

**El conocimiento profesional didáctico-matemático**

**en la formación inicial de los maestros**

**PILAR AZCÁRATE GODED**



Servicio de Publicaciones  
**UNIVERSIDAD DE CÁDIZ**

EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL  
DIDÁCTICO-MATEMÁTICO  
EN LA FORMACIÓN INICIAL DE LOS MAESTROS

*Una propuesta de intervención para su organización y elaboración*



EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL  
DIDÁCTICO-MATEMÁTICO  
EN LA FORMACIÓN INICIAL DE LOS MAESTROS

*Una propuesta de intervención para su organización y elaboración*

PILAR AZCÁRATE GODED



Universidad de Cádiz  
Servicio de Publicaciones  
Cádiz, 2001

Azcárate Goded, Pilar

El conocimiento profesional didáctico-matemático en la formación inicial de los maestros: una propuesta de intervención para su organización y elaboración / Pilar Azcárate Goded. – Cádiz: Universidad, Servicio de Publicaciones, 1998. – 173 p.

ISBN 84-7786-939-1

1. Profesores de matemáticas - Formación profesional. I. Universidad de Cádiz. Servicio de Publicaciones, ed. II. Título

51: 37.02

© Pilar Azcárate Goded

Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz

Diseño: Creasur

Fotocomposición: Consegraf

I.S.B.N.: 84-7786-939-1

Depósito Legal: S. 751-2001

Imprime: Gráficas VARONA

Polígono «El Montalvo», parcela 49  
37008 Salamanca

## INDICE

Presentación . . . . .	11
------------------------	----

### **CAPITULO I.- La formación del profesorado de matemáticas**

1.1.- Modelos de Formación del Profesorado. Su concreción en la formación inicial . . .	18
1.1.1 Tendencias formativas de carácter tradicional . . . . .	18
1.1.2 Enfoques cientifistas-tecnológicos . . . . .	19
1.1.3 El desarrollo de una nueva tendencia formativa . . . . .	21
1.2.- Hacia un modelo de Desarrollo Profesional . . . . .	26
1.2.1 La investigación como principio didáctico de síntesis . . . . .	26
1.2.2 Caracterización del conocimiento profesional . . . . .	28
1.2.3 Sobre la elaboración del conocimiento profesional . . . . .	34
1.3.- La Educación Matemática en el contexto de la formación inicial . . . . .	35
1.3.1 Relación de la Educación Matemática con otras áreas . . . . .	37
1.3.2 Caracterización del campo de problemas . . . . .	39
1.3.3 Diferentes enfoques de investigación . . . . .	41
1.3.4 La formación de profesores como foco de investigación . . . . .	43

### **CAPITULO II.- Conocimiento profesional sobre la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria**

2.1.- Características generales del currículum del profesor . . . . .	52
2.2.- Los fines y metas de la Educación Matemática como contenido de la formación inicial de maestros . . . . .	54
2.2.1 Sobre la educación matemática como fenómeno social . . . . .	54
2.2.2 Sobre la naturaleza de las matemáticas escolares . . . . .	57
2.3.- El estudio de la construcción del conocimiento escolar matemático como contenido en la formación inicial . . . . .	58

2.3.1 Comprender el aprendizaje del conocimiento matemático: aproximación desde las teorías del aprendizaje . . . . .	59
2.3.2 Analizar las características de la enseñanza del conocimiento matemático escolar . . . . .	64
2.3.3 Analizar el papel de la evaluación en los procesos de enseñanza/ aprendizaje de las matemáticas escolares . . . . .	68
2.4.- El conocimiento de las matemáticas escolares como contenido en la formación inicial . . . . .	70
2.4.1 Elaborar criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos de las matemáticas escolares . . . . .	70
2.4.2 Conocer y caracterizar los distintos campos y ámbitos del conocimiento escolar matemático, su tipología y relaciones . . . . .	73

**Capítulo III.- La construcción del saber práctico profesional en el contexto de la formación inicial**

3.1.- La construcción del conocimiento profesional como investigación . . . . .	81
3.1.1 La formación como investigación . . . . .	82
3.1.2 Las concepciones previas de los estudiantes-profesores . . . . .	84
3.2.- La articulación teoría práctica en el proceso de formación inicial . . . . .	86
3.2.1 El diseño curricular como eje articulador de la formación inicial . . . . .	86
3.3.- Hacia nuestro modelo de intervención . . . . .	91

**Capítulo IV.- Una propuesta de intervención**

4.1.- Contexto institucional, curricular y profesional . . . . .	94
4.1.1 Las Escuelas de Magisterio, Las Facultades de Ciencias de la Educación y los Departamentos . . . . .	94
4.1.2 Las nuevas titulaciones de Maestros . . . . .	96
4.1.3 Futuro profesional. Expectativas y funciones . . . . .	99
4.1.4 Los alumnos de la Facultad de CC de la Educación . . . . .	102
4.2.- Diseño curricular . . . . .	103
4.2.1 Presentación de los objetivos . . . . .	104
4.2.2 Presentación de los contenidos . . . . .	105
4.2.3 Propuesta metodología . . . . .	108
4.2.4 El proceso de evaluación . . . . .	118

**Capítulo V.- Desarrollo de los contenidos propuestos**

Propuesta de trabajo en relación con los diseños de Unidades Didácticas . . . . .	123
---	-----

Bloque I.- Fundamentos de la Educación Matemática . . . . .	124
Unidad I.1.- El “para qué” de la Educación Matemática . . . . .	124
Unidad I.2.- Epistemología y Educación Matemática. Las matemáticas escolares y los profesores . . . . .	126
Bibliografía complementaria del primer bloque . . . . .	129
 Bloque II.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático . . . . .	 131
Unidad II.1.- Los alumnos y su adquisición del “saber matemático” . . . . .	131
Unidad II.2.- Sobre la enseñanza del conocimiento matemático en la Educación Primaria . . . . .	134
Unidad II.3.- Estudio crítico del currículum matemático en la Educación Primaria . . . . .	136
Bibliografía complementaria del segundo bloque . . . . .	139
 Bloque III.- Análisis didáctico de las matemáticas escolares . . . . .	 141
Unidad III.1.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento espacial/geomé- trico en la Educación Primaria . . . . .	143
Unidad III.2.- La enseñanza/aprendizaje de la Aritmética en la Educación Primaria . .	147
Unidad III.3.- La enseñanza/aprendizaje de las Magnitudes en la Educación Primaria . . . . .	151
Unidad III.4.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento estocástico en la Educación Primaria . . . . .	155
Bibliografía complementaria del tercer bloque . . . . .	158
 Referencias . . . . .	 165



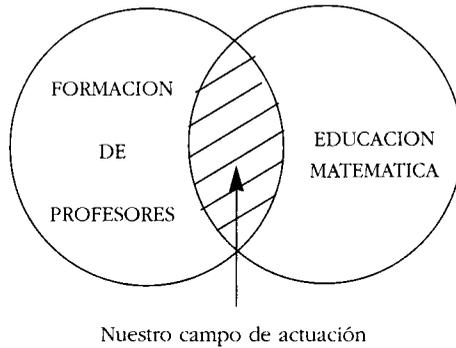
## PRESENTACIÓN

Al elaborar una propuesta relacionada con la actuación docente en el campo de la formación de profesores existen una serie de condiciones previas que determinan en cierta medida su estructura y desarrollo. Así, como una primera referencia, están las propias condiciones institucionales y administrativas del contexto donde se pretende desarrollar. En un segundo lugar, no por ello menos determinante, se sitúan las reflexiones teóricas generadas desde el área de conocimiento y el análisis del campo de actuación, que nos permitirán concretar una propuesta adecuada a las condiciones señaladas.

En relación al contexto en el que se puede desarrollar nuestra propuesta, este se concreta en la formación inicial de profesores de Primaria, desde la perspectiva del Área de conocimiento de Didáctica de la Matemática; es decir, considerando como objeto de estudio el campo de los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas escolares.

Expresar y organizar las ideas recogidas en las páginas que preceden esta introducción, ha significado una parada para la reflexión y la sistematización de casi dieciocho años de experiencia docente en el contexto definido y es el resultado de un proceso continuo de reflexión e investigación sobre mi propia práctica, desde la experimentación de modelos de enseñanza en la formación inicial de profesores. No se trata, por tanto, de un documento formal, sino que se corresponde con un momento concreto de mi desarrollo profesional, que hay que situar en un proceso común a diferentes profesores del departamento de Didáctica de la Facultad de CC de la Educación de la Universidad de Cádiz y a otros profesores de diferentes Departamentos de la Facultad de CC de la Educación de las Universidades de Sevilla y Granada.

Como grupo y como profesionales, nos consideramos fundamentalmente formadores de profesores y nuestra labor docente e investigadora se ha desarrollado siempre en torno a dicho ámbito de actuación. Ello no supone en ningún momento olvidar o subyugar la especificidad que implica tratar sobre la Educación Matemática, sino incorporar e integrar las aportaciones y singularidades que ella aporta a la formación de los profesionales de la docencia. Por tanto, consideramos que nuestro campo de actuación está situado en la intersección de ambos ámbitos de estudio: la formación de profesores y la educación matemática. Las reflexiones y propuestas que recogemos en este trabajo es un intento de explicitar las justificaciones, creencias y conocimientos de los que disponemos para regular dicha actuación.



Este documento supone básicamente la formulación de una propuesta de trabajo que trata de satisfacer un objetivo preciso: la formación didáctico-matemático de los futuros profesores de Educación Primaria. Para ello hemos fundamentado nuestra propuesta desde las propias exigencias curriculares y del contexto, manteniéndola suficientemente abierta y flexible, para pueda adaptarse a las múltiples contingencias que surjan en su desarrollo y a los nuevos conocimientos que la investigación aporte.

La imagen del profesor y de sus competencias profesionales está actualmente sujeta a grandes modificaciones. La idea de que el profesor es la clave de todo sistema educativo y de sus cambios, se abre paso poco a poco; como apunta Stenhouse, no existe desarrollo del currículo en la práctica sin desarrollo de los profesores. El profesor, desde los presupuestos de la LOGSE, queda elevado socialmente al rango de profesional con capacidad de diseñar, desarrollar y modificar, desde su propia interpretación, el currículum prescriptivo. Nuestra labor consiste en preparar a los futuros profesores para poder afrontar dichas competencias desde las mejores condiciones.

La planificación es una tarea de reflexión en la que todo profesor se cuestiona el qué, cómo y por qué enseñar, movilizándolo sus esquemas de interpretación en búsqueda siempre de algo mejor, más coherente, más atractivo y que culmina en un proceso de toma de decisiones sobre los principios y procedimientos que deben regir la acción. Se trata, pues, de preparar un marco para actuar. Preparación, que es una tarea profesional, y que se denomina, sinónimamente, como planificar, diseñar, preparar, programar o prever "lo que se va a hacer".

Una labor de esta naturaleza ha de responder básicamente a tres preguntas: ¿Para qué enseñar? Cuyas respuestas son las metas que orientan la puesta en marcha del proceso. ¿Qué enseñar? que se concreta en los contenidos puestos en juego, en los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados, y que es preciso proceder a su selección desde una perspectiva didáctica. Y ¿Cómo enseñar?, es decir, como llevar a cabo la tarea propuesta, que situaciones y actividades de aprendizaje hemos de diseñar, seleccionar y secuenciar, desde nuestros planteamientos metodológicos. Y como no, Qué y Cómo evaluar el proceso, tanto su diseño como su desarrollo y los resultados del mismo en forma de evolución de los alumnos y participantes en general.

Para ir dando respuesta a estos interrogantes hemos estructurado este trabajo en tres partes (figura 1) que analizan: el ámbito profesional de actuación, la fundamentación de

la propuesta de acción y el diseño curricular relacionado con una propuesta concreta de actuación.

(\*) La primera parte, Capítulo I, gira en torno al *ámbito profesional de actuación* que se encuadra, como ya hemos indicado, en la confluencia de dos ejes: el que toma como referencia la formación del profesor de Educación Primaria y el que analiza el área de conocimiento y su papel en la formación. Su análisis nos da información sobre el primero de los tres interrogantes planteados.

Así, en primer lugar, tratamos los diferentes enfoques desde los que se ha conceptualizado y practicado la formación inicial del profesorado, haciendo hincapié en los aspectos relativos al conocimiento profesional que considera deseable cada uno de ellos. Proponemos un marco conceptual desde el que caracterizar y organizar el conocimiento profesional que ha de servir de referencia en la formación inicial del profesorado respecto a los contenidos escolares: el conocimiento escolar que se va enseñar, la metodología didáctica: cómo enseñar, y la evaluación.

En segundo lugar, nos centramos en la problemática de la formación de profesores desde la perspectiva de la Educación Matemática. Se reconoce las investigaciones sobre el profesor de matemáticas como un campo de reflexión y análisis en educación matemática, revisando brevemente las aportaciones y enfoques desarrolladas en las diferentes investigaciones desarrolladas tanto a escala internacional como en nuestro propio contexto.

(\*) En un segundo momento, Capítulos II y III, orientamos nuestras reflexiones en la *fundamentación de la propuesta*. Las reflexiones sobre el proceso de aprender a enseñar, considerado como un proceso complejo y contextualizado se apoyan en el análisis sobre el contenido del conocimiento del profesor y sus condiciones de elaboración. Ellas nos aportan información para justificar razonadamente las respuestas dadas a los otros dos problemas básicos del Formador a la hora de planificar su actuación: la determinación del Qué y del Cómo del conocimiento del profesor.

Para seleccionar los contenidos a enseñar a los futuros profesores, tenemos que determinar qué tipo de informaciones se han de trabajar para que éstos aprendan a enseñar los conocimientos matemáticos que sus alumnos habrán de aprender y elaboren su propio modelo didáctico. En el capítulo segundo, trataremos de concretar las ideas desarrolladas en la primera parte para el caso del área curricular específica: la Didáctica de la Matemática. Expondremos brevemente algunos de los aspectos del marco explicativo que sustenta el modelo didáctico que consideramos más adecuado trabajar con los estudiantes-profesores. De ahí que podamos considerar que en dicho capítulo se presenta el esquema básico de nuestra forma de entender la organización y contenido del conocimiento profesional.

Y esta cuestión nos lleva a otra: Cómo enseñar para conseguir que el estudiante-profesor aprenda significativamente el conocimiento profesional didáctico-matemático que, a su vez, le permitirá enseñar a sus alumnos. A continuación, en el capítulo III, plantearemos una serie de principios formativos orientadores del proceso de construcción del conocimiento profesional del futuro maestro.

(\*) Por último, en los Capítulos IV y V, afrontamos el diseño propiamente dicho de una propuesta de intervención, en torno a un proceso de formación vinculado con los procesos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático en la Educación Primaria.

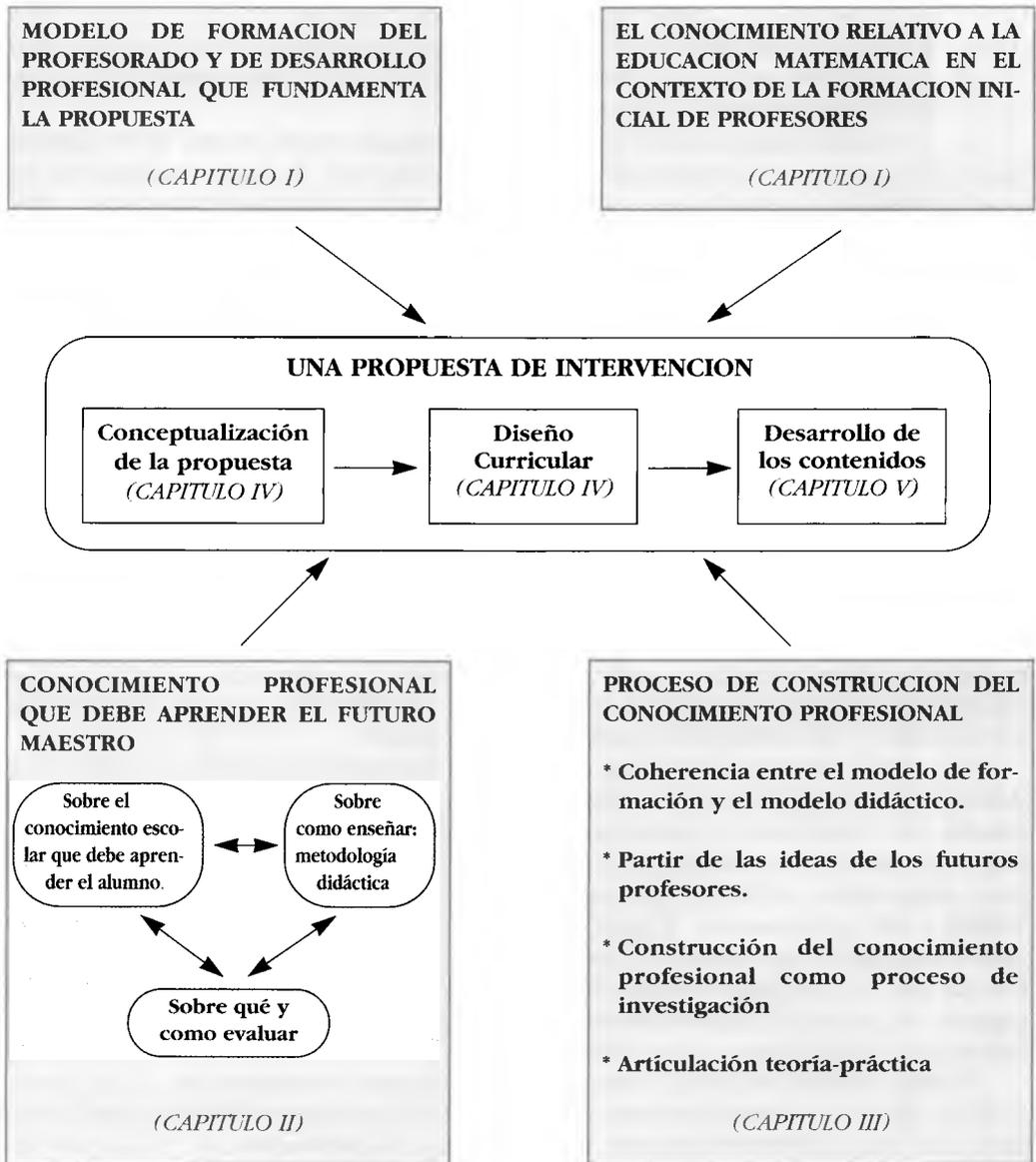


Figura 1. Esquema general

Las características fundamentales de dicha propuesta están inspiradas en los mismos patrones básicos del modelo de enseñanza del conocimiento matemático que se defiende para la escuela. La visión constructivista y contextualizada del aprendizaje, la perspectiva sistémica y compleja de los procesos de enseñanza/aprendizaje y el enfoque crítico de la Educación Matemática, están presentes como contenidos de formación y como modelo metodológico de actuación. Con ello se pretende intervenir en la formación de los futuros profesores de matemáticas para la Educación Primaria, no sólo hablando de cómo deberían hacerse las cosas en la escuela, sino haciéndolas también en nuestras clases.

Este diseño curricular es un intento de adaptar la enseñanza a un contexto, unos estudiantes y unas necesidades docentes y profesionales determinadas. Para su presentación hemos partido del análisis de la realidad sobre la que se pretende intervenir y para ello, analizaremos dicho contexto diferenciando tres dimensiones: institucional, curricular y profesional. Aunque estas no son las únicas, nos centramos en ellas por su influencia directa en nuestra actuación docente e investigadora.

A continuación describimos los principios didácticos generales que dirigen nuestro diseño y los elementos concretos del diseño curricular propiamente dicho.

El último capítulo de esta tercera parte lo dedicamos a la presentación detallada de los contenidos seleccionados, organizados en torno a tres grandes bloques, cada uno de ellos incorpora un conjunto coherente de temas. Cada uno de estos temas se desarrollan en los diversos aspectos curriculares (objetivos, contenidos, actividades y bibliografía).

Los contenidos, su selección su organización y su desarrollo no es más que una concreción de las reflexiones expuestas en las páginas anteriores y que reflejan las concepciones personales sobre el área y su proyección formativa.



## CAPÍTULO I

### LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

Cuando nos sentamos ante una hoja en blanco e intentamos organizar y planificar nuestra actuación como formadores de profesores en el ámbito de la Educación Matemática, explícita o implícitamente, reflejamos nuestras propias ideas sobre que es la educación, sobre el papel del conocimiento matemático en ella y sobre qué, de todo ello, pensamos qué debe conocer el profesor y cómo debe elaborarlo. En otras palabras estamos poniendo en juego nuestro propio modelo de formación, coherente, al menos en teoría, con el modelo didáctico que pretendemos elaboren los estudiantes-profesores. Ambos modelos son casos particulares de teorías más amplias sobre qué y cómo son y cuáles deberían ser los contextos de enseñanza/aprendizaje y los procesos que en ellos se desarrollan.

Tal como apunta Imbernón (1994: 83), “*no hace falta decir que la elección de un determinado sistema de intervención no se realiza (nunca) sin fundamento*”. Creer que alguna actuación profesional está libre de carga ideológica o de intencionalidad es una ilusión: toda práctica obedece a una teoría; y entre ellas se debe establecer una clara relación dialéctica. Por ello, pensamos que para dar sentido a nuestra propuesta curricular es necesario hacer explícita nuestra forma de entender la formación de los profesores y el modelo de profesor que con ella buscamos. Paso imprescindible para nuestro propio desarrollo profesional, docente e investigador, y para justificar las diferentes decisiones que hemos ido tomando a la hora de diseñar nuestra práctica educativa y su posterior desarrollo y evaluación. Como indica Calderhead (1988: 90), es necesario “*disponer de un marco conceptual para tomar decisiones curriculares en la formación de profesores*”, de forma coherente.

Evidentemente, igual que en el ámbito general educativo, existe una gran variedad de diferentes orientaciones conceptuales o enfoques en la formación del profesorado, que son condicionantes de los propios procesos formativos (Brown y Borko, 1992; Porlán, 1993; Imbernón, 1994; Jones y col., 1994; Porlán y col., 1996; Grouws y Schultz, 1996; etc. ), aunque aún estamos lejos de disponer de una clara teorización del campo de formación de profesores. En este primer capítulo intentamos exponer brevemente la tendencia formativa con la que nos identificamos y que nos ha permitido configurar el diseño curricular que llevamos a la práctica en nuestras aulas. Nuestra intención no es abordar la complejidad que conlleva toda la problemática de la formación de profesores sino,

más bien, señalar aquellos rasgos característicos sobre los que nos apoyamos, en contraste con los defendidos desde otras opciones conceptuales.

### **1.1. Modelos de formación del profesorado. Su concreción en la formación inicial**

A la hora de afrontar la formación inicial de maestros observamos que no hay un enfoque único sobre qué debe aprender el futuro profesor ni sobre cómo debe aprenderlo. Analizando la literatura de investigación sobre el tema, tanto la desarrollada desde la perspectiva general de la formación del profesorado, como la realizada desde la perspectiva de la formación matemática que deben tener los profesores de Primaria (Shulman, 1989; Feiman-Nemser, 1990; Brown, Cooney y Jones, 1990; Demailly, 1991; Pérez Gómez, 1992; Brown y Borko, 1992; Liston y Zeichner, 1993; Porlán, 1993; Develay, 1994; Martín, 1994; Aichele y Coxford, 1994; Azcárate, 1995; García, 1995a), podemos distinguir como tendencias formativas más representativas las desarrolladas desde:

- un enfoque tradicional en el que la capacitación profesional es sinónima de dominio disciplinar,
- un enfoque tecnológico en el que se pretende entrenar al estudiante-profesor en el dominio de destrezas didácticas disciplinares como elemento básico de su competencia profesional y,
- un tercer enfoque que tiene muy diferentes formas pero que, fundamentalmente, se basa en considerar que la capacitación profesional es un largo y complejo proceso en el que la formación inicial sólo es el primer momento y en el que representa un papel fundamental la interacción teoría-práctica y el análisis de todos los referentes y variables mediadoras que existen en los procesos de enseñanza/aprendizaje.

