

# Pasyvumo problemos tyrimas Baltijos šalių akcijų rinkose

Igoris BELOVAS (MII, VGTU), Audrius KABAŠINSKAS (MII),  
Leonidas SAKALAUSKAS (MII)

el. paštas: igor\_belov@takas.lt, audrkaba@soften.ktu.lt, sakal@kti.mii.lt

**Rezumė.** Baltijos šalių vertybinių popierių ir ypač akcijų rinkų tyrimai kelia daug iššūkių investuotojams bei analitikams. Jaunose ir besivystančiose rinkose yra pastebimas didesnis, nei įprasta, pasyvumas, todėl tinkamo dėsnio, kuris pakankamai gerai modeliuotų duomenų pasiskirstymą nustatymas, yra įdomi ir aktuali problema. Darbe siūlomas mišrusis modelis ir atliekama jo tinkamumo Baltijos šalių rinkoje analizė. Mišrusis modelis apjungia tolydžiuosius ir diskretinius dėsnius, o standartiniai suderinamumo kriterijai keičiami Koutrouvelio ir modifikuotu  $\chi^2$  metodais.

*Raktiniai žodžiai:* nulinės akcijų kainų gražos, stabilieji atsitiktiniai dydžiai, mišrusis skirstinys, suderinamumo hipotezės, charakteringosios funkcijos metodas, rinkos pasyvumas.

## 1. Įvadas

Išsiplėtus Europos Sąjungai iki tol mažai žinomos Baltijos ir kitų Rytų bei Centrinės Europos rinkos tapo patrauklios investuotojams. Didžiąja dalimi tai sąlygojo aukštas Bendrojo Vidaus Produkto augimas 3–8% (tuo tarpu senosiose ES šalyse tik 1.5–1.8%) ir aukštas pelningumo lygis. Straipsnis yra skirtas statistinėms Baltijos šalių akcijų kainų sekų savybėms tirti, nagrinėjant akcijų grąžų kasdienius svyravimus. Baltijos šalių finansinės sekos pasižymi dvejomis svarbiomis savybėmis, kurios gerokai skiriasi nuo JAV ar senųjų ES narių:

1. Sekos yra gerokai trumpesnės: 10–12 metų (neviršija 2000 stebėjimų), iš kurių tik 1000–1500 yra tinkami analizei. 2. Empiriniuose duomenyse stebimas stagnacijos fenomenas (1993–2005). Stagnacija charakterizuojama ypač dideliu pasyvumu – tam tikrą laiką akcijų kainos nesikeičia, nes biržoje šiomis akcijomis neįvyksta nei vieno sandorio.

Realūs duomenys neretai pasižymi asimetrija, ekscesu ir dideliais nuokrypiais [6, 10, 11], todėl modeliai paremti duomenų normalumo sąlyga yra netinkami ir ji keičiama stabilumo sąlyga. Stabilieji dėsniai pasižymi tiek leptokurtotiškumu [4], tiek asimetrija [5] ir todėl geriau nei Gauso skirstinys tinka aprašyti empirinius duomenis. Be to, stabilieji atsitiktiniai dydžiai paklūsta apibendrintai centrinei ribinei teoremai, kuri teigia, kad stabilieji dėsniai yra vieninteliai atitinkamai centruotų ir normuotų nepriklausomų vienodai pasiskirsčiusių atsitiktinių dydžių sumų asimptotiniai skirstiniai. Stabilijų dėsnų taikymo finansų inžinerijoje specialistas prof. S. Rachevas [2, 6] teigia: „...  $\alpha$ -stabilieji dėsniai siūlo protingą, jei ne geriausią, patobulinimą iš

visų alternatyviųjų skirstinių, kurie buvo pasiūlyti literatūroje per pastaruosius keturis dešimtmečius...“

Kita problema, kurią mes vadinsime „nulinės gražos problema“, Baltijos šalių rinkoje yra rimtesnė nei gali pasirodyti iš pirmo žvilgsnio. Kaip jau buvo minėta, tiek Baltijos, tiek ir kitų Centrinės ir Rytų Europos šalių finansų rinkos yra palyginti naujos, todėl jos yra vis dar besivystančios, o kai kurie finansiniai instrumentai yra mažai likvidūs. Neretai besivystančiuose rinkose yra stebimas stagnacijos efektas. Vadinamųjų nulinių gražų skaičius tokiais atvejais gali siekti 89% visų stebėjimų. Ši problema galėtų būti išspręsta, pakeičiant tolydžiuosius modelius mišriaisiais, kurie ir yra šio straipsnio pagrindas (žr. 4 skyrelį).

