

В.М. Нагірняк

**ОЦІНКА ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ
КАМЕРНОЇ МОДЕЛІ РОЗВИТКУ ЕПІДЕМІЇ
НА ПРИКЛАДІ ПОШИРЕННЯ ПАНДЕМІЇ
COVID -19 У ЧЕРНІВЕЦЬКІЙ ОБЛАСТІ***Буковинський державний медичний університет**Театральна пл. 2, Чернівці, 58002, Україна**Bukovinian State Medical University**Teatralna sq., 2, Chernivtsi, 58002, Ukraine**e-mail: volnag@gmail.com**Цитування: Медичні перспективи. 2023. Т. 28, № 1. С. 179-187**Cited: Medicni perspektivi. 2023;28(1):179-187***Ключові слова:** COVID-19, комп'ютерне моделювання, камерна модель (SIR), Чернівецька область**Key words:** compartmental model (SIR), COVID-19, computer simulation, Chernivtsi region

Реферат. Оцінка основних параметрів камерної моделі розвитку епідемії на прикладі поширення пандемії COVID-19 у Чернівецькій області. Нагірняк В.М. У роботі розглядається теоретична модель епідеміологічного розвитку хвороби (COVID-19) серед населення на прикладі статистичних даних у Чернівецькій області України за період з березня 2020 року до червня 2021 року. На основі опублікованих статистичних даних була проведена математична оцінка величин основних параметрів камерної моделі β і γ та проведено аналіз зв'язку величини цих параметрів із протиепідеміологічними заходами, що проводились у регіоні та країні. Визначення факторів β і γ на основі наявних статистичних даних дозволяє прогнозувати тривалість запобіжних заходів, таких як карантин, локдаун, закриття кордону, результативність від їх впровадження та тривалість епідемії, її пік і закінчення. Аналіз статистичних даних показав помірну ефективність карантину та локдауну щодо зменшення добової кількості інфікованих та суттєву ефективність у збільшенні добової кількості осіб, що одужали. Крім того, динаміка розвитку епідемії впродовж цих періодів змінилася з негативної на позитивну. Запровадження ж вакцинації продемонструвало багаторазове зменшення темпів інфікування людей та багаторазове зростання темпів їх одужання.

Abstract. Evaluation of the main parameters of the compartmental model of the epidemic development based on the example of the spread of the COVID-19 pandemic in Chernivtsi region. Nahirniak V.M. The paper considers the application of the theoretical model of epidemiological development of COVID-19 disease among the regional population based on the statistical data in Chernivtsi region of Ukraine for the period from March 2020 to June 2021. Using these data, a mathematical assessment of the values of the main parameters of the compartmental model (SIR) β and γ was performed and the analysis of the relationship between the values of β and γ and anti-epidemiological measures was carried out for the region. Determining the parameters β and γ based on available statistics allows us to predict the duration of precautionary measures such as quarantine, lockdown, border closure and predict the effectiveness of their implementation as well. The analysis of statistical data showed the moderate effectiveness of quarantine and lockdown in changing the daily rates of infected and recovered people, while the dynamics of the epidemic development during these periods changed from negative to positive. The introduction of vaccination has shown the significant reduction in the daily rate of infected people and the substantial increase in the daily rate of the recovered people.

Динаміка розвитку інфекційних захворювань є складним механізмом, який залежить від навколишнього середовища, у якому знаходяться хвороботворні мікроорганізми, кількості потенційних носіїв хвороби. Крім того, на поширення інфекційних захворювань впливає клімат, віковий склад населення, серед якого поширюється вірус, а також міграційні особливості людей, що проживають на певній території. Населення Чернівецької області традиційно характе-

ризується високою мобільністю з огляду на історичні, економічні чинники та географічне положення. У Чернівецькій області були зареєстровані одні з перших випадків інфікування коронавірусом в Україні.

Станом на 11 березня 2020 року Всесвітня організація охорони здоров'я (ВООЗ) оголосила у світі стан пандемії коронавірусної хвороби (COVID-19), який був спричинений коронавірусом SARS-CoV-2 [1]. Основними

симптомами хвороби є сухий кашель, висока температура та втрата відчуття запаху та / або смаку. Дані про перебіг хвороби та існування різних типів ускладнень від ураження вірусом COVID-19 наведено у [2].

Більшість людей, інфікованих вірусом COVID-19, зазнають респіраторних захворювань легкого та середнього ступеня тяжкості та одужують, не потребуючи спеціального лікування. Люди похилого віку та особи, які мають певні медичні проблеми, такі як серцево-судинні захворювання, діабет, хронічні респіраторні захворювання та рак, частіше мають серйозні захворювання.

Відстежування та карантин (самоізоляція) усіх контактних до інфікованих осіб є ефективним методом стримування розвитку епідемії. Найбільша ймовірність інфікуватися була в тих, хто був членом сім'ї інфікованого або через спілкування з ним на вулиці чи в транспорті впродовж 30 хвилин без дотримання дистанції. Непрямі нетривалі контакти та використання ліфта разом з інфікованим не становили високого ризику [3, 4].

Результати дослідження, проведеного в Німеччині показали, що існують три контактні способи передачі вірусу: між членами однієї родини, між співробітниками та в місцях скупчення людей (магазини, торговельні центри, ресторани, школи, дитячі садки тощо) [5].

