УДК 004.89+004.94

А.Д. Хомоненко, Е.Л. Яковлев

НЕЙРОСЕТЕВАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКАНАЛЬНЫХ НЕМАРКОВСКИХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Хомоненко А.Д., Яковлев Е.Л. **Нейросетевая аппроксимация характеристик многоканальных немарковских систем массового обслуживания.**

Аннотация. Предлагается использование нейросетевой аппроксимации для расчета вероятностно-временных характеристик многоканальных систем массового обслуживания (СМО) и неограниченной емкостью очереди. Приводятся результаты численных экспериментов, показывающие, что по сравнению с численными итерационными алгоритмами достигается существенное снижение трудоемкости вычислений вероятностно-временных характеристик многоканальных СМО с «разогревом» при незначительной погрешности расчета характеристик. Обоснованы целесообразность применения метода Байесовской регуляризации для обучения нейросети и наилучшее число нейронов.

Ключевые слова: многоканальные системы массового обслуживания, нейросети, аппроксимация, системы обслуживания с «разогревом».

Khomonenko A.D., Yakovlev E.L. **Neural Network Approximation of Characteristics of Multi-Channel Non-Markovian Queuing Systems.**

Abstract. It is proposed to use a neural network to calculate an approximation of the probabilistic-time characteristics of multichannel queuing systems (QS) with a "warm-up" and the unlimited capacity of the queue. From the results of numerical experiments, we observe a significant reduction in the complexity of computing probabilistic-time characteristics of the multi-channel QS with "warm-up" with minor errors of calculation of characteristics, compared with the numerical iterative algorithms. The advisability of the use of Bayesian regularization method for training a neural network and the best number of neurons are shown.

Keywords: multichannel queuing systems, neural networks, approximation, service systems with "warm-up".

1. Введение. При проведении моделирования сложных процессов исследователи стремятся к получению как можно более общих результатов при относительно невысоких вычислительных затратах на исследования. Обеспечение именно этого условия на основе нейросетевой аппроксимации составляет цель настоящей статьи.

При исследовании оперативности функционирования сложных систем, в том числе информационных систем, часто используются модели многоканальных систем массового обслуживания (СМО). Широко распространенными моделями являются модели $M/M/1/\infty$ и $M/M/n/\infty$ с неограниченной очередью, представляющие, соответственно, одноканальную и многоканальную системы с пуассоновским входящим потоком и экспоненциальным распределением длительности обслуживания. Марковские модели не вполне подходят для описания большого количества практических задач.

Наибольший интерес представляют модели многоканальных немарковских СМО, хорошо описывающие функционирование, например, компонентов информационных систем [1]. При расчете характеристик многоканальных немарковских СМО удобно использовать аппроксимирующие распределения фазового типа.

Кокс показал [2], что произвольное распределение длительности некоторой случайной величины можно представить смесью экспоненциальных фаз, или распределением фазового типа (гиперэкспоненциальным, Эрланга, Кокса). При этом обеспечивается удобство сведения случайного процесса к Марковскому и легкость составления и решения системы уравнений, описывающей поведение соответствующей модели. Параметры аппроксимирующего распределения могут быть вещественными или комплексно-сопряженными [2, 3], при этом вероятности состояний исследуемой системы являются вещественными.

Примеры прикладного использования распределений фазового типа приводятся в [3–4]. Такой подход получил широкое применение при исследовании немарковских многоканальных систем массового обслуживания [1, 5]. Расчет многоканальных немарковских СМО при общих предпосылках предполагает использование достаточно *трудоемких* численных алгоритмов, реализующих матричные вычисления [6–7].

Для снижения трудоемкости расчета характеристик многоканальных немарковских СМО, реализуемого многократно при расчете разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с преобразованием потоков [8], в работе [9] предлагается метод линейной аппроксимации узловых СМО. В нашей статье мы рассмотрим использование нейросетевой аппроксимации также в целях снижения трудоемкости расчетов на примере многоканальных немарковских СМО с «разогревом» [10, 11].

Модели СМО с «разогревом» используются для оценивания оперативности функционирования информационных систем с учетом важнейших особенностей (наличие различного рода системных издержек, затрат на обеспечение информационной безопасности, кеширование, актуализацию контекста и др.). В таких моделях считается, что периоду «разогрева» (переключения, переналадки) соответствует выполнение некоторой дополнительной работы. В частности, вмоделях информационных систем к этой работе и относят перечисленные нами системные издержки [11, 12].

