


Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración del principio de Pascal

Prototype of practical experimental work on the demonstration of Pascal's Principle

 **Jaiel Isaí Talavera¹**
janieltalavera772@gmail.com

 **José Julián Salmerón Herrera¹**
josemanuelcarazovargas2@gmail.com

 **José de la Cruz Cruz Cruz¹**
Jc4978405@gmail.com

 **Cliffor Jerry Herrera Castrillo¹**
cliffor.herrera@unan.edu.ni

Fecha de Recepción: 11-05-2023

Fecha de Aprobación: 08-08-2023

RESUMEN

En este artículo se analizan conceptos y teoremas del cálculo integral y vectorial para la demostración del principio de Pascal, cuyo propósito es la elaboración de un prototipo experimental para aplicar el cálculo de presión de fluidos con integrales; dicho artefacto será de utilidad para futuros investigadores y estudiantes universitarios que deseen demostrar diferentes principios físicos a través de la experimentación. El enfoque de esta investigación es cualitativo y de tipo descriptivo, porque permite interpretar, recolectar y analizar conceptos y teoremas referentes al cálculo matemático donde se suministró una rúbrica de evaluación para el trabajo desarrollado por los 41 estudiantes participantes de la carrera de Física-Matemática de la UNAN-Managua, FAREM-Estelí. Este estudio utilizó el método inductivo, útil en el ámbito científico por su flexibilidad y porque permite la exploración de conocimientos teniendo en cuenta el paradigma interpretativo, prestándose para las predicciones, en este caso la experimentación. Para la recolección de la información se utilizó una Ficha de registro de datos para análisis documental. Los resultados confirman que es posible dar una demostración práctica del principio de pascal a partir de una fundamentación teórica y construcción de prototipos. Se concluye que este proceso de investigación fortalece la formación académica, el pensamiento lógico y crítico para relacionar la teoría con la práctica a partir de la construcción de dispositivos referente al principio de Pascal.

Palabras claves: mecánica de fluidos, prototipo experimental, principio de Pascal, evaluación.

¹ Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua. Facultad Regional Multidisciplinaria de Estelí, Departamento de Ciencias de Educación y Humanidades. Estelí, Nicaragua.



ABSTRACT

This research has analyzed the concepts and theorems of integral and vector calculus in the demonstration of Pascal's Principle, having as purpose the elaboration of an experimental prototype to apply the calculation of fluid pressure with the definite integral and vectors, where this artifact will be useful for future researchers and university students who wish to demonstrate different physical principles through experimentation. Furthermore, the approach of this research is qualitative and descriptive, because it allows to interpret, collect and analyze concepts and theorems related to mathematical calculus where an evaluation rubric was provided to evaluate the work developed by the participants, which were 41 students, This study used the inductive method, which is useful in the scientific field, since it is flexible and allows the exploration of knowledge, taking into account the interpretative paradigm, since it lends itself to predictions, in this case experimentation. For the collection of information, a data recording form was used for documentary analysis. The results confirm that it is possible to give a practical demonstration of Pascal's principle from a theoretical foundation and construction of prototypes. It is concluded that this research process strengthens academic training, logical and critical thinking to relate theory with practice from the construction of devices referring to Pascal's principle.

Keywords: Fluid mechanics, Experimental Prototype, Pascal's Principle, Evaluation.

BILA PRAHNI RA

Naha ulbanka ra, teorema nani cálculo integral ka wihki vectorial ba laki kaiki sa, baha ba principio de Pascal wiyaba mariki yabaya dukiara, naha ba daukisa prototipo experimental wiyaba dukia ra, baha ba calculo de presión de fluidos integrales ra alki daukaya dukia ra; naha ba yus tara bri kabia stadi tatakra nani dukiara kau ai kainara principios físicos wiyaba nani stadika takai kabia pyuara. Naha stadi takanka na cualitativo sa bara descriptivo sin, baha sika yaban wahbi saki snatka laki kaiki bara pliki luki sakaya ulbanka nani bara ba bara teorema nani sin calculo matemático dukiara, naha ra rubrica kum yaban Fisica-Matematica skulka dadimra nani 41 ra, baha nani ba UNAN-Managua bara FAREM-Esteli wina. Naha stadi takanka na yus munan sa tuski pliki laki kaiki snatka (método inductivo wiba), naha snatka na kasak yus takisa kan uba snatka karna apia sa bara yaban sins laka nani ba laki kaiki waya, naha sanska ra experimentación wiyaba daukisa. Naha stadi takan ka dukiara ficha de regisgto wiyaba kum yus munan sa. Naha stadi kara pliki sakansa principio de Pascal ba sipsa praptis ra marikanka daukaya baha ba ulbanka nani wina bara prototipo wiba wal paski. Naha sat stadi ka na skul dadimra nani ra sinska laka kau karna daukisa baha ba dia ulban ba wihki praptis ra nahki dauki ba wal principio de Pascal wina dispositivos nani paski.

Bak sakan bila nani: mecánica de fluidos wiyaba, prototipo experimental wiyaba, principio de Pascal wiyaba, laki kaikan ka

Para citar en APA: Talavera, J. I. ., Salmerón Herrera, J. J. ., Cruz Cruz, J. de la C. ., & Herrera Castrillo, C. J. . (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración del principio de Pascal. *Wani*, 39(79). <https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16805>



INTRODUCCIÓN

Este estudio nace del interés sobre la Física, la Matemática y la Evaluación Educativa. Realiza un prototipo de carácter experimental que se asemeja a un brazo de grúa, que pueda demostrar el principio de Pascal de una forma diferente, teniendo en cuenta aspectos de creatividad en el diseño y la cientificidad en el proceso de la elaboración del producto, sabiendo que este trabajo se evalúa bajo una rúbrica evaluativa donde estarán plasmados diferentes aspectos a valorar.