Метою дослідження була оцінка ефективності вжитих протиепідеміологічних заходів (локдаун, карантин) на основі визначених у роботі параметрів камерної моделі розвитку епідемії, що були отримані з використанням опублікованих статистичних даних щодо COVID-19 для Чернівецької області.

МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Використання математичного моделювання в епідеміології дає змогу змодельовати поширення хвороботворних мікроорганізмів серед населення. Для цього населення розподіляють на певні групи осіб залежно від стану їхнього здоров'я та рівня інфікованості.

Однією з базових моделей, яка була успішно досліджена, є модель Кермака-МакКендріка. Вона була розроблена в 1927-1933 роках [6]. Ця модель в епідеміології відома як камерна модель, або SIR. Вона є базовою математичною моделлю, яка дає змогу зрозуміти складну динаміку та основні особливості розвитку та динаміки поширення епідемічних захворювань.

SIR – модель передбачає розподіл населення на три групи: S – кількість осіб, потенційно сприйнятливих до захворювання S (від англ. susceptible), I – кількість інфікованих осіб (від

англ. infected), та R – кількість осіб, які одужали й мають імунітет (від англ. recovered) [7]. До цієї категорії належать особи, що не можуть бути більше інфікованими. Вони також не можуть передавати хворобу іншим. У них може бути природний імунітет, або вони, можливо, одужали від хвороби та мають імунітет до повторного зараження, або вони можуть мати захворювання, але не здатні його передати. Наприклад, тому, що вони могли бути поміщені на самоізоляцію або вони могли померти. Така модель також передбачає, що збільшення числа інфікованих осіб може відбуватися тільки внаслідок зменшення кількості сприйнятливих осіб. Такий розподіл людей дозволяє моделювати поширення інфекційних патогенів та прогнозувати різну поведінку патогена. Наприклад, його поширення. Тобто очікувану величину загальної кількості осіб, інфікованих під час епідемії, та тривалість самої епідемії. Крім того, стають зрозумілими можливі наслідки епідемії в різних ситуаціях. Скажімо, в який спосіб найкраще почати проводити вакцинацію населення в разі обмеженої кількості вакцин.

Розглянемо, як основні положення моделі SIR відображають динаміку розвитку епідемії. Нові випадки зараження інфекцією виникають у результаті контакту між інфекційними (I) та сприйнятливими або здатними заразитись категоріями людей (S). У такому випадку швидкість виникнення нових інфекцій є, відповідно, добуток βSI з деякою позитивною константою β . Далі, при новому випадку зараження інфекцією, інфікований переходить з категорії сприйнятливих S у категорію інфікованих I. Немає іншого способу, яким люди можуть увійти або вийти зі сприйнятливого класу S. Таким чином, для величини S маємо перше звичайне лінійне диференціальне рівняння (ЗДР) (1)-(2):

$$\frac{dS}{dt} = -\beta IS, \quad (1)$$

$$\frac{d \ln S}{dt} = -\beta I, \quad (2)$$

$$\frac{dS}{dt} \cdot \frac{1}{I} \cdot \frac{1}{S} = -\beta(t) \quad (3)$$

Фізичний зміст параметра β – це кількість контактів, при яких відбувається передача інфекції, що припадає на одну людину за одиницю часу (3). Або ж це ймовірність передачі S – особам вірусу від I – інфікованих за одиницю часу. Зменшуючи коефіцієнт β за допомогою різних протиепідеміологічних заходів, ми

можемо зменшувати швидкість поширення інфекції, тобто $\frac{dS}{dt}$.

При розвитку епідемії одночасно відбувається інший процес. Він полягає в тому, що заражені особи можуть одужати й перейти до категорії тих, хто одужав від хвороби (R). У рамках камерної моделі припускається, що це відбувається зі швидкістю γI для деякої позитивної константи γ . Цей процес описується такими двома звичайними лінійними диференціальними рівняннями (4) і (5):

$$\frac{dI}{dt} = \beta IS - \gamma I \quad (4)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (5)$$

$$\frac{dR}{dt} \cdot \frac{1}{I} = \gamma(t) \quad (6)$$

Фізичний зміст сталої γ – це частка інфікованих людей, що одужали за одиницю часу (6). Цей параметр демонструє, наскільки ефективними є методи лікування інфікованих і наскільки дієвими є

вжиті заходи. Якщо γ зросла після введених заходів, це означає їх ефективність, пришвидшення темпів одужання інфікованих пацієнтів.

Слід звернути увагу на деякі припущення, які були прийняті при аналізі даних. По-перше, сума $S + I + R = N$ є постійною. Тобто в рамках нашої камерної моделі загальна чисельність населення N є постійною.

По-друге, якщо немає початкових інфікованих, то права частина всіх трьох рівнянь дорівнює 0, і тому нічого не змінюється. При проведенні аналізу та розрахунків передбачалась наявність декількох інфікованих.

Нижченаведені вихідні дані для Чернівецької області були використані для розрахунку коефіцієнтів β і γ (табл. 1). Ці дані отримані з відкритих джерел [8]. При їх підрахунках, очевидно, допускались певні припущення. Зокрема, до інфікованих причисляли людей, які отримали негативний результат ПЛР-тесту після хвороби. Проте це число не має жодного значення.

