúrios (*hourglass modes*) no elemento, e podem comprometer a sua eficiência. Como estratégia para controlar este problema, o Abaqus adota esquemas de estabilização (*hourglass control*), onde são introduzidas rigidezes artificiais na formulação dos elementos (GENIKOMSOU *et al.*, 2010).

Tabela 13: resumo das análises realizadas para testar a sensibilidade de malha

Análise	Elemento <sup>2</sup>	Tamanho do elemento (mm)	Malha
A1	CPS4R	5	Refino de elementos 2,5 mm na região do entalhe
A2	CPS4R	5	elementos padronizados de 5 mm
A3	CPS4R	10	elementos padronizados de 10 mm
A4	CPS4R	5	malha estruturada mm
A5	CPE3	10	elementos padronizados de 10 mm
A6	CPE3	5	elementos padronizados de 5 mm
A7	CPS6M	10	elementos padronizados de 10 mm

O resultado da curva força-deslocamento das 7 análises (curvas coloridas), bem com os resultados obtidos experimentalmente (curvas em cinza claro) encontram-se na Figura 86. Para fins de testes de sensibilidade da malha, foi utilizado o modelo constitutivo MC 2010.

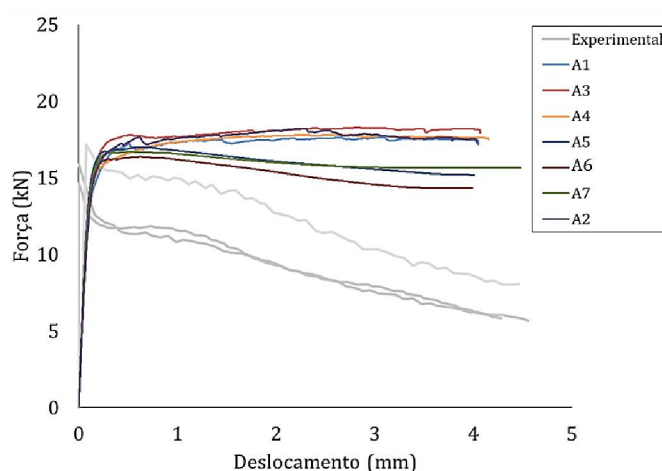


Figura 86 - Curva força-deslocamento para as análises de sensibilidade da malha

<sup>2</sup> CPS4R = elemento do estado plano de tensões, de 4 nós, com integração reduzida e “hourglass control”;

CPE3 = elemento do estado plano de tensões, linear, de 3 nós;

CPS6M = elemento modificado do estado plano de tensões, de 6 nós, com integração reduzida e “hourglass control”.



Na Figura 86 é possível perceber que as análises A5 A6 e A7 são as mais similares com os resultados experimentais. Estas análises foram feitas com os elementos triangulares de 3 (CPE3) e 6 (CPS6M) nós. Ainda, percebe-se uma similaridade entre as análises A5 e A7, cuja única diferença é o número de graus de liberdade do elemento triangular.

Os elementos quadrangulares obtiveram uma resposta onde as forças se mostraram, em grande parte, superiores aos resultados experimentais. Como em situação de projeto a superestimação das forças não é desejável, optou-se por utilizar o elemento triangular. Também, como as análises do elemento de 3 (A5 e A6) e 6 (A7) nós foram muito similares, em virtude do menor custo computacional, optou-se por utilizar o elemento triangular de 3 nós CPE3 com elementos de 10 mm (análise A5).

Vale ressaltar que a linha horizontal do entalhe da viga foi propositalmente dividida em 2, para que na geração da malha essa região seja mais refinada que o resto. Esta técnica permite que as tensões neste ponto, que é o ponto crítico da modelagem, sejam mais precisas. A Figura 87 mostra a malha utilizada, onde pode-se observar elementos menores na região do entalhe.

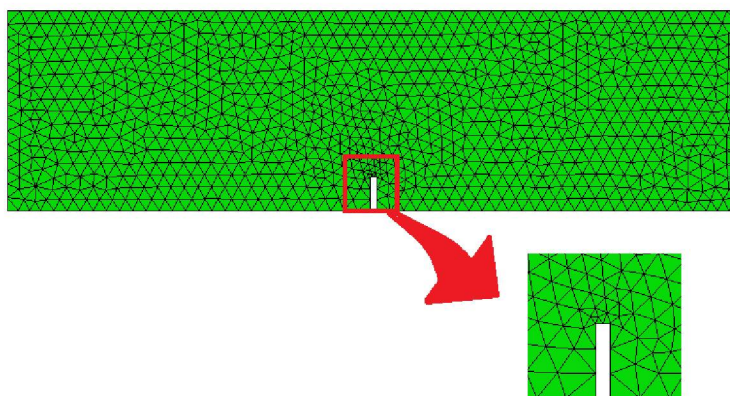


Figura 87 - Elementos menores na região do entalhe da viga

### 7.3.5 Modelo tridimensional das vigas esbeltas

Para a simulação tridimensional das vigas esbeltas, foram modeladas as armaduras longitudinais e os estribos separadamente do sólido representando a viga de concreto, e depois unidas por definições de contato de interação.

A Figura 88 mostra algumas particularidades do modelo utilizado. Em 88-a) o modelo 3D é apresentado, e em b) os círculos em amarelo representam as armaduras integradas à viga pela definição de contato *embedded*. Em 88-c) é possível ver a superfície de aplicação do carregamento, onde um ponto de referência (*reference point*) foi colocado, com uma restrição cinemática (*kinematic constrain*) onde todos os deslocamentos são restritos. A simulação foi feita através da aplicação de um deslocamento nessa superfície. Em 88-d) é apresentada uma superfície de interação entre os apoios e a viga do tipo *tie*, que é usualmente utilizada para integrar dois tipos diferentes de malhas.

Na viga e apoios foram utilizados elementos 3D da biblioteca *explicit*, lineares, hexaédricos com 8 nós. As armaduras foram modeladas com elementos de viga, no *explicit*, onde cada elemento possui 2 nós. Para a modelagem 3D, o CDP, que diz respeito ao material utilizado, manteve-se com os mesmos parâmetros de entrada da simulação 2D (Tabela 12).

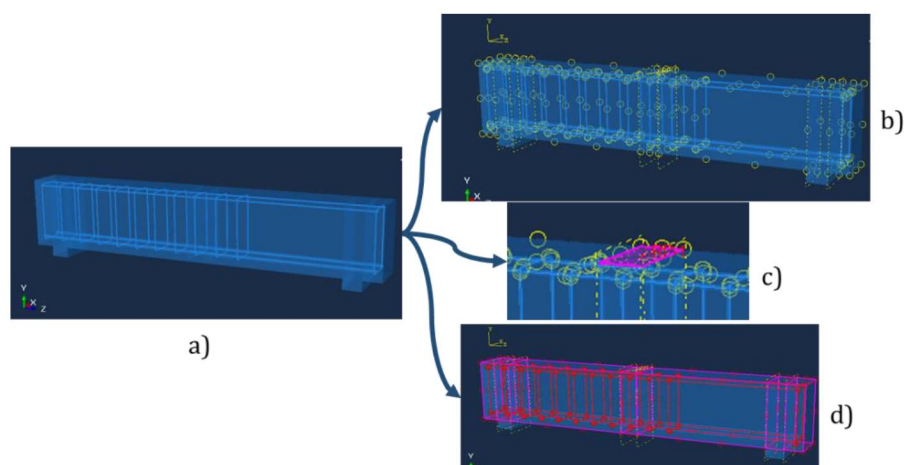


Figura 88 - a) Modelo 3D das vigas esbeltas; b) armaduras integradas à viga de concreto; c) superfície de apoio da aplicação das forças e d) superfície de interação entre viga e apoios

Similar ao que foi feito no modelo 2D, foi realizado um teste de sensibilidade de malha. Nesse caso, apenas o tamanho do elemento foi variado, sendo testadas malhas com elementos de 40 mm (Figura 89-a), com 20 mm (Figura 89-b) e com 10 mm (Figura 89-c). Os resultados, assim como no modelo 2D, foram feitos com a entrada de dados do modelo MC2010, e podem ser vistos na Figura 90.

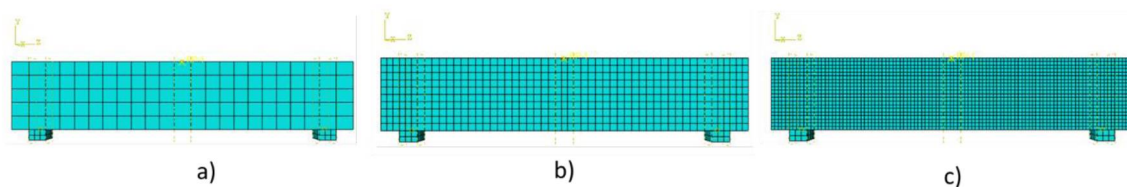


Figura 89 - Malhas avaliadas. a) 40 mm, b) 20 mm e c) 10 mm

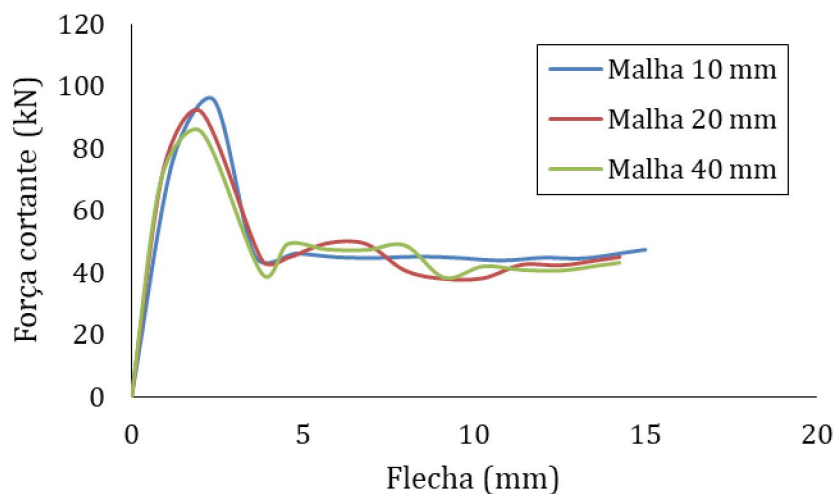


Figura 90 - Resultados da sensibilidade de malha para o modelo 3D

Os valores apresentados na Figura 90 foram próximos entre si, com variação maior no trecho pós pico, e com mais instabilidade nos resultados para a malha mais grosseira de 40 mm. Como os valores se mostraram mais estáveis para a malha mais refinada de 10 mm, esta foi utilizada nas análises posteriores.

### 7.3.6 Análise inversa

A representação da análise inversa pode ser vista na Figura 91, conforme proposto por Benedetty *et al.* (2020) e Benedetty *et al.* (2022).

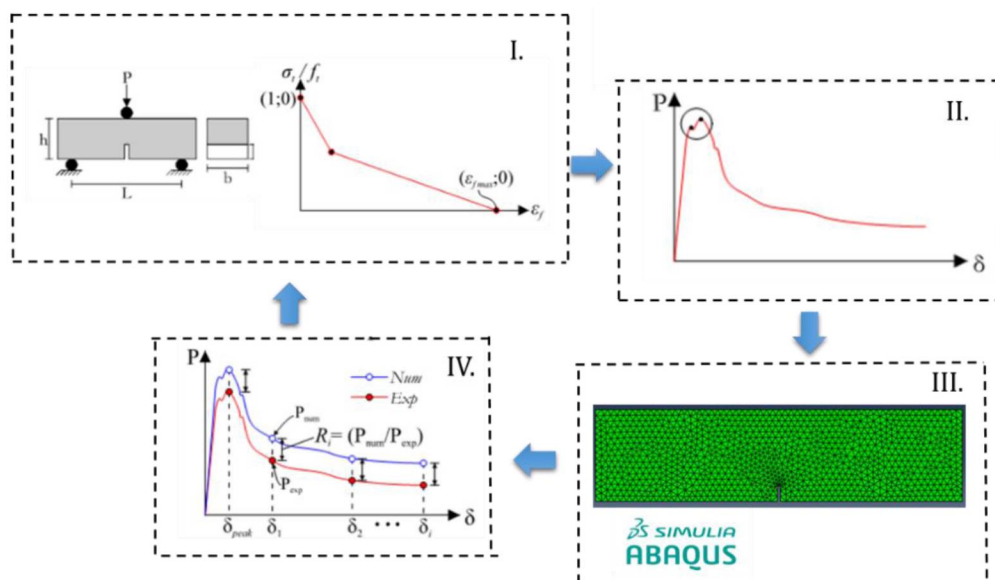


Figura 91 - Procedimento metodológico da análise inversa  
Fonte: Adaptado de Benedetty (2020)

Os passos metodológicos são resumidos a seguir:

1 – Calcular a resistência média a tração para cada dosagem (C0.5 e C1.0) a partir dos resultados do ensaio de tração na flexão, da forma:

$$f_{tm} = \frac{3P_{max}L}{2b(h - h_e)^2} \quad (64)$$

onde  $P_{max}$  é obtido do diagrama de força versus deslocamento e corresponde à máxima carga aplicada no ensaio,  $L$  é o vão entre os apoios,  $b$  a espessura do corpo de prova,  $h$  a altura do corpo de prova, e  $h_e$  a profundidade do entalhe.