La problemática que guio este proceso está basada en las dificultades de los estudiantes universitarios en la comprensión de temáticas referentes a Mecánica de Fluidos, buscando “resolver situaciones prácticas en torno a la estática y dinámica de fluidos, a fin de dar respuesta a vivencias del entorno” (Mairena Molina y Barrios, 2015, p. 6). Siendo el principio de Pascal un fenómeno físico de interpretación compleja, dado el uso de integrales y campos vectoriales en su demostración matemática, los estudiantes deben tener un alto conocimiento sobre las ciencias exactas. Por esto se plantea una propuesta basada en el trabajo experimental, tomando en cuenta que “el equipo construido para demostrar este principio ayudará al estudiantado a comprender lo aprendido en la clase teórica a través de la práctica en el laboratorio” (Piarpuezán Quintanchala, 2013 p. 24).

Tanto la Física como la Matemática, han sido las ciencias más importantes a lo largo de toda la historia de la humanidad, ya sea en los avances científicos o tecnológicos como en el diario vivir, estas se encuentran a pequeña, mediana o gran escala. (Mairena, et al., 2023, p. 49)

La elaboración del prototipo experimental se podrá usar como estrategia metodológica para la demostración del principio de Pascal, debido a que permite que el estudiante pueda analizar y manipular el producto, para luego establecer conclusiones con lo ocurrido durante la clase práctica y relacionarlo a la vida cotidiana. Como indican Herrera Castrillo y Córdoba Fuentes (2023) “A través de la realización de experimentos se analiza la construcción e interpretación de gráficas a partir de datos obtenidos en el desarrollo de Trabajos Prácticos Experimentales y la relación entre variables” (p. 5).

Existen pocos estudios que junten la terna principio de Pascal, integral y vector a través del trabajo experimental; por lo general, estos aspectos se trabajan de manera separada, o bien, solo se aborda la experimentación sin hacer uso de la parte matemática para lograr una demostración práctica y teórica. Algunas tesis que toman la parte hidráulica para la realización de cálculos son las realizadas por Bustán Rojas (2004), que plantea el diseño y construcción de una presa hidráulica, donde se realizan los cálculos de selección y verificación del cilindro hidráulico, la comprobación del tornillo de avance, cuerpo de la presa, donde utilizaron tablas, catálogos y normas de aceros para el correcto diseño de los diferentes elementos que conforman la maquinaria. Por su lado, Piarpuezán Quintanchala (2013), aborda el diseño y construcción de un equipo autónomo de laboratorio para la realización de prácticas estudiantiles, donde se establece el valor numérico de la presión a través de tubos piezométricos o a través de manómetros de caja instalados a diferentes alturas en equipo de laboratorio.

Existen algunas investigaciones relacionadas al estudio que se describe en este artículo, que incorporan elementos didácticos como la importancia de la aplicación del trabajo experimental, componente esencial en la enseñanza de la física presentado por Carvajal Rueda y Franco Cano (2008); se brindan fundamentos teóricos basados en el constructivismo y aprendizaje significativo, para la correcta implementación de prácticas de laboratorio y el análisis de principios físicos.

También, Quiroga López (2022) realizó un estudio sobre el uso de laboratorios no convencionales para la enseñanza de la Mecánica de Fluidos. Este basa su propuesta en el uso de materiales de fácil acceso y el aprendizaje significativo, no busca la realización de cálculos, solo da a conocer la relación de la teoría con la práctica con experimentos sencillos.

En Nicaragua existen varios estudios referente a las prácticas experimentales, pero no se encontró ninguna tesis enfocada en el principio de Pascal; la mayoría son en educación secundaria, a saber:

- Prácticas de laboratorio como estrategia metodológica que faciliten el aprendizaje de la unidad electromagnetismo, de Molina Rugama y Vindel Méndez (2022).
- Prácticas de laboratorio para el aprendizaje del contenido: Espejos planos y esféricos, de Meneses Castillo, et al. (2020).
- Prácticas de laboratorio como estrategias metodológicas para el aprendizaje de la unidad Movimiento Armónico Simple con estudiantes de décimo grado, de Palacios Armas, et al. (2020).
- Validación de prácticas de laboratorio como estrategia metodológica que faciliten el aprendizaje del contenido reflexión de la luz en estudiantes de undécimo grado, de Talavera Martínez, et al. (2017).
- Propuesta didáctica de prácticas de laboratorio en la unidad de movimiento circular uniforme en décimo grado, de Cruz Acuña, et al. (2016).
- Validación de prácticas de laboratorio como estrategias de aprendizaje para el desarrollo de la unidad movimiento ondulatorio con estudiantes de undécimo grado, de Meneses Rayo, et al. (2016).
- Implementación de prácticas de laboratorios en el principio de conservación de la energía en estudiantes de décimo grado, de Benavides Salgado y Calero (2015).
- Experimentación de prácticas de laboratorio del movimiento rectilíneo para el aprendizaje significativo de los estudiantes de los décimos grados, de Canales Flores y Torres Orozco (2013).
- Aplicación de prácticas de laboratorio sobre el contenido de electromagnetismo, en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de undécimo grado, de Martínez Sandoval y Jiménez (2011)

Los diez estudios antes mencionados, hacen referencia a la importancia de validación y aplicación de prácticas experimentales, aunque desde un punto de vista didáctico. Es decir, utilizan material reciclado, sin tomar en cuenta los cálculos matemáticos o demostraciones de cada fenómeno, solo se ve su aplicabilidad de manera sencilla. Por ello, este estudio constituye el primero en su tipo en Nicaragua, que contribuirá a la docencia universitaria brinde a los estudiantes métodos de demostración prácticos y teóricos, aplicando cálculo y álgebra aprendidos.

La práctica experimental favorece y promueve el aprendizaje no solo de la Física y Matemática, sino que de cualquier tema que se requiera: campo de los fluidos, por ejemplo, en tanto permite a otros investigadores cuestionar sus saberes y confrontarlos con la realidad. Además, protagonistas y otros amantes de la temática, ponen en juego sus conocimientos previos y los verifica mediante la aplicación del prototipo.