Таблиця 1

Загальна кількість населення, число інфікованих, які одужали та померли від COVID-19 у Чернівецькій області станом на 02.09.2020 р.

	Станом на 02.09.2020
Чисельність населення, N	902 320 чол.
Число сприйнятливих до інфекції людей, S=N-I	891833 осіб
Число заражених осіб, I	10 487
Число тих, хто одужав, R	6 327
Число померлих, D	287

Тому, що ПЛР-тест роблять далеко не всі, особливо ті, хто хворіє вдома. Згодом МОЗ змінило алгоритм визначення кількості осіб, що одужали: тепер до таких автоматично записують усіх через 14 днів після офіційного початку хвороби. Тобто, згідно з алгоритмом МОЗ України, одужали всі, хто не помер. Дані щодо подової зміни кількості осіб у цих трьох категоріях населення впродовж досліджуваного періоду наведена на рисунку 1.

Як видно з наведеного графіка, щоденні дані мають суттєво стохастичний характер і характеризуються значною варіативністю (рис. 1). Простий розрахунок сталих β і γ неможливий. Для цього необхідно попередньо обробити наявні статистичні дані для певних періодів розвитку епідемії.

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Розрахунок критичних параметрів моделі SIR проводився згідно з формулами (1) і (4) у певні моменти часу t_k розвитку епідемії:

$$\beta(t_k) = -\frac{1}{I(t_k)S(t_k)} \cdot \frac{dS(t_k)}{dt}, \quad (7)$$

$$\gamma(t_k) = \frac{1}{I(t_k)} \cdot \frac{dR(t_k)}{dt}. \quad (8)$$

Перший етап розрахунку включав знаходження аналітичних кривих, що описують зібрані статистичні дані. Для цього використовувалась утиліта Curve Fitting з програмного

середовища MATLAB (MathWorks, MA, USA, ліцензія № 1234560). Обирались інтерполяційні криві поліномних функцій, які мали коефіцієнт регресії R^2 не менше 0,95 [9].

Спочатку ми розглянули динаміку зміни кількості інфікованих та тих, що одужали, впродовж оголошення карантину. Нижче наведений графік показує криві, необхідні для розрахунку параметрів варіантів β і γ . Інтерполяція до щоденних статистичних даних щодо інфікованих осіб $I(t)$ цього періоду задається поліномом п'ятого порядку відносно часу t :

$$I(t) = 0,64 \cdot t^5 - 14,98 \cdot t^4 + 125,3 \cdot t^3 - 451,8 \cdot t^2 + 684,7 \cdot t + 64 \quad (9)$$

Графік кривої представлений на рисунку 2а. Інтерполяція даних щодо тих, хто одужав, $R(t)$ для цього ж періоду задається поліномом шостого порядку відносно часу t :

$$R(t) = 1,0009 \cdot t^6 + 26,05 \cdot t^5 - 262,4 \cdot t^4 + 1304 \cdot t^3 - 3312 \cdot t^2 + 4007 \cdot t - 1688 \quad (10)$$

Графік кривої представлений на рисунку 2б.

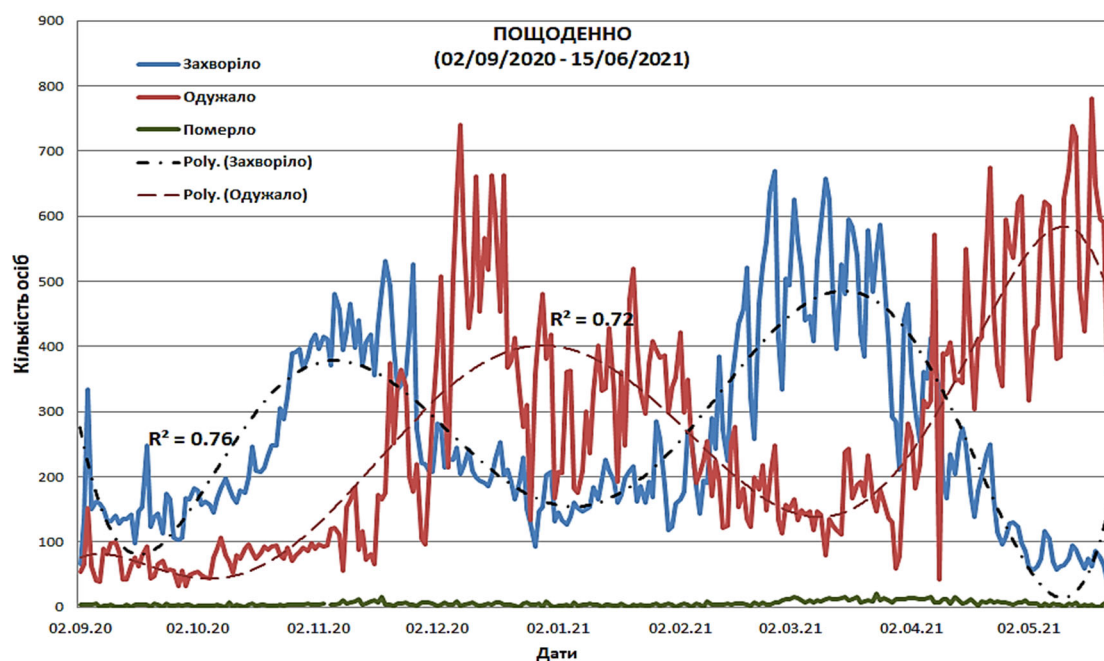


Рис. 1. Щоденна зміна кількості захворілих людей, що одужали й померли впродовж досліджуваного періоду

Величини розрахованих параметрів β і γ наведено в таблиці 2. Рівняння інтерполяційної функції, що описує статистичні дані, дозволяє точніше розрахувати значення β і γ у визначені моменти часу t_k . Для того, щоб порівняти та

з'ясувати ефективність протиепідеміологічних заходів з точки зору запобігання поширення коронавірусу, варто розглянути, що відбувається на початку карантинних або профілактичних періодів та в кінці.

