

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione

Corso di laurea Magistrale in Psicologia dello Sviluppo e dell'Educazione

Tesi di laurea Magistrale

**Fattori emotivi e matematica: il ruolo dell'ansia per la matematica e
delle math-self perceptions in bambini di scuola primaria**

**Emotional factors and mathematics: the role of maths anxiety and math-self
perceptions in primary school children**

Relatrice

Prof.ssa Sara Caviola

Correlatrice

Dott.ssa Alice Masi

Laureanda: Emma Miori

Matricola: 2050558

Anno Accademico 2022/2023

INDICE

INTRODUZIONE	1
CAPITOLO 1. LE ABILITÀ MATEMATICHE	3
1.1 PRECURSORI DELLE ABILITÀ MATEMATICHE.....	3
1.2 ABILITÀ DI CALCOLO	8
1.2.1 <i>Il calcolo a mente</i>	9
1.2.2 <i>Il calcolo scritto</i>	10
1.3 VALUTAZIONE DELLE ABILITÀ MATEMATICHE.....	11
CAPITOLO 2. I FATTORI DI RISCHIO E DI PROTEZIONE	15
2.1 ANSIA GENERALE E ANSIA PER LA MATEMATICA.....	15
2.1.1 <i>Definizione e caratteristiche</i>	15
2.1.2 <i>Valutazione delle forme d'ansia</i>	17
2.1.3 <i>GAD, MA e prestazione matematica.....</i>	19
2.2 LE AUTOPERCEZIONI PERSONALI	20
2.2.1 <i>Definizione e caratteristiche</i>	20
2.2.2 <i>Percezione di autoefficacia matematica</i>	21
2.2.3 <i>Percezione di competenza matematica</i>	22
2.2.4 <i>Valutazione delle autopercezioni matematiche</i>	23
2.2.5 <i>Autopercezioni e prestazione matematica</i>	25
2.3 RELAZIONE TRA FORME D'ANSIA E AUTOPERCEZIONI MATEMATICHE.....	26
CAPITOLO 3. LA RICERCA.....	29
3.1 IPOTESI E OBIETTIVI DELLA RICERCA	29
3.2 PARTECIPANTI.....	30
3.3 PROCEDURA.....	32
3.4 STRUMENTI.....	34
3.4.1 <i>AC-MT-3.....</i>	35
3.4.2 <i>AC-FL</i>	38
3.4.3 <i>RCMAS 2</i>	40
3.4.4 <i>AMAS.....</i>	41
3.4.5 <i>MATH SELF-EFFICACY.....</i>	42

3.4.6 <i>MMQC</i>	42
3.4.7 <i>SPPC</i>	43
CAPITOLO 4. RISULTATI	45
4.1 IL CAMPIONE	45
4.2 ANALISI DESCRITTIVE	46
4.3 ANALISI FATTORIALI CONFERMATIVE	47
4.4 CORRELAZIONI BIVARIATE	52
4.5 REGRESSIONE LINEARE GERARCHICA	53
DISCUSSIONI	57
BIBLIOGRAFIA	63

INTRODUZIONE

Non è possibile pensare che l'apprendimento di una materia così complessa come la matematica sia influenzato solamente da abilità cognitive e biologiche. Anche i fattori emotivi, motivazionali e contestuali condizionano i risultati ai compiti matematici (Lucangeli & Mammarella, 2010).

L'obiettivo della presente ricerca è proprio quello di studiare l'interazione tra i fattori emotivi, positivi e negativi, e la loro relazione con la prestazione matematica in bambini e bambine di classe quarta e quinta della scuola primaria. Infatti, considerando le emozioni e le aspettative personali come fattori di rischio o di protezione per il rendimento matematico, è possibile migliorare quest'ultimo potenziando non solo le competenze e le abilità matematiche, ma mitigando le emozioni negative e promuovendo le attitudini positive nei confronti della materia.

In particolare, i fattori presi in considerazione in questo studio sono l'ansia generale e specifica per la matematica, l'autoefficacia e la percezione di competenza matematica.

L'ansia generale è definita come la tendenza dell'individuo a sentirsi ansioso nelle situazioni di tutti i giorni, mentre l'ansia per la matematica è specifica per le situazioni legate alla risoluzione di problemi matematici e alla manipolazione dei numeri ed è presente nelle situazioni accademiche e di vita quotidiana (Richardson & Suinn, 1972). L'autoefficacia matematica si riferisce invece al livello di fiducia nella propria capacità di svolgere con successo un determinato compito matematico, essendo un costrutto compito-specifico (Lucangeli & Mammarella, 2010). Al contrario, la percezione di competenza matematica riguarda il giudizio che i bambini hanno delle proprie abilità e competenze generali nella materia, in seguito all'interpretazione dei propri successi e insuccessi, del sostegno sociale e dei rinforzi che ricevono (Harter, 1982).

Nel primo capitolo, saranno approfonditi i fattori cognitivi legati all'ambito matematico, in particolare i precursori alla base dell'apprendimento matematico, le diverse abilità di calcolo e la valutazione delle competenze matematiche.

Nel secondo capitolo, saranno presentati i fattori emotivi inclusi nella ricerca, soffermandosi sulle loro caratteristiche, la loro valutazione e la loro relazione con la prestazione matematica. L'ultima parte del capitolo sarà dedicata alla relazione esistente in letteratura tra forme d'ansia e autopercezioni matematiche.

Nel terzo capitolo, sarà delineata la ricerca e i suoi obiettivi, ponendo l'attenzione sul campione preso in considerazione, la procedura utilizzata e gli strumenti somministrati.

Nel quarto capitolo, verranno illustrate le analisi descrittive, le analisi fattoriali confermate (CFA), le correlazioni e infine i modelli di regressione lineare gerarchica.

In conclusione, verranno discussi i risultati e i limiti dello studio, delineandone i possibili sviluppi futuri.

CAPITOLO 1. LE ABILITÀ MATEMATICHE

La matematica è presente in ogni aspetto della nostra vita e ed è una materia estremamente complessa. Si “fa matematica” non solo sui banchi di scuola, ma anche nella vita quotidiana, ogni volta che è necessario calcolare uno sconto, quando si tirano i dadi per un gioco da tavolo o quando si prepara una ricetta (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

La complessità dell'apprendimento matematico è data dall'interazione tra fattori cognitivi, biologici, emotivi-motivazionali e contestuali, oltre ad essere influenzato ulteriormente dalle percezioni e dalle aspettative personali (Lucangeli & Mammarella, 2010).

In questo capitolo saranno approfonditi, in particolare, i fattori cognitivi legati all'ambito matematico, e saranno descritti i precursori alla base dell'apprendimento matematico e le diverse abilità di calcolo ad esso sottese. L'ultimo paragrafo, invece, si concentrerà su come vengono valutate le competenze matematiche, distinguendo tra una valutazione di tipo scolastico ed una valutazione con finalità cliniche.

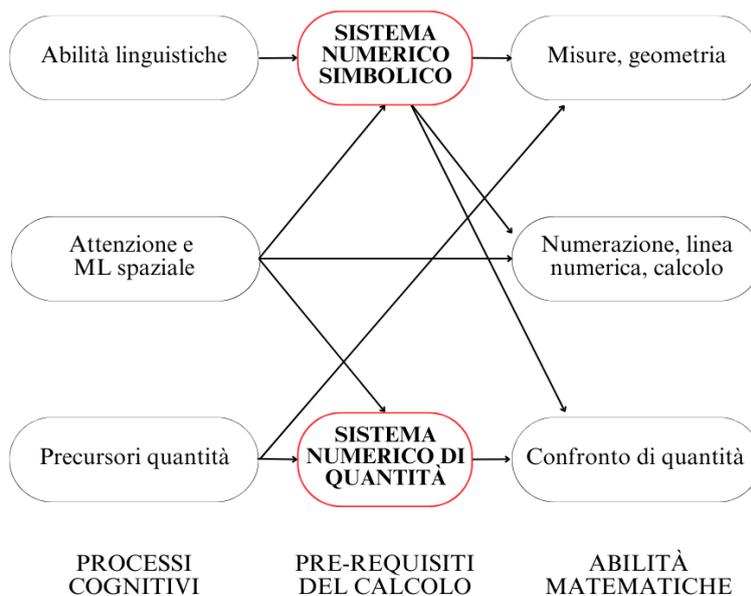
1.1 Precursori delle abilità matematiche

Possono essere definiti “precursori” quelle abilità che precedono l'apprendimento matematico e che ne prevedono lo sviluppo futuro (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

LeFevre e colleghi (2010) propongono un modello cognitivo dello sviluppo dell'apprendimento matematico, basato sull'interazione tra competenze dominio specifiche e dominio generali. Il “modello delle relazioni”, basato sull'osservazione di bambini dai 4 anni e mezzo ai 7 anni e mezzo, identifica tre precursori cognitivi indipendenti: le abilità linguistiche, le abilità attentive e cognitive e le abilità quantitative (Figura 1.1). Secondo tale modello, le abilità linguistiche permettono l'apprendimento del sistema numerico simbolico, mentre le competenze quantitative supportano il sistema di quantità, ed infine l'attenzione spaziale è precursore di entrambi i sistemi. A partire da questi processi cognitivi si sviluppano, infatti, due differenti sistemi numerici, quello simbolico e quello di quantità. Essi determinano le

abilità matematiche successive, tra le quali troviamo la geometria, le misure, la numerazione, la linea numerica, il calcolo e il confronto tra quantità (LeFevre, et al., 2010).

Figura 1.1: Modello di LeFevre e colleghi (2010)



I precursori sono fattori cognitivi, emotivi e contestuali posti alla base delle abilità matematiche, sui quali è possibile intervenire precocemente e grazie ai quali è possibile prevenire future difficoltà legate all'ambito matematico. I precursori possono essere suddivisi quindi in dominio-generalisti o dominio-specifici (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

Le abilità dominio-generalisti, nello specifico, sono trasversali e alla base dei processi di apprendimento, per questo motivo non predicono solo la futura prestazione matematica, ma anche la prestazione in altre discipline scolastiche e in altri ambiti (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018). Di conseguenza, un potenziamento precoce di queste abilità influenza non solo l'ambito matematico, ma gli apprendimenti in generale. I precursori dominio-generalisti coinvolti nello sviluppo dell'apprendimento matematico possono essere fattori emotivi, contestuali o cognitivi (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018). Tra i fattori cognitivi troviamo ad esempio le funzioni

esecutive, la memoria di lavoro e la velocità di elaborazione (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

Le funzioni esecutive (FE) permettono, in situazioni nuove e complesse, il controllo e la regolazione di pensieri e azioni. Tra le funzioni esecutive troviamo l'abilità di aggiornare le informazioni, mantenendo solo quelle più nuove e rilevanti (*updating*), l'abilità di inibire le risposte automatiche inappropriate (inibizione) e l'abilità di spostarsi velocemente tra un compito ed un altro, se la situazione lo richiede (flessibilità cognitiva) (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018). Queste abilità sono fondamentali per l'apprendimento matematico poiché permettono, ad esempio, di risolvere i problemi, includendo le informazioni più pertinenti (*updating*) e, di conseguenza, eliminando quelle superflue (inibizione); permettono inoltre lo svolgimento di operazioni cambiando procedura o strategia a seconda della necessità (flessibilità cognitiva). Grazie alle funzioni esecutive, il bambino è in grado di svolgere un'operazione di "costruzione-decostruzione" del problema ed è in grado di muoversi agilmente tra i diversi passaggi del processo risolutivo, adattando la propria strategia alla situazione (Toll, van der Ven, Kroesbergen, & van Luit, 2011).

La memoria di lavoro (ML), invece, permette lo svolgimento di un compito cognitivo poiché immagazzina informazioni verbali e visuo-spaziali per breve tempo e, contemporaneamente, le manipola. I compiti matematici necessitano della memoria di lavoro per memorizzare informazioni utili, convertire informazioni in *output* numerici e recuperare procedure rilevanti. La relazione tra le capacità matematiche e la memoria di lavoro non è così lineare poiché è influenzata dall'età, la fase evolutiva, il livello di esperienza ed *expertise*, il tipo di informazione elaborata, l'abilità matematica presa in considerazione e il compito utilizzato per valutarla (Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010).

La velocità di elaborazione (VE), infine, consiste nella rapidità ed efficienza con cui viene eseguito un compito cognitivo semplice. In letteratura, è stata riscontrata una forte relazione tra le abilità matematiche precoci, in bambini della scuola dell'infanzia e primaria, e la velocità di elaborazione (Passolunghi, Lanfranchi, Altoè, & Sollazzo, 2015).

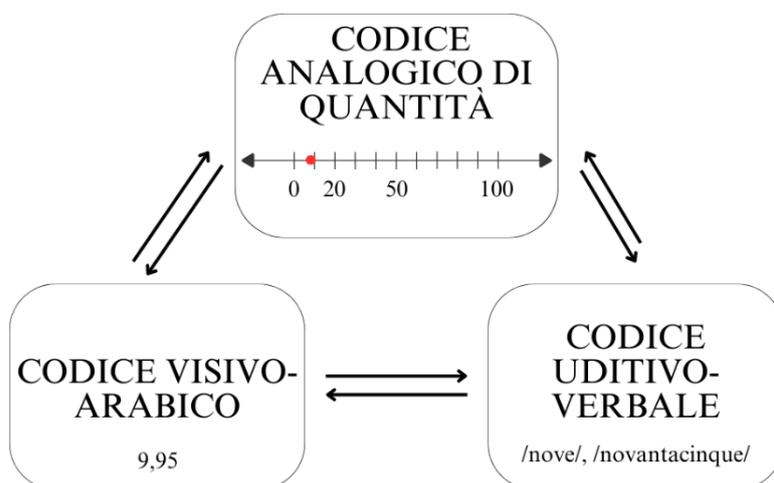
Per quanto riguarda invece i precursori dominio-specifici, questi si riferiscono alle abilità specifiche legate all'apprendimento matematico comprendendo ad esempio abilità numeriche precoci, associate al senso del numero. Quest'ultimo è definito come una capacità innata che permette di percepire, rappresentare e manipolare le informazioni numeriche in contesti differenti ed è alla base di competenze matematiche più complesse (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018). Tra i precursori dominio-specifici sono però presenti anche altre abilità, tra cui la capacità di discriminare e confrontare grandezze numeriche, effettuare stime, compiere trasformazioni numeriche, riconoscere i numeri simbolici e abbinare le quantità simboliche al numero. Sono presenti, inoltre, le capacità di conteggio, ordinamento e calcolo (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

Di seguito saranno presentati due differenti modelli teorici, il modello del "Triplo codice" di Dehaene (1985) e il modello cognitivo di McCloskey e colleghi (1985), che spiegano come avviene la comprensione e l'elaborazione numerica, ovvero le abilità dominio-specifiche associate al senso del numero che permettono l'apprendimento di competenze matematiche più complesse.

Secondo Dehaene (1985), la comprensione numerica è composta da tre distinte rappresentazioni numeriche, o codici (Figura 1.2). Il modello cognitivo e neuropsicologico del "Triplo Codice" spiega come la mente rappresenti i numeri, ovvero attraverso il codice visivo-arabico, che permette di rappresentarli come stringhe di numeri (ad esempio 9,95); il codice uditivo-verbale, che li rappresenta come sequenze organizzate di parole (ad esempio "nove, novantacinque"); e il codice analogico di quantità, in cui i numeri sono rappresentati come porzioni di quantità, sia discrete (ad esempio un insieme di pallini) sia continue (ad esempio all'interno di una linea dei numeri). Sono presenti collegamenti bidirezionali tra i tre codici per permettere la transcodifica tra i diversi formati di rappresentazione numerica. Ogni codice si occupa, però, di compiti matematici specifici: il codice visivo-arabico è deputato al calcolo scritto, oltre ad essere coinvolto nei processi di lettura e scrittura dei numeri; il codice uditivo-verbale si occupa dell'enumerazione e conteggio, del calcolo a mente e del recupero di fatti aritmetici e permette di rappresentare i numeri in modo lessicale, fonologico e sintattico; infine il codice analogico di quantità veicola

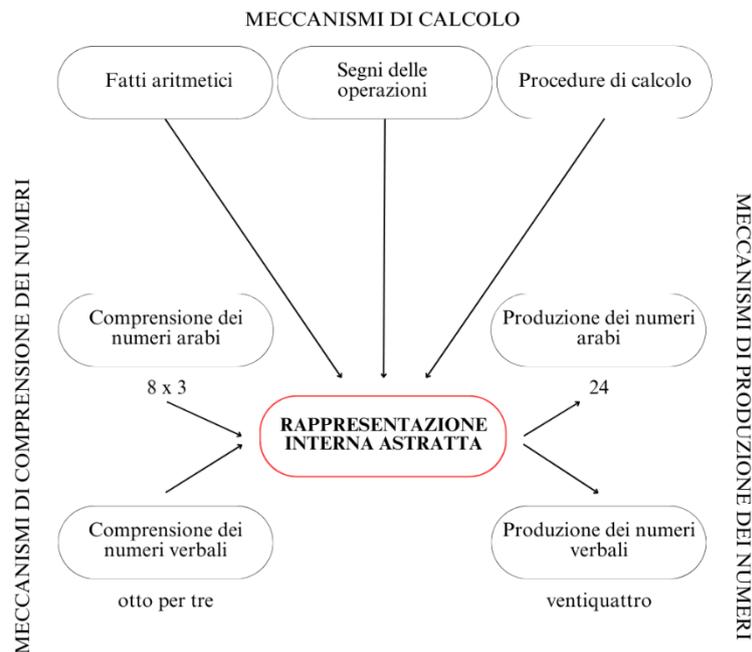
l'informazione semantica e permette la stima, il giudizio di numerosità e la comparazione numerica.