La trascendencia de esta investigación radica en diseñar un prototipo de carácter práctico para la comunidad educativa y otros lectores o investigadores del tema de mecánica de los líquidos y la aplicación de integrales definidas y vectores.

Referente Teórico

A continuación, se muestra el referente teórico sobre aspectos matemáticos (cálculo y álgebra), el principio de Pascal, trabajo práctico experimental e importancia en el aprendizaje, las dificultades que presentan los estudiantes sobre el principio de Pascal y la evaluación de los aprendizajes.

Cálculo Integral

El Cálculo Integral es una rama de las Matemáticas con más aplicaciones, en diversas áreas del conocimiento ya que permite plantear modelos que resuelven problemas surgidos del diario vivir del ser humano, mediante la cual puede analizar cualitativa y cuantitativamente los diferentes fenómenos que se le presenten en su entorno cotidiano y profesional. (García et al., 2021, p.2)

Integrales definidas

El proceso de integración es el inverso a la derivación. Esta se utiliza a menudo para calcular el área bajo una gráfica. Existen integrales definidas e indefinidas.

Zill (1987) plantea que: “Sea f , una función definida en un intervalo $[a, b]$. Entonces la integral definida de f de a a b , denotada por $\int_a^b f(x) dx$, se define como:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|p\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \Delta x_k \quad (\text{p. 274}). \quad (1)$$

Sin embargo, existe una segunda forma para plantear el teorema fundamental del cálculo. Zill (1987), lo escribe de la siguiente manera: “Sea f continua en $[a, b]$, y F cualquier función para la cual $F'(x) = f(x)$. Entonces

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad (\text{p. 284}). \quad (2)$$

Integrales de superficie

Según Leiva (2022), sea S una superficie determinada por la superficie de nivel $h(x, y, z) = c \Leftrightarrow z = g(x, y)$ y sea R su proyección en el plano x, y , donde R es sobre una región plana cerrada y acotada. Si $g, \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}$ son continuas en R y f es continua en S , entonces la integral de superficie de f respecto a S es



$$\iint_S f(x, y, z) dS = \iint_R f(x, y, g(x, y)) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} dA \quad (3)$$

Por lo tanto, si $f(x, y, z) = 1$, se tiene que

$$\iint_S dS = \iint_R \sqrt{1 + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} dA = \text{al área de la superficie de } S \text{ (p. 1)} \quad (4)$$

Vectores

Según Zill (1987), “En la ciencia y la ingeniería, se distinguen dos clases importantes de cantidades, escalares y vectores. (...), Un vector por otra parte, se describe usualmente como una cantidad que tiene tanto magnitud como dirección” (p.660).

Un *vector* en álgebra lineal es un elemento de un *espacio vectorial*. Un espacio vectorial es una *estructura algebraica* muy usada por matemáticos, científicos, informáticos e ingenieros debido a su gran variedad de aplicaciones. Una evidencia de su gran variedad de aplicaciones se puede encontrar en la existencia de imágenes vectoriales; estas guardan una estrecha relación con el concepto matemático de vector. (Martínez, 2021, p. 3)

Principio de Pascal

El principio de Pascal es una ley enunciada por el físico y matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), que se resume en la frase: *La presión ejercida sobre la superficie de un líquido contenido en un recipiente cerrado se transmite a todos los puntos del mismo (sic) con la misma intensidad*. La presión en todo el fluido es constante. Esta frase que resume de forma tan breve y concisa la ley de Pascal da por supuesto que el fluido está encerrado en algún recipiente, que el fluido es incompresible... El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma presión. También se pueden ver aplicaciones del principio de Pascal en los brazos hidráulicos, puentes hidráulicos, gato hidráulico y camiones de volteo. (Rivera Rodríguez, 2013, p. 25).

Dificultades en el Aprendizaje del Principio de Pascal

El principio de Pascal es una temática que se estudia desde la educación secundaria, pero en esta solo se ve la parte teórica y algunas aplicaciones, sin tomar en cuenta aspectos de su demostración de manera práctica. En el caso de la educación superior, que es la de interés en esta investigación, las principales dificultades observadas son:

- Poco manejo del integrales y campo vectoriales
- Dificultades en la comprensión de las aplicaciones del principio de Pascal
- Poco interés de los estudiantes por aprender sobre la demostración del principio en estudio.

Prototipo de trabajo experimental

Un prototipo es un primer modelo que sirve como representación o simulación del producto final, que nos permite verificar el diseño y confirmar que cuenta con las características específicas planteada. Sin embargo, para tener mejores resultados se recomienda tomar en cuenta ciertas consideraciones, así como procesos, elementos y diferentes herramientas que ayuden a plasmar lo mejor posible la propuesta de producto o servicio. (Angeles-Angeles, 2020, p. 33).

En otros términos, un prototipo de trabajo experimental se define como un modelo creado a partir de algún postulado físico, con el fin de demostrarlo en la práctica. Se rige por los pasos del método científico, y sigue una serie de procedimientos que aseguran el buen funcionamiento del mismo.

Importancia de Prototipo de trabajo experimental

El uso de los prototipos en el área de ciencias físicas aplicadas, evidencian ventajas significativas para la comprensión de fenómenos y la definición apropiada de conceptos, además de su aplicabilidad en los contextos y la importancia que tiene en las ciencias experimentales.

La utilización de prototipos en la enseñanza de las ciencias, permite la comprensión y profundización de los conceptos que están involucrados en los fenómenos que se estudian, y contribuyen al desarrollo de habilidades necesarias para la aplicación del método científico. El uso de prototipos va más allá de la transmisión de los contenidos, favoreciendo el proceso de aprendizaje (Duarte et al., 2007).