Se entiende que esta clasificación sólo es un instrumento teórico y que en la realidad es frecuente encontrar estrategias de formación que combinen momentos en los que predominen diferentes perspectivas. En los distintos trabajos indicados podemos encontrar modelizaciones y caracterizaciones exhaustivas de las posibles tendencias formativas, nosotros nos limitamos a analizar algunas de las dimensiones que las caracterizan, en especial en lo relativo a la formación inicial.

#### **1.1.1 Tendencias formativas de carácter tradicional**

Estos enfoques se basan en dos principios que caracterizan al “buen Maestro”: tener unas cualidades personales adecuadas y disponer de un alto dominio académico del contenido (matemático) que ha de enseñar, para poder transmitirlo correctamente a sus alumnos. Se trata de perpetuar la función histórica de la escuela y de la práctica docente del maestro: transmitir a las nuevas generaciones el cuerpo de conocimiento (matemático) que forma parte de nuestra cultura (Pérez Gómez, 1992). *Son modelos basados en la primacía del saber académico.*

Esto implica una formación inicial caracterizada por la relevancia de los contenidos más que por la didáctica de dichos contenidos. La Matemática, como conocimiento científico, es la fuente privilegiada del conocimiento que debe enseñarse a los futuros profesores. La formación inicial de los profesores se organiza en torno a los diversos con-

tenidos de las distintas disciplinas, quedando relegados a un segundo plano aquellos saberes y destrezas más relacionados con la actividad docente. Al futuro profesor se le prepara para cumplir el papel del transmisor rutinario de unos contenidos impuestos en el currículo prescriptivo, “*el profesor no tiene porqué cuestionar los conocimientos que debe transmitir, ya que no es asunto de su competencia la selección ni la graduación de los mismos*” (Rico, 1990: 22). Su competencia profesional se refleja en la capacidad de exponerlos con claridad y orden (Pérez Gómez, 1992). Identificando, por tanto, el conocimiento profesional con el conocimiento de la disciplina.

Sería lo que Demailly (1991) reconoce como un enfoque *formal* de la formación, donde la transmisión formal de los saberes se lleva a cabo por especialistas, estableciendo una relación mecánica entre la teoría y la acción profesional (figura 1.1). Aprender a enseñar es el resultado, primero, de una adquisición de contenidos disciplinares y de una posterior socialización en las escuelas (Montero, 1992). Como expone Martín (1994: 21) “*en el fondo subyace la idea de que enseñar sólo se aprende enseñando y que el único objeto de formación son los contenidos*”. De hecho, los profesores desarrollan, inevitablemente, un conocimiento tácito relacionado con los procesos de enseñanza/aprendizaje que, en gran medida, orienta y dirige su conducta en el aula. Conocimiento que forma parte de su saber profesional, aunque por su naturaleza implícita está muy poco organizado y escasamente teorizado.



Figura 1.1. Modelos basados en la primacía del saber académico (en: Porlán y col., 1996)

Este enfoque parte de una perspectiva epistemológica reduccionista en la que no se considera la distinta naturaleza del conocimiento disciplinar y del conocimiento profesional y desde la cual el saber relevante para la enseñanza es el saber disciplinar.

1.1.2. Enfoques cientifistas-tecnológicos

Desde estos enfoques se mantiene la supremacía del saber académico pero, consideran que hay una forma diferente de hacer efectiva dicha supremacía en el caso de una actividad práctica como es la de enseñar (Porlán y col., 1996). Los profesores no son usuarios directos de los saberes disciplinares sino que deben estar en relación con las implicaciones técnicas propias del ejercicio de su profesión, saberes funcionales que el profesor debe dominar. *Son modelos basados en la primacía del saber tecnológico.*

En los programas formativos orientados desde este enfoque, la formación inicial se dirige a instruir al futuro profesor en una serie de destrezas o habilidades específicas, tratadas en numerosas ocasiones desde las Didácticas específicas, en nuestro caso desde la Didáctica de la Matemática. Se concibe al profesor como un técnico que aplica los instrumentos aprendidos para dirigir y controlar con eficacia el aprendizaje de los alumnos, de acuerdo a unas metas preestablecidas y a través de un plan de tareas escolares perfectamente diseñadas, y vinculadas a objetivos concretos. Aprender a enseñar, por tanto, supone el entrenamiento en aquellas competencias profesionales que deben ser dominadas por el profesor (Montero, 1992). Desde nuestro punto de vista, el modelo tecnológico tiene cierta implantación entre aquellos profesores que no reconocen a las Didácticas específicas como disciplinas de integración e interdisciplinares que rebasan la lógica de la propia disciplina, como referente exclusivo.

Sin embargo, esta tendencia supone un importante avance al enfatizar la formulación consciente de metas a conseguir y reconocer el carácter intencional de la educación (Porlán, 1993). Según Pérez Gómez (1992a: 96), este enfoque *"parte de la idea de que es posible entender, explicar e intervenir de una forma más rigurosa, objetiva y científica en los procesos de enseñanza/aprendizaje"*. Responden a una visión más compleja del conocimiento y del aprendizaje, reconociendo diferentes niveles de complejidad, hecho que se refleja en la programación de unas actividades pautadas y organizadas jerárquicamente. En consecuencia, los programas de formación se diseñan a partir de la definición de unos objetivos operativos o conductuales, representativos de determinadas competencias profesionales específicas y observables y de la programación de una secuencia de actividades, desarrolladas con unos recursos específicos, que garanticen la obtención de dichas competencias o destrezas docentes, que se suponen relacionadas con el aprendizaje de los alumnos (Liston y Zeichner, 1993). En la formación inicial, este enfoque ha tenido grandes consecuencias entre otras un claro divorcio entre los contenidos y su didáctica (Martín, 1994). Hecho que hemos podido constatar en muchas de las antiguas Escuelas de Magisterio, hoy convertidas en su gran mayoría en Facultades de Educación.

El conocimiento profesional que se elabora, se apoya en los mismo planteamientos epistemológicos dominantes en las distintas disciplinas, aplicados en este caso a su "Didáctica", sin considerar que la didáctica debe tener en cuenta otros referentes y variables mediadoras que existen en los procesos de enseñanza/aprendizaje (figura 1.2). No hay análisis didáctico ni de los contenidos ni del proceso de enseñanza/aprendizaje. La relación entre teoría y práctica es unidireccional y jerárquica, pero no directa, como en el caso anterior, sino que existe un vínculo intermedio que es el saber técnico-didáctico que permite operativizar los significados teóricos y los convierte en productos utilizables por los profesores. — - —

Según Niss (1994) los programas de formación que inciden fundamentalmente en el *Cómo* y no entran en el *Para Qué* o en las cuestiones relativas al *Porqué* o al *Qué*, provocan una percepción conservadora de la enseñanza de la matemática: como una transmisión estática de una materia incuestionable a unos receptores objetivos. No cabe duda que es un primer intento de superar la formación desprofesionalizada del anterior enfoque, sin embargo, este enfoque sigue inmerso en una perspectiva epistemológica reduccionista del conocimiento profesional.

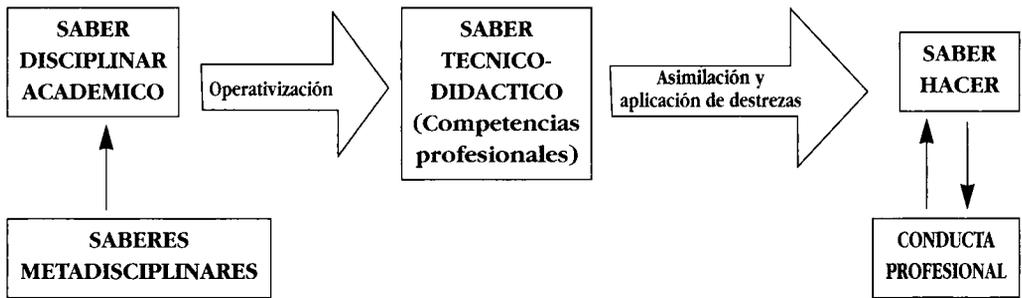


Figura 1.2. Modelos basados en la primacía del saber académico (en: Porlán y col., 1996)

### 1.1.3 El desarrollo de una nueva tendencia formativa

A lo largo de los años ochenta se va configurando un modelo alternativo que intenta superar las insuficiencias detectadas desde los modelos tradicional y tecnológico de la formación de profesores. Dicho enfoque se va consolidando a partir de la integración de diferentes perspectivas de pensamiento entre las que podemos destacar: una perspectiva crítica del desarrollo profesional, una concepción integradora y compleja del saber profesional y una perspectiva constructivista de la organización y elaboración de dicho saber. En los últimos años, desde la propia investigación educativa, han surgido multitud de aportaciones teóricas relativas a una nueva forma de entender la profesión docente, que comportan, a su vez, un nuevo modelo de formación del profesorado. Las aportaciones más interesantes, desde nuestra perspectiva, se pueden focalizar en las aportadas por:

(\*) *Los estudios sobre el pensamiento del profesor.*- El desarrollo de esta línea de investigación parte de considerar que las concepciones del profesor constituyen una variable de primer orden para la comprensión de la enseñanza. Como analiza Cooney (1994: 104), *“en cierta medida, podemos decir que la investigación sobre la enseñanza se ha desplazado desde lo que los profesores “eran” (sus características) en los años 50 y 60, a lo que los profesores “hacían” en los años 70, a lo que los profesores “deciden” al principio de los ochenta y más recientemente se focaliza sobre lo que los profesores “creen”*. El primer salto estuvo provocado por los propios movimientos de renovación y se basó en una evolución ideológica fundamentalmente. Se refleja en la adopción de un modelo didáctico implícito desde el que se toman las decisiones curriculares, configurado por sus creencias y conocimientos previos sin proceso de reflexión teórica sobre ello. Como alternativa se perfila un modelo en el que el profesor es el eje del proceso educativo, pero bajo un proceso de reflexión y toma de conciencia de su papel como profesional, para generar la superación dialéctica de las contradicciones entre su práctica y su teoría.

Por otro lado, desde los estudios iniciales dirigidos a analizar el pensamiento del profesor en general, se han ido consolidando diferentes enfoques en los que hay una

consideración especial del conocimiento de la materia a enseñar y de su proceso de aprendizaje, como una variable a tener en cuenta. En el campo de la Educación Matemática, las creencias y conocimientos de los profesores son tópicos de investigación en claro auge de desarrollo. En el último *Handbook in the Teaching and Learning of Mathematics*, editado por Grouws (1992), hay una interesante revisión de estos estudios realizada por Thompson (1992).

En general y como síntesis del conjunto de investigaciones revisadas podemos extraer un conjunto de ideas claves con importante repercusiones a la hora de diseñar y desarrollar programas de formación de profesores, tanto inicial, como permanente:

- El profesor es un sujeto activo que posee un sistema particular de pensamiento. Dicho sistema responde a unas determinadas ideas sobre los contenidos que ha de trabajar en el aula y sobre los procesos de enseñanza/aprendizaje, en general, y de las matemáticas, en particular. Estas concepciones guían y orientan, en cierta medida, su práctica en el aula, dándose una clara interacción entre lo que piensa y lo que hace. Aunque no siempre entre lo que dice y lo que hace.
- El saber del profesor se organiza en torno a esquemas de conocimiento que abarcan tanto el campo de las concepciones personales como las estrategias y procedimientos para la planificación, intervención y evaluación de la enseñanza. Estos esquemas se originan en los procesos sociales en los que está implicado el profesor, tanto en su experiencia profesional como en su papel de alumno desempeñado en las diferentes etapas educativas de su vida escolar.

En relación con el contenido concreto y con la Educación Matemática, hay dos conclusiones que consideramos relevantes:

- Las concepciones que el profesor posee sobre la matemática y sobre su proceso de aprendizaje son factores esenciales a la hora de planificar, desarrollar y evaluar los procesos de enseñanza/aprendizaje, determinando en gran parte su actuación profesional.
- Las concepciones que tienen los profesores sobre la matemática y su proceso de enseñanza/aprendizaje suelen estar fuertemente enraizadas y sólo se modifican tras una intervención formativa significativa. Premisa que, en el caso de la formación inicial, tiene una especial consideración, ya que, las concepciones que poseen los estudiantes-profesores son producto de una elaboración irreflexiva e inconsciente en la mayoría de los casos, adquiridas miméticamente durante su periodo de escolarización y sin referentes explícitos de carácter práctico, lo que condiciona significativamente el proceso.

(\*) *Los trabajos sobre el papel de la reflexión en la acción.*- En los últimos años han sido muy significativos y numerosos los autores que han analizado y desarrollado la idea del profesor como sujeto activo que reflexiona en y sobre su práctica. El profesor analiza siempre su actuación en el aula, evaluando la relación entre dicha intervención y el aprendizaje de los alumnos, es decir, el profesor, aunque a veces inconscientemente, se convierte en *investigador de su propia práctica* (Elliot, 1982).

Desde nuestra forma de entender, como apuntábamos en el apartado anterior, el profesor, en el complejo sistema del aula, manifiesta sus concepciones a modo de conocimiento tácito durante la acción. Dichas concepciones dirigen y orientan en primera instancia su actividad en el aula. No obstante, en el transcurso de la misma se improvisan procesos de reflexión inmediatos como consecuencia de la problemática particular de cada situación concreta. *“Esta reflexión en la acción, que de alguna manera siempre está*

*presente, participa de elementos intuitivos (emocionales, creativos, etc.) y racionales (selección y análisis de la información) íntimamente interrelacionados y que pueden modificar, en el transcurso de la práctica, la respuesta prevista por el profesor. A posteriori, el profesor puede reflexionar sobre la acción pasada y establecer consecuencias para su acción futura*" (Grupo Investigación en la Escuela, 1991, Vol III: 5). En el proceso de reflexión crítica sobre la acción, el profesor, individualmente o en equipo, puede tomar conciencia explícita de las creencias, modelos y concepciones que se evidencian en su actuación profesional y, al mismo tiempo, someterlos a contraste desde los resultados de su actuación y a la luz de teorías más formalizadas. Se trata entonces de promover un modelo de profesor capaz de reflexionar en la acción, sobre la acción y sobre la reflexión en la acción, desarrollando un conocimiento profesional que emerja de la práctica y, por tanto, sea útil y comprensivo para facilitar su transformación (Schön, 1983).

En los diferentes trabajos desarrollados en esta línea, se considera que la teorización sobre la práctica es un instrumento fundamental para la mejora profesional. A partir del debate con compañeros y de la necesaria aportación de una información didáctica nueva que sirva de contraste, se puede esperar que los profesores sean capaces de modificar sus presupuestos docentes y facilitar el aprendizaje significativo de sus alumnos (García, 1995).

En el campo de la educación matemática, autores como Castle y Aichele (1994: 4), también en esta línea de trabajo, indican que, *"reflexionando sobre sus propias experiencias y analizándolas con otros compañeros, los profesores comienzan a reconstruir que es significativo para ser aprendiz y profesor de matemáticas"*. Ello implica, como apunta Demailly (1991), que la formación debe estar vinculada a la resolución de problemas relacionados con la actividad profesional, con momentos de acción y momentos de constitución, completados con una actividad reflexiva y teórica. El conocimiento profesional activa y reflexivamente construido permite a los profesores funcionar como sujetos autónomos a la hora de tomar decisiones en busca de la mayor comprensión de los estudiantes. Y, la consideración de la autonomía como meta educativa, requiere crear las condiciones necesarias para que los profesores actúen autónomamente (Wilucki, 1990).

(\* *El lugar del contexto en los procesos de enseñanza/aprendizaje.*- En la última década se ha dado un especial énfasis al papel del contexto educativo, como condicionante del propio proceso de aprendizaje. Se han desarrollado numerosos trabajos sobre la influencia del entorno, en cuanto que, las peculiaridades características de la institución escolar y el contexto donde está inmersa, son también moldeadoras de lo que los profesores y alumnos hacen, piensan, sienten y de cómo se relacionan. Como nos dicen Brown, Collins y Dugnid (1989: 32) *"los humanos precisan y dan sentido a la información si está contextualizada"*; el contexto donde se desarrolla la actividad en la que el conocimiento es elaborado no es neutral, es parte fundamental del aprendizaje. Bauersfeld (1988) considera al relativismo fundamental como un camino para la comprensión de nuestro mundo; conocimiento y comprensión están necesariamente contextualizados. Cambia el contexto y cambiamos la naturaleza del conocimiento. La influencia de dicho entorno no puede ser olvidada en los programas de formación del profesorado.

Éstos deben incorporar la reflexión sobre el hecho de que el contexto escolar es un escenario peculiar de construcción de conocimiento, diferente de otros como puede ser

la familia o el entorno social, pero con claras interacciones entre ellos. La mayoría de los aprendizajes, incluidos los matemáticos, surgen en un contexto social y cultural, es decir, bajo unos condicionantes sociales determinados (Bishop, 1988). Dicho con otras palabras, *“la actividad profesional del profesor está inmersa en un contexto social que condiciona dicha actividad”* (Biehler, 1994: 55). Hace casi una década Bauersfeld (1988: 38) indicaba que la enseñanza es una actividad social y, por tanto, el aprender a enseñar es también una actividad social: *“si nosotros constituimos nuestras formas de conocimiento y conducta a través de situaciones sociales, entonces podemos cambiar dichas formas a través de situaciones sociales. Aprendemos a funcionar en escenarios sociales sólo a través de la participación y acción (reflexiva) en dichos escenarios. De forma similar un profesor aprenderá a enseñar o a cambiar sus formas de enseñar sólo a través de la enseñanza (reflexiva). Sin embargo, estas ideas no son reflejadas en los programas de formación inicial de los profesores”*. El análisis del contexto en donde se desarrolla el proceso de enseñanza/aprendizaje y sus posibles influencias, debe formar parte de los procesos de formación del profesorado. Esta dimensión permite a los futuros profesores desarrollar una visión relativista del conocimiento así como su poder de adaptación a los diferentes contextos (Cooney, 1994a).

Desde otra perspectiva, Edwards y Mercer (1987) analizan la necesidad de tener en consideración la importancia de las interacciones psicosociales en el aula y la existencia de la elaboración de un conocimiento compartido, que se construye a partir de la actividad y del discurso conjunto en el aula. Otros autores han reformulado este planteamiento dentro de una perspectiva epistemológica sistémica, con la propuesta de interpretar el aula y el centro educativo como un sistema de información complejo y singular (García, 1988; Porlán, 1993).

Muy próximas a esta línea también estarían las aportaciones realizadas desde un enfoque crítico de la realidad educativa, desde el que se propone la incorporación de la crítica ideológica a la investigación educativa y a la propia enseñanza (Carr y Kemmis, 1988). En el campo específico de la educación matemática, desde un análisis crítico, se destaca la importancia de considerar en el ámbito educativo las diferentes perspectivas del conocimiento matemático, rompiendo su visión única y verdadera y sus conexiones con la vida social, ya que se usa en muchas ocasiones tanto para tomar decisiones como para justificarlas y, por otro lado, la necesidad de romper con su habitual carácter selectivo (Skovsmose, 1994). En consecuencia pensamos que, *“los alumnos y, por tanto, los profesores deben aprender a pensar críticamente sobre las matemáticas y sus posibles usos por la sociedad”* (Tate, 1994: 64) a través de su integración en los procesos de enseñanza/aprendizaje tanto los relacionados con el conocimiento matemático escolar como con el conocimiento profesional.

(\*) *Hacia un modelo de formación inicial basado en la figura del profesor como investigador*.- Como síntesis de lo expuesto en los apartados precedentes, entendemos que, la labor docente debe reflejar, *“una práctica fundamentada y rigurosa, incorporando nuevas aportaciones procedentes de diversos campos científicos, didácticos y empíricos, pero, a la vez, debe favorecer el respeto por los intereses de los alumnos, considerar sus formas personales de conocer la realidad y los contextos específicos en los que está inmerso”* (Azcárate, 1995: 44). Ideas que deben ser recogidas en la formación inicial de los profesores y, además, la formación inicial del profesorado debe contemplar la imagen de la enseñanza que nos ofrece la investigación educati-

va actual: una enseñanza caracterizada por la complejidad, incertidumbre, inestabilidad, singularidad y multidimensionalidad del hecho educativo. Ante tal visión, no cabe duda que son necesarias nuevas competencias profesionales para poder afrontarlas con cierta capacidad de tomar decisiones y de resolver los problemas cotidianos del aula.

Ello ha llevado a numerosos profesionales a plantear enfoques alternativos para la formación del profesorado que permitan formar profesionales más reflexivos, autónomos y críticos y que integren los conocimientos aportados desde las diferentes perspectivas señaladas en el apartado anterior y desde los diferentes análisis de la realidad educativa. Este propósito subyace en el planteamiento alternativo de formación del profesorado que se constituye bajo la idea del *profesor como investigador* (Grupo Investigación en la Escuela, 1991). El análisis detallado del modelo de formación en que nos situamos ya lo hemos realizado en otras ocasiones (Azcárate, 1995) y sobre sus presupuestos y concreciones han reflexionado otros autores (Cañal, 1987; García, 1988; Porlán, 1993; Martín, 1994), por ello nos limitaremos a señalar algunas de las aportaciones que pueden determinar nuestras decisiones en el diseño:

- La enseñanza es una actividad teórico-práctica, susceptible de ser descrita, explicada, orientada y transformada según criterios científicos, ideológicos y empíricos (García y Porlán, 1990).
- En el contexto educativo se produce un doble proceso de adquisición de conocimiento, los alumnos construyen el conocimiento escolar y el profesor elabora su propio conocimiento profesional. Proceso que se ve facilitado en la medida que se desarrolla una dinámica de *investigación en la escuela*.
- El profesor es un profesional que reflexiona en y sobre la práctica, que se enfrenta a situaciones prácticas en un contexto institucional y que investiga en la acción (Stenhouse, 1987).
- El saber profesional deseable, está organizado desde una lógica didáctica no disciplinar. En él se integran conocimientos procedentes de distintas fuentes, transformados y elaborados desde la perspectiva de su propia finalidad: la intervención educativa.
- Aprender a enseñar es un proceso de análisis crítico y reflexivo de la acción y de las teorías que la sustentan (Montero, 1992).

En consecuencia, su desarrollo profesional se generará desde procesos de formación ligados a la reflexión “en” y “sobre” la práctica. En esta línea, la formación inicial debe preparar a los estudiantes-profesores para el tratamiento de lo variados problemas que aparecen en las situaciones de enseñanza/aprendizaje. Y, para ello, hemos de considerar la formación inicial del profesorado como: *“una primera fase en el desarrollo profesional que posibilite al futuro profesor poner en cuestión sus concepciones particulares, contrastarlas con las de sus compañeros, contrastarlas con otros enfoques, y llevar a cabo una primera reconstrucción de sus propias ideas acerca de la enseñanza de los contenidos del currículo escolar, en la línea de llegar a ser un profesional autónomo, reflexivo, crítico e investigador”* (Martín, 1994: 41), vinculando definitivamente la formación inicial a la permanente (Navarrete y col., 1992; Cuesta y col., 1994; Imbernón, 1994). Analicemos más detalladamente lo que ello implica a la hora de facilitar el desarrollo profesional de los profesores desde los propios programas de formación.