Figura 1.2: Modello di Dehaene (1992)



Infine, il modello cognitivo di McCloskey, Caramazza e Basili (1985) suddivide i meccanismi dell'elaborazione numerica in diversi moduli indipendenti e funzionalmente distinti. Secondo tale modello, le informazioni numeriche vengono processate dai seguenti tre sistemi: il sistema di comprensione dei numeri, il sistema del calcolo e il sistema di produzione dei numeri (Figura 1.3). Nello specifico, il sistema di comprensione si occupa di trasformare la struttura superficiale del numero, arabico o verbale, in un formato comune astratto che permette i processi successivi di calcolo e produzione. Il sistema del calcolo, che verrà approfondito nel paragrafo successivo, riceve questa rappresentazione e la trasforma grazie ai fatti aritmetici, ai segni delle operazioni e alle procedure di calcolo. Infine, il sistema di produzione traduce gli *output* di tipo astratto del sistema di comprensione o del sistema di calcolo in risposte numeriche, espresse in cifre o a parole. Questi processi avvengono in modo separato, ma sono collegati e monitorati da un sistema centrale di rappresentazione semantica.

Figura 1.3: Modello di McCloskey, Caramazza e Basili (1985)



In conclusione, è necessario conoscere i precursori delle abilità matematiche per allenarli e potenziarli in un'ottica di promozione e valutarli accuratamente per permettere, in caso, un intervento precoce. I precursori sono, infatti, marcatori di possibili difficoltà matematiche successive (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

1.2 Abilità di calcolo

Le abilità di calcolo sono quell'insieme di processi che consentono di operare sui numeri attraverso operazioni di tipo aritmetico. Come riportato precedentemente, le abilità e le strategie di calcolo sono supportate da precursori dominio-generalisti e dominio-specifici, e si sviluppano in maniera progressiva attraverso acquisizioni di specifici processi (Lucangeli & Tressoldi, 2002). Quest'ultime risultano importanti, soprattutto nelle prime fasi di scolarizzazione, per l'apprendimento e lo sviluppo di abilità successive sempre più complesse (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

Nel percorso che permette al bambino di padroneggiare l'abilità di calcolo, a partire dal concetto del numero, sono coinvolti tre processi cognitivi (Cornoldi, 2019):

- il processo semantico, che riguarda la capacità di comprendere il significato dei numeri attraverso una rappresentazione mentale di tipo quantitativo;
- il processo lessicale, che regola il nome del numero;
- il processo sintattico, che comprende la grammatica interna del numero e permette di attribuire il corretto valore alla cifra in base alla posizione che occupa nella struttura del numero.

In seguito all'acquisizione di queste competenze, il bambino è in grado di manipolare il concetto del numero ed è per lui possibile contare. L'abilità del conteggio (*counting*) implica l'apprendimento delle parole-conta nell'ordine corretto, la coordinazione tra la produzione delle parole-conta, l'identificazione degli oggetti da contare, e infine la capacità di contare ogni oggetto una volta sola (Ianes, Lucangeli, & Mammarella, 2010) e permette, nello specifico, di numerare in avanti e indietro con riferimento alla quantità e di numerare per due o più in avanti e indietro. Il *counting* precede quindi l'abilità di calcolo a mente e del calcolo scritto.

1.2.1 Il calcolo a mente

Il percorso evolutivo delle strategie utilizzate dai bambini per svolgere i calcoli a mente parte da semplici strategie di conteggio, utilizzate nei primi anni della scuola primaria, per arrivare, poi, a strategie più complesse, che comprendono il recupero di fatti numerici e la scomposizione di numeri (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Siegler e Mitchell (1982), osservando i bambini della scuola materna, hanno trovato quattro diverse strategie per il calcolo a mente: il conteggio esplicito con le dita; l'utilizzo delle dita senza evidente conteggio; il conteggio verbale ad alta voce senza l'utilizzo delle dita; e la mancanza di una strategia specifica. Queste strategie sono utilizzate, dunque, dai bambini più piccoli perché sono le più semplici ed elementari. La scelta della strategia da utilizzare è basata sul "livello di fiducia" del bambino. Maggiore è la sicurezza nelle proprie capacità matematiche, più evoluta sarà la strategia utilizzata (Siegler & Mitchell, 1982).

Con il passare degli anni e delle esperienze, il bambino apprende nuove modalità per risolvere i calcoli mentali, sempre più complesse e funzionali. Negli ultimi anni della scuola primaria, le principali strategie utilizzate nel calcolo a mente sono: contare con

le dita, contare a mente, immaginarsi l'operazione scritta, scomporre i numeri e basarsi su calcoli simili noti, compiendo un'inferenza (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020). In particolare, i metodi più evoluti sono la scomposizione dei numeri e il recupero dei fatti numerici.

La scomposizione di un numero permette di dividere un calcolo complesso in una serie di operazioni più semplici, ad esempio l'addizione "22+13" può essere semplificata separando il primo addendo in "20+2" e il secondo in "10+3", arrivando dunque all'operazione "20+10+2+3".

Il recupero dei fatti numerici è una strategia che permette di arrivare al risultato di un'operazione senza eseguirla, ma recuperandolo dalla memoria. Ogni bambino immagazzina, infatti, alcuni risultati di somme, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni per svolgere con maggiore velocità calcoli complessi. Alcuni esempi di risultati memorizzati sono le tabelline e gli "amici del 10", ovvero numeri la cui somma è 10, come 3 e 7, 6 e 4 oppure 9 e 1. Una volta memorizzati e automatizzati alcuni fatti numerici, è possibile per il bambino compiere delle inferenze, ovvero partendo da calcoli simili noti è per lui possibile arrivare al risultato anche di operazioni non memorizzate. Ad esempio, la somma "6+3" potrebbe essere risolta accedendo prima al fatto numerico "6+4=10" e inferendo di conseguenza il risultato. I fatti numerici sono utilizzati anche durante il calcolo scritto, che verrà approfondito meglio nel paragrafo successivo.

1.2.2 Il calcolo scritto

Una volta sviluppate le abilità di conteggio e di calcolo a mente, l'acquisizione delle abilità di calcolo scritto non è immediata, bensì coinvolge diverse fasi tra cui: le abilità di comprensione dei simboli, l'abilità di incolonnamento e la conoscenza procedurale di risoluzione (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012). È necessario, infatti, riconoscere, comprendere e scrivere correttamente i simboli aritmetici (+, -, x, :) per risolvere le operazioni senza confonderne la natura. Inoltre, un altro prerequisito per il calcolo scritto è l'incolonnamento, ovvero porre le unità sopra le unità, le decine sopra le decine e così via. Senza un incolonnamento preciso e accurato, non è possibile giungere alla soluzione esatta (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012).

Infine, il bambino deve aver acquisito le conoscenze procedurali delle operazioni, quali, ad esempio, il riconoscimento e l'elaborazione delle informazioni aritmetiche, espresse in numero o verbalmente; l'ordine di risoluzione da destra verso sinistra delle operazioni in colonna; il calcolo iniziale delle unità, in seguito delle decine e così via; le regole di prestito e riporto; la corretta scrittura dei risultati seguendo le regole di incolonnamento (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012). Tali conoscenze procedurali imparate in contesto scolastico, grazie all'esercizio, vengono poi successivamente automatizzate (Cornoldi, 2019). In questo modo il bambino è in grado di svolgere i problemi aritmetici e le operazioni con maggiore velocità e accuratezza. Durante le valutazioni è importante, infatti, verificare oltre alla correttezza della soluzione anche la velocità di esecuzione, strettamente legata all'automatizzazione delle procedure di risoluzione dei calcoli (Cornoldi, 2019). Tuttavia, il procedimento valutativo di tali abilità verrà approfondito meglio nel paragrafo successivo.

1.3 **Valutazione delle abilità matematiche**

Le competenze alla base delle abilità matematiche e le abilità matematiche stesse sono molteplici. Per questo motivo la valutazione in ambito matematico è complessa e si avvale di diversi strumenti standardizzati differenziati a seconda dell'abilità che si vuole indagare e dell'età dei bambini per cui sono pensati (Cornoldi, 2019).

Esistono due tipologie differenti di valutazione, la valutazione scolastica e quella clinica, che si concentrano su aspetti differenti e hanno obiettivi diversi.

La valutazione clinica ha l'obiettivo di delineare il profilo funzionale del bambino, comprensivo di punti di forza e punti di debolezza, e progettare un eventuale intervento mirato sulle sue esigenze (Cornoldi, 2019). Il percorso diagnostico si struttura in due livelli: in una prima fase vengono valutate le abilità di base del calcolo, ovvero il calcolo a mente, il calcolo scritto e il recupero di fatti numerici; nel caso in cui vengano evidenziate delle criticità durante la prima fase, vengono fatti ulteriori accertamenti, analizzando le tre competenze cognitive alla base del concetto del numero. In particolare, la competenza lessicale, attraverso prove di dettato e prove di lettura; la competenza semantica, attraverso prove di riconoscimento di quantità e confronto tra grandezze; e la competenza sintattica, attraverso prove di attribuzione

del giusto valore alle cifre in base al posto che occupano nel numero. In ambito clinico viene posta, dunque, attenzione ai processi sottostanti le abilità matematiche, ovvero i precursori (Cornoldi, 2019).

Riguardo le abilità di calcolo, vengono prese in considerazione sia l'accuratezza del calcolo, che fornisce informazioni su quanto il bambino risponde correttamente quando esegue un'operazione, sia il tempo di esecuzione, che riflette il livello di automatizzazione delle competenze del bambino (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012). È importante valutare entrambi i fattori, poiché un bambino può aver appreso correttamente le procedure di calcolo, ma impiegare un tempo maggiore per risolvere le operazioni oppure, al contrario, svolgere velocemente i calcoli, ma in maniera non accurata. Nel primo caso il bambino si troverà in difficoltà nel portare a termine i compiti poiché impiegherà le proprie energie nello svolgimento dei primi calcoli, non avendone a disposizione per quelli successivi e, nel secondo caso, potrebbe ottenere risultati errati (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012). Per valutare l'automatizzazione possono essere utilizzate prove di velocità, che misurano il tempo medio utilizzato dal bambino per un compito, e prove di fluenza, che valutano quante operazioni il bambino è in grado di risolvere in un tempo limitato (Cornoldi, 2019). Oltre all'accuratezza e alla velocità, durante le valutazioni vengono analizzati qualitativamente anche i tipi di errori commessi dai bambini, perché offrono informazioni su dove potrebbe risiedere il problema. Gli errori possono essere di tipo semantico, sintattico e lessicale, che quindi riflettono una difficoltà nei tre processi cognitivi legati al concetto del numero, antecedenti all'abilità di calcolo (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012). Quando il bambino ha difficoltà a riconoscere e rappresentare le grandezze, a confrontare i numeri e a ordinarli, ponendoli dal più piccolo al più grande e viceversa, ci troviamo davanti a errori di tipo semantico. Se un bambino ha difficoltà a nominare i numeri, commette invece errori lessicali. Infine, gli errori sintattici si riferiscono all'attribuzione errata del valore delle cifre in base alla loro posizione nel numero, ad esempio se in un dettato di numeri il "508" viene scritto come "5108" (Cornoldi, Lucangeli, & Bellina, 2012). Nel dettaglio, gli errori legati al calcolo possono essere classificati nelle seguenti categorie (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020):

- errori nel recupero dei fatti aritmetici, dovuti ad una difficoltà nella memorizzazione e nel recupero del risultato di un'operazione dalla memoria a lungo termine. Tra questi sono presenti gli errori di “confine”, dovuti ad un'attivazione inappropriata di tabelline confinanti ($3 \times 7 = 24$), di “slittamento” in cui una cifra è corretta e l'altra è errata ($4 \times 6 = 34$) e errori dovuti ad una confusione tra somme e moltiplicazioni ($3 \times 3 = 6$);
- errori di mantenimento e recupero delle procedure, ovvero regole non ancora interiorizzate ($N \times 0 = 0$; $N + 0 = N$) e processi di svolgimento immaturi. Questi tipi di errori riflettono un sovraccarico della memoria di lavoro;
- errori di applicazione delle procedure, tra le quali sono presenti le regole del prestito e del riporto, che non vengono applicate;
- errori visuo-spaziali, causati da una difficoltà di natura visuo-spaziale dominio-generale che compromette il riconoscimento dei segni, l'incolonnamento e la capacità di seguire la direzione procedurale.

Tra gli strumenti che possono essere utilizzati per valutare le abilità matematiche e maggiormente utilizzati nel panorama nazionale troviamo: AC-MT 6-11 (Cornoldi, Lucangeli, & Perini, 2020) e 11-14 (Cornoldi, 2020); AC-MT 3 per la clinica (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020); MAT-2 (Amoretti, Bazzini, Pesci, & Reggiani, 2007); MT-2 Avanzate (Cornoldi, et al., 2010); discalculia test (Lucangeli, Molin, Poli, Tressoldi, & Zorzi, 2009); batteria ABCA (Lucangeli, Tressoldi, & Fiore, 1998); ABCA 14-16 (Baccaglini-Frank, Lucangeli, Perona, Caviola, & Bettini, 2013); BDE 2 (Biancarsi, Bachmann, & Nicoletti, 2022). Il compito dell'esaminatore è proprio quello di scegliere lo strumento più adatto a seconda degli obiettivi che vuole raggiungere, prestando attenzione alle caratteristiche psicometriche, alla rappresentatività del campione normativo, agli indici di attendibilità e di validità (Lucangeli & Mammarella, 2010).

La valutazione scolastica, invece, si concentra principalmente sugli apprendimenti e sul raggiungimento di abilità matematiche legate al curriculum scolastico (Cornoldi, 2019). Gli strumenti utilizzati in ambito scolastico non sono standardizzati e rigorosi, ma variano da classe a classe e, di conseguenza, le prestazioni degli alunni non possono essere paragonate ad una popolazione di riferimento. Le prove sono create su

misura dagli insegnanti per valutare se gli studenti hanno appreso o meno capacità matematiche (Cornoldi, 2019).

In conclusione, è quindi fondamentale valutare precocemente sia le abilità matematiche e sia le competenze cognitive sottostanti per iniziare un eventuale trattamento, o programma di potenziamento, il prima possibile, intervenendo in tempo sulle possibili difficoltà matematiche (De Vita, Pellizzoni, & Passolunghi, 2018).

Nel capitolo successivo, verranno approfonditi alcuni fattori dominio-generalisti quali i fattori emotivi, sia positivi sia negativi, che possono contribuire ad influenzare l'apprendimento matematico.

CAPITOLO 2. I FATTORI DI RISCHIO E DI PROTEZIONE

Le abilità cognitive dominio-generalì e specifiche, descritte nel capitolo precedente, non sono gli unici fattori coinvolti nello sviluppo dell'apprendimento matematico. Entrano in gioco, infatti, anche i fattori emotivi, motivazionali, contestuali, culturali e socio-educativi (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Nei paragrafi successivi, saranno approfondite alcune delle variabili emotive e motivazionali che possono agire come potenziali fattori di rischio o di protezione per lo sviluppo delle abilità matematiche. Nello specifico saranno presentate forme di ansia come l'ansia generale e l'ansia per la matematica, oltre a percezioni personali come l'autoefficacia matematica e la percezione di competenza matematica, soffermandosi quindi sulle loro caratteristiche, la loro valutazione e la loro relazione con la prestazione matematica. Infine, l'ultimo paragrafo si concentrerà sulla relazione esistente in letteratura tra forme d'ansia e autopercezioni matematiche.

2.1 Ansia generale e ansia per la matematica

2.1.1 Definizione e caratteristiche

L'ansia generale è definita come la tendenza dell'individuo di sentirsi ansioso nelle situazioni di tutti i giorni. Il disturbo d'ansia generalizzato (GAD) è caratterizzato da preoccupazioni eccessive e persistenti che influenzano vari aspetti della vita quotidiana (American Psychiatric Association, 2013). Tra i sintomi descritti dal DSM-5 troviamo: irrequietezza, stanchezza frequente, difficoltà a concentrarsi, irritabilità, tensione muscolare e disturbi del sonno (American Psychiatric Association, 2013). L'ansia generale è un costrutto ampio che comprende forme specifiche d'ansia, come l'ansia per la matematica o l'ansia da valutazione. Molteplici studi infatti hanno testimoniato la presenza di una forte sovrapposizione tra i diversi costrutti d'ansia e per questo motivo quando si indagano sintomi specifici dell'ansia per la matematica è necessario valutare anche i livelli di GAD dell'individuo, per controllare se sia presente una tendenza generale ad avere ansia o le manifestazioni di preoccupazione e agitazione siano specifiche verso la disciplina della matematica (Hill et al., 2016). Nonostante queste tipologie di ansia siano collegate tra loro, sono forme distinte e

L'ansia per la matematica è specifica per le situazioni legate all'ambito matematico e dei numeri (Hill et al., 2016).

