Liet. matem. rink, **46**, *spec. nr.*, 2006, 345–349

Globaliosios sijyno optimizacijos uždaviniai

Rimantas BELEVIČIUS, Dmitrij ŠEŠOK (VGTU)
el. paštas: rb@fm.vtu.lt, dsesok@one.lt

Reziumė. Nagrinėjamas aktualus statybos inžinerijoje uždavinys: optimalios polių išdėstymo rostverkiniuose pamatuose schemos gavimas, siekiant kuo mažesnio polių skaičiaus ir kuo mažesnių atraminių reakcijų juose. Aptariami uždavinio idealizavimai, jo formulavimas lokaliajai ir globaliajai optimizacijai, parodoma globaliosios optimizacijos reikmė tokiems uždaviniams. Sijyno diskretizacijai taikomas baigtinių elementų metodas. Tikslo funkcijos jautrumo analizė atliekama analitiškai. Pasiūlyta tokių uždavinių sprendimo technologija, taikant globaliosios optimizacijos algoritmus kaip „juodas dėžes“; tam uždavinio sprendimo programos pritaikytos optimizacijos paketui GAMS. Pateikiamas skaitinis pavyzdys.

Raktiniai žodžiai: pamatų sijynų optimizavimas, globalioji optimizacija, baigtinių elementų metodas.

1. Įvadas

Šis darbas skirtas nagrinėti vieną statybos inžinerijoje kylančių optimizavimo uždavinių klasę – polinių pamatų sijynų schemų optimizavimą. Sijyno optimalumą lemia toks polių išdėstymas, kad duotų charakteristikų polių reikėtų kuo mažiau, o jungiančiosiose sijose kiltų mažiausi galimi lenkimo momentai. Faktiškai tai yra du skirtingi optimizavimo uždaviniai: sijyno optimizavimas, siekiant taupyti polius, ir sijyno optimizavimas, siekiant taupyti jungiančiųjų sijų tūrį (t.y. betono kiekį) ir armatūrą. Abu šiuos uždavinius galima apjungti į vieną sijyno optimizavimo uždavinį, imant kompromisinę tikslo funkciją, kurią su tam tikrais svoriais sudarytų abiejų uždavinių tikslo funkcijų suma. Tokie uždaviniai (tačiau tik taikant lokaliosios optimizacijos metodus) autorių yra spręsti [1–3]. Toliau nagrinėsime tik pirmąjį – polių optimizavimo uždavinį. Antrojo uždavinio modeliai būtų panašūs.

Optimalią duotų charakteristikų polių išdėstymo po sijyno sijomis schemą galima gauti keičiant jų pozicijas sijyne, kad visuose poliuose rastųsi vienodos, artėjančios prie duotosios poliaus keliamosios galios, reaktyvinės jėgos. Duomenys uždaviniui yra: sijyno geometrinė forma plokštumoje, sijyno visų sijų geometriniai duomenys (skerspjūvis, inercijos momentai), sijyno visų sijų medžiagos duomenys (vienos sijos medžiaga laikoma izotropine), ribinė leistinoji poliaus reakcija, ribinis mažiausias atstumas tarp gretimų polių, poliaus standžiai, aktyviosios apkrovos. Uždavinio rezultatai yra reikiamas polių skaičius ir šių polių padėtys sijyne.

Sijyno analizės uždavinys sprendžiamas baigtinių elementų metodu, taikant lenkiamų strypų elementus ir autorių programas. Taigi, jungiančiosios sijos idealizuojamos lenkiamais strypais, o poliai – atramomis – kraštinių sąlygų pridėties taškais. Universalių baigtinių elementų metodo paketų taikymo atsisakyta, nes ribojantis optimizavimo uždavinių faktorius yra skaičiavimo laikas – o originalios programos kurtos siekiant kuo didesnio skaičiavimo greičio. Be to, paketai neteikia jautrumo analizės galimybių.

2. Uždavinio formulavimas – lokalioji optimizacija

Uždavinys pradedamas spręsti nuo atskiros sijyną sudarančios sijos optimizavimo, vėliau apjungiant visas sijas į vieningą ansamblį autorių pasiūlytais iteraciniais algoritmais [3]. Viso sprendimo pagrindas – atskiros sijos optimizavimas. Jos optimizavimo uždavinys formuluojamas taip:

$$\min_{X \in D} P(X), \tag{1}$$

kur P yra tikslo funkcija, D – galima sijos konfigūracija, nustatoma konkrečių atramų tipu, duotu skirtingų sijos skerspūvių planu ir duotu skirtingų sijos medžiagų planu, o x yra projektavimo kintamieji.