Опишем кратко расчетную схему, используемую при вычислении вероятностно-временных характеристик многоканальных

СМО с «разогревом» на примере системы типа $H_2/M/M/n$ – с гиперэкспоненциальным входящим потоком, экспоненциальным распределением длительности «разогрева» и обслуживания, n каналами и неограниченной емкостью очереди [11, 12].

2. Расчет вероятностных характеристик $\mathbf{H_2/M/M/n}$. Состояния многоканальных немарковских СМО при моделировании удобно представлять в виде совокупности микросостояний, в которых находится система. Микросостояния – это всевозможные состояния системы в произвольный момент времени в процессе ее жизни.

Гиперэкспоненциальное распределение H_2 описывается параметрами: λ_1 и λ_2 – интенсивности потоков входящих заявок соответствующих фаз, a_1 – вероятность выбора первой фазы, $a_2 = 1 - a_1$ – вероятность выбора второй фазы; параметры μ_p и μ задают интенсивности перехода по «разогреву» системы и обслуживания заявки, соответственно.

Приведем формулы расчета параметров распределения H_2 по его первому моменту $\tilde{f}_1$ и коэффициенту вариации υ_F. Запишем выражения для математического ожидания и дисперсии:

$$\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} = \tilde{f}_1,$$

$$2\left(\frac{a_1}{\lambda_1{}^2} + \frac{a_2}{\lambda_2{}^2}\right) - \left(\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2}\right)^2 = \tilde{f}_2.$$

Полагая a_1 и a_2 известными, пользуясь соотношением $a_2 = 1 - a_1$ и выражая одно неизвестное через другое, находят выражения для обратных величин коэффициентов λ_1 и λ_2:

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{a_1}\left(\tilde{f}_1 - \frac{1 - a_1}{\lambda_2}\right).$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{2 - a_1}\left(\tilde{f}_1 \pm \sqrt{\frac{(2 - a_1)\left(\tilde{f}_1{}^2(4 - a_1) - \tilde{f}_2 a_1\right) - 2}{2(1 - a_1)}}\right).$$

Решение для λ_2 при работе с вещественными параметрами берется с плюсом, а при работе с комплексно-сопряженными параметрами – берется с минусом.

Для расчета СМО H_2/M/M/n можно записать векторно-матричные уравнения баланса переходов между состояниями:

$$\begin{aligned} &\gamma_0 D_0 = \gamma_0 C_0 + \gamma_1 B_1, \\ &\gamma_j D_j = \gamma_{j-1} A_{j-1} + \gamma_j C_j + \gamma_{j+1} B_{j+1}, \quad j = 1, 2, ... \end{aligned} \tag{1}$$

Система уравнений (1) характеризуется чрезвычайно высокой размерностью и стандартные методы решения систем линейных алгебраических уравнений оказываются неэффективными. При расчете многоканальных немарковских СМО широкое применение получил итерационный метод, предложенный Такахаси и Таками [13].

Для многоканальных СМО с неограниченной очередью существенным является существование предельного вектора условных вероятностей микросостояний $g_\infty = \lim g_j$ *при* $j \to \infty$. Вычислительный алгоритм базируется на последовательном приближении к искомым величинам методом Гаусса-Зейделя:

$$\mathrm{g}_j^{(m)} = \mathrm{z}_j^{(m)} \mathrm{g}_{j-1}^{(m)} \mathrm{A}_{j-1} (\mathrm{D}_j - \mathrm{C}_j)^{-1} + \mathrm{x}_j^{(m)} \mathrm{g}_{j+1}^{(m-1)} \mathrm{B}_{j+1} (\mathrm{D}_j - \mathrm{C}_j)^{-1} =$$
$$= \mathrm{z}_j^{(m-1)} \beta_{1j} + \mathrm{x}_j^{(m)} \beta_{2j},$$

где верхний индекс указывает номер итерации.

Используя названный метод, получаем формулу для вероятности свободного состояния системы:

$$p_0 = \frac{n - b/a}{n + \sum_{j=1}^{n-1} (n-j) \prod_{i=0}^{j-1} x_i}, \tag{2}$$

Последующие вероятности для $j = \overline{1, N}$ определяются рекуррентно с помощью (2). При необходимости та же формула может быть применена для больших значений j с использованием $x_j = x_\infty$.