L'ansia per la matematica (*Math Anxiety*, MA) può essere definita come un sentimento di paura e apprensione che interferisce con la risoluzione dei problemi matematici e la manipolazione dei numeri in generale, non solo in situazioni accademiche, ma anche in situazioni quotidiane (Richardson & Suinn, 1972) e comprende sia sensazioni sia sintomi corporei collegati al fare matematica (Fennema & Sherman, 1976). La MA può essere suddivisa in due sottodimensioni: l'ansia legata all'apprendimento, provata durante le lezioni (*math learning anxiety*) e l'ansia legata alla valutazione, provata invece durante le verifiche o le interrogazioni di matematica (*math testing anxiety*) (Barroso et al., 2020).

L'ansia per la matematica, tuttavia, può essere presente anche al di fuori del contesto scolastico nelle situazioni di vita quotidiana riguardanti la gestione dei numeri, come ad esempio utilizzare i soldi o calcolare uno sconto, e si manifesta attraverso sintomi fisici e cognitivi. È un costrutto multidimensionale che coinvolge aspetti emotivi (sentimenti ed emozioni negative), cognitivi (preoccupazioni e pensieri intrusivi che influenzano la memoria di lavoro), fisiologici (*arousal*, stress, agitazione, aumento della frequenza cardiaca, sudorazione e tremore alle mani, mal di stomaco, nausea, vertigini) e comportamentali (evitamento di contesti o carriere professionali che richiedono l'uso di abilità matematiche) (Hill et al., 2016). In riferimento a quest'ultimi, si pensa che la messa in atto di comportamenti di evitamento per sottrarsi allo stato di ansia e ai conseguenti sintomi fisici, tenda ulteriormente ad influenzare negativamente la riuscita scolastica dell'individuo, portando ad un ulteriore impoverimento delle capacità matematiche (Lucangeli & Mammarella, 2010).

I fattori all'origine dell'ansia possono essere ritrovati negli stili di insegnamento che pretendono correttezza e competenza senza fornire adeguate spiegazioni, strategie e motivazione, non fornendo rinforzi adeguati (Lucangeli & Mammarella, 2010). Inoltre un'altra possibile spiegazione può essere identificata nella natura della materia stessa, poiché in matematica l'errore è evidente e oggettivo. Per questo motivo, gli studenti potrebbero essere più vulnerabili di fronte agli errori, attribuendo alla matematica

l'espressione del proprio livello intellettuale. L'errore può farli percepire come incompetenti e minacciare la loro autostima (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Tali sentimenti di ansia comportano forti conseguenze per la vita degli individui a breve, medio e lungo termine. Nel breve termine, la MA ha un'influenza sulla prestazione, in particolar modo durante i compiti più complessi che richiedono risorse cognitive maggiori (Caviola et al., 2022; Hill et al., 2016; Zhang, Zhao, & Kong, 2019). A medio termine, gli studenti tendono ad evitare compiti matematici e attività matematiche per non provare ansia e preoccupazione, arrivando nel lungo termine ad evitare anche scelte di carriere lavorative e universitarie legate alla matematica (le materie "Science, Technology, Engineering and Mathematics" - STEM), per le quali saranno anche meno preparati. Infatti, se uno studente prova ansia di fronte ai compiti matematici, sarà meno propenso a cercare situazioni di apprendimento legate alla materia e in questo modo ne risentirà la sua prestazione matematica e la preparazione per le carriere legate alle materie STEM (Casey & Ganley, 2021). Oltre alla scelta del futuro lavorativo, la MA influenza quindi anche la quotidianità del bambino, e dell'adulto, che tenderà ad evitare qualsiasi situazione legata ai numeri.

2.1.2 Valutazione delle forme d'ansia

Gli strumenti utilizzati per valutare l'ansia generale possono essere questionari *self-report*, interviste strutturate o semistrutturate, osservazioni dirette oppure misure fisiologiche (Silverman & Ollendick, 2005). Tra gli strumenti *self-report*, che sono i più semplici e veloci da somministrare, troviamo la *multidimensional anxiety scale for children 2* (Paloscia, Giangregorio, Guerini, & Melchiori, 2017) per bambini e ragazzi da 8 a 19 anni e la *revised children's manifest anxiety scale 2 – RCMAS 2* (Reynolds & Richmond, 2012) per studenti da 6 ai 19 anni.

Analogamente, per valutare l'ansia per la matematica sono presenti diversi strumenti *self-report*, diversificati in base all'età, che hanno dimostrato buona validità e attendibilità. I questionari sono di fondamentale importanza perché permettono una rilevazione specifica della MA, distinta dall'ansia generale e scolastica, sia per la clinica sia per la ricerca, permettendo la diagnosi e il trattamento del disturbo.

La MA può essere suddivisa in due componenti, *math learning anxiety* e *math testing anxiety*. Questa caratteristica è stata presa in considerazione a partire dal primo strumento creato per la valutazione della MA, che ha, infatti, una struttura a due fattori. La *mathematics anxiety rating scale* (MARS) è composta da 96 item che descrivono sia situazioni quotidiane legate all'ambito matematico sia situazioni del contesto scolastico (Richardson & Suinn, 1972). Anche l'*abbreviated math anxiety scale* (AMAS) ha una struttura a due fattori ed è composta da 9 item (Hopko, Mahadevan, Bare, & Hunt, 2003), la cui scala risulta oggi essere quella maggiormente utilizzata in diversi paesi nazionali e internazionali con culture differenti, e che risulta essere validata su campioni con un range di età molto ampio. Un altro strumento standardizzato per ragazzi dai 12 ai 16 anni è la *scale for assessing math anxiety in secondary education* (SAMAS; Yáñez-Marquina & Villardón-Gallego, 2017) e per bambini di 8 anni troviamo la *scale for early mathematics anxiety* (SEMA; Wu, Barth, Amin, Malcarne, & Menon, 2012). È presente, inoltre, in letteratura uno strumento basato sul colloquio, la *mathematics anxiety interview* (MAI), che presenta a bambini dai 7 ai 10 anni situazioni sia verbalmente sia attraverso immagini (Kohn et al., 2013). Ai bambini viene chiesto di valutare il loro livello di ansia in relazione alle situazioni presentate, facendo riferimento anche alle sintomatologie tipiche della MA. Viene chiesto loro, ad esempio, quanto forte batte il loro cuore, se preferirebbero scappare dalla situazione, se riuscirebbero a parlare e quanto si sentono preoccupati. Il colloquio si compone di 20 item, suddivisi in quattro differenti situazioni tutte riguardanti l'ambito matematico e nello specifico le verifiche, i compiti, le lezioni e la quotidianità.

Gli strumenti finora riportati sono tutti questionari autodescrittivi, perché è la modalità più utilizzata in letteratura. Gli strumenti *self-report* misurano l'ansia di tratto, mentre per misurare l'ansia di stato, maggiormente legata alla situazione che l'individuo sta sperimentando, possono essere utilizzate misure fisiologiche e tecniche di neuroimaging. Le misure fisiologiche di battito cardiaco, conduttanza cutanea e secrezione di cortisolo, e le tecniche di neuroimaging, come ad esempio la risonanza magnetica funzionale o l'elettroencefalogramma, pur essendo meno usate nella ricerca, permettono una misura più oggettiva dei sintomi fisici ansiosi del soggetto e una

misura meno soggetta a bias, come ad esempio la desiderabilità sociale (Dowker, Sarkar, & Looi, 2016).

2.1.3 GAD, MA e prestazione matematica

Ricerche affermano come l'ansia generale influisca negativamente sulla prestazione matematica e sulla cognizione (Maloney & Sattizahn, 2014). In particolar modo, gli aspetti cognitivi dell'ansia, ovvero le preoccupazioni e i pensieri intrusivi, determinerebbero un effetto negativo sulla memoria di lavoro, poiché occuperebbero le risorse mnestiche a disposizione e necessarie alla risoluzione di un compito matematico, inficiandone di conseguenza il risultato finale (Maloney & Sattizahn, 2014).

In riferimento alla MA diversi sono gli studi che hanno indagato la relazione con la prestazione matematica, riscontrando un'associazione negativa tra le due, ovvero i soggetti con maggiori livelli di MA, riportavano risultati prestazionali in matematica inferiori rispetto ai coetanei con livelli minori di MA (Caviola et al., 2022; Hill et al., 2016; Zhang, Zhao, & Kong, 2019).

Riguardo la natura di questa relazione, sono presenti tre differenti teorie: la teoria del deficit (*deficit theory*), supportata da studi longitudinali e studi su bambini con disturbi delle abilità numeriche e aritmetiche, che sostiene come scarsi risultati matematici portino a sviluppare la MA. La teoria dell'ansia debilitante (*debilitating anxiety model*), invece, supportata da ricerche sperimentali che hanno manipolato la variabile MA per osservare i cambiamenti nella prestazione, postula come la MA sia la causa di un rendimento inferiore. Infine, la teoria della reciprocità (*reciprocal theory*) la quale ipotizza che i due costrutti si influenzino a vicenda. L'ultima teoria costituisce un punto di incontro tra i primi due modelli, sostenendo che la relazione tra le variabili sia bidirezionale. Si ipotizza quindi la presenza di un circolo vizioso, nel quale da una parte l'ansia causerebbe un rendimento inferiore, e dall'altra il continuo ottenere fallimenti incrementerebbe l'ansia per la materia (Foley et al., 2017; Carey, Hill, Devine, & Szucs, 2016). Questa relazione negativa, sembra inoltre aumentare con l'avanzare dell'età, infatti, la MA sembra avere meno effetti sul rendimento nei primi anni di scuola primaria, rispetto alla scuola secondaria di secondo grado (Caviola et al., 2022; Zhang, Zhao, & Kong, 2019; Hill et al., 2016). Secondo Dowker e colleghi

(2016) tale incremento può essere dovuto ad un aumento nel corso degli anni scolastici delle richieste e della complessità dell'apprendimento matematico, oltre al fatto che crescendo si possono accumulare molteplici fallimenti in ambito matematico che a loro volta possono incidere negativamente sui livelli di ansia sperimentata.

2.2 Le autopercezioni personali

2.2.1 Definizione e caratteristiche

Le autopercezioni personali si riferiscono al modo con il quale una persona si percepisce e si valuta in un determinato contesto o dominio (Lucangeli & Mammarella, 2010). Sono, per definizione, soggettive, ovvero si basano sul proprio vissuto, e comprendono una varietà di dimensioni, in quanto una persona può percepirsi in base al proprio aspetto fisico, alla propria competenza e abilità in diversi ambiti accademici e non, alle proprie relazioni sociali e così via. Esistono dunque diversi tipi di autopercezioni, tra le quali troviamo il concetto di sé, l'autostima, l'autoefficacia e la percezione di competenza (Lucangeli & Mammarella, 2010). Inoltre, dipendono dalle esperienze e gli eventi che ha vissuto la persona e per questo motivo cambiano nel tempo e si evolvono, sia in positivo sia in negativo (Lucangeli & Mammarella, 2010). I costrutti maggiormente investigati in letteratura, sono l'autoefficacia e la percezione di competenza in relazioni all'ambito matematico (Hughes, Galbraith, & White, 2011). L'apprendimento matematico non è composto solamente da aspetti cognitivi ed emotivi, ma sono coinvolti anche i pensieri che gli alunni si creano riguardo la materia e riguardo se stessi di fronte a tale disciplina. Secondo la teoria socio-cognitiva di Bandura (1977), le autopercezioni hanno un ruolo importante nei comportamenti, soprattutto di fronte ai compiti sfidanti (Lee, 2009) e sembrano avere una relazione con la motivazione, poiché fin dall'inizio della vita scolastica, percepire se stessi come capaci di comprendere i compiti matematici motiva l'apprendimento della materia stessa (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Tra i costrutti legati alle autopercezioni, in particolare tra autoefficacia e concetto di sé, molti studi mostrano una mancanza di differenza concettuale, ossia una possibile sovrapposizione dei due costrutti in termini di definizione. Lee (2009) riporta come esempio lo studio di Choi (2005), che per misurare il concetto di sé e l'autoefficacia

matematica ha utilizzato due strumenti differenti, ma con item che tra loro sono indistinguibili. Dunque, i risultati riportati dallo studio non sono risultati essere attendibili, a causa della forte sovrapposizione degli item utilizzati per indagare i due costrutti. Similmente, la ricerca di Pietsch e colleghi (2003), citata da Lee (2009), dichiara di misurare due costrutti differenti, ma che tra loro hanno una correlazione molto forte ($r=.93$) e per questo motivo secondo Lee sono sovrapponibili. In letteratura non è presente, quindi, una distinzione precisa tra i diversi tipi di autopercezioni, come anche una chiarezza univoca rispetto ai termini utilizzati. Di fatto, i costrutti legati alle autopercezioni, ovvero l'autoefficacia, la percezione di competenza, il concetto di sé e la sicurezza in matematica, in molti studi sono utilizzati in maniera interscambiabile. Ciò avviene perché, pur essendo tra di loro distinti, questi costrutti riflettono un'idea alla base simile (Casey & Ganley, 2021). Infatti, una spiegazione della possibile sovrapposizione tra i due costrutti può risiedere nella loro dimensione di auto valutazione, poiché sono formulati sulla base del giudizio su sé stessi come persona e del giudizio sulle proprie capacità di svolgere un determinato compito (Lee, 2009). I risultati dello studio condotto da Lee (2009) suggeriscono però come tali costrutti siano distinti empiricamente, e questa distinzione è diffusa nei vari contesti culturali, e presente nei 41 paesi presi in esame dallo studio (ad esempio Corea, Giappone, Svizzera, Finlandia e Olanda).

Nei paragrafi successivi verranno approfonditi più nel dettaglio i costrutti di autoefficacia e percezione di competenza.

2.2.2 Percezione di autoefficacia matematica

L'autoefficacia può essere definita come il livello di fiducia che le persone hanno nelle proprie capacità di portare a termine determinate azioni e raggiungere obiettivi specifici (Bandura, 1977).

L'autoefficacia matematica, nello specifico, costrutto indagato per questa ricerca, si riferisce al livello di fiducia nella propria capacità di svolgere i compiti matematici e di ottenere buoni risultati in questa materia. È il giudizio riguardo ad un'abilità dominio-specifica e compito-specifica; la persona "sente che può farcela" data una situazione specifica, in un determinato momento e in un determinato compito

(Lucangeli & Mammarella, 2010). Al contrario, la percezione di competenza matematica, che verrà descritta nel paragrafo successivo, si riferisce ad un dominio generale ed è, di conseguenza, un costrutto più stabile nel tempo.

L'autoefficacia riguarda il giudizio personale rispetto alla propria capacità di affrontare possibili situazioni. La percezione di autoefficacia influenza sia l'atteggiamento verso il compito, se l'individuo decide di affrontare o evitare il compito, sia lo sforzo e la perseveranza, se continua ad impegnarsi anche di fronte agli ostacoli e alle difficoltà (Bandura, 1991). Maggiore è l'autoefficacia, maggiori saranno gli sforzi messi in atto dai bambini, in quanto i bambini con alti livelli di autoefficacia sono convinti di riuscire ad ottenere i risultati sperati. Al contrario, se non hanno fiducia nelle loro capacità tenderanno ad evitare il compito o a non sforzarsi al massimo per portarlo a termine, decidendo di abbandonarlo alle prime difficoltà. Il comportamento, dunque, può essere modificato dalla percezione di autoefficacia dell'individuo, la quale può essere a sua volta modificata dai *feedback* forniti dall'esterno, sia in positivo, rafforzandola, sia in negativo, indebolendola (Jain & Dowson, 2009).

Secondo Bandura (1977), l'autoefficacia si sviluppa a partire dall'interpretazione che i bambini fanno delle situazioni di successo o insuccesso che vivono. L'autoefficacia può avere quattro diverse fonti: le esperienze passate, la persuasione sociale, le esperienze vicarie e gli stati fisiologici e affettivi. È possibile modificare la percezione di autoefficacia, infatti, attraverso le esperienze passate, interpretando correttamente i successi e i fallimenti precedenti; la persuasione sociale, grazie ai commenti e ai rinforzi da parte degli adulti di riferimento e dei pari; le esperienze vicarie, ovvero osservando i propri compagni di classe ottenere dei buoni risultati; gli stati fisiologici e affettivi, poiché i bambini tendono a interpretare i propri stati fisiologici e affettivi come indicatori della propria competenza (Koponen et al., 2021).

2.2.3 Percezione di competenza matematica

La percezione di competenza si riferisce in particolare al giudizio che i bambini si creano delle proprie abilità in un dominio generale, in seguito all'interpretazione dei propri successi e insuccessi, del sostegno sociale e dei rinforzi che ricevono (Harter,

1982). Ripetuti rinforzi positivi permettono al bambino di interiorizzare un sistema di autogrificazione, che gli permette di affrontare le difficoltà come sfide, grazie alle quali mettersi alla prova e percepirsi competente (Lucangeli & Mammarella, 2010).