## 1.2 Hacia un modelo de desarrollo profesional

Desde nuestra perspectiva y coincidiendo con el Grupo Investigación en la Escuela (1991), el desarrollo profesional debe tender gradualmente a que el profesor sea:

- Facilitador del aprendizaje significativo de los alumnos, generando conocimiento escolar.
- Investigador de los procesos de enseñanza/aprendizaje que se dan en su aula, generando conocimiento profesional.
- Elaborador de los propios diseños de procesos de intervención sometidos a experimentación curricular.
- Y, en última instancia, generador de conocimiento didáctico significativo al investigar sobre los procesos de desarrollo del currículo.

Ahora bien, el profesor no adquiere estas competencias profesionales espontáneamente y de forma puntual, sino a través de un largo proceso de desarrollo que comienza en la formación inicial. Los profesores pasan por sucesivos niveles de *desarrollo profesional* (Grupo Investigación en la Escuela, 1991; Tomo III) o *estados de interés*, como los denomina Jones y col. (1994). Tanto en unos, como en otros, es necesario mantener una coherencia con los principios que se consideran determinantes para un adecuado desarrollo profesional.

Coincidimos con Castle y Aichele (1994) en pensar que los profesores de matemáticas se desarrollan profesionalmente a través del mismo proceso que otros profesores, pero con una especial atención a la aplicación del conocimiento profesional a contextos matemáticos. Por ello, como formadores de profesores, focalizados en el ámbito de la educación matemática, nuestro papel es *“crear contextos en los cuales los profesores de cualquier nivel de desarrollo profesional, pueda experimentar métodos matemáticos, desarrollar razonamiento reflexivo, resolución de problemas, lenguaje y representaciones, las conexiones de las matemáticas con el mundo real y llegar a sentir una sensación confortable con su papel de “director” del aula”* (Cooney, 1994: 110). Es decir, hemos de ayudar a los profesores o futuros profesores a tratar la naturaleza problemática tanto de la Matemática, como de su proceso de enseñanza/aprendizaje, dentro de las situaciones de carácter general que se le presenten en el aula.

El contexto de formación inicial de maestros impone ciertas condiciones al desarrollo concreto del proceso formativo. Entre ellas, y como una de las más determinantes, su condición de profesores generalistas desde su propia certificación. Por ello, apunta McNerney (1994), es difícil su preparación en los contenidos específicos. Nuestro objetivo, con esta propuesta, es facilitar la formación didáctico-matemática de los futuros profesores de Primaria y no la formación de profesores de Matemáticas. Este aspecto va a ser determinante a la hora de la concreción en nuestro diseño, de las ideas que exponemos a continuación como características fundamentales del modelo de formación que intentamos desarrollar en nuestras aulas.

### 1.2.1 La investigación como principio didáctico de síntesis

Para el Grupo Investigación en la Escuela (1991), la investigación se entiende como un principio didáctico de síntesis, en el que toma cuerpo la referida coherencia entre el modelo formativo, en cuanto al desarrollo profesional del profesor, y el modelo didác-

tico, relativo al currículo del alumno. Es, por tanto, considerada como un proceso que *“trata de promover la transición desde concepciones y actuaciones más simples hacia otras progresivamente más complejas, y que concibe los puntos de vista de profesores y alumnos como sistemas de ideas en evolución y la realidad con la que interactúan como un conjunto dinámico de sistemas naturales sociales y culturales”* (Porlán y Col., 1996: 24). En consecuencia, la investigación en el medio educativo presenta diferentes dimensiones cuya consideración tiene ciertas implicaciones para la formación inicial del profesorado (Martín, 1994; García, 1995; Azcárate, 1995):

(\*) *Desde el punto de vista del alumno.*- La investigación se plantea como el proceso más adecuado para que los alumnos construyan conocimiento compartido mediante un proceso de indagación en la resolución de los problemas planteados; en él, la interacción de sus concepciones con la de otros compañeros y con las nuevas informaciones es pieza fundamental. Esta dimensión de la investigación escolar tiene claras repercusiones en la formación inicial. El principio de coherencia, implica poner a los estudiantes-profesores en situaciones de aprendizaje isomórficas de las que ellos tendrán que desarrollar con sus alumnos. La necesidad de dichas situaciones, la hemos podido comprobar en los programas de formación desarrollados por nuestro grupo de investigación, tanto en la formación inicial como permanente. Es difícil que un estudiante-profesor o profesor entienda las implicaciones prácticas que supone asumir los principios constructivistas del aprendizaje sin tener referentes propios de lo que ello significa (Navarrete y col., 1992; Cuesta y col., 1994; Cardeñoso y col., 1994).

(\*) *Desde el punto de vista del profesor.*- En este caso la investigación se considera como una nueva manera de concebir la actuación profesional. Se trata de que el profesor pueda orientar el conjunto de su trabajo: planificar, llevar a la práctica, decidir qué y cómo evaluar, como un proceso de investigación en la acción. *“A través de la reflexión deliberativa o investigación-acción, los profesores elaboran sus propias soluciones en relación con los problemas prácticos a los que se enfrentan”* (Elliot, 1990: 245). La investigación puede ser considerada como el motor de su propio desarrollo profesional e implica las siguientes capacidades profesionales:

- Tomar conciencia del sistema de ideas propio acerca de los procesos de enseñanza/aprendizaje, es decir, conocer el modelo didáctico personal.
- Observar críticamente la práctica, reconociendo los problemas y obstáculos que son significativos en la misma.
- Contrastar sus ideas con las de otros profesionales y con otros saberes como forma de hacer evolucionar su sistema de ideas.
- Formular hipótesis curriculares de intervención de forma consciente y razonada, para posibilitar su posterior análisis, tras su puesta en práctica.
- Contrastar los resultados con las hipótesis de partida y con el modelo didáctico personal, establecer conclusiones y tomar decisiones.

Pero, éste sería el fin deseado y, como apuntábamos anteriormente, en el caso de la formación inicial, estamos al principio del proceso y, por coherencia, es necesario respetar el nivel de desarrollo profesional del estudiante-profesor facilitándole su aproximación sucesiva. El profesor- formador debe generar un ambiente de aprendizaje que sea idóneo para que los estudiantes-profesores expliciten, cuestionen y modifiquen sus concepciones en interacción con sus compañeros y el medio escolar: *“cuando (a los estudiantes-profesores) se les cuestiona sobre sus ideas y sobre sus porqués, buscan nue-*

*vos datos para profundizar en la comprensión de sus ideas*" (Castle y Aichele, 1994: 6). Durante el proceso de formación inicial debemos facilitar que el estudiante-profesor elabore gradual y progresivamente su propio modelo didáctico, como referente necesario para tomar decisiones racionales en su futura labor profesional. Proceso que se realizará a través de la indagación en la resolución de los problemas prácticos profesionales, o situaciones de aprendizaje del conocimiento profesional que plantea el profesor-formador. Ello implica focalizar la formación inicial en el desarrollo de aquellas capacidades del profesor que pueda ayudarle a tomar decisiones complejas en las complejas situaciones con las que se enfrentará en el ámbito educativo (Cuesta y col., 1994).

(\*) *Desde el punto de vista del currículo.*- Aquí nos referimos al proceso mediante el cual los proyectos curriculares se conciben y se informan de su funcionamiento en la práctica (Martín, 1994). El currículo, como marco de referencia que orienta la planificación, desarrollo y evaluación del proceso de enseñanza/aprendizaje, es una *hipótesis que los profesores deben ensayar y reformular* (Gimeno, 1988).

Con respecto a la formación inicial supone la necesaria incorporación, como contenidos básicos de la formación, los problemas relativos al diseño y desarrollo del currículo escolar. *"Los estudiantes para profesor para que desarrollen su capacidad de autonomía deben poder planificar sus propios proyectos, bajo la orientación (que no control) del formador"* (Castle y Aichele, 1994: 6). Con ello se introduce a los estudiantes-profesores en un proceso en el que de una forma gradual y progresiva permite avanzar en su nivel de desarrollo profesional, conocer y dar respuesta a los problemas prácticos con los que el futuro profesor se va a enfrentar a la hora del desarrollo del currículo.

### 1.2.2 Caracterización del conocimiento profesional

Las distintas corrientes de pensamiento relativas al estudio del desarrollo profesional convergen en la imagen de un conocimiento profesional formado por un conjunto de saberes de diferente naturaleza que interactúan y se retroalimentan mutuamente, constituyendo un sistema de ideas, capacidades, destrezas y actitudes. En cualquier caso, *"no es un conocimiento absoluto y único sino que admite una gradación desde el conocimiento vulgar hasta el conocimiento especializado"* (Imbernón, 1994: 25). Desde los estudios e investigaciones revisadas y las reflexiones realizadas, podemos pensar que el conocimiento profesional utilizado por los profesionales de la enseñanza, en general, se va construyendo y reconstruyendo constantemente durante toda su vida profesional, a través de la continua interacción teórica-práctica. De hecho, creemos que el proceso de desarrollo profesional está íntimamente vinculado al proceso de construcción del conocimiento profesional. Desde nuestra perspectiva dicho conocimiento guarda una serie de características singulares.

(\*) *En torno a la naturaleza epistemológica del conocimiento profesional deseable.*- En la realidad, el conocimiento profesional que "de hecho" tienen los profesores está constituido por dos componentes de naturaleza epistemológica muy diferente. Un saber de naturaleza más académica y disciplinar, que es un conocimiento consciente, abstracto y racional, que se basa en la lógica de la disciplina, y un *saber-hacer*, tácito, concreto e irreflexivo, basado en la lógica del pensamiento cotidiano y que, en gran medida, orienta y dirige su conducta en el aula (Porlán y Martín, 1994). Ambas formas de pensamiento se desarrollan en la mente por procesos diferentes. El saber sobre las discipli-

nas se genera a través del estudio en un contexto académico, mientras que el saber-hacer se origina por interiorización mimética de las formas de actuación docentes observadas durante su escolarización y por la propia experiencia de trabajo en el aula.

Pero, para poder afrontar de forma flexible y versátil las diferentes situaciones y momentos escolares con los que se ha de enfrentar a lo largo de su vida profesional, es imprescindible incorporar una perspectiva más didáctica a la hora de formular y caracterizar las dimensiones del conocimiento profesional que supere la dicotomía planteada. Ya que, si bien consideramos necesaria la elaboración de lo que se reconoce como la *dimensión científica* y la *dimensión psicopedagógica* del saber profesional, ambas componentes del *saber académico* más formalizado, así como de la información procedente de la experiencia, que constituye el *saber empírico* del profesor, pensamos que el saber profesional ha de ser un conocimiento genuino, de carácter estrictamente didáctico. Saber que ha de situarse en un plano epistemológico intermedio entre el saber académico (naturaleza teórica) y el saber empírico (naturaleza empírica), es un saber de naturaleza práctica integrador de otros muchos conocimientos y constituye la dimensión aplicada o práctica del conocimiento profesional, el *saber práctico profesional* (Porlán, 1993).

Con este término, “*nos referimos a un saber mediador entre la teoría y la acción, que reformula críticamente saberes, de naturaleza epistemológica diferente, a la luz de los problemas específicos de la profesión*” (Porlán y col., 1996: 25). Aquí, la idea de práctica no la utilizamos en el sentido de simple actuación, de un saber-hacer irreflexivo o inconsciente, sino en el de praxis, es decir, en el de una acción fundamentada y transformadora. Estos saberes prácticos son siempre producto de la reflexión crítica, estableciendo conexiones significativas entre los saberes más académicos y los empíricos, produciendo reconstrucciones vinculadas específicamente al campo de la enseñanza en general y de la matemática en particular. El espacio epistemológico que corresponde a la práctica necesita de la integración progresiva de aspectos científicos, ideológicos, culturales y cotidianos para resolver los problemas que le son propios.

En la medida que la enseñanza es una actividad práctica, el conocimiento profesional es un conocimiento práctico que permite abordar los problemas que surgen en la enseñanza. Sin embargo, el saber profesional no es identificable con ninguna disciplina, ni es producto de del conocimiento experiencial o cotidiano, ni refleja simplemente una ideología, es una síntesis singular de todo esa información, organizada desde la finalidad de orientar y guiar la práctica de al enseñanza. La Didáctica de la Matemática es una fuente privilegiada de dicho conocimiento por ser ella misma un área síntesis e integradora de las tres dimensiones.

(\*) *Sobre las componentes del conocimiento profesional.*- Desde esta perspectiva, López (1995) caracteriza el saber profesional como:

- Un sistema cognoscitivo que puede presentar una mayor o menor complejidad en su organización, que se va configurando progresivamente en la interacción de las unidades de información que lo componen.
- Sistema abierto que mantiene un intercambio constante de información con otros sistemas de ideas (alumnos, libros, compañeros, sociales, etc.), fuente fundamental de reconstrucción del sistema.
- En tanto que sistema dinámico, es susceptible de reorganización, en la que a veces surgen fuertes obstáculos que ofrecen una cierta resistencia al cambio.

Pero, podríamos preguntarnos ¿qué componentes se encuentran en dicho sistema?, o mejor dicho, ¿podemos hablar de componentes?, ya que, como sistema, no puede ser reducido a sus partes sino que integra en sí mismo los diferentes saberes profesionales. Como ya hemos indicado en anteriores ocasiones, consideramos que, para la elaboración del conocimiento profesional, el profesor utiliza de diferentes fuentes, los conocimientos procedentes de dichas fuentes sufren una transformación para su integración en el sistema que, en su mayor nivel de complejidad, se organiza en torno a la problemática sobre la enseñanza de los contenidos escolares (Martín, 1994; Azcárate, 1995; García, 1995; Porlán y col., 1996). Esta idea caracteriza al saber profesional deseable como un saber práctico y complejo generado a través del contraste, la integración y la reconstrucción de significados procedentes de diferentes fuentes.

El conocimiento profesional versa, en parte, sobre el contenido que el profesor trata en el aula, pero, es también evidente que, además, los profesores deben poseer otros conocimientos que les permitan enseñar de forma adecuada en los diferentes niveles, situaciones y contextos a los que se enfrenta y conseguir en sus alumnos un aprendizaje significativo. Para una mayor profundización de la noción de conocimiento profesional, éste puede ser descompuesto analíticamente. Sobre las posibles componentes del conocimiento profesional y su estructura, hay numerosos trabajos y numerosas propuestas tanto desde una perspectiva general del conocimiento profesional, como desde una perspectiva más focalizada en la influencia del contenido concreto en dicho conocimiento, en nuestro caso la Matemática.

En un trabajo anterior ya realizamos una exhaustiva revisión de las posibles alternativas (Azcárate, 1995) y existen muy buenos trabajos de síntesis sobre dichas propuestas (Houston, 1990; Feneman y Loef, 1992; Aichele y Coxford, 1994). Nos limitaremos a dar nuestra forma de entender las posibles componentes del conocimiento profesional y su interacción, centrándonos a continuación en que aspectos pueden constituir un *saber práctico profesional*, con relación a su formación didáctico-matemática.

En primer lugar es necesario matizar que tal como entendemos el saber práctico profesional, es más significativo hablar de fuentes que de componentes, en verdad, entendemos que las distintas fuentes deben confluír y constituir dicho saber profesional. En general, parece existir bastante consenso entre los investigadores en considerar que los futuros profesores han de poseer conocimientos que integren dos aspectos fundamentales:

- una información de naturaleza “científica”, o formación básica, que se refiere al contenido objeto de la enseñanza y,
- otra de naturaleza “profesional” psicopedagógica, que se refiere a las prácticas docentes y a las diferentes disciplinas de las Ciencias de la Educación.

En este sentido es necesario diferenciar en el saber académico, dos dimensiones: una primera que se refiere a la especificidad del conocimiento de los contenidos de las materias que ha de impartir; y otra relativa a un conocimiento psicopedagógico que fundamenta la actuación del profesor. Esta idea se ve claramente reflejada en la organización institucional de la formación inicial, con un peculiar divorcio entre las asignaturas de contenidos y las asignaturas de didácticas del contenido y, a su vez, entre estas y las asignaturas de carácter más académico de las Ciencias de la Educación y las propias prácticas de enseñanza.

En el caso de los profesores de Primaria la preparación relativa a los contenidos disciplinares suele coincidir con un conocimiento rígido, falto de relaciones y lleno de

errores que dificulta fuertemente su análisis didáctico. En realidad es una ilusión pretender que los profesores de Primaria sean capaces de conocer y enseñar todas las disciplinas de la forma más adecuada. En cuanto al dominio de los contenidos, parece oportuno distinguir entre los contenidos propios de la disciplina y la aproximación didáctica a dichos contenidos, ya que, como apunta García (1995: 33), “*el dominio disciplinar sin más no garantiza en absoluto una adecuada enseñanza*”. Si nos centramos en los contenidos matemáticos, la mayoría de los programas de formación inicial no proveen de una adecuada formación matemática para enseñar el contenido matemático desde las recomendaciones curriculares actuales (NcNerme, 1994).

Autoras, como Martín (1994) y Azcárate (1995), señalan que el conocimiento de los contenidos escolares no debe ceñirse a un conocimiento adecuado “de la disciplina” sino también “sobre la disciplina”; es decir, se trata de procurar *un conocimiento profesionalizado del contenido* que posteriormente es objeto de estudio en el currículo escolar, en nuestro caso el conocimiento matemático. Este objetivo, como nos indica Perron (1991), imprime un carácter diferente a los contenidos mismos de las disciplinas dirigidas a la formación de maestros, otorgándoles una naturaleza didáctica, al ser una formación sobre la disciplina (matemática) y no sólo en la disciplina (matemática). El profesor de matemáticas ha de ser formado para ser profesor, no un buen conocedor de la matemática que ocasionalmente enseña (Niss, 1994).

Con respecto al conocimiento psicopedagógico, con las mismas condiciones que señalábamos en el párrafo anterior, ha de proveer información necesaria, de carácter genérico, sobre la diversidad de elementos y dimensiones que entran en juego en los procesos educativos. Es, por tanto, relativamente independiente del contenido y constituye el marco teórico de referencia en el que el profesor va a fundamentar su intervención. Este conocimiento interactúa con el conocimiento de los contenidos y permite al profesor actuar coherentemente a lo largo de toda su actividad.

Con respecto a la fuente empírica del conocimiento profesional, está tienen una naturaleza fundamentalmente tácita, se origina en la propia acción y suministra el *saber empírico* del profesor. Hay que tener en cuenta que, los estudiantes-profesores carecen de un conocimiento elaborado en la acción, pero, según algunos autores (Gimeno, 1988; Marcelo, 1994; Imberón, 1994), en la formación inicial podemos considerar un conocimiento equivalente sobre los procesos de enseñanza aprendizaje: aquel que ha sido adquirido en su experiencia como alumno durante el transcurso de muchos años dentro del mismo sistema educativo. En este sentido es necesario hacer conscientes a los futuros profesores de sus concepciones sobre el conocimiento, su aprendizaje y su enseñanza, es decir, conocer su propio saber profesional.

Sin embargo, desde nuestra perspectiva, el saber peculiar y singular que diferencia el conocimiento profesional del docente del de otros profesionales, es aquel que refleja la dimensión didáctica (figura 1.3). Este saber de naturaleza didáctica tiene un carácter integrador tanto de la componente más académica como del saber empírico y, constituye así, la dimensión aplicada o práctica del conocimiento profesional, al que reconocíamos unas líneas atrás como *el saber práctico profesional*.



Figura 1.3. El saber práctico complejo (en: Porlan y col., 1996)

En este sentido el docente no debe poseer por un lado, unos conocimientos generales sobre el proceso educativo y un conocimiento de los diferentes contenidos, a su vez aislados entre sí, y, por otro, un conocimiento tácito sobre las formas, rutinas y estrategias más “adecuadas” para desarrollar en el aula, sin vinculación alguna con lo anterior; sino tienen que elaborar una síntesis didáctica de los tres conocimientos y elaborar un conocimiento diferente. Que, como hemos indicado en el epígrafe anterior, es de naturaleza práctica al ser un conocimiento aplicado. Éste es el núcleo del conocimiento profesional de un profesor, pues determina la toma de decisiones conscientes relativas al diseño y desarrollo curricular.

En definitiva, el saber profesional, como analiza Azcárate (1995), constituye un sistema de ideas que tiene dos dimensiones: una estructural que refleja su organización y otra dinámica que refleja su evolución (figura 1.4).

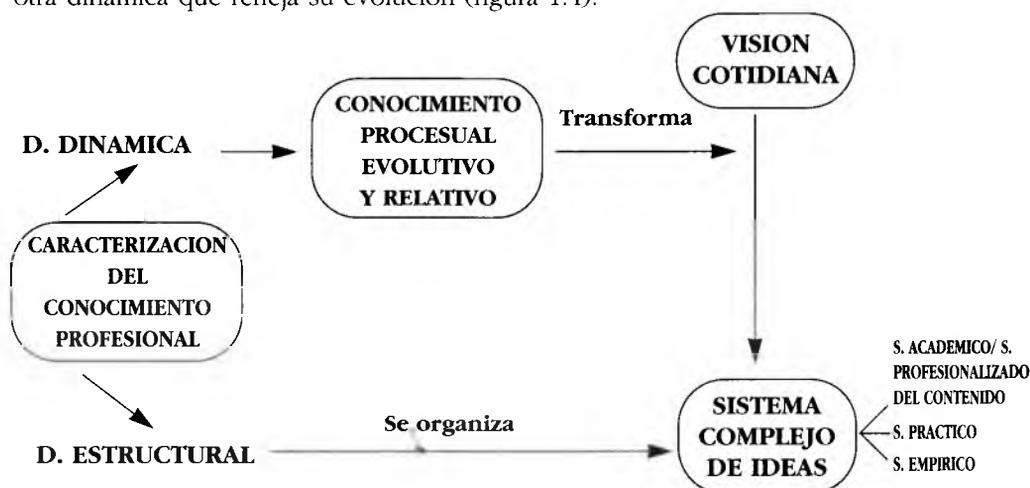


Figura 1.4. Dimensiones del conocimiento profesional

Si concretamos esta propuesta para el caso de la formación matemática de los profesores de Primaria, que es nuestra responsabilidad, nos focalizamos en el estudio de los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas y todos sus condicionantes. Y, coincidimos con McNermey (1994) en que es esta componente profesional la que se ha de enfatizar en los programas de formación, por encima del contenido matemático, que se convierte en objetivo secundario.

(\*) *Sobre el conocimiento profesional didáctico-matemático.*- Desde los diferentes estudios e investigaciones revisadas (Houston, 1990; Grouws, 1992; Aichele y Coxford, 1994; Biehler y col., 1994), cruzadas con nuestra propia forma de concebir el conocimiento profesional, esbozada en las líneas anteriores, podemos delimitar, en una primera aproximación, las fuentes principales de los contenidos propios del saber práctico profesional en lo relativo al tratamiento del conocimiento matemático. La información procedente de dichas fuentes deberá ser objeto de análisis y referente a la hora de la elaboración del saber profesional en torno a los siguientes aspectos:

- En lo que todos los autores están de acuerdo es en la necesidad de conocer *el propio campo del conocimiento matemático*. Para ello es necesario conocer, en primer lugar, los datos de la historia y de la epistemología. En segundo lugar, las aportaciones de las diferentes investigaciones realizadas en torno al análisis didáctico del contenido matemático a enseñar, que, desde una perspectiva didáctica, se centran en la propia estructura, significado y evolución de los diferentes conocimientos (estudios muy escasos en nuestro campo de conocimiento). Y, por último, los problemas asociados a los diferentes tópicos y sus posibles usos en la sociedad, que permita percibir a la matemática no sólo como “*un edificio de productos teóricos sino también como un área de actividad y procesos que incluye presentación, exploración, investigación, creación y resolución de problemas*” (Niss, 1994: 33).
- En cuanto, *el aprendizaje de los alumnos y sus dificultades*. Este constituye el objeto de estudio de una de las líneas de investigación más desarrolladas en el campo de la educación matemática y una de las informaciones básicas del conocimiento profesional. En una reciente trabajo, Rico (1996) señala como el 50% de los problemas investigados desde el campo de la educación matemática son problemas de tipo cognitivo. El estudio del propio proceso de aprendizaje del conocimiento matemático, las peculiaridades que imponen los diferentes campos, las condiciones de dicho aprendizaje, las informaciones procedentes de las investigaciones, los problemas y obstáculos detectados en el proceso, etc., son informaciones privilegiadas para el profesor a la hora de enfrentarse con las situaciones educativas y analizar los problemas del aprendizaje matemático.
- También es fuente fundamental de contenidos para el currículo del profesor en formación, las aportaciones del *conocimiento curricular y su concreción en los procesos de enseñanza*. El currículo prescriptivo, los materiales curriculares, las diferentes estrategias, la organización del aula, los elementos y condicionantes del proceso de enseñanza, el estudio del contexto. Todas ellas son aportaciones necesarias para el conocimiento profesional y, en parte, son ya producto de un conocimiento de naturaleza didáctica, pues, son el producto de la aplicación de un determinado modelo didáctico al análisis y desarrollo de los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático.