Таблиця 2

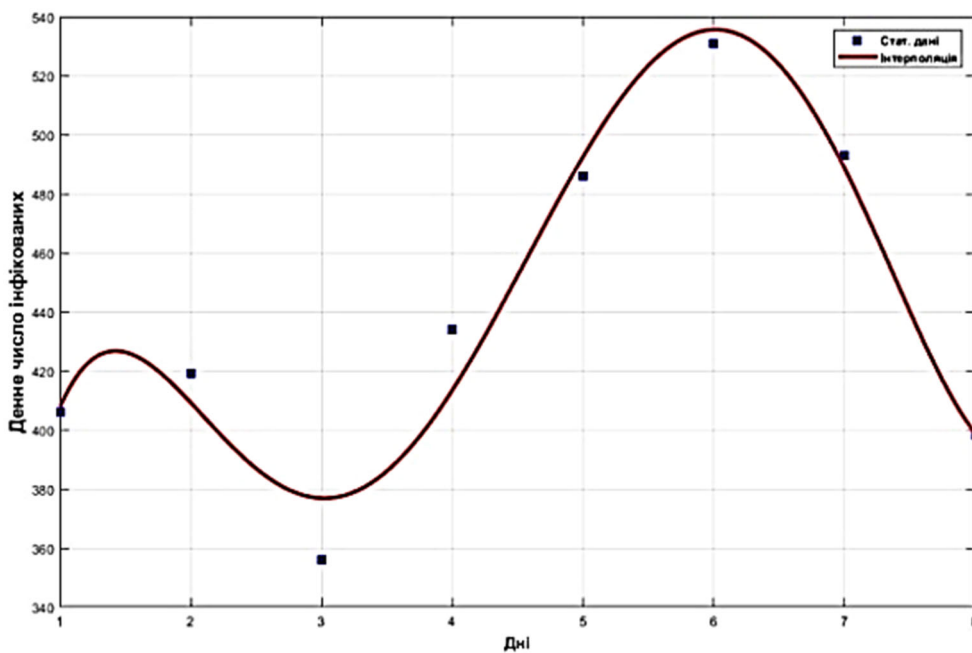
Розраховані значення критичних параметрів β і γ камерної моделі для двох досліджуваних періодів – карантину та локдауну. Показані величини параметрів для початку й кінця кожного періоду

Карантин (14/11/2020 - 21/11/2020)				Локдаун (8/01/2021 - 24/01/2021)			
β (день ⁻¹ особ. ⁻¹)		γ (день ⁻¹)		β (день ⁻¹ особ. ⁻¹)		γ (день ⁻¹)	
Поч.	Кін.	Поч.	Кін.	Поч.	Кін.	Поч.	Кін.
$1,7 \times 10^{-8}$	$1,5 \times 10^{-8}$	0,003	0,008	$4,1 \times 10^{-9}$	$4,2 \times 10^{-9}$	0,005	0,007