In riferimento alla matematica, quindi, la percezione di competenza matematica riguarda il giudizio che i bambini hanno delle proprie abilità e competenze nella materia. La percezione non dipende, come succede invece con l'autoefficacia, dalla situazione specifica o dal compito, ma si riferisce ad un'abilità matematica generale percepita dall'individuo a livello globale (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Secondo Harter (1982) la percezione di competenza varia a seconda dell'ambito preso in considerazione e, per questo motivo, sono presenti tre differenti tipi di competenza: la competenza cognitiva, in particolar modo accademica (i cui pensieri sono ad "vado bene a scuola", "sono intelligente"); la competenza sociale, il rapporto con i pari (nel quale troviamo pensieri come "ho tanti amici", "piaccio a tutti", "sono un componente importante del gruppo classe"); e la competenza fisica, negli sport e nelle attività all'aperto (tra cui esempi di pensieri possono essere "vado bene negli sport", "imparo velocemente i giochi all'aperto", "scelgo di partecipare agli sport rispetto a guardare gli altri giocare"). I bambini, dunque, non si percepiscono competenti allo stesso modo in tutti gli ambiti e dagli 8 anni circa iniziano a giudicare la propria competenza cognitiva, sociale e fisica e si formano un giudizio generale su loro stessi (Harter, 1982).

2.2.4 Valutazione delle autopercezioni matematiche

Anche per la valutazione delle credenze personali vengono di solito utilizzati questionari *self-report*, che permettono di chiedere direttamente al bambino come giudica la propria abilità matematica, poiché la caratteristica principale delle autopercezioni è proprio la soggettività (Lucangeli & Mammarella, 2010).

I costrutti di autoefficacia e percezione di competenza tendono tuttavia a sovrapporsi e a livello di strumenti è difficile identificare item specifici che indaghino esclusivamente un costrutto piuttosto che un altro (Lee, 2009). Hughes e colleghi (2011) hanno esaminato a quale livello gerarchico avviene questa sovrapposizione nei questionari SPPA (Harter, 2012) e MPSE (Bandura, 1990), che misurano

rispettivamente la percezione di competenza e l'autoefficacia. È risultato che, a livello dominio-generale, non sempre i due strumenti catturano aspetti distinti. In particolare, è presente una sovrapposizione in tre domini di primo ordine, tra i quali è presente anche la competenza in matematica/scienze. Non è stata riscontrata una distinzione netta tra la competenza scolastica e l'autoefficacia matematica. Ovviamente questa sovrapposizione è legata agli strumenti impiegati, alla loro affidabilità e validità, oltre che al quadro teorico e concettuale al quale si basano. Secondo lo studio, è possibile distinguere tra autoefficacia e percezione di competenza grazie al loro orientamento temporale. Gli item "posso" dell'autoefficacia e "sono" della percezione di competenza si distinguono, infatti, anche perché i primi sono orientati verso il futuro mentre la competenza si riferisce al passato. Gli item che intendono indagare l'autoefficacia sono, ad esempio, "quanto sei sicuro che sarai capace di ...?" oppure "quanto bene sai ...?", mentre gli item della percezione di competenza sono tendenzialmente "sono bravo a ..." oppure "ho fatto bene ..." (Hughes, Galbraith, & White, 2011).

Tra gli strumenti più utilizzati per valutare le autopercezioni è possibile citare il *self and task perception questionnaire* (STPQ; Eccles, O'Neill, & Wigfield, 2005) per misurare l'aspettativa, il valore soggettivo e la difficoltà percepita dagli adolescenti in ambito accademico; il *self description questionnaire* (SDQ; Marsh, 1999) per valutare il concetto di sé in bambini di età scolare e preadolescenti in otto diversi ambiti (apparenza, abilità fisiche, relazioni con i genitori e con i pari, concetto di sé in matematica, italiano e scuola in generale, e concetto globale di sé); il *self-perception profile for children* (SPPC; Harter, 2012) per misurare la percezione di competenza in studenti da 8 a 15 anni; il questionario *math self-efficacy* (Koponen et al., 2021) per la percezione di autoefficacia specifica della matematica; e il *mathematics motivation questionnaire for children* (MMQC; Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012) per indagare la motivazione e l'attitudine dei bambini nei confronti della matematica.

2.2.5 Autopercezioni e prestazione matematica

È possibile affermare come la percezione di autoefficacia sia correlata positivamente con la prestazione in contesti diversi (Jain & Dowson, 2009). L'impatto della autoefficacia sulle prestazioni accademiche è in parte dovuto alla relazione tra autoefficacia e motivazione, volontà, sforzo e persistenza. Di conseguenza, gli studenti con una elevata percezione di autoefficacia in una specifica area sono propensi ad avere atteggiamenti positivi riguardo a quell'ambito e a impegnarsi in comportamenti che sono più probabili portare al successo (Jameson, Dierenfeld, & Ybarra, 2022). Per l'ambito matematico in particolare, è stata confermata in letteratura la relazione tra autoefficacia matematica e rendimento sia negli studenti più grandi (Kitsantas, Cheema, & Ware, 2011) che più giovani (Joët, Usher, & Bressoux, 2011). In particolare, Hoffman (2010) ha osservato il ruolo positivo dell'autoefficacia sui tempi di risposta e sulla accuratezza nella risoluzione di problemi.

Anche la percezione di competenza influenza l'andamento matematico. Kasken e colleghi (2020) hanno condotto uno studio su bambini della scuola primaria, ipotizzando che sia l'autoefficacia sia la percezione di competenza fossero predittori positivi della fluency aritmetica e della capacità di risolvere problemi. I risultati hanno confermato solamente la percezione di competenza come predittore significativo. Secondo gli autori, l'autoefficacia predice maggiormente lo sviluppo delle competenze matematiche nelle scuole superiori ed è ancora modificabile durante la scuola primaria, mentre la percezione di competenza risulta essere un costrutto più stabile, orientato al passato. Inoltre, non è stata osservata una relazione significativa tra MA e prestazione. In questo caso, Kasken e colleghi (2020) spiegano che è possibile che la causa di questo risultato sia da ricercare nel contesto scuola, incoraggiante e positivo nei confronti della materia, oppure nello sviluppo stesso della MA, che tende ad aumentare con l'età.

In generale, il rapporto tra autopercezioni e prestazione sottende la presenza di altri costrutti, prima tra tutti l'ansia per la matematica. Gli studenti con bassi livelli di autopercezioni matematiche spesso sperimentano un'alta MA e prestazioni matematiche scarse. Tuttavia, tale relazione verrà trattata nel dettaglio nel paragrafo successivo.

2.3 **Relazione tra forme d'ansia e autopercezioni matematiche**

La relazione esistente tra MA e prestazione può essere influenzata a sua volta dalle autopercezioni matematiche (Hoffman, 2010). È presente, infatti, una correlazione negativa tra MA e autoefficacia, in quanto gli studenti che risolvono correttamente una quantità maggiore di problemi sono meno influenzati dalla MA e hanno maggiori livelli di autoefficacia (Hoffman, 2010). L'interpretazione del risultato da parte degli studenti ha un effetto maggiore sulla reazione emotiva rispetto al risultato stesso (Hoffman, 2010). Avere maggiore fiducia nelle proprie capacità permette, dunque, di contrastare l'effetto della MA sul rendimento e, allo stesso tempo, l'effetto dei fallimenti sull'ansia (Hoffman, 2010). In uno studio è stato osservato come la MA fosse predittiva di una prestazione carente solo in bambini con bassi livelli di autoefficacia emotiva, in quanto quest'ultima sembrava aiutare i bambini nella gestione degli effetti negativi dell'ansia (Galla & Wood, 2012). La ricerca di Palestro e Jameson (2020), però, ha riscontrato un effetto indiretto tra MA e prestazione da parte dell'autoefficacia specifica della matematica, mentre nessun effetto è stato trovato con l'autoefficacia emotiva. La percezione di autoefficacia specifica per la matematica è costantemente correlata in modo negativo alla MA e in modo positivo alle prestazioni matematiche, il che significa che gli studenti con bassa autoefficacia spesso sperimentano un'alta MA e prestazioni matematiche scarse (Jameson, Dierenfeld, & Ybarra, 2022). La percezione di autoefficacia matematica ha un impatto così importante sugli alunni che spesso influisce sulle decisioni importanti della loro vita, come la scelta del percorso universitario da intraprendere (Jameson, Dierenfeld, & Ybarra, 2022). L'autoefficacia e la MA influenzano anche l'interesse per la materia che ha un effetto diretto e positivo sulla prestazione (Zhang & Wang, 2020).

Per quanto riguarda la percezione di competenza, è correlata anch'essa negativamente con la MA in bambini dai 5 ai 17 anni e la forza di questa relazione dipende dal tipo di competenza indagata, se specifica o generale (Li, Cho, Cosso, & Maeda, 2021). Percepirsi competenti in matematica abbassa, dunque, il proprio livello di ansia e permette di raggiungere risultati migliori, oltre ad aiutare a perseverare anche di fronte agli ostacoli e a non evitare le situazioni matematiche, come i corsi di matematica al college (Li, Cho, Cosso, & Maeda, 2021). Lee (2009) ha analizzato le differenze tra 41 paesi, dal progetto PISA del 2003; i paesi asiatici, come Corea e Giappone, hanno

riportato bassi livelli di autoefficacia e di percezione di competenza e alti livelli di MA, mentre i paesi europei occidentali, come Finlandia, Olanda, Liechtenstein e Svizzera, hanno mostrato bassi livelli di MA e alti livelli di autopercezioni matematiche. Tuttavia, la prestazione matematica è risultata ottimale in entrambi i casi, paradossalmente anche nei paesi asiatici.

Koponen e colleghi (2021) hanno dimostrato l'efficacia di un programma di potenziamento delle autopercezioni sulla prestazione. In particolare, hanno attuato un programma di allenamento delle abilità di calcolo affiancandolo ad un potenziamento dell'autoefficacia percepita per bambini con ridotte capacità di fluenza di calcolo. L'intervento sull'autoefficacia si è concentrato su quattro fonti: successi precedenti, l'interpretazione che viene data dei successi e dei fallimenti; esperienza vicaria, la conoscenza delle proprie capacità attraverso le azioni delle altre persone; persuasione sociale, l'influenza dei feedback positivi di insegnanti, genitori e pari; e stato emotivo e fisiologico, la tendenza a interpretare i propri stati emotivi e fisiologici come indicatori della propria competenza. Gli autori hanno così dimostrato la modificabilità dell'autoefficacia nei primi anni di scuola primaria e l'importanza di intervenire sulle autopercezioni per migliorare le prestazioni matematiche.

Similmente, secondo Li e colleghi (2021) è importante intervenire sulla percezione di competenza per contrastare la MA, e di conseguenza migliorare le abilità matematiche.

Nonostante le evidenze scientifiche sulla relazione tra fattori emotivi, positivi e negativi, e prestazione matematica siano numerose, in letteratura sono ancora pochi gli studi che indagano questa relazione nei bambini della scuola primaria. Il campione scelto, ovvero bambini e bambine di quarta e quinta primaria, costituisce, dunque, la principale novità dello studio.

In questo capitolo sono stati approfonditi i fattori di rischio e di protezione della prestazione matematica considerati per il presente studio, ovvero i costrutti che ostacolano l'apprendimento (l'ansia per la matematica) e che lo sostengono (le autopercezioni matematiche). È stata inoltre descritta la relazione tra MA e autopercezioni, per sottolineare l'importanza del potenziamento dell'autoefficacia e della percezione di competenza con l'obiettivo di ridurre l'ansia. Intervendendo, infatti,

a livello educativo sulla percezione che i bambini hanno della matematica, delle loro competenze, attraverso *feedback* e rinforzi, e della fiducia nelle loro capacità, è possibile ridurre la loro MA e sostenere così la prestazione scolastica (Lucangeli & Mammarella, 2010).

CAPITOLO 3. LA RICERCA

Il presente studio è incluso in un progetto di ricerca più ampio riguardante l'apprendimento della matematica in relazione con le attitudini e gli aspetti emotivi associati alla materia, in bambini frequentanti la classe quarta e quinta della scuola primaria. L'elaborato considera solo alcune variabili coinvolte nella ricerca, nello specifico la prestazione ai compiti matematici, l'ansia generalizzata e specifica verso la matematica, la percezione di competenza e di autoefficacia.

3.1 Ipotesi e obiettivi della ricerca

In letteratura sono presenti numerosi studi che mostrano quanto l'apprendimento matematico sia influenzato dall'interazione tra fattori cognitivi, biologici, contestuali ed emotivi (Lucangeli & Mammarella, 2010). In particolare, tra i fattori emotivi è possibile rintracciare sia fattori di protezione, come ad esempio le autopercezioni di competenza matematica, sia fattori di rischio, costituiti invece da forme di ansia generale e di ansia per la matematica. Diversi studi sostengono come i bambini con alti livelli di MA tendano ad ottenere prestazioni inferiori ai compiti matematici (Caviola et al., 2022; Hill et al., 2016; Zhang, Zhao, & Kong, 2019) e allo stesso tempo i continui insuccessi matematici possono aumentarne i livelli di MA (Foley et al., 2017; Carey, Hill, Devine, & Szucs, 2016). Tuttavia, la prestazione matematica può essere supportata da alti livelli di autoefficacia e percezione di competenza se sperimentati dal bambino stesso (Jameson, Dierenfeld, & Ybarra, 2022; Kasken, Segers, Goei, & Verhoeven, 2020). Le autopercezioni possono quindi essere strettamente in relazione con la MA, in quanto tendono a contrastare l'effetto negativo dell'ansia sulla prestazione matematica (Hoffman, 2010; Li, Cho, Cosso, & Maeda, 2021).

L'obiettivo della presente ricerca vuole quindi essere quello di indagare le correlazioni tra fattori emotivi, positivi e negativi, e la prestazione matematica in bambini e bambine di classe quarta e quinta della scuola primaria.

Al fine di indagare le variabili di autoefficacia e di percezione di competenza sono stati adattati e tradotti alcuni questionari presenti in letteratura, nello specifico i test

Math Self Efficacy (Koponen et al., 2021), MMQC (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012) e SPPC (Harter, 2012). Pertanto un primo obiettivo della ricerca è quello di validare gli strumenti nella popolazione della scuola primaria in Italia. Ci si attende che la struttura fattoriale dei questionari utilizzati sia valida anche in un campione italiano e di età differente rispetto a quello riportato in letteratura.

Un secondo obiettivo dello studio, invece, riguarda i fattori emotivi negativi, ovvero la relazione tra prestazione matematica, GAD e MA. La letteratura suggerisce che all'aumentare dell'ansia per la matematica diminuiscano i punteggi alle prove matematiche ottenuti dai bambini (Caviola et al., 2022; Hill et al., 2016; Zhang, Zhao, & Kong, 2019), ipotizzando quindi un'associazione negativa tra tali forme ansiose e la prestazione.

In aggiunta, un terzo obiettivo riguarda la relazione tra prestazione matematica ed emozioni positive, ovvero autoefficacia e percezione di competenza, ipotizzando un'associazione positiva tra di esse (Jameson, Dierenfeld, & Ybarra, 2022; Kasken, Segers, Goei, & Verhoeven, 2020).

Ci si aspetta, inoltre, di trovare una relazione negativa tra ansia per la matematica e autopercezioni legate alla materia (Hoffman, 2010; Li, Cho, Cosso, & Maeda, 2021).

Infine, un quarto ed ultimo obiettivo è quello di esaminare quali tra le variabili emotive prese in esame, sia positive che negative, costituisca un predittore significativo della prestazione matematica, identificandone il *goal standard*. A tal proposito, ci si attende che tutti i fattori emotivi considerati predicano i futuri risultati ai compiti matematici (Caviola et al., 2022; Li, Cho, Cosso, & Maeda, 2021).

3.2 Partecipanti

Nel presente studio sono stati somministrati molteplici questionari e prove matematiche a bambini e bambine di età compresa tra i 9 e i 10 anni delle classi quarta e quinta della scuola primaria. In seguito all'approvazione da parte del Comitato etico dell'Università degli Studi di Padova, che ha la funzione di garantire la tutela dei diritti, della sicurezza e del benessere delle persone coinvolte (valutando gli aspetti

etici e scientifici delle sperimentazioni), il progetto di ricerca è stato presentato alle scuole e alle loro dirigenze. Complessivamente, hanno aderito al progetto 6 scuole primarie, situate nelle province di Ancona e Trento (Tabella 3.1). Successivamente, alle famiglie è stato consegnato il consenso informato, per permettere ai genitori di essere a conoscenza dello studio e delle modalità di somministrazione e richiedere loro l'autorizzazione alla partecipazione dei minori.

Il campione raccolto è di 277 bambini totali, comprendente 149 maschi e 128 femmine, 104 studenti di classe 4° e 173 studenti di classe 5° (Tabella 3.1).

Tabella 3.1: Scuole che hanno aderito alla ricerca e rispettive classi

PROVINCIA	SCUOLA	CLASSE
Ancona	Scuola Primaria "C. A. Dalla Chiesa"	4° A
		5° A
		5° B
Ancona	Scuola Primaria "E. Cialdini"	4° A
		5° A
		5° B
Ancona	Scuola Primaria "A. Scocchera"	5° A
		5° B
		5° A
		5° A
		5° B
Trento	Scuola Primaria "C. Darwin"	4° A
		4° B
		4° C
		4° D
		5° A
		5° B
		5° C
		5° D
Trento	Scuola Primaria "San G. Bosco"	5° A
		5° B
Trento	Scuola Primaria Cles	4° C
		4° D

3.3 Procedura

La raccolta dati si è suddivisa in due somministrazioni collettive per classe, della durata di circa 60 minuti ciascuna, durante il secondo quadrimestre dell'anno accademico 2022/2023, più precisamente nei mesi di Marzo, Aprile e Maggio 2023.