Остальные характеристики СМО (средние времена ожидания начала обслуживания и пребывания заявки в системе, распределение времени пребывания в системе, распределение длин интервалов выходящего потока заявок и т. д.) можно получить при помощи найденного распределения вероятностей числа заявок, соответствующие подходы рассмотрены в [1, 14].

Для оценивания целесообразности использования предлагаемого подхода рассмотрим нейросетевую аппроксимацию характеристик многоканальной СМО $H_2/M/M/3$ и $M/H_2/M/3$ с «разогревом». Для этого, опираясь на результаты работы[12], предварительно нами проведен численный расчет вероятностных и временных характеристик указанной СМО.

3. Аппроксимация СМО $H_2/M/M/3$ и $M/H_2/M/3$ с помощью нейронной сети. В настоящее время можно наблюдать резкое повышение интереса к нейронным сетям, которые успешно применяются в самых различных областях – бизнесе, медицине, технике, геологии, физике. Нейронные сети вошли в практику везде, где нужно решать задачи прогнозирования, распознавания образов, сжатия данных, аппроксимации, классификации, принятия решений и управления. Аппроксимация сложных функций с помощью нейронных сетей детально описана в работах [15-17].

В статье [18] представлены результаты извлечения знаний из обученных нейронных сетей. Использовались сети в виде нечетких графов, созданные с использованием прямоугольных базисных функций нейронных сетей. Нами использовалась двухслойная однонаправленная сеть (персептрон) [16, 17], отличающаяся хорошими характеристиками точности и трудоемкости обучения.

В таблице 1 указаны входные данные для расчета для СМО $H_2/M/M/3$: μ_r – интенсивность «разогрева»; μ – интенсивность обслуживания заявок; f_1 – первый начальный момент распределения длительности (средняя длительность) интервалов между заявками входного потока; cv – коэффициент вариации входного потока заявок.

Таблица 1. Входные данные для расчета СМО $H_2/M/M/3$

μ_r	μ	f_1	cv
2,5	2,3	1,270	1,5
2,5	2,3	1,270	1,75
2,5	2,3	1,270	1,9
2,5	2,3	1,270	2,9
2,5	2,3	1,270	3,9
2,5	2,3	1,270	4,9

На входы нейросети подавались коэффициент вариации входного потока заявок cv при фиксированных значениях остальных параметров (таблица 1). В качестве остальных входных данных нейросети использованы данные, рассчитанные с помощью описанного выше итерационного метода для СМО $H_2/M/M/3$. Обучающая выборка состояла из 144 векторов. В качестве функции активации скрытого слоя использовалась сигмоидная функция в виде гиперболического тангенса, выходного слоя – линейная.

В процессе определения числа скрытого слоя нейронов осуществлен выбор наилучшего алгоритма обучения нейронной сети по точности (минимальному значению среднеквадратичной ошибки). Для каждой конфигурации нейросети обучение проводилось по 5-7 раз, основные результаты приводятся в таблице 2.

Таблица 2. Сравнение методов обучения нейросети

число нейронов	trainlm		trainscg		trainbr	
	MSE	Epochs(s)	MSE	Epochs(s)	MSE	Epochs(s)
7	1.235e-4	12(0,2)	8.886e-3	22(0,1)	9.097e-9	275(4,2)
10	4.686e-6	357(6.0)	4.414e-3	36(0,2)	8.197e-9	848(16.2)
15	4.884e-5	14(0,2)	2.649e-3	38(0,2)	6.588e-10	957(16.0)
20	3.755e-5	127(2.2)	1.5333-3	29(0,2)	3.057e-11	729(8.1)
25	6,030e-5	191(3,1)	2,023e-3	22(0,2)	4.561e-11	983(18,5)
30	6.625e-6	352(7,0)	3.855e-3	38(0,3)	4.967e-12	611(12,1)
40	3.834e-5	182(3,4)	1.840e-3	53(0,7)	1.768e-12	725(17,0)
50	6.111e-8	24(0,5)	1.869e-3	52(0,7)	6.664e-12	513(15,3)

Здесь trainlm – алгоритм обучения Левенберга-Маркарта, trainscg –метод шкалированных связанных градиентов, а trainbr – метод Байесовской регуляризации. MSE – средняя квадратическая ошибка, epochs(s) – число циклов обучения (время обучения в секундах). Наиболее точным является применение алгоритма обучения Байесовской регуляризации при 40 нейронах скрытого слоя.