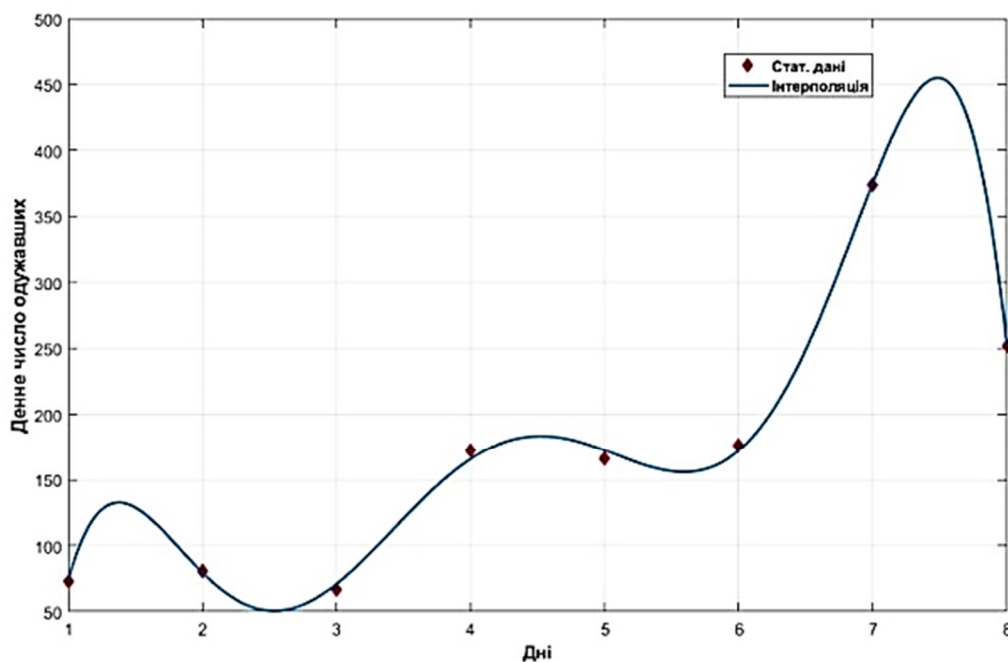


Аналізуючи показані на рисунку 2 статистичні дані для періоду карантину, бачимо, що добова кількість інфікованих незначно зменшилась за цей період. Але більше ніж удвічі збільшилась швидкість одужання інфікованих. Це свідчить

про абсолютну зміну динаміки розвитку епідемії в регіоні після впровадження карантинних заходів. Імовірність того, що на наявну кількість інфікованих з'явиться один, що одужав, впродовж дня збільшилась з 0,005 до 0,007.



(а)

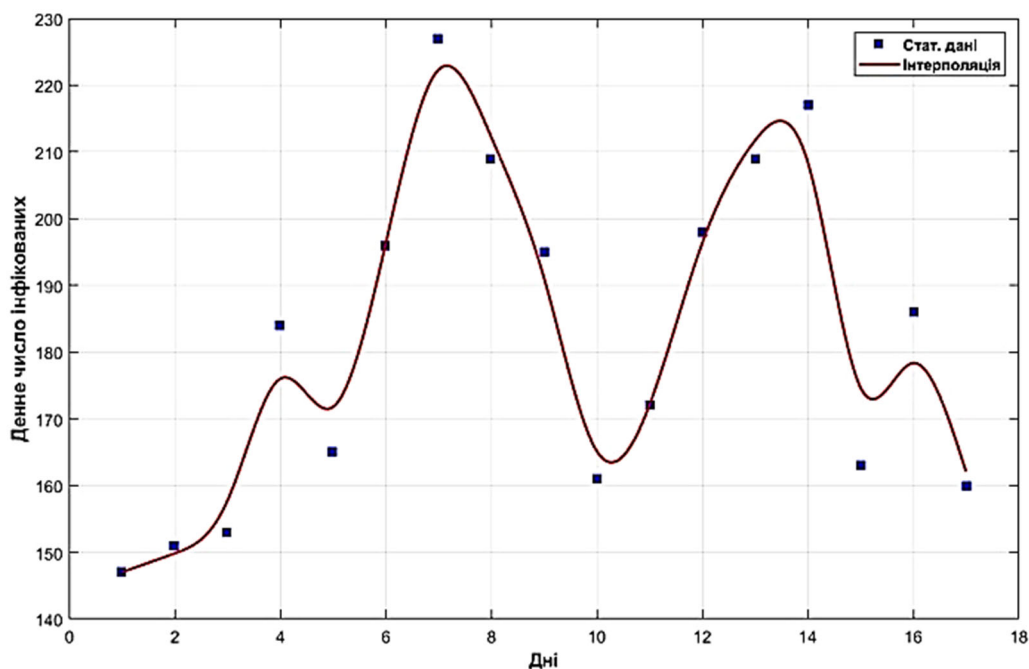


(б)

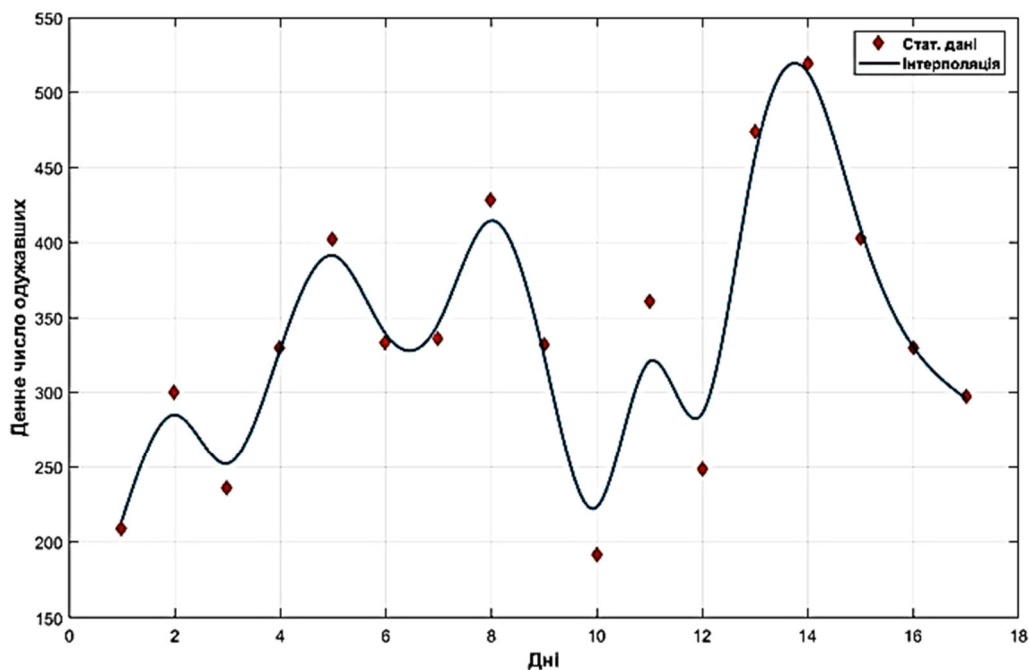
Рис. 2. Динаміка щоденної кількості інфікованих (а) та тих, що одужали (б), впродовж періоду карантину (8 днів)

Подібні тенденції можна спостерігати для періоду локдауну. При незначному збільшенні темпів щодобового інфікування зросла швидкість одужання (рис. 3). Імовірність того,

що на наявну кількість інфікованих з'явиться один, що одужав, вродовж дня збільшилась протягом цього періоду з 0,003 до 0,008.



