MATH*unesa*
Jurnal Ilmiah Matematika
e-ISSN : 2716-506X | p-ISSN : 2301-9115

Volume 11 No 03
Tahun 2023

ANALISIS KESTABLAN MODEL MATEMATIKA KECANDUAN PORNOGRAFI DI KALANGAN PELAJAR DAN MAHASISWA

Ardian Nugraha Ramadani
Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Sirabaya
e-mail: ardian.19020@mhs.unesa.ac.id

Dimas Avian Maulana
Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Sirabaya
Penulis Korespondensi: dimasmaulana@unesa.ac.id

Abstrak

Internet yang menjadi sarana komunikasi dan interaksi yang utama bagi masyarakat dari berbagai kalangan telah membawa banyak perubahan dalam kehidupan sehari-hari manusia. Selain memberikan dampak positif, internet juga membawa dampak negatif terutama bagi perkembangan dan pertumbuhan otak remaja dan anak-anak terkait dengan masalah pornografi. Efek paparan yang paling banyak dirasakan adalah adiksi atau kecanduan. Kecanduan pornografi adalah perilaku yang tidak normal dimana seseprang mengalami kepuasasn seksual yang lebih banyak melalui literatur dan gambar-gambar pornografi. Pada penelitian ini akan direkonstruksi model matematika kecanduan pornografi dengan membagi menjadi empat populasi, yaitu individu yang rentan terhadap pornografi (S), individu yang terpapar pornografi (E), individu yang kecanduan pornografi (A), dan individu yang sembuh dari kecanduan pornografi (R). Berdasarkan model yang sudah direkonstruksi maka dihasilkan dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan dengan nilai $Z_0 = (\frac{\mu}{\kappa};0;0;0)$ dan titik kesetimbangan endemik dengan nilai Z_1 = (5,24; 1,55; 0,08; 20,4) selanjutnya dengan menuntukan bilangan reporoduksi dasar (R_0) dengan menggunakan Next Generation Matrix (NGM) dengan nilai $R_0 = \left(\frac{\beta\alpha\mu}{\kappa(\delta\gamma+\gamma+\alpha\delta+\alpha\gamma)}\right)$ dan mengalisis kestabilannya menggunakan nilai eigen dan kestabilan Routh-Hurwitz. Titik Kesetimbangan bebas kecanduan bersifat stabil asimtotik jika dan hanya jika $R_0 < 1$, sedangkan titik kesetimbangan endemik bersifat stabil asimtotik jika dan hanya jika $R_0 > 1$. Dilakukan simulasi numerik menggunakan python dengan nilai awal dan parameter dari data yang diambil dari kuisioner online. Hasil dari simulasi numerik didapatkan bahwa pada model kecanduan pornografi di kalangan pelajar dan mahasiswa terjadi endemik dengan nilai.$R_0 = 1.36$.
Kata Kunci: Bilangan reproduksi dasar (R_0), kecanduan pornografi, titik kesetimbangan bebas kecanduan, titik kesetimbangan endemik.

Abstract

The internet, which has become the main means of communication and interaction for people from all walks of life, has brought many changes in people's daily lives. In addition to having a positive impact, the internet also has a negative impact, especially on the development and growth of the brains of adolescents and children related to pornography. The most widely felt effect of exposure is addiction or addiction. Pornography addiction is an abnormal behavior in which a person experiences more sexual gratification through pornographic literature and images. In this study, a mathematical model of pornography addiction will be reconstructed by dividing it into four populations, namely individuals who are prone to pornography (S), individuals who are exposed to pornography (E), individuals who are addicted to pornography (A), and individuals who recover from pornography addiction (R). Based on the reconstructed model, two equilibrium points are produced, namely an addiction-free equilibrium point with a value of $Z_0 = (\frac{\mu}{\kappa};0;0;0)$ and an endemic equilibrium point with a value of Z_1 = (5,24; 1,55; 0,08; 20,4) then determines the basic reproduction number (R_0) using the Next Generation Matrix (NGM) with a value of $R_0 = (\frac{\beta\alpha\mu}{\kappa(\delta\gamma+\gamma+\alpha\delta+\alpha\gamma)})$ then analyzes its stability using eigenvalues and Routh-Hurwitz stability. The addiction-free equilibrium point is asymptotically stable if and only if $R_0 < 1$, while the endemic equilibrium point is asymptotically stable if and only if $R_0 > 1$. Numerical simulations were carried out using python with initial values and parameters from data taken from online questionnaires. The results of the numerical simulation found that in the model pornography addiction among students is endemic with a value of $R_0 = 1.36$.

Keywords: Basic reproduction number (R_0), pornography addiction, addiction-free equilibrium point, endemic equilibrium point.

PENDAHULUAN

Perkembangan Pesat ilmu pengetahuan, teknologi, teknik dan matematika (STEM) telah membawa banyak perubahan dalam kehidupan sehari-hari manusia, terutama setelah pandemic COVID-19. Peningkatan persentase penggunaan internet di Indonesia dari tahun 2018 sampai dengan tahun 2022 naik sebesar 12,12% dari 64,8% ke 77,02% (APJII,2020). Salah satu manfaat internet yang menjadi sarana komunikasi dan interaksi yang utama bagi masyarakat, selain memberikan dampak positif, internet juga membawa dampak negative terutama bagi perkembangan pelajar dan mahasiswa terkait masalah pornografi (Gustriani dan Putri, 2019).