Kad uždavinio formulavimas būtų kiek galima bendresnis, tikslo funkcija imamas didžiausias skirtumas tarp atramos reakcijos ir šios atramos leistinosios reakcijos – taip randasi galimybė skirtingoms atramoms gauti skirtingas norimas reakcijas:

$$P(x) = \max_{1 \leqslant i \leqslant N_a} |R_i - f_i R_l|, \tag{2}$$

kur N_a yra atramų skaičius, R_l yra leistinoji reakcija, f_i – daugiklis šiai reakcijai, R_i – atraminė reakcija, o x – atramų koordinatės, projektavimo kintamieji.

Toliau minimumo-maksimumo uždavinys pakeičiamas į grynai minimizavimo uždavinį su apribojimais, traktuojant $P_{\max}$ kaip nežinomąjį ir laikant, kad projektavimo kintamiesiems pakitus δx_i, jokia P reikšmė visoje struktūroje neviršys $P_{\max}$:

$$P(x) + \sum_{i=1}^{N_a} \frac{\partial P(x)}{\partial x_i} \Delta x_i - P_{\max} \leqslant 0. \tag{3}$$

Išvestinės $\frac{\partial P(x)}{\partial x_i}$ suskaičiuojamos analitiškai, kadangi šie optimizavimo uždaviniai reikalauja ypač didelio tikslumo [2].

Taip pat būtinas sijos ilgio ribojimas, kadangi antraip, esant tam tikriems apkrovimo atvejams, optimizavimas stengtųsi sutrumpinti siją:

$$L(x) + \sum_{i=1}^{N_a} \frac{\partial L(x)}{\partial x_i} \Delta x_i - L_0 \leqslant 0, \tag{4}$$

kur L_0 yra pradinis sijos ilgis.

Uždavinys yra netiesinis, todėl sprendžiamas iteracijomis, kiekvienoje iteracijoje pakeičiant dabartinę modelio konfigūrąciją į gretimą geresnę. Vienoje iteracijoje atliekami tokie sprendimo žingsniai: baigtinių elementų analizė, jautrumo analizė projektavimo kintamųjų atžvilgiu ir optimalus perplanavimas taikant tiesinio programavimo metodus. Projektavimo kintamųjų pokyčiai kiekvienoje iteracijoje susiejami su tikslo funkcija pokyčių ribojimo technika, leidžiančia kontroliuoti šių pokyčių dydį prisitaikant prie uždavinio netiesiškumo laipsnio.

Visos baigtinių elementų charakteristikų matricos, pagrindinės lygtys reakcijoms skaičiuoti ir išraiškos analitinei jautrumo analizei pateiktos [2,3,9].

Kaip rodo patirtis, tokie uždaviniai yra daugiaekstreminiai ir (kai išsilygina kelios atraminės reakcijos) labai jautrūs. Kad būtų gautas globalus (ar bent jau „protingas“) sprendinys daugeliui realistinių sijynų schemų, skaičiavimus tokiu algoritmu tenka pradėti nuo kvazioptimalios pradinės schemos. Ši pradinė schema parengiama specialia ekspertine programa. Skaičiavimai uždaviniams su keliomis dešimtimis projektavimo kintamųjų trunka iki 10 minučių (PC Pentium IV, 1,5GHz, 512 MB RAM). Vis tik sudėtingiems sijynams, kuriems ekspertinė sistema negali pasiūlyti gero pradinio sprendinio, priimtinos galutinės schemos gauti nepavyksta.

3. Uždavinio formulavimas – globalioji optimizacija

Akivaizdus būdas išspręsti minėtas lokalaus sijyno optimizavimo problemas – taikyti globaliosios optimizacijos metodus. Uždavinio tikslo funkcija lieka ta pati (1, 2), bet dabar, nagrinėjant iškart visą sijyną, o ne paskiras jo sijas, ribojimų sistema performuluojama „išvyniojant“ visą dvimatį sijyną į vieną vienmatę siją, kurios ilgis būtų lygus visų sijyno sijų ilgių sumai. Taigi, speciali programa pertvarko sijyną į vienmatę siją, uždavinys sprendžiamas jos erdvėje, o po to vėl sugrįžtama į pradinį dvimatį sijyną. Ribojimai tokioje vienmatėje sijoje užrašomi lygtimi

$$0 \leqslant x_i \leqslant L, \quad i = 1, 2, \dots N_a, \tag{5}$$

Tokioje formuluotėje vieną atramą atitinka vienas projektavimo kintamasis.