En la figura 1.5, siguiendo el esquema elaborado por García (1995), representamos nuestra propuesta de conocimiento profesional, en la que se distinguen los contenidos del saber práctico profesional (lo que el profesor debe saber en relación con el currículo del alumno) y las fuentes que aportan información relativa a dichos contenidos (disciplinas relativas a los tópicos a enseñar, psicopedagógicas, didácticas específicas y la propia experiencia empírica).

El conocimiento profesional es un conocimiento mixto, resultado de la interacción entre las diferentes informaciones que provienen de las diferentes fuentes (Bromme, 1988). Es precisamente la interacción entre las diferentes informaciones la que permite la transformación de la lógica disciplinar en la lógica didáctica.

En el Capítulo II desarrollaremos la propuesta de contenidos básicos del conocimiento profesional que deben adquirir los estudiantes-profesores relativos a los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático.

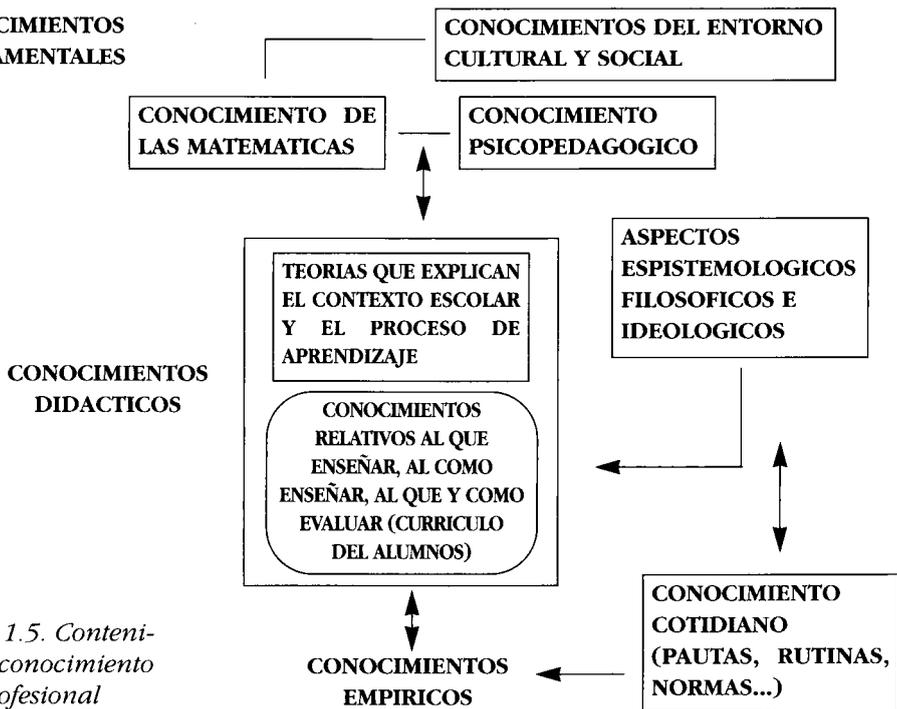


Figura 1.5. Contenido del conocimiento profesional

### 1.2.3 Sobre la elaboración del conocimiento profesional

El conocimiento profesional es un conocimiento que se organiza en torno a los problemas que son específicos de la enseñanza y que están “situados en la intersección de las tradiciones prácticas (componente empírico de la didáctica), las orientaciones curriculares (componente prescriptivo) y las aportaciones de teorías e ideologías más generales (fundamentos de la didáctica)” (Porlán, 1993: 175). Es, por tanto, un conocimiento interdisciplinar y que integra teoría y práctica, planteamiento muy lejano de aquel que equiparaba el conocimiento disciplinar con el conocimiento profesional.

Desde nuestro punto de vista, el conocimiento profesional que hemos caracterizado como un saber práctico y complejo, en el caso de un profesor de Primaria, se debe construir desde la integración de las didácticas específicas, entendidas estas no como disciplinas académicas o técnicas, sino como conocimientos situados epistemológicamente en el campo de la práctica, y de los saberes propiamente curriculares. Ello implica que, frente a la organización temática de los contenidos profesionales, típica de los modelos académicos, o la organización por objetivos competenciales, característica de los modelos tecnológicos, pensamos que el saber profesional se organiza en torno a ámbitos de desarrollo profesional que reflejan problemáticas curriculares. Es decir, los saberes profesionales, procedentes de las diversas fuentes, se organizan en torno a problemas prácticos profesionales (Porlán y col., 1996a). A modo indicativo, centrandonos en el caso de la formación didáctico-matemática de los futuros profesores, podríamos señalar como ámbitos de desarrollo profesional el conjunto de problemas que giran en torno a:

- ¿Qué finalidades educativas debe tener la educación matemática en el nivel de educación obligatoria, común para todos los estudiantes?
- ¿Qué es y cómo se organiza el conocimiento escolar matemático?
- ¿Cómo favorecer la evolución significativa y relevante de las concepciones de los alumnos en relación con el conocimiento matemático?
- ¿Cómo regular el proceso de enseñanza/aprendizaje en el contexto singular y complejo del aula?

La búsqueda de respuestas para estos problemas, y otros muchos relacionados con el desarrollo de los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático, nos puede permitir implicar a los estudiantes-profesores en el cuestionamiento y modificación de sus concepciones sobre la matemática y sobre su proceso de enseñanza/aprendizaje. Por ello, uno de los aspectos básicos a considerar en todo proceso formativo, son los conocimientos y creencias de los estudiantes-profesores y *“ponerlos en situaciones que posibiliten su puesta en cuestión a través de resolver problemas que permitan la confrontación de ideas, conjeturas y soluciones”* (Even y Lappan, 1994: 134). El futuro profesor construye el nuevo conocimiento, mediante la interacción entre el conocimiento que ya posee y las nuevas informaciones surgidas en el tratamiento de problemas relevantes para su práctica, presentados en contextos adecuados para ello, facilitando, de esta forma, su evolución hacia formas más elaboradas y coherentes con las propuestas actuales; cercanas, en la mayoría de los casos, a la línea de trabajo reflejada en este documento.

Una descripción detallada de la fundamentación de nuestra propuesta metodológica de intervención la presentamos en el Capítulo III.

### **1.3 La educación matemática en el contexto de la formación inicial**

Como planteábamos en la presentación inicial, nuestra actividad profesional se desarrolla en el espacio del ámbito educativo producto de la intersección del campo de formación de profesores con el dominio que corresponde a la Educación Matemática. En los primeros apartados de este capítulo describimos nuestros presupuestos como formadores, ahora presentamos una breve reflexión sobre aquellos aspectos que pueden estar determinados por la especificidad de nuestra área de conocimiento.

La Educación Matemática ha sido sistemáticamente objeto de estudio por diferentes profesionales. De hecho, si realizamos una revisión de la literatura de investigación producida en los últimos 50 años, detectamos la presencia de un gran número de trabajos de investigación desarrollado en el campo de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Estas investigaciones han sido dirigidas por profesionales relacionados con el mundo de la Educación Matemática desde diversas perspectivas: matemáticos, profesores de matemáticas, psicólogos, formadores de profesores, didáctas, etc. Los sucesivos trabajos de investigación han ido evolucionando a lo largo del tiempo tanto en su enfoque, como en el tipo de problemas planteados, en los objetivos pretendidos y en la metodología desarrollada, en concordancia con la evolución de la sociedad, de las Ciencias de la Educación y de la propia concepción de la Educación Matemática. Una reflexión significativa sobre ello es la realizada por Kilpatrick (1994), su lectura nos aporta una visión global de la investigación en nuestro campo, su evolución y su estado actual.

Sin embargo, hace relativamente poco tiempo se han comenzado a oír voces reclamando el reconocimiento del estudio de los procesos de enseñanza/aprendizaje de la Matemática como un campo de conocimiento científico, independiente de la Matemática y de las Ciencias básicas de la Educación. El estudio de la Educación Matemática es reconocido socialmente como un campo de conocimiento diferenciado y para comprobarlo, sólo hace falta mirar a nuestro entorno y observar el movimiento que los profesionales de este campo desarrollamos (Rico y Sierra, 1994), un ejemplo claro es el auge que experimentan Congresos como el ICME, recientemente vivido en nuestro entorno próximo. Sin embargo, su calidad de campo científico independiente es hoy objeto de discusión en numerosos foros y no existe una postura única ante el tema. Por ser un campo muy joven en su desarrollo, su sistema de objetos de estudio, metodología y criterios de validación, presenta una gran diversidad. Ello provoca, en muchos casos, poco consenso entre los profesionales dada la presencia de una gran variedad de intereses y parcialidad en muchas de las investigaciones y al estar orientadas, en parte, desde diferentes concepciones de la matemática y de la propia Educación Matemática, coexistentes en la actualidad (Dossey, 1992). De hecho, como indica Biehler (1994), su lugar como campo de investigación independiente aún es disputado en el ámbito universitario.

Hay diversos intentos, desde diferentes enfoques, de elaborar un cuerpo de conocimiento específico de la Educación Matemática. Si bien ninguno aporta un análisis global y completo de la problemática propia de la Educación Matemática en todas sus vertientes, las reflexiones, propuestas y resultados obtenidos, nos pueden aportar datos significativos para progresivamente ir comprendiendo mejor el campo específico donde se desarrolla nuestro trabajo.

Delimitar unívocamente el significado y el campo de actuación que es atribuido a la "Didáctica de la Matemática" como área científica parece ser, dada la gran variedad de posturas existentes, bastante complejo. La Didáctica de la Matemática es un campo específico de actividad docente e investigadora en el que el límite entre el trabajo científico y la práctica es, al menos, difuso. Como nos indica Biehler (1994), los investigadores, hoy, sienten la necesidad de profundizar y reflexionar sobre las bases teóricas y metodológicas para alcanzar una mejor comprensión de los problemas de la práctica.

Como profesionales de la educación matemática tenemos, o debemos tener, nuestra propia forma de comprender los fenómenos educativos y ello nos hace entender su estudio de una determinada manera, sometida a revisión continua. Desde nuestra con-

cepción de la Didáctica, ya indicada y focalizando en nuestro campo, consideramos que *el objeto de estudio fundamental de la Didáctica de la Matemática es la Educación Matemática*. Es decir, el estudio de los procesos de enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas en el contexto educativo, que tienen como principal finalidad la construcción de un conocimiento matemático útil al individuo para su integración e intervención crítica en la sociedad (Azcárate y Cardeñoso, 1994).

Entendiendo que ello supone considerar y, por tanto, analizar, los problemas que surgen en torno a los procesos de enseñanza/aprendizaje, como sistemas interactivos, inmersos en una estructura social y en un contexto concreto, caracterizados por múltiples elementos y dimensiones. En el estudio de cualquiera de ellas o de sus interacciones podemos focalizar nuestros problemas de investigación como profesionales de la Didáctica de la Matemática, sin embargo, como docentes hemos de tener en cuenta siempre su globalidad.

### 1.3.1 Relación de la Educación Matemática con otras áreas

La Didáctica de la Matemática como campo de problemas supera el dominio de la disciplinariedad. Como apunta Steiner (1985) su naturaleza es fundamentalmente interdisciplinar y su desarrollo se dirige hacia la transdisciplinariedad, propia de una ciencia compleja. Por ello, uno de los aspectos que más nos interesa es el análisis de las relaciones que existen entre las diversas fuentes de información que intervienen en el estudio de los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático. Las interacciones entre dichas informaciones y su integración progresiva, conformarán un cuerpo de conocimiento singular correspondiente a la Didáctica de la Matemática.

La Educación Matemática tiene fuertes conexiones con otras disciplinas científicas, con las que tiene sentido el intercambio de información. Sus datos sirven, en muchos casos, de apoyo y referencia a la hora de interpretar las informaciones obtenidas en los diferentes estudios e investigaciones sobre los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático. El didácta es el responsable de reconceptualizar el saber de las diferentes disciplinas para elaborar un conocimiento nuevo, es el “saber a enseñar” que llama Chevallard (1985) y que es de naturaleza didáctica. Estas informaciones proceden de fuentes como:

(\*) La propia *Matemática*, que como ciencia referente, nos aporta, en primer lugar, el conjunto de conocimientos sobre cuya construcción y organización debemos reflexionar. Por otro lado, el estudio de su historia y de su fenomenología son aspectos de gran relevancia para el análisis didáctico de los contenidos. Como apunta Castro (1995: 91), “*la historia de la evolución del conocimiento matemático permite conocer cuál ha sido el proceso de generación de los distintos conceptos matemáticos, las distintas conceptualizaciones por las que han pasado los mismos, así como las limitaciones impuestas por el modo de simbolización, etc.*”. Por otro lado, el estudio del campo de aplicación de cada campo conceptual, es decir, su fenomenología, y su empleo en los procesos de enseñanza/aprendizaje, se señalan como un aspecto decisivo para facilitar la elaboración de un conocimiento matemático significativo y conectado con la realidad.

(\*) *La Epistemología*, como fundamentación de las distintas concepciones de la Matemática que, como han detectado numerosas investigaciones, tiene claras influencias en la propia concepción de la Educación Matemática y en su desarrollo práctico

(Thompson, 1984; Thompson, 1992; Dossey, 1992). El posicionamiento epistemológico, como formadores y como profesores, es un paso necesario a la hora de abordar tanto los problemas curriculares como los de la formación y actuación de los profesores. Por ello, estamos de acuerdo con Dossey (1992) en considerar la reflexión epistemológica como un elemento de especial relevancia en el estudio de los problemas que versan sobre la Educación Matemática. En este sentido la obra escrita por Cañon (1993) aporta una información de gran relevancia para la labor profesional de los formadores de profesores. La naturaleza de la Educación Matemática, como campo de conocimiento diferenciado, tiene características diferentes de la ciencia matemática. Su carácter de ciencia aplicada que se desarrolla en contextos sociales singulares, le otorga unas peculiaridades específicas, cuya consideración es vital para su desarrollo (Steinbring, 1994; Azcárate y Cardeñoso, 1994).

(\*) La *Didáctica* y las diferentes disciplinas relacionadas con ella, es quizás, la otra ciencia básica de referencia y su aportación es importante para la comprensión de los procesos de enseñanza/aprendizaje de la Matemática. Sus conocimientos inciden en el análisis de los procesos educativos y todos los elementos que en ellos interaccionan, considerándoles como fenómenos complejos y nos proporcionan un esquema explicativo que nos permite acceder al análisis de los diferentes problemas educativos. No cabe la menor duda que, como didáctas, hemos de disponer de una estructura didáctica que nos posibilite enfrentarnos con los problemas educativos desde una posición no reduccionista. En muchos casos los problemas de la Educación Matemática están provocados por una corta visión del campo de estudio y de actuación, al centrar nuestra atención en puntos muy específicos y aislados de la enseñanza de la Matemática o de su aprendizaje, no alcanzamos a tener una perspectiva didáctica del problema.

(\*) La *Psicología*, es otro campo de conocimiento e investigación estrechamente vinculado a la educación matemática, como indica Kilpatrick (1994: 21), "*desde el comienzo de la Psicología Educativa, las matemáticas fueron un vehículo popular para utilizar en las investigaciones sobre aprendizaje*". De hecho, gran número de investigaciones realizadas desde el campo de la Psicología tratan sobre diferentes conceptos matemáticos y un gran número de psicólogos han orientado su investigación hacia el estudio de los procesos de adquisición del conocimiento matemático (Gómez-Granell y Fraile, 1993). Por otro lado, como ya hemos indicado, gran parte de las investigaciones realizadas desde nuestra área, tratan sobre aspectos cognitivos relacionados con la elaboración del conocimiento matemático (Rico, 1996). Es evidente que ambos campos se han enriquecido mutuamente. En general, la Psicología de la Educación y las teorías de aprendizaje, en particular, son fuentes ineludibles en el estudio de la Educación Matemática. Cabe remarcar la influencia de la corriente conductista, del enfoque estructuralista y formativo y actualmente del constructivismo y de la dedicada a estudiar la dimensión social, relacional e institucional de los procesos de aprendizaje (Jorba, 1993). Sus informaciones nos aportan datos sobre los procesos de aprendizaje, sus condiciones, sus obstáculos, sus peculiaridades y sobre los procesos educativos y las interacciones que en ellos se desarrollan.

(\*) La *Sociología*, que estudia las relaciones del grupo social con el sistema y nos permite analizar las relaciones y dependencias que existen entre la Ciencia y la Sociedad. En nuestro caso, nos interesan sus informaciones en tres niveles del análisis: el refe-

ruido al rol propio de la Educación Matemática, el de las relaciones internas del propio sistema educativo y el de las de dicho sistema con el resto del entorno social. Las investigaciones apuntan como el aprendizaje del individuo está influido por su entorno, tanto a nivel micro como macro y, por tanto, influenciado directamente por los aspectos sociales y culturales del contexto donde está inmerso (Bishop, 1988a). El análisis crítico de las influencias mutuas y de las funciones de cada elemento del sistema debe tener y jugar en el contexto global debe ser objeto de reflexión por los educadores matemáticos. El conocimiento matemático ha sido durante años instrumento de selección de los ciudadanos, desde una perspectiva crítica y social su papel debe ser discutido. Como apunta Skovsmose (1990), no es posible desarrollar actitudes críticas hacia la aplicación de la Matemática desde rituales educativos que reflejen actitudes fundamentalmente anti-democráticas.

(\*) La *Lingüística* es una ciencia con fuertes relaciones con la Didáctica de la Matemática. Ella nos aporta una información fundamental para comprender muchos de los problemas y dificultades del aprendizaje matemático. Una premisa de la epistemología actual es que toda construcción de conocimiento se apoya en las ideas iniciales de los individuos. Estas primeras ideas son producto de la interacción con el entorno y se reflejan en el lenguaje ordinario utilizado en la vida cotidiana (Azcárate y Cardeñoso, 1996). La dificultad de comprender el significado que atribuimos/atribuyen normalmente a esas palabras y expresiones, en los distintos contextos en los que las utilizamos, puede ser una pieza clave de las dificultades del aprendizaje matemático (Sierpiska, 1991). En esa medida, el análisis del discurso que se desarrolla en el aula, de los diferentes campos semánticos asociados los conceptos matemáticos o la propia estructura semántica y de sintaxis guardan una fuerte relación con la comprensión de los mensajes matemáticos y de la comunicación en las situaciones de actividad matemática. Su conocimiento es determinante para que los profesores puedan comprender muchos de los problemas con los que nos enfrentamos en el análisis de los procesos de enseñanza/aprendizaje de la matemática y no caer en justificaciones reduccionistas (Curcio, Schwartz y Brown, 1996). Por ello, su estudio es de especial interés para la Didáctica de la Matemática.

Y nos quedan en el tintero áreas como la Antropología, la Historia, o la Tecnología de tan fuerte impacto en nuestra sociedad y en nuestras aulas. Todo ello nos indica la gran complejidad que implica el estudio de cualquier problema relacionado con la Educación Matemática, en los que directa o indirectamente están implicados conocimientos de las diferentes áreas nombradas y sus interacciones.

### 1.3.2 Caracterización del campo de problemas

Lo expuesto en el apartado precedente nos indica que, los problemas a los que nos enfrentamos son extremadamente complejos. No sólo están relacionados con la matemática como disciplina de referencia, sino que están ligados al contexto donde se desarrolla la actividad, a las características de los alumnos con los que se está trabajando, al profesor, su formación y su conocimiento y al estado y peculiaridad del entorno social y cultural en el que están inmersos.

Históricamente ha habido diferente intentos de enunciar o delimitar los problemas fundamentales de investigación que debe abordar la Didáctica de la Matemática. El pro-

fesor Rico (1996) presenta una revisión exhaustiva de las diferentes propuestas que han presentado diversos autores (Freudenthal, Balacheff, Kilpatrick, Confrey, etc.) a lo largo de los últimos 20 años. Los problemas se relacionan con diferentes temas que pueden ser clasificados en cuatro grandes grupos de investigaciones:

(\*) *Investigaciones sobre el currículum*, dedicadas a la delimitación del currículum de las matemáticas escolares de cualquier nivel educativo. En un momento de reformas curriculares tan significativas como el actual, estas investigaciones cobran una especial relevancia. Poder establecer determinados criterios de selección y organización de los diferentes elementos del currículum, en función de las necesidades que ha de cubrir en el desarrollo del individuo es, hoy, una tarea primordial. Los cambios propuestos desde la nueva ordenación del sistema educativo español tienen importantes repercusiones a la hora del desarrollo del currículum matemático.

(\*) *Investigaciones sobre los procesos de enseñanza/aprendizaje*. En este grupo hay investigaciones de muy diversa índole. Desde aquellas más dirigidas al estudio de las dificultades y obstáculos que se presentan en los procesos de aprendizaje de los alumnos en los diferentes campos del conocimiento matemático, hasta las que centran más su atención en el propio proceso de enseñanza, su diseño, sus condiciones, la influencia del contexto, etc. Dentro de este grupo hay un campo que irrumpe con mucha fuerza en los últimos años que son los estudios centrados en la dimensión social y crítica de la Educación Matemática. En realidad es en este grupo donde está el grueso de la investigación desarrollada actualmente y otros autores lo diversifican a su vez, en diferentes campos de investigación (Armendáriz, Azcárate y Deulofeu, 1993; Rico, 1996).

(\*) *Investigaciones sobre la formación didáctico-matemática de los profesores*, cuyo objetivo es delimitar los contenidos que deben configurar la formación inicial y permanente en función de su nivel profesional y, en consecuencia, las competencias profesionales que ha de desarrollar. En este grupo de investigaciones se pueden incluir todas aquellas investigaciones que analizan las concepciones y creencias de los profesores y su influencia en el desarrollo de su práctica educativa. Así como aquellas que analizan el conocimiento profesional, su estructura y su evolución.

(\*) *Investigaciones sobre cuestiones epistemológicas y/o teóricas* relevantes. Son investigaciones dedicadas más al estudio teórico de los diferentes aspectos implicados en la Educación Matemática, epistemológicos, sociológicos, y sobre su propia teorización. En este grupo se pueden considerar los estudios realizados por diferentes profesionales de la Educación Matemática que centran su objetivo en elaborar un marco conceptual diferenciado e independiente de la Didáctica de la Matemática.