Penelitian pada kasus pornografi menunjukkan bahwa efek paparan yang paling banyak dirasakan oleh remaja adalah adiksi atau kecanduan, dimana remaja akan merasa tertarik dengan pornografi dan semakin tertarik sampai tidak bisa lepas dari pornografi, karena pengaruh kecanduan tersebut. Secara umum kecanduan pornografi adalah suatu perilaku yang tidak normal di mana seseorang mengalami kepuasan seksual yang lebih banyakmelalui literature dan gambar-gambar pornografi (Nadziroh, 2018). Pada tahun 2023 telah dilakukan survey oleh Kementerian Pemberdayaan Perempuan dan Perlindungan Anak Republik Indonesia (KPPPA) yang menyebutkan bahwa terdapat 64,45% rata-rata anak Indonesia telah mengakses pornografi, kenaikan konsumsi pornografi di Indonesia juga mengakibatkan banyaknya kekerasan terhadap anak di Indonesia, seperti pada tahun 2021 terdapat sekitar 11.149 kasus kekerasan terhadap anak (KPPPA, 2021). Efek dari kecanduan pornografi serupa dengan penggunaan narkoba yang dapat merusak otak dan mempengaruhi pikiran. Saat seseorang menonton konten pornografi, struktur otak dapat berubah sehingga mengakibatkan penyusutan jaringan otak dan akhirnya mengakibatkan pengecilan ukuran dan kerusakan permanen pada *pre frontal cortex* (*PFC*). Terdapat beberapa kriteria untuk mendiagnosis kecanduan pornografi yaitu; seseorang menghabiskan banyak waktu untuk melihat pornografi, bahkan ketika mereka memiliki tanggung jawab atau kegiatan lain yang lebih penting, seseorang merasa kesulitan untuk menghentikan perilaku melihat pornografi meskipun sudah menyadari dampak negatifnya pada kehidupan mereka, seseorang membutuhkan jumlah pornografi yang semakin besar atau konten yang semakin ekstrem untuk merasa puas, seseorang terobsesi dengan pornografi dan merasa tidak dapat berfokus pada kegiatan lain karena pikirannya selalu tertuju pada pornografi, seseorang mengalami gangguan emosional atau kesehatan mental akibat penggunaan pornografi yang berlebihan (Anggraini dan Maulidya, 2020).

Kecanduan pornografi merupakan salah satu fenomena yang ada di sosial, dan termasuk dalam epidemi. Dalam matematika pemodelan epidemic, selain digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit, juga dapat digunakan untuk memodelkan penyebaran fenomena sosial, seperti kecanduan. Beberapa peneliti sebelumnya telah melakukan pemodelan terhadap penyebaran perilaku fanatic atau adiktif, seperti Model Dinamika Kecanduan Media Sosial: Studi Kasus Kecanduan Tiktok Pada Mahasiswa FMIPA Unesa dengan menggunakan model SEIR (Indah dan Maulana, 2022), Model Matematika Kecanduan Terhadap Aibon (Pratama dkk, 2020), Pemodelan Matematika Pada Kasus *Game Online* Menggunakan Metode Runge-KuttaOrde 14 dengan menggunakan model SEIRS (Fatahillah dkk, 2021), *Mathematical Modelling of the Addiction of Drug Substances among Students in Tertiary Institutions in Nigeria* dengan mengggunakan model SDEAR.

Berdasarkan paparan tersebut, pada penelitian ini penulis tertarik untuk menyusun suatu model penyebaran kecanduan pornografi dengan menggunakan model matematika SEARE di mana terdapat empat kompartemen yaitu individu yang rentan terhadap pornografi (S). individu yang terpapar pornografi (E), individu yang kecanduan pornografi (A), dan individu yang sembuh dari kecanduan pornografi (R).

KAJIAN TEORI

Kecanduan

Definisi kecanduan yaitu suatu kegiatan atau substansi yang berulang kali ingin kita alamu, dan untuk itu kita bersedia jika perlu membayar harga untuk konsekuensi negative (Hovart, 1989).

Pornografi

Menurut UU No.44 Tahun 2008 tentang Pornografi di pasal 1 ayat (1), penjelasan pornografi adalah gambar, sketsa, ilustrasi, foto, lukisan, suara, bunyi, gambar bergerak, animasi, kartun, percakapan, grak tubuh, atau bentuk pesan lainnyamelalui berbagai bentuk media komunikasi dan/atau pertunjukkan di muka umum, yang memuat kecabulan atau eksploitasi seksual yang melanggar norma kesusilaan dalam masyarakat (Pemerintah, 2008).

Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial merupakan kumpulan dari persamaan diferensial. Diberikan sistem persamaan diferensial (Satriani, 2017):

$$N = f(y,x),$$

Dengan N = $(\frac{dx_1}{dy}, \frac{dx_2}{dy}, \dots, \frac{dx_n}{dy})^T$,f = $(f_1, f_2 \dots, f_n)^T$, dan x = $(x_1, x_2 \dots, x_n)^T \in R^n$.

Titik Kesetimbangan (*Ekuilibrium*)

Misalkan sebuah sistem persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut.

$$\dot{X} = f, x \in \mathbb{R}^n.$$

Dengan x = $(x_1, x_2 \dots, x_n)^T \in \mathbb{E} \subseteq \mathbb{R}, f = (f_1, f_2 \dots, f_n)^T$, f fungsi tak linier dan kontinu (Perko,1991).