Evaluación

Según Moras (2004):

La evaluación se puede entender de diversas maneras, dependiendo de las necesidades, propósitos u objetivos de la institución educativa, tales como: el control y la medición, el enjuiciamiento de la validez del objetivo, la rendición de cuentas, por citar algunos propósitos (p.2)

Rúbrica de evaluación

Beltrán (2021) en su video conferencia en el portal de YouTube, afirma que la rúbrica de evaluación es un tipo de instrumento de evaluación, la cual muestra los aprendizajes reales del alumno y cuál es el nivel de alcance y de apropiación de conocimientos. Permite además orientar la evaluación de los aprendizajes y ayudan a observar cuales son los conocimientos reales de cada alumno; igual son una guía para los estudiantes, ya que entienden, al ver las rúbricas, cómo será evaluado, qué y para qué se evaluará, los criterios que se usarán para evaluarlo y los niveles de desempeño que se pueden alcanzar.

MATERIALES Y MÉTODOS

Enfoque

Al respecto, Grimaldo (2009) plantea que:

La metodología cualitativa se aplica a estudios a nivel micro, por lo que normalmente intenta profundizar más en la situación objeto de estudio. En este sentido deberá existir un equilibrio entre la precisión, alcance y el enfoque para explicar el universo que estudia. (p. 6)

El análisis de los alcances de este trabajo permite concluir que es esencialmente un estudio descriptivo.

La investigación descriptiva tiene el propósito de describir sistemáticamente los hechos y características de una población dada o de un área de interés, busca descubrirlos, analizar el significado y la importancia de estos, su aparición, frecuencia y desarrollo. Mide, clasifica, interpreta y evalúa proporcionando, de este modo, información sistemática y comparable con las otras fuentes. (Valdivia y Blandón, 2014, p. 59).

Según la profundidad u objetivo, el alcance de esta investigación es descriptiva, es decir, permite comprender la interpretación y análisis de los hechos, situaciones, vivencias, actitudes predominantes, circunstancias y experiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Paradigma

Esta investigación se enmarca en el paradigma Interpretativo, pues, como lo señala Zavala y Salinas (2017), se pretende "comprender e interpretar la realidad, los significados y las intenciones de las personas" (p. 295). En este estudio, fue la comprensión de un prototipo experimental para aplicar el cálculo de presión de fluidos con integrales.

Participantes

El presente estudio se realizó en el curso de Graduación de Profesor de Educación Media (PEM), con 41 participantes, 23 mujeres y 18 varones, los cuales desarrollaron investigaciones sobre las siguientes temáticas:

- Estudio de Integrales en Propiedades de los Fluidos con un Análisis Vectorial.
- Uso de Simuladores y Asistente Matemático en la Demostración de Ecuaciones de Mecánica de Fluidos al Aplicarse Integrales y Espacios Vectoriales.
- Prototipos de Trabajo Práctico Experimental para la Demostración de Ecuaciones del Mecánica de Fluidos al Aplicarse Integrales y Espacios Vectoriales.

También se tomaron como sujetos de investigación los diferentes libros, artículos y fuentes consultadas, en torno a la temática General "Prototipo de Trabajo Práctico Experimental para la

demostración de Ecuaciones de Mecánica de Fluidos al Aplicarse integrales y espacios vectoriales”.

Instrumento de recogida de datos

En el trabajo realizado no se aplicaron entrevistas ni encuestas, sino que se utilizó “la guía de levantamiento de información documental” (Herrera Castrillo, 2023, p. 36). Este análisis documental se realizó mediante diferentes fuentes, principalmente libros y tesis.

El análisis documental constituye un proceso ideado por el individuo como medio para organizar y representar el conocimiento registrado en los documentos, cuyo índice de producción excede sus posibilidades de lectura y captura la acción de este proceso; se centra en el análisis y síntesis de los datos plasmados en dichos soportes mediante la aplicación de lineamientos o normativas de tipo lingüístico; a través de las cuales se extrae el contenido sustantivo que puede corresponder a un término concreto o a conjuntos de ellos tomados aisladamente, o reunidos en construcciones discursivas. Por consiguiente, su finalidad es facilitar la aproximación cognitiva del sujeto al contenido de las fuentes de información. (Peña y Pirela, 2007, p. 59).

La recolección de datos es el proceso de recopilación y medición de información sobre variable establecida de manera sistemática, que permita obtener repuestas relevantes, probar hipótesis y evaluar resultados. Además, este paso se completa de acuerdo a fuentes primarias y secundarias además de ser seguras y confiable (documentos, PDF, revistas) y la recolección secundaria se establece con información de fuentes confiables, la información utilizada en esta investigación contiene fuentes tanto primarias como secundarias debido a que la información no siempre es precisa a lo hora de citar.

En total se consultaron 24 tesis de nivel de licenciatura, 10 nacionales (obtenidas del repositorio del CNU²) y 14 obtenidas de google académico, las cuales abordan el trabajo experimental, su aplicación y validación, que resultaron útiles a este estudio, para poder hacer la propuesta de un dispositivo experimental.

Análisis de la información

La recolección de información se realiza de manera inductiva con el objetivo de lograr una mayor efectividad en la obtención de datos precisos y concisos. Para ello, se indaga en diversas fuentes analíticas como documentos, libros electrónicos, PDF, vídeos, entre otros, con el propósito de proyectar diferentes puntos de vista y organizar la información de manera adecuada. Se considera el sitio de búsqueda de la información, el autor, el año de publicación y el momento en que se realizó la investigación para garantizar la calidad y relevancia de los datos obtenidos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se lleva a cabo el análisis de los objetivos planteados en el estudio, para lo cual se utilizó una guía de levantamiento de información documental como instrumento de recolección de

² Consejo Nacional de Universidades de Nicaragua



datos. Se analizaron un total de 24 trabajos de grado relacionados con experimentación. Además, se describe el diseño de un prototipo experimental y se presenta una rúbrica que permite evaluar cada uno de los aspectos contemplados en el desarrollo de la investigación.