Según Rico (1996: 24), el 50% de los problemas planteados en las investigaciones realizadas desde nuestro campo de conocimiento son de carácter cognoscitivo y el 25% son relativos al currículum o la enseñanza, mientras que sólo un 15% están relacionadas con el último grupo de investigaciones señalados y un 10%, aproximadamente, estudian problemas relacionados con el profesor y su formación. Como indica este autor, esta información *"es importante para conocer las prioridades, o los campos en los que está trabajando una mayoría considerable de los educadores matemáticos, pero resulta insuficiente si no la matizamos con una segunda idea, igualmente importante: la educación matemática no puede reducirse a ninguno de sus componentes, por mucha importancia relativa que le podamos conceder"*

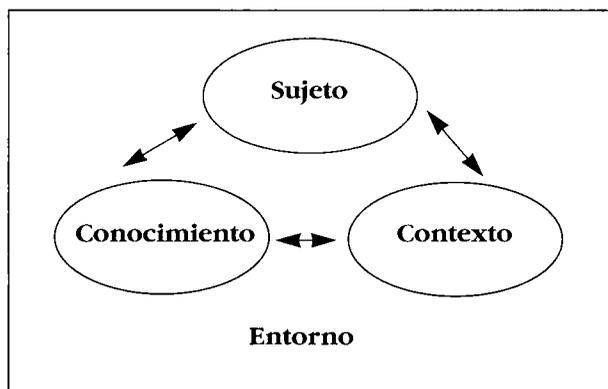
En cierta manera, cada uno de estos campos de investigación se ha desarrollado, en muchas ocasiones, desde enfoques diferentes y de formas totalmente independiente entre sí, sin un trasvase de información entre ellos. En consecuencia, los problemas de investigación han sido abordados desde diferentes visiones, Kilpatrick (1996) diferencia al menos tres: la positivista, la crítica y la fenomenológica. Sin embargo, dada la complejidad que entraña todo proceso de enseñanza/aprendizaje, si bien es necesaria una cierta parcelación para su estudio analítico, no podemos perder nunca de vista la visión global del sistema y la interacción entre todos los aspectos implicados. Toda investigación en Educación Matemática ha de ser, en un cierto nivel al menos, interdisciplinar y hemos de aproximarnos significativamente a informaciones procedentes de las investigaciones realizadas desde los distintos enfoques y campos de investigación.

### 1.3.3 Diferentes enfoques en de investigación

En la actualidad coexisten diferentes formas de abordar los problemas relacionados con la Educación Matemática. Bajo el criterio de clasificación de, donde se sitúa el énfasis del análisis, es decir, en que elemento se focaliza el problema de investigación, podemos diferenciar fundamentalmente tres enfoques entre las investigaciones desarrolladas:

- Un enfoque cognitivo, que se desarrolla en aquellas investigaciones cuyo foco de estudio es el *sujeto*. Analizan el proceso de aprendizaje sus dificultades y obstáculos tanto de alumnos como profesores, pero sin considerar, en muchos casos, la influencia de otros elementos como por ejemplo, el entorno.
- Aquellas que se desarrollan desde un enfoque más epistemológico, cuyo foco de estudio es el *conocimiento*, tanto el curricular como el profesional, en su dimensión estructural y en su dimensión dinámica y la actividad que con él se desarrolla.
- Por último hemos considerado un tercer enfoque en cuyo centro de estudio prevalece *el entorno*. Es decir, conceden una especial atención a las condiciones sociales del contexto en donde se desarrolla el proceso y a la influencia de las interacciones con el entorno.

Dando un paso adelante, las informaciones aportadas desde cualquier investigación, desarrollada desde cualquiera de los enfoques señalados, deberían de ser complementarias.



Es difícil imaginar un proceso de enseñanza, aprendizaje sin sujetos, sin actividad o fuera de un entorno socio-cultural. Como apunta Cooney (1994), no sólo es importante el dominio del contenido matemático sino que es igual de determinante el análisis y dominio del contexto.

Kilpatrick (1996:33) en sus reflexiones apunta que *'los investigadores en didáctica de las matemáticas nunca deberían encajonarse en un determinado enfoque, epistemología, paradigma, modo de representación o método. Todos son parciales, ninguno puede contar la historia completa. En particular, ningún método de investigación puede por sí sólo responder a todo el repertorio de cuestiones que interesan a los profesores de matemáticas. Si bien, un determinado investigador puede centrarse en un método específico, la investigación en su conjunto debe estimular múltiples métodos'*. La información aportada desde todos ellos es vital para la transformación y evolución del currículo, de los profesores y de la formación matemática de los individuos.

Para la progresiva consolidación de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica es imprescindible un proceso de integración, tanto de los conocimientos procedentes de las diferentes fuentes teóricas, como de las diversas corrientes de investigación presentes en nuestro campo. Constituyendo así, un cuerpo estructurado de conocimiento con entidad propia que integre desde la corriente más epistemológica, que permite analizar la estructura de los contenidos, su evolución histórica y los obstáculos que se presentan en dicha evolución, hasta la más didáctica que se centra en la estructura y la dinámica de la comunicación en el aula. Sin olvidar aquellas otras de corte más sociológico o psicológico en las que se plantean los significados que poseen los estudiantes y los profesores y a través de que procesos y en que contextos dichos significados se producen y evolucionan.

La peculiaridad que nuestra área impone es la de integrar dichas informaciones desde la perspectiva de su finalidad: la comprensión y mejora de la intervención educativa dirigida a la formación matemática de los individuos. Sólo dicha integración desde una perspectiva didáctica nos permitirá construir un marco de referencia didáctico-matemático significativo para nuestra actuación como formadores de profesores.

En definitiva, como campo de conocimiento se pueden identificar, para su análisis, diferentes focos de investigación bajo la estructura general que supone el estudio de los procesos de enseñanza/aprendizaje de la Matemática.

Como señala Wenzelburger (1991: 20), los elementos de un sistema complejo como es la educación matemática. *"pueden ser áreas específicas de problemas que, a su vez, forman subsistemas tales como alumnos, profesores, el currículo matemático, el investigador en educación matemática..."*. Todos ellos están implicados en dominios diferentes, pero relacionados y pueden constituir por sí mismos un foco de investigación, idea también compartida por Steiner (1985).

Como decíamos en las primeras líneas, nosotros nos consideramos fundamentalmente formadores de profesores y nuestra labor docente e investigadora se ha desarrollado siempre en torno a dicho ámbito. Por otro lado, indicábamos hace unas líneas que, dentro del conjunto de aspectos involucrados en la educación matemática, el profesor y su formación es un elemento clave del proceso y un foco de investigación de especial importancia para promover el cambio por el que, actualmente, se apuesta en el enseñanza/aprendizaje de la Matemática. Sobre este particular y sobre la información que este foco de investigación, dentro del dominio de la Educación Matemática, nos aporta, trataremos en el apartado siguiente.

### 1.3.4 La formación de profesores como foco de investigación

El énfasis puesto en el papel del profesor como agente de todo cambio curricular ha provocado que la formación de profesores constituya en estos momentos un campo de creciente interés entre los profesionales de las Ciencias de la Educación y del mundo de la Educación Matemática en particular. Como hemos podido detectar en el apartado anterior, la formación de profesores se puede considerar como un foco de actuación y de investigación importante entre los educadores matemáticos, el cual es abordado desde variados enfoques y con diferentes objetivos. En nuestro caso, nuestra acción docente e investigadora se dirige a la formación didáctico-matemático del futuro profesor de Primaria, como dimensión necesaria de su desarrollo profesional.

A lo largo de las últimas décadas, la formación de profesores, su desarrollo profesional, su conocimiento, las estrategias para facilitar su elaboración y, en consecuencia, la propia estructura curricular de los programas formativos, ha sido objeto de estudio por nuestra comunidad. Para tener una visión general del camino recorrido en este campo de investigación, son significativas las revisiones realizadas por Brown, Cooney y Jones (1990) y por Borko y Brown, (1992). Sánchez (1993) presenta una síntesis y clasificación interesante sobre las diferentes investigaciones realizadas en este ámbito, desde la perspectiva de la Educación Matemática. En las recopilaciones presentadas por Biehler y col. (1994) y por Aichele y Castle (1994) encontramos una serie de artículos relacionados con este tema que también nos aportan una información significativa. De todos los trabajos señalados hemos extraído aquellas ideas que nos parecen más interesantes en relación con el diseño de los programas de formación. Haremos una breve referencia a las aportaciones que, en relación con la formación inicial, pueden extraerse de las investigaciones referentes al análisis del desarrollo profesional en su conjunto, de aquellas que se dirigen al estudio de las concepciones del profesor y su posible influencia en su intervención en el aula y de aquellas que se centran en el estudio del conocimiento profesional, su estructura y su elaboración.

(\* *Sobre el desarrollo profesional.* Entre las investigaciones que analizan el proceso global de desarrollo profesional y sus condiciones, podemos considerar aquellas que, en términos de Sánchez (1993), analizan el proceso de socialización que sufren los estudiantes-profesores desde su etapa de discentes hasta su etapa profesional como docentes.

Brown y Borko (1992) resaltan, como resultados más significativas de las investigaciones sobre el desarrollo profesional, con respecto a la formación inicial, los siguientes aspectos:

- Los futuros profesores llegan a los programas de formación con concepciones propias sobre la matemática su enseñanza, su aprendizaje y su propio papel como profesor. Estas concepciones están fuertemente arraigadas, ya que, como indican Lester y otros (1994: 153), *“los profesores son propicios a enseñar por los caminos que ellos fueron enseñados”*. De hecho, Brown y Borko (1992: 227) apuntan que, *“doce o quince años de experiencia como estudiantes en las clases son una fuerte influencia de socialización que no es fácilmente superada posteriormente en los programas formales de formación del profesorado e incluso como profesores en las aulas”*.

- En este sentido es relevante considerar la influencia del mensaje implícito dado por el formador. Los profesores en formación aprenden de aquellos que son responsables de su formación como docentes y según Vacc y Bright (1994: 120), “*si éstos desarrollan el programa coherentemente con la propia filosofía del programa, los efectos son más significativos*”.

Ya hemos indicado en momentos anteriores la importancia que desde nuestra forma de concebir la formación de profesores, tiene la coherencia entre el modelo formativo desarrollado y el modelo didáctico propuesto. El isoformismo entre ambos es condición deseada y necesaria para un adecuado proceso de formación. Montero (1992) nombra también como aportación interesante de este grupo de investigaciones, la identificación de una fuerte discrepancia entre lo que los profesores aprenden durante su formación inicial y la aparentemente escasa contribución de este bagaje para informar su práctica en los centros escolares. Posiblemente muchas de estas discrepancias son producto de una inadecuada resolución de la necesaria tensión dialéctica entre el mundo del saber y el mundo de la práctica.

En el estudio del desarrollo profesional están también implicadas aquellas investigaciones que tratan sobre los diferentes programas formativos que se han desarrollado en distintos países, niveles y contextos. Brown y Borko (1992) realizan, bajo una perspectiva histórica, una revisión de los diferentes programas implementados desde los años 40 hasta los que siguen en la actualidad las últimas recomendaciones de la NCTM, analizando sus presupuestos y comparando sus resultados. En todos ellos podemos detectar que los problemas de investigación giran en torno al *Que* y al *Cómo* para el desarrollo de cada programa. Sobre ello reflexionamos en los epígrafes siguientes.

(\*) *Sobre las concepciones de los profesores.* En este tipo de investigaciones se analizan el conocimiento de los profesores, sus creencias, sus concepciones y las relaciones entre ellas y su práctica educativa. En este sentido una clara referencia es la revisión realizada por Thompson (1992). Recopila las investigaciones realizadas en el último siglo sobre las concepciones de los profesores referidas a la naturaleza de la matemática de las matemáticas escolares, a su proceso de enseñanza aprendizaje, así como a sus efectos en su práctica docente. Thompson (1992: 232) expone un análisis filosófico sobre la relación que hay entre creencias y conocimientos y al final caracteriza a las concepciones como un sistema integrado por “*creencias, conceptos, reglas, imágenes mentales y preferencias, conscientes o inconscientes*”, con el que coincidimos.

En relación con este grupo de investigaciones, uno de los datos más interesante que parece emerger de sus conclusiones, es la reflexión sobre la débil comprensión que los profesores de los primeros niveles tienen sobre los tópicos matemáticos que trabajan en sus aulas. Esto implica que la reflexión sobre el conocimiento matemático, como objeto de enseñanza, es un elemento imprescindible en todo programa de formación y un instrumento necesario para promover la construcción de un conocimiento profesionalizado de la Matemática y no sólo de su estructura formal.

Otra de las conclusiones más importante de las investigaciones sobre concepciones de los profesores, es la constatación de que los estudiantes para profesores no llegan a los programas de formación como mentes vacías, en cuanto a ideas sobre la Educación Matemática. Como ya hemos indicado reiteradamente, los futuros profesores traen consigo un conocimiento elaborado producto de su interacción con las situaciones de enseñanza/aprendizaje vividas durante su etapa como alumno, de como él ha visto enseñar

matemática, de como la ha aprendido y de cual ha sido el papel del profesor en dichas situaciones. Todo ello les lleva, en la mayoría de los casos, a elaborar unas estructuras conceptuales simples y rígidas que se cierran ante cualquier información que puede ser motivo de desequilibrio.

Según Cooney (1988), las concepciones de los profesores es un elemento mediador entre el conocimiento contemplado en el curriculum oficial, el conocimiento enseñado y el aprendido y están vinculadas a las diferencias existentes entre ellos. En general, esas concepciones tienden a reproducir el comportamiento docente que han asimilado mimeticamente como discente, sin reflexionar el por qué y el para qué de su actuación profesional. Por ello, y dado su origen inconsciente, las creencias que los sujetos tienen sobre la matemática y su proceso de enseñanza/aprendizaje están fuertemente enraizadas y sólo se modifican tras una intervención significativa (Ball, 1988; Cooney 1994). Lo cual implica que en los programas de formación se debe considerar como información fundamental y como punto de partida imprescindible, las concepciones de los alumnos. Es necesario enfrentarlos con situaciones que posibiliten la puesta en cuestión de dichas concepciones; que, según Even y Lappan (1994), deben ser situaciones que impliquen la resolución de problemas en las que se facilite la confrontación de ideas, conjeturas, informaciones y soluciones.

El proceso de llegar a ser profesor se realiza a través de la interacción dialéctica entre las condiciones contextuales y las diferentes informaciones aportadas, dicha interacción siempre está filtrada por las concepciones del sujeto, ya que, a través de ellas, percibe e interpreta las distintas informaciones y el entorno en que está inmerso. Como analiza Porlán (1990: 19) *“los constructos personales son como unas gafas cognitivas que dirigen la percepción y la representación mental del mundo”*. En este sentido, y con respecto a su influencia en los procesos de formación inicial de profesores de Matemática, son significativos en nuestro entorno los trabajos realizados por Sánchez y Llinares, 1987 y 1988; Sánchez, 1989; Llinares, 1989; Llinares y Sánchez, 1990; Blanco 1991; Llinares, 1994; Flores, 1995; Carrillo, 1996.

En conclusión, conocer las concepciones de los profesores es una pieza clave para el formador a la hora de diseñar y desarrollar procesos de formación cuyo objetivo sea la construcción de un conocimiento profesional significativo sobre la Educación Matemática.

(\*) *Sobre el conocimiento profesional. Su estructura y su elaboración* En este apartado podemos incluir realmente dos grandes grupos de investigaciones. Aquellas que nos aportan información sobre la estructura y organización del conocimiento profesional (dimensión estructural) y aquellas que nos informan sobre su proceso de elaboración (dimensión dinámica).

- En un primer momento, nos referimos a un tipo de investigaciones cuyo foco de estudio se dirige a las posibles componentes y estructura del conocimiento profesional deseable en relación con la matemática y su tratamiento en el aula: *Dimensión estructural*. Dicha propuesta sería nuestro referente a la hora de actuar en los programas formativos y hacia donde debe ir la evolución de las concepciones iniciales de los estudiantes-profesores.

En este sentido una de las primeras aportaciones fue la presentada por Shulman (1986) en la que ya hacía una propuesta en relación con el conocimiento del contenido que ha servido de base, en muchos casos, para las investigaciones desarrolladas desde

nuestra área. Desde entonces se han realizado numerosas propuestas en las que se han ido matizando y enriqueciendo la aportación de Shulman, intentando caracterizar el conocimiento profesional que los profesores deben elaborar para tratar adecuadamente el conocimiento matemático en sus aulas. Como por ejemplo las realizadas por Shulman (1987), Ball (1989) o Marks (1989).

Con respecto a la estructura que constituye dicho conocimiento las investigaciones muestran que "*se organiza en estructuras que facilitan la acción profesional*" (Calderhead, 1988: 28). En la revisión realizada por Fennema y Loef (1992) se presentan y analizan diferentes propuestas sobre las componentes del conocimiento profesional y su estructura en lo relativo a nuestro campo de conocimiento. En su análisis ahondan en la idea de la relación entre la comprensión de los profesores de la Matemática y el desarrollo de su actuación educativa y concluyen que, para una adecuada formación didáctico-matemático, es necesario:

- Conocer la naturaleza de las matemáticas escolares tanto en sus relaciones internas como en sus relaciones con el entorno.
- Conocer las formas de pensamiento de los aprendices y de los procesos de aprendizaje, sus condiciones y sus dificultades.
- Conocer y analizar el propio conocimiento sobre la materia, como se estructura, como se adquiere y como se organiza su enseñanza.

Estos autores hacen también su propia propuesta sobre la estructura del conocimiento profesional, al que consideran de forma integrada, que intenta recoger la naturaleza interactiva y dinámica del conocimiento del profesor, haciendo hincapié en el nivel contextualizado de dicho conocimiento. Es decir, los conocimientos y creencias de los profesores están situados y desarrollados en un contexto y no pueden considerarse de forma aislada o neutra. En dicha propuesta se afirma que la comprensión del conocimiento de los profesores "*requiere de un estudio profundo sobre cada uno de sus componentes en términos de definición, parámetros y relaciones con las otras componentes*" (Fennema y Loef, 1992: 161)

Desde nuestra posición de formadores de profesores en relación con un campo de conocimiento determinado, el conocimiento matemático, hemos analizado todas estas propuestas y otras recogidas en las últimas compilaciones de las investigaciones sobre el conocimiento de los profesores de Matemática y su formación (Houston, 1990; Llinares, 1991; Grouws, 1992; Actas ICME; etc.). Este análisis nos permite hacer ciertas matizaciones a la descripción del conocimiento profesional, en función de los principios adoptados.

Entendemos que el conocimiento que deben poseer los profesores es algo complejo que integra o "mezcla", en algunos casos, un conjunto de conocimientos que deben ser utilizados en su práctica; al que Bromme (1988) denomina *conocimiento profesional de los profesores*. Es el conocimiento sobre el que se apoya la profesionalidad docente y que se activa y se elabora durante su propia intervención práctica (Pérez Gómez, 1987).

Dada la complejidad de las situaciones en las que se desarrollan los procesos de enseñanza/aprendizaje de la Matemática, este conocimiento es multiconceptual, multi-procedimental y multidisciplinar; es una composición peculiar de conocimientos teóricos y prácticos con una estructuración compleja elaborada a lo largo del proceso de formación y de la experiencia personal. "*La fusión de conocimientos procedentes de diferentes fuentes es un hecho peculiar del conocimiento profesional que lo diferencia del*

*conocimiento ya codificado de las disciplinas en las que han sido formados*" (Bromme, 1994: 75). En pocas palabras, es una síntesis personal que integra una gran diversidad de conocimientos, pertenecientes a distintas fuentes y que posee un carácter dinámico.

Pero ¿cuales son los "contenidos" de dicho conocimiento?. Bromme (1994) hace una propuesta que aporta nuevos datos a las propuestas anteriores intentando superar la *"filosofía del conocimiento del contenido"*, subyacente en la mayoría de ellas. Este autor considera que un profesor, para tratar con cierto dominio de la situación, el conocimiento matemático en su aula, debe reflexionar sobre diferentes aspectos como:

- La matemática como disciplina
- La matemática como materia escolar
- La filosofía de las matemáticas escolares
- Aspectos didácticos de carácter general
- Aspectos didácticos específicos de la Matemática

Este último campo lo considera de un carácter especial, al ser un conocimiento integrado que cruza el conocimiento didáctico, la experiencia propia del profesor y su conocimiento de la materia. De esta forma *"algunos aspectos que pueden tener un papel fundamental desde el punto de vista de la teoría matemática pueden ser considerados de menor peso específico desde la perspectiva de la enseñanza"* (Bromme, 1994: 75).

Esta elaboración supone, en primer lugar, una visión diferente de los contenidos a enseñar. Generalmente, cuando en la literatura se habla del *conocimiento del contenido*, se está haciendo referencia a un conocimiento de naturaleza académica, basado en la propia lógica de la disciplina. Componente que, algunos autores (Grossman, 1990; Marks, 1990; Reynolds, 1992; etc.), complementan con un conocimiento sobre la didáctica del contenido. Desde nuestra perspectiva, dichos aspectos deben estar integrados a la hora de analizar la naturaleza de los diferentes contenidos matemáticos a enseñar. El conocimiento que debe poseer un profesor sobre los contenidos, u aprendizaje y su enseñanza, ha de reflejar un análisis más profundo y complejo en el que se integren las informaciones procedentes de las distintas perspectivas, lógica, histórica, sociológica y epistemológica de la materia a enseñar. La Didáctica de la Matemática, como disciplina que se sitúa entre el saber formalizado y el saber empírico, es fuente de información privilegiada para elaborar dicho conocimiento.

Como nos recuerdan los autores antes señalados, *"el conocimiento de los profesores no puede ser separado de la materia que se investiga, de como esa materia puede ser representada para los aprendices, de lo que conocemos acerca del pensamiento de los estudiantes en dominios específicos o de las creencias de los profesores"* (Fennema y Loef, 1992: 161). En un intento de síntesis y sin caer en reduccionismo, desde la confrontación de todas las propuestas analizadas y en coordinación con nuestra propia forma de entender el conocimiento profesional podemos concluir que, en los programas de formación, los profesores deben tener la posibilidad de elaborar sus propios marcos de referencia en relación con los contenidos del currículo escolar, en nuestro caso las matemáticas:

*Marco epistemológico.* Que constituye el significado que el conocimiento matemático escolar tiene para él mismo y su posible contraste con otras interpretaciones.

*Marco del aprendizaje.* En el que adquieren sentido los procesos de aprendizaje de los alumnos, su desarrollo, sus dificultades, las actividades y tareas idóneas para su aprendizaje, etc.

*Marco de la enseñanza.* Se relaciona con la línea de acción a desarrollar en el aula para tratar el conocimiento matemático (Azcárate, 1995).

Esto sólo es un punto de referencia que en ningún momento pretender ser exhaustivo ni absoluto. Como ya hemos indicado, el conocimiento profesional tiene un carácter dinámico, está en continua transformación y adaptación al contexto donde se desarrolla su trabajo. Esta idea tienen claras implicaciones metodológicas a la hora del diseño de los programas de formación.

•Con respecto al proceso de elaboración hemos considerado aquellas investigaciones que dan información sobre la dinámica de elaboración del conocimiento profesional, sus condiciones y/o las posibles estrategias y procedimientos que facilitan su elaboración: *Dimensión dinámica.* Las estrategias metodológicas que se ponen en juego en el desarrollo de los programas de formación didáctico-matemático de los futuros profesores de Primaria son un elemento fundamental del proceso. Como ya indicábamos, los diferentes enfoques en la formación de profesores representan distintas concepciones teóricas sobre el modelo de profesor y, en consecuencia, sobre el qué debe conocer y sobre cómo ha de conocerlo. En toda propuesta metodológica es donde más claramente se puede analizar la filosofía subyacente de los formadores. Como apunta Doyle (1986: 4) "*cualquier estrategia de formación del profesorado está fundamentada en presupuestos sobre la enseñanza y sobre el proceso de aprender a enseñar*".