Liniearisasi

Proses ini melibatkan deret Taylor untuk mengevaluasi persamaan pada kestabilan titik ekuilibrium. Deret Taylor untuk sistem $f = (f_1, f_2 \dots, f_n)^T$di sekitar titik kesetimbangan ekuilibrium $\bar{x} = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n})$ dengan $f(\bar{x}) = 0$ (Fauziah dkk., 2020).

$$\frac{dx}{dy} = J_{\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n}}\, y.$$

Kestabilan Nilai Eigen

Jika A merupakan sebuah matriks berukuran nxn vektor tidak nol x di $\mathbb{R}^n$ disebut vektor eigen dari A jika Ax sama dengan perkalian suatu skalar λ dengan x yaitu (Anton dan Rorres, 2013).

$\boldsymbol{A x} = \lambda \boldsymbol{I x}$.

Misalkan A = $[a_{ij}]$ adalah matriks berukuran nxn, maka polynomial karakteristik dari A adalah (Anton dan Kolman, 2014).

$p(\lambda) = \det(I_n - A)$.

Titik $\overline{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ disebut kestabilan titik kesetimbangan dikatakan :

1. Stabil lokal jika untuk setiap $\epsilon > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi **x(t)** yang memenuhi $\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t_0}) - \overline{\boldsymbol{x}}\| < \delta$ berlaku $\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t_0}) - \overline{\boldsymbol{x}}\| < \varepsilon$ untuk setiap t ≥ (t_0).
2. Stabil asimtotik lokal jika titik ekuilibrium $\overline{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi **x(t)** yang memenuhi $\|\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t_0}) - \overline{\boldsymbol{x}}\| < \delta_0$ berlaku $\lim_{t \to \infty} \boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) = \overline{\boldsymbol{x}}$.
3. Tidak stabil jika titik ekuilibrium $\overline{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ tidak memenuhi nomer 1 (**Wiggins, 2003**).

Kriteria Routh-Hurwitz

Jika A adalah sebuah matriks persegi berukuran nxn, maka persamaan determinan det($\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}$)=0. Persamaan karakteristik untuk kriteria Routh-Hurwitz sebagai berikut (Ahmed,2011).

$p(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n.$

Berikut merupakan contoh table Routh-Hurwitz ordo 2.

$$\begin{array}{c|c|} \lambda^2 & a_2 a_0 \\ \lambda^1 & a_1 \\ \lambda^0 & a_0 \end{array}$$

Berikut merupakan kriteria dari kestabilan Routh-Hurwitz

1. Jika semua kofisien dari kolom pertama tabel positif, maka semua akar polinomial akan negatif.
2. Jika terdapat kofisien yang negatif dalam tabel, maka sistem tidak stabil.
3. Jika ada perubahan tanda positif ke negatif atau sebaliknya pada kolom pertama, maka itu menunjukkan adanya akar positif pada persamaan karakteristik.

Bilangan Reproduksi Dasar($\boldsymbol{R_0}$)

Untuk mendapat nilai ini, kita perlu menghitung nilai eigen dari matriks Jacobian yang berasal dari titik kesetimbangan bebas dari penyakit dan titik kesetimbangan endemik (Odo dan Heesterbeek, 2000). Kriteria yang harus dipenuhi untuk bilangan reproduksi dadasar adalah

1. Apabila nilai $\boldsymbol{R_0} < \boldsymbol{1}$, artinya jumlah individu yang terinfeksi rendah dan kemungkinan penyakit tidak akan menyebar.
2. Apabila $\boldsymbol{R_0} = \boldsymbol{1}$, artinya jumlah individu yang terinfeksi hanya 1 dan dapat menyebarkan penyakit ke tiap individu rentan dan sembuh hanya 1 saja untuk tiap individu yang terinfeksi.
3. Apabila $\boldsymbol{R_0} > \boldsymbol{1}$, artinya jumlah individu yang terinfeksi tinggi, dan kemungkinan akan menyebar dengan cepat.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dengan menggunakan studi literatur yang membahas tentang penggunaan model matematika tentang kecanduan. Pada penelitian ini akan membahas tentang kecanduan pornografi. Penelitian ini merupakan modifikasi dari model penelitian (Fatahillah, dkk., 2021), dengan menggunakan asumsi dan batasan masalah sesuai dengan kecanduan pornografi. Adapun tahapan-tahapan dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Melakukan studi literatur dari berbagai sumber yang berkaitan dengan kecanduan pornografi.
2. Menyusun asumsi dan batasan masalah.
3. Mengkonstruksi model.
4. Melakukan penyebaran data angket setelah dilakukan validasi oleh dosen ahli statistika.
5. Menentukan parameter.
6. Menentukan titik kesetimbangan.
7. Menghitung bilangan reproduksi (R_0).
8. Menganalisis kestabilan pada titik kesetimbangan.
9. Melakukan simulasi numerik.
10. Menarik Kesimpulan.

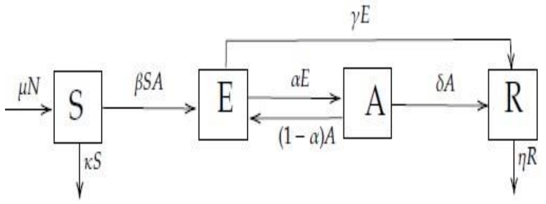
HASIL DAN PEMBAHASAN

Rekonstruksi Model SEIR Menjadi SEAR.

Pada penelitian ini digunakan beberapa asumsi untuk membentu modol, yaitu sebagai berikut.

