

## Control óptimo basado en un controlador cuadrático lineal con acción de control por adelanto para hornos solares

Igor M. L. Pataro<sup>a,\*</sup>, Juan D. Gil<sup>a</sup>, José L. Guzmán<sup>a</sup>, João M. Lemos<sup>b</sup>, Manuel Berenguel<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Centro Mixto CIESOL, ceiA3, Universidad de Almería. Ctra. Sacramento s/n, Almería 04120, España

<sup>b</sup>INESC-ID, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisbon, Portugal

**To cite this article:** Pataro, I.M.L., Gil, J.D., Guzmán, J.L., Lemos, J.M., Berenguel, M., 2023. Optimal control based on a linear quadratic controller with feedforward action for solar furnace system XLIV Jornadas de Automática, 340-345. <https://doi.org/10.17979/spudc.9788497498609.340>

### Resumen

La energía solar es una fuente de energía renovable prometedora que se puede utilizar para experimentos de resistencia de materiales mediante el uso de hornos solares. Sin embargo, la operación manual de este tipo de sistemas requiere de operadores muy entrenados y capacitados. Este artículo analiza la aplicación de controladores óptimos basados en seguimiento cuadrático lineal con acción de control por adelanto (LQT-FF, por sus siglas en inglés, *Linear Quadratic Tracking-FeedForward*) para el control de hornos solares utilizados para pruebas de estrés térmico de materiales. El controlador LQT-FF propuesto se basa en estudios anteriores que proporcionan una solución analítica que utiliza un modelo lineal del horno solar, lo que reduce el costo computacional del algoritmo de control óptimo. La principal contribución del trabajo radica en la formulación de este modelo en forma incremental, añadiendo un integrador artificial a los estados originales, eliminando así el error de seguimiento para diferentes puntos de operación del sistema no lineal. El controlador propuesto ha sido implementado y validado sobre el modelo de horno solar SF60 de la Plataforma Solar de Almería. Los resultados obtenidos permiten establecer que las contribuciones del artículo avanzan el estado del arte de los controladores óptimos propuestos hasta ahora en la literatura, presentando una ley de control óptima con rechazo de perturbaciones formulada con una forma incremental de las entradas para eliminar el error de seguimiento de referencia. Además, la solución se resuelve de manera eficiente y presenta un esfuerzo computacional menor, lo que es fundamental para una implementación práctica real.

*Palabras clave:* Control de hornos solares, Control óptimo, LQT, Rechazo a perturbaciones, Filtro de Kalman.

### Optimal control based on a linear quadratic controller with feedforward action for solar furnace system

#### Abstract

Solar energy is a promising renewable energy source that can be used for material resistance experiments in solar furnace systems. However, the manual operation of such facilities requires highly experienced operators. Therefore, this paper discusses the application of optimal controllers based on Linear Quadratic Tracking with Feedforward action (LQT-FF) to control solar furnaces used for thermal stress testing of materials. Herein, the proposed LQT-FF controller builds on previous studies by providing an analytical solution that uses a linearized model of the solar furnace, reduces the computational cost of the optimal control algorithm, and a model formulation in the incremental form, including an artificial integrator to the original states, which eliminates the tracking error for different operating points of the nonlinear system. The proposed controller has been implemented and validated on the SF60 solar furnace model of the Plataforma Solar de Almería, southern Spain. The paper's contributions advance the state of the art of optimal controllers proposed so far in the literature, presenting an optimal control law with disturbance rejection formulated with an incremental form of the inputs to eliminate the reference tracking error. Moreover, the solution is efficiently solved and presents a minor computational effort, promising for actual implementation.

*Keywords:* Solar furnace control, Optimal control, LQT, Feedforward, Kalman filter.

\*Autor para correspondencia: [ilp428@inlumine.ual.es](mailto:ilp428@inlumine.ual.es)  
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

## 1. Introducción

Los hornos solares están diseñados para ensayar y tratar materiales utilizando un tipo de captadores solares llamados helióstatos. Estos colectores reflejan la radiación solar hacia un segundo captador parabólico estático, el cual concentra gran cantidad de la energía solar disponible en su punto focal, donde se encuentra la muestra de material a ensayar. La cantidad de energía se regula abriendo una persiana situada entre el reflector y el helióstato. Por lo general, estos sistemas se operan manualmente, considerando varios perfiles de prueba de temperatura, materiales de muestra y condiciones ambientales. De este modo, el éxito del experimento depende completamente de la habilidad del operador durante la prueba, requiriendo de operadores experimentados para realizar ensayos que requieran perfiles de temperatura variables. Sobre la base de esta problemática, la ingeniería de control puede desempeñar un papel fundamental en este campo, ya que las estrategias de control automático pueden mejorar la eficiencia y la fiabilidad de las pruebas en los sistemas de hornos solares (Camacho et al., 2012).