Vis tik absoliuti dauguma globaliosios optimizacijos algoritmų, įtrauktų į komercinius globaliosios optimizacijos programų paketus, derina globaliąją paiešką uždavinio erdvėje su lokaliąja paieška aptiktuose perspektyviuose poerdviuose (tikslinant sprendinį), o tam reikia turėti tikslo funkcijos jautrumo projektavimo kintamiesiems duomenis. Jautrumo analizė uždaviniui atliekama analitiškai (žr. 4 skyrių).

Keli taip formuluoto uždavinio sprendiniai, taikant globaliosios optimizacijos programą [4] kaip „juodą dėžę“, be jautrumo analizės, yra pateikti [5]. Net ir sprendžiant uždavinį su 10 lygiagrečių procesorių, 15 projektavimo kintamųjų uždavinio „protingas“ sprendinys gaunamas tik per kelias skaičiavimų valandas (o vienas baigtinių elementų programos atsakas tetrunka sekundės dalis). Teigiama [6], kad universalaus, kiekvienam uždaviniui tinkamo globaliosios optimizacijos algoritmo nėra ir kiekvienai uždavinių klasei reikėtų (eksperimentais) parinkti tinkamiausią optimizacijos algoritmą. Tam, matyt, geriausiai tiktų komerciškai platinamas optimizavimo programų paketas GAMS [7,8].

4. Sijyno globalioji optimizacija GAMS programomis

Šiuo metu GAMS yra plačiausias įvairių optimizavimo tipų programų rinkinys, skirtas įvairioms operacinėms sistemoms. Į šių metų GAMS versiją įeina 29 skirtingų autorių kolektyvų sukurti sprendikai, apjungti viena vartotojo sąsaja, iš kurios galima pasirinkti norimą sprendimo programą. Uždavinio modelis sudaromas specialia GAMS vidine programavimo kalba.

GAMS pirmiausia skirtas kurti modeliams, kuriuos galima užrašyti išreikštiniu pavidalu. Inžinerijoje gi bendru atveju skaičiuojamasis modelis išreikštiniu pavidalu negalimas (diskretizavimui daugiausia taikomas baigtinių elementų metodas). Tam GAMS pakete numatyta sudėtingai realizuota *išorinių funkcijų*, kurias galima teikti keliomis algoritminėmis kalbomis, galimybė. Jos prie paketo jungiamos per dinamines bibliotekas. Nagrinėjamo uždavinio atveju visos skaičiavimo programos apiformintos kaip viena išorinė Fortrano funkcija, o darbas pradedamas iš GAMS vartotojo sąsajos.

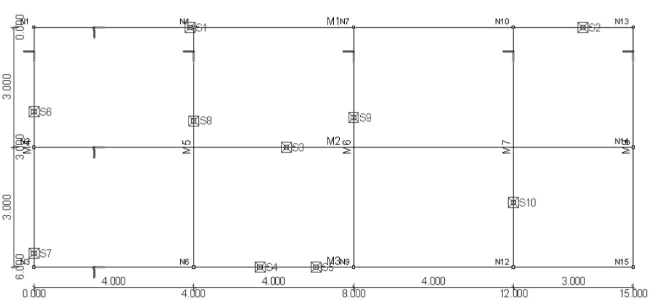
Kita ribojanti GAMS savybė – kaip minėta, beveik visi globaliosios optimizacijos sprendikai, išskyrus LGO ir OQNLP, reikalauja ypač tikslios [10] tikslo funkcijos jautrumo informacijos.

Čia teikiamas GAMS sprendiku LGO (*Lipschitz-Continuous Global Optimizer*) išspręstas pavyzdys.