1. Memiliki populasi yang tertutup. N(t)=S(t)+E(t)+A(t)+R(t). Dimana S adalah individu yang rentan terhadap pornografi, E adalah individu yang terpapar pornografi, A adalah individu yang kecanduan pornografi, dan R adalah individu yang sudah sembuh dari kecanduan.
2. Individu yang terpapar pornografi adalah individu yang terpapar pornografi adalah individu yang melihat pornografi melihat kurang dari satu jam sehari.
3. Individu yang kecanduan pornografi adalah individu yang melihat pornografi lebih dari satu jam dalam sehari dan dilakukan dalam beberapa kali dalam sebulan.
4. Adanya pertumbuhan sub populasi rentan untuk kecanduan pornografi usia minimal 15 tahun.
5. Terdapat individu yang tidak pernah melihat pornografi sama sekali.
6. Individu yang terpapar pornografi dapat langsung sembuh.
7. Individu yang mengalami kecanduan pornografi dapat terpapar kembali.
8. Individu yang sudah sembuh bisa sembuh secara penuh dengan cara meninggalkan kebiasaan yang berhubungan dengan pornografi.
9. Penyebaran pornografi hanya dapat dilakukan oleh individu yang dalam keadaan kecanduan saja.
10. Semua parameter bernilai positif.

Berdasarkan asumsi berikut, maka dihasilkan diagram kompartemen sebagai berikut.



Gambar 1: Model Kompartemen model SEAR.

Berikut persamaan diferensial dari kompartemen diatas dan dengan dilakukan *recelling* dengan memisalkan s=$\frac{S}{N}$, e=$\frac{E}{N}$, a=$\frac{A}{N}$, r=$\frac{R}{N}$, maka persamaan model menjadi

$$\frac{ds}{dt} = \mu - (\beta s + \kappa)s$$

$$\frac{de}{dt} = \big(\beta s + (1-\alpha)\big)a - (\alpha + \gamma)e$$

$$\frac{da}{dt} = \alpha e - (\delta + (1-\alpha)a$$

$$\frac{dr}{dt} = \delta a + \gamma e - \eta r$$

Variabel/ Parameter	Keterangan
S	Individu yang rentan terhadap pornografi
E	Individu yang terpapar pornogafi
A	Individu yang kecanduan pornografi
R	Individu yang sembuh dari kecanduan pornografi
μ	Laju individu yang mengakses internet
β	Laju individu yang terpapar pornografi
κ	Laju individu yang tidak pernah melihat pornografi
α	Laju individu kecanduan pornografi
γ	Laju perpindahan dari E ke R

δ	Laju individu sembuh dari kecanduan pornografi
η	Laju individu yang tidak mengakses pornografi kembali

Data Angket

Data yang diambil data primer yang berupa kuisioner *online* yang sumber dari pertanyaannya didasarkan dari karakteristik tentang kecanduan pornografi dari penelitian Mariati (2018) dan kemudian disebar melalui sosial media seperti *WhatsUpp* dan *Instagram*. Untuk rekrutmen yang dipilih adalah seseorang yang berusia minimal 15 tahun. Kuisioner *online* disebar selama dua minggu mulai dari tanggal 22 Mei 2023 sampai dengan 5 Juni 2023. Dalam dalam pengumpulan data kuisioner ini terdapat sebanyak 186 responden yang telah berpartisipasi dengan 110 perempuan dan 76 laki-laki. Dalam pengumpulan data juga didapatan sebanyak 116 orang rentan terhadap pornografi (S), 62 orang terpapar pornografi (E), 24 orang kecanduan pornografi (A), dan 23 orang sembuh dari kecanduan (R). Terdapat data yang diambil selain dari data kuisioner, seperti laju individu yang mengakses internet (μ) yang diambil dari APJJI(2020) dan laju individu yang sudah tidak mengakses pornografi (η) yang diambil dari Sholeh(2020). Penyebaran angket sudah divalidasi oleh dosen ahli statistik.

Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan pada pemodelan SEAR terdiri dari dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan dan titik kesetimbangan endemik.

Titik kesetimbanan bebas kecanduan yang dinotasikan $Z_0(s_0, e_0, a_0, r_0)$ dan diasumsikan $e_0, a_0 = 0$. Sehingga didapatkan titik kesetimbangan bebas kecanduan adalah $Z_0(\frac{\mu}{\kappa}, 0,0,0)$. (1)

Titik kesetimbangan endemik yang dinotasikan $Z_1(s_1, e_1, a_1, r_1)$ dan diasumsikan $s_1, e_1, a_1, r_1 \geq 0$ sehingga didapatkan titik kesetimbangan endemik adalah

$$s_1 = \frac{\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta}{\alpha\beta},$$
$$e_1 = \frac{\mu\alpha\beta - \kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)(\delta + 1 - \alpha)}{\beta\alpha(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)},$$
$$a_1 = \frac{\mu\alpha\beta - \kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)}{\beta(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)},$$
$$r_1 = \frac{\mu\alpha\beta - \kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)}{\alpha\beta\eta}. \quad (2)$$

Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Untuk perhitungan bilangan R_0 dengan menggunakan *Next Generation Matrix* (NGM) dengan menggunakan titik kesetimbangan bebas kecanduan dan dengan menggunakan persamaan populasi yang kecanduan.

$$\frac{de}{dt} = \big(\beta s + (1-\alpha)\big)a - (\alpha + \gamma)e$$
$$\frac{da}{dt} = \alpha e - (\delta + (1-\alpha)a$$