En los últimos años, se han presentado diferentes trabajos desde el ámbito de la ingeniería de control para abordar el control de hornos solares. En general, las estrategias de control aplicadas a hornos solares se enfocan en controles clásicos Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Por ejemplo, Berenguel et al. (1999) proponen varios controladores PID basados en una estrategia de ajuste de ganancias y un enfoque de autoajuste. Por otra parte, Costa et al. (2008) y Costa and Lemos (2009) presentan una estrategia de control adaptativo de temperatura basada en la linealización por realimentación exacta, la cual se usa para el desarrollo de un controlador PI con control por adelanto. Costa et al. (2011) proponen un controlador PI adaptativo que forma parte de una arquitectura de control en cascada que trata las no linealidades del sistema. Adicionalmente, Beschi et al. (2013b) presentan dos enfoques basados en leyes de control con restricciones, las cuales demuestran buenas cualidades para lidiar con las perturbaciones del sistema y las restricciones de entrada y salida en el horno solar. Además, con respecto al problema de no linealidad del proceso, Beschi et al. (2013c) presentan una técnica de linealización por realimentación con dos grados de libertad, la cual luego se emplea en un controlador predictivo generalizado (GPC, por sus siglas en inglés, *Generalized Predictive Control*) en el trabajo de Beschi et al. (2013a). Del mismo modo, Beschi et al. (2016) proponen una técnica de amortiguación generalizada con una solución adaptativa de ajuste de ganancias para tratar las no linealidades del sistema que dependen de las condiciones de temperatura de operación.

Por último, el trabajo desarrollado por Costa and Lemos (2016) es la principal referencia para el control óptimo de hornos solares. En ese trabajo, los autores propusieron un modelo discreto para la integración numérica de las ecuaciones diferenciales no lineales con el método de Runge-Kutta, el cual resuelve de forma iterativa el problema de control óptimo. Sin embargo, el mencionado algoritmo presenta un error de seguimiento de referencia y una alta carga computacional que debe considerarse el ajuste del horizonte de predicción y ajuste de peso de sintonía.

Por lo tanto, este artículo presenta un controlador cuadrático lineal con acción antecipativa (LQT-FF, por sus siglas en

inglés *Linear Quadratic Tracking-FeedForward*) para controlar hornos solares. El algoritmo se basa en el trabajo presentado por Costa and Lemos (2016), proporcionando dos contribuciones adicionales: i) una solución analítica que usa un modelo linealizado del horno solar y que reduce el coste computacional del algoritmo óptimo y ii) un modelo con formulación en forma incremental, incluyendo un integrador artificial a los estados originales, el cual elimina el error de seguimiento para diferentes puntos de operación del sistema no lineal. El controlador propuesto se ha probado en simulación usando un modelo del horno solar SF60 de la Plataforma Solar de Almería (PSA), con el objetivo de demostrar las capacidades y respaldar los resultados del control. Estas contribuciones hacen del LQT-FF una solución adecuada y prometedora para hornos solares, ya que los ensayos de resistencia de materiales se realizan principalmente escenarios de regulación en el control de temperatura.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: la sección 2 detalla el modelo de horno solar utilizado como caso de estudio. En la Sección 3 se formula el algoritmo LQT-FF. Los resultados del controlador aplicado se presentan en la Sección 4. Finalmente, las principales conclusiones del trabajo se resumen en la Sección 5.

## 2. Descripción y modelado del horno solar

En esta sección se detalla el modelo de horno solar SF60. En primer lugar, se describe el modelo no lineal del sistema y se valida mediante el uso de datos reales de la instalación existente. Posteriormente, el modelo no lineal se linealiza en el punto de operación de temperatura de la muestra de material a ensayar con el objetivo de obtener un modelo de estado estacionario lineal válido para formular el LQT-FF.

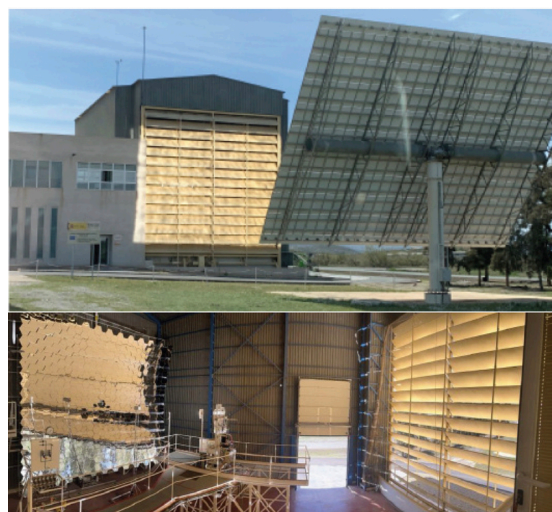


Figura 1: Horno solar SF60 ubicado en las instalaciones de PSA (cortesía de PSA).