Для СМО H_2/M/M/3 значение выходного параметра – стационарное распределение числа заявок для произвольного значения входного параметра определялось путем аппроксимации по вычисленному дискретному набору значений входных и выходных параметров в ближайших точках.

Результаты расчета стационарных распределений числа заявок в системе массового обслуживания H_2/M/M/3 с «разогревом» для различных значений коэффициента вариации входящего потока заявок показаны на рисунке 1.

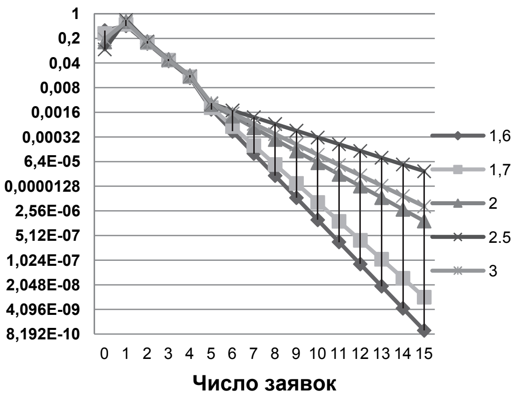

Рис. 1. Распределения числа заявок в СМО H_2/M/M/n

Семейство указанных распределений образует правильно изменяющийся набор распределений в пропорциональной зависимости от значений коэффициента вариации входящего потока заявок. Это свидетельствует о достоверности расчета характеристик СМО $H_2/M/M/n$ с помощью нейросетевой аппроксимации.

В таблице для сравнения 3 приведены значения процессорного времени счета на ПЭВМ (t_{CPU}) в секундах, вычисленные итерационным методом (ИМ) и рассмотренным нами методом нейросетевой аппроксимации (НА) характеристик.

Таблица 3. Сравнение процессорного времени счета

Параметры СМО		t_{CPU}, сек	
μ	cv	ИМ	НА
2.3	1.5	3	0.01
2.3	2.0	3.2	0.01

Как видно из таблицы 3, при использовании нейросетевой аппроксимации имеет место существенный выигрыш процессорного времени счета по сравнению с итерационным методом.

Исследование точности аппроксимации с помощью нейронной сети по сравнению с итерационным алгоритмом расчета проводилось на примере расчета среднего времени ожидания заявки в очереди и пребывания в системе $M/H_2/M/3$.

Для обучения нейросети использовались входные данные (таблица 1) и результирующие характеристики СМО, полученные с помощью численного метода [12] (таблица 4): W и W_q – среднее время пребывания заявки в системе и ожидания заявки в очереди соответственно (для различных значений интенсивности входящего потока заявок λ).

Таблица 4. Параметры модели, используемые для обучения нейросети

#	λ=0.3	λ=0.6	λ=0.9	λ=1.2	λ=1.5	λ=1.8	λ=2.1	λ=2.4	λ=2.7	λ=3.0	λ=3.3	λ=3.6
W	0,785	0,845	0,897	0,914	0,919	0,924	0,933	0,942	0,955	0,993	1,062	1,104
Wq	0,122	0,149	0,172	0,182	0,194	0,221	0,268	0,315	0,355	0,429	0,555	0,632

Полученные с помощью аппроксимации нейросетью результаты расчета характеристик СМО $M/H_2/M/3$ для промежуточных (по сравнению с приведенными в таблице 2) значений интенсивности входящего потока приведены на рисунке 2.

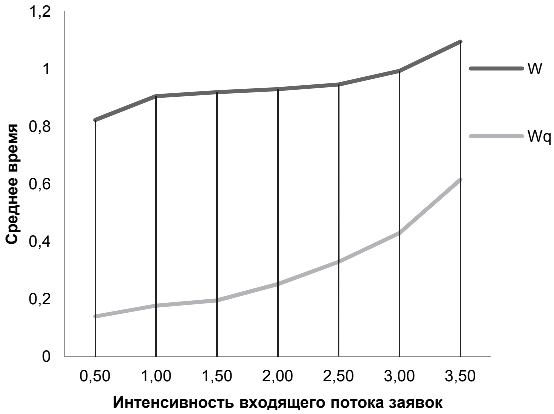

Рис. 2. Среднее время ожидания и пребывания заявки

Значения среднего времени ожидания заявки в очереди и пребывания в системе совпадают с соответствующими значениями, полученными с помощью итерационного метода, с точностью до двух знаков, что вполне приемлемо.