Pada persamaan diatas terdapat matriks f yang mewakili tingkat terpapar kecanduan baru dalam populasi a, sedangkan matriks v mewakili perubahan jumlah individu yang keluar dari populasi a.

$$\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} \beta sa \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} (\gamma+\alpha)e - (1-\alpha)a \\ (\delta + 1 - \alpha)a - \alpha e \end{bmatrix}$$

Matriks **F** dan **V** merupakan matriks Jocobian dari matriks **f** dan **v**, sehingga diperoleh

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0 & \beta s \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} (\gamma+\alpha) & -(1-\alpha) \\ -\alpha & (\delta+1-\alpha) \end{bmatrix}$$

Kemudian akan di linearisasi ke bentuk titik kesetimbangan bebas kecanduan dan mencari $\boldsymbol{V}^{-1}$menjadi

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0 & \beta s_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 0 & \beta\frac{\mu}{\kappa} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{V}^{-1} = \frac{1}{\alpha\delta + \gamma(\delta+1-\alpha)} \begin{bmatrix} \delta + (1-\alpha) & (1-\alpha) \\ \alpha & \gamma+\alpha \end{bmatrix}.$$

Selanjutya akan dihitung matriks $\mathbf{K}=\mathbf{FV^{-1}}$.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \beta\frac{\mu}{\kappa} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta+(1-\alpha)}{\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha)} & \frac{(1-\alpha)}{\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha)} \\ \frac{\alpha}{\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha)} & \frac{(\gamma+\alpha)}{\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{\beta\mu\alpha}{\kappa(\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha))} & \frac{\beta\mu(\gamma+\alpha)}{\kappa(\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha))} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya mencari nilai persamaan karakteristik dengan menggunakan rumus $|\mathbf{K} - \lambda\mathbf{I}|$.

$$|\mathbf{K} - \lambda\mathbf{I}| = \begin{vmatrix} \frac{\beta\mu\alpha}{\kappa(\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha))} - \lambda & \frac{\beta\mu(\gamma+\alpha)}{\kappa(\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha))} \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

$$|\mathbf{K} - \lambda\mathbf{I}| = -\lambda\left(\frac{\beta\mu\alpha}{\kappa(\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha))} - \lambda\right) = 0$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \frac{\beta\mu\alpha}{\kappa\big(\alpha\delta + \gamma(\delta+1-\alpha)\big)}.$$

Karena nilai R_0 merupakan nilai radius spectral atau nilai eigen yang dominan dari matriks **K**, sehingga diperoleh nilai R_0adalah

$$R_0 = \frac{\beta\mu\alpha}{\kappa\big(\alpha\delta + \gamma(\delta+1-\alpha)\big)}$$

. (3)

Analisis Kestabilan

Analisis kestabilan digunakan untuk mengidentifikasi perubahan pada model kecanduan pornografi. Berikut merupakan persamaan yang akan diubah menjadi linier.

$$T_1 = \mu - (\beta s + \kappa)s$$
$$T_2 = \big(\beta s + (1-\alpha)\big)a - (\alpha+\gamma)e$$
$$T_3 = \alpha e - (\delta + (1-\alpha)a$$
$$T_4 = \delta a + \gamma e - \eta r$$

Matriks Jacobian dari persamaan diatas menjadi

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \dfrac{T_1\,T_1\,T_1\,T_1}{dsdedadr} \\ \dfrac{T_2\,T_2\,T_2\,T_2}{dsdedada} \\ \dfrac{T_3\,T_3\,T_3\,T_3}{dsdedada} \\ \dfrac{T_4\,T_4\,T_4\,T_4}{dsdedada} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} -(\beta a+\kappa) & 0 & -\beta s & 0 \\ \beta a & -(\alpha+\gamma) & \beta s + (1-\alpha) & 0 \\ 0 & \alpha & -\delta - 1 + \alpha & 0 \\ 0 & \gamma & \delta & -\eta \end{bmatrix} \tag{4}$$

Analisis kestabilan pada pemodelan kecanduan pornografi dibagi menjadi dua, yaitu analisis kestabilan bebas kecanduan dan analisis kestabilan endemik.

Kestabilan bebas kecanduan didapatkan dari mensubsitusikan hasil titik kesetimbangan bebas kecanduan pada persamaan (1) kedalam persamaan (4), sehingga didapatkan:

$$\boldsymbol{J}(Z_0) = \begin{bmatrix} -(\kappa) & 0 & -\frac{\beta\mu}{\kappa} & 0 \\ 0 & -(\alpha+\gamma) & \frac{\beta\mu}{\kappa} + (1-\alpha) & 0 \\ 0 & \alpha & -\delta - 1 + \alpha & 0 \\ 0 & \gamma & \delta & -\eta \end{bmatrix}$$

Kemudian untuk mencari nilai karakteristik dengan rumus $|\boldsymbol{J}(Z_0) - \lambda \boldsymbol{I}|$ sebagai berikut.

$$\begin{vmatrix} -(\kappa)-\lambda & 0 & -\dfrac{\beta\mu}{\kappa} & 0 \\ 0 & -(\alpha+\gamma)-\lambda & \dfrac{\beta\mu}{\kappa} + (1-\alpha) & 0 \\ 0 & \alpha & -\delta - 1 + \alpha - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & \delta & -\eta-\lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{5}$$

Hasil determinan matriks (5) adalah sebagai berikut

$$(-\kappa-\lambda)(-\eta-\lambda)\left(\lambda^2 + (\alpha+\gamma+\delta+(1-\alpha)\lambda + \left(\alpha\delta + \gamma\delta + \gamma(1-\alpha) - \tfrac{\alpha\beta\mu}{\kappa}\right)\right)$$

Dan didapatkan nilai $\lambda_1 = -\kappa, \lambda_2 = -\eta$. Untuk $\lambda_{3,4}$ akan dihitung dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz sebagai berikut.