La Fig. 1 presenta el horno solar SF60 de la Plataforma Solar de Almería (PSA). Este sistema consta de un helióstato con una reflectividad del 95 % y un captador parabólico de 108 m<sup>2</sup> de superficie reflectante y una reflectividad media del 95 %. El captador refleja la radiación sobre un área de foco con un diámetro de 22 cm, lo que corresponde a un área de 0,038 m<sup>2</sup>.

El área de ensayo está situada en una torre de 4 m de altura que rodea el foco del colector y consta de un soporte móvil donde se pueden acoplar dispositivos auxiliares según el tipo de ensayo. Para el estudio en simulación propuesto en este trabajo, la muestra que se prueba es Carburo de Silicio con dimensiones de  $50.4 \times 50.3 \times 5.7 \text{ mm}^3$ . La persiana del sistema está formada por una serie de lamas cuyo grado de apertura puede variar entre 0 y 100 %.

### 2.1. Validación del modelo de primeros principios

El modelo de sistema propuesto se obtiene a partir del balance de energía simplificado propuesto por Berenguel et al. (1999). La ecuación no lineal viene dada por la siguiente expresión:

$$m_s \cdot c_s \cdot \frac{dT(t)}{dt} = \frac{\rho_c \cdot \rho_h \cdot S_c}{S_{f90} \cdot \sin(\alpha_o)} \cdot S_p \cdot \alpha_a \cdot I(t) \cdot \left( \sin(\alpha_o) - \sin \left[ \left( 1 - \frac{u(t)}{100} \right) \alpha_o \right] \right) - \alpha_e \cdot \sigma \cdot S_p \cdot (T(t)^4 - T_a(t)^4) - \alpha_c \cdot S_p \cdot (T(t) - T_a(t)), \quad (1)$$

donde las variables  $T(t)$  [K] y  $u(t)$  [%] son la temperatura de la muestra y la apertura de la persiana, representando la salida y entrada del sistema, respectivamente. Las variables de perturbación son la irradiancia  $I(t)$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] y la temperatura ambiente  $T_a(t)$  [K]. El modelo no lineal propuesto depende de los parámetros  $\alpha_a$ ,  $\alpha_c$  y  $\alpha_e$ , que son la capacidad de absorción de la muestra, el coeficiente de pérdidas por convección y la emisividad de la muestra, respectivamente. Dado que los parámetros mencionados pueden variar dependiendo de las condiciones de la muestra y las condiciones ambientales, su valor no se conoce con exactitud, de modo que son las principales fuentes de incertidumbres en la caracterización del modelo. Por lo tanto, se define un procedimiento de identificación del modelo para obtener valores óptimos aproximados para  $\alpha_a$ ,  $\alpha_c$  y  $\alpha_e$ , con el fin de representar adecuadamente la dinámica del sistema. El resto de parámetros se definen en la Tabla 1.

Para identificar los parámetros mencionados anteriormente, se emplea un método de optimización, en el cual el objetivo principal es identificar el valor de los parámetros  $\alpha_a$ ,  $\alpha_c$ , y  $\alpha_e$  que minimizan la siguiente función de coste

$$\min_{\alpha_a, \alpha_c, \alpha_e} J = \min \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} (\hat{T}(i) - T(i))^2 \quad (2)$$

donde  $\hat{T}(i)$  es la temperatura del modelo y  $T(i)$  son los datos reales del sistema. Los datos para el procedimiento de calibración y validación del método de identificación se obtuvieron de experimentos reales en el horno solar SF60 durante una campaña experimental realizada en Mayo de 2022. Así, usando el algoritmo de optimización *Genetic Algorithms* (GA) de MATLAB MathWorks, se identifica el valor óptimo para los parámetros  $\alpha_a$ ,  $\alpha_c$  y  $\alpha_e$  que minimiza la Ec. (2). La descripción de los parámetros del modelo obtenidos y sus respectivos valores se presentan en la Tabla 1. Los resultados de la validación se muestran en la Fig. 2. Como métrica para evaluar la validez del modelo se emplea el índice  $R^2$  y el error cuadrático medio normalizado (nRMSE, por sus siglas en inglés, *normalized Root Mean Square Error*), obteniendo, respectivamente, 0.9702 y 0.0592, lo cual demuestra un resultado aceptable para los valores óptimos obtenidos de  $\alpha_a$ ,  $\alpha_c$  y  $\alpha_e$ .

Tabla 1: Parámetros del modelo del sistema de horno solar SF60 (\* parámetros identificados por método de optimización).