2 – Adotar um valor máximo de abertura de fissura ( $w_{fmax}$ ) e calcular a respectiva deformação de fratura máxima, através da equação 65. O parâmetro  $L_t$  corresponde ao comprimento característico e pode ser adotado como o tamanho do elemento finito na região do entalhe (5 mm, no presente caso). Essa deformação máxima se refere ao valor do último ponto da função de amolecimento da tração. Segundo Benedetty *et al.* (2022) e Sajdlová (2016), são adotados dois pares de pontos intermediários: (1;0) e (0.25; 0.01) conforme a Figura 92.

$$\varepsilon_{fmax} = \frac{wf_{max}}{L_t} \quad (65)$$

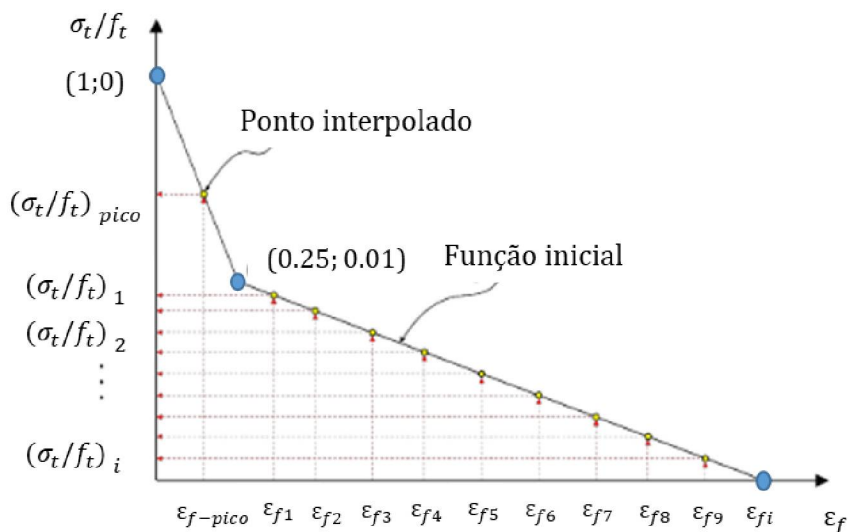


Figura 92: Interpolação dos valores de tensão a partir das deformações de fratura.

3 – Simular no Abaqus ® o ensaio de tração na flexão, colocando o modelo constitutivo da Figura 92 como parâmetro de entrada, relacionado ao comportamento à tração do material. No caso do presente trabalho, essa primeira etapa diz respeito à análise 2D do ensaio de tração na flexão apresentado aqui;

4 – Obter como resposta do Abaqus ® a curva força *versus* deslocamento, e comparar com a curva experimental. Indicar em ambas as curvas o deslocamento de pico e outros diversos deslocamentos no regime pós pico, conforme Figura 93. Para uniformizar as análises, foram elencados 10 pontos de pós pico em todas as iterações.

5 – Calcular as deformações correspondentes, dividindo os deslocamentos pelo parâmetro  $L_t$ , aqui definido como 5mm.

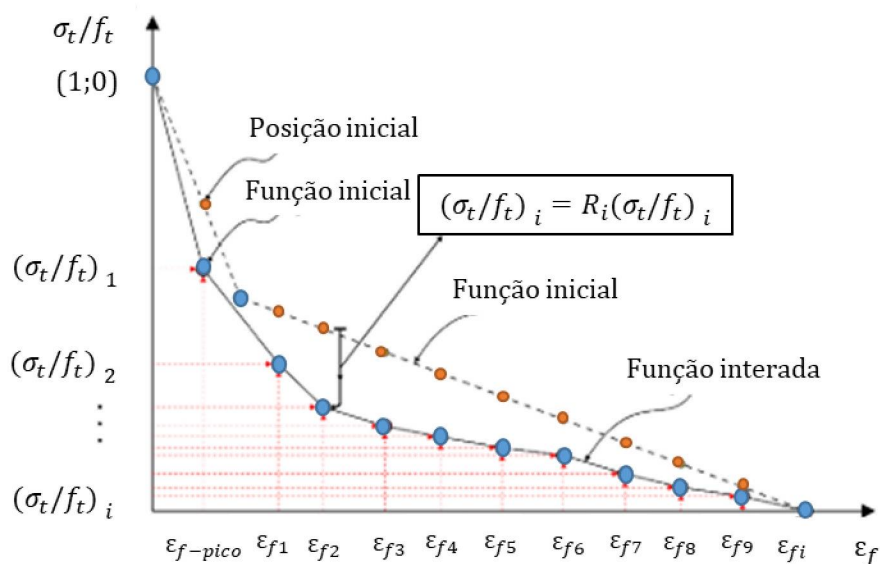


Figura 93: Função pós pico inicial e iterada

6 – Calcular através da equação 66 a taxa de variação ( $R_i$ ) entre as cargas experimentais e numéricas referentes aos deslocamentos definidos nas curvas força *versus* deslocamento

$$R_i = \frac{P_{exp}}{P_{num}} \quad (66)$$

7 – Obter o valor das ordenadas na função inicial pós pico, conforme Figura 92.

8 – Calcular as ordenadas com a nova função pós pico através da equação 67, e traçar a nova função a partir das deformações conforme a Figura 93.

$$(\sigma_t/f_t)_i = R_i(\sigma_t/f_t)_i \quad (67)$$

9 – Simular numericamente no Abaqus ® o ensaio de tração na flexão a partir da curva nova pós pico, e comparar o diagrama força *versus* deslocamento numérico e experimental. O procedimento é repetido até que haja concordância entre as duas curvas.

## 7.4 RESULTADOS

### 7.4.1 Análise inversa (modelo 2D)

As Figuras 94 e 95 mostram o diagrama força versus deslocamento do modelo 2D, e também os resultados da análise inversa. Na Figura 94 nota-se que para o concreto C0.5 foram necessárias duas iterações, onde o resultado pela análise inversa já se assemelhou aos valores experimentais. Já na Figura 95 o concreto C1.0 necessitou de uma iteração a mais, onde percebe-se maior semelhança com os resultados experimentais até o nível de deslocamento próximo de 3 mm. Importante ressaltar aqui que foram feitas mais iterações, mas a curva permanecia similar à iteração 3, ou com pior proximidade dos valores experimentais. A metodologia de análise inversa é sensível à escolha dos  $i$  pontos pós pico a serem levados em consideração no cálculo de  $R_i$  (equação 66). Portanto, há variação na resposta dependendo dos pontos escolhidos.

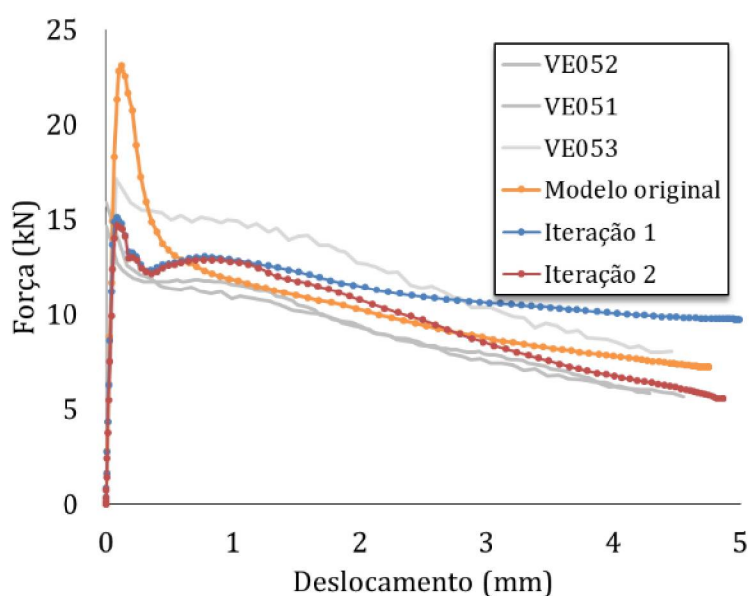


Figura 94 - Diagrama força versus deslocamento para as vigas do concreto C0.5, com o modelo original e duas iterações da análise inversa

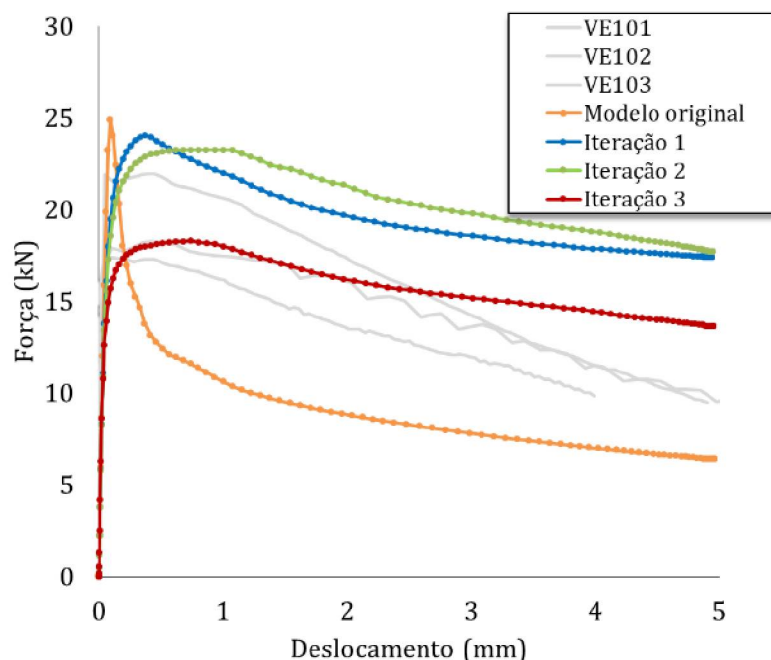


Figura 95 - Diagrama força versus deslocamento para as vigas do concreto C1.0, com o modelo original e três iterações da análise inversa

Os valores das tensões  $\sigma$  e deformações plásticas  $\epsilon^{pl}$  do modelo original e dos valores obtidos pelas iterações podem ser vistos na Figura 96.

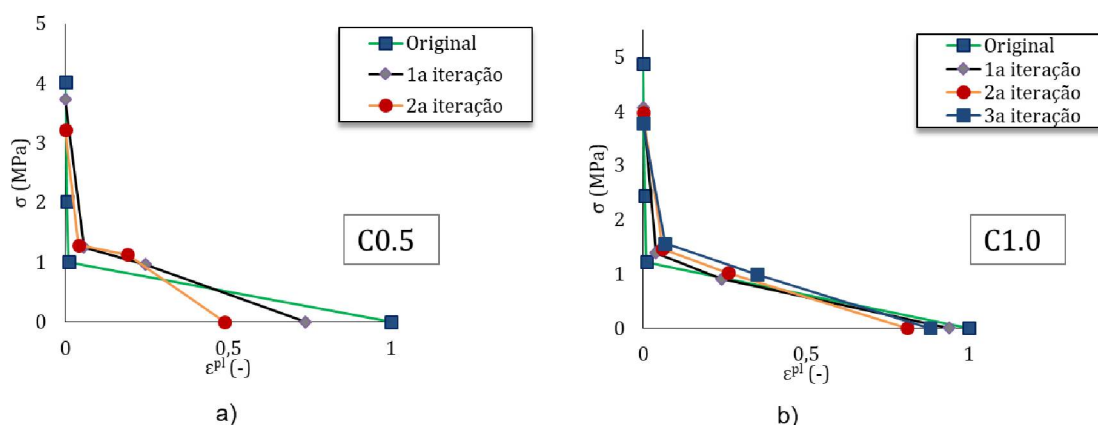


Figura 96 - Diagrama tensão versus deformação plástica do modelo original e do obtido nas iterações, para a) C0.5 e b) C1.0

Conforme descrito na metodologia, primeiramente são exibidas as curvas de força cortante em relação à flecha das análises do modelo 3D. Os resultados obtidos com o modelo constitutivo da FIB Model Code e CE 2021, bem como a curva resultante da última iteração da análise inversa, são



apresentados. Além disso, as curvas correspondentes à resposta experimental também são exibidas.