Algunos de los aspectos teóricos básicos que se lograron establecer de las diferentes fuentes bibliográficas consultadas son los siguientes:



Figura 1. Aspectos teóricos para la construcción de un prototipo experimental

Las definiciones básicas de integral definida y vectores son fundamentales para comprender la demostración del principio de Pascal en un entorno educativo, donde es necesario evaluar los resultados. En cuanto a la enseñanza del Cálculo, Artigue (2003) comenta que la situación actual se caracteriza por un sentimiento general de crisis que, aunque no sea percibido de la misma manera, sí parece trascender las diferencias culturales y que las dificultades en el aprendizaje no han cambiado de manera sustancial.

Para Salinas y Alanís (2009) “Estudios de reconocidos investigadores sobre la problemática de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo nos permiten reconocer un paradigma tradicional de enseñanza” (p. 355), lo que hace que una propuesta, enfocada en una de las aplicaciones de las integrales en mecánica de fluidos, ayude a la mejora del aprendizaje de integrales definidas, de superficie y de línea. Tomando en cuenta lo que plantean Muñoz Vallecillo et al., (2023) “La científicidad de los contenidos siempre será una base fundamental para el desarrollo de habilidades básicas en el campo de la Física y la Matemática” (p. 49)

“Un obstáculo que los estudiantes encuentran en la resolución de problemas, suele estar en la dificultad de hacer conscientes y explícitos cuál es el sistema bajo estudio y cómo éste es modelado” (Sierra Vite, 2011, p. 26). Con el estudio de los vectores se puede modelar matemáticamente el fenómeno físico en estudio, al tratarse de la construcción de un dispositivo experimental, por lo general los vectores se representan con “líneas” hechas de papel o marcador, para así hacer las proyecciones necesarias, para llevar ese concepto abstracto a la realidad, para ayudar en la resolución de problemas de manera práctica.

“Los guiones de laboratorio proporcionan a los estudiantes y docente una guía paso a paso del proceso de trabajo experimental y fortalece el desarrollo de un aprendizaje significativo, alcanzando los objetivos propuestos en los guiones de laboratorio” (Molina Rugama y Vindel Méndez, 2022, p. 59). Por ello, la propuesta de dispositivos experimentales ayudará al proceso enseñanza-aprendizaje a nivel universitario, dando las herramientas y pautas necesarias para interpretar, analizar y evaluar lo aprendido. Como indican Delgadillo Tijerino et al., (2023) “el análisis de aspectos teóricos investigados es de gran importancia y aporte para el tema de estudio; la construcción de un prototipo de trabajo práctico experimental llevó un largo procedimiento” (p. 72).

El análisis de diversas fuentes bibliográficas proporciona las bases conceptuales necesarias para la realización de propuestas, como la construcción de un prototipo de trabajo experimental para demostrar el principio de Pascal mediante la aplicación de integrales y vectores. A continuación, se presenta dicha propuesta:

Para la construcción del prototipo experimental que demostrara el principio de Pascal se siguieron diversos pasos. En primer lugar, se consideró cómo se podría demostrar dicho principio en el artefacto. Asimismo, se tuvo en cuenta las medidas necesarias para la elaboración del brazo, la muñeca y la base que fijaría el prototipo, teniendo presente la morfología de la robótica.



Figura 2. Estructura para la elaboración del trabajo práctico experimental

Las partes del producto construido fueron elaboradas con cartón, para concientizar el uso de material reciclado. Esto es clave en los procesos de aprendizaje, porque los estudiantes no incurren en gastos y les permite adquirir conocimientos científicos a bajo costo.

El principio de Pascal o ley de Pascal establece que un cambio en la presión de un fluido confinado en cualquiera de sus puntos es transmitido sin alteración a todos los demás puntos dentro del fluido.

Este principio fue descubierto por el científico francés Blaise Pascal (1623 – 1662). “Debido a la trascendencia de los aportes hechos por Pascal a la ciencia, se ha nombrado en su honor la unidad de presión en el Sistema Internacional”. (Bauer y Westfall, 2011, p. 3).

$$P = F_1 / A_1 = F_2 / A_2 \tag{5}$$

Materiales del trabajo práctico experimental (cantidades y medidas):

Tabla 1. Materiales y herramientas, para la construcción del trabajo práctico experimental

| Materiales | Herramientas |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Jeringas de 25 ml a 10 ml (2 de 25 ml y 6 de 10 ml) ▪ Manguera larga delgada (70cm, 43cm, 38cm y 33cm) ▪ Piezas de cartón con diferentes medidas. ▪ Palos de brocheta (6) ▪ Pajilla (3). | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cúter ▪ Pistola de silicona ▪ Barras de silicona ▪ Silicón líquido ▪ Tijera, regla, tenaza y marcador |

Procedimientos

Para la construcción de este prototipo se utilizaron 6 jeringas de 10 ml ($1 \cdot 10^{-7} m^3$) y 2 jeringas de 25 ml ($2,5 \cdot 10^{-7} m^3$). Se utilizó manguera delgada, para unir las jeringas. La primera pareja tiene un largo de 70 cm (0,70 m), la segunda pareja un largo de 38 cm (0,38 m), la tercer pareja un largo de 33 cm (0,33 m) y la cuarta pareja tiene un largo de 43 cm (0,43 m).

Se utiliza una caja como base para el prototipo, se pega con silicona uno de los extremos de las jeringas ordenadamente. Con una taza de agua se llenan las cuatro jeringas que están pegadas a la base de cartón de esta forma, es importante sellarlas para que no tengan fuga. Utilizar pajilla y recortarla en cuatro piezas con las siguientes medidas: 5 cm (0,05 m), dos de 4 cm (0,04 m) y una de 2 cm (0,02 m) y con silicona se pegan en las puntas de las jeringas.

Con un clavo se perfora un agujero en todo el émbolo de la jeringa de manguera pequeña y la jeringa de manguera larga de 70 cm (0,70 m); con una puntilla o clavo se perforan dos agujeros al émbolo. Se toma un trozo de manguera que se cortará en trocitos, los cuales se usarán para reforzar el prototipo.