Отметим, что затраты времени на обучение нейронной сети нами рассмотрены при выборе алгоритмов обучения. Обучение для каждой СМО проводится однократно, обученная сеть очень быстро по входным параметрам вычисляет выходные параметры.

4. Заключение. Метод аппроксимации характеристик узлов СеМО с помощью нейронной сети обеспечивает заметно меньшие затраты процессорного времени счета при допустимой точности расчета искомых характеристик. Это свидетельствует о целесообразности применения этого подхода при расчете немарковских многоканальных СМО и разомкнутых СеМО с рекуррентными потоками заявок [8].

Как и в случае метода линейной аппроксимации [9], для каждого узла СеМО численный расчет выходных характеристик соответствующей СМО необходимо выполнить только для 2-3 разных значений коэффициента вариации потока заявок в узле и на его основе выполнить обучение аппроксимирующей нейросети.

При итерационном расчете распределения времени пребывания заявки в разомкнутой СеМО с уточнением коэффициента вариации потока заявок [8] требуется выполнять многократно расчет характеристик выходящего потока заявок для каждой из узловых СМО. Использование нейросетевой аппроксимации для этих целей позволяет обеспечить существенную экономию общего времени вычислений выходных характеристик СеМО в целом.

В качестве направлений дальнейших исследований целесообразно выделить: обоснование основных параметров, задаваемых при аппроксимации сложных систем с помощью нейросетей; проведение нейросетевой аппроксимации многоканальных СМО с различными дисциплинами приоритетного обслуживания.

Литература

1. *Рыжиков Ю.И.* Теория очередей и управление запасами // СПб.: Питер. 2001. 384 с.
2. *Cox D.R.* A Use of Complex Probabilities in the Theory of Stochastic Processes // Proc. Cambr. Phil. Soc. 1955. vol. 51. no. 2. pp. 313–319.
3. *Смагин В.А.* Теория восстановления. Немарковские задачи теории надежности // МО СССР. 1982. 269 с.
4. *Bubnov V.P., Tyrva A.V., Khomonenko A.D.* Model of Reliability of the Software with Coxian Distribution of Length of Intervals Between the Moments of Detection of Errors // In Proceedings of 34th Annual IEEE Computer Software and Applications Conference (COMPSAC 2010). Seoul. Korea. 2010. pp. 238–243.
5. *Khomonenko A.D., Bubnov V.P.* A Use of Coxian Distribution for Iterative Solution of M/G/n/R≤∞ Queuing Systems // Probl. of Control and Inform. Theory. 1985. vol. 14. no. 2. C. 143–153.
6. *Neuts M.F.* Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models: Algorithmic Approach // Baltimor and London: The Jons Hopkins Univ. Press. 1981. 332 p.
7. *Seelen L.P.* An Algorithm for Ph/Ph/c Queues // Eur. J. of Operational Research. 1986. vol. 23. pp. 118–127.
8. *Рыжиков Ю.И., Хомоненко А.Д.* Расчет разомкнутых немарковских цепей с преобразованием потоков // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 3. С. 15–24.
9. *Хомоненко А.Д.* Расчет разомкнутых немарковских сетей массового обслуживания методом линейной аппроксимации // Автоматика и вычислительная техника. 1990. № 5. С. 3–10.
10. *Sun B., Dudin A.N.* The MAP/PH/N Multi-Server Queuing System with Broadcasting Service Discipline and Server Heating // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. vol. 47. Issue 4. pp. 173–182.
11. *Гиндин С.И., Хомоненко А.Д., Яковлев В.В., Матвеев С.В.* Модель оценивания оперативности распределенной обработки данных с учетом затрат на обеспечение информационной безопасности // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2013. № 4. С. 59–67.
12. *Khomonenko A. D., Gindin S. I.* Stochastic Models for Cloud Computing Performance Evaluation // Proceedings of the 10th Central and Eastern European Software Engineering Conference in Russia. Moscow. Russian Federation. 2014. URL: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2687233. (дата обращения: 18.05.2015).
13. *Takanashi У., Takami Y. A.* Numerical Method for the Steady-State Probabilities of a GI/G/c Queuing System in a General Class // J. of the Operat. Res. Soc. of Japan. 1976. vol. 19. no. 2. pp. 147–157.
14. *Хомоненко А.Д.* Распределение времени ожидания в системах массового обслуживания типа GIq/Hk/n/R≤∞ // Автоматика и телемеханика. 1990. № 8. С. 91–98.