Poiché i dati sono stati raccolti in forma confidenziale, nel pieno rispetto del Regolamento Europeo sulla privacy 2016/679 sulla “tutela del trattamento dei dati personali”, per ogni alunno, prima di iniziare la raccolta dati, è stato creato un codice alfa-numerico per garantirne l'anonimato durante le fasi di analisi. I codici sono composti dall'iniziale della scuola (es. Scuola Carlo Boni), dal numero di registro (es. 01), dalla classe e dalla sezione di riferimento (es. 4° A), e hanno permesso di assegnare allo stesso partecipante i risultati ottenuti durante le due somministrazioni collettive (Figura 3.2).

Figura 3.2: Esempio di codice alfa-numerico

CB014A

Durante la somministrazione, in seguito alla consegna dei protocolli contenenti le prove matematiche e i questionari, veniva spiegato agli alunni che i fascicoli sarebbero stati anonimi e che le loro risposte non sarebbero state oggetto di valutazione da parte dell'insegnante, ma nonostante ciò, veniva chiesto loro il massimo impegno e la massima concentrazione. Gli studenti sono stati guidati durante la compilazione dei protocolli, con spiegazioni dettagliate per ogni questionario o prova matematica, e per qualsiasi dubbio sono stati invitati a chiedere aiuto alzando la mano.

Di seguito sono presentate le prove proposte durante la prima somministrazione collettiva:

- *Fluenza di Calcolo (AC-FL)* (Caviola, Gerotto, Lucangeli, & Mammarella, 2016);
- *Ragionamento Numerico e Calcolo Approssimato (AC-MT-3)* (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020);

- Questionario *A revision of Academic Locus of Control Scale for College Students* ACL-R (Curtis & Trice, 2013);
- Questionario *Perceived Control scale* (Putwain & Wood, 2022);
- Questionario *Math Avoidance Scale* (Conlon, 2022: Atti di convegno MCLS)
- Questionario *Value Scale* (Putwain, Schmitz, Wood, & Pekrun, 2021);
- Questionario *Academic Motivation Scale* (AMS-I) (Alivernini & Lucidi, 2008);
- Questionario *Mathematics Motivation Questionnaire for Children* (MMQC) (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012);
- Questionario *Academic Buoyancy* (Martin & Marsh, 2008).

Di seguito sono presentate le prove proposte durante la seconda somministrazione:

- Questionario *The Academic Resilience Scale* (ARS) (Cassidy, 2016);
- *Calcolo Scritto* (AC-MT-3) (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020);
- Questionario *The Self-Perception Profile for Children* (SPPC) (Harter, 2012);
- Questionario *Self-Description Questionnaire* (SDQ) (Marsh, 1999)
- Questionario *Math Self-Efficacy* (Koponen et al., 2021)
- Questionario *Mathematics Motivation Questionnaire for Children* (MMQC) (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012);
- Questionario *Abbreviated Mathematics Anxiety Scale* (AMAS) (Caviola, Primi, Chiesi, & Mammarella, 2017);
- Questionario *Revised Children's Manifest Anxiety Scale* (RCMAS-2) (Reynolds & Richmond, 2012).

Per le due somministrazioni collettive sono stati creati due ordini differenti e controbilanciati, per evitare possibili disparità causate dall'ordine di somministrazione.

Di seguito sono riportati l'ordine A e B utilizzati:

- Ordine A, prima collettiva: *AC-FL, Ragionamento Numerico e Calcolo Approssimato (AC-MT-3), ACL-R, Perceived Control scale, Math Avoidance Scale, Value Scale, AMS-I, subtest Task Value di MMQC, Academic Buoyancy.*

- Ordine B, prima collettiva: *Academic Buoyancy*, *subtest Task Value di MMQC*, *AMS-I*, *Value Scale*, *Math Avoidance Scale*, *Perceived Control scale*, *ACL-R*, *Calcolo Approssimato e Ragionamento Numerico (AC-MT-3)*, *AC-FL*.
- Ordine A, seconda collettiva: *ARS*, *Calcolo Scritto (AC-MT-3)*, *SPPC*, *SDQ*, *subtest Self Concept di MMQC*, *Math Self -Efficacy*, *subtest Self Efficacy di MMQC*, *AMAS*, *RCMAS-2*.
- Ordine B, seconda collettiva: *RCMAS-2*, *AMAS*, *subtest Self Efficacy di MMQC*, *Math Self-Efficacy*, *subtest Self Concept di MMQC*, *SDQ*, *SPPC*, *Calcolo Scritto (AC-MT-3)*, *ARS*.

Una volta terminate le somministrazioni, lo *scoring* e l'analisi dei dati, è stato consegnato agli insegnanti un report di restituzione, con l'obiettivo di fornire una fotografia della classe, della prestazione matematica degli alunni e delle loro emozioni nei confronti della materia.

Nei paragrafi successivi saranno presentate in maniera più approfondita le prove utilizzate per indagare le ipotesi del presente elaborato.

3.4 Strumenti

In questo paragrafo verranno presentate e descritte con maggiore attenzione le prove matematiche e i questionari utilizzati nella presente ricerca. Nello specifico verranno illustrate le prove matematiche tratte dalla batteria AC-MT-3 (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020), AC-FL (Caviola, Gerotto, Lucangeli, & Mammarella, 2016), e i questionari AMAS (Caviola, Primi, Chiesi, & Mammarella, 2017), RCMAS 2 (Reynolds & Richmond, 2012), Math Self-Efficacy (Koponen et al., 2021), MMQC (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012) e SPPC (Harter, 2012).

3.4.1 AC-MT-3

Il test AC-MT-3 (Cornoldi, Mammarella, & Caviola, 2020) è uno strumento utilizzato, sia in contesto clinico sia in contesto scolastico, per valutare le abilità matematiche in bambini e ragazzi dai 6 ai 14 anni. Il test è composto da prove della batteria che indagano i processi di base (*Dettato di Numeri, Fatti Aritmetici, Calcolo Scritto e Calcolo a Mente*) e prove a limite di tempo (*Prove di Fluenza del Calcolo, Inferenze, Trova il Numero, Ragionamento Numerico, Giudizio di grandezza, Calcolo Approssimato e Matrici Numeriche*) che possono essere somministrate individualmente o in modalità collettiva. Per il presente studio è stato scelto di somministrare le prove *Calcolo Scritto, Ragionamento Numerico e Calcolo Approssimato* in modalità carta matita. Quest'ultime saranno illustrate di seguito in maniera approfondita.

Calcolo Scritto

La prova *Calcolo Scritto*, consente di rilevare la capacità dei bambini di incolonnare correttamente le operazioni e l'applicazione delle procedure di calcolo. Permette di valutare, inoltre, gli automatismi del calcolo, ovvero la capacità di recuperare velocemente fatti numerici e risultati parziali.

Agli studenti è richiesto di risolvere sei operazioni aritmetiche, nello specifico una addizione, due sottrazioni, una moltiplicazione e due divisioni, incolonnandole all'interno dell'apposito riquadro posto al di sotto dell'operazione (Figura 3.3.1; Figura 3.3.2). Il livello di difficoltà degli item aumenta tra le classi, ad esempio nella classe terza primaria sono introdotte moltiplicazioni e divisioni con uno dei due fattori a due cifre, nella classe quarta si trovano moltiplicazioni con entrambi i fattori a due cifre e nella classe quinta sono presenti addizioni e sottrazioni con numeri decimali e divisioni con numeri a due cifre.

Durante la somministrazione, è stata spiegata la prova ai bambini ed è stato detto loro che non avrebbero avuto un limite di tempo di risoluzione. Quando il 90% della classe aveva completato la prova i bambini venivano invitati a passare all'attività successiva.

Nella fase di *scoring*, è stato assegnato un punto ad ogni risposta corretta, zero punti per le risposte sbagliate o per le operazioni non eseguite.

alle classi quarte e quinte della scuola primaria sono presentati complessivamente dodici item di diversa difficoltà.

In fase di *scoring*, è stato attribuito un punto alle risposte corrette, zero punti per le risposte errate o per le risposte non date.

Figura 3.4.1 Esempi della prova Ragionamento Numerico del test AC-MT-3 per la classe quarta primaria

24	28		36	32	28	26
30	33		39	38	35	36

Figura 3.4.2 Esempi della prova Ragionamento Numerico del test AC-MT-3 per la classe quinta primaria

	800	900	1 000	600	700	799
20 304	20 303		20 301	20 302	23 032	20 032

Calcolo Approssimato

La prova *Calcolo Approssimato* valuta la capacità di compiere stime dei risultati di operazioni. Ai bambini è richiesto di scegliere tra tre alternative, poste a destra del foglio, il numero che più si avvicina al risultato dell'operazione scritta in neretto e posta a sinistra del foglio (Figura 3.5.1; Figura 3.5.2). Anche in questo caso, per assicurarsi che l'esercizio fosse chiaro per tutti gli alunni, sono stati mostrati, prima di iniziare la prova, tre esempi. Le operazioni presentate per le classi terze, quarte e quinte sono addizioni, sottrazioni e moltiplicazioni, con uno dei due fattori a una cifra. Tra le tre alternative non è mai presente il risultato esatto dell'operazione e non è possibile trovare due numeri alla stessa distanza. In totale gli item presentati sono quindici, di diversa difficoltà in base al grado scolastico, per un tempo massimo di risoluzione pari a un minuto e mezzo.

Per lo *scoring*, è stato assegnato un punto alle risposte corrette, zero punti per le risposte sbagliate o non fornite.

Figura 3.5.1 Esempi della prova Calcolo Approssimato del test AC-MT-3 per la classe quarta primaria

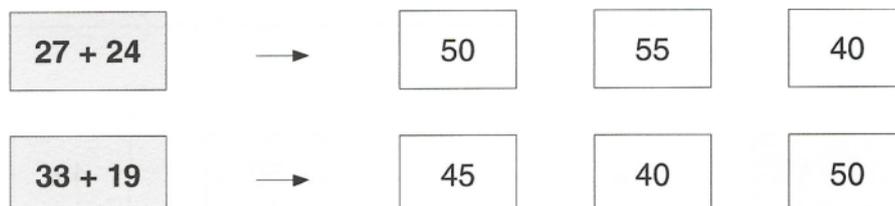
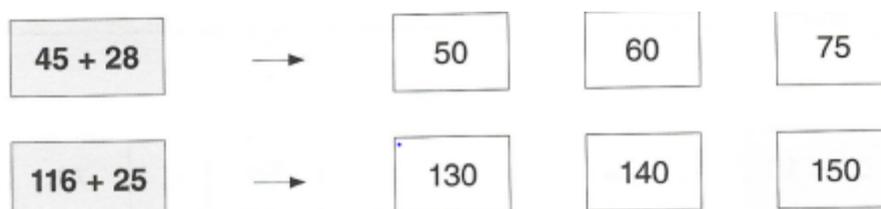


Figura 3.5.2 Esempi della prova Calcolo Approssimato del test AC-MT-3 per la classe quinta primaria



3.4.2 AC-FL

Il test AC-FL (Caviola, Gerotto, Lucangeli, & Mammarella, 2016) è uno strumento utilizzabile da clinici e insegnanti per valutare la fluenza numerica in bambini di terza, quarta e quinta primaria. Il test permette di misurare la velocità e l'accuratezza nell'esecuzione di calcoli complessi. Per risolvere calcoli complessi è necessario avere una buona automatizzazione dei fatti aritmetici, attraverso il calcolo a mente, e conoscere le procedure del calcolo scritto, come ad esempio il prestito e il riporto.

Il test AC-FL è composto da tre diversi protocolli, in cui sono presentate nel primo 24 addizioni, nel secondo 24 sottrazioni e nell'ultimo 24 moltiplicazioni da eseguire in 2 minuti di tempo a protocollo, uguali per ogni grado scolastico. Le operazioni sono disposte già in colonna per evitare errori causati dall'incolonnamento e per osservare direttamente, quindi, le capacità dei bambini di risolvere calcoli complessi e, in generale, la loro fluenza numerica. Durante la somministrazione, è stato richiesto agli alunni di risolvere la prova con il massimo impegno, senza distrarsi e senza chiedere

Figura 3.9 Item del questionario RCMAS-2

Situazione		
1. Spesso ho mal di stomaco	SI	NO
2. Mi sento nervoso	SI	NO
3. Spesso mi preoccupa per qualcosa di brutto che potrebbe accadermi	SI	NO
4. Temo che i miei compagni possano ridere di me in classe	SI	NO

3.4.4 AMAS

Il questionario AMAS (Caviola, Primi, Chiesi, & Mammarella, 2017) è uno strumento che ha l'obiettivo di valutare precocemente l'ansia per la matematica (MA) in bambini dagli 8 ai 13 anni. La MA può essere definita come un sentimento di paura e apprensione che interferisce con la risoluzione dei problemi matematici e la manipolazione dei numeri in generale, non solo in situazioni accademiche, ma anche in situazioni quotidiane (Richardson & Suinn, 1972).

Il questionario è composto da 9 item divisi in due sottoscale, ansia da apprendimento matematico, legata ai momenti di spiegazione e di apprendimento, e ansia da valutazione matematica, legata ai momenti di valutazione, alle verifiche e alle interrogazioni. Ai bambini viene chiesto di ragionare sul proprio grado di paura in diverse situazioni legate all'ambito matematico, come ad esempio eseguire una verifica scritta di matematica oppure affrontare un nuovo argomento di matematica (Figura 3.10). Nella fase di scoring, è stato assegnato, a seconda di una scala Likert a 5 punti, un punto alla risposta "molto poca", due punti a "poca", tre punti a "moderata", quattro punti a "abbastanza" e cinque punti a "molta". Un punteggio elevato corrisponde alla presenza di una forte preoccupazione nei confronti della matematica.

Figura 3.10 Item del questionario AMAS

Situazione	Grado di paura				
	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
1. Usare gli schemi e le tabelline riportate in fondo al libro di matematica	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
2. Pensare alla verifica scritta di matematica che dovrai fare domani	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
3. Seguire con attenzione l'insegnante che risolve alla lavagna un'operazione di matematica difficile	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
4. Fare una verifica scritta di matematica	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta

3.4.5 MATH SELF-EFFICACY

Il questionario *self-report* Math Self-Efficacy (Koponen, et al., 2021) - che per la presente ricerca è stato tradotto, adattato e ampliato - consente di valutare nei bambini la percezione di autoefficacia in compiti matematici specifici, come ad esempio il calcolo. L'autoefficacia matematica si riferisce al livello di fiducia nella propria capacità di risolvere correttamente compiti matematici (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Il questionario si compone di tre sottoscale; la prima indaga le capacità matematiche, la seconda le abilità di fluency nel calcolo e l'ultima riguarda le abilità di calcolo nei diversi contesti di vita.

Ai bambini è richiesto di riflettere sul grado di sicurezza con il quale affrontano le diverse situazioni descritte, come ad esempio sottrarre a mente in maniera veloce oppure calcolare velocemente a mente durante un gioco da tavolo (Figura 3.11). Il questionario è composto da 10 item ai quali è stato assegnato un punto se la risposta è "per nulla", due punti per "molto poco", tre punti per "poco", quattro punti per "né poco né molto", cinque punti per "abbastanza", sei punti per "molto", e sette punti per "moltissimo". Un punteggio totale elevato mostra una percezione di autoefficacia ottima.

Figura 3.11 Item del questionario *Math Self-Efficacy*

Situazione	Per nulla	Molto poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
1. Eseguire tutti i compiti di matematica, nonostante siano difficili	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
2. Fare somme velocemente a mente	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
3. Imparare a calcolare in modo da fare meno errori possibili	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo
4. Quando sei in un negozio, calcolare quanti soldi hai	Per nulla	Molto Poco	Poco	Né poco Né molto	Abbastanza	Molto	Moltissimo

3.4.6 MMQC

Il questionario MMQC (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012) è uno strumento *self-report* che indaga la motivazione e l'attitudine dei bambini nei confronti della matematica. Per il presente studio, il questionario è stato tradotto e

adattato ed è stata presa in considerazione esclusivamente la sottoscala riguardante l'autoefficacia, composta da 6 item. Ai bambini è richiesto di esprimere il proprio grado di accordo con frasi riguardanti le loro capacità matematiche (Figura 3.12). È stato assegnato un punto per le risposte “fortemente in disaccordo”, due punti per “disaccordo”, tre punti per “accordo” e quattro punti per “fortemente d'accordo”. Un punteggio elevato esprime una buona percezione di autoefficacia da parte dello studente.