Diasumsikan $a_2 = 1, a_1 = (\alpha+\gamma+\delta+(1-\alpha), a_0 = \left(\alpha\delta + \gamma\delta + \gamma(1-\alpha) - \frac{\alpha\beta\mu}{\kappa}\right)$.

$$\begin{array}{c|l} \lambda^2 & a_2 a_0 \\ \lambda^1 & a_1 \\ \lambda^0 & a_0 \end{array}$$

Pada persamaan Routh-Hurwitz dikatakan stabil jika semua akar persamaan karakteristik bernilai positif. Diketahui bahwa a_2, a_1 jelas bernilai positif. Dan a_0 belum bernilai positif, maka akan dilakukan analisis pada a_0>0. Untuk perhitungannya sebagai berikut.

$$\alpha\delta + \gamma\delta + \gamma(1-\alpha) - \frac{\alpha\beta\mu}{\kappa} > 0$$
$$\alpha\delta + \gamma\delta + \gamma(1-\alpha) > \frac{\alpha\beta\mu}{\kappa}$$
$$\frac{\alpha\beta\mu}{\kappa(\alpha\delta + \gamma\delta + \gamma(1-\alpha))} < 1 \tag{6}$$

Berdasarkan persamaan (3) maka hasil (6) dapat ditulis $R_0 < 1$. Jadi dapat disimpulkan bahwa pada analisis kestabilan bebas kecanduan bersifat stabil asimtotik lokal.

Analisis kestabilan endemik didapatkan dengan mensubsitusikan nilai titik kesetimbangan endemik pada persamaan (2) ke dalam persamaan (4), dan diasumsikan $a_1 = A^*, s_1 = S^*$, sehingga didapatkan:

$$\boldsymbol{J}(Z_1) = \begin{bmatrix} -(\beta A^*+\kappa) & 0 & -\beta S^* & 0 \\ \beta A^* & -(\alpha+\gamma) & \beta S^* + (1-\alpha) & 0 \\ 0 & \alpha & -\delta - 1 + \alpha & 0 \\ 0 & \gamma & \delta & -\eta \end{bmatrix}$$

Kemudian untuk mencari nilai karakteristik dengan rumus $|\boldsymbol{J}(Z_1) - \lambda \boldsymbol{I}|$ sebagai berikut.

$$\begin{vmatrix} -(\beta A^*+\kappa)-\lambda & 0 & -\beta S^* & 0 \\ \beta A^* & -(\alpha+\gamma)-\lambda & \beta S^* + (1-\alpha) & 0 \\ 0 & \alpha & -\delta - 1 + \alpha - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & \delta & -\eta-\lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{7}$$

Hasil determinan matriks (7) adalah sebagai berikut.

$\lambda^4 + (\eta + (1-\alpha) + \delta + \gamma + \alpha + \kappa + \beta A^*)\lambda^3 + (\eta(1-\alpha) + \delta\eta + \gamma\eta + \gamma(1-\alpha) + \delta\gamma + \alpha\delta + \alpha(1-\alpha) + \alpha\eta + \kappa\eta + \kappa(1-\alpha) + \kappa\delta + \kappa\gamma + \alpha\kappa + \beta\eta A^* + \beta A^*(1-\alpha) + \delta\beta A^* + \gamma\beta A^* + \alpha\beta A^* - \alpha)\lambda^2 + (\gamma\eta(1-\alpha) + \gamma\delta\eta + \alpha\delta\eta + \alpha\eta(1-\alpha) + \kappa\eta(1-\alpha) + \kappa\delta\eta + \kappa\gamma(1-\alpha) + \kappa\gamma\eta + \kappa\gamma\delta + \kappa\alpha\eta + \kappa\alpha(1-\alpha) + \kappa\alpha\delta + \beta\eta A^*(1-\alpha) + \beta A^*\delta\eta + \beta\gamma\eta A^* + \beta\gamma\delta A^* + \beta\gamma A^*(1-\alpha) + \beta\alpha\eta A^* + \beta\alpha A^*(1-\alpha) + \beta\alpha\delta A^* - \alpha\kappa - \alpha\beta A^* +$

$\alpha\beta^2 A^* S^* - \alpha\eta)\lambda + (\kappa\gamma\eta(1-\alpha) + \kappa\gamma\eta\delta + \kappa\alpha\eta(1-\alpha) + \kappa\alpha\delta\eta + \beta A^*\gamma\eta(1-\alpha) + \beta\gamma\delta\eta A^* + \beta\alpha\delta\eta A^* + \beta A^*\alpha\eta(1-\alpha) + \alpha\beta^2\eta A^* S^* - \eta\beta A^* - \alpha\eta\kappa)$

Dengan diasusikan nilai pada $\lambda^4 = a_4, \lambda^3 = a_3, \lambda^2 = a_2, \lambda^1 = a_1, \lambda^0 = a_0$. Maka akan didapatkan persamaan polynomial sebagai berikut.