15. *Cybenko G.* Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function // Mathematical Control Signals Systems. 1989. vol. 2. pp. 303–314.
16. *Funahashi K.* On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks // Neural Networks. 1989. vol. 2. no. 3. pp. 183–192.
17. *Уоссермен Ф.* Нейрокомпьютерная техника. Теория и практика // М.: Мир. 1992. 184 с.
18. *Lauks G., Jeļinskis J.* Metamodelling of Queuing Systems Using Fuzzy Graphs // Electronics and Electrical Engineering. Kaunas: Technologija. 2009. no. 4(92). pp. 61–64.

References

1. Ryzhikov Ju.I. *Teorija ocheredej i upravlenie zapasami* [The theory of queues and inventory management.]. SPb.: Piter. 2001. 384 p. (In Russ.).
2. Cox D.R. A Use of Complex Probabilities in the Theory of Stochastic Processes. *Proc. Cambr. Phil. Soc*. 1955. vol. 51. no. 2. pp. 313–319.
3. Smagin V.A. *Teorija vosstanovlenija. Nemarkovskie zadachi teorii nadezhnosti* [The theory of recovery. Markov problem of reliability theory]. MO SSSR. 1982. 269 p. (In Russ.).
4. Bubnov V.P., Tyrva A.V., Khomonenko A.D. Model of Reliability of the Software with Coxian Distribution of Length of Intervals Between the Moments of Detection of Errors. In Proceedings of 34th Annual IEEE Computer Software and Applications Conference (COMPSAC 2010). Seoul. Korea. 2010. pp. 238–243.
5. Khomonenko A.D., Bubnov V.P. A Use of Coxian Distribution for Iterative Solution of M/G/n/R≤∞ Queuing Systems. *Probl. of Control and Inform. Theory*. 1985. vol. 14. no. 2. C. 143–153.
6. Neuts M.F. Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models: Algorithmic Approach. Baltimor and London: The Jons Hopkins Univ. Press. 1981. 332 p.
7. Seelen L.P. An Algorithm for Ph/Ph/c Queues. *Eur. J. of Operational Research*. 1986. vol. 23. pp. 118–127.
8. Ryzhikov Ju.I., Khomonenko A.D. [Calculation of open Markov chains with the transformation flows]. *Avtomatika i vychislitel'naja tehnika – Automatic Control and Computer Sciences*. 1989. vol. 3. pp. 15–24. (In Russ.).
9. Khomonenko A.D. [Calculation of open Markov queuing networks using linear approximation]. *Avtomatika i vychislitel'naja tehnika – Automatic Control and Computer Sciences*. 1990. vol. 5. pp. 3–10. (In Russ.).
10. Sun B., Dudin A.N. The MAP/PH/N Multi-Server Queuing System with Broadcasting Service Discipline and Server Heating. *Automatic Control and Computer Sciences*. 2013. vol. 47. Issue 4. pp. 173–182.
11. Gindin S.I., Khomonenko A.D., Jakovlev V.V., Matveev S.V. [Model estimation of efficiency of distributed data processing, taking into account the costs of information security]. *Problemy informacionnoj bezopasnosti. Komp'juternye sistemy – Problems of information security. Computer Systems.* 2013. vol. 4. pp. 59–67.
12. Khomonenko A.D., Gindin S.I. Stochastic Models for Cloud Computing Performance Evaluation // Proceedings of the 10th Central and Eastern European Software Engineering Conference in Russia. Moscow. Russian Federation. 2014. Available at: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2687233. (accessed 18.05.2015).
13. TakanashiУ., Takami Y. A Numerical Method for the Steady-State Probabilities of a GI/G/c Queuing System in a General Class. *J. of the Operat. Res. Soc. of Japan*. 1976. vol. 19. no. 2. pp. 147–157.
14. Khomonenko A. D. [The distribution of waiting times in queuing systems such as GIq / Hk / n / R≤∞]. *Avtomatika i telemehanika – Automation and Remote Control.* 1990. vol. 8. pp. 91–98. (In Russ.).