(а)



(б)

Рис. 3. Динаміка щоденної кількості інфікованих (а) та тих, що одужали (б), впродовж періоду локдауну (17 днів)

Для розуміння змісту параметрів β і γ , які представлені в таблиці 2, необхідно переписати співвідношення (7) і (8) у такому вигляді, де замість диференціалів стоять прирости відповідних функцій:

$$\Delta I(t_k) = -\Delta S(t_k) = \beta S_k \Delta t \quad (11)$$

$$\Delta R(t_k) = \gamma \Delta t I_k \quad (12)$$

З цих співвідношень у рамках однокамерної моделі видно, що ймовірність того, що серед S_k сприйнятливих з'явиться один інфікований впродовж одного дня, є βS_k . Для того, щоб її зменшити, необхідно зменшити S_k за рахунок, наприклад, вакцинації. Подібне стосується і параметра γ . Ймовірність того, що серед I_k інфікованих з'явиться один, що одужав, впродовж одного дня є γI_k . У рамках цієї моделі не розглядається вплив вакцинації на динаміку розвитку епідемії. Разом з тим проведений аналіз подового зміни кількості інфікованих та кількості тих, що одужали, свідчить про стримуючу роль вакцинації. Впродовж перших 70 днів від початку вакцинації відбулося майже п'ятиразове зменшення добової кількості інфікованих та чотириразове збільшення добової кількості тих, що одужали (рис. 4а, б.).

Введення карантину передбачало носіння захисних масок у місцях скупчення людей (магазини, ресторани, банки, освітні установи), дистанціювання в таких місцях, обмеження доступу пасажирів до засобів громадського транспорту, відміна проведення заходів з великою кількістю учасників. Упровадження локдауну мало на меті суттєво знизити рівень інфікування громадян за рахунок переведення освітніх установ на дистанційну форму освіти, зачинення ресторанів, барів, фітнес-центрів, театрів, кінотеатрів, торговельних центрів. Започаткування вакцинації було націлене на зменшення швидкості інфікування людей за рахунок вироблення імунітету до вірусу в сприйнятливої категорії, у якій виробляються антитіла внаслідок дії вакцини. Впродовж 2020 року виїзд до країн Європейського Союзу теж був заборонений внаслідок правил, прийнятих цим союзом для громадян України.

При аналізі отриманих результатів моделювання ми ставили за мету відповісти на деякі питання. Зокрема, якщо ми починаємо з популяції майже всіх сприйнятливих плюс невелика кількість інфікованих, то:

- яким чином змінюється β при проведенні карантину, локдауну;

- як змінюється швидкість одужання γ із проведенням протиепідемічних заходів;
- як змінилися основні показники розвитку епідемії впродовж протиепідеміологічного заходу.

Також визначення факторів β і γ дозволяє прогнозувати тривалість запобіжних заходів, таких як карантин, локдаун, закриття кордону, ефективність від їх упровадження та тривалість епідемії, її пік і закінчення.

Використання камерної моделі набуло широкого застосування впродовж багатьох десятиліть для аналізу розвитку епідемії у світі. Основна причина полягає в тому, що вона не є складною і може бути застосована до різноманітних захворювань, включаючи грип, лихоманку, кір, малярію, віспу, чуму, холеру, ВІЧ, хворобу Зіка та хворобу Ебола [10].