Ernest (1989) en su propuesta ponen de manifiesto la importancia de considerar al mismo nivel los aspectos metodológicos que los de contenido en los programas de formación, en la línea de lo que hemos denominado el *isoformismo entre el modelo didáctico y el modelo de formación.* Lo cual implica que no todo el contenido de los programas de formación tiene forma proposicional.

Cuando se pretende que una persona adquiera unas competencias profesionales el formador tiene que crear una situación de aprendizaje adecuada para que el sujeto de formación esté en condiciones de desarrollar una determinada actividad profesional. Pero en la formación inicial del maestro se da un hecho peculiar que contrasta con otras formaciones profesionales, las personas que están formándose se inician en un nuevo papel, pero en un medio ya conocido por ellas: el escolar. Como señalan Pope y Scott (1983), los estudiantes de Magisterio son los únicos que pueden alternar los papeles de profesor y alumno (de ahí que los denominemos estudiantes-profesores). Además, los profesores-formadores que enseñan a enseñar lo hacemos, a se vez, ejerciendo su propia actividad profesional: la enseñanza.

Este contexto peculiar determina, por una parte que los estudiantes de magisterio tienen que aprender su profesión partiendo de sus propias vivencias como alumnos en el sistema educativo (Gimeno, 1988; Bell, 1989; Marcello 1992), lo que supone, en muchos casos, cuestionar y cambiar las rutinas asumidas durante los años de escolarización; por otra, obliga al profesor-formador a enseñar dando ejemplo con su propia forma de enseñar.

Por otro lado, Brown y Borko (1992: 221) señalan que los profesores construyen su conocimiento y destrezas profesionales al mismo tiempo, al implicarse en la planificación y, en su caso, en la puesta en práctica de la enseñanza. Idea que se puede extender a los estudiantes-profesores, en el sentido de que, "*los programas de formación deben ayudar a los futuros profesores a ver su práctica cotidiana como problemática y a razonar con formas nuevas acerca de la instrucción matemática*". En nuestro caso, con-

sideramos a los futuros profesores como agentes activos de su propia formación. En ella han de adquirir aquellos conocimientos y capacidades profesionales que les permitan afrontar adecuadamente los problemas prácticos que se les pueden presentar en su futura actividad profesional.

En el análisis de las propuestas metodológicas podemos diferenciar dos niveles. Un primer nivel que se refiere a los procedimientos metodológicos concretos a través de los cuales se pone al futuro profesor en situación de desarrollar un pensamiento/conocimiento didáctico-matemático significativo. En segundo término está la propia estructura en la que se integran dichos procedimientos, el sentido que adquieren y las relaciones que se establecen entre ellos. Esta estructura es la que realmente refleja la concepción que sustenta un programa formativo.

Con respecto a las actividades que se puede utilizar en los programas de formación una primera aportación fue la realizada por Cooney (1980), en la que diferenciaba tres tipos: de aula, de laboratorio y de campo. Una análisis bastante detallado de las diferentes estrategias y su significado lo podemos encontrar en Sánchez (1993). Pero, los futuros profesores al realizar cualquiera de las actividades propuestas, si estas son desarrolladas desde diferentes planteamientos globales, las capacidades puesta en juego y, por tanto, adquiridas, pueden ser totalmente diferentes.

Como ya hemos indicado en anteriores ocasiones, nuestra forma de entender la elaboración del conocimiento profesional parte del supuesto básico de que dicho conocimiento se construye en interacción directa con los problemas prácticos profesionales a los que se enfrenta el profesor en su actividad cotidiana, como un proceso continuo de resolución de problemas (Lester y otros, 1994).

En coherencia con lo expresado, nuestra opción metodológica ha de recoger dichas ideas, aunque adaptada a las circunstancias institucionales propias de la formación inicial. Para ello, consideramos necesaria la combinación de variados procedimientos que cobran sentido en el propio desarrollo de la estructura metodológica.



## CAPÍTULO II

### CONOCIMIENTO PROFESIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA/APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Las nuevas exigencias curriculares han introducido cambios importantes en la propia concepción de las matemáticas escolares y, en consecuencia, en el papel del profesor al tratarla en el aula. El énfasis puesto en la necesaria construcción de los conocimientos matemáticos por parte de los alumnos ha desviado el tradicional papel del profesor como mero “instructor” y “transmisor” de los conocimientos matemáticos, a un papel de facilitador del aprendizaje y orientador de la construcción de dicho conocimiento. Así, en los nuevos currícula se recogen las pautas orientativas que han de guiar la labor del profesor en su actuación en el aula (BOJA, 1992); de forma breve podemos señalar algunas de las más significativas:

- Tener en cuenta en todo momento de la actividad matemática, el conocimiento matemático previamente elaborado por los alumnos.
- Priorizar las experiencias de los alumnos, procurándoles un aprendizaje matemático basado en la acción y en la reflexión.
- Contextualizar las propias actividades de aprendizaje matemático para que los conocimientos puestos en juego y elaborados sean significativos.
- Incluir las actividades de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en situaciones educativas más amplias que les otorguen significado.
- Presentar los contenidos del currículum matemático de forma relacionada, integrada y recurrente en diferentes grado de elaboración.

Estas orientaciones implican un nuevo modelo didáctico de intervención en las aulas de Primaria, cuyo desarrollo implican necesariamente un profundo cambio en el conocimiento, capacidades y destrezas profesionales de los docentes. En los *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM, 1991), por ejemplo, se puede encontrar una relación exhaustiva sobre todo aquello que el profesor debería conocer y las capacidades que debería desarrollar a la hora de tratar el conocimiento matemático en el aula. La relación es ambiciosa y va en la línea de promover la enseñanza matemática desde los presupuestos actuales.

En un reciente trabajo, la profesora Castro (1995: 142), tras analizar diferentes sugerencias sobre las funciones del profesorado, expone de forma resumida los rasgos que cree que debe poseer un profesor a la hora de tratar el conocimiento matemático en

su aula: *“Además de saber matemáticas, el futuro profesor ha de ser capaz de ver la matemática en el medio ambiente, así como en otras asignaturas del currículum; establecer vínculos significativos entre la matemática por un lado y la ciencia y la tecnología por otro, encontrar relaciones más estrechas entre lo que se enseña en el aula y lo que se aprende y se hace fuera de ella, conocer e interpretar filosóficamente el currículum y poseer un conocimiento del desarrollo histórico de las matemáticas en diferentes culturas.*

*Tener conocimiento de cómo los niños forman ciertos conceptos y de sus puntos de vista, de las limitaciones de sus percepciones, de su grado de abstracción, así como del lenguaje que emplea.*

*Conocer las aptitudes que van creando los niños hacia la matemática y la concepción que de la misma van adquiriendo, así como de la comprensión final que adquieren de los conceptos matemáticos, las estrategias asimiladas y las incorrecciones que se hayan formado.*

*Proporcionar al niño la posibilidad de abordar problemas a través de discusiones con compañeros, provocar el pensamiento divergente, el conflicto cognitivo, los procedimientos heurísticos y mantener una actitud positiva hacia los errores.”*

Esta nueva orientación de la enseñanza de las Matemáticas y de las funciones del profesorado implica necesariamente nuevas orientaciones en los programas de formación tanto en los contenidos implicados como en el proceso metodológico desarrollado ya que, como hemos indicado en otras ocasiones, pensamos que en el caso de la formación inicial y dado el tipo de experiencias que traen los estudiantes-profesores, el método es también contenido del programa.

Nuestra intención en este capítulo es reflexionar sobre los contenidos que hemos de poner en juego en los procesos formativos para promover y facilitar que los estudiantes-profesores accedan a un conocimiento profesionalizado sobre las Matemáticas, sobre su aprendizaje y sobre su enseñanza. Dada la consideración de la formación inicial como el comienzo del proceso de desarrollo profesional, creemos que es necesario iniciar en ella las pautas de elaboración un conocimiento práctico profesional adecuado para afrontar su futura labor profesional.

## **2.1 Características generales del currículum del profesor**

Cuando hablamos del currículum del profesor entendemos éste, al igual que el del alumno, no como una propuesta cerrada y terminada a ofrecer y transmitir a los estudiantes-profesores, sino como un espacio en el que buscar y experimentar soluciones, como una hipótesis de trabajo en donde la práctica está expresada en términos de problemas a resolver (Contreras, 1991). Es necesario matizar que, estamos tratando exclusivamente con uno de los posibles objetos de estudio dentro del currículum del profesor, el referido a los procesos de enseñanza/aprendizaje de los conocimientos matemáticos y, por tanto, los conocimientos elaborados desde su perspectiva han de ser siempre integrados dentro de contextos más amplios que les den sentido y los relacionen con los demás elementos del saber profesional.

Para poder caracterizar dicho currículum, en lo relativo al tratamiento del conocimiento matemático, es necesario determinar los criterios que nos permitan seleccionar

aquellos aspectos que son significativos y relevantes para abordar los problemas relacionados con la enseñanza de las Matemáticas en la etapa de la Educación Primaria. Enseñar matemáticas, supone tomar una serie de decisiones de forma consciente sobre qué parte de los conocimientos matemáticos enseñar, en qué momento es conveniente enseñarlos y de qué forma puede ser más adecuado tratarlos para que éstos sean aprendidos. Para formar un profesor cuyo perfil como profesional le facilite dicha toma de decisiones, de forma racional y argumentada, es necesaria una formación del profesor como *aprendiz estratégico* (Monereo y Clariana, 1993); es decir, como un profesional cuyo conocimiento y capacidades le posibilite seleccionar, organizar y elaborar la información que le permita ir evolucionando en la planificación y desarrollo de su labor profesional: la docencia.

Durante su periodo de formación inicial, el futuro profesor debe iniciar la elaboración de aquellas estrategias profesionales que le permitan enfrentarse y resolver situaciones educativas. Cuando un profesor afronta su labor profesional pone en juego un pensamiento fundamentalmente de carácter estratégico, tanto a la hora de planificar, seleccionar y organizar el qué y el cómo de su actuación, como a la hora de su desarrollo, donde debe ser capaz de dirigir y regular la situación que tiene entre manos con el fin de ajustarla a los objetivos que persigue. Para ello, el profesor necesita un modelo o marco didáctico de referencia que le provea de instrumentos de análisis y reflexión sobre su práctica, sobre su significado, sobre el tipo de contenidos a trabajar, sobre cómo aprenden sus alumnos, sobre cómo enseñar, sobre el contexto y sobre las características de las disciplinas, que integre aportaciones acerca de cómo influyen en el aprendizaje y en la enseñanza. Es necesario que el estudiante-profesor elabore criterios y referentes que le permitan establecer estrategias de enseñanza/aprendizaje adecuadas para ayudar sus futuros alumnos en su proceso de construcción de significados sobre los contenidos matemáticos escolares.

En concreto ha de ser capaz de plantear y dar respuesta a problemas como: ¿Qué evolución histórica ha tenido y en torno a qué problemas fundamentales ha evolucionado las Matemáticas? ¿Qué obstáculos epistemológicos, ideológicos y sociales se han ido presentando? ¿Cuáles son los esquemas conceptuales de las Matemáticas que son adecuados para su enseñanza? ¿Qué relaciones se pueden establecer entre ellos y otros conocimientos? ¿Qué aspectos metodológicos de la disciplina tienen interés educativo? ¿Qué problemas ambientales, culturales y sociales están relacionados con las Matemáticas y los ámbitos de experiencia más relevantes? ¿Cuáles son las concepciones de los alumnos en relación con el significado de los objetos de estudio de las Matemáticas? ¿Cómo evolucionan y qué obstáculos presentan? ¿Cómo seleccionar, formular, organizar y presentar el conocimiento matemático escolar deseable para los alumnos? ¿Qué pautas metodológicas promueven la construcción significativa del conocimiento matemático en el contexto escolar?, etc. A estas y otras muchas preguntas es necesario dar respuesta a la hora de cualquier actuación docente (Porlán y Martín, 1994). Evidentemente, no es posible, en el marco de la formación inicial, poder estar en condiciones de una respuesta coherente a todo ello, pero sí de definir las fuentes de información y elaborar las claves para permitan la progresiva elaboración de criterios y referentes que configuren su modelo didáctico.

Desde nuestra experiencia y las revisiones y estudios realizados (Azcárate y Cardenoso, 1994; Azcárate, 1995), y como ya indicábamos en el capítulo I, podemos determinar tres aspectos básicos, aunque no únicos, sobre los que los estudiantes-profesores deben reflexionar para elaborar dichos referentes en lo que respecta al tratamiento de

las Matemáticas: el propio conocimiento matemático escolar y sus características, los aspectos del desarrollo del pensamiento matemático y su aprendizaje y las peculiaridades de su enseñanza. Ello implica que las informaciones puestas en juego en nuestras aulas deben posibilitar la elaboración de tres marcos o dimensiones de referencia básicos:

*Marco epistemológico:* que aporta información sobre las características y significado del conocimiento matemático escolar, de su sentido y de su papel en la sociedad y en la formación del individuo.

*Marco cognitivo:* que informa sobre el sentido a los procesos de aprendizaje de los alumnos, su desarrollo, sus dificultades, las situaciones y actividades idóneas para su aprendizaje, etc.

*Marco de la enseñanza:* que se relaciona con la línea de acción a desarrollar en el aula para tratar adecuadamente el conocimiento matemático y todas sus condiciones.

Estas informaciones permiten al estudiante-profesor ser consciente de qué tipo de elementos ha de tener en cuenta, qué condiciones ha de respetar y qué tipo de estrategias ha de poner en juego al tratar el conocimiento matemático en su aula. Igualmente le proporciona claves de interpretación de las concepciones y ideas de los alumnos y de su posible evolución. Dicho con otras palabras, le posibilitan encontrar respuestas para los tres interrogantes básicos que todo profesor de cualquier nivel educativo, se ha de plantear a la hora de enfrentar su labor profesional: el por qué y para qué enseñar, el cómo enseñar y el qué enseñar. Sobre ello y las posibles fuentes que nos pueden aportar la información necesaria reflexionaremos en los apartados siguientes.

## **2.2 Sobre la Educación Matemática como fenómeno social**

Habitualmente, los profesores no se interrogan sobre por qué tienen que enseñar unos determinados contenidos en sus aulas y mucho menos los contenidos matemáticos. Su presencia en los currícula escolares es incuestionable y un continuo en todos los países del mundo, en verdad, es la única asignatura que se enseña en todas las escuelas y épocas. En función de los argumentos institucionales y sin reflexionar mucho sobre ello, el profesor la enseña, pero pocas veces dispone de argumentos propios del por qué y para qué la enseña.

Sin embargo, creemos que uno de los aspectos fundamentales sobre los que todo profesional, y especialmente el docente, debe reflexionar es sobre el sentido y fin último de su labor. Es difícil aceptar que un profesor no posea argumentos propios sobre por qué es importante enseñar matemáticas a sus alumnos y para qué las enseña en la Educación Primaria.

### **2.2.1 Sobre la Educación Matemática como fenómeno social**

La educación matemática siempre ha estado caracterizada por las concepciones ideológicas que determinan los puntos de vista sobre el papel que ha de tener la escuela como configuradora de la sociedad actual y futura y, en consecuencia, en la formación de unos ciudadanos con unas determinadas características y competencias matemáticas. *“La enseñanza de las matemáticas tiene lugar en una sociedad y es para seres humanos que vivirán en esa sociedad”* (Niss, 96:28). La explicitación de la función social de la

escuela y de los conocimientos que en ella se enseñan, en este caso los matemáticos, y su influencia en el desarrollo individual y social del individuo es uno de los referentes básicos para analizar y reflexionar sobre la práctica, al caracterizar los propios fines educativos.

La concepción social de la enseñanza se refleja directamente en los objetivos y fines formativos de los ciudadanos en su periodo escolar. Estas intenciones educativas determinan aquello que es relevante para que los alumnos aprendan. Por tanto, influyen directamente en la selección de los contenidos escolares y en la primacía de unos sobre otros. "Los conocimientos que son objeto de aprendizaje por parte del alumnado en la escuela son una selección de los saberes relevantes de la cultura" (Mauri, 1993:75). De hecho, desde una perspectiva histórica, la relación de qué matemática ha de enseñarse en la escuela ha cambiado en las diferentes culturas, desde la Grecia clásica en la que el foco de atención se ponía en la geometría y la lógica de los argumentos deductivos (Romberg, 1991). Hasta en las últimas décadas de nuestro siglo, en el que los modelos explicativos de carácter local o parcial se detectan como inútiles al tratar los problemas de naturaleza compleja que necesitan modelos de pensamiento que permitan una aproximación más global a la realidad (Kahane, 1992). Sin ir tan lejos en el tiempo y en el espacio, en los últimos años dentro de nuestras propias facultades hemos vivido el desplazamiento del peso específico que han sufrido unos contenidos, considerados hasta hoy como fundamentales para los maestros, hacia otros, antes considerados menos relevantes para su formación como profesionales. Modificación que es un claro reflejo del cambio de valores al que está sometida actualmente nuestra sociedad (Pérez Gómez, 1994).

Pero no sólo determina los contenidos, también está presente en las formas de organización del tiempo y del espacio, en las pautas de interacción social en el aula y en el protagonismo de los alumnos. "La concepción social que se tiene de la enseñanza, el papel que se atribuye a los ciudadanos en un proyecto de sociedad (sociedad democrática, solidaria, justa, etc.) es uno de los referentes claves a la hora de analizar cualquier propuesta metodológica" (Zabala, 1993:131). En términos de Morin (1991), la cultura escolar se corresponde siempre con un sistema de ideas estrechamente vinculado con su papel en la sociedad. Por lo cual, no cabe duda que reflexionar sobre los fines y significados de la enseñanza de las matemáticas en la escuela contribuye de forma significativa a organizar y desarrollar la práctica de los procesos de enseñanza/aprendizaje.

Si acudimos a los documentos oficiales encontramos una serie de respuestas sobre el sentido de la educación matemática que nos pueden dar pistas sobre el papel que la sociedad y el sistema educativo actual, otorga al conocimiento matemático en la formación del individuo. Estas básicamente se pueden agrupar en torno a dos facetas: el carácter formativo y el carácter funcional del saber matemático. Están determinadas, por tanto, en función de su papel en la formación del individuo y en función de las demandas de la sociedad respectivamente. Romberg (1991) considera un tercer grupo de respuestas que agrupa en torno a los problemas relativos a la propia justificación. Según Niss (1996: 28) "el individuo tiene el derecho y la capacidad de dominar su vida social, profesional y privada y su vida como ciudadano libre y no sólo como súbdito de la sociedad". En la medida que, dispone de una capacidades y competencias de naturaleza matemática es útil para tal fin, es significativa su enseñanza. "La enseñanza de las matemáticas tiene que contribuir a fomentar la ciudadanía inteligente e inquieta para todos los miembros de la

*sociedad...tendría que capacitar a todos los alumnos en la escuela para entender y relacionarse con y actuar contribuyendo al papel de las matemáticas en el mundo”.*

Conocer los fines propuestos desde el contexto institucional y desde las diferentes instancias que estudian la educación matemática es una fuente de información necesaria y de indiscutible interés para provocar el debate. No obstante, dar una respuesta personal no supone asumir las pretensiones del propio sistema educativo sino que es necesario reflexionar sobre la función de las matemáticas en el mundo y elaborar argumentos propios. Los estudiantes-profesores han de analizar su papel en el conocimiento y desarrollo de la naturaleza, de la sociedad, la cultura, la ciencia y del individuo para su integración en el entorno para elaborar sus propias ideas.

Para realizar dicho análisis es necesario reconocer el papel del conocimiento matemático en la sociedad y en la cultura y conocer las situaciones en las que dicho conocimiento contribuye a su desarrollo. Desde el punto de vista funcional, teniendo en cuenta que el futuro ámbito profesional de los estudiantes-profesores es la Educación Primaria, interesa el debate y la reflexión sobre las matemáticas que son necesarias para todos los ciudadanos. ¿Es posible ser un ciudadano autónomo y crítico sin conocimientos básicos matemáticos?. Para responder es necesario disponer de información sobre los problemas del entorno socio-ambiental y cultural que necesitan de conocimientos matemáticos para su tratamiento, ya sean de naturaleza conceptual como procedimental. La vida corriente de cualquier ciudadano está acompañada de números, representaciones geométricas, dependencias, estimaciones, estadísticas y de incertidumbre. En gran número de prácticas culturales podemos reconocer la presencia de un conocimiento, razonamiento o proceso de pensamiento matemático.

Como indica el profesor Rico (1990: 39), *“entre los principios universales que se han localizado en todo los medios culturales aparecen las capacidades humanas de cuantificar, relacionar, encontrar patrones, hacer figuras de carácter más o menos abstracto, representar y expresar regularidades. Todas estas capacidades constituyen la medula del conocimiento matemático..”.* En este sentido, trabajos como el realizado por Crump (1993) que propone una amplia colección de prácticas culturales relacionadas con el tratamiento de los números; la propuesta realizada por Bishop (1988) sobre las seis actividades básicas relacionadas con el conocimiento matemático; o la relación de situaciones cotidianas en las que están implicados determinados conocimientos y capacidades matemáticas, presentada por Alsina (1994), son documentos que permiten reflexionar y redescubrir el papel de la matemática en la sociedad.

Por otro lado, en cuanto al aspecto formativo es necesario analizar que implica todo ello a la hora de caracterizar el desarrollo del individuo, sus capacidades personales y cual es el papel de las matemáticas dicho desarrollo. Debatir sobre qué tipo de competencias son necesarias para enfrentarse a una sociedad como la actual, donde el progresivo avance de la tecnología es cada vez más significativo y donde el ciudadano ha de disponer cada vez de mayores competencias que le permitan integrarse desde formas autónomas, reflexivas y críticas en el mundo que le rodea.

Pero no sólo es necesario analizar las Matemáticas desde su perspectiva sociológica, también es necesario conocer y analizar la propia concepción epistemológica de las Matemáticas y de las matemáticas escolares como cuerpo de conocimiento diferenciado.

## 2.2.2 Sobre la naturaleza de las matemáticas escolares

Las matemáticas escolares forman parte del conocimiento escolar que ha de aprender un niño durante su etapa de escolaridad. Para poder interrogarnos sobre su tratamiento adecuado y sobre cual es su sentido nos parece necesario, aunque sea brevemente, facilitar el debate y contraste en torno a la visión de las Matemáticas y de las matemáticas escolares. Desde lo expuesto en las páginas anteriores, se perfila una visión de las Matemáticas de naturaleza evolutiva que se van desarrollando y modificando en función de las actividades desarrolladas por las personas en determinados contextos sociales y ambientales, lo cual pone en cuestión la visión, dominante en nuestra sociedad, de unas matemáticas únicas, verdaderas y universales. Perspectiva desde la que han sido formados la inmensa mayoría de los estudiantes-profesores.

La epistemología de las Matemáticas ha ido evolucionando desde una visión objetivista hacia formas más centradas en el sujeto (Callejo y Cañon, 1996). La filosofía actual de las Matemáticas considera que el significado de los conceptos matemáticos se negocia en el seno de una sociedad y que los conceptos matemáticos forman parte de un proceso de conjeturas, refutaciones y modificaciones que están vinculados a un contexto. Lo cual implica una visión de las Matemáticas como el producto de la actividad humana sobre las situaciones del entorno. Desde estas ideas y apoyándonos en las ideas de Freudenthal (1983), es oportuno analizar como los objetos matemáticos en el ámbito escolar; es decir, las matemáticas escolares, se construyen en la actividad realizada con y sobre el entorno, según se le va otorgando sentido y organizando nuestro conocimiento sobre él. Los objetos matemáticos adquieren significado con relación a los contextos donde son construidos. Siguiendo las ideas de Freudenthal, los objetos matemáticos crecen y evolución en una imagen de espiral. Pasando de ser medios de organización de los fenómenos del entorno, a ser ellos mismos objetos sobre los que actuar y buscar nuevos medios de organización, avanzando en su nivel de complejidad y modelización de la realidad a medida que avanzamos en el sistema educativo.