#### 7.4.2 Vigas esbeltas (modelo 3D)

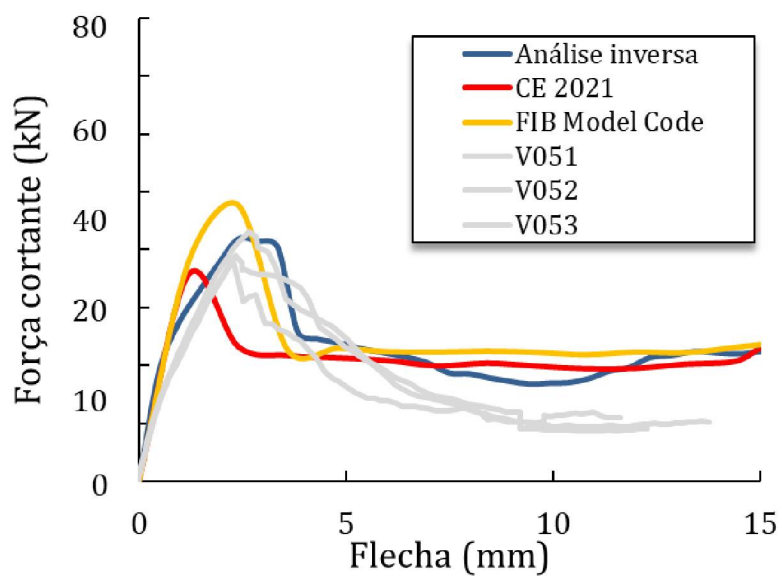


Figura 97 - Força cortante versus flecha das análises experimentais e numéricas para o concreto C0.5

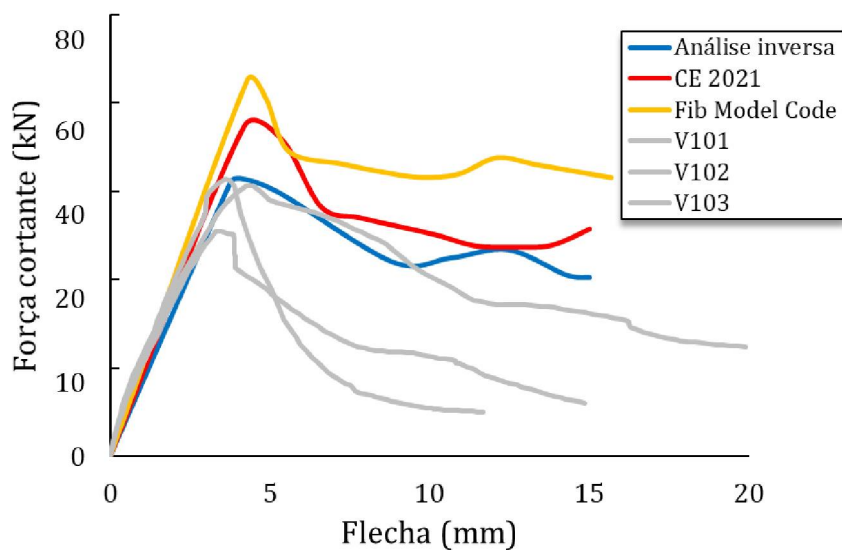


Figura 98 - Força cortante versus flecha das análises experimentais e numéricas para o concreto C1.0

Avaliando os resultados da Figura 97 e Figura 98, percebe-se uma melhor aproximação do traçado do diagrama força cortante versus flecha pelo obtido com a análise inversa. O CE 2021 mostrou os menores valores nos dois casos, em comparação com o modelo do FIB Model Code. Comportamento esse já visto em análises similares de Debella Santos *et al.* (2020).

No caso do concreto C0.5, a curva da análise inversa foi ainda mais semelhante às experimentais, quando comparado com o concreto C1.0. Neste último, o ramo pré-pico ficou mais próximo das vigas ensaiadas quando comparado com os modelos das normativas avaliadas. No entanto, no ramo pós pico, a curva não teve um amolecimento tão similar aos experimentos.

De toda forma, os valores aferidos no instante de ruptura (em  $V_{max}$ ) são mostrados na Tabela 14.

Tabela 14: Valores experimentais e numéricos com a análise inversa no instante de  $V_{max}$

	Flecha na ruptura (mm)	$V_{max}$ (kN)
V051	2,66	43,08
V052	2,33	38,93
V053	2,28	37,98
Média C0.5	2,42	40
Numérico	2,39	41,2
V101	3,47	50,94
V102	3,60	62,67
V103	4,48	61,19
Média C1.0	3,85	58,27
Numérico	3,83	62,47

Pela Tabela 14 fica mais evidente a eficácia dos resultados obtidos através da análise inversa no modelo numérico. Novamente, assim como nos diagramas força cortante versus flecha, os valores do concreto C0.5 foram mais próximos do que os do concreto C1.0.

Ainda, as Figuras 99 e 100 comparam o padrão de fissuração obtido com a análise numérica com os obtidos experimentalmente, bem como a altura da zona comprimida não fissurada de concreto (C) e o ângulo da fissura diagonal crítica. Na Figura 99 são apresentados os resultados para o concreto C0.5, e na Figura 100 para o concreto C1.0.

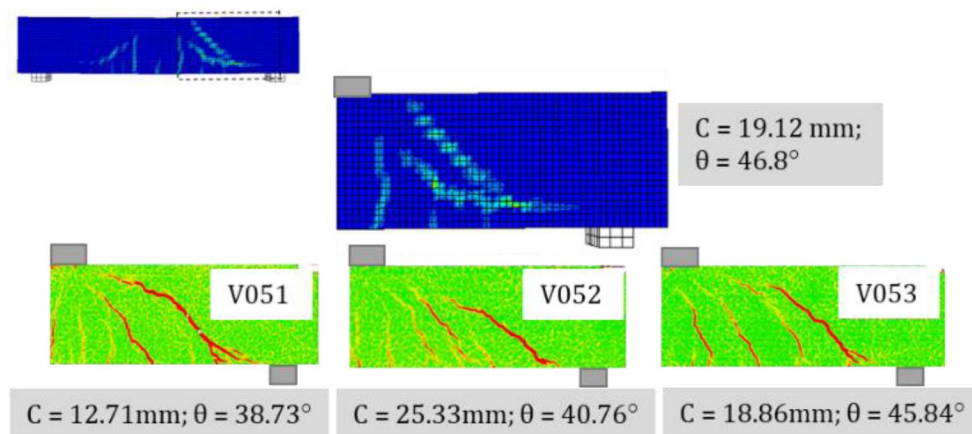


Figura 99 - Padrão de fissuração, altura da zona comprimida não fissurada (C) e ângulo médio ( $\theta$ ) da fissura diagonal crítica para o concreto C0.5

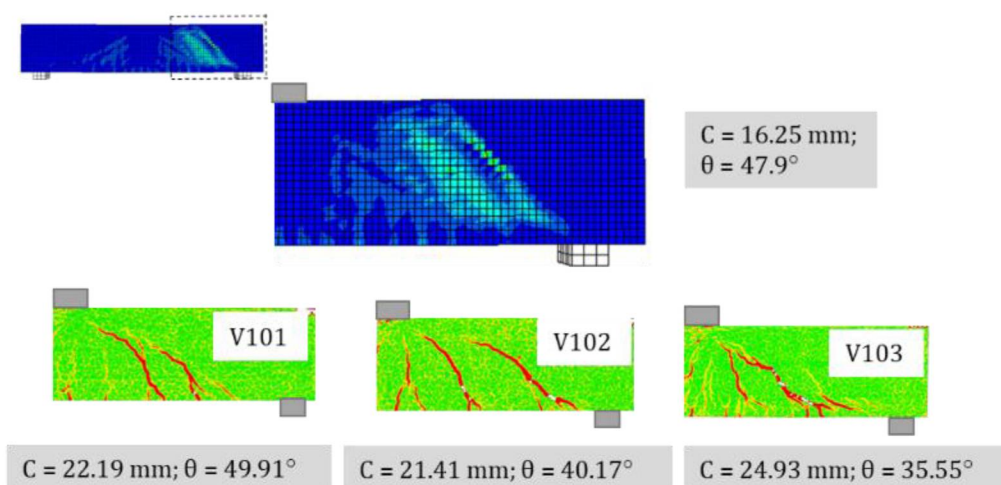


Figura 100 - Padrão de fissuração, altura da zona comprimida não fissurada (C) e ângulo médio ( $\theta$ ) da fissura diagonal crítica para o concreto C1.0

Foi observada uma correlação entre os padrões de fissuração numéricos e experimentais para os concretos C0.5 e C1.0. A altura da zona comprimida não fissurada do concreto C0.5 apresentou uma aproximação maior aos valores experimentais quando comparada ao concreto C1.0. Além disso, o ângulo da fissura diagonal crítica foi consistente para ambos os casos.

### 7.4.3 Análise paramétrica

Para enfatizar a robustez das análises numéricas apresentadas, foram simuladas vigas com as mesmas condições das confeccionadas experimentalmente, mas variando as dimensões. O material foi simulado com a curva ajustada da análise inversa para o concreto C0.5 e C1.0, e as dimensões da seção transversal e vão livre de cisalhamento foram modificadas, a fim de se ter vigas com relação  $a/d$  diferentes.

Para tanto, os valores da força cortante máxima  $V_{max}$  foram avaliados dessas vigas, e comparados com os valores obtidos pelos dois modelos analíticos que mostraram melhor precisão nas análises do capítulo 6: o modelo proposto, e o de Sarveghadi *et al.* (2019). Além disso, objetivando uma avaliação das normativas disponíveis para projeto, a NBR 16935 (2021), e RILEM TC 162-TDF (2003), foram também comparadas, e podem ser vistas na Tabela 15.

Tabela 15: resultados de  $V_{max}$  para a variação de geometria das vigas

Viga/Modelo		Numérico	NBR	RILEM	Sarveghadi	Modelo analítico proposto	Numérico	NBR	RILEM	Sarveghadi	Modelo analítico proposto
		$V_{max}$ [kN] - C0.5					$V_{max}$ [kN] - C1.0				
Seção 150 x 300	$a/d = 2,8$	73,5	67,7	58,2	90,1	61,8	97,1	69,3	59,3	113,2	93,2
	$a/d = 3,0$	71,8	67,7	58,2	85,1	61,0	90,5	69,3	59,3	108,1	92,4
	$a/d = 3,5$	66,1	67,7	58,2	76,0	59,3	81,2	69,3	59,3	97,8	90,6
	$a/d = 4,0$	62,4	67,7	58,2	68,9	57,9	73,7	69,3	59,3	90,0	89,1
Seção 200 x 400	$a/d = 2,8$	127,5	96,9	92,3	162,2	102,5	179,8	99,1	93,9	203,4	159,5
	$a/d = 3,0$	125,1	96,9	92,3	153,5	101,3	173,1	99,1	93,9	194,2	158,2
	$a/d = 3,5$	119,4	96,9	92,3	135,5	98,6	161,4	99,1	93,9	175,6	155,4
	$a/d = 4,0$	110,3	96,9	92,3	123,7	96,4	156,6	99,1	93,9	161,7	153,1

Importante observar na Tabela 15 que os valores encontrados pelas normativas, NBR 16935 (2021), e RILEM (2003) foram invariáveis à medida que a relação  $a/d$  variava, para seções transversais iguais. Ambas as formulações não possuem relação direta com o parâmetro  $a/d$ , e nem com o vão de cisalhamento do elemento estrutural. Na análise numérica apresentada, quando se foi fixada a seção transversal (base  $b_w$ , altura  $h$  e altura útil  $d$ ), a variação de

a/d se dá a partir da variação apenas do vão de cisalhamento  $a$ . As principais variáveis envolvidas nessas equações supracitadas são as resultantes do ensaio de caracterização de tração na flexão, configurando-se, portanto, um ponto importante de ser averiguado.

A representação dos valores encontrados pela análise numérica, pelo modelo analítico proposto e pelo modelo de Sarveghadi *et al.* (2019), é mostrada na Figura 101 e Figura 102.