Parámetro	Descripción	Valores y unidades
$c_s$	Calor específico	1142 J/kgK
$m_s$	Masa de la pieza	0.025 kg
$S_c$	Superficie del captador	108 $\text{m}^2$
$S_{f90}$	Superficie del foco 90 %	0.038 $\text{m}^2$
$S_p$	Superficie de la pieza	0.0025 $\text{m}^2$
$\alpha_a^*$	Coefficiente de absorción de la pieza	0.46
$\alpha_c^*$	Coefficiente de película	33.94 $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
$\alpha_e^*$	Emisividad de la pieza	0.54
$\alpha_o$	Ángulo de cierre	50.8°
$\rho_c$	Reflectividad del captador	0.95
$\rho_h$	Reflectividad del helióstato	0.95
$\sigma$	Constante Stephan-Boltzmann	5.67 · 10 <sup>-8</sup> $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$

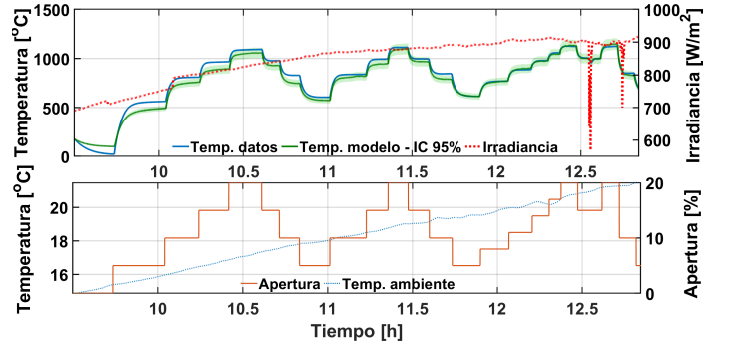


Figura 2: Resultados de la validación del modelo de horno solar SF60 con un intervalo de confianza de 95 %.

Es importante señalar que los resultados de la validación mejoran cuando los niveles de irradiancia son altos. Esto se debe a que los datos utilizados para la calibración se recopilaban durante el período de funcionamiento del horno solar, generalmente alrededor del mediodía cuando los niveles de irradiancia son más altos.

### 2.2. Modelo linealizado

En este trabajo, el controlador LQT-FF propuesto se formula sobre un modelo lineal del sistema. Por lo tanto, la ecuación diferencial no lineal presentada en Ec. (1) debe aproximarse a un modelo linealizado representativo de un punto de operación dado. Así, utilizando la serie de Taylor truncada en el primer término, y considerando las variables de desviación  $\tilde{I}(t) = I(t) - \bar{I}$ ,  $\tilde{T}(t) = T(t) - \bar{T}$ ,  $\tilde{T}_a(t) = T_a(t) - \bar{T}_a$ ,  $\tilde{u}(t) = u(t) - \bar{u}$ , se puede obtener el siguiente modelo linealizado de la Ec. (1):

$$m_s \cdot c_s \cdot \frac{dT(t)}{dt} + (P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}^3) \cdot T(t) = \left( \sin \alpha_o - \sin \left[ \left( 1 - \frac{u(t)}{100} \right) \alpha_o \right] \right) \cdot P1 \cdot \tilde{I}(t) + P1 \cdot \frac{\alpha_o}{100} \cdot \bar{I} \cdot \cos \left( \left[ \left( 1 - \frac{\bar{u}}{100} \right) \alpha_o \right] \right) \cdot \tilde{u}(t) + (P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}_a^3) \cdot \tilde{T}_a(t), \quad (3)$$

donde los parámetros  $P1$ ,  $P2$ , y  $P3$  son  $P1 = \frac{\rho_c \cdot \rho_h \cdot S_c}{S_{f90} \cdot \sin \alpha_o} \cdot S_p \cdot \alpha_a$ ,  $P2 = \alpha_e \cdot \sigma \cdot S_p$ , y  $P3 = \alpha_c S_p$ .

El modelo lineal de primer orden presentado anteriormente se puede utilizar para formular controladores aplicando la transformada de Laplace, lo cual conduce a la siguiente ecuación en el dominio de Laplace  $s$ :

$$\tilde{T}(s) = \frac{K_I}{(\tau s + 1)} \cdot \tilde{I}(t) + \frac{K_{Ta}}{(\tau s + 1)} \tilde{T}_a(s) + \frac{K_u}{(\tau s + 1)} \tilde{u}(s), \quad (4)$$

donde los parámetros del modelo lineal de primer orden se definen como:

$$K_I = \frac{(\sin \alpha_o - \sin \left[ \left(1 - \frac{u(t)}{100}\right) \alpha_o \right]) \cdot P1}{\left(P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}^3\right)}, \quad K_{Ta} = \frac{\left(P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}_a^3\right)}{\left(P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}^3\right)}, \quad (5)$$

$$K_u = \frac{P1 \cdot \frac{\alpha_o}{100} \cdot \bar{T} \cdot \cos \left[ \left(1 - \frac{\bar{u}}{100}\right) \alpha_o \right]}{\left(P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}^3\right)}, \quad \tau = \frac{m_s \cdot c_s}{\left(P3 + P2 \cdot 4 \cdot \bar{T}^3\right)}.$$