## 2. Tyrimo objektas

Nagrinėsime Baltijos šalių finansines sekas (paprastų vardinių akcijų kainų gražas). Dauguma statistinių metodų reikalauja ilgų sekų, tačiau minėtose rinkose sekos yra trumpos, kadangi pirmaisiais 3–5 biržos veikimo metais buvo privatizacijos bumai bei rinka buvo labai pasyvi – sandorių nebuvo ištisas savaites ar net mėnesius. Nepaisant to, nagrinėtos sekos atspindi platų akcijų rinkos spektrą, nes buvo nagrinėtas visas einamasis (Baltic I-list) ir visas oficialusis sarašai (Baltic Main list) [13]. Iš viso buvo išnagrinėtos 64 sekos, naudojome biržos uždarymo metu nustatytą kainą (uždarymo kainą). Analizės metų akcijų kainas keičiame jų gražomis:  $X_i = \frac{P_{i+i} - P_i}{P_i}$ , kur  $\{P_i\}$  yra akcijų kainų seka, o  $X_i$  yra graža  $i$ -tuoju laiko momentu. Gautųjų sekų ilgiai yra gana skirtingi ir svyruoja nuo 407 iki 1544, o vidutinis sekos ilgis yra apie 1400. Nulinių gražų skaičius svyruoja tarp 12% ir 89% ir vidutiniškai yra apie 52%.

Sekose stebima didelė asimetrija (svyruoja nuo  $-23$  iki  $23$ ) ir ekscesas (svyruoja nuo  $-1$  iki  $730$ ), o tai reiškia, kad tikimybinio tankio funkcija yra gerokai smailiaviršūniškesnė nei Gauso skirstinio. Atlikus suderinamumo hipotezių (Andersono–Darlingo ir Kolmogorovo–Smirnov) testus anksčiau minėta prielaida buvo patvirtinta – nei viena seka netenkina reikalavimų keliamų daugeliui klasikinių modelių.

## 3. Stabilieji modeliai

Sakysime, kad atsitiktinis dydis  $X \sim S_\alpha$  yra pasiskirstęs pagal stabilųjį dėsnį, jei jos charakteristinės funkcijos logaritmas  $\log \varphi(t)$  yra

$$\log \varphi(t) = \begin{cases} -\sigma^\alpha |t|^\alpha \{1 - i\beta \operatorname{sign}(t) \tan \frac{\pi\alpha}{2}\} + i\mu t, & \alpha \neq 1, \\ -\sigma |t| \{1 + i\beta \operatorname{sign}(t) \frac{2}{\pi} \log |t|\} + i\mu t, & \alpha = 1 \end{cases}.$$

Stabilusis skirstinys charakterizuojamas keturiais parametrais: stabilumo indeksu  $\alpha \in (0, 2]$ , asimetrija  $\beta \in [-1, 1]$ , poslinkiu  $\mu \in \mathbb{R}$  ir masteliu  $\sigma > 0$ . Stabilųjų dėsnų savybės yra pateiktos [10,11].

Bendru atveju stabilus a.d. tankio funkcija nėra išreiškiama elementariomis funkcijomis. Stabilųjų dėsnų parametų vertinimas (ir tankių skaičiavimas [1]) yra netriviali problema. Yra žinomi empirinių kvantilių (Fama–Roll, McCulloch), empirinės charakteristinės funkcijos (momentų, mažiausio atstumo), regresijos ir kt. metodai. Jų apžvalgą galima rasti Weronos darbe [12]. Mūsų darbe naudojame didžiausio tikėtumo

metodu gautus parametrų įverčius, nes jie yra tiksliausi [7]. Buvo pastebėta, kad stabilumo indeksas  $\alpha$  yra susikcentravęs intervale [1.5; 1.8], o asimetrija yra daugiau teigiama nei neigiama. Tai rodo, kad sekose labiau tikėtinas pelnas nei nuostolis.