15. Cybenko G. Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function. *Mathematical Control Signals Systems*. 1989. vol. 2. pp. 303–314.
16. Funahashi K. On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks. *Neural Networks*. 1989. vol. 2. no. 3. pp. 183–192.
17. Wasserman Ph.D. *Nejrokomp'juternaja tehnika. Teorija i praktika* [Neurocomputing appliances. Theory and practice]. M.: Mir. 1992. 184 p. (In Russ.).
18. Lauks G., Jeļinskis J. Metamodelling of Queuing Systems Using Fuzzy Graphs. *Electronics and Electrical Engineering. Kaunas: Technologija*. 2009. no. 4(92). pp. 61–64.

Хомоненко Анатолий Дмитриевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информационных и вычислительных систем, ФГБОУ ВПО Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I. Область научных интересов: численная теория массового обслуживания, программирование, операционные и информационные системы. Число научных публикаций — 150. khomon@mail.ru, http://www.pgups.ru; Московский пр., 9, Санкт-Петербург, 190031; р.т.: 457-80-23, Факс: 310-75-25.

Khomonenko Anatoly Dmitrievich — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of information and computing systems department, Petersburg State Transport University. Research interests: queuing systems, artificial intelligence, databases. The number of publications — 150. khomon@mail.ru, http://www.pgups.ru; 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031; office phone: 457-80-23, Fax: 310-75-25.

Яковлев Евгений Леонидович — начальник учебной лаборатории кафедры математического и программного обеспечения, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: численная теория массового обслуживания, нейросети. Число научных публикаций — 0. evgen-1932@yandex.ru; ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7(812) 237-95-25.

Leonidovich Yakovlev Evgeny — head of the training laboratory of the mathematical and software department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: numerical queuing theory, neural networks. The number of publications — 0. evgen-1932@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812) 237-95-25.

РЕФЕРАТ

Хомоненко А.Д., Яковлев Е.Л. **Нейросетевая аппроксимация характеристик многоканальных немарковских систем массового обслуживания.**

Предлагается нейросетевой подход к аппроксимационному расчету характеристик многоканальных систем массового обслуживания (СМО) с «разогревом» и неограниченной емкостью очереди. Суть подхода: для дискретных наборов основных входных параметров моделей многоканальных СМО проводится расчет выходных параметров. При этом устанавливается дискретная зависимость отдельных выходных параметров, например, коэффициента вариации выходного потока заявок от коэффициента вариации входного потока заявок, при фиксированных значениях остальных параметров. Значение выходного параметра для произвольного значения входного параметра определяется путем аппроксимации по вычисленному дискретному набору значений входных и выходных параметров в ближайших точках. Подход позволяет существенно снизить трудоемкость численных расчетов вероятностно-временных характеристик систем и сетей массового обслуживания. Предлагаемый нейросетевой подход может быть применен к аппроксимационному расчету характеристик многоканальных СМО общего вида $GI/G/n/R \le \infty$ – с рекуррентным входящим потоком, произвольным распределением длительности обслуживания заявок, n каналами и неограниченной емкостью очереди, а также при расчете немарковских разомкнутых сетей массового обслуживания. Приведены результаты численного эксперимента. Обоснованы целесообразность применения метода Байесовской регуляризации для обучения нейросети и наилучшее число нейронов.

SUMMARY

Komonenko A. D., Yakovlev, E. L. **Neural Network Approximation of Characteristics of Multi-Channel Non-Markovian Queuing Systems.**

In this paper, we propose a neural network approach to approximate the calculation of characteristics of multichannel queuing systems (QS) with a "warm-up" and the unlimited capacity of the queue. The essence of the approach: for discrete sets of main input parameters of multichannel QS models, calculation of the output parameters is performed. This sets the discrete dependence of some output parameters. For example, the coefficient of variation of the output stream of requests is dependent on the coefficient of variation of the input flow of requests, while other parameters are characterized by fixed values. The value of the output parameter for arbitrary values of the input parameter is determined by the approximation of the computed discrete set of values of input and output parameters at the nearest points. This approach can significantly reduce the complexity of numerical calculations of probabilistic-time characteristics of systems and queuing networks. The proposed neural network approach can be applied to approximation calculation of the characteristics of the multichannel QS of the general form $GI/G/n/R\leq\infty$ - with recurrent input stream, arbitrary distribution of service time of the request, n channels, and unlimited capacity queues, as well as in the calculation of non-Markovian open queuing networks. The results of numerical experiment are presented. The advisability of the use of Bayesian regularization method for training a neural network and the best number of neurons are shown.