La interacción entre el modelo matemático y las situaciones empíricas en los diferentes contextos es, por tanto, un requisito imprescindible para la elaboración comprensiva de la teoría formal. Esta idea de complementariedad entre el objeto y el modelo y su continua interrelación, como condición necesaria para la elaboración del significado de los objetos matemáticos, requiere, en los procesos de enseñanza/aprendizaje, de una aproximación por diferentes caminos que permitan dicha interrelación.

Esta particularidad entra en conflicto con la organización habitual de la enseñanza matemática por procesos lineales y jerarquizados y, en la cual, la referencia a lo empírico y las aplicaciones concretas, son consideradas como motivaciones extra-matemáticas, dispensables. El significado del saber matemático y sus relaciones con la actividad desarrollada en el entorno no es obvio ni inmediato, depende de las posibles representaciones de la situación sobre la que se está trabajando, del enunciado verbal del problema, de los modelos considerados, de la actividad que se realice y del contexto donde se desarrolle (Steinbring, 1991).

El conocimiento matemático es un conocimiento complejo, *su significado no puede ser agotado en el conocimiento de la propia estructura matemática ni sus conceptos reducidos a sus definiciones formales, pero tampoco adquiere su sentido completo a tra-*

## SITUACIÓN EMPÍRICA OBJETO

SIGNIFICADO  
CONCEPTO

REPRESENTACION  
SIGNO-MODELO

*vés del estudio de experiencias empíricas inmediatas sin más, pues transformaríamos al conocimiento matemático en una colección de recetas o técnicas concretas de rango exclusivamente instrumental.* Este punto de vista es analizado por Otte (1984), quien afirma que el significado del conocimiento matemático, generalmente, no es algo obvio de forma inmediata, no existen realmente conceptos básicos evidentes por sí mismos; su comprensión y significado dependen de las representaciones de los objetos, de las situaciones relacionadas con dichos objetos y sus representaciones, y del trabajo que se ha desarrollado con dichas representaciones. Esta característica está representada por lo que Otte (1984) denomina la relación triangular objeto-signo-concepto del conocimiento matemático.

La consideración de todos estos elementos y sus relaciones será fundamental para caracterizar el aprendizaje significativo del conocimiento matemático. Esta necesaria interacción dialéctica entre los contenidos concretos de las situaciones empíricas y los modelos matemáticos, sin poder reducir el significado de los conceptos a su expresión formal, establece lo que el grupo de investigadores del IDM de la Universidad de Bielefeld denomina como *carácter teórico del conocimiento matemático* (Jankes, 1978; Steinbring, 1980). El conocimiento matemático no se puede construir independientemente de los objetos sobre los que actúa, coincidimos con Konold (1991: 141) en pensar que, *“es un mito que las matemáticas, ya sea como disciplina o en la mente del matemático, se desarrollen independientemente de los objetos y relaciones que le conciernen con referentes en el mundo real”*

La reflexión sobre estas ideas y la incipiente elaboración de su propio marco de interpretación por parte de los estudiantes-profesores tienen claras repercusiones y está íntimamente vinculado con la caracterización del proceso de construcción de las matemáticas escolares como conocimiento a elaborar en el contexto escolar.

### **2.3 El estudio de la construcción del conocimiento matemático escolar como contenido de la formación inicial**

El cómo se debe enseñar las matemáticas para provocar un aprendizaje significativo en los alumnos de Primaria depende en gran medida de cómo aprende el alumno. Conocer y analizar las condiciones y características del aprendizaje matemático y sus implicaciones didácticas es parte del conocimiento profesional de rango didáctico-matemático que el estudiante-profesor debe elaborar.

No podemos olvidar que no existe una transferencia mecánica desde los principios psicológicos a los didácticos. Los conocimientos psicológicos tienen una utilidad para el

profesor que debe ser tomada en su justa medida. Como indicábamos en el capítulo I, el conocimiento de los profesores sobre las disciplinas básicas debe ser producto de un análisis orientado desde el ámbito didáctico; es decir, un *conocimiento profesionalizado de los conocimientos psicológicos*. Conocimientos que, siendo esenciales para su labor, nunca pueden ser aplicados directamente a las situaciones de aulas concretas, sino que deben ser reinterpretados desde el contexto más amplio donde van a ser aplicados, el educativo.

Desde esta perspectiva nos interesa analizar las diversas teorías del aprendizaje para posibilitar que el estudiante-profesor llegue a elaborar claves que le permitan comprender el aprendizaje matemático. Junto con la consideración y caracterización de la función social de la escuela, la concepción del aprendizaje es el segundo referente básico para el análisis y reflexión en y sobre la práctica (Zabala, 1993).

### 2.3.1 Comprender el significado del aprendizaje matemático: aproximación desde las teorías del aprendizaje

Como nos indica Popper (1990) el aprendizaje implica siempre una modificación de algún conocimiento previamente aprendido, el problema es conocer como se produce esa modificación.

Desde el punto de vista didáctico no nos interesa decantarnos por una u otra teoría sino elaborar un marco explicativo que nos permita analizar y dar respuestas a los problemas de aprendizaje que se presentan en un marco tan específico y complejo como es el escolar. Por tanto, nuestra intención es que los estudiantes-profesores conozcan y reflexionen sobre las diferentes aportaciones y explicaciones dadas por las diversas teorías y elaboren sus propias claves y forma de entender el aprendizaje matemático, sus características, sus condiciones y sus implicaciones de orden didáctico. Informaciones que nos permiten conocer, analizar y reflexionar sobre como se caracteriza la evolución del conocimiento matemático escolar y sobre que estrategias de enseñanza lo posibilitan.

Necesitamos teorías explicativas del aprendizaje matemático que integren los vínculos existentes entre el aprendizaje, su dimensión individual y social, la cultura y el contexto donde se desarrolla, en busca de una explicación articulada de lo que ocurre en el aula. Cada estudiante-profesor desde su bagaje particular y desde sus propias formas de interpretar y articular la información, atribuirá un sentido y significado al aprendizaje matemático. Nosotros como profesores-formadores debemos disponer, a su vez, de un marco explicativo que nos permita orientar el proceso de construcción de los estudiantes-profesores.

Existen diferentes teorías del aprendizaje que, a grandes rasgos, se pueden clasificar en dos grandes corrientes, diferenciadas desde su propia concepción intrínseca del aprendizaje que refleja su concepción sobre la naturaleza del conocimiento:

- la corriente de tipo asociacionista, más normalmente denominada como conductista, que ignora la intervención mediadora de variables referentes a la estructura interna del aprendizaje.
- la corriente mediacional que considera y analiza las diferentes variables que intervienen en el aprendizaje. Dentro de esta corriente y en función de las variables que predominan en su análisis hay una gran variedad de teorías del aprendizaje.

(\*) *El aprendizaje como asociación.*- Para estas teorías el conocimiento se adquiere estableciendo asociaciones. Las personas aprenden a través de un proceso mecánico de asociación de estímulos, respuestas y recompensas. El aprendizaje es retener en la memoria el conjunto de informaciones que constituyen un determinado conocimiento previamente elaborado y estructurado formalmente. Desde sus presupuestos al alumno se le otorga un papel pasivo y un buen aprendizaje sólo es producto de un buen proceso de enseñanza diseñado especialmente para provocar dicho aprendizaje. Según uno de sus mayores precursores, Skinner (1954), el proceso de enseñanza puede y debe ser fragmentado en pequeños pasos dirigidos a alcanzar una determinada competencia o conocimiento, reforzado tras la realización de cada paso. Ello supone que cada elemento del conocimiento puede ser tratado aisladamente, sin relación con los demás.

Este enfoque del aprendizaje ha tenido y tiene una gran influencia en las formas de trabajar el conocimiento matemático en nuestras aulas. La utilización de métodos expositivos, métodos que han de ser claros, ordenados y estructurados correctamente según la propia lógica de la disciplina de referencia las Matemáticas, desarrollados exclusivamente por el profesor, ha sido la estrella de la enseñanza de las matemáticas durante, digamos, décadas. El profesor es el protagonista casi único del proceso de enseñanza, manteniendo al alumno en una actitud pasiva y receptiva del conocimiento, el cual ha de adquirir por simple asociación y memorización de lo correctamente expuesto.

La enseñanza se diseña desde el establecimiento de jerarquías de aprendizaje, las cuales se utilizan para proponer un conjunto de objetivos perfectamente secuenciados desde la lógica disciplinar, que determinan "directamente" los contenidos a trabajar en el aula y las actividades a realizar. Estas actividades giran fundamentalmente en la ejercitación de rutinas y destrezas, como puede ser la realización mecánica y reiterada de los algoritmos aritméticos fuera de cualquier contexto de aplicación. Hecho no muy desconocido en las aulas de Primaria donde dicha actividad ocupa un alto porcentaje del tiempo dedicado al tratamiento de las matemáticas.

Estas teorías pueden explicar los aprendizajes más sencillos o mecánicos que pueden ser útiles en determinados momentos, pero en ningún momento son capaces de explicar formas más complejas que impliquen la capacidad de aplicación y generalización a nuevas situaciones y problemáticas.

(\*) *El aprendizaje como proceso cognitivo.*- Estas teorías, englobadas en la corriente cognitiva, si bien presentan importantes y significativas diferencias entre ellas presentan una clara coincidencia al dar un claro papel a las variables internas del aprendizaje, al considerar la conducta como una globalidad y no como el resultado de competencias puntuales y al otorgar un papel relevante al aprendizaje significativo. El aprendizaje es un proceso de reorganización y actividad interna en el que pueden influir numerosas variables y en el que el propio sujeto adquiere un papel de protagonismo relevante. El punto de partida de estas teorías fue la *teoría de la Gestalt* que fue el primer intento de analizar y representar lo que ocurría entre el estímulo y la respuesta; es decir, explicar la evolución interna del conocimiento.

Dada la gran variedad de teorías que se pueden considerar dentro de esta categoría y la información disponible sobre ellas, creemos que no es este el lugar para realizar un análisis exhaustivo de cada una de ellas. Por ello, nos limitamos a presentar un breve análisis de nuestro propio marco explicativo elaborado desde aquellos principios que consideramos más significativos en la perspectiva de sus aportaciones al estudio del

aprendizaje matemático. Informaciones que nos pueden permitir orientar y facilitar la elaboración de un marco global sobre el conjunto del proceso de aprendizaje matemático desarrollado en el contexto escolar. Los principios generales que sustentan dicho marco son los principios constructivistas.

(\* *Una concepción constructivista del aprendizaje matemático.*- Tal como apunta Solé y Coll (1993) la concepción constructivista del aprendizaje y del conocimiento no es una teoría en el sentido estricto, sino más bien un marco explicativo global. En él, partiendo de la consideración social de la educación, se integran y articulan diferentes aportaciones formuladas en torno a los principios constructivistas. Un análisis interesante, realizado por diferentes autores, centrado en la construcción del conocimiento matemático es el editado por Ernest (1994).

Inicialmente fueron los trabajos de Piaget y la escuela de Ginebra quienes incidieron con mayor fuerza en la emergencia de la hipótesis constructivista (Gómez, 1991). En la base de dicha hipótesis encontramos el papel dado a la experiencia, entendida ésta como la acción física o mental desarrollada por el individuo, y a la interacción del conocimiento previo del individuo. Dicho conocimiento previo constituye lo que nosotros reconocemos como el *sistema de ideas propio* de cada individuo que caracteriza sus formas de interpretar e intervenir en la realidad (García, 1994). Es la actividad desarrollada en contextos experienciales la que permite la interacción de su sistema de ideas con nuevas informaciones, provocando la construcción del nuevo conocimiento. Dicho con otras palabras, la génesis del conocimiento está en la acción.

Esta idea implica que el conocimiento matemático no puede ser transferido como un producto ya elaborado, sino que debe ser construido activamente desde la experiencia propia de cada individuo. Los alumnos construirán conocimiento matemático cuando la intervención en el medio les permita la interacción de las nuevas ideas con las ya existentes. Los niños llegan a la escuela con unos ciertos conocimientos, ideas e intuiciones que pueden denominarse matemáticas o prematemáticas, producto de la interacción espontánea con el medio social y ambiental. Estos conocimientos o concepciones previas, como se les denomina habitualmente, constituyen el punto de partida del saber matemático escolar formalizado. El objetivo no es sustituir un sistema de ideas poco organizado por un sistema de ideas muy organizado, propio de las Matemáticas, sino de mejorar su grado de organización. Como indica Pérez Gómez (1992), el proceso de construcción del conocimiento escolar debe entenderse como la *reconstrucción crítica del conocimiento cotidiano*, presente en los alumnos a través de procesos de interacción.

La labor de la escuela es proporcionar un medio provocador de una interacción con cierto grado de organización. Interacción que ha de provocar situaciones de conflicto; es decir, situaciones de desequilibrio interno que desembocan en un proceso de *equilibración*, como le llamo Piaget (1978). Este es realmente el motor del aprendizaje y del desarrollo del individuo ya que son estas situaciones las que pueden provocar el cambio, ya sea mediante procesos de reestructuración débil de las ideas existentes (asimilación), o de procesos de reestructuración fuerte de naturaleza más amplia (acomodación), estableciéndose una relación dialéctica entre aprendizaje y desarrollo. Desde esta perspectiva el aprendizaje es un proceso a través del cual un nuevo conocimiento se integra al sistema de ideas preexistente en el alumno, bien por la asimilación de nuevas ideas, bien provocando una reestructuración de dicho sistema.

El establecimiento de estos vínculos entre el conocimiento ya existente y el nuevo es lo que, según Ausubel, Novack y Hanesiam (1987), caracteriza un aprendizaje significativo. Se considera significativo porque las nuevas ideas se relacionan de forma substantiva y no arbitraria con las ideas que los sujetos ya poseían. Esta idea, en relación con al aprendizaje matemático, diferencia lo que sería un aprendizaje memorístico y sin relación de un aprendizaje comprensivo que permite disponer de estructuras conceptuales y capacidades más complejas para afrontar nuevas situaciones.

Para que se produzca el aprendizaje significativo han de cumplirse dos condiciones básicas. La primera es que el contenido del aprendizaje ha de ser potencialmente significativo, tanto desde el punto de vista de su estructura interna y de su naturaleza (significatividad lógica y epistemológica), como desde el punto de vista de su posible asimilación desde las estructuras de conocimiento del sujeto (significatividad psicológica). *Todo aprendizaje significativo supone partir de las concepciones e intereses del individuo*, producto, a su vez, de los procesos constructivos anteriores. Es por ello por lo que en un aprendizaje concreto, hay que contar con la información que el alumno posee y con los esquemas previos de dicho individuo; esquemas que definen el área en la que el sujeto tiene capacidad de actuar de forma independiente; es decir, su *zona de desarrollo potencial* (Vygotski, 1973).

Pero, además, dicho aprendizaje de tener un carácter funcional. La significatividad del aprendizaje está directamente relacionada con su funcionalidad; es decir, que pueda ser efectivamente utilizado por el alumno en un entorno próximo y que sea válido para el tratamiento de problemas reales. Ello tiene una clara implicación didáctica, toda situación de aprendizaje debe estar relacionada con el tratamiento de problemas significativos e interesantes para el alumno. *El aprendizaje de la matemática escolar, desde nuestro punto de vista, supone un proceso de investigación que parte de los problemas que genera el medio en los que el conocimiento matemático es un elemento necesario para su organización, interpretación y resolución.*

Pero, como indicábamos en las primeras líneas, la actividad constructiva del conocimiento se da tanto en el plano de interacción individual como en el plano de interacción social en el que realmente adquiere sentido la funcionalidad del aprendizaje. No sólo interaccionan los significados ya construidos por el individuo con los nuevos significados, sino que se produce una clara interacción entre el sistema de ideas del sujeto y la información precedente del medio.

Desde las investigaciones desarrolladas en los últimos años se sostiene la idea de que el *conocimiento es producto de la actividad del sujeto pero dentro de un contexto y cultura determinada, en el que lo desarrolla y lo utiliza* (Brown, Collins y Duguid, 1989). Cada escenario de construcción de conocimiento tiene unos fines, unos actores, unas formas de interacción, unos discursos y unos procesos de negociación característicos y diferentes de los de otros escenarios, que determinan, a su vez, que cada escenario esté adaptado a la forma de conocimiento que se construye en su seno (Rodrigo, 1994). Los conocimientos adquiridos por los sujetos no son, por tanto, independientes de las situaciones en las que se adquieren y se utilizan. Estas situaciones han de ligarse tanto a las vivencias cotidianas del individuo, como a la problemática socio-ambiental y cultural más relevante, lo que exige dar una adecuada valoración al contexto de aprendizaje y a los contenidos matemáticos implicados en el mismo, pues no son indiferentes para la planificación de la actuación docente.

Esta forma de entender el aprendizaje tiene claras repercusiones en el campo de la Educación Matemática, al referirse a los objetos matemáticos en función de sus prácticas de referencia y situando al conocimiento en prácticas concretas (Ernest, 1994). Ello supone una modificación importante al desviar la atención de los conceptos matemáticos y sus definiciones hacia su significado, pues, como nos dice Otte (1994), un concepto matemático no puede ser confundido con su representación formal.

En palabras de D'Ambrosio (1990: 22), *“el aprendizaje...es el resultado de la interacción del aprendiz con el entorno social y cultural...La dinámica de dicha interacción, mediatizada por la comunicación y la codificación y simbolización resultante, produce conocimiento estructurado que eventualmente se convierte en disciplinas”*. En consecuencia, los contenidos del aprendizaje son antes sociales que individuales, es la interacción social lo que posibilita la adquisición de esos contenidos por cada individuo. La actividad constructiva la realiza el individuo desde la cultura construida socialmente y, en consecuencia, su desarrollo es siempre de naturaleza cultural y contextualizado (Solé y Coll, 1993). La construcción de significados es, a la vez, un hecho individual y social, en el que existen diversas variables interactuando, como son los alumnos, el profesor y los propios contenidos del *aprendizaje*. *El aprendizaje es un proceso fundamentalmente social, en interacción con el contexto histórico y cultural* (Vygotski, 1979).

Si asumimos que es la interacción con otras informaciones la que permite la reestructuración de las concepciones, resulta indudable la importancia que tiene en el aprendizaje la comunicación social; se aprende en cuanto se establece un conocimiento compartido, una comprensión conjunta de la temática trabajada y del contexto en que se elabora dicha temática (Edwards y Mercer, 1988). *El núcleo básico del aprendizaje escolar se sitúa, pues, en el contraste de significados entre los individuos que conviven en el aula y en la construcción colectiva de los significados*, de manera que es en la relación del alumno con el profesor, con sus compañeros y con el medio como se genera el aprendizaje.

Una enseñanza adecuada de las matemáticas que permita la construcción de significados a través de la conexión entre el conocimiento previo y las nuevas experiencias, implica la existencia de un discurso dinámico y comprensivo entre profesores y estudiantes. Una de las competencias básicas que todo profesor ha de desarrollar a su capacidad de comunicar ideas y sobre las matemáticas. La reflexión sobre el papel del discurso y su influencia en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas es otro elemento fundamental en la formación de profesionales de la docencia (Curcio, Schwartz y Brown, 1996).

Una pieza clave de la construcción colectiva de significados es el contraste entre iguales, al permitir hacer *explícito* lo oculto y provocar modificaciones débiles de las concepciones de los alumnos, así como disminuir la diversidad y llegar a una cierta convergencia de perspectivas. El cuestionamiento a fondo de las concepciones de los alumnos está ligado a la interacción en el *ambiente de aprendizaje* que el profesor crea en el aula, y donde la propuesta de actividades y tareas, que implican el contacto con las fuentes de nueva información, es un elemento esencial.

Todo lo expuesto supone, que el desarrollo de los sujetos no es independiente del contexto ni de la adquisición de contenidos específicos, relacionados, a su vez, con el saber socialmente reconocido desde una cultura concreta. El desarrollo está considerado como un proceso continuo e integrado, mediatizado por importantes determinacio-

nes culturales; no se puede olvidar esta impregnación social y cultural para dar una explicación apropiada del desarrollo y del comportamiento humano.

Desde la reflexión que los estudiantes-profesores realicen sobre las aportaciones de las diferentes teorías del aprendizaje y su posible integración a la hora de explicar el aprendizaje matemático, es necesario extraer conclusiones que puedan incidir en las formas de tratar dicho conocimiento en el aula. Es decir, llegar a elaborar determinados principios didácticos, como producto de su reflexión, que permitan caracterizar, a grandes rasgos, el proceso de enseñanza de las matemáticas y, en consecuencia, la metodología didáctica a desarrollar.

### 2.3.2 Analizar las características de la enseñanza del conocimiento matemático escolar

Al igual que hemos optado por una concepción de la naturaleza de las matemáticas escolares y por una determinada forma de entender el aprendizaje del conocimiento matemático escolar, como referentes de nuestro trabajo como profesores-formadores, parece evidente pensar que cualquier metodología no es coherente con el objetivo de facilitar la construcción del conocimiento matemático en las aulas de Primaria. Se requiere de una metodología didáctica que permita el enriquecimiento progresivo del conocimiento cotidiano de los alumnos, a través de un aprendizaje significativo de las matemáticas escolares. Cuando hablamos de metodología didáctica nos referimos a ésta más como un marco general de referencia para el diseño y desarrollo curricular que al uso de unas determinadas pautas o técnicas de intervención.

Toda propuesta metodológica supone unos principios, unas pautas relativas al papel del profesor y del alumno, a cómo se organiza la secuencia de actividades en el aula, al uso de determinados recursos o representaciones, al tipo de interacciones que se propician, etc. Desde la concepción de la naturaleza de las matemáticas escolares, su función social y sus formas de aprendizaje, caracterizamos nuestra forma de entender y organizar la enseñanza de las matemáticas escolares.

Las características expuestas en el apartado anterior pensamos que se respetan en un modelo metodológico que, desde nuestro grupo, se reconoce como una *metodología basada en la investigación del alumno* (Grupo Investigación en la Escuela, 1991). Esta se basa en el planteamiento de problemas y en el trabajo con dichos problemas a lo largo de la secuencia de enseñanza/aprendizaje. Es una *“investigación de situaciones problemáticas que tienen que ver con nosotros mismos, con las personas y con los grupos sociales próximos, con los productos tecnológicos, con los seres vivos y, en general, como el medio circundante”* (García, 1995: 88).

El núcleo básico del tratamiento del conocimiento matemático en el aula está en la investigación de los problemas que se presentan en las diferentes situaciones y fenómenos propuestos. En este punto, es necesario hacer una breve reflexión sobre el tipo de problemas que deberían de ser seleccionados y porqué. La definición de los problemas de trabajo forma parte de la propia caracterización del conocimiento matemático escolar, sobre el que hablaremos en el siguiente apartado, y ha de participar de los mismos criterios de selección y formulación de dicho conocimiento. De esta forma los problemas constituyen el vínculo entre el contenido a enseñar, su relación con el entorno y el cómo enseñarlo; es la concreción del conocimiento matemático escolar en objetos de estudio a investigar cercanos al mundo del alumno.

Ya indicábamos en páginas precedentes que consideramos al conocimiento matemático como un medio para organizar, manipular e interpretar los fenómenos o situaciones del entorno. Parece, por tanto, lógico comenzar el proceso de elaboración del conocimiento matemático desde la presentación de dichos fenómenos y desde ellos dirigir al alumno en la manipulación, comprensión y dominio de los medios e instrumentos necesarios para su organización: es decir, los objetos matemáticos escolares y su significado (Freudenthal, 1983).