$$P(\lambda) = a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

Untuk menghitung kestabilan endemik dilakukan dengan cara metode kestabilan Routh-Hurwitz. Berikut merupakan tabel kestabilan Routh-Hurwitz.

$$\begin{array}{c|ccc|} \lambda^4 & a_4 & a_2 & a_0 \\ \lambda^3 & a_3 & a_1 & 0 \\ \lambda^2 & \frac{a_3a_2 - a_4a_1}{a_3} & a_0 & 0 \\ \lambda^1 & \frac{a_1a_2a_3 - a_1{}^2a_4 - a_3{}^2a_1}{a_3a_2 - a_4a_1} & 0 & 0 \\ \lambda^0 & a_0 & 0 & 0 \end{array} \qquad (8)$$

Pada kriteria Routh-Hurwitz terdapat beberapa untuk memenuhi nilai kestabilan yaitu pada kolom pertama pada tabel (8) harus bernilai positif. Pada kolom pertama terdapat bentuk A^*, maka harus menganalisis bentuk $A^* > 0$ agar memenuhi syarat kestabilan. Perhitungannya sebagai berikut.

$$\frac{\mu\alpha\beta - \kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)}{\beta(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)} > 0$$

$$\mu\alpha\beta - \kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta) > 0$$

$$\kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta) < \mu\alpha\beta$$

$$\frac{\mu\alpha\beta}{\kappa(\delta\gamma + \gamma(1-\alpha) + \alpha\delta)} > 1 \qquad (9)$$

Berdasarkan persamaan (3) maka hasil (9) dapat ditulis $R_0 > 1$. Jadi pada titik kestabilan kesetimbangan endemik kecanduan pornografi bersifat stabil asimtotik lokal.

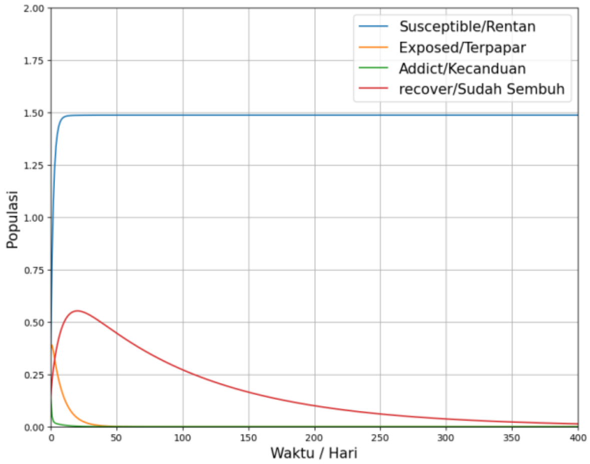
Simulasi Numerik

Dilakukan simulasi dengan *software* python dan diasumsikan populasi awal (*S,E,A,R*)=(0.343, 0.373, 0.144, 0.138). Dengan nilai parameter yang digunakan pada simulasi numerik disajikan dalam tabel sebagai berikut.

Tabel 1: Nilai Parameter Model Kecanduan Pornografi.

Parameter	Nilai	Sumber
μ	0.77	(APJII, 2020)
κ	0.108	Data Kuisioner
β	0.518	Data Kuisioner
α	0.069	Data Kuisioner
γ	0.108	Data Kuisioner
δ	0.49	Data Kuisioner
η	0.01	(Sholeh, 2020)

Setelah dimasukkan nilai parameter pada persamaan (3) maka didapatkan nilai $R_0 = 1.36$ yang menunjukkan jika model ini akan mengalami endemik karena memenuhi syarat kestabilan endemik yaitu $R_0 > 1$. Berikut merupakan gambar grafiknya.



Gambar 1: Hasil Simulasi Model SEAR Kecanduan Pornografi.

Dari Gambar (1) menunjukkan jika populasi *s* mengalami kenaikan sejak hari pertama sampai hari ke-12 dengan meningkat 1.13 satuan sampai menuju ke titik yang setimbang. Populasi *e* di awal mengalami kenaikan sampai hari ke-1 sebanyak 0.02 satuan, hal ini terjadi karena ada penambahan pada populasi *e* dari populasi *a* yaitu parameter (1-α)*a*, kemudian mengalami penurunan yang signifikan sampai hari ke-120 sebanyak 0.38 satuan karena adanya pelepasan parameter dari *e* ke *r* yaitu β dan *e* ke *a* yaitu γ. Pada populasi *a* mengalami penurunan di awal sampe hari ke-98 sebanyak 0.144 satuan sampai pada titik kesetimbangan. Populasi *r* mengalami kenaikan di awal sampai dengan hari ke-20 dengan nilai 0.41 satuan , hal ini terjadi karena adanya penambahan dari populasi *e* ke *r*, kemudian terjadi penurunan sampau hari ke 1460 hingga mencapai titik kesetimbangan.