Figura 3.12 Item della sottoscala *Self Efficacy* del questionario *MMQC*

Situazione	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
1. Fai molti errori in matematica?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
2. Pensi che riuscirai a risolvere bene le operazioni questa settimana?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
3. Se l'insegnante fa una domanda di matematica, di solito sai rispondere?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo
4. Quando l'insegnante spiega un problema/esercizio di matematica, riesci a fare gli altri senza ricevere aiuto?	Fortemente in disaccordo	Disaccordo	Accordo	Fortemente d'accordo

3.4.7 SPPC

Il questionario SPPC (Harter, 2012) è uno strumento *self-report* che indaga la percezione di competenza che gli studenti, dagli 8 ai 15 anni, hanno riguardo diversi ambiti della loro vita. Nello specifico gli ambiti indagati sono: ambito sociale, ovvero l'abilità di relazionarsi con le altre persone, di fare amicizia e di comunicare; ambito accademico, le capacità in ambito scolastico in diverse materie e le abilità di studio; ambito fisico, legato all'immagine corporea; ambito atletico, ossia le abilità atletiche e le capacità sportive e fisiche; ambito comportamentale, capacità di gestire le situazioni e affrontare le sfide quotidiane; autostima globale, misura complessiva che riporta come il bambino si vede.

Per ogni item vengono fornite due frasi opposte tra di loro, tra le quali i bambini devono scegliere quella che meglio li rappresenta (Figura 3.13). Dopo aver scelto a quale tipologia di bambini si avvicinano di più, devono indicare con una crocetta se per loro quella affermazione è “molto vera” o “abbastanza vera”. Questo formato di domanda è efficace perché presenta due tipi opposti di alunni e legittima entrambe le scelte, aiutando i bambini a fornire risposte più accurate possibili e non socialmente desiderabili. Per la ricerca, è stata somministrata la scala composta da 10 item

riguardante la competenza scolastica. Quest'ultima è stata adattata alla disciplina matematica, tradotta ed ampliata. Agli studenti è stato richiesto di rispondere attraverso una scala Likert a 4 punti indicando con una crocetta la risposta che meglio li rappresentava. Cinque item, in particolare gli item dispari, sono *reversed*, ovvero la risposta che rappresenta il livello più alto di competenza percepita si trova alla sinistra del foglio (Figura 3.13). Dunque, per gli item dispari (1; 3; 5; 7; 9) sono stati attribuiti quattro punti alla risposta più a sinistra, e spostandosi verso destra sono stati assegnati i punteggi a decrescere; mentre per gli item pari (2; 4; 6; 8; 10) è stato indicato un punto per la risposta più a sinistra, seguito da due e tre punti, e quattro punti alla risposta più a destra.

Un punteggio totale elevato rivela un'ottima percezione di competenza da parte dello studente.

Figura 3.13 Item somministrati del questionario SPPC

Molto vero	Abbastanza vero				Abbastanza vero	Molto vero
		Alcuni bambini si sentono molto bravi in matematica	MA	Altri bambini si sentono meno bravi in matematica		
		Alcuni bambini hanno bisogno di più spiegazioni per capire matematica	MA	Altri bambini capiscono al volo la matematica		
		Alcuni bambini fanno bene i compiti a casa di matematica	MA	Altri bambini non fanno granché bene i compiti a casa di matematica		
		Alcuni bambini sono piuttosto lenti nel finire i loro esercizi di matematica in classe	MA	Altri bambini sono veloci nel fare i loro esercizi di matematica in classe		

CAPITOLO 4. RISULTATI

Il presente elaborato ha come primo obiettivo quello di validare la struttura fattoriale degli strumenti *self-report* tradotti e adattati per la ricerca.

Il secondo e terzo obiettivo della ricerca consistono nell'osservare le correlazioni esistenti tra la prestazione matematica e le diverse forme di ansia (generale e specifica per la matematica), l'autoefficacia e la percezione di competenza.

Infine, l'ultimo obiettivo della ricerca consiste nell'approfondire le variabili di interesse per lo studio come possibili predittori della prestazione matematica.

Per esplorare gli obiettivi descritti in precedenza, sono state condotte sia analisi descrittive sia analisi statistiche utilizzando il programma statistico JASP e l'ambiente di lavoro R studio.

L'analisi descrittiva iniziale è stata condotta calcolando la media (M) e la deviazione standard (DS) delle prove matematiche e dei punteggi dei questionari somministrati. Per la validazione degli strumenti, sono state svolte delle analisi fattoriali confermative (CFA). In seguito, sono state stimate le correlazioni tra le variabili prese in esame per valutare le possibili relazioni tra di esse. Infine, per valutare i possibili predittori della prestazione matematica, è stata eseguita una regressione lineare gerarchica.

Di seguito, saranno riportate e descritte le analisi effettuate.

4.1 Il campione

Il campione della ricerca è composto da 277 bambini frequentanti la classe quarta e quinta della scuola primaria con un'età media di 123.971 mesi (DS=9.549). Il campione non comprende i bambini con disabilità intellettive o altri disturbi neurologici, e sono stati inclusi nelle analisi solo i bambini che hanno partecipato ad entrambe le somministrazioni collettive.

Nella tabella 4.1 sono riportate le statistiche descrittive dell'età in mesi del campione, suddivisa per grado scolastico, classe quarta e quinta, e per genere, maschi e femmine.

Tabella 4.1 *Statistiche descrittive dell'età in mesi del campione totale, suddivisa per classe quarta e quinta e suddivisa tra maschi e femmine*

	campione TOT	classe quarta	classe quinta	M	F
M	123.97	116.38	128.54	123.60	124.40
DS	9.55	3.89	9.03	11.00	7.54

4.2 **Analisi descrittive**

Nella Tabella 4.2 sono riportate le statistiche descrittive, in particolare le medie (M), le deviazioni standard (DS) e i punteggi minimi (min) e massimi (max) ottenuti nelle prove di matematica, ovvero nelle prove *Calcolo Scritto*, *Ragionamento Numerico* e *Calcolo Approssimato* del test AC-MT-3 e le prove di fluenza del calcolo del test AC-FL. Il punteggio unico standardizzato alle prove di fluenza AC-FL è stato calcolato effettuando la media tra i punti z delle prove di addizioni, di sottrazioni e di moltiplicazioni. Nello specifico, i punteggi standardizzati (z) sono stati calcolati sottraendo il punteggio medio del campione e dividendo per la deviazione standard del campione, suddivisa in base al grado scolastico.

Tabella 4.2 *Statistiche descrittive delle prove di matematica*

	calcolo scritto	ragionamento numerico	calcolo approssimato	AC-FL
M	4.94	9.13	6.33	13.14
DS	1.16	2.79	3.06	3.92
min	1.00	0.00	0.00	2.67
max	6.00	12.00	15.00	23.00

Nella Tabella 4.3 sono presenti le statistiche descrittive, in particolare le medie (M), le deviazioni standard (DS) e i punteggi minimi (min) e massimi (max) ottenuti nei questionari presi in esame nel presente studio.

Tabella 4.3 *Statistiche descrittive dei questionari somministrati*

	AMAS	RCMAS 2	Math Self Efficacy	MMQC	SPPC
M	21.39	3.19	50.15	18.29	28.69
DS	7.49	2.53	11.56	3.23	6.02
min	9.00	0.00	10.00	6.00	10.00
max	45.00	10.00	70.00	24.00	40.00

4.3 **Analisi fattoriali confermative**

Per testare la validità dei questionari che sono stati tradotti in italiano e adattati per la presente ricerca, è stata svolta una analisi fattoriale confermativa (CFA), con lo scopo di valutare la struttura fattoriale di un insieme di variabili osservate e verificare l'esistenza di una relazione tra le variabili osservate e le variabili latenti.

Nel dettaglio è stato utilizzando il pacchetto statistico “lavaan package” (Rosseel, 2012) e come estimatore il Pairwise Maximum Likelihood (PML), adeguato per i dati di tipo ordinale (Katsikatsou, Moustaki, Yang-Wallentin, & Jöreskog, 2012).

Al fine di determinare se i valori ottenuti fossero adeguati per eseguire delle CFA sono stati effettuati dei pre-test specifici. Inizialmente, sono state eseguite delle correlazioni tra tutti gli item di ogni questionario per accertarsi che tutti misurassero lo stesso costrutto latente. Successivamente invece è stato eseguito il test Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) per valutare la proporzione della varianza tra le diverse variabili; ed infine il test di Barlett per verificare che le variabili fossero completamente indipendenti l'una dall'altra. I valori di KMO maggiori a 0.8 sono considerati ottimi, tra 0.70 e 0.50 accettabili e inferiori a 0.50 non accettabili (Kaiser, 1970). Mentre, in riferimento al test di Barlett, il p-value per essere significativo deve essere < di 0.05 (Bartlett, 1951).

Sono stati inoltre calcolati per ogni questionario i Factor Loadings, per misurare quanto una variabile osservata contribuisse al fattore latente. I valori dei Factor Loadings sono accettabili se > di 0.3.

Per valutare l'adeguatezza delle CFA, sono stati presi in considerazione ed analizzati i rispettivi indici di fit, i quali forniscono una misura dell'adeguatezza del modello

rispetto ai dati osservati. Come misura della validità interna è stata utilizzata l'alpha di Cronbach,

Nello specifico, gli indici di fit riportati sono: χ^2 , ossia una stima della bontà del modello; df (*degree of freedom*), che rappresentano i gradi di libertà; χ^2/df , ovvero una stima della bontà dell'adattamento "aggiustata" in base ai gradi di libertà; l'indice *p* (*p-value*), misura della significatività statistica; il parametro CFI (*comparative fit index*) stima dell'adattamento in riferimento alla popolazione basata sul confronto con il modello nullo (Bentler, 1990); il parametro TLI (*Tucker-Lewis index*) confronto tra l'indice χ^2 calcolato sul modello e l'indice χ^2 calcolato sul modello nullo, ovvero senza relazioni tra variabili (Tucker & Lewis, 1973); l'indice RMSEA (*root mean squared error of approximation*) (Steiger, 1980), ovvero la stima dell'adattamento nella popolazione; e infine l'indice SRMR (*standardized root mean squared residual*), che rappresenta la misura del valore medio della correlazione non spiegata dal modello (Jöreskog & Sörbom, 1984).

Nella Tabella 4.4 sono riportati i valori di riferimento di accettabilità per ogni indice di fit considerato.

Tabella 4.4 Valori di riferimento degli indici di CFA

Indici di fit della CFA	Indici adeguati	Indici eccellenti
χ^2/df	≤ 5	≤ 2
CFI	≥ 0.9	≥ 0.95
TLI	≥ 0.9	≥ 0.95
RMSEA	≤ 0.08	≤ 0.06
SRMR	≤ 0.10	≤ 0.08

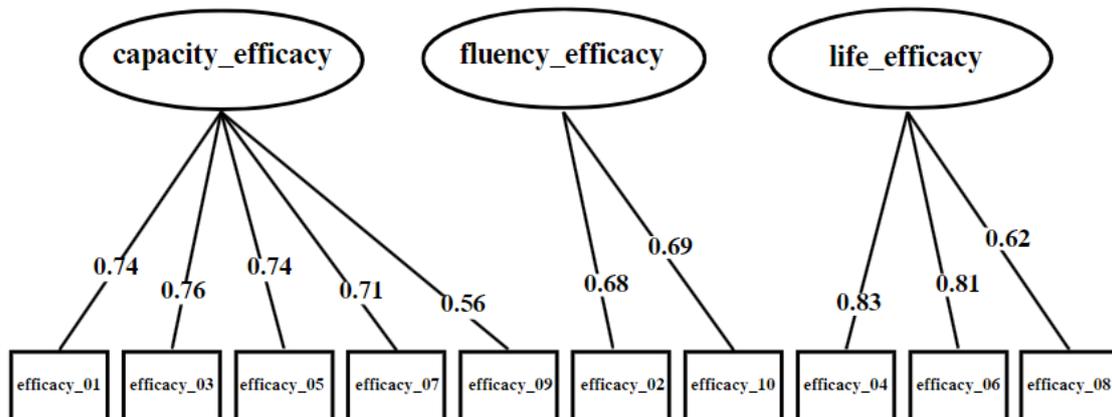
Math Self Efficacy

Il questionario Math Self Efficacy, composto da tre sottoscale, è stato tradotto ed arricchito con tre nuovi item, oltre ad essere stato adattato per bambini di classe 4° e 5° primaria.

Le correlazioni tra ciascun item del questionario sono risultate tutte significative e unidirezionali, quindi, è stato deciso di includere tutti gli item per l'analisi fattoriale. Il test Kaiser-Meyer-Olkin ha confermato valori ottimali (KMO=0.89). Anche il test di

Barlett ha confermato valori appropriati per la CFA ($22m\chi^2(45)=1102.79$, $p\text{-value} < .001$). Inoltre, sono stati considerati accettabili tutti i Factor Loadings delle tre sottoscale, che risultano essere > 0.3 (Figura 4.5).

Figura 4.5 Factor Loadings del questionario Math Self Efficacy



Note: *capacity_efficacy* = capacità matematiche; *fluency_efficacy* = fluenza e accuratezza di calcolo; *life_efficacy* = calcolo in contesti di vita; sottoscale del questionario Math Self-Efficacy (Koponen, et al., 2021).

Complessivamente per il questionario Math Self Efficacy, gli indici di fit della CFA sono eccellenti: $\chi^2=63.85$; $df=32$; $\chi^2/df=2.00$; $p\text{-value} < .001$; CFI=1.00; TLI=0.99; RMSEA= 0.06; SRMR=0.05.

L'affidabilità interna totale dello strumento è buona ($\alpha=0.88$); come anche per le sottoscale *capacità matematiche* ($\alpha=0.83$) e *calcolo in contesti di vita* ($\alpha=0.76$), mentre risulta essere moderata per la sottoscala *fluenza e accuratezza di calcolo* ($\alpha=0.64$).

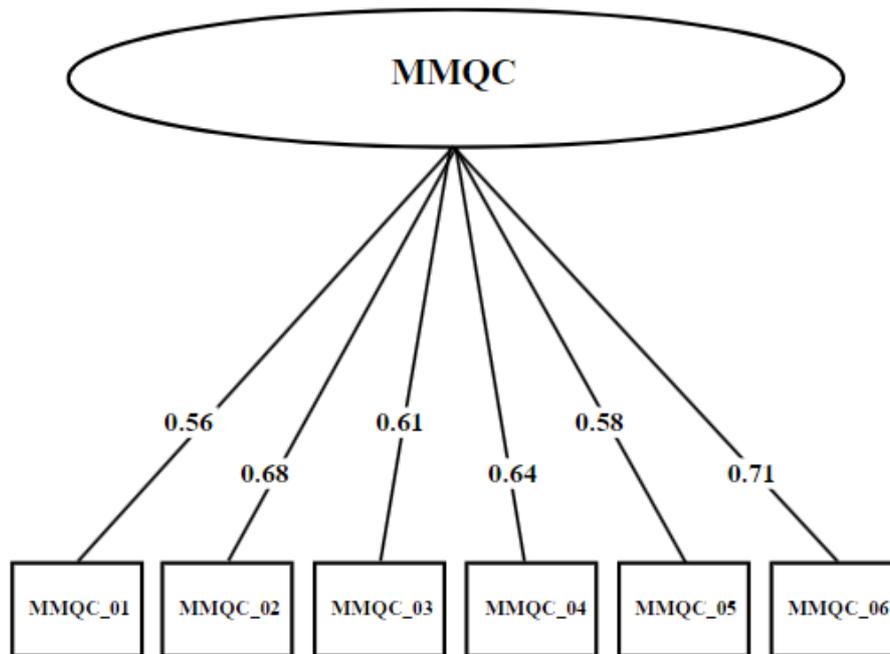
MMQC

Il subtest Self Efficacy del questionario MMQC è stato tradotto e adattato per bambini di classe 4° e 5° primaria.

Gli item sono correlati tra loro in maniera significativa e unidirezionale, quindi, sono stati inclusi tutti per l'analisi fattoriale. Il test Kaiser-Meyer-Olkin ha confermato che i

valori del test sono ottimi (KMO=0.86). Similmente, il test di Barlett ha confermato che i valori sono appropriati per la CFA ($22m\chi^2(15)=420.59$, p-value < .001). Inoltre, sono stati considerati accettabili tutti i Factor Loadings, > 0.3 (vedi Figura 4.6).

Figura 4.6 Factor Loadings della sottoscala Self efficacy del questionario MMQC



Note: *MMQC* = sottoscala Self Efficacy del questionario MMQC (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012).

Nel complesso gli indici di fit della CFA, per il questionario MMQC, sono risultati eccellenti: $\chi^2=5.83$; $df=9$; $\chi^2/df=0.65$; p-value < .001; CFI=1.00; TLI=1.00; RMSEA=0.00; SRMR=0.02.

L'affidabilità interna risulta essere buona ($\alpha=0.85$).