Hecho que supone, como ya decíamos en el apartado anterior, una necesaria complementariedad entre los objetos o modelos matemáticos y las situaciones empíricas donde adquieren significado. Esta idea junto con la de construcción en espiral del conocimiento matemático, incrementando progresivamente su nivel de aplicación, su profundidad y su complejidad, no sólo son útiles para explicar la evolución de dicho conocimiento sino también para diseñar los procesos de interacción en el aula (García 1988; Steinbring, 1991). Su consideración supone evitar caminos unilaterales y lineales en su elaboración, el trabajo en el aula debe establecerse en un proceso cíclico, con avances progresivos en complejidad. El elemento provocador de tal proceso es el problema que se presente en las distintas situaciones. Estas situaciones deben integrar una gran variedad de aspectos matemáticos, conceptuales y procedimentales, e implicar al sujeto en la toma de decisiones directas y en las posibles interpretaciones, permitiéndoles investigar sus propias ideas y contrastarlas progresivamente con nuevos datos. Para ello, Steiner (1983) plantea que las situaciones y actividades propuestas al alumno han de guardar un grado suficiente de similitud con las situaciones reales. En el desarrollo de dichas situaciones, desde el punto de vista de la actividad matemática hay dos elementos claves: las actividades propias a realizar y los medios de representación que se utilicen.

La interrelación continua entre el modelo matemático y el caso individual, objeto-modelo, puede ser representada de múltiples maneras y a través de diferentes *medios de representación*. Las mismas situaciones pueden ser representadas a través de diferentes medios; comparando representaciones diferentes se llegan a nuevas intuiciones sobre la relación existente entre una situación concreta y sus posibles modelizaciones matemáticas. Ello permite construir un amplio espectro de relaciones entre situaciones concretas y modelos matemáticos a través de las diversas actividades en diferentes contextos. El conjunto total de las formas de representación de una situación es el mediador entre dicha situación empírica y el modelo matemático. En los primeros niveles educativos son de gran utilidad dadas las características del pensamiento concreto de los niños de esas edades.

Con respecto a las actividades, la tarea matemática concreta tiene un papel prominente en la planificación del profesor y en la práctica en el aula. La concepción de la tarea matemática ocupa un lugar relevante en las concepciones epistemológicas del profesor. Por ejemplo, Thompson (1984) una de las variables que utiliza para analizar las creencias de los profesores sobre las matemáticas es el tipo de tareas que planifica y desarrolla en su aula. *“Los profesores de matemáticas a menudo piensan y hablan sobre la enseñanza en forma de tareas: las tareas son de alguna forma sus “conceptos””* (Steinbring, 1991: 156).

Sin embargo, frecuentemente las actividades matemáticas son presentadas en el aula aisladamente, sin conexión entre ellas, o en todo caso con un vago vínculo. Desde la

perspectiva de la complejidad del saber matemático y sus múltiples interrelaciones con otros conocimientos, complementada por los presupuestos que conllevan la necesaria presentación globalizada del conocimiento en los primeros niveles de la educación, es imprescindible, plantear las actividades desde otra visión más compleja que la que ofrece una simple secuencia lineal, organizada normalmente de forma jerárquica. Frente a esta “linealidad” es necesario entender el proceso de investigación del alumno como un proceso “en espiral”, en el que se han de combinar la repetición de unos determinados momentos referidos al tratamiento de problemas, con la progresiva reformulación de dichos problemas. En dicho proceso se han de considerar determinadas fases al afrontar un problema concreto, fases que todas ellas constituyen un ciclo (figura 2.1; adaptada de García (1995)). Ciclo que se repite en sucesivos momentos del curso atendiendo a los diferentes problemas formulados que permiten el tratamiento de nuevos objetos matemáticos y/o en diferentes contextos.

Para facilitar procesos de esta naturaleza, la planificación de las actividades debe tener *“un formato abierto y flexible, con un itinerario de las actividades en espiral con posibles ramificaciones y variantes adaptables a diferentes contextos”* (García y Cubero, 1993: 17). En su conjunto podría representarse como un *sistema de tareas*, que permita introducir variaciones del más diverso tipo en el proceso, respetando una estructura sistémica entre ellas. La consideración de las actividades integradas en un sistema que facilite múltiples itinerarios y relaciones, nos permite respetar la propia naturaleza del conocimiento matemático y las condiciones de su aprendizaje. Este sistema de tareas se debe caracterizar por los siguientes aspectos:

- En lo que se refiere al tratamiento del conocimiento matemático integrado en un sistema de tareas, la estructura básica estaría dada por un objeto común de trabajo representado desde múltiples perspectivas, que permitiera el desarrollo de tareas análogas. Sólo trabajando con las diversas tareas, los problemas que en ellas se formulan, sus aplicaciones y sus relaciones, podemos comprobar su carácter sistémico; es decir, su relación con un mismo objeto y sus características análogas. Esta presentación de problemas análogos es también planteada por Polya (1967), quien la considera una estrategia importante en la elaboración del conocimiento mediante la resolución de problemas. Polya reconoce como tareas análogas aquellas que coinciden en ciertas relaciones, pero que mantienen claras diferencias entre ellas. Se puede hacer variaciones simples modificando los datos o el contexto situacional, o más complejas variando incluso el modelo de referencia.
- El sistema de tareas ha de dar una oportunidad para organizar las formas de representación del conocimiento y las actividades de aprendizaje de formas diversas estableciendo relaciones entre ellas. Cuando los sujetos, se expresan, experimentan, toman opciones, recogen datos, los organizan, los comparan, hacen supuestos, deciden, construyen modelos, dan argumentos matemáticos y no matemáticos, calculan con formulas concretas, etc., necesitan tanto de los instrumentos generales de conocimiento, como de los medios concretos matemáticos de representación e interpretación.
- La idea de sistema de tareas también respeta la evolución en espiral del conocimiento matemático en su interacción en el aula, pues permite trabajar con estos saberes en un proceso cíclico, ampliando progresivamente su extensión y aplicación.

En definitiva, consideramos que la estructura sistémica del conjunto de tareas como un todo organizado permite al alumno captar el significado matemático. Pero, como ya indicábamos, no podemos olvidar que en los niveles de Primaria el conocimiento debe ser presentado al alumno desde contextos globalizados, lo cual supone la ausencia, a



Figura 2.1. Secuencia didáctica

priori, de situaciones específicas y aisladas de aprendizaje matemático. La adquisición y comprensión de los conceptos, procedimientos y capacidades matemáticas es un proceso continuo que se desarrolla mediante el uso progresivo de múltiples medios de representación y actividades diferentes. Pero para otorgarles significados han de estar integradas en *situaciones problemáticas de naturaleza didáctica* o contextos de experiencia más amplios, que den sentido al proceso y permitan el desarrollo de un proceso de investigación por parte del alumno en la búsqueda de soluciones (figura 2.1). Situaciones que en el contexto del aula se pueden concretar de múltiples formas: centros de interés, unidades didácticas, proyecto de investigación, etc.; siempre en relación con la realidad socio-natural, donde los aspectos matemáticos son fácilmente localizables.

Evidentemente nos enfrentaremos con distintos tipos de situaciones / problemas y diferentes niveles de implicación del conocimiento matemático en función de las necesidades y contextos de los procesos desarrollados en el aula. Pero, en cualquier caso, los datos e informaciones sobre los que debe actuar el niño, deben proceder de la situación didáctica, contexto original en donde el problema ha sido planteado y donde tenía sentido la exploración y búsqueda de información (Azcárate y Cardeñoso, 1994). El desarrollo del conocimiento matemático en situaciones didácticas es el medio específico a través del cual dicho conocimiento puede ser elaborado de forma personal y comprensiva.

En principio, en estos niveles iniciales serían situaciones didácticas que permitan la exploración y construcción de las nociones elementales; pero, en niveles superiores podríamos extender las posibilidades a situaciones de otro tipo más complejas, que conlleven una profundización, estructuración y formalización del conocimiento matemático.

En definitiva, la instrucción matemática nos permite establecer el puente entre el conocimiento cotidiano y el conocimiento escolar, siendo la mediadora entre el proceso de elaboración individual del conocimiento y el proceso curricular establecido.

Un elemento fundamental de dicho proceso es su propia capacidad de autorregulación a través de la evaluación. Consideramos que el proceso de evaluación forma parte indisoluble del propio proceso metodológico, e igualmente que con respecto a los demás elementos del proceso, es necesario que el estudiante-profesor elabore referentes que le permitan analizar el papel de la evaluación en los procesos de enseñanza aprendizaje.

### 2.3.3 Analizar el papel de la evaluación en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas escolares

En la vivencia cotidiana en las aulas es la evaluación y las decisiones asociadas a ella, una de las tareas que provoca una mayor cantidad de dudas y contradicciones en la mayoría del profesorado, de cualquier nivel educativo. *“Tales dificultades, dudas y contradicciones se incrementan aún más, si cabe, cuando, como docentes, adoptamos la perspectiva de una concepción constructivista de la enseñanza y del aprendizaje”* (Coll y Martín, 1993: 164). Quizá sea sobre este elemento del proceso de enseñanza aprendizaje matemático del que los estudiantes-profesores tengan una visión más reduccionista y rígida con un fuerte matiz sancionador, lo cual implica la necesidad de un profundo

proceso de reflexión, de análisis de gran cantidad de informaciones y, sobre todo, vivenciar unas formas diferentes de evaluar y de considerar la progresión del conocimiento.

Para que la evaluación se integre realmente en el proceso ha de perder su sentido como último paso valorativo del resultado proceso, integrándose en el propio desarrollo, convirtiéndose en el instrumento que permite el ajuste continuo entre las condiciones contextuales, personales y curriculares.

La evaluación entendida como instrumento regulador del proceso de enseñanza/aprendizaje debe estar caracterizada por los siguientes principios:

- Carácter procesual, continuo y democrático, al estar presente en todos los momentos del proceso y estar basada en la negociación de todos los que intervienen en dicho proceso.
- Fuente de información básica del seguimiento y exploración permanente de las ideas de los alumnos y de la dinámica del aula, facilitando el ajuste entre el proceso de enseñanza y el de aprendizaje.
- Carácter fundamentalmente cualitativo y en relación con los procesos metacognitivos de análisis.

La evaluación se convierte así en una componente clave del proceso de enseñanza/aprendizaje, en la medida en que no sólo sirve para extraer información de lo que ocurre en el aula y de su producto final, sino que, además, permite valorar el grado de ajuste entre la enseñanza y el aprendizaje y analizar la influencia de las diferentes variables que han intervenido. Desde esta perspectiva, las funciones de la evaluación no es sólo la recogida de información, sino la interpretación y valoración de la misma y, en consecuencia, la toma de decisiones adecuadas para procurar el ajuste del proceso, con el fin último de promover el cambio y la evolución en las concepciones de los alumnos. *"El carácter formativo y orientador de la evaluación es otra idea que es necesario desarrollar"* (Rico, 1992: 23).

Por otro lado, es necesario explicitar el qué se va evaluar y el cómo se va evaluar, pues ambas han de ser un reflejo del papel otorgado a la evaluación en el proceso educativo. De hecho, significativas propuestas de reforma e innovadoras, con presupuestos progresistas, se han quedado en el tintero al formular criterios de evaluación no coherentes con dichos presupuestos. Creemos que un ejemplo claro se recoge en la propia propuesta curricular del Área de Matemáticas en Primaria, promulgado por el MEC. En ella se parte de los principios constructivistas para analizar el currículum matemático y, sin embargo, al llegar a la concreción de criterios de evaluación, estos reflejan únicamente aspectos de contenidos en los que, en muchos casos, subyace una concepción de las matemáticas escolares de naturaleza fundamentalmente operativa. Cercana a la visión de las matemáticas como una colección de conceptos, hechos y destrezas que pueden dividirse, enseñarse y, por tanto, evaluarse separadamente. En algunos casos están ligados más al "hacer" que al "saber hacer", *"leer, escribir reconocer, utilizar, hacer, expresar,..."* (MEC, 1992), pero que, en cualquier caso, no reflejan la valoración de los objetivos de desarrollo propuestos para el área y el nivel educativo.

El contenido de la evaluación no se puede referir sólo a los contenidos matemáticos en sí mismos, conceptuales o procedimentales, sino también la evolución de las ideas de los alumnos, la metodología didáctica puesta en juego y la propia actuación del profesor, estableciendo las claves para la reformulación y modificación del diseño. Para que la evaluación tenga realmente un carácter procesual y continuo la toma de datos no se puede limitar a un solo momento del proceso ni a varios puntuales. La recogida de

información ha de ser un elemento presente en todo momento y obtenida por muy diversos instrumentos. Para obtener información sobre todos los aspectos considerados será necesario emplear diferentes métodos de recogida de información en función de la naturaleza de los datos, desde el informe escrito hasta la observación sistemática, pasando por las entrevistas o la triangulación, en algunos casos.

En coherencia con todas las ideas expuestas en las páginas anteriores, nuestra propia propuesta metodológica como profesor-formador ha de estar en la misma línea si no queremos provocar graves contradicciones entre lo que “proponemos hacer” y lo que “hacemos”. Por último, pero no por ello menos importante, hemos de considerar el análisis de los propios contenidos. Los estudiantes-profesores no sólo deben reflexionar sobre cómo sus futuros alumnos podrán acceder al conocimiento matemático escolar sino que han de conocer y analizar las propias características de dicho conocimiento y la manera de organizarlo para poder integrarlo en los procesos de enseñanza/aprendizaje.

## **2.4 El conocimiento de las matemáticas escolares como contenido en la formación inicial**

Como ya comentábamos en otro momento, la escuela como institución socializadora, propicia la elaboración de unos determinados conocimientos, se encarga de la producción-reproducción- distribución de algunas de las ideas presentes en nuestra cultura (Apple, 1987). Como tal, la escuela define y caracteriza el conocimiento escolar a enseñar, como meta de referencia para la intervención educativa, referida siempre a un cierto modelo de desarrollo humano, individual y social.

Desde dicha referencia los estudiantes-profesores deben reflexionar sobre como delimitar que cosas deben aprender los alumnos de Primaria en un determinado contexto. Dicho de otra forma, hemos de posibilitar que los estudiantes-profesores elaboren unos criterios razonados sobre la selección, secuenciación y organización de los contenidos matemáticos que han de trabajar en sus futuras aulas.

### **2.4.1 Elaborar criterios de selección, secuenciación y organización de los contenidos de las matemáticas escolares**

Para poder llegar a elaborar dichos criterios y dar respuesta al último de los interrogantes planteados, es necesario analizar y reflexionar sobre qué fuentes de información determinan el conocimiento matemático escolar:

(\*) Hasta hace relativamente poco tiempo, el único referente básico para *seleccionar* los contenidos matemáticos escolares era la propia matemática, hoy necesitamos nuevos y diversos referentes. Desde los planteamientos expuestos se puede afirmar que no hay una manera neutra y aséptica, desde el punto de vista ideológico, de definir el cuerpo de conocimientos a enseñar. De ahí, que no podamos olvidar como primera fuente de información, el modelo filosófico que organiza la formulación y evolución del conocimiento escolar de cualquier naturaleza, incluido el matemático, y que funciona como eje articulador de todas las hipótesis curriculares. Sobre él hemos tratado en uno de los apartados anteriores de este capítulo.

Desde dicho modelo, uno de los referentes a considerar serán las propias finalidades de la educación matemática que, como indicamos, giran entorno a su carácter funcional y formativo. El carácter funcional implica una selección de contenidos útiles y adecuados para la resolución de problemas del entorno, resaltando su valor cultural e instrumental, seleccionados por su relevancia para la vida presente y futura de los alumnos. El aspecto formativo determinará aquellos contenidos relevantes para el desarrollo del pensamiento matemático del individuo. Este último aspecto supone que otro de los referentes básicos a considerar es las características de los alumnos, sus capacidades, sus conocimientos; en definitiva, sus sistemas de ideas iniciales y las formas de facilitar su evolución.

Los aspectos señalados se concretan en la elaboración de determinados criterios para la selección de los contenidos. El análisis de los campos y ámbitos del saber matemático configura un *criterio epistemológico*; la adecuación de los contenidos seleccionados a las estructuras y conocimientos de los alumnos, constituye un *criterio psicológico*; y el tipo de conocimientos matemáticos que el alumno debe conocer e incorporar para ser miembro activo de la sociedad nos aporta un *criterio sociológico*.

Las tres perspectivas han de ser consideradas de forma conjunta y en igual medida si queremos evitar un planteamiento reduccionista del conocimiento matemático escolar. En la figura 2.2 se presenta un posible cruce de los diferentes criterios, con las fuentes y referentes que nos pueden ayudar a determinar el contenido escolar.

El trabajo en el aula se concreta habitualmente en lo que llamamos unidades didácticas o planificaciones similares que, en cualquier caso reflejan unos objetivos de consecución más inmediata y otros que exigen más tiempo para conseguirlos y enfoques didácticos más diversificados. En cualquier unidad didáctica y en las situaciones o problemas en ella presentados se trabajan múltiples contenidos pero, de estos, algunos no se volve-

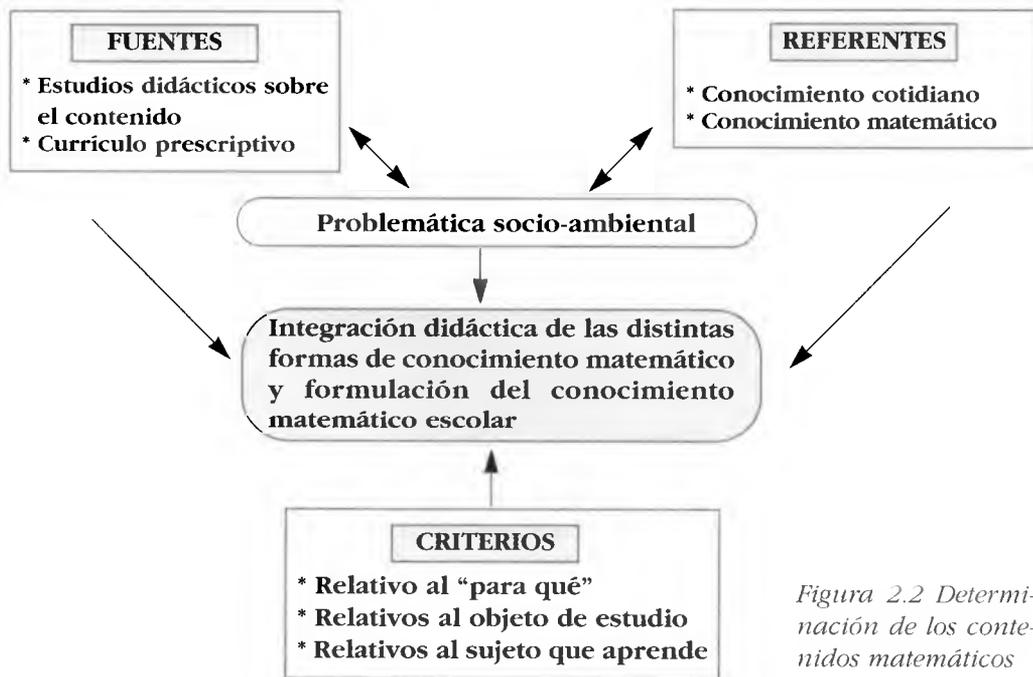


Figura 2.2 Determinación de los contenidos matemáticos

rán a trabajar de forma preferente, pero otros habrán de ser considerados a lo largo de sucesivas unidades y momentos. Esto implica la planificación previa y la existencia de una secuenciación de los contenidos que permita decidir que contenido y a que nivel se está trabajando en el aula y con qué tipo de actividades. Dicha secuenciación debe reflejar un tratamiento de los diferentes contenidos matemáticos de tipo helicoidal, dada la propia naturaleza del conocimiento matemático y su proceso de construcción, antes comentados.

(\*) La *secuenciación* de los contenidos participa de criterios similares y coherentes con los establecidos para su selección. En esa línea los conocimientos seleccionados han de analizarse desde diferentes perspectivas que permitan su secuenciación como son:

- *Los fines educativos*, analizados desde la perspectiva de la aportación de la educación matemática, así se pondrá cierto énfasis en el desarrollo de determinadas estrategias o procedimientos considerados como necesarios para la integración del individuo en la sociedad y que, a su vez permitan el desarrollo personal. En este caso, este criterio determina en gran parte el papel y tratamiento del conocimiento procedimental y actitudinal, su interdependencia y sus relaciones dando prioridad a unos sobre otros.
- *La estructura interna* de los conocimientos matemáticos, que impone, en algunos casos determinadas condiciones que, evidentemente, no pueden obviarse. Sin embargo, la lógica interna de la matemática deja libertad en gran número de posibilidades en las que debe ser el profesor o en su caso el equipo de profesores de un ciclo, el que ha de tomar la decisión. Por ejemplo en el caso de la secuencia de tratamiento de las operaciones aritméticas hay diversas secuencias posibles según el momento en el que introduzcamos el sistema de numeración, como podrían ser las siguientes, que no las únicas:

A) Iniciación de la suma y la resta---> sistema de numeración-----> algoritmos -  
-----> iniciación de la multiplicación y la división----->algoritmos

B) Iniciación de la suma, la resta, la multiplicación y la división----> sistemas de  
numeración----->algoritmos

- *Los procesos de desarrollo de los alumnos*, su formación previa y las formas de concebir el aprendizaje de los alumnos, imponen no sólo una cierta forma de trabajar los conocimientos matemáticos, sino también una cierta secuencia en su tratamiento, en función de las capacidades y conocimiento de los alumnos en cada momento del curso, ciclo o etapa. El aprendizaje de las matemáticas influye en la mejora progresiva de los sistemas de ideas previos de los individuos y matiza su capacidad procedimental. El acercamiento a los diferentes conocimientos debe partir siempre de cuestiones sencillas y de carácter más general para introducirse progresivamente en el estudio de los conocimientos matemáticos más elaborados a través de diferentes actividades y situaciones cada vez más complejas. Será el proceso de desarrollo los alumnos el que orienta y dirige la graduación de la introducción y elaboración de los contenidos.

(\*) En cuanto a la *organización* de los contenidos, son muy diversas las formas en como los contenidos son tradicionalmente estructurados y relacionados. Tradicionalmente la organización de los contenidos escolares se ha realizado a través de agrupa-

mientos referidos a las disciplinas o asignaturas y, en consecuencia, sus contenidos se presentan y desarrollan compartimentados, de forma independiente de los demás contenidos escolares y se organizan con la lógica disciplinar como eje articulador. Sin embargo, desde los presupuestos analizados a lo largo de este trabajo, no consideramos idóneo asumir dicha organización y hemos de facilitar a los estudiantes-profesores la elaboración de criterios de organización alternativos que le permitan desarrollar un tratamiento del conocimiento matemático más acorde con los principios expuestos.

Desde dichos principios, lo que justifica el aprendizaje matemático no es su valor disciplinar, sino su capacidad para conocer, comprender e intervenir en las situaciones y conflictos de la realidad. En función de ellos se necesita una organización de los contenidos que permita el mayor número de relaciones posibles entre los distintos contenidos matemáticos y los otros conocimientos escolares. Es decir, la lógica de organización debe ser una lógica didáctica y no epistemológica, el itinerario matemático lógico no siempre es el itinerario didáctico más adecuado, éste impone partir de visiones globales, desde lo más simple a lo más complejo y establecer progresivamente un mayor número de interrelaciones entre los conocimientos elaborados.

La organización impone un cierto itinerario de lo previamente seleccionado y secuenciado, ella determina los aspectos concretos a trabajar, desde que situaciones y bajo que relaciones. Su puesta en escena