Finalmente, se desarrolla la representación del modelo de espacio de estados en tiempo discreto, formulado en la forma incremental de las entradas, con el fin de lograr una representación adecuada para el LQT-FF. Para ello, se utiliza la transformación del modelo lineal Ec. (5) en la forma canónica del espacio de estados, aplicando el modelo orientado a la predicción de salida - representación OPOM, por sus siglas en inglés Output Prediction-Oriented Model (ver Pataro et al. (2022) para más detalles del desarrollo del modelo). Esta representación es adecuada para el problema LQT-FF, ya que tiene en cuenta las perturbaciones y la forma incremental de las entradas, lo que permite que el LQT-FF proporcione una solución idónea para eliminar errores de estado estacionario y rechazar perturbaciones. Por lo tanto, el modelo de espacio de estado en tiempo discreto, en su forma concatenada con las perturbaciones medidas y la forma incremental de las entradas, se define como:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) + B_d\Delta d(k) \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $x \in R^{4 \times 1}$  es el estado,  $\Delta u \in R$  es la variable manipulable,  $y \in R$  es la salida,  $d \in R$  es una perturbación medible. Las matrices  $A \in R^{4 \times 4}$ ,  $B \in R^{4 \times 1}$ ,  $C \in R^{1 \times 4}$  y  $B_d \in R^{4 \times 1}$  son las matrices de espacio de estados, siendo  $A$  la matriz de estados,  $B$  la matriz de entradas,  $C$  la matriz de salidas, y  $B_d$  la matriz de perturbaciones. Observe que, en esta formulación, las perturbaciones son  $\tilde{I}(k)$  y  $\tilde{T}_a(k)$ , la entrada es  $\Delta \tilde{u}(k)$ , la salida es  $\tilde{T}(k)$ , y los estados son los coeficientes de respuesta a escalón de la formulación OPOM, los cuales están relacionados con  $\tilde{T}_a(k)$ ,  $\tilde{u}(k)$  e  $\tilde{I}(k)$  Pataro et al. (2022).

### 3. Formulación del LQT-FF

El controlador LQT-FF propuesto en este trabajo se puede definir como un controlador óptimo para sistemas lineales formulado para resolver el problema de optimización de una función de coste cuadrática en un horizonte de tiempo infinito (Lemos and Pinto, 2012). La solución analítica del LQT-FF se obtiene minimizando, para todo  $k$ , la función de coste definida como:

$$\min_{\Delta u(k)} J_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \left[ (y(k+j) - y_{sp}(k))^2 + \lambda \Delta u^2(k+j) \right], \quad (7)$$

donde  $\lambda > 0$  es el peso de ponderación de la acción de control y  $y_{sp}$  es la referencia de salida. Asumiendo que todos los estados

y perturbaciones son medibles, aplicando las Condiciones Necesarias para Optimalidad y el Principio Máximo de Pontryagin, el problema cuadrático en la Ec. (7) para la dinámica del sistema en la Ec. (6) se puede resolver analíticamente, resultando en la siguiente ley de control:

$$\Delta u_{opt}(k) = -K_{LQ}x(k) + K_{g,d}(k), \quad (8)$$

en la cual:

$$K_{LQ} = -(\lambda + B^T P B)^{-1} (B^T) P A, \quad (9)$$

$$K_{g,d}(k) = (\lambda + B^T P B)^{-1} (B^T) [g(k) - P B_d \Delta d(k)].$$

La matriz  $P$  es la solución de la ecuación discreta de Ricatti:

$$P = (A^T P) \left[ I + \frac{1}{\lambda} (B B^T) P \right]^{-1} A + C^T C, \quad (10)$$

y  $g(k)$  es la solución de la expresión algebraica:

$$\Gamma g(k) = -(A^T P) \left[ I + \frac{1}{\lambda} (B B^T) P \right]^{-1} B_d \Delta d(k) + y_{sp}(k) C^T, \quad (11)$$

siendo la matriz  $\Gamma$ :

$$\Gamma = I + (A^T P) \left[ I + \frac{1}{\lambda} (B B^T) P \right]^{-1} \frac{1}{\lambda} B B^T - A^T. \quad (12)$$

Así, la solución presentada en Ec. (8) es la ganancia de realimentación de estado óptimo para el sistema lineal del horno solar. Cabe destacar que la ley de control propuesta permite cambios de referencia y compensación de perturbaciones a través de un estado integrador artificial, resolviendo de manera efectiva los errores de seguimiento de referencia. Esta es una contribución particularmente significativa, ya que el control lineal se aplica a un sistema no lineal como el horno solar; lo que puede generar errores en el escenario de seguimiento de referencia debido a cambios en las condiciones de operación durante los experimentos en el caso de que no se disponga de acción integral.