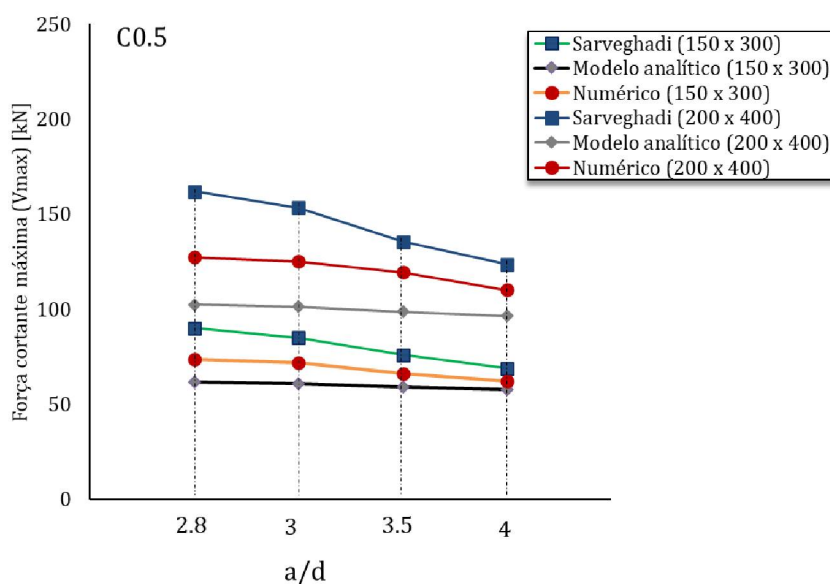


Figura 101 - Força cortante máxima versus relação a/d para o concreto C05

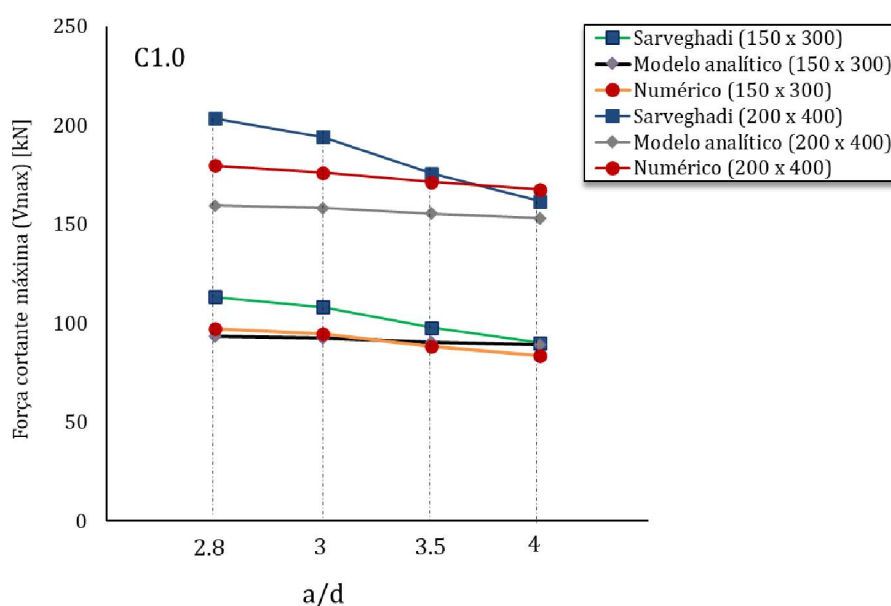


Figura 102 - Força cortante máxima versus relação a/d para o concreto C1.0

De maneira geral, os valores encontrados pela análise numérica ficaram em um patamar intermediário de ordem de grandeza entre os dois modelos analíticos testados. Situação essa favorável à prerrogativa de que a metodologia aqui apresentada pode ser aplicada na área de projetos, tendo em vista a variação intrínseca dos modelos analíticos.

Além disso, a modelagem pareceu ser menos sensível à mudança da relação  $a/d$  do que o modelo de Sarveghadi *et al.* (2019), se assemelhando mais ao modelo analítico proposto, e corroborando com a análise paramétrica do capítulo 6.

## 7.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma metodologia de análise de vigas de CRFA por meio de simulações numéricas utilizando o software de elementos finitos Abaqus®. O estudo envolveu a realização de um modelo 2D do ensaio de tração na flexão, seguido da aplicação de uma análise inversa para adequar as curvas de tensão-deformação do material. Em seguida, foi realizado um modelo 3D das vigas para avaliar a força máxima ( $V_{max}$ ), flecha, padrão de fissuração, altura da zona comprimida e ângulo da fissura diagonal crítica.

Os resultados obtidos mostram que a metodologia desenvolvida se apresenta como uma alternativa promissora para a análise de vigas de CRFA, permitindo uma adequada representação do comportamento mecânico dessas estruturas. Além disso, os resultados indicam que a metodologia desenvolvida pode ser aplicada em análises paramétricas, expandindo os estudos da força cortante no CRFA.

Para a aplicação em projetos de elementos de CRFA, esta modelagem computacional pode ser uma ferramenta aliada e confiável. Geometrias mais complexas e estruturas com mais responsabilidade estrutural podem ser simuladas com a metodologia apresentada. Dessa forma, espera-se que se tenham resultados concisos, e representativos do comportamento mecânico do CRFA.

Aferir os parâmetros de cálculo dos mecanismos de transferência de força cortante é uma abordagem metodológica com grande potencialidade. Este estudo contemplou apenas a medição da altura da zona comprimida ( $C$ ) e do

ângulo médio da fissura diagonal crítica. No entanto, há outras variáveis que podem ser aferidas através da análise numérica, como a deformação das armaduras, que está relacionada ao efeito de pino ( $V_d$ ). Além disso, pode-se empregar um modelo mais robusto, como o Método dos Elementos Finitos Estendido *X-FEM* (*Extended Finite Element Method*), que é amplamente utilizado em estudos de mecânica da fratura e se mostra um método eficiente para esse tipo de problema, uma vez que o remalhamento não é necessário durante o processo de propagação da trinca.

Nos capítulos 4, 5 e 6 desta tese, foi discutida a dificuldade em quantificar os mecanismos de transferência de força cortante, tanto experimentalmente quanto analiticamente. A abordagem que alia a análise numérica aos estudos desses mecanismos é uma metodologia potencial, cujos resultados dos modelos adotados e da análise inversa apresentada neste trabalho mostraram-se promissores.

## 8 CONCLUSÕES

### 8.1 CONCLUSÕES GERAIS

O presente trabalho se propôs a avaliar o comportamento à força cortante do concreto reforçado com fibras de aço em vigas armadas com armadura longitudinal, mas sem armadura transversal. A análise foi feita no âmbito teórico-experimental, onde o foco foi dado nos mecanismos de transferência de força cortante da fissura diagonal crítica, no analítico, com a proposta e avaliação de um modelo, e numérica, com simulações 2D e 3D via método dos Elementos Finitos (MEF).

Pode-se concluir tese cumpriu com os objetivos propostos. Houveram contribuições para o complexo entendimento do comportamento à força cortante do CRFA nas três esferas da pesquisa acadêmica citadas anteriormente.

As fibras incorporadas ao concreto desempenham um papel fundamental ao conferir ductilidade ao material, o que, por sua vez, indiretamente influencia a ativação dos demais mecanismos de transferência de força cortante. Na ruptura, prevalece sua contribuição de transferência de força cortante quando se tem 1,0% de fibras na dosagem. O engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ) mostrou ter relevância, mesmo com mais abertura de fissura ( $w$ ) em ambas as dosagens avaliadas (0,5% e 1,0%). Estes dois mecanismos, fibras de aço e engrenamento dos agregados, são os principais responsáveis pela transmissão de força cortante em vigas sem armadura transversal de CRFA. Os demais mecanismos investigados ( $V_d$ ,  $V_{res}$  e  $V_{cz}$ ) desempenham papéis secundários nessa transmissão, sendo destacado o papel do concreto não fissurado na zona comprimida ( $V_{cz}$ ), que mesmo com percentuais de contribuição altos no início da fissuração, acaba sendo menos predominante que  $V_{fib}$  e  $V_{agg}$ .

A dependência da força cortante e de seus mecanismos de transferência da cinemática da fissura foram evidenciados. A dificuldade do meio acadêmico de se ter consenso em assuntos como a preponderância do engrenamento dos agregados e o impacto das fibras de aço é atrelada, dentre outros pontos, a esse fator.



Importante apontar que uma única investigação não é suficiente para abordar todas as indagações relacionadas ao comportamento do CRFA em relação à força cortante. No entanto, a publicação de um maior número de pesquisas amplia o acervo literário, o que, por sua vez, conduz a afirmações mais bem fundamentadas, culminando em projetos mais seguros. Dentro deste contexto, o presente estudo apresentou contribuições relevantes, onde as principais delas são expostas a seguir.

## 8.2 CONCLUSÕES ESPECÍFICAS

No que se refere ao engrenamento dos agregados ( $V_{agg}$ ), este possui uma função crucial no processo de ruptura de vigas CRFA, sendo um dos mecanismos preponderantes no início da fissura crítica. Os 3 modelos avaliados neste trabalho, que são em função da abertura ( $w$ ) e deslizamento ( $\delta$ ) da fissura diagonal crítica mostraram valores discrepantes entre si, mais acentuados no instante da ruptura ( $V_{max}$ ). O modelo TPM linear de Walraven mostrou a maior diferença de comportamento, quando comparado ao RCM e ao CDM, que possuíram tendência de comportamento mais próximas. Ainda, os modelos mostraram sensibilidade ao parâmetro  $r = \delta/w$  com variações ao longo do processo de fissuração, sem necessariamente estar conectado com alguma mudança no comportamento mecânico das vigas. Fato este que, novamente, justifica a adoção da análise ao longo do desenvolvimento da fissura diagonal crítica, e não somente no instante de  $V_{max}$ .

Foi identificado que o engrenamento dos agregados não pode ser desprezado de forma genérica para o CRFA, conforme Zarrinpour e Chao (2017) e e Bi *et al.* (2021). Nas vigas de concreto C1.0, a contribuição do mecanismo representou pouco mais de 20% da força cortante máxima, enquanto no concreto C0.5, a representatividade do mecanismo foi de aproximadamente 50% da  $V_{max}$ .

Uma das grandes contribuições foi a percepção que a ausência de ductilidade das vigas sem fibras (concreto C0) resulta em valores elevados do engrenamento dos agregados. A fissura diagonal crítica não se desenvolve suficientemente para que o referido mecanismo perca sua preponderância, configurando-se como um dos principais mecanismos atuantes no momento da ruptura. Já a ductilidade resultante da incorporação das fibras de aço nas vigas,

impacta em um reequilíbrio dos mecanismos de transferência de força cortante até o instante da ruptura. Esse reequilíbrio se estabelece à medida que a fissuração se propaga, levando à perda da capacidade do engrenamento dos agregados e ao ganho de importância das fibras.

A parcela referente à zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ) diminuiu à medida que a altura da zona comprimida também diminuiu. No entanto, as hipóteses apresentadas no trabalho de Zarrinpour e Chao (2017), que afirmam que o aumento da altura não fissurada do concreto está relacionado ao ganho de resistência e ductilidade do CRFA, não foram confirmadas pelas análises apresentadas aqui. Como já observado no capítulo 4, não foi possível traçar uma relação entre o aumento da zona comprimida não fissurada e o volume de fibras. A força cortante referente a esse mecanismo teve uma redução ao longo do processo de fissuração, tendo no instante da ruptura contribuição entre 2% de  $V_{max}$  (V051) e 26% de  $V_{max}$  (V103).

As parcelas de contribuição da ação de pino ( $V_d$ ) e da força residual de tração ( $V_{res}$ ) tiveram uma contribuição menos expressiva, em comparação aos demais mecanismos. Apesar de Lantsoght (2019b) supor que possa haver relação entre as fibras de aço e o aumento na ação de pino ( $V_d$ ), não foi possível obter nenhum resultado que comprove essa hipótese.

Os modelos do ensaio de arrancamento utilizados para avaliar as fibras de aço não conseguiram retratar adequadamente o comportamento do mecanismo, já que a contribuição das fibras diminuiu à medida que a fissura se propaga. Esta tese baseou-se na premissa de que as fibras são as principais responsáveis pela transferência de força cortante em altos níveis de carregamento, quando o engrenamento dos agregados já perdeu preponderância em função da alta abertura de fissura ( $w$ ). Hipótese essa, não confirmada pelos modelos adotados. Em contrapartida, o modelo proposto baseado no ensaio de tração na flexão (NBR 16940:2022) mostrou resultados promissores, captando uma diferença significativa entre os valores calculados para o concreto C0.5 e C1.0 (aumento de 31% e 117% na parcela das fibras em  $V_{max}$ , comparando o SDEM e o modelo proposto, respectivamente). Além disso, foi perceptível que ao longo do processo de fissuração, o modelo proposto apresentou tendência crescente da curva da força *versus*  $V/V_{max}$ . Assim, a

proposta de representação das fibras apresentada nesta tese foi eficaz dentro da metodologia empregada.

Em linhas gerais, as avaliações da somatória dos mecanismos realizadas indicam que, próximo à ruptura, a parcela  $V_{fib}$  é a dominante no concreto C1.0 ( $0,5V_{max}$ ) e, a segunda maior parcela é a  $V_{agg}$  ( $0,5V_{max}$ ). No concreto C0.5, a parcela dominante ainda é a  $V_{agg}$  ( $0,44V_{max}$ ), enquanto as fibras representaram  $0,38V_{max}$ .