Penutup

Kesimpulan

Berdasarkan penjelasan pada pembahasan maka dapat disimpulkan terdapat sistem persamaan model kecanduan pornografi di kalangan remaja dan mahasiswa yaitu sebagai berikut.

$$\frac{ds}{dt} = \mu - (\beta s + \kappa)s$$

$$\frac{de}{dt} = \big(\beta s + (1-\alpha)\big)a - (\alpha + \gamma)e$$

$$\frac{da}{dt} = \alpha e - (\delta + (1-\alpha)a$$

$$\frac{dr}{dt} = \delta a + \gamma e - \eta r$$

Berdasarkan model kecanduan pornografi maka didapatkan dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan $Z_0(\frac{\mu}{\kappa}, 0{,}0{,}0)$ dan titik kesetimbangan endemik $Z_1(\frac{\delta\gamma+\gamma(1-\alpha)+\alpha\delta}{\alpha\beta}, \frac{\mu\alpha\beta-\kappa(\delta\gamma+\gamma(1-\alpha)+\alpha\delta)(\delta+1-\alpha)}{\beta\alpha(\delta\gamma+\gamma(1-\alpha)+\alpha\delta)}, \frac{\mu\alpha\beta-\kappa(\delta\gamma+\gamma(1-\alpha)+\alpha\delta)}{\beta(\delta\gamma+\gamma(1-\alpha)+\alpha\delta)}, \frac{\mu\alpha\beta-\kappa(\delta\gamma+\gamma(1-\alpha)+\alpha\delta)}{\alpha\beta\eta})$. Terdapat hasil nilai $R_0 = \frac{\beta\mu\alpha}{\kappa\left(\alpha\delta+\gamma(\delta+1-\alpha)\right)}$ yang menunjukkan bahwa pada model kecanduan pornografi dikalangan pelajar dan remaja bersifat stabil asimtotik lokal untuk titik kesetimbangan bebas kecanduan jika $R_0 < 1$ dan bersifat stabil asimtotik lokal untuk titik kesetimbangan endemik jika $R_0 > 1$.

Saran

Untuk penelitan selanjutnya, penulis memberi saran agar asumsi yang terdapat pada model kecanduan pornografi di kalangan pelajar dan mahasiswa ditambah lagi agar lebih bervariasi untuk modelnya, dan juga untuk penelitiannya dapat dilakukan pada wilayah yang berbeda-beda.

DAFTAR PUSTAKA

Ahmed, H.A.O, 2011. *Construction and analysis of efficient numerical methods to solve mathematical models of TB and HIV co-infection*. Disertasi.

Anggraini, T., dan Maulidya, E. N., 2020. Dampak paparan pornografi pada anak usia dini. *Al-athfaal: Jurnal Ilmiah Pendidikan Anak Usia Dini, 3,* 45-55.

Anton, H, dan Rorres, C., 2013. *Elementary linier algebra: applications version.* John Wiley & Sons, 11 ed.

Anton. H., dan Kolman, B., 2014. Applied finite mathematics. Elsevier.

APJII, T., 2020. Survey pengguna internet apjii 2019-q2 2020: Ada keaikan 25,5 juta pengguna internet baru di ri. *Asosiasi Peneyelenggara Jasa Internet Indonesia,74,*1.

Chau, M., & Reith, R. (2020). IDC - Smartphone Market Share - Vendor. Retrieved January 8, 2021, from Smartphone Market Share website: https://www.idc.com/promo/smartphone-market-share/vendor

Fatahillah, A., Istiqomah, M., dan Dafik, D., 2021. Pemodelan matematika pada kasus kecanduan *game online* menggunakan metode runge-kutta orde 14. *Limits; journal of Mathematics and its aplications, 18,* 129.

Fauziah, I., Manaqib, M., 2020. Pemodelan matematika penyebaran penyakit *middle east respiratorysyndrome corona virus (mers-cov)* dengan menggunakan masker kesehatan dan vaksinasi.

Gustriani, R., dan Putri, A., 2019. Peningkatan pengetahuan remaja tentang dampak negatif paparan pornografi di sma negeri 14 palembang. *Khidmah, 2,* 96-101.

Hovart, A, T., 1989. *Coping with addiction*. Pustaka Jaya.

Indah, A. P., dan Maulana, D. A, 2022. Model dinamika kecanduanmedia sosial : Studi kasus kecanduan tiktok pada mahasiswa fmipa unesa. *MATHunesa; Jurnal Ilmiah Matematika, 10,* 131-139.

KPPPA, 2021. Kekerasan.

Mariyati, M., 2018. *Terapi Kognitif Perilaku Dan Terapi Kelompok Swabantu Untuk Menangani Ansietas Remaja Kecanduan Pornografi*, vol. 1.

Masitoh, S. (2018). Blended Learning Berwawasan Literasi Digital Suatu Upaya Meningkatkan Kualitas Pembelajaran dan Membangun Generasi Emas 2045. Proceedings of the ICECRS, 1(3), 13–34. https://doi.org/10.21070/picecrs.v1i3.1377

Nadziroh, L., N., 2018. *Peran keluarga dalam mengatasi anak kecanduan pornografi*. Disertasi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.

Odo, dan Heesterbeek, J.A.P.D., 2000. *Mathematics epidemiology of infection diseas: model building, analysis and interpretation,* vol. 5. John Wiley & Sons.

Pemerintah, 2008. Undang-undang tentang pornografi.

Perko, L., 1991. *Dferential Equation and Dynamical System,* col. 7. Springer US.

Pratama, R. A., Ruslau, M. F., dan Suryani, D. R., 2020. Model matematika kecanduan terhadap aibon. *Jurnal Axiomath: Jurnal matematikaDan Aplikasinya, 2,* 10-15.

Satriani, A., 2017. Analisis dinamk model sis dengan laju kelahiran, kematian, dan migrasi yang dipengaruhi total populasi.

Sholeh, M., 2020. Fakta dan statistik seputar pornografi.

Wiggins, S., 2003. *Introduction to Applied Nonlinier Dynamical Systems and chaos,* vol. 2. Spinger-Verlag, 2 ed.