#### 4. Nulinių gražų problema

Kaip buvo minėta, stagnacijos efektas yra vienas iš besivystančių finansų rinkų požymių ir dažniausiai pasireiškia prekybos pasyvumu. Kadangi ilgais laiko intervalais nevyksta prekyba konkrečiu vertybiniu popieriumi, tai jo kaina nesikeičia ir graža tampa lygi nuliui. Jei stagnacija užsitęsia tai nulinių gražų skaičius gali siekti 89%, o tokiu atveju sekos dispersija bei stabilumo parametras  $\alpha$  artėja prie nulio. Dėl šios ir kitų priežasčių Baltijos šalių rinkose stabilieji (o taip pat ir NIG bei hiperboliniai) dėsniai neadekvačiai aprašo akcijų kainų gražų sekas. Todėl yra siūlomas bendresnis modelis.

##### 4.1. Mišrusis stabilusis modelis

Tegul  $X \sim S_\alpha$  ir  $Y \sim B(1, p)$  – binominis a.d.

$$P(Y = k) = (1 - p)^k p^{1-k}, \quad k = 0, 1.$$

Tuomet mišrusis stabilusis a.d.  $Z$  įgyja reikšmę 0 su tikimybe 1, jei  $Y = 0$ , priešingu atveju  $Y = 1$  ir  $Z = X$ . Tuomet pagal pilnosios tikimybės formulę užrasome mišriojo dėsnio pasiskirstymo funkciją:

$$P(Z < z) = p\varepsilon(z) + (1 - p)S_\alpha(z),$$

kur  $\varepsilon(z)$  yra išsigimusio skirstinio pasiskirstymo funkcija. Mišriojo a.d. tankio funkcija yra

$$f(x) = p\delta(x) + (1 - p)p_\alpha(x),$$

kur  $\delta(x)$  yra Dirako delta funkcija.

##### 4.2. Mišriojo dėsnio parametrų vertinimas

Duotajai akcijų kainų gražų sekai  $\{x_1, \dots, x_n\}$  sudarykime nenulinių gražų seką  $\{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{n-k}\}$ , kurios ilgis  $n - k$  ( $k$  – nulinių gražų skaičius). Tuomet tikėtinumo funkcija užrašoma kaip

$$L(\bar{x}, \theta, p) \sim (1 - p)^k p^{n-k} \prod_{i=1}^{n-k} p_\alpha(\bar{x}_i, \theta),$$

kur  $\theta$  yra parametrų vektorius (stabiliuoju atveju  $\theta = (\alpha, \beta, \mu, \sigma)$ ). Funkcija  $(1 - p)^k p^{n-k}$  yra nesunkiai optimizuojama:  $p_{max} = \frac{n-k}{n}$ , todėl pasiskirstymo funkcija yra

$$F_{mix}(z) = \frac{k}{n}\varepsilon(z) + \frac{n-k}{n}S_\alpha(z, \theta_{max}).$$

Mišriojo dėsnio charakteristinė funkcija yra

$$\varphi_{mix}(t) = \frac{k}{n} + \frac{n-k}{n}\varphi(t),$$

kur  $\varphi(t)$  – stabiliojo dėsnio charakteristinė funkcija.

### 4.3. Mišriojo modelio adekvatumas

Įvertinę modelio parametrus, turime patikrinti jo adekvatumą. Klasikiniu atveju gražos yra tolydieji a.d. ir suderinamumo testai (Kolmogorovo–Smirnovo ir Andersono–Darlingo) puikiai tinka. Tačiau mišrusis modelis negali būti priskiriamas prie tolydžiųjų. Todėl yra taikomas Koutrouvelio kriterijus, paremtas empirine charakteristine funkcija [9], bei modifikuotas  $\chi^2$  (Romanovskio) metodas [8].