Para la estructura se elaborarán las siguientes figuras con cartón: de $4 \times 20 \times 9 cm$ ($0,04 \times 0,20 \times 0,09 m$), un dúo $6 \times 10 cm$ ($0,06 \times 0,10 m$) y $10 \times 9 cm$ ($0,10 \times 0,09 m$), luego con un cúter se cortan las piezas. A la pieza de $6 \times 10 cm$ ($0,06 \times 0,10 m$) se recorta creando una figura en forma de L, la que se pegará atrás de una de nuestras primeras piezas de $4 \times 20 \times 9 cm$ ($0,04 \times 0,20 \times 0,09 m$) con silicona. Para finalizar pegamos nuestra pieza de 10×9 bajo nuestra estructura, con un trozo de pajilla se pega detrás de la estructura, cortar dos pedacitos de 2 cm (0,02 m) de largo de un palito de brocheta y se pegan a un lado de la estructura.

En otra lámina de cartón se dibuja y recortan las siguientes figuras rectangulares: de $2 \times 25 cm$ ($0,02 \times 0,25 m$) y de $2 \times 34 cm$ ($0,02 \times 0,34$). Dando como resultado cuatro listones de cartón. A los cuales se les marcará los siguientes puntos: a los listones más pequeños se le marca el punto a 1 cm (0,01 m), el segundo a 7 cm (0,07 m), el tercero a 3,5 cm (0,04 m), del segundo y el cuarto a 3,5 cm (0,04 m) del tercer punto. A los listones más largos se marca los

siguientes puntos: uno a 0,5 cm (0,05 m), el siguiente a 28 cm (0,28 m) y el último a 33 cm (0,33 m).

Se marcan los siguientes puntos a la estructura uno a 8 cm (0,08 m) de alto y otro a 2 cm (0,02 m) de la parte superior y hacer lo mismo en ambos lados, ahora se perforan todos los puntos.

A continuación, se procede a atravesar un trozo de palo de brocheta de 7 cm (0,07 m) en uno de los agujeros de la estructura, se hace lo mismo en la parte superior; aquí se pondrán los listones cortos, agregando un trozo de pajilla en medio para colocar perfectamente ambos listones, por último, se ubicará trocitos de manguera en los extremos del palo de brocheta. Ubicar un palo de brocheta largo sobre nuestra base de cartón, de modo que este pase por la pajilla que se colocó detrás de la estructura y que de esta manera empiece a tener movimiento.

Introducir la jeringa de 33 cm (0,33 m) dentro de la estructura y asegurarla con un palo de brocheta y colocar trocitos de mangueras a los lados. Para el siguiente paso, colocar el palo de brocheta en el émbolo de la jeringa. Se introducirán los siguientes listones en la estructura, agregando un trozo de pajilla para unir ambos listones; en el siguiente paso introducir la jeringa de 38 cm (0,38 m) y que se sujeta con un palito de brocheta.

Para el siguiente paso se utiliza un palito de brocheta de 2 cm (0,02 m) con dos trocitos de manguera y se introduce en un agujero de un listón largo. Luego, utilizando ese palito ubicando ambos listones largos en el émbolo de la jeringa de 38 cm (0,38 m), agregar dos trozos de manguera en los extremos. Ahora, utilizando un palito de brocheta de 6 cm se coloca en un agujero de uno de los listones cortos, se introduce la jeringa con trocitos de manguera más larga de 70 cm (0,70 m); también se introduce el palito de brocheta en la pajilla pegada a la punta de la jeringa. Para finalizar, se utiliza un palito de brocheta de 5 cm (0,05 m) con dos mangueras y un trozo de pajilla para ponerlo en uno de los agujeros de los listones largos.

Como paso final, recortar las siguientes figuras: de $5,5 \times 4 \times 4 \times 8$ cm (0,06 × 0,04 × 0,08 m), 5×5 cm (0,05 × 0,05 m) y $6 \times 8 \times 1$ cm (0,06 × 0,08 × 0,01 m); se perfora unos agujeros en la pieza en forma de gancho de $5,5 \times 4 \times 4 \times 8$ cm (0,06 × 0,04 × 0,08 m), ahora a dos trozos de alambre de 5 cm (0,05 m), se doblan y se introducen en las piezas similares a un gancho. Se toma la pieza en forma triangular de $6 \times 8 \times 1$ cm (0,06 × 0,08 × 0,01 m) y se introduce en la pieza en forma de gancho, ajustando con dos trozos de palos de brocheta en los agujeros y unos trocitos de manguera. Se cortan las siguientes figuras: de 5×1 cm (0,05 × 0,01 m), se doblan y se colocan en los ganchos, usando un trozo de palo de brocheta para sujetarla.

Ahora, simplemente se pega en la estructura con silicona y que los otros extremos de los alambres encajen en los agujeros que se realizaron a las jeringas con la manguera de 70 cm (0,70 m). Para la parte final, se ejecuta la última pieza de cartón de 5 × 5 cm (0,05 × 0,05 m), se pega al lado de la estructura y se le atraviesa un palo de brocheta, luego se agrega la última jeringa con manguera de 43 cm (0,43 m). Ahora se tiene total movilidad en el brazo hidráulico, aunque al principio cuesta aprender a movilizarlo. Es fácil y divertido.



Figura 3. Prototipo final, presentación y explicación del mismo

Es fundamental evaluar cualquier propuesta que se presente, con este propósito se diseñó una rúbrica de evaluación que permita valorar el trabajo realizado de aplicación de la integral definida para el cálculo de la presión en fluidos, como se presenta en el trabajo experimental.

Para la construcción de la rúbrica se tomaron aspectos que sirvan para la evaluación del trabajo llevado a cabo, teniendo en cuenta los parámetros que llevan una rúbrica, el uso que esta tiene y su finalidad. En dicho apartado se considera relevante la estructura que debe tener la investigación abordada de acuerdo con la portada, tema, objetivos, índice de páginas, introducción, referente teórico, entre otros aspectos que encontraran en este documento. Como indican López et al., (2023), la rúbrica “es un instrumento idóneo para valorar los aprendizajes” (p. 40).