### 4. Resultados

En primer lugar, se desarrolla la representación numérica del modelo de espacio de estados lineal considerando datos reales de la Plataforma Solar de Almería para el punto de operación  $\bar{I} = 793,92$  [W/m<sup>2</sup>],  $\bar{T}_a = 289,13$  [K],  $\bar{u} = 10$  [%] y  $\bar{T} = 1005,9$  [K], usando un tiempo de muestreo de  $T_s = 1$  [s]. Las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $B_d$  y  $C$  se definen como

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9864 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9864 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9864 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 43,3581 \\ -42,7666 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0,5207 & 5,6112 \\ 0 & 0 \\ -0,5136 & 0 \\ 0 & -5,5347 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T.$$

Observe que la matriz  $A$  presenta tres estados idénticos además del integrador. Esta forma se logra debido a que la constante de tiempo es la misma para las entradas y perturbaciones, lo que genera la representación particular utilizando el modelo OPOM. Además, es importante tener en cuenta que para calcular la salida, los estados generados a partir de la forma de respuesta a escalón del modelo OPOM requieren mediciones de estados que no son realizables (ver la matriz  $C$  en Ec. (13)), por lo que se hace necesario el uso de un estimador de estados asociado con la ley de control (Castillo et al., 2022). Por lo tanto, se emplea un filtro de Kalman como estimador de estado en el controlador para poder implementar la ley de control de realimentación de estado. En este caso, el filtro de Kalman

se diseña considerando el factor de ponderación 0,1 y 10 para las matrices  $Q_K$  y  $R_K$ . Finalmente, el LQT-FF se sintoniza aplicando el ajuste  $\lambda = 10^4$  para producir un comportamiento suave en la apertura de la persiana. Se debe remarcar que tanto el filtro Kalman como la sintonía del LQT-FF se realizan mediante prueba y error hasta alcanzar el desempeño deseado del controlador. El esquema del controlador es representado en la Figura 3.

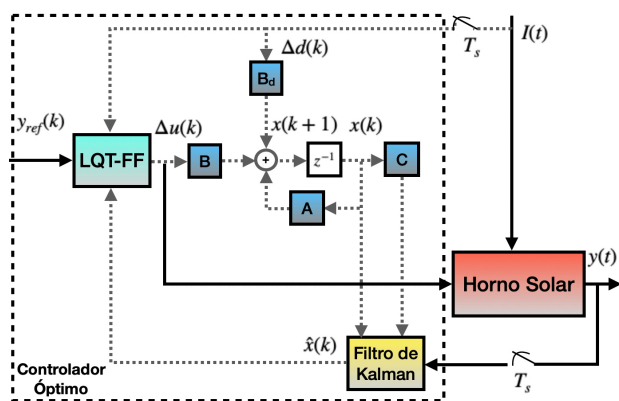


Figura 3: Diagrama de bloques del LQT-FF.

En la primera etapa de la evaluación del desempeño del LQT-FF, se propone un escenario de simulación en el que se introducen varios cambios de referencia en forma de escalón para analizar la capacidad del LQT-FF propuesto para eliminar el error de seguimiento de referencia en comparación con el trabajo de Costa and Lemos (2016). El escenario de simulación se consideraron también las limitaciones de entrada de la planta real, en la que el valor mínimo de apertura de la persiana es 0 % y el máximo 30 %. Además, el LQT-FF se ajustó para intentar respetar en la medida de lo posible la restricción en la tasa de apertura de la persiana, 8%/s. La Figura 4 presenta el primer experimento del LQT-FF para controlar el modelo no lineal simulado.

Como se puede ver en la Figura 4, el LQT-FF puede controlar el modelo no lineal correctamente para los diferentes puntos de operación de la muestra. Estos resultados son prometedores, ya que el controlador óptimo propuesto, formulado con el filtro de Kalman, la forma incremental de las entradas y teniendo en cuenta el cambio de referencia, puede resolver el principal problema de las soluciones de control óptimo propuestas en la literatura hasta el momento para hornos solares (Costa and Lemos, 2016). Además, es importante notar que el ajuste  $\lambda$  es adecuado para el LQT-FF, ya que se puede mantener la entrada dentro de los límites, respetando las limitaciones operativas y físicas del sistema. Esta sintonía proporcionó una constante de tiempo en bucle cerrado media de 21,24 s, que es el 30 % de la constante de tiempo del sistema linealizado en bucle abierto, presentando así una respuesta rápida y adecuada para el funcionamiento normal del horno solar.

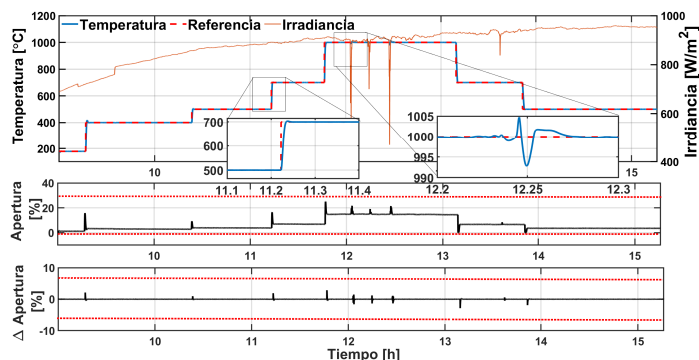


Figura 4: LQT-FF aplicado al caso de cambios de escalón en la referencia para el modelo simulado del horno solar SF60. Las líneas rojas punteadas son los límites de la entrada.