Abiejų metodų patikimumas dar nebuvo ištirtas stabiliesiems asimetriniams modeliams. 1 lentelėje pateikiame dirbtinių imčių ir teorinių skirstinių su įvertintais parametrais suderinamumo hipotezių patikimumo testų rezultatus ( $N = 10000$  pakartojimų), gautus generuojant mišrias stabiliausias sekas (sekos ilgis  $n = 10000$ ) su skirtingais stabilumo parametrais  $\alpha$  ir skirtingu „nulių“ skaičiumi, kitus parametrus fiksuojant ( $\beta = -0.05$ ,  $\mu = -0.01$ ,  $\sigma = 0.01$ ).

Reikėtų atkreipti dėmesį, kad didėjant tiek stabilumo parametrai, tiek nulių skaičiui, abiejų testų patikimumas didėja. Atlikus analogišką eksperimentą su tolygiai pasiskirsčiusiomis sekomis, buvo nustatyta, kad abu metodai vienodai atmets suderinamumo hipotezes, o rezultatai yra trivialūs. Tuo tarpu literatūroje dažnai minimas Brown'o ir Saliu [3] pasiūlytas charakteristinės funkcijos metodas yra netinkamas iš principo, nes skirtas tik simetriniams skirstiniams. Naujų metodų skirtų asimetriniams dėsniams sukūrimas pastūmėtų šią sritį į priekį.

Analizuojant mišriojo skirstinio ir empirinių duomenų suderinamumą Baltijos šalių rinkoje tikrintos hipotezės: ar empiriniai duomenys atitinka teorinį pasiskirstymą (Gauso, mišrųjį Gauso, stabilųjį ir mišrųjį stabilųjį) su 5% pasiklovimo lygmeniu. Suderinamumas tikrintas trimis metodais ir buvo gauti rezultatai, pavaizduoti 2 lentelėje.

3 lentelėje pateikiami detalesni stabiliojo mišriojo modelio suderinamumo testų rezultatai.

Galima pastebėti, kad kai nulinių gražų skaičius didėja, mišrusis modelis geriau atitinka empirinius duomenis.

1 lentelė. Suderinamumo testų patikimumo testavimo rezultatai (hipotezės neatmetimo procentai)

Nulių, %	Modifikuotas $\chi^2$ , %			Koutrouvelis, %		
	$\alpha = 1.25$	1.50	1.75	1.25	1.50	1.75
10	41.14	64.00	73.40	33.08	72.32	81.47
20	56.57	67.09	75.60	52.08	76.24	82.38
30	49.52	70.73	77.90	40.74	75.76	82.44
40	57.48	73.37	79.21	47.11	77.68	82.79
50	0.110	75.79	82.05	20.22	77.69	83.03
60	70.37	78.43	83.71	59.69	79.63	84.27
70	73.84	81.64	86.02	61.17	81.10	84.23
80	81.40	84.25	87.24	70.64	82.43	85.55
90	86.89	88.13	88.69	78.97	86.48	85.55
Vidutiniškai	56.50	76.70	80.90	53.80	79.30	83.30

2 lentelė. Modelių adekvatumo tikrinimo rezultatai (neatmestini/atmestini atvejai su 0.05 pasiklovimo lygmeniu)

Metodas / Modelis	Gauso	mišrusis Gauso	stabilusis	mišrusis stabilusis
Modifikuotas $\chi^2$	0/64	7/57	0/64	52/12
Koutrouvelio	0/64	39/25	46/18	63/1
Andersono–Darlingo	0/64	netaikomas	0/64	netaikomas

3 lentelė. Mišriojo modelio adekvatumo priklausomybė nuo nulinių gražų skaičiaus (suderinamumo hipotezės neatmetimo procentai)