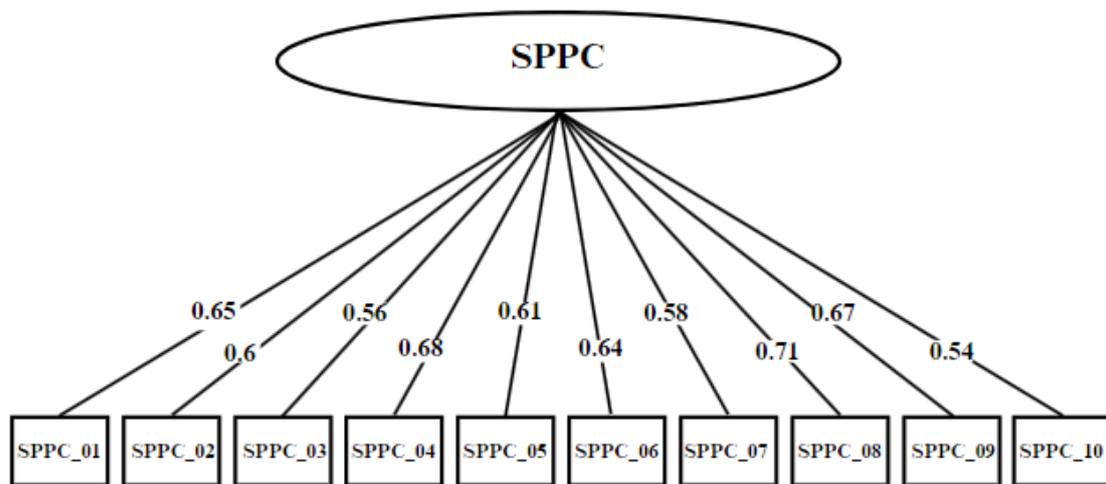
SPPC

Per la ricerca, il questionario SPPC è stato tradotto e arricchito con quattro nuovi item. Per l'adattamento sono stati inclusi anche item invertiti, ovvero domande formulate in

modo tale che una risposta affermativa riflettesse un livello inferiore del costrutto indagato.

È stato deciso di includere tutti gli item per l'analisi fattoriale, poiché le correlazioni tra ciascun item sono tutte significative e unidirezionali. Il test Kaiser-Meyer-Olkin ha confermato che i valori sono ottimi ($KMO=0.88$). Il test di Barlett ha confermato che i valori sono appropriati per la CFA ($22m\chi^2(45)=681.19$, $p\text{-value} < .001$). Infine, sono stati considerati accettabili tutti i Factor Loadings, con un valore > 0.3 (vedi Figura 4.7).

Figura 4.7 Factor Loadings del questionario SPPC



Note: *SPPC* = questionario SPPC di Harter (2012).

Ad eccezione del valore corrispondente alla bontà dell'adattamento del modello che risulta essere adeguato ($\chi^2=71.20$; $df=35$; $\chi^2/df=2.03$), tutti gli indici di fit della CFA sono eccellenti: $p\text{-value} < .001$; $CFI=0.99$; $TLI=0.98$; $RMSEA=0.06$; $SRMR=0.06$.

L'affidabilità interna risulta essere buona ($\alpha=0.86$).

4.4 Correlazioni bivariate

Per indagare le possibili relazioni tra le variabili di interesse, sono state calcolate diverse correlazioni tra ognuna di esse (Tabella 4.8). L'intensità della relazione è quantificata dal coefficiente di correlazione di Pearson, che assume valori compresi tra -1 e 1. Per convenzione i valori tra $|.10|$ e $|.30|$ rappresentano una relazione debole, tra $|.30|$ e $|.50|$ una relazione media e i valori superiori a $|.50|$ corrispondono a una relazione forte. Oltre alla forza del legame, per ogni punteggio è stata calcolata la significatività statistica (Pastore, 2015).

Per i questionari sono stati utilizzati i punteggi grezzi, mentre per quanto riguarda le prove matematiche AC-FL e AC-MT-3 è stata calcolata la media tra i punteggi standardizzati (z) delle diverse prove, ottenendo un punteggio unico standardizzato. I punteggi standardizzati (z) sono stati ottenuti sottraendo al punteggio grezzo la media del campione e dividendo per la deviazione standard del campione. Sia la media sia la deviazione standard sono state calcolate in base al grado scolastico, ovvero distinguendo tra classe 4° e 5° della scuola primaria.

Tabella 4.8 Correlazioni tra le variabili prese in esame nella ricerca

Variabili	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1. Età in mesi	-						
2. Matematica	0.04	-					
3. GAD	0.04	-0.26***	-				
4. MA	0.00	-0.28***	0.47***	-			
5. Autoefficacia	0.10	0.26***	-0.25***	-0.37***	-		
6. Autoefficacia_ MMQC	-0.03	0.39***	-0.39***	-0.51***	0.58***	-	
7. Percezione di competenza	-0.04	0.43***	-0.35***	-0.54***	0.50***	0.64***	-

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Note: *Matematica* = punteggio totale delle prove matematiche somministrate; *Autoefficacia* = punteggio totale al questionario Math Self Efficacy; *Autoefficacia_MMQC* = punteggio totale alla sottoscala Self Efficacy del test MMQC; *Percezione di competenza* = punteggio totale del questionario SPPC;

Dalla tabella 4.8 si possono notare molteplici correlazioni che sono risultate statisticamente significative, in particolare si osserva come la prestazione matematica correli negativamente con l'ansia per la matematica ($r = -.28$; $p < .001$) e l'ansia generalizzata ($r = -.26$; $p < .001$), mentre correla positivamente con le autopercezioni matematiche (Autoefficacia: $r = .26$; $p < .001$; Autoefficacia_MMQC: $r = .39$; $p < .001$; Percezione di competenza: $r = .43$; $p < .001$).

Inoltre, è emersa una correlazione positiva tra ansia generalizzata e ansia per la matematica ($r = .47$; $p < .001$) e sono emerse correlazioni negative tra ansia generalizzata e autopercezioni matematiche (Autoefficacia: $r = -.25$; $p < .001$; Autoefficacia_MMQC: $r = -.39$; $p < .001$; Percezione di competenza: $r = -.35$; $p < .001$) e tra ansia per la matematica e autopercezioni matematiche (Autoefficacia: $r = -.37$; $p < .001$; Autoefficacia_MMQC: $r = -.51$; $p < .001$; Percezione di competenza: $r = -.54$; $p < .001$). In conclusione, il questionario Math Self Efficacy correla positivamente con il questionario MMQC ($r = .58$; $p < .001$) e SPPC ($r = .50$; $p < .001$), che sono correlati positivamente tra loro ($r = .64$; $p < .001$).

4.5 **Regressione lineare gerarchica**

Per determinare il legame esistente tra una variabile dipendente e una o più variabili indipendenti, definite predittori, è stata utilizzata la regressione lineare gerarchica, ovvero un approccio statistico in cui le variabili vengono introdotte nel modello in base ad un ordine gerarchico, basato sulla letteratura, che permette di ottenere una maggiore comprensione degli effetti distinti dei predittori sulla variabile dipendente (Pastore, 2015). L'obiettivo dell'utilizzo della regressione lineare gerarchica in questa ricerca è proprio quello di identificare la variabile più adatta nel predire adeguatamente le prestazioni dei bambini nelle prove matematiche.

Le variabili indipendenti prese in esame sono le seguenti: età in mesi; ansia generalizzata, indagata con il questionario RCMAS 2; ansia per la matematica, con il questionario AMAS; autoefficacia, con il questionario MMQC; e percezione di competenza, con il questionario SPPC. Per il costrutto dell'autoefficacia si è deciso di includere per queste analisi solo il questionario MMQC, in quanto è risultato possedere indici migliori di fit nelle CFA, e correlazioni più forti con i costrutti

indagati rispetto al test Math Self Efficacy. Pertanto, la scala del questionario MMQC sembra essere più affidabile e adeguata nell'indagare il costrutto dell'autoefficacia.

La variabile dipendente è, invece, la prestazione matematica, calcolata utilizzando il punteggio composito standardizzato alle prove matematiche somministrate.

I tre parametri considerati e analizzati per queste analisi, sono riportati nella Tabella 4.9 e sono costituiti da: l'indice R^2 , ovvero il valore del coefficiente di determinazione, che misura il legame tra la variabilità dei dati e la correttezza del modello utilizzato; l'Adjusted R^2 che esprime la percentuale di varianza spiegata da ciascun modello, ovvero indica quanto il modello è in grado di spiegare i dati; e il parametro RMSE (*root mean square error*) che indica l'errore quadratico medio, ovvero l'accuratezza usata per confrontare gli errori di previsione dei modelli (Pastore, 2015).

Il primo modello comprende le variabili indipendenti quali età in mesi e ansia generalizzata; nel secondo modello è stata inserita la variabile ansia per la matematica; infine il terzo modello include le variabili autoefficacia e percezione di competenza.

Dai risultati emerge come la varianza spiegata dal primo modello è del 6% (Adjusted $R^2=.06$); dal secondo modello è del 9% (Adjusted $R^2=.09$); e la varianza spiegata dal terzo modello è pari al 21% (Adjusted $R^2=.21$).

Tabella 4.9 Modelli di regressione lineare

Modello	R^2	Adjusted R^2	RMSE
1	0.07	0.06	0.72
2	0.10	0.09	0.71
3	0.22	0.21	0.66

Successivamente, sono stati approfonditi i singoli predittori attraverso il calcolo dei seguenti indici: l'indice β , ovvero il coefficiente di regressione, che indica la direzione e l'intensità dell'effetto, e può essere positivo (aumenta la probabilità che si manifesti un determinato predittore) o negativo (la diminuisce); il parametro S.E. (*standard error*) che indica la forza dell'effetto, misurando l'accuratezza con cui una

distribuzione campionaria rappresenta la popolazione; l'indice t , ossia il test di *T-Student*, che misura la forza dell'effetto; e infine l'indice p che rappresenta la significatività statistica (Pastore, 2015).

Dalla tabella 4.10 si evince come le variabili che predicono significativamente la prestazione nelle prove matematiche somministrate siano l'autoefficacia, rilevata con la sottoscala Self Efficacy del questionario MMQC e la percezione di competenza, indagata grazie al questionario SPPC. Sebbene entrambe le variabili siano predittori significativi, quella che sembra predire maggiormente la prestazione è la percezione di competenza.

Tabella 4.10 Coefficienti dei modelli di regressione lineare

Predittore	β	SE	t	p
età in mesi	0.01	0.00	1.12	0.24
RCMAS 2	-0.03	0.02	-1.54	0.13
AMAS	0.00	0.01	0.10	0.92
MMQC	0.04	0.02	2.22	0.03
SPPC	0.04	0.01	4.07	<.001

DISCUSSIONI

L'apprendimento matematico non dipende solamente da fattori cognitivi e biologici, ma è il risultato dell'interazione tra molteplici fattori, tra i quali sono presenti anche quelli emotivi (Lucangeli & Mammarella, 2010). Il presente studio si è posto come obiettivo principale quello di indagare il ruolo dei fattori emotivi negativi, come forme di ansia generale e specifica per la matematica, e positivi, come autoefficacia e percezione competenza, specifici della matematica, in bambini di classe quarta e quinta della scuola primaria, e la loro relazione con la prestazione matematica.

Per valutare i costrutti di autoefficacia e percezione di competenza, sono stati adattati e tradotti alcuni strumenti per la popolazione della scuola primaria in Italia. Il primo obiettivo della ricerca è stato, dunque, validare i questionari adattati, in particolare i test Math Self Efficacy (Koponen et al., 2021), MMQC (Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2012) e SPPC (Harter, 2012). In secondo luogo, si è analizzata la relazione tra i diversi fattori positivi e negativi e la prestazione ottenuta dai bambini in questa disciplina.

Sono state quindi condotte delle analisi fattoriali confermate (CFA) per indagare l'efficacia e la struttura fattoriale dei questionari *self-report* Math Self Efficacy, MMQC e SPPC in un campione italiano e di età differente rispetto a quello riportato in letteratura. Gli indici di fit della CFA sono risultati complessivamente eccellenti. In particolare, tra i primi due questionari, che misurano l'autoefficacia matematica, il test MMQC ha ottenuto indici di fit migliori. Tali risultati evidenziano quindi un buon adattamento degli strumenti anche in un campione italiano della scuola primaria.

In riferimento invece alle relazioni tra le variabili incluse, i risultati della presente ricerca hanno rilevato, in accordo con la letteratura, una correlazione negativa tra prestazione matematica e le forme di ansia GAD ed MA. Tuttavia, le correlazioni emerse sembrano essere deboli, seppur significative, e ciò può essere spiegato dall'età del campione che ha visto coinvolti bambini di quarta e quinta primaria. La letteratura conferma, infatti, che durante la scuola primaria la relazione tra MA e prestazione matematica è inferiore rispetto alla scuola secondaria, in quanto quest'ultima tenderebbe ad aumentare e ad essere sempre più specifica durante il corso degli

apprendimenti all'aumentare dell'età (Zhang, Zhao, & Kong, 2019). Anche la correlazione positiva tra autopercezioni e prestazione matematica è stata confermata dai risultati dello studio (Jameson, Dierenfeld, & Ybarra, 2022; Kasken, Segers, Goei, & Verhoeven, 2020). Inoltre, i dati hanno confermato ulteriormente la presenza di una relazione negativa tra MA e autopercezioni matematiche, ovvero all'aumentare dei livelli di ansia per la matematica nel bambino, sembrano diminuire i sentimenti di autoefficacia e di competenza, legate alla materia e viceversa (Hoffman, 2010; Li, Cho, Cosso, & Maeda, 2021). È necessario sottolineare come il questionario MMQC abbia ottenuto correlazioni maggiori rispetto al test Math Self Efficacy, nonostante entrambi gli strumenti misurino l'autoefficacia matematica. Per questo motivo, nelle analisi di regressione successive è stato incluso solamente il test MMQC come rappresentativo del costrutto dell'autoefficacia.

Infine, l'ultimo obiettivo della presente ricerca è stato quindi quello di identificare la variabile più efficace, tra quelle prese in esame, nel predire adeguatamente le prestazioni dei bambini alle prove matematiche, identificando il *goal standard* tra di esse. La regressione lineare gerarchica eseguita ha identificato l'autoefficacia e la percezione di competenza come variabili più adatte nel predire la prestazione matematica. Infatti il modello contenente queste due variabili spiega il 21% della varianza. Nello specifico, l'autoefficacia, misurata con la sottoscala Self Efficacy del questionario MMQC, e la percezione di competenza, indagata grazie al test SPPC, sono le uniche variabili che sembrano predire significativamente la prestazione nelle prove matematiche somministrate. Tra le due, la percezione di competenza matematica sembra essere il predittore più forte del rendimento matematico. Si ipotizza che il motivo per il quale la MA non sia risultata un predittore significativo, nonostante in letteratura vi siano evidenze al riguardo (Caviola et al., 2022), risieda anche in questo caso nel fattore età dei bambini considerati per la ricerca (Zhang, Zhao, & Kong, 2019). Al contrario della MA, infatti, le autopercezioni matematiche non aumentano con l'età, anche se l'autoefficacia, in particolare, risulta essere un costrutto meno stabile durante la scuola primaria (Koponen et al., 2021).

Limiti della ricerca e sviluppi futuri

Nonostante i risultati sino a qui illustrati confermino le evidenze scientifiche presenti in letteratura, è bene evidenziare anche i limiti che possono essere rintracciati in questo studio.

Innanzitutto, non sono state considerate possibili variabili moderatrici come, ad esempio, il genere e l'età. Di fatto la letteratura riporta come le ragazze tendano a riportare livelli più alti di MA rispetto ai ragazzi (Caviola et al., 2022) e questa differenza di genere è presente in 56 paesi sui 64 inclusi nello studio di Foley e colleghi (2017). Questa differenza può dipendere da autopercezioni matematiche carenti nelle studentesse e stereotipi di genere (Cvencek, Meltzoff, & Kapur, 2014). Considerando tali variabili, studi futuri potranno approfondire l'impatto del genere sulla MA e sulle autopercezioni matematiche e, di conseguenza, sulla prestazione ai compiti matematici.

Per quanto riguarda l'età, non è stato possibile confermare l'aumento della MA durante gli anni scolastici, perché il campione si è concentrato sulle classi quarte e quinte della scuola primaria. In futuro, si potrà ampliare il campione per età, comprendendo anche le scuole secondarie di primo e secondo grado, oppure si potrà condurre uno studio longitudinale, per osservare se sono presenti differenze nei livelli di MA nei primi anni di scuola rispetto alle scuole superiori e di conseguenza indagare meglio quali fattori possano predire nel tempo la prestazione matematica ed osservare contestualmente l'evoluzione di tali attitudini e i loro cambiamenti nel tempo (Kasken, Segers, Goei, & Verhoeven, 2020).

Sarebbe interessante indagare, inoltre, i fattori contestuali, ad esempio l'ansia per la matematica presente nei genitori e negli insegnanti. Studi precedenti hanno dimostrato come alti livelli di MA nei genitori siano legati ad alti livelli di MA nei figli (Foley et al., 2017) e a prestazioni carenti in matematica a fine anno; questo però sembra accadere solo quando i genitori aiutano frequentemente i loro figli con i compiti a casa (Maloney & Beilock, 2015). Questa relazione è presente solo con la prestazione matematica e non con i compiti di lettura. Non dipende, inoltre, dalle conoscenze matematiche dei genitori e dal loro livello di istruzione, poiché anche leggere dei semplici problemi matematici può causare ansia e preoccupazione negli adulti con MA

(Maloney & Beilock, 2015). Anche la MA presente negli insegnanti può a sua volta influenzare l'apprendimento matematico. In particolare, Beilock e colleghi (2010) hanno osservato l'effetto della MA di insegnanti femmine sui risultati delle studentesse ai compiti matematici a fine anno scolastico. Questa relazione sembra essere mediata dalle credenze di genere delle studentesse riguardo le proprie abilità matematiche, poiché non è stata trovata nessuna relazione tra MA delle insegnanti e prestazioni degli studenti maschi. Questi fattori contestuali non sono stati presi in considerazione per il presente studio, ma si potranno includere in ricerche future, con l'obiettivo di osservare se sono presenti effetti intergenerazionali anche per le autopercezioni matematiche.