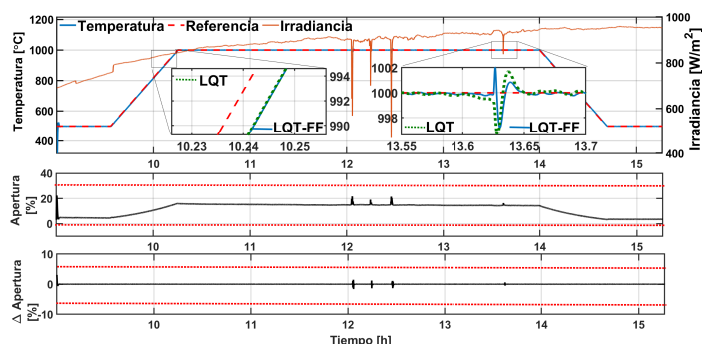


Figura 5: LQT-FF aplicado al caso de cambios en la referencia tipo rampa para el modelo simulado del horno solar SF60. Las líneas rojas punteadas son los límites de la entrada.

El segundo paso para evaluar el desempeño del LQT-FF propuesto es considerar un funcionamiento normal del horno solar en un experimento de resistencia de material. Este escenario considera un cambio de referencia en forma de rampa, de modo que se puede alcanzar lentamente la temperatura de operación de la muestra (1000 °C). Además, este rango de temperatura se mantiene durante varias horas, de forma que el controlador debe rechazar las perturbaciones que afectan a la temperatura de la muestra, como el paso de nubes que atenúan la irradiancia. Para este escenario, el LQT-FF propuesto se compara con el LQT clásico sin la acción FF. La Figura 5 muestra la prueba en simulación para el escenario de regulación y seguimiento de referencia en forma de rampa de ambos controladores. Como se puede notar, este escenario genera variaciones suaves de la apertura de la persiana, lo cual es de esperar ya que se necesita un gradiente de temperatura suave para la prueba adecuada de la muestra de material. Una vez más, la sintonía del LQT-FF mantiene las variaciones de entrada dentro de los límites operativos y físicos. Además, se puede observar que el escenario de seguimiento de referencia es adecuado, y ambos controladores pueden seguir la referencia en forma de rampa. Sin embargo, como el controlador solo considera un integrador en la acción integral, se produce un error de velocidad, con una diferencia constante de 4 °C entre la temperatura de la muestra y la referencia durante la etapa creciente y decreciente del

cambio. Finalmente, con el objetivo de demostrar los beneficios de considerar una acción FF en el controlador óptimo, se calcula la Integral Absoluta de los Errores (IAE) tanto del LQT-FF como del LQT en el período del escenario de regulación del ensayo, entre las 10.25 h y 14 h. En ambos casos, el tiempo de muestreo de 1 segundo contribuye a una rápida compensación de perturbaciones, sin embargo, el LQT-FF se comporta mejor, presentando un índice IAE de 2706,5 °C mientras que el controlador LQT obtuvo 3761,2 °C.

Por último, se evalúa una última contribución del controlador LQT-FF propuesto. Como se detalla en el trabajo de Costa and Lemos (2016), una de las principales dificultades del controlador óptimo propuesto en ese trabajo es el tiempo de cómputo, ya que se requiere una cantidad de tiempo considerablemente alta para calcular las ecuaciones diferenciales del modelo y resolver el problema de optimización. En el caso del algoritmo propuesto en este trabajo, el LQT-FF también presenta una ley de control óptima, incluyendo el rechazo de perturbaciones, pero con una solución analítica del problema de optimización, requiriendo únicamente el cálculo algebraico de las matrices producidas, lo que proporciona respuestas más rápidas de la ley de control. En los escenarios de simulación presentados, los controladores fueron implementados con  $T_s = 1$  s. Sin embargo, los cálculos del controlador presentaron un tiempo de procesamiento de solo 54,5 ms, lo que evidentemente permite la implementación práctica del algoritmo.

## 5. Conclusiones y consideraciones finales

Este trabajo presenta un controlador LQT-FF para un sistema de horno solar. Primeramente, se pone de manifiesto que el modelo en espacio de estados propuesto requiere un estimador de estados para calcular los estados del modelo requeridos en la ley de control de realimentación del LQT-FF. Además, se debe considerar la sintonía del controlador para mantener variaciones suaves de la apertura de la persiana con el objetivo de respetar tanto los límites de apertura como la tasa de apertura de la persiana. Así, las contribuciones del artículo avanzan el estado de arte de los controladores óptimos propuestos hasta el momento en la literatura, presentando una ley de control óptimo con rechazo de perturbaciones formulada con una forma incremental de las entradas para la eliminación del error de seguimiento de referencia.