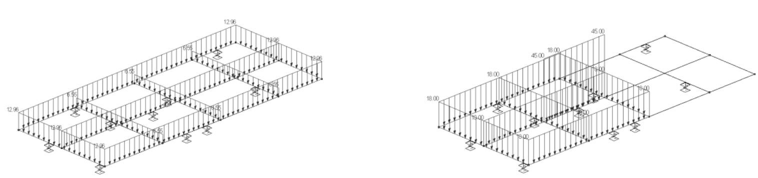
Skaitinis pavyzdys. Pakartotinai išspręstas pavyzdys iš [5] su 10 projektavimo kintamųjų. Geometrinė sijyno forma parodyta 1 pav. Ten pat parodytos ir sprendžiant uždavinį gautos dešimties atramų padėtys. Sijyno apkrovą sudaro 15 išskirstytų slėgių ir 1 sutelkta jėga (2 pav.).

Visų sijyno sijų medžiaga vienoda, jos tamprumo modulis yra $0.285e8$, o Puasono koeficientas – 0.2. Sijų skerspjūviai skirtingi; jų inercijos momentai yra intervale $0.801e-2$ – $0.375e-1$. Lemiantys sijyno duomenys – atramos vertikalusis standis – 1e15, leistinoji atraminė reakcija – 200, leistinasis mažiausias atstumas tarp gretimų atramų – $0.2e-1$. Tokiems duomenims programos gautas teorinis reikiamas atramų skaičius yra 10.

Uždavinio sprendimą sustabdo ne GAMS paketas (inžineriniu požiūriu globalusis sprendinys – kai visos reakcijos bus visiškai lygios – nereikalingas), o baigtinių



1 pav. Sijyno geometrinė forma ir gautos atramų padėtys.



2 pav. Sijyno apkrova.

elementų analizės programa, kai pasiekiama pakankamai maža didžiausioji atraminė reakcija. Taigi po 20 minučių skaičiavimo gautos tokios atramų padėtys, kaip parodyta 1 pav., o atitinkamos reakcijos yra

$$-206,3;\ -170,6;\ -204,5;\ -189,0;\ -94,96;$$

$$-196,8;\ -168,6;\ -207,4;\ -192,1;\ -207,4$$

Literatūra

1. R. Belevičius, S. Valentinavičius, Optimization of grillage-type foundations, *Civil Engineering*, **6**(6), 255–261 (2000).
2. R. Belevičius, S. Valentinavičius, E. Michnevič, Multilevel optimization of grillages, *Journal of Civil Engineering and Management*, **8**(2), 98–103 (2002).
3. R. Belevičius, S. Valentinavičius, Optimisation of grillage-type foundations, in: *Proc. of 2nd European ECCOMAS and IACM Conference "Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering"*, June 26–29 2001, Poland, CD-ROM (2001).
4. J. Žilinskas, Black box global optimization: covering methods and their parallelization,*PhD dissertation*, Kaunas Technological University, Kaunas (2002).
5. R. Čiegis, M. Baravykaitė, R. Belevičius, Parallel global optimization of foundation schemes in civil engineering, in: J. Dongarra, K. Madsen, J. Wasniewski (Eds.), *Applied Parallel Computing. State of the Art in Scientific Computing*: *7th International Conference, PARA 2004*, Lyngby, Denmark, June 20–23, Revised Selected Papers, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3732 (2006), pp. 305–312.
6. A. Groenwold, M. Hindley, Competing parallel algorithms in structural optimization, *Struct. Multidisc. Optim.*, **24**, 343–350 (2002).
7. A. Brooke, D. Kendrick, A. Meeraus, R. Raman, *GAMS. A Users Guide*, Gams Development Corporation (2005).
8. *GAMS. The Solvers Manuals*, Gams Development Corporation (2005).
9. C. Spyrakos, J. Raftoyiannis, *Linear and Nonlinear Finite Element Analysis in Engineering Practice*, Algor Publishing Division (1997).
10. M. Bussieck, *Gams Development Corporation*, privatus pranešimas.

SUMMARY

R. Belevičius, D. Šešok. Global optimization of grillages

Important problem in civil engineering is obtaining optimal pile placement schemes for grillage-type foundations in order to reduce the number of piles and reactive forces arising in piles. The idealizations of problem and formulation for local and global optimization are discussed, highlighting the must for global optimization. The grillage is discretized using finite element method. Sensitivity of objective function is obtained analytically. The solution technology for a class of aforementioned problems is proposed based on the use of global optimization algorithms of package GAMS, which are implemented as "black boxes". Results of computational experiments are presented.

Keywords: optimization of grilage-type foundations, global optimization, finite element method.