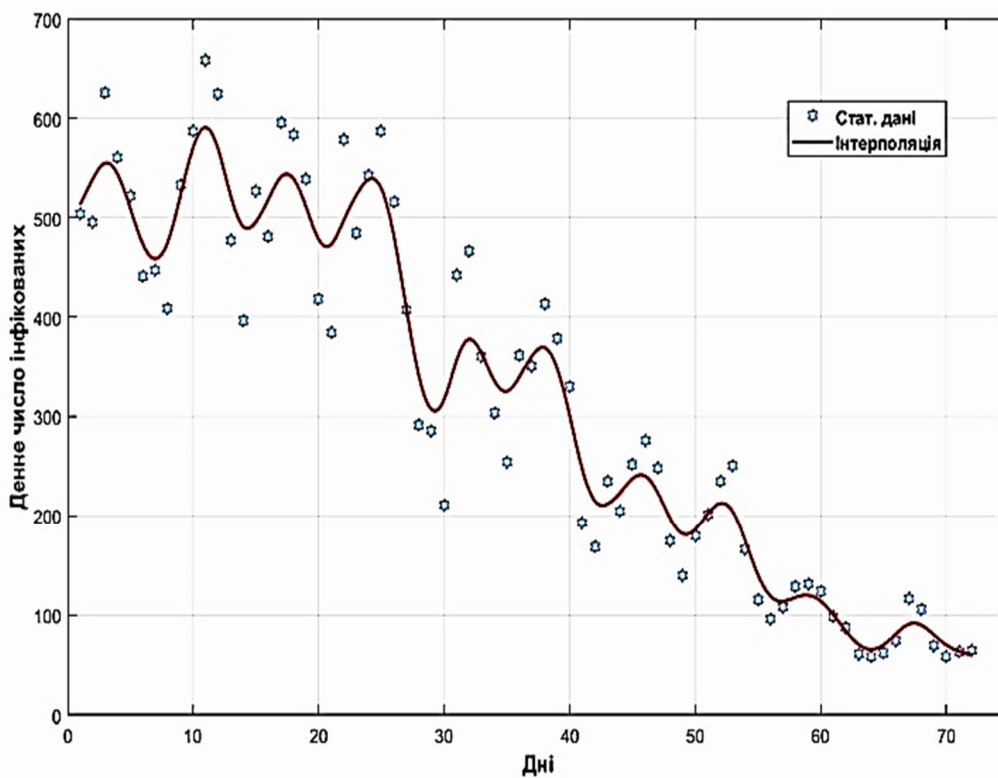
Модель дозволяє прогнозувати пік інфікування захворюванням та тривалість епідемії. Зокрема, як показало дослідження, порівняння часів піку зараження COVID-19 у деяких столицях країн (Японія, Іран, Корея, Італія) добре прогнозується за допомогою розрахунків у рамках камерної моделі [10].

Камерна модель здатна забезпечити точний короткостроковий прогноз кількості та вікового розподілу випадків інфікування і смертей. Результати моделювання впливу локдауну на поширення коронавірусу в Україні свідчать про те, що скорочення робочих контактів ефективніше стримує поширення захворювання, ніж скорочення контактів у школі або впровадження ізоляції для людей старше 60 років [11].

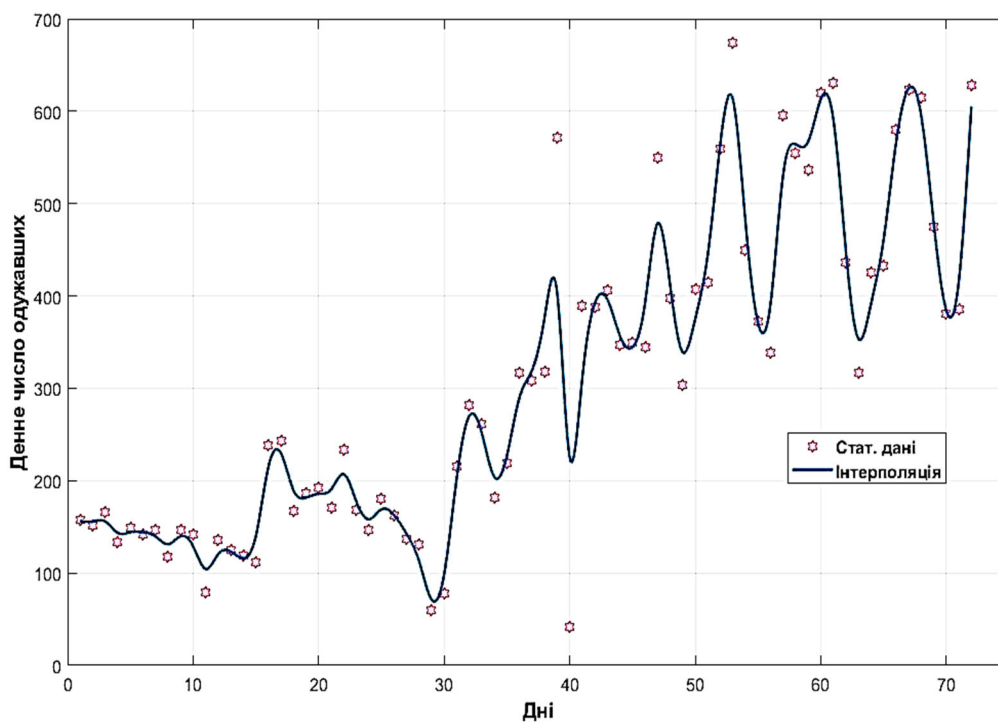
Камерна модель була використана для оцінки швидкості одужання, швидкості інфікування та рівня втрати імунітету до COVID-19 населенням Італії на період з 15 лютого до 6 квітня 2020 року [12].

Моделі епідемії SIR і SEIR використовувалися для розрахунку часу піку COVID-19 у Єгипті. У роботі доводиться, що заходи блокування поширення інфекції можуть допомогти відтермінувати очікуваний пік [13].

У роботі Шарова К.С. була проведена оцінка ефективності карантину в боротьбі з коронавірусом [14]. Використовуючи камерну модель та епідеміологічну інформацію про COVID-19, зібрану в п'ятнадцяти європейських країнах у приватних опитуваннях або за допомогою офіційної статистики, автор дав помірну оцінку карантину як засобу в стримуванні поширення COVID-19.