Se deben realizar más investigaciones en futuros trabajos sobre la ley de control óptimo respecto a las restricciones en la salida y entrada del proceso, así como la corrección del error de velocidad en el seguimiento de referencia. Teniendo en cuenta varias restricciones impuestas al LQT-FF, se debe contemplar la aplicación de un controlador predictivo no lineal para dicho sistema. Por otro lado, el error de velocidad en el seguimiento de la rampa de referencia puede resolverse aplicando integradores artificiales en el modelo.

## Agradecimientos

Los autores quieren agradecer el apoyo del personal de la Plataforma Solar de Almería en el desarrollo de esta línea

de investigación, en especial a Inmaculada Cañadas y José Rodríguez. Igor M. L. Pataro agradece el soporte económico del Consejo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (CNPq, Brasil) que ha financiado parte de este trabajo bajo la beca con código 201143/2019 – 4. El trabajo de J. M. Lemos fue apoyado por Fundação para a Ciência e a Tecnologia (Portugal), desarrollado en el proyecto UIDB/50021/2020. Además, este trabajo ha sido desarrollado el marco del proyecto PID2021-122560OB-I00 financiado por MCIN/ AEI /10.13039/501100011033/ y por FEDER Una manera de hacer Europa.

## Referencias

- Berenguel, M., Camacho, E., Garcia-Martin, F., Rubio, F., 1999. Temperature control of a solar furnace. *IEEE Control Systems Magazine* 19 (1), 8–24.  
DOI: 10.1109/37.745762
- Beschi, M., Berenguel, M., Visioli, A., Guzmán, J. L., Yebra, L. J., 2013a. Implementation of feedback linearization GPC control for a solar furnace. *Journal of Process Control* 23 (10), 1545–1554.  
DOI: 10.1016/j.jprocont.2013.02.002
- Beschi, M., Berenguel, M., Visioli, A., Yebra, L., 2013b. Constrained control strategies for disturbance rejection in a solar furnaces. *Control Engineering Practice* 21 (10), 1410–1421.  
DOI: 10.1016/j.conengprac.2013.06.011
- Beschi, M., Padula, F., Visioli, A., 2016. Fractional robust PID control of a solar furnace. *Control Engineering Practice* 56, 190–199.  
DOI: 10.1016/j.conengprac.2016.04.005
- Beschi, M., Visioli, A., Berenguel, M., Roca, L., 2013c. A feedback linearization-based two-degree-of-freedom constrained controller strategy for a solar furnace. In: *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 3228–3233.  
DOI: 10.1109/IECON.2013.6699645
- Camacho, E. F., Berenguel, M., Rubio, F. R., Martínez, D., 2012. *Control of Solar Energy Systems*. Springer, London, England.  
DOI: 10.1007/978-0-85729-916-1
- Castillo, A., Garcia, P., Albertos, P., abr. 2022. Reguladores basados en observadores de perturbaciones: principios de funcionamiento y métodos de diseño. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 19 (4), 343–355.  
DOI: 10.4995/riai.2022.16856
- Costa, B. A., Lemos, J., 2009. An adaptive temperature control law for a solar furnace. *Control Engineering Practice* 17 (10), 1157–1173.  
DOI: 10.1016/j.conengprac.2009.05.001
- Costa, B. A., Lemos, J. M., 2016. Optimal control of the temperature in a solar furnace. *Optimal Control Applications and Methods* 37 (3), 466–478.  
DOI: 10.1002/oca.2113
- Costa, B. A., Lemos, J. M., Guillot, E., Olalde, G., Rosa, L., Fernandes, J. C., 2008. An adaptive temperature control law for a solar furnace. In: *2008 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1054–1059.  
DOI: 10.1109/MED.2008.4602113
- Costa, B. A., Lemos, J. M., Rosa, L. G., 2011. Temperature control of a solar furnace for material testing. *International Journal of Systems Science* 42 (8), 1253–1264.  
DOI: 10.1080/00207721.2011.588894
- Lemos, J. M., Pinto, L. F., 2012. Distributed linear-quadratic control of serially chained systems: Application to a water delivery canal. *IEEE Control Systems Magazine* 32 (6), 26–38.  
DOI: 10.1109/MCS.2012.2214126
- Pataro, I. M. L., Gil, J. D., Americano da Costa, M. V., Guzmán, J. L., Berenguel, M., 2022. A stabilizing predictive controller with implicit feedforward compensation for stable and time-delayed systems. *Journal of Process Control* 115, 12–26.  
DOI: 10.1016/j.jprocont.2022.04.017