Un altro limite della ricerca può essere rintracciato nella selezione dei fattori emotivi negativi e positivi che si è deciso di includere. Sono stati scelti, infatti, solo alcuni dei costrutti legati alla matematica. Sarebbe interessante, in futuro, ampliare la selezione delle variabili, includendo ad esempio la motivazione, l'interesse per la materia e l'evitamento, per osservare come diverse autopercezioni e attitudini nei confronti della materia si relazionano tra di loro e come influenzano la prestazione matematica, identificando il predittore più forte. In letteratura sono pochi, infatti, gli studi che indagano insieme i molteplici costrutti legati alla matematica (Levine & Pantoja, 2021).

In conclusione, il presente studio ha confermato le correlazioni tra i fattori emotivi, negativi e positivi, e la prestazione matematica, già presenti in letteratura. Nello specifico, quindi, forme di ansia generale e di ansia per la matematica sembrano essere associate negativamente alla prestazione matematica, agendo quindi come fattori di rischio; mentre l'autoefficacia e la percezione di competenza sembrano correlare positivamente con i risultati ottenuti da bambini ai compiti matematici, agendo come fattori, invece, di protezione. In particolare, tra di essi, i fattori che predicano maggiormente la prestazione sono risultati essere le autopercezioni matematiche.

Dai risultati del presente studio appare dunque importante sostenere le percezioni e le emozioni del bambino in ambito matematico, prestando attenzione al contesto di apprendimento e alle esperienze matematiche vissute dal bambino, o meglio

l'interpretazione delle stesse (Hoffman, 2010). Concentrandosi non solo sull'aspetto cognitivo, ma anche sui fattori emotivi che influenzano l'apprendimento della matematica, è possibile migliorarne la prestazione. Le prime evidenze al riguardo dimostrano infatti l'effetto sulle capacità matematiche e le potenzialità di programmi finalizzati all'aumento dell'autoefficacia matematica (Koponen et al., 2021) e di programmi di intervento per ridurre l'ansia per la matematica (Toso, Sandri, Meneghel, & Mammarella, 2023).

Le implicazioni pratiche ed educative di tale studio, supportano quindi una maggiore attenzione e promozione di programmi di intervento che potenzino le attitudini positive verso la matematica e al contrario programmi che cerchino di mitigare le attitudini invece negative, al fine di sostenere l'apprendimento di tale disciplina.

BIBLIOGRAFIA

- Alivernini, F., & Lucidi, F. (2008). The academic motivation scale (AMS): Factorial structure, invariance, and validity in the Italian context. *TPM*, 211-220.
- American Psychiatric Association. (2013). *Manuale diagnostico e statistico dei disturbi mentali*. Arlington (Virginia): American Psychiatric Publishing.
- Amoretti, G., Bazzini, L., Pesci, A., & Reggiani, M. (2007). *MAT-2 Test di Matematica. Scuola primaria*. Giunti O.S.
- Baccaglini-Frank, A., Lucangeli, D., Perona, M., Caviola, S., & Bettini, P. (2013). *Test ABCA 14-16: Prove di abilità di calcolo avanzato per la scuola secondaria di secondo grado*. Trento: Erickson.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84(2), 191–215.
- Bandura, A. (1990). *Multidimensional scales of perceived self-efficacy*. Stanford, CA: Stanford University.
- Bandura, A. (1991). Social cognitive theory of self-regulation. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 50(2), 248–287.
- Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2020). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. *Psychological Bulletin*, 147(2), 134-168.
- Bartlett, M. S. (1951). A further note on tests of significance in factor analysis. *British Journal of Psychology*, 4, 1-2.
- Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(5), 1860-1863.
- Bentler, P. M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. *Psychological bulletin*, 107(2), 238.

- Biancarsi, A., Bachmann, C., & Nicoletti, C. (2022). *BDE 2 Batteria Discalculica Evolutiva*. Trento: Erickson.
- Camodeca, M., Di Michele, C., Mela, M., & Cioffi, R. (2010). Adattamento italiano del Self-Description Questionnaire per bambini di età scolare e preadolescenti. *Il Mulino - Rivisteweb*, 673-694.
- Carey, E., Hill, F., Devine, A., & Szucs, D. (2016). The Chicken or the Egg? The Direction of the Relationship Between Mathematics Anxiety and Mathematics Performance. *Frontiers in Psychology*, 6:1987.
- Casey, B. M., & Ganley, C. M. (2021). An examination of gender differences in spatial skills and math attitudes in relation to mathematics success: A bio-psycho-social model. *Developmental Review*, 60, 100963.
- Cassidy, S. (2016). The Academic Resilience Scale (ARS-30): A New Multidimensional Construct Measure. *frontiers in Psychology*, 7:1787.
- Caviola, S., Gerotto, G., Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (2016). *AC-FL*. Erickson.
- Caviola, S., Primi, C., Chiesi, F., & Mammarella, I. C. (2017). Psychometric properties of the Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS) in Italian primary school children. *Learning and Individual Differences*, 174-182.
- Caviola, S., Toffalini, E., Giofrè, D., Mercader Ruiz, J., Szucs, D., & Mammarella, I. C. (2022). Math Performance and Academic Anxiety Forms, from Sociodemographic to Cognitive Aspects: a Meta-analysis on 906311 Participants. *Educational Psychology Review*, 34, 363-399.
- Conlon, R. A. (2022). Measuring Math Avoidance in Children to Better Understand Its Relation with Math. *Mathematical Cognition and Learning Society MCLS*. Belgium.
- Cornoldi, C. (2019). *I disturbi dell'apprendimento*. Bologna: il Mulino.
- Cornoldi, C. (2020). *AC-MT 11-14 anni. Prove per la classe*. Trento: Erickson.
- Cornoldi, C., Lucangeli, D., & Bellina, M. (2012). *AC-MT 6-11*. Trento: Erickson.

- Cornoldi, C., Lucangeli, D., & Perini, N. (2020). *AC-MT 6-11 anni. Prove per la classe*. Trento: Erickson.
- Cornoldi, C., Mammarella, I. C., & Caviola, S. (2020). *AC-MT-3 6-14 anni. Prove per la clinica*. Erickson.
- Cornoldi, C., Mammarella, I. C., & Caviola, S. (2020). *AC-MT-3 6-14 anni. Prove per la clinica*. Trento: Erickson.
- Cornoldi, C., Pra Baldi, A., Friso, G., Giacomini, A., Giofrè, D., & Zaccaria, S. (2010). *Prove MT Avanzate di Lettura e Matematica 2 per il biennio della Scuola Secondaria di II grado*. Giunti O. S.
- Curtis, N. A., & Trice, A. D. (2013). A revision of the academic locus of control scale for college students. *Perceptual & Motor Skills: Physical Development & Measurement*, 817-829.
- Cvencek, D., Meltzoff, A. N., & Kapur, M. (2014). Cognitive consistency and math-gender stereotypes in Singaporean children. *Journal of experimental child psychology*, 117, 73-91.
- De Vita, C., Pellizzoni, S., & Passolunghi, M. C. (2018). I precursori dell'apprendimento matematico. *Quaderni CIRD. Rivista Del Centro Interdipartimentale per La Ricerca Didattica Dell'Università Di Trieste / Journal of the Interdepartmental Center for Educational Research of the University of Trieste - ISSN: 2039-8646*, 17, 31-45.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1985). Toward an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 83-120.
- Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years? *Frontiers in Psychology*, 7:508.
- Eccles, J. S., O'Neill, S. A., & Wigfield, A. (2005). Ability self-perceptions and subjective task values in adolescents and children. In What do children need to flourish? *Conceptualizing and measuring indicators of positive development*, 237-249.

- Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales: Instruments Designed to Measure Attitudes toward the Learning of Mathematics by Females and Males. *Catalog of Selected Documents in Psychology, 6*, 1-32.
- Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2017). The Math Anxiety-Performance Link: A Global Phenomenon. *Current Directions in Psychological Science, 26*(1), 52-58.
- Galla, B. M., & Wood, J. J. (2012). Emotional self-efficacy moderates anxiety-related impairments in math performance in elementary school-age youth. *Personality and Individual Differences, 52*, 118-122.
- Galla, B. M., & Wood, J. J. (2012). Emotional self-efficacy moderates anxiety-related impairments in math performance in elementary school-age youth. *Personality and Individual Differences, 52*, 118-122.
- Harter, S. (1982). The Perceived Competence Scale for Children. *Child Development, 53*, 87-97.
- Harter, S. (2012). *Self-Perception Profile for Children: Manual and Questionnaires*. Denver: University of Denver.
- Hill, F., Mammarella, I. C., Devine, A., Caviola, S., Passolunghi, M. C., & Szucs, D. (2016). Math anxiety in primary and secondary school students: Gender differences, developmental changes and anxiety specificity. *Learning and Individual Differences, 48*, 45-53.
- Hoffman, B. (2010). "I think I can, but I'm afraid to try": The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences, 20*, 267-283.
- Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. K. (2003). The abbreviated math anxiety scale (AMAS): Construction, validity, and reliability. *Assessment, 10*(2), 178-182.

- Hughes, A., Galbraith, D., & White, D. (2011). Perceived Competence: A Common Core for Self-Efficacy e Self-Concept. *Journal of Personality Assessment*, 93 (3), 278-289.
- Ianes, D., Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (2010). *La discalculia e altre difficoltà in matematica*. Trento: Erickson.
- Jain, S., & Dowson, M. (2009). Mathematics anxiety as a function of multidimensional self-regulation and self-efficacy. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 240-249.
- Jameson, M. M., Dierenfeld, C., & Ybarra, J. (2022). The Mediating Effects of Specific Types of Self-Efficacy on the Relationship between Math Anxiety and Performance. *Education Sciences*, 12, 789.
- Joët, G., Usher, E. L., & Bressoux, P. (2011). Sources of self-efficacy: An investigation of elementary school students in France. *Journal of educational psychology*, 103(3), 649.
- Kaiser, H. F. (1970). A second generation little jiffy. *Psychometrika*, 35(4), 401–415.
- Kasken, J., Segers, E., Goei, S. L., & Verhoeven, L. (2020). Impact of Children's math self-concept, math self-efficacy, math anxiety, and teacher competencies on math development. *Teaching and Teacher Education*, 94, 1-14.
- Katsikatsou, M., Moustaki, I., Yang-Wallentin, F., & Jöreskog, K. G. (2012). Pairwise likelihood estimation for factor analysis models with ordinal data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 56(12), 4243-4258.
- Kitsantas, A., Cheema, J., & Ware, H. W. (2011). Mathematics achievement: The role of homework and self-efficacy beliefs. *Journal of Advanced Academics*, 22(2), 310-339.
- Kohn, J., Richtmann, V., Rauscher, L., Kucian, K., Kaser, T., Grond, U., . . . von Aster, M. (2013). Das Mathematikangstinterview (MAI): Erste psychometrische Gütekriterien. *Lernen und Lernstörungen*, 1-33.
- Koponen, T., Aro, T., Peura, P., Leskinen, M., Viholainen, H., & Aro, M. (2021). Benefits of Integrating an Explicit Self-Efficacy Intervention With Calculation

- Strategy Training for Low-Performing Elementary Students. *frontiers in Psychology*.
- Lee, J. (2009). Universal and specific of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences, 19*, 355-365.
- LeFevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development, 81*, 1753-1767.
- Li, Q., Cho, H., Cosso, J., & Maeda, Y. (2021). Relations Between Students' Mathematics Anxiety and Motivation to Learn Mathematics: a Meta-Analysis. *Educational Psychology Review, 33*, 1017-1049.
- Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (2010). *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*. Milano: Franco Angeli.
- Lucangeli, D., & Tressoldi, P. E. (2002). Lo sviluppo della conoscenza numerica: alle origini del "capire i numeri". *Giornale italiano di psicologia, 29(4)*, 701-726.
- Lucangeli, D., Molin, A., Poli, S., Tressoldi, P. E., & Zorzi, M. (2009). *Discalculia test. Test per la valutazione delle abilità e dei disturbi del calcolo*. Trento: Erickson.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., & Fiore, C. (1998). *Test ABCA. Test delle abilità di calcolo aritmetico*. Trento: Erickson.
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2015). Intergenerational Effects of Parents' Math Anxiety on Children's Math Achievement and Anxiety. *Psychological Science, 26(9)*, 1480–1488.
- Maloney, E. A., & Sattizahn, J. R. (2014). Anxiety and cognition. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science 5(4)*, 403-411.
- March, J. S. (2017). *Multidimensional anxiety scale for children (II ed.)*. Hogrefe.
- Marsh, H. W. (1999). *Self Description Questionnaire 1 - Standard*. Sydney: Self-concept enhancement and Learning Facilitation (SELF).

- Martin, A. J., & Marsh, H. W. (2008). Academic buoyancy: Towards an understanding of students' everyday academic resilience. *Journal of School Psychology, 53*-83.
- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition, 4*, 171-196.
- Palestro, J. J., & Jameson, M. M. (2020). Math self-efficacy, non emotional self-efficacy, mediates the math anxiety-performance relationship in undergraduate students. *Cognition, Brain, Behavior. An Interdisciplinary Journal, 24*, 379-394.
- Paloscia, C., Giangregorio, A., Guerini, R., & Melchiori, F. M. (2017). *MASC 2—Multidimensional Anxiety Scale for Children-Second Edition—Manuale Versione Italiana*. Firenze: Hogrefe.
- Passolunghi, M. C., Caviola, S., De Agostini, R., Perin, C., & Mammarella, I. C. (2016). Mathematics Anxiety, Working Memory, and Mathematics Performance in Secondary-School Children. *Frontiers in Psychology 7:42*, 1-8.
- Passolunghi, M. C., Lanfranchi, S., Altoè, G., & Sollazzo, N. (2015). Early numerical abilities and cognitive skills in kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology, 135*, 25-42.
- Pastore, M. (2015). *Analisi dei dati in psicologia*. Bologna: il Mulino.
- Prast, E. J., Van de Weijer-Bergsma, E., Miocevic, M., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2018). Relations between mathematics achievement and motivation in students of diverse achievement levels. *Contemporary Educational Psychology, 84*-96.
- Prast, E., Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2012). *Handleiding voor de Globale Reken Motivatievragenlijst voor Kinderen.[Manual for the Math Motivation Questionnaire for Children (MMQC)]*. Universiteit Utrecht, Utrecht, Nederland.

- Putwain, D. W., & Wood, P. (2022). Anxiety in the mathematics classroom: reciprocal relations with control and value, and relations with subsequent achievement. *Mathematics Education Research Journal*.
- Putwain, D. W., Schmitz, E. A., Wood, P., & Pekrun, R. (2021). The role of achievement emotions in primary school mathematics: Control-value antecedents and achievement outcomes. *British Journal of Educational Psychology*, 347-367.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual differences, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20, 110-122.
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problem solving strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 141, 83-100.
- Reynolds, C. R., & Richmond, B. O. (2012). *RCMAS-2 Revised Children's Manifest Anxiety Scale Second Edition*. Firenze: Giunti O. S.
- Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale. *Journal of Counselling Psychology*, 19, 551-554.
- Rosseel, Y. (2012). lavaan: An R package for structural equation modeling. *Journal of statistical software*, 48, 1-36.
- Siegler, R. S., & Mitchell, R. (1982). The Development of Numerical Understanding. *Advanced in Child Development and Behavior*, 16, 241-312.
- Silverman, W. K., & Ollendick, T. H. (2005). Evidence-Based Assessment of Anxiety and Its Disorders in Children and Adolescents. *Journal of Clinical Child and Adolescent Psychology*, 34(3), 380-411.
- Steiger, J. H. (1980). Tests for comparing elements of a correlation matrix. *Psychological bulletin*, 87(2), 245.

- Toland, M. D., & Usher, E. L. (2016). Assessing Mathematics Self-Efficacy: How Many Categories Do We Really Need? *Journal of Early Adolescence* , 932-960.
- Toll, S. W., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. (2011). Executive functions as predictors of math learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 44(6), 521-532.
- Toso, C., Sandri, S., Meneghel, M., & Mammarella, I. C. (2023). *Vincere l'ansia per la matematica: programma di intervento per le classi 3°, 4° e 5° della scuola primaria*. Trento: Erickson.
- Tucker, L. R., & Lewis, C. (1973). A reliability coefficient for maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 38(1), 1-10.
- Wu, S. S., Barth, M., Amin, H., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in psychology*, 3, 162.
- Yáñez-Marquina, L., & Villardón-Gallego, L. (2017). Math anxiety, a hierarchical construct: Development and validation of the scale for assessing math anxiety in secondary education. *Ansiedad y Estrés*, 23(2-3), 59-65.
- Zhang, D., & Wang, C. (2020). The relationship between mathematics interest and mathematics achievement: mediating roles of self-efficacy and mathematics anxiety. *International Journal of Educational Research*, 104, 101648.
- Zhang, J., Zhao, N., & Kong, Q. P. (2019). The Relationship Between Math Anxiety and Math Performance: A Meta-Analytic Investigation. *Frontiers in Psychology*, 10:1613.