CONCLUSIONES

- Al iniciar este trabajo de investigación se tuvo en consideración que, para poder demostrar el principio de Pascal, se debe conocer las definiciones básicas de acuerdo al bosquejo planteado en el referente teórico, para poder construir un prototipo experimental que pueda demostrar dicho principio, además de tener en cuenta la viabilidad de la información que se recolecta para el sustento de este trabajo.
- A partir del trabajo práctico experimental, se logra relacionar la teoría con la práctica, lo cual es de vital importancia en educación superior, ya que da pautas a los universitarios para

construir su propio aprendizaje y desarrollar competencias básicas para enfrentarse al mundo laboral.

- A la hora de construir el prototipo experimental, se tiene en cuenta la viabilidad del artefacto que sirva como base para la demostración del principio de Pascal: *al ejercer una presión sobre un fluido que este dentro de un recipiente este se propagara con igual intensidad en todas las direcciones*. El producto construido se adaptó para la demostración del principio y poder explicar la teoría y la práctica. Además, se tomó en cuenta la morfología de la robótica que se aplica en el prototipo.
- Para la construcción de la rúbrica se tomó en cuenta los aspectos que contiene este documento desde la portada, índice, introducción, referente teórico, entre otros aspectos, para que sea evaluado de acuerdo con dichas rúbricas que cuenta con todos los elementos necesarios en cada capítulo de este trabajo investigativo.

CONFLICTO DE INTERESES: No existen conflictos de intereses

REFERENCIAS

- Angeles-Angeles, F. (2020). Prototipo. *Revista Con-Ciencia Boletín Científico De La Escuela Preparatoria*, 7(13), 33-34. Prototipo: <https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa3/article/view/5198>
- Artigue, M. (2002). Reaction. Learning and teaching analysis: What can we learn from the past in order. *One hundred years of l'enseignement mathématique: moments of mathematics education century*, 39(1), 211-223. <https://doi.org/https://doi.org/10.1023/A:1022103903080>
- Bauer, W., y Westfall, G. D. (2011). *Física para ingeniería y Ciencias*. Mc GrawHill. https://www.academia.edu/42205096/Fisica_para_ciencias_e_ingenieria_Vol_1_Bauer_Westfall
- Beltrán, G. V. (4 de junio de 2021). Rúbricas de Evaluación: ¿Qué son y Cómo elaborarlas? *Rúbricas de Evaluación: ¿Qué son y Cómo elaborarlas?* (Magisterio tv, Ed.) youtube. Retrieved 20 de septiembre de 2022, from magisterio tv: <https://www.youtube.com/watch?v=q-c6jeHm4NA>
- Benavides Salgado, E., y Calero, N. I. (2015). *Implementación de prácticas de laboratorios en el principio de conservación de la energía en estudiantes de décimo grado A del Instituto Nacional "Profesor Guillermo Cano Balladares" del municipio de Estelí*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/16445/>
- Bustán Rojas, W. M. (2004). *Cálculo y diseño de una presa Hidráulica especializada en el cambio de pines y bujes en cadena de Maquinaria Pesada*. Universidad Nacional de Loja. <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/16574/1/Bust%C3%A1n%20Rojas%2C%20Wilson%20Manuel.pdf>



- Canales Flores, S. K., y Torres Orozco, M. I. (2013). *Experimentación de prácticas de laboratorio del movimiento rectilíneo para el aprendizaje significativo de los estudiantes de los décimos grados A en el Instituto Profesor Guillermo Cano Balladares y Colegio Nuestra Señora del Rosario*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/15695/>
- Carvajal Rueda, H. M., y Franco Cano, E. J. (2008). *Importancia de la aplicación del trabajo experimental como componente esencial en la enseñanza de la física*. Universidad de Antioquia. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/22654/1/CarvajalHector_2008_TrabajoExperimentalEnse%C3%B1anza.pdf
- Cruz Acuña, N. P., Castillo Loaisiga, Y. M., y Castillo Jiménez, I. F. (2016). *Propuesta didáctica de prácticas de laboratorio en la unidad de movimiento circular uniforme en décimo grado "A" matutino y "B" vespertino del Instituto Nacional Palacagüina en el primer semestre del año 2016*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/7450/>
- Delgadillo Tijerino, E. L., Torrez Silva, X. M., Espinoza Martínez, E. D., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración de la ecuación de Euler y el principio de conservación de la energía al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC*, 6(2), 61-73. <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/212>
- Duarte, J. E., Gutiérrez, J., y Morales, F. (2007). Desarrollo de un prototipo didáctico como alternativa pedagógica para la enseñanza del concepto de inducción electromagnética. *redalyc.org*, 77-83.
- García, A., Villatoro, T., y Palacios, E. (Enero de 2021). *Guía Didáctica Cálculo Integral*. Retrieved 8 de Diciembre de 2022, from <https://www.cobach.edu.mx/doctos/guias-academicas-propedeuticas/calculo-integral.pdf>
- Grimaldo Muchotrigo, M. (2009). Investigación cualitativa. *Manual de la investigación en psicología*. <https://n9.cl/2bpnc>
- Herrera Castrillo, C. J. (2023). Interdisciplinariedad a través de la Investigación en Matemática y Física. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 15(1), 31-45. <https://doi.org/https://doi.org/10.46219/rechiem.v15i1.126>
- Herrera Castrillo, C. J., y Córdoba Fuentes, D. J. (2023). Competencias Científicas y Tecnológicas en el Trabajo Práctico Experimental de Electricidad. *Revista Multi-Ensayos*, 9(17), 3–18. <https://doi.org/https://doi.org/10.5377/multiensayos.v9i17.15737>
- Leiva, A. G. (2022). *Integral de superficie*. [http://www.academia.edu/integral de superficie](http://www.academia.edu/integral-de-superficie)
- López López, L. J., Rivera Díaz, R. E., Carrasco Sánchez, S. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en