Sobre os modelos analíticos avaliados, este estudo conclui que a equação proposta para o cálculo da força cortante máxima no CRFA é uma opção viável. Comparada com outros nove modelos testados, a equação apresentou uma relação média calculado/experimental próxima de 1, e parâmetros estatísticos que refletiram sua precisão em relação à variação dos dados. Foi constatado que o fator de fibras  $F$  exerce a maior influência na resposta da força cortante máxima. O ângulo da fissura diagonal crítica revelou-se como uma variável significativa, apesar de algumas formulações optarem por não incluí-lo devido à sua elevada variabilidade e dependência da cinemática. A relação  $a/d$  mostrou pouca influência na resposta da força cortante máxima. Ainda, o modelo proposto estabelece-se como uma alternativa simples, e de aplicação e base conceitual robusta. Além disso, a análise paramétrica revelou resultados relevantes sobre as variáveis envolvidas, destacando as controvérsias que ainda existem na literatura sobre o assunto.

Por fim, sobre as análises numéricas realizadas, entende-se que a complexidade intrínseca da modelagem computacional por meio do método dos elementos finitos (MEF) exige a utilização de uma metodologia aprimorada na avaliação dos parâmetros que envolvem um *software*. Foi obtida uma boa correlação entre os resultados da curva força cortante *versus* deslocamento central da viga, além similaridade entre parâmetros obtidos através da DIC, como a altura da zona comprimida, inclinação da fissura diagonal crítica e padrão de fissuração. A expansão para geometrias e relação  $a/d$  distintas mostrou uma tendência do valor da força cortante máxima  $V_{max}$  não ser tão sensível à variação da relação  $a/d$ , conforme demonstrado pelo modelo analítico proposto, e indo contra as conclusões de Shahnewaz e Alam (2014). Os resultados obtidos demonstram que a metodologia desenvolvida é uma alternativa promissora para

a análise numérica de vigas de CRFA, podendo ser aliada na área de dimensionamento e projetos.

### 8.3 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados obtidos, alguns tópicos são sugeridos para pesquisas futuras:

- Investigar o efeito de escala em vigas de CRFA sem armadura transversal parece ser um passo importante para o entendimento do comportamento mecânico do material, dando ênfase para o impacto dessa questão nos mecanismos de transferência de força cortante;

- Avaliar uma metodologia de análise numérica, a qual permita a obtenção dos deslocamentos relativos ( $w$  e  $\delta$ ) das fissuras diagonais críticas. Assim, é possível o comparativo dos modelos constitutivos dos mecanismos de transferência de força cortante, que são essencialmente em função desses deslocamentos;

- No contexto dos mecanismos de transferência de força cortante, avaliar as diferenças existentes nos resultados quando utilizados modelos do efeito de pino ( $V_d$ ) e zona comprimida não fissurada ( $V_{cz}$ ) que levem em conta a presença das fibras;

- Investigar as justificativas físicas e matemáticas para a limitação de abertura de fissura na equação do *Two Phase Model* de Walraven (1981), bem como dos demais modelos que representam o engrenamento dos agregados.

## REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE ACI COMMITTEE 446. Fracture Mechanics of Concrete: Concepts, Models and Determination of Material Properties. ACI 446.1 R-91 (Reapproved 1999), American Concrete Institute, Detroit, p. 1–146, 1991.
- \_\_\_\_\_. ACI 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete – and Commentary. Farmington Hills, EUA, 2014.
- \_\_\_\_\_. ACI 544.1R-96: State-of-the Art Report on Fiber Reinforced Concrete. ACI Committee 544, p. 66, 2002.
- ABAMBRES, M.; LANTSOGHT, E. O. L. ANN-based shear capacity of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. **Fibers**, v. 7, n. 10, p. 1–24, 2019.
- ABBAS, A. A. et al. Shear behaviour of steel-fibre-reinforced concrete simply supported beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 167, n. 9, p. 544–558, 2014.
- ABBAS, A. A.; SYED, S. M.; COTSOVOS, D. M. A simplified finite element model for assessing steel fibre reinforced concrete structural performance. **Computers and Structures**, v. 173, p. 31–49, 2016.
- ABBAS, A.; SYED MOHSIN, S.; COTSOVOS, D. Numerical modeling of fibre-reinforced concrete. **EG-ICE 2010 - 17th International Workshop on Intelligent Computing in Engineering**, n. 2008, 2019.
- ABDALLAH, S. M. Bonding Mechanisms and Strength of Hooked-end Steel Fibre Reinforced Cementitious Composites. n. May, 2017.
- ABRISHAMBAF, A.; PIMENTEL, M.; NUNES, S. A meso-mechanical model to simulate the tensile behaviour of ultra-high performance fibre-reinforced cementitious composites. **Composite Structures**, v. 222, n. April, p. 110911, 2019.
- ADEL, M.; MATSUMOTO, K.; NAGAI, K. Crack-bridging degradation and evolution in SFRC structural beams under variable amplitude flexural cyclic loading. **Composite Structures**, v. 272, n. May, p. 114176, 2021.
- AMIN, M. N. et al. Steel Fiber-Reinforced Concrete: A Systematic Review of the Research Progress and Knowledge Mapping. **Materials**, v. 15, n. 17, 2022.
- ARAÚJO, D. DE L.; LOBO, F. A.; MARTINS, B. G. A shear stress-slip relationship in steel fibre-reinforced concrete obtained from push-off testing. **Construction and Building Materials**, v. 293, p. 123435, 2021.

- ARSLAN, G.; KESKIN, R. S. O.; ULUSOY, S. An experimental study on the shear strength of SFRC beams without stirrups. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Poland)**, v. 55, n. 4, p. 1205–1217, 2017.
- ARSLAN, G.; KIRISTIOGLU, I. Influence of displacement ductility on concrete contribution to shear strength. **Periodica Polytechnica Civil Engineering**, v. 60, n. 3, p. 379–386, 2016.
- ASHOUR, S. A.; HASANAIN, G. S.; WAFI, F. F. Shear behavior of high-strength fiber reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, v. 89, n. 2, p. 176–184, 1992.
- ASSIS, L. S. DE et al. Elaboration of fracture prediction map using 2D digital image correlation - 2D DIC. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 15, n. 4, p. 1–9, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16935: projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras: procedimento. Rio de Janeiro, 2021.
- \_\_\_\_\_. NBR 16940: concreto reforçado com fibras: determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais): método de ensaio. Rio de Janeiro, 2021.
- \_\_\_\_\_. NBR 6118: projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- \_\_\_\_\_. NBR 7211: Agregados para concreto-Especificação. Rio de Janeiro, 2009.
- \_\_\_\_\_. NBR NM 53: Agregado graúdo – Determinação de massa específica, massa específica aparente e absorção de água. Rio de Janeiro, 2009.
- \_\_\_\_\_. NBR NM 52: agregado miúdo - determinação de massa específica e massa específica aparente. Rio de Janeiro, 2003.
- \_\_\_\_\_. NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018.
- \_\_\_\_\_. NBR 8522: Concreto - Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão. Rio de Janeiro, 2017.
- ATAEI, A.; BRADFORD, M. A.; LIU, X. Computational modelling of the moment-rotation relationship for deconstructable flush end plate beam-to-column composite joints. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 129, p. 75–92, 2017.
- BAHIJ, S.; ADEKUNLE, S. K. Numerical investigation of the shear behavior of reinforced ultra-high-performance concrete beams. n. March, p. 1–13, 2017.

BAHNIUK, G. M. C.; BORÇATO, A. G.; PIERALISI, R. Dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem estribos: uma análise paramétrica. **Ambiente Construído**, v. 22, n. 4, p. 371–386, 2022.

BAZANT, Z. P.; GAMBAROVA, P. G. Rough crack models in reinforced concrete. ASCE – **Journal of Structural Engineering**, v. 106, n. 4, p. 819–842, 1980.

BECKS, H. et al. Experimental and numerical investigations on the fatigue behavior of high-strength concrete under combined shear-compression loading. **IABSE Symposium, Prague 2022: Challenges for Existing and Oncoming Structures**, v. 118, n. May, p. 532–540, 2022.

BEHINAEIN, P.; COTSOVOS, D. M.; ABBAS, A. A. Behaviour of steel-fibre-reinforced concrete beams under high-rate loading. **Computers and Concrete**, v. 22, n. 3, p. 337–353, 2018.

BELBACHIR, A. et al. Size effect on the contribution of the aggregate interlock mechanism in reinforced concrete beams without shear reinforcement. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, v. 24, n. 9, p. 1363–1380, 2020.

BERNARDI, P. et al. Numerical modeling of the cracking behavior of RC and SFRC shear-critical beams. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 167, p. 151–166, 2016.

BERNARDO, A.; IMRAN, H. Shear Strength Prediction of Slender Steel Fiber Reinforced Tree Method. 2022.

BENEDETTY, C. A. et al. Nonlinear modeling of SFRC beam using multilinear softening function obtained by inverse analysis. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, v. 596, n. 1, 2019.

BENEDETTY, C. A. T. et al. Ultimate capacity prediction of RC and SFRC beams with low shear span-depth ratio using NLFEA and inverse analysis. **Revista de la construcción**, v. 21, n. 3, p. 717–736, 2022.

BERNAT, A. et al. Mechanical model for the shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams without stirrups. **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 53, n. 2, 2020.

BI, J. et al. A mechanical model for shear design of steel fiber reinforced concrete beams without shear reinforcements. **Structures**, v. 31, n. January, p. 216–229, 2021.

BITENCOURT, A. G. L. et al. Numerical modeling of steel fiber reinforced concrete with a discrete and explicit representation of steel fibers. **International Journal of Solids and Structures**, v. 159, p. 171–190, 2019.

BLANCO, A. et al. Application of FRC constitutive models to modelling of slabs. **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 48, n. 9, p. 2943–2959, 2015.

BLAZEJOWSKI, M. Flexural Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete Tunnel Linings. p. 167, 2012.

BS EN 14651. Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual). **British Standards Institute**, v. 3, p. 1–17, 2005.

BOLETÍN OFICIAL DEL ESTADO - BOE. Código Estructural, 2021.

BUI, L. et al. Analytical and Numerical Investigation of Embedded Through-section GFRP-Strengthened RC Beams with a Developed Bonding-based Model. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 271, n. April, p. 108595, 2022.

BUTTIGNOL, T. E. T. et al. Design of reinforced concrete beams with steel fibers in the ultimate limit state. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 11, n. 5, p. 997–1024, 2018.

CAMPANA, S. et al. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics. **Magazine of Concrete Research**, v. 65, n. 6, p. 386–404, 2013.

CAMPANA, S.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Shear strength of arch-shaped members without transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 3, p. 573–582, 2014.

CANTONE, R. et al. Characterization of shear deformations in reinforced concrete members without shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 257, n. February 2021, p. 113910, 2022.

CAVAGNIS, F. Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models. **MSc Thesis**, v. 8216, p. 223, 2017.

CAVAGNIS, F.; RUIZ, M.; MUTTONI, A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results. **Engineering Structures**, v. 103, p. 157–173, 2015.

CAVAGNIS, F.; RUIZ, M.; MUTTONI, A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 49–64, 2018a.

CAVAGNIS, F.; RUIZ, M.; MUTTONI, A. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack. **Engineering Structures**, v. 157, n. February 2017, p. 300–315, 2018b.



CAVALARO, S. H. P.; BLANCO, A.; PIERALISI, R. Holistic modelling approach for special concrete : from fresh - to hardened - state. *RILEM Technical Letters* p. 84–90n. 2018, 2018.

CHOI, K. et al. Maximum Shear Strength of Slender RC Beams with Rectangular Cross Sections. v. 04014184, n. 9, p. 1–9, 2015.

CARNOVALE, D., & VECCHIO, F. Effect of Fiber Material and Loading History on Shear Behavior of Fiber-Reinforced Concrete. **ACI Structural Journal**, 1235- 1244, 2014.

CLASSEN, M. Shear Crack Propagation Theory ( SCPT ) – The mechanical solution to the riddle of shear in RC members without shear reinforcement. v. 210, n. January, 2020.

DANG, T. D. et al. Shear resistant capacity of steel fibres reinforced concrete deep beams: An experimental investigation and a new prediction model. **Structures**, v. 33, n. January, p. 2284–2300, 2021.

DEBELLA, L. C. S.; PIERALISI, R. Extensão do modelo Critical Shear Displacement Theory para a resistência ao cisalhamento do Concreto Reforçado com Fibras de Aço: primeiros passos. In: Congresso Brasileiro do Concreto, Jubileu de Ouro, 2022, Brasília - DF. IBRACON-2022.

DEBELLA, L. C. S.; NOGALES, A.; REGINATO, L. PIERALISI, R. Inverse analysis of constitutive models applied to steel fiber reinforced concrete. XLI CILAMCE 2020, Foz do Iguaçu - PR, Brasil, 2020.

DEMAKOS, C. B.; REPAPIS, C. C.; DRIVAS, D. P. Experimental Investigation of Shear Strength for Steel Fibre Reinforced Concrete Beams. **The Open Construction & Building Technology Journal**, v. 15, n. 1, p. 81–92, 2021.

DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K. Shear behavior of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrup reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 107, n. 5, p. 597–606, 2010.

DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K. Shear Strength Model for Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 10, p. 1039–1051, 2011.

DUPONT, D.; VANDEWALLE, L. Distribution of steel fibres in rectangular sections. **Cement and Concrete Composites**, v. 27, n. 3, p. 391–398, 2005.

EUROPEAN STANDARD. EN 14651: Test method for metallic concrete – measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual). Bruxelas, Bélgica, 2005.

FAROOQ, M. *et al.* Flexural Behavior and Single Fiber-Matrix Bond-Slip Behavior of Macro Fiber Reinforced. **Springer International Publishing**, v. 1, n. 2016, p. 2338–2346, 2018.

FIB Model Code for Concrete Structures 2010, Fédération Internationale du Béton, Ernst & Sohn, Lausanne, 2013.

FOSTER, S. J.; AGARWAL, A.; AMIN, A. Design of steel fiber reinforced concrete beams for shear using inverse analysis for determination of residual tensile strength. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 129–140, 2018.

GALI, S.; SUBRAMANIAM, K. V. L. Shear behavior of steel fiber reinforced concrete using full-field displacements from digital image correlation. **MATEC Web of Conferences**, v. 120, p. 1–13, 2017.

GALI, S.; SUBRAMANIAM, K. V. L. Influence of cohesive stresses on shear capacity of reinforced SFRC beams without stirrups: A discrete crack approach. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 206, n. November 2018, p. 218–232, 2019.

GAMBAROVA, P. G.; KARAKOÇ, C. A new approach to the analysis of the confinement role in regularly cracking concrete elements. In: Proceeding of 7th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Chicago (EUA), v. H, p. 251-261, 1983.

GAO, D. *et al.* An inverse analysis method for multi-linear tensile stress-crack opening relationship of 3D / 4D / 5D steel fiber reinforced concrete. **Construction and Building Materials**, v. 309, n. 97, p. 125074, 2021.

GARNICA, Z. G. Analysis of shear transfer mechanisms in concrete members without shear reinforcement based on kinematic measurements, Tese de doutorado. 2018.

GEHRI, N. *et al.* Refined extraction of crack characteristics in large-scale concrete experiments based on digital image correlation Refined extraction of crack characteristics in large-scale concrete experiments based on digital image correlation. **Engineering Structures**, v. 251, n. PA, p. 113486, 2022.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, v. 98, p. 38–48, 2015.

GOLPASAND, G.; FARZAM, M.; SHISHVAN, S. S. FEM investigation of SFRCs using a substepping integration of constitutive equations FEM investigation of SFRCs using a substepping integration of constitutive equations. n. June, 2020.

GRASSL, P. *et al.* A damage-plasticity model for the dynamic failure of concrete. **Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN 2011**, n. October 2015, p. 3287–3294, 2011.

GREENOUGH, T.; NEHDI, M. L. Shear Behavior of Fiber-Reinforced Self-Consolidating. **ACI Materials Journal**, v. 105, n. 5, p. 468–477, 2016.

GUIDOTTI, R. Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées (em francês). Tese de doutorado – École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 446 p. 2010.

GULER, S.; LALE, E.; AYDOGAN, M. Non-linear analysis of steel fibre reinforced concrete-filled steel tube columns. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 166, n. 6, p. 298–306, 2013.

HAFEZOLGHORANI, M. *et al.* Simplified damage plasticity model for concrete. **Structural Engineering International: Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)**, v. 27, n. 1, p. 68–78, 2017.

HELENE, P.; TUTIKIAN, B. F. Dosagem dos Concretos de Cimento Portland. **Concreto: Ciência e Tecnologia**, n. 1927, p. 415, 2011.

HEMSTAPAT, N.; OKUBO, K.; NIWA, J. Prediction of shear capacity of slender reinforced concrete beams with steel fiber. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 18, n. 4, p. 179–191, 2020.

HORDIJK, D. A. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses. Heron, Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, v. 37, n. 1, 79p, 1992.

HOSSAIN K., GLADSON L., ANWAR M. Modeling shear strength of medium- to ultra-high-strength steel fiber-reinforced concrete beams using artificial neural network. **Neural Comput Appl**;28:1119–30, 2017.

HOULT, N. A. *et al.* Measuring crack movement in reinforced concrete using digital image correlation: Overview and application to shear slip measurements. *Proceeding of the IEEE*, v. 104, n. 8, p. 1561-1574, 2016

HTUT, T. N. S. Fracture processes in steel fibre reinforced concrete. Austrália: Tese de doutorado – The University of New South Wales, 400 p. 2010

HUBER, P.; HUBER, T.; KOLLEGGER, J. Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics. **Engineering Structures**, v. 113, p. 41–58, 2016.

HUBER, T.; HUBER, P.; KOLLEGGER, J. Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups. **Engineering Structures**, v. 113, p. 41–58, 2019.

JANKOWIAK, T.; LODYGOWSKI, T. Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model. *Foundations of civil and environmental n.* 6, p. 53–69, 2005.

JACOBSEN, J. S.; POULSEN, P. N.; OLESEN, J. F. Characterization of mixed mode crack opening in concrete. **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 45, n. 1–2, p. 107–122, 2012.

JONES, I. et al. A Good Practices Guide for Digital Image Correlation. **International Digital Image Correlation Society**, p. 1–88, 2018.

KANG, J. AND BOLANDER, J.E., Multiscale modeling of strain-hardening cementitious composites, **Mechanics Research Communications** , 78: 47-54, 2016

KARADELIS, J. N.; ZHANG, L. On the Discrete Numerical Simulation of Steel Fibre Reinforced Concrete (SFRC). **Journal of Civil Engineering Research**, v. 5, n. 6, p. 151–157, 2015.

KAUFMANN, W. et al. Shear transfer across cracks in steel fibre reinforced concrete. **Engineering Structures**, v. 186, n. February, p. 508–524, 2019a.

KIM, S. W. Prediction of shear strength of reinforced high-strength concrete beams using compatibility-aided truss model. **Applied Sciences (Switzerland)**, v. 11, n. 22, 2021.

KIM W, JEONG J. Decoupling of arch action in shear-critical reinforced concrete beams. *ACI Struct J*.108(4):395–404, 2011.

KHUNTIA, M.; STOJADINOVIC, B.; GOEL, S. Shear Strength of Normal and High-Strength Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **ACI Structural Journal**, V. 96, No. 2, Mar.-Apr, pp. 282-290, 1999.

KOŠČAK, J. et al. Shear behavior of RC beams without transverse reinforcement: An analysis of crack kinematics and transfer mechanisms based on stereophotogrammetric measurements. **Engineering Structures**, v. 255, n. December 2021, 2022.

KRENECHEL, H., Fiber reinforcement, Akademisk Forlag, Copenhagen, p.158. 1964.

KWAK, Y. K. et al. Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 99, n. 4, p. 530–538, 2002.

KYTINOOU, V. K.; CHALIORIS, C. E.; KARAYANNIS, C. G. materials Analysis of Residual Flexural Stiffness of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams with Steel Reinforcement. 2020.

LAMEIRAS, R.; BARROS, J. A. O.; AZENHA, M. Influence of casting condition on the anisotropy of the fracture properties of Steel Fibre Reinforced Self-Compacting Concrete (SFRSCC). **Cement and Concrete Composites**, v. 59, p. 60–76, 2015.

LANTSOGHT, E. O. L. How do steel fibers improve the shear capacity of reinforced concrete beams without stirrups? **Composites Part B: Engineering**, v. 175, n. June, p. 107079, 2019a.

LANTSOGHT, E. O. L. Database of shear experiments on steel fiber reinforced concrete beams without stirrups. **Materials**, v. 16, n. 6, p. 1–36, 2019b.

LANTSOGHT, E. O. L. Theoretical model of shear capacity of steel fiber reinforced concrete beams. **Engineering Structures**, v. 280, n. April 2022, p. 115722, 2023.

LARANJEIRA, F.; MOLINS, C.; AGUADO, A. Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers. **Cement and Concrete Research**, v. 40, n. 10, p. 1471–1487, 2010.

LEE, D. *et al.* Shear strength model for prestressed concrete beams with steel fibres failed in shear. **Magazine of Concrete Research**, v. 73, n. 14, p. 731–742, 2021.

LEE, J.; FENVES, G. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 124, no. 8, pp. 892–900, 1998.

LEE, S.; CHO, J.; VECCHIO, F. J. Simplified diverse embedment model for steel fiber-reinforced concrete elements in tension. **Materials Journal**, v. 110, n. 4, p. 403-412, 2013.

LEI, Y. *et al.* Numerical and parametric studies on out-of-plane flexural and shear behaviour of half steel-concrete slabs. **Journal of Building Engineering**, v. 46, n. November 2021, p. 103787, 2022.

LI, C. *et al.* Effect of steel fiber content on shear behavior of reinforced expanded-shale lightweight concrete beams with stirrups. **Materials**, v. 14, n. 5, p. 1–13, 2021.

LI, B.; MAEKAWA, K. Contact density model for cracks in concrete. In: *IABSE Colloquium*, Delft, p. 51-62, 1987.

LI, V. C.; WARD, R.; AND HAMZA, A. M., Steel and Synthetic Fibers as Shear Reinforcement. **ACI Materials Journal**, V. 89, No. 5, Sept.-Oct., pp. 499-508, 1992.

LÓPEZ, M. A.; RUIZ, F. M.; SOSA, M. P. F. The influence of transverse reinforcement and yielding of flexural reinforcement on the shear-transfer actions of RC members. **Engineering Structures**, v. 234, n. February, 2021.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

MANSUR, M. A.; ONG, K. C. G.; PARAMASIVAM, P. Shear Strength of Fibrous Concrete Beams Without Stirrups. **Journal of Structural Engineering**, v. 112, n. 9, p. 2066–2079, 1986.

MATOS, L. M. P. et al. Constitutive model for fibre reinforced concrete by coupling the fibre and aggregate interlock resisting mechanisms. **Cement and Concrete Composites**, v. 111, n. April, 2020.

MINELLI, F. et al. Are steel fibres able to mitigate or eliminate size effect in shear? **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 47, n. 3, p. 459–473, 2014.

MICHAŁ, S.; ANDRZEJ, W. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. **Advances in Structural Engineering and Mechanics**, p. 11, 2015.

MINEIRO, M. L. Comportamento ao arrancamento de fibras de aço : ensaios experimentais , previsões analíticas e modelagem numérica. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, 2022.

MONDO, E. Shear Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams without Conventional Shear Reinforcement. MSc Thesis, Department of Civil and Architectural Engineering Division of Structural Design and Bridges Stockholm, Sweden, p. 152, 2011.

MONTOYA-CORONADO, L. A. et al. Time-History Analysis of Aggregate Interlock in Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **Engineering Structures**, v. 283, n. January, p. (under second review), 2023.

MORAES NETO, B. N.; BARROS, J. A. O.; MELO, G. S. S. A. A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrally loaded. **Construction and Building Materials**, v. 46, n. September 2021, p. 211–223, 2013.

MÖRSCH, E. Der Eisenbetonbau (publicado em inglês como: Concrete-Steel Construction). The Engineering News Publishing Company, 368 p. 1909.

NARAYANAN, R.; DARWISH, I. Y. S. Use of Steel Fibers As Shear Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 84, n. 3, p. 216–227, 1987.

NEGI, B. S.; JAIN, K. Shear resistant mechanisms in steel fiber reinforced concrete beams : An analytical investigation. **Structures**, v. 39, n. March, p. 607–619, 2022.

NOURI, A. et al. Quantification of shear strength in reinforced concrete beams using digital image correlation: Experimental and analytical study. **Advances in Structural Engineering**, v. 24, n. 1, p. 147–164, 2021.

OTHMAN, H.; MARZOUK, H. Applicability of damage plasticity constitutive model for ultra-high performance fibre-reinforced concrete under impact loads. **International Journal of Impact Engineering**, v. 114, n. December 2017, p. 20–31, 2018.

PAN, P. et al. Systematic errors in two-dimensional digital image correlation due to lens distortion. **Optics and Lasers in Engineering**, v. 51, p. 140-147, 2013.  
PFYL, T. Tragverhalten von stahlfaserbeton. Suíça: Tese de doutorado – Eidgenossische Technische Hochschule, 139 p. 2003.

PLIZZARI, G.; MINDESS, S. **Fiber-reinforced concrete**. [s.l.] Elsevier LTD, 2019.

PRESVYRI, S. et al. On the extension of walraven’s aggregate interlock model based on laser scanned crack surface. **Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures**, n. May, p. 937–944, 2019.

PUDDICOME, T. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete and Steel Fiber. Tese de doutorado, 2018.

PUNDIR, M. et al. Review of fundamental assumptions of the Two-Phase model for aggregate interlocking in cracked concrete using numerical methods and experimental evidence. **Cement and Concrete Research**, v. 125, n. August, p. 105855, 2019.