(а)



(б)

Рис. 4. Зміна добової кількості інфікованих (а) та тих, що одужали (б), впродовж 70 днів після початку процедури вакцинації

В іншій роботі було використано неявну дискретну в часі модель SIR для прогнозування поширення коронавірусу (COVID-19) на Фіджі на основі офіційних статистичних даних [15]. Модель передбачала зміни в часі швидкості інфікування та одужання, які були розраховані з 4 травня 2021 року до 9 жовтня 2021 року. На основі розрахунків було зроблено короткостроковий (30 днів) прогноз для кількості інфікованих та тих, хто одужали. Результати розрахунків було перевірено за допомогою спостережуваних значень активних випадків і випадків одужання з 11 жовтня 2021 року до 9 грудня 2021 року. Статистичні результати підтвердили хорошу відповідність між змодельованими величинами та зареєстрованими даними про COVID-19. Автори зробили висновок, що результати цього дослідження можуть бути використані як дослідниками, так й урядом Фіджі для прийняття обґрунтованих рішень у разі виникнення нової хвилі COVID-19 [15].

ВИСНОВКИ

1. Аналіз статистичних даних у рамках камерної моделі SIR показав, що введені карантин

і локдаун є ефективними заходами для стримування поширення епідемії COVID-19 у регіоні.

2. Результати розрахунку параметрів β і γ камерної моделі SIR показали зміну характеру розвитку епідемії в області.

3. Застосування камерної моделі для аналізу динаміки поширення коронавірусної хвороби дозволило кількісно оцінити ефективність протиепідемічних заходів, таких як карантин і локдаун.

4. Упровадження карантину привело до збільшення швидкості одужання інфікованих пацієнтів. Те ж саме відбулося після впровадження локдауну.

5. Аналіз статистичних даних показав, що суттєве уповільнення поширення епідемії в регіоні та прискорення швидкості одужання інфікованих спостерігалось після початку вакцинавання населення.

Фінансування. Дослідження не має зовнішніх джерел фінансування.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

REFERENCES

- Cucinotta D, Vanelli M. WHO declares COVID-19 a pandemic. *Acta Biomed.* 2020;91(1):157-60. doi: <https://doi.org/10.23750/abm.v91i1.9397>
- Shrock E, Fujimura E, Kula T, et al. Viral epitope profiling of COVID-19 patients reveals cross-reactivity and correlates of severity. *Science.* 2020;370(6520):1-15. doi: <https://doi.org/10.1126/science.abd4250>
- Ge Y, Martinez L, Sun S, et al. COVID-19 Transmission Dynamics Among Close Contacts of Index Patients With COVID-19: A Population-Based Cohort Study in Zhejiang Province, China. *JAMA Intern Med.* 2021;181(10):1343-50. doi: <https://doi.org/10.1001/jamainternmed.2021.4686>
- Ng OT, Marimuthu K, Koh V, et al. SARS-CoV-2 seroprevalence and transmission risk factors among high-risk close contacts: a retrospective cohort study. *The Lancet Infectious Diseases.* 2021;21(3):333-43. doi: [https://doi.org/10.1016/S1473-3099\(20\)30833-1](https://doi.org/10.1016/S1473-3099(20)30833-1)
- Rothe C, Schunk M, Sothmann P, Bretzel G, et al. Transmission of 2019-nCoV Infection from an asymptomatic contact in Germany. *N Engl J Med.* 2020 Mar 5;382(10):970-1. doi: <https://doi.org/10.1056/NEJMc2001468>
- Kermack WO, McKendrick AG. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proc R Soc Lond. Ser. A.* 1927;115:700-21. doi: <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
- Smith D, Moore L. The SIR Model for Spread of Disease – The Differential Equation Model. *Convergence.* 2004 Dec.
- covid19.rnbo.gov.ua [Internet]. [The website of the National Security and Defense Council of Ukraine (NSDO).] [cited 15 Jun 2021]. Ukrainian. Available from: <https://covid19.rnbo.gov.ua>
- Devore JL. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences.* 8th ed. Boston, MA: Cengage Learning; 2011. p. 508-10.
- Turkyilmazoglu M. Explicit formulae for the peak time of an epidemic from the SIR model. *Physica D.* 2021 Mar 26;422:132902. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2021.132902>
- Kyrychko YN, Blyuss KB, Brovchenko I. Mathematical modelling of the dynamics and containment of COVID-19 in Ukraine. *Sci Rep.* 2020;10:19662. doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-76710-1>
- Cano C. Louisiana Tech University: Louisiana Tech Digital Commons Repository [Internet]. 2020 [cited 15 Jun 2021]. Available from: <http://network.bepress.com/physical-sciences-and-mathematics/mathematics/dynamical-systems>
- Desouky ED. Prediction of the epidemic peak of Covid19 in Egypt, 2020. *MedRxiv.* 2020;04.30.20086751. doi: <https://doi.org/10.1101/2020.04.30.20086751>
- Sharov KS. Creating and applying SIR modified compartmental model for calculation of COVID-19 lockdown efficiency. *Chaos Solitons Fractals.* 2020 Sep 24;141:110295. doi: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110295>
- Singh R, Lal R, Kotti R. Time-discrete SIR model for COVID-19 in Fiji. *Epidemiology and Infection.* 2022;150:E75. doi: <https://doi.org/10.1017/S0950268822000590>

Стаття надійшла до редакції
21.06.2022