- un campo vectorial. *Revista Ciencia E Interculturalidad*, 32(1), 23-42. <https://doi.org/https://doi.org/https://doi.org/10.5377/rci.v32i01.16232>
- Mairena Mairena, F. J., Zeledón Mairena, Y. N., Gutiérrez Herrera, A. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de Trabajo Práctico Experimental en la Demostración de existencia de Fluidos Miscibles desde el Cálculo Vectorial. *Revista Torreón Universitario*, 12(34), 48-61. <https://doi.org/https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16340>
- Mairena Molina, E. M., y Barrios, F. J. (2015). *Programa de Asignatura Estructura de la Materia*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua UNAN - Managua.
- Martínez Sandoval, T. R., y Jiménez, W. A. (2011). *Aplicación de prácticas de laboratorio sobre el contenido de electromagnetismo, en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de undécimo grado, en el colegio Rafael María Fabretto Michely, durante el segundo semestre del año dos mil doce*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/1060/>
- Martínez, A. (20 de Agosto de 2021). *Explicación de los 10 axiomas de los espacios vectoriales*. Disertaciones Matemáticas sobre el color: <https://www.dmsc.es/todas/docencia/espacios-vectoriales/explicacion-de-los-axiomas-de-los-vectores-en-algebra/>
- Meneses Castillo, J. E., Mendiola Vanegas, S. E., y Acevedo Pérez, S. M. (2020). *Prácticas de laboratorio para el aprendizaje del contenido: Espejos planos y esféricos*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/12978/12/20115.pdf>
- Meneses Rayo, A. N., Rivera Flores, G. F., y Alvarado Leiva, E. G. (2016). *Validación de prácticas de laboratorio como estrategias de aprendizaje para el desarrollo de la unidad movimiento ondulatorio, con estudiantes de undécimo grado matutino de los Institutos Nacionales Edmundo Matamoros y José Santos Rivera*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/7431/>
- Molina Rugama, M. S., y Vindel Méndez, M. I. (2022). *Prácticas de laboratorio como estrategia metodológica que faciliten el aprendizaje de la unidad electromagnetismo*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/18836/1/20549.pdf>
- Moras, A. (2004). "Actualidades Investigativas en Educación". *Evaluación educativa: CONCEPTO, PERÍODOS Y MODELOS*, 1-28.
- Muñoz Vallecillo, L. O., Martínez González, Y. Y., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Uso de simuladores y asistente matemático en la demostración del principio de Pascal al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica*, 2(6), 48-60. <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/214>

- Palacios Armas, K. J., Gutiérrez Pineda, Z., y Cruz Castellón, M. O. (2020). *Prácticas de laboratorio como estrategias metodológicas para el aprendizaje de la unidad Movimiento Armónico Simple con estudiantes de décimo grado*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/16352/1/20322.pdf>
- Peña Vera, T., y Pirela Morillo, J. (2007). La complejidad del análisis documental. *Revista Información, cultura y sociedad*, 55-81. Retrieved 24 de Diciembre de 2022, from <http://www.scielo.org.ar/pdf/ics/n16/n16a04.pdf>
- Piarpuezán Quintanchala, M. S. (2013). Diseño y construcción de un equipo autónomo de Laboratorio para la realización de prácticas estudiantiles sobre el Principio de Pascal. *Trabajo de Graduación Previo a la Obtención del Título de Ingeniero Civil*. Universidad Central del Ecuador. <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/1235>
- Quiroga López, F. (2022). *Uso de laboratorios no convencionales para la enseñanza de la Mecánica de Fluidos*. Universidad Católica de Manizales. https://repositorio.ucm.edu.co/jspui/bitstream/10839/4048/1/QuirogaLopezFederico_2022_LMYF.TG.pdf
- Rivera Rodríguez, D. A. (2013). Aprendamos el Principio de Pascal de una forma divertida. *RED Nacional de Actividades Juveniles en Ciencia y Tecnología | Un mar de Ideas Creando Olas de Conocimiento*, 25-27. <https://www.expociencias.net/assets/2014-un-mar-de-ideas.pdf#page=42>
- Salinas, P., y Alanís, J. A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(3), 355-382. <https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v12n3/v12n3a4.pdf>
- Sierra Vite, M. (2011). El desarrollo de competencias por medio de modelación para la materia de Física I en el tema de vectores. *Tesis que para obtener el grado de Maestría en Ciencias con Acentuación en Enseñanza de las ciencias*. Universidad Virtual | Escuela de Graduados en Educación. https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/570557/DocsTec_11505.pdf?sequence=1
- Talavera Martínez, F. A., Vílchez Balmaceda, Z. E., y Sobalvarro Sobalvarro, F. A. (2017). *Validación de prácticas de laboratorio como estrategia metodológica que faciliten el aprendizaje del contenido reflexión de la luz en estudiantes de undécimo grado del Colegio Público Profesora Cándida Miranda de Villa Chagüitillo del Municipio de Sébaco*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN Managua / FAREM Estelí. <https://repositorio.unan.edu.ni/9393/1/18757.pdf>
- Taylor, S. J., y Bogdan, R. (2001). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (3 ed.). Paidós Ibérica, S.A.

Valdivia González, V. M., y Blandón Dávila, M. E. (2014). *Documento Base-Metodología de la Investigación*. Estelí, Nicaragua: Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN-Managua), Facultad Regional Multidisciplinaria (FAREM-Estelí).

Zavala Arnal, C. M., y Salinas, J. R. (2017). La Interdisciplinaria En El Aula De Educación Secundaria: Una Investigación A Través De La Opinión Del Profesorado De Las Áreas De Música, Lengua Castellana Y Literatura, Y Ciencias Sociales. *European Scientific Journal*, 13(19), 281-291. Retrieved 29 de Diciembre de 2021, from <https://eujournal.org/index.php/esj/article/view/9637>

Zill, D. (1987). *Cálculo con geometría analítica*. Iberoamérica.