QI, Y.; GU, Q.; WANG, H. Study on the shear mechanism and resistance of single-side concrete-encased composite plate shear wall. **Thin-Walled Structures**, v. 180, n. April, 2022.

QUICENO PÉREZ, V.; COTES PRIETO, D.; ZAPATA ORDUZ, L. E. Mechanical characterization of self-compacting steel fiber reinforced concrete using digital image correlation. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 246, n. August 2020, p. 1–16, 2021.

RESENDE , T. L. CARDOSO, D. C. T. SHEHATA, L. C. D. Uso da técnica de correlação de imagem digital (DIC) para análise das contribuições de diferentes mecanismos na resistência à força cortante de vigas de concreto. **61º Congresso Brasileiro do Concreto**, n. November, 2019.

RESENDE , T. L. CARDOSO, D. C. T. SHEHATA, L. C. D. Experimental and theoretical investigation on the stress transfer across cracks due to combined action of steel fibers and aggregate interlock. **Cement and Concrete Composites**, v. 124, n. August, p. 104239, 2021.

RESENDE, T. L. Thomás Lima de Resende Contribuição dos mecanismos resistentes à força cortante em vigas de concreto armado sem e com fibras de aço Contribuição dos mecanismos resistentes à força cortante em vigas de concreto armado sem e com fibras de aço. 2020.

RESENDE , T. L. CARDOSO, D. C. T. Experimental investigation of the shear behavior of steel fiber reinforced concrete slender beams without stirrups through crack kinematics and shear transfer mechanisms. **Structural Concrete**, p. 1–20, 2023.

RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. Design of steel fibre reinforced concrete using the  $\sigma$ -w method: principles and applications. **Materials and Structures/Matériaux et Constructions**, v.35, p. 262-278, jun., 2003.

ROSAS, D. L. Medição Das Deformações No Plano Pela Técnica De Correlação Digital. Tese de doutorado. 2019.

RUIZ, M. F.; MIRZAEI, Y.; MUTTONI, A. Post-punching behavior of flats slabs. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 5, p. 801-811, 2013.

RUIZ, M.F.; MUTTONI, A.; SAGASETA, J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. **Engineering Structures**, v. 99, p. 360–372, 2015.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. **ACI Structural Journal**, v. 117, n. 1, p. 103–118, 2020.

RUIZ, M. F. The influence of the kinematics of rough surface engagement on the transfer of forces in cracked concrete. **Engineering Structures**, v. 231, 2021.

SAGASETA, J.; VOLLUM, R. L. Influence of aggregate fracture on shear transfer through cracks in reinforced concrete. **Magazine of Concrete Research**, v. 63, n. 2, p. 119–137, 2011.

SAJDLOVÁ, T. ATENA Program Documentation. Part 4-7. ATENA Science – GiD FRC Tutorial. Červenka Consulting, Prague, 2016.

SAMORA, M. S. et al. Experimental analysis of the concrete contribution to shear strength beams without shear reinforcement. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 1, p. 160–172, 2017.

SARVEGHADI, M. et al. Development of prediction models for shear strength of SFRCB using a machine learning approach. **Neural Computing and Applications**, v. 31, n. 7, p. 2085–2094, 2019.



SAWICKI, B.; BRÜHWILER, E.; DENARIÉ, E. Inverse Analysis of R-UHPFRC Beams to Determine the Flexural Response under Service Loading and at Ultimate Resistance. **Journal of Structural Engineering**, v. 148, n. 2, p. 1–15, 2022.

SEO, J.; LEE, J.; LOPEZ, M. M. Parametric study on shear performance for steel Fiber Reinforced Concrete beams. **Advances in Structural Engineering**, v. 18, n. 7, p. 1115–1127, 2015.

SHAHNEWAZ, M.; ALAM, M. S. Improved shear equations for steel fiber-reinforced concrete deep and slender beams. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 4, p. 851–860, 2014.

SINGH, H. Flexural modeling of steel fiber-reinforced concrete members: Analytical investigations. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, v. 20, n. 4, 2015.

SINGH, HARVINDER. Steel Fiber Reinforced Concrete: Behavior, Modelling and Design. doi: 10.1007/978-981-10-2507-5, 2016.

SOETENS, T. et al. Shear behaviour of prestressed precast SFRC girders. **Engineering Structures**, v. 142, p. 20–35, 2017.

SOETENS, T.; MATTHYS, S. Shear-stress transfer across a crack in steel fibre-reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, v. 82, p. 1–13, 2017.

SOUSA, A.M.D.; LANTSOGHT, E.O.L.; EL DEBS M.K. One-way shear strength of wide reinforced concrete members without stirrups. **Structural Concrete**, v.22 2020.

SOUSA, A. M. D. et al. Extended CSDT model for shear capacity assessments of bridge deck slabs. **Engineering Structures**, v. 234, n. December 2020, p. 111897, 2021a.

SOUSA, A. M. D. et al. Behavior and punching capacity of flat slabs with the rational use of UHPFRC: NLFEA and analytical predictions. **Engineering Structures**, v. 244, n. June, p. 112774, 2021b.

SHARMA, A.K. Shear strength of steel fiber reinforced concrete beams, **ACI Journal Proceedings**, Vol. 83, No. 4, pp. 624–628, 1986.

SIMULIA. ABAQUS user's manuals. Dassault Systèmes Simulia Corp 2019.

SPINELLA, N. Shear strength of full-scale steel fibre-reinforced concrete beams without stirrups. **Computers and Concrete**, v. 11, n. 5, p. 365–382, 2013.

STURM, A. B.; VISINTIN, P.; OEHLERS, D. J. Mechanics of Shear Failure in Fiber-Reinforced Concrete Beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 147, n. 3, p. 04020344, 2021.

SUTTON, M. A.; ORTEU, J. J.; SCHREIER, H. W. Image correlation for shape, motion and deformation measurements – basic concepts, theory and applications. 1<sup>st</sup>ed, New York: Springer, 2009.

TAHENNI, T. *et al.* Experimental and numerical investigation of the effect of steel fibres on the deflection behaviour of reinforced concrete beams without stirrups. **Structures**, v. 33, n. April, p. 1603–1619, 2021

ȚİBEA, C.; BOMPA, D. V. Ultimate shear response of ultra-high-performance steel fibre-reinforced concrete elements. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, 2020.

THAI, H. T. *et al.* Explicit simulation of bolted endplate composite beam-to-CFST column connections. **Thin-Walled Structures**, v. 119, n. April, p. 749–759, 2017.

TIRASSA, M.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Influence of cracking and rough surface properties on the transfer of forces in cracked concrete. **Engineering Structures**, v. 225, n. February, p. 111138, 2020.

TUNG, N. D.; BETSCHOGA, C.; TUE, N. V. Analysis of the crack development and shear transfer mechanisms of reinforced concrete beams with low amounts of shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 222, n. June, p. 111114, 2020.

ULAGA, T. Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung: Verbund- und Zuggliedmodellierung (em alemão). Zúrique, Suíça: Tese de doutorado – ETHZ, 160 p. 2003.

UNGERMANN, J.; ADAM, V.; CLASSEN, M. Fictitious rough crack model (Frcm): A smeared crack modelling approach to account for aggregate interlock and mixed mode fracture of plain concrete. **Materials**, v. 13, n. 12, p. 1–22, 2020.

VAN ZIJL, G. P. A. G.; MBEWE, P. B. K. Flexural modelling of steel fibre-reinforced concrete beams with and without steel bars. **Engineering Structures**, v. 53, n. May 2018, p. 52–62, 2013.

VARGHESE, S.; KAMATH, K.; RASIA SALIM, S. Effect of concrete strength and tensile steel reinforcement on RC beams externally bonded with fiber reinforced polymer composites: A finite element study. **Materials Today: Proceedings**, 2, 2023.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected To Shear. **Journal of the American Concrete Institute**, 1986.

WALRAVEN, J. C. Aggregate interlock: A theoretical and experimental analysis. Delft (Holanda), 1981, 197p. Tese de Doutorado – Delft University

WALRAVEN, J. C.; REINHARDT, H. W. Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading. Heron, Dept. of Civil Engineering, Delft University of Technology, v. 26, n. 1A, 68p, 1981.

WANG, X. et al. Steel fiber reinforced concrete : A review of its material properties and usage in tunnel lining. **Structures**, v. 34, n. July, p. 1080–1098, 2021a.

WANG, Z. et al. A meso-mechanical model for post-cracking tensile constitutive behavior of steel fiber reinforced concrete. **Construction and Building Materials**, v. 296, p. 123625, 2021b.

XIANG, D. *et al.* Flexural fatigue mechanism of steel-SFRC composite deck slabs subjected to hogging moments. **Engineering Structures**, v. 256, n. October 2021, p. 114008, 2022.

YANG, Y. Shear behaviour of reinforced concrete members without shear reinforcement—A new look at an old problem. Ph.D. thesis, Delft Univ. of Technology, Delft, Netherlands, 2014.

YANG, Y.; DEN UIJL, J.; WALRAVEN, J. Critical shear displacement theory: on the way to extending the scope of shear design and assessment for members without shear reinforcement. **Structural Concrete**, v. 17, n. 5, p. 790–798, 2016.

YANG, Y.; WALRAVEN, J.; UIJL, J. DEN. Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement Based on Critical Shear Displacement. **Journal of Structural Engineering**, v. 143, n. 1, p. 04016146, 2017.

YE, Z. B. et al. Steel fiber-reinforced concrete under impact loading dynamic constitutive equation. **Construction and Building Materials**, v. 190, p. 1049–1055, 2018.

YU, Y. et al. Evaluation of Shear Capacity of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrups Using Artificial Intelligence Models. 2022.

ZAMRI, N. F.; MOHAMED, R. N.; ELLIOTT, K. S. Shear capacity of precast half-joint beams with steel fibre reinforced self-compacting concrete. **Construction and Building Materials**, v. 272, p. 121813, 2021.

ZAMRI, N. F.; MOHAMED, R. N.; IBRAHIM, I. S. The fibre shear supplement of precast beam-half joints using steel fibre self-compacting concrete. **Materials Today: Proceedings**, n. xxxx, 2020.

ZARRINPOUR, M. R.; CHAO, S. H. Shear strength enhancement mechanisms of steel fiber-reinforced concrete slender beams. **ACI Structural Journal**, v. 114, n. 3, p. 729–742, 2017.

ZHANG, F. et al. Shear strength prediction for steel fiber reinforced concrete beams without stirrups. **Engineering Structures**, v. 127, p. 101–116, 2016.

ZHANG, S. et al. Experimental and analytical study of the fibre distribution in SFRC: A comparison between image processing and the inductive test. **Composite Structures**, v. 188, n. January, p. 78–88, 2018.

ZHANG, S. et al. Investigation into the effect of fibre distribution on the post-cracking tensile strength of SFRC through physical experimentation and numerical simulation. **Construction and Building Materials**, v. 248, p. 118433, 2020.

ZSUTTY, B. Beam Shear Strength Prediction by. v. 5, n. 65, p. 943–951, 1968.

ZSUTTY, T. C., Beam Shear Strength Prediction by Analysis of Existing Data, **ACI Journal**, Vol. 65, No. 11, November 1968, pp. 943-951.