Nulinių gražų sekoje, %	Sekų skaičius	Modifikuotas $\chi^2$	Koutrouvelis
10–30	4	100.0	100.0
31–50	25	76.0	96.0
51–70	29	79.3	100.0
71–90	6	100.0	100.0

## 5. Išvados

Tiriant Baltijos šalių akcijų rinkos gražas, pastebėta, kad joms būdingas stagnacijos efektas, pasireiškiantis dideliu nulinių gražų skaičiumi. Todėl buvo pasiūlytas anksčiau taikyto stabiliojo dėsnio apibendrinimas – mišrusis stabilusis modelis. Tyrimą apskunkina tai, kad klasikiniai suderinamumo kriterijai, skirti tolydiesiems dėsniams, negali būti taikomi. Baltijos šalių rinkos analizė parodė, kad pasiūlytasis mišrusis modelis geriau atitinka empirinius duomenis, nei stabilusis modelis, ir yra labiau tinkamas pasyviai rinkai modeliuoti.

## Literatūra

1. I. Belov, On the computation of the probability density function of  $\alpha$ -stable distributions, in: *Mathematical Modelling and Analysis. Proceedings of the 10th International Conference MMA2005 & CMAM 2*, Trakai (2005), pp. 333–341.
2. M. Bertocchi, R. Giacometti, S. Ortobelli, S. Rachev, The impact of different distributional hypothesis on returns in asset allocation, *Finance Letters*, **3**(1), 17–27 (2005).
3. C.L. Brown, S. Saliu, Testing of alpha-stable distributions with the characteristic function, in: *Higher-Order Statistics, Proceedings of the IEEE Signal Processing Workshop on 14–16 June* (1999), pp. 224–227.
4. G. Dubauskas, D. Teresienė, Autoregressive Conditional skewness, kurtosis and jarque-bera in Lithuanian stock market measurement, *Engineering Economics*, **5**(45), 19–24 (2005).
5. B.D. Fielitz, E.W. Smith, Asymmetric stable distributions of stock price changes, *Journal of American Statistical Association*, **67**, 331–338 (1971).
6. M. Hoehstoetter, M.S. Rachev, F.J. Fabozzi, Distributional analysis of the stocks comprising the DAX 30, *Probability and Mathematical Statistics*, **25**(2), 363–383 (2005).
7. A. Kabašinskas, I. Belovas, I.L. Sakalauskas, Vertybinių popierių rinkos stabilųjų modelių tyrimas, *Informacinės technologijos*, 439–462 (2005).
8. A.I. Kobzar, *Matematiko-statisticheskie metody v elektronnoj tehnike*, Maskva (1978) (rusų k.).

9. I.A. Koutrouvelis, A goodness-of-fit test of simple hypotheses based on the empirical characteristic function, *Biometrika*, **67**(1), 238–240 (1980).
10. S. Rachev, S. Mittnik, *Stable Paretian Models in Finance*, John Wiley and Sons, N.Y. (2002).
11. G. Samorodnitsky, M.S. Taqqu, *Stable Non-Gaussian Random Processes, Stochastic Models with Infinite Variance*, Chapman & Hall, New York–London (2000).
12. R. Weron, Performance of the estimators of stable law parameters, *Research Report HSC/95/1*, Wrocław University of Technology (1995).
13. *Web page of Baltic Stock exchanges* (checked 20.04.2006): [www.omxgroup.com](http://www.omxgroup.com).

#### SUMMARY

***I. Belovas, A. Kabašinskas, L. Sakalauskas. Analysis of passivity problems in the baltic equity market***

The Baltic States equity market is a challenge for investors and financial analysts. Unfortunately strong passivity is observed in “young” markets, therefore any (Gaussian,  $\alpha$ -stable etc) distribution fitting tests (Anderson–Darling, Kolmogorov–Smirnov, etc.) are poorly applicable. Improvement based on mixed distributions is proposed and its adequacy in the Baltic States market is tested. In this paper we use Koutrouvelis goodness-of-fit test and modified  $\chi^2$  test.

*Keywords:* zero returns of stock, stable laws, mixed distribution, goodness-of-fit, characteristic function method, market passivity.