## APÊNDICE A

## BANCO DE DADOS

Tabela A.1 – Banco de dados utilizado nas análises analíticas (continua)

Banco de dados										
Autor	Nome	a/d	fc	bw	h	d	$\rho$	Vf	lfd	V <sub>max</sub>
		(-)	MPa	mm	mm	mm	%	%	(-)	kN
Parra Montesinos <i>et al.</i> (2006)	3	3,5	38,1	152	457,2	381	2,71	1	80	203,00
	4	3,4	38,1	152	457,2	381	2,71	1	80	149,00
	7	3,4	49,2	152	457,2	381	2,71	1,5	60	151,00
	8	3,4	49,2	152	457,2	381	2,71	1,5	60	198,00
	9	3,4	31	152	457,2	381	2,71	1,5	60	192,00
	10	3,4	31	152	457,2	381	2,71	1,5	60	191,00
	11	3,4	44,9	152	457,2	381	2,71	1	80	174,00
	12	3,4	44,9	152	457,2	381	2,71	1	80	220,00
Dinh <i>et al.</i> (2011)	B18-1b	3,50	44,8	152	457	381	2	0,75	54,5	162,20
	B18-2a	3,50	38,1	152	457	381	2	1	54,5	173,30
	B18-2b	3,50	38,1	152	457	381	2	1	54,5	179,50
	B18-3a	3,40	31	152	457	381	2,7	1,5	54,5	150,60
	B18-3b	3,40	31	152	457	381	2,7	1,5	54,5	196,90
	B18-3c	3,40	44,9	152	457	381	2,7	1,5	54,5	191,10
	B18-3d	3,40	44,9	152	457	381	2,7	1,5	54,5	191,10
	B18-5b	3,40	49,2	152	457	381	2,7	1	80	220,10
	B18-7a	3,40	43,3	152	457	381	2	0,75	78,9	191,10
	B18-7b	3,40	43,3	152	457	381	2	0,75	78,9	191,10
	B27-1a	3,50	50,8	203	686	610	2,1	0,75	54,5	361,90
	B27-1b	3,50	50,8	203	686	610	2,1	0,75	54,5	335,40
	B27-2a	3,50	28,7	203	686	610	2,1	0,75	80	345,00
	B27-2b	3,50	28,7	203	686	610	2,1	0,75	80	338,30
	B27-3b	3,50	42,3	203	686	610	1,6	0,75	54,5	346,30
B27-4a	3,50	29,6	203	686	610	1,6	0,75	80	262,70	
B27-5	3,50	44,4	203	686	610	2,1	1,5	54,5	429,10	
Minelli e Plizzari (2013)	NSC1-FRC1	2,5	24,8	200	480	435	1,04	0,38	50	134,00
	NSC2-FRC1	2,5	33,5	200	480	435	1,04	0,38	50	120,00
	NSC2-FRC2	2,5	33,5	200	480	435	1,04	0,57	80	142,00
	NSC3-FRC	2,5	38,6	200	480	435	1,04	0,38	50	141,00
	HSC1-FRC1	2,5	61,1	200	480	435	1,04	0,64	50	191,00

Tabela A.1 – Banco de dados utilizado nas análises analíticas (continuação)

	NSC4-FRC-500-1	2,5	24,4	200	500	455	1,04	0,25	50	197,00
	NSC4-FRC-500-2	2,5	24,4	200	500	455	1,04	0,25	50	157,00
	NSC4-FRC-1000	2,5	24,4	200	1000	910	1,04	0,25	50	258,00
	HSC2-FRC-1000	2,5	55	200	1000	910	1,04	0,25	50	339,00
Zarrinpour e Chao (2017)	SFRC 12W6	3,50	29	152	305	254	2,5	0,75	67	120,00
	SFRC 18a	3,50	39	152	457	394	2,8	0,75	67	161,00
	SFRC 18b	3,50	39	152	457	394	2,8	0,75	67	194,00
	SFRC 24b	3,50	50	203	610	541	2,6	0,75	67	380,00
	SFRC 36a	3,50	50	254	915	813	2,7	0,75	67	683,00
	SFRC 36b	3,50	50	254	915	813	2,7	0,75	67	704,00
	SFRC 48a	3,50	50	305	1220	1118	2,7	0,75	67	1045,00
	SFRC 48b	3,50	50	305	1220	1118	2,7	0,75	67	1008,00
Resende (2020)	B05Sa	2,55	36,2	150	200	169	1,94	0,5	45	65,50
	B05Sb	2,55	36,2	150	200	169	1,94	0,5	45	71,10
	B1Sa	2,55	40,4	150	200	169	1,94	1	45	73,10
	B1Sb	2,55	40,4	150	200	169	1,94	1	45	72,30
	B1La	2,55	39,8	150	200	169	1,94	1	80	84,10
	B1Lb	2,55	39,8	150	200	169	1,94	1	80	76,50
	D-I	3,50	28,1	150	300	251	2,7	0,75	65	113,00
Singh e Harvinder (2016)	D-II	3,50	25,3	150	300	251	2,7	0,75	65	79,10
	E-I	3,50	27,9	150	300	251	2,7	1	65	109,20
	E-II	3,50	26,2	150	300	251	2,7	1	65	123,50
	F-I	3,50	28,1	150	300	251	2,7	1,5	65	111,10
	F-II	3,50	27,3	150	300	251	2,7	1,5	65	131,00
	G-I	3,50	27,5	150	300	251	2,7	0,5	80	64,80
	G-II	3,50	24,5	150	300	251	2,7	0,5	80	77,20
	H-I	3,50	27,8	150	300	251	2,7	0,75	80	91,10
	H-II	3,50	27,3	150	300	251	2,7	0,75	80	101,70
	I-I	3,50	26,3	150	300	251	2,7	1	80	116,00
	I-II	3,50	27,1	150	300	251	2,7	1	80	104,70

Tabela A.1 – Banco de dados utilizado nas análises analíticas (continuação)

	K-I	3,50	53,4	150	300	251	2,7	0,75	65	113,00
	K-II	3,50	54,1	150	300	251	2,7	0,75	65	125,80
	L-I	3,50	53,2	150	300	251	2,7	1	65	144,20
	L-II	3,50	55,3	150	300	251	2,7	1	65	165,70
	P-I	3,50	64,6	150	300	251	2,7	1,5	65	195,40
	P-II	3,50	59,9	150	300	251	2,7	1,5	65	160,00
	AA-I	3,50	47,8	150	300	251	2,7	0,5	80	127,60
	AA-II	3,50	49,5	150	300	251	2,7	0,5	80	152,10
	M-I	3,50	55,3	150	300	251	2,7	0,75	80	146,50
	M-II	3,50	56,4	150	300	251	2,7	0,75	80	178,10
	N-I	3,50	53,4	150	300	251	2,7	1	80	128,00
	N-II	3,50	51	150	300	251	2,7	1	80	157,00
	R-I	3,50	27,8	150	300	251	2,7	1	50	78,70
	R-II	3,50	27,2	150	300	251	2,7	1	50	77,90
	U-I	3,50	27,6	150	300	251	2,7	1	80	98,60
	W-I	3,50	34,7	150	300	251	2,7	1	50	99,40
	W-II	3,50	36,2	150	300	251	2,7	1	50	100,10
	Z-I	3,50	27	150	300	251	2,7	1	80	110,30
	Z-II	3,50	28,3	150	300	251	2,7	1	80	103,90
Sahoo e Sharma (2014)	M20- S-0,75	3,45	32,9	150	300	261	1,95	0,75	80	109,00
	M20- S-1	3,45	23,8	150	300	261	1,95	1	80	95,90
	M20- S-1,25	3,45	24,1	150	300	261	1,95	1,25	80	103,85
Shoaib <i>et al.</i> (2014)	N31	3,00	23	310	308	258	2,5	1	55	211,00
	N32	3,00	41	310	308	240	4,03	1	55	284,00
	H31	3,00	41	310	308	258	2,5	1	55	278,00
	H32	3,00	80	310	308	240	4,03	1	55	458,00
	N61	3,00	23	300	600	531	1,88	1	55	252,00
	N62	3,00	23	300	600	523	2,55	1	55	242,00
	H61	3,00	41	300	600	531	1,88	1	55	423,00
	H62	3,00	41	300	600	523	2,55	1	55	444,00
Kwak <i>et al.</i> (2002)	FNB2- 3	3,00	30,8	125	250	212	1,5	0,5	62,5	67,60
Arslan <i>et al.</i> (2017)	A2.5F1 .0A	2,50	33,68	150	230	200	1,34	1	55	81,00
	A2.5F1 .0b	2,50	24,53	150	230	200	1,34	1	55	130,00
	A2.5F2 .0	2,50	21,43	150	230	200	1,34	2	55	100,00
	A2.5F3 .0	2,50	9,77	150	230	200	1,34	3	55	78,00

Tabela A.1 – Banco de dados utilizado nas análises analíticas (continuação)

	A3.5F1 .0	3,50	20,21	150	230	200	1,34	1	55	65,00
	A3.5F2 .0	3,50	21,43	150	230	200	1,34	2	55	85,00
	A3.5F3 .0	3,50	27,91	150	230	200	1,34	3	55	117,00
	A4.5F1 .0	4,50	24,53	150	230	200	1,34	1	55	85,00
	A4.5F2 .0	4,50	21,43	150	230	200	1,34	2	55	70,00
Narayanan e Darwish (1987)	SF2	2,52	51,85	85	150	130	2,05	0,25	100	30,00
	SF3	3,02	51,85	85	150	130	2,05	0,25	100	31,00
	SF5	2,52	33,32	85	150	130	2,05	0,25	100	23,00
	SF6	3,02	33,32	85	150	130	2,05	0,25	100	22,00
	B1	3,02	51,68	85	150	130	2,05	0,5	133	36,00
	B7	3,02	30,6	85	150	130	2,05	0,5	133	22,00
	B9	3,02	31,02	85	150	130	2,05	1	100	33,00
	B12	2,52	51,68	85	150	130	2,05	0,5	133	41,00
	B13	3,52	41,65	85	150	130	2,05	0,5	133	29,00
	B15	2,52	48,7	85	150	130	2,05	1	133	49,00
	B16	3,52	48,8	85	150	130	2,05	1	133	33,00
	B17	3,06	41,65	85	150	130	3,7	0,5	133	32,00
	B18	3,11	41,65	85	150	130	5,72	0,5	133	38,00
	B19	3,06	30,6	85	150	130	3,7	0,5	133	25,00
	B20	3,11	30,6	85	150	130	5,72	0,5	133	25,00
	B23	3,06	48,79	85	150	130	3,7	1	133	48,00
B24	3,11	48,79	85	150	130	5,72	1	133	54,00	
B25	3,11	53,55	85	150	130	5,72	1,5	100	52,00	
Cucchiara <i>et al.</i> (2004)	A10	2,80	40,85	150	250	219	1,91	1	60	135,00
	A20	2,80	40,85	150	250	219	1,91	2	60	145,00
Minelli <i>et al.</i> (2014)	H500 FRC 50	3,00	32,1	250	500	440	1,12	0,64	62,5	240,00
	H500 FRC 75	3,00	33,1	250	500	440	1,12	1	62,5	235,00
	H1000 FRC 50	3,00	32,1	250	1000	940	1,07	0,64	62,5	272,00
	H1000 FRC 70	3,00	33,1	250	1000	940	1,07	1	62,5	351,00
Dupont e Vandewalle (2005)	2	3,46	46,4	200	300	260	3,55	0,25	65	111
	3	3,46	43,2	200	300	260	3,55	0,50	65	121



Tabela A.1 – Banco de dados utilizado nas análises analíticas (continuação)

	4	3,46	47,6	200	300	260	3,55	0,75	65	156
	20	2,5	39,1	200	300	260	1,81	0,25	65	110
	21	2,5	38,6	200	300	260	1,81	0,75	65	146
	23	4,04	40,7	200	300	260	1,81	0,25	65	84
	24	4,04	42,4	200	300	260	1,81	0,75	65	119
	26	2,48	26,5	200	300	262	1,81	0,25	45	102
	27	2,48	27,2	200	300	262	1,81	0,75	45	122
	29	2,5	26,5	200	300	260	1,81	0,25	45	102
	30	2,5	27,2	200	300	260	1,81	0,75	45	122
	31	2,48	47,4	200	300	262	1,81	0,50	65	132
	32	2,5	46,8	200	300	260	1,81	0,50	65	159
	33	2,48	45,4	200	300	262	1,15	0,50	80	149
	41	2,46	34,4	200	350	305	1,03	0,57	80	165
	43	2,46	30,2	200	350	305	1,03	0,38	80	165
Hwang <i>et al.</i> (2013)	S-35-0,5	2,96	39,4	100	200	165,5	3,43	0,50	60	31
	S-35-1,0	2,96	39,2	100	200	165,5	3,43	1,00	60	52
	S-35-1,5	2,96	40	100	200	165,5	3,43	1,50	60	54
	S-35-2,0	2,96	35,5	100	200	165,5	3,43	2,00	60	48
	HS-50-1,0	3,08	58	100	200	159	4,78	1,00	60	74
	HS-70-00,5	3,08	80,1	100	200	159	4,78	0,50	60	73
	HS-70-1,0	3,08	88	100	200	159	4,78	1,00	60	82
Aoude e Cohen (2014)	M15-0,5%H	3,77	49,6	125	250	212	1,52	0,50	80	46
	M20-0,75%	3,81	49,7	125	250	210	2,28	0,75	55	45
	M20-1,0%	3,81	51,5	125	250	210	2,28	1,00	55	59
	M20-1,0%A	3,81	54,5	125	250	210	2,28	1,00	55	60
Greenough e Nehdi (2016)	S-HE-50-0,5	3,02	47,9	200	300	265	1,78	0,50	50	92
	S-HE-50-0,75	3,02	38	200	300	265	1,78	0,75	50	107
	S-HE-50-1,0	3,02	42,2	200	300	265	1,78	1,00	50	150
	S-FE-50-0,5	3,02	45,4	200	300	265	1,78	0,50	50	117
	S-FE-50-0,75	3,02	44,4	200	300	265	1,78	0,75	50	146

Tabela A.1 – Banco de dados utilizado nas análises analíticas (continuação)

	S-FE-50-1,0	3,02	40,3	200	300	265	1,78	1,00	50	148
	S-FE-30-0,5	3,02	53,7	200	300	265	1,78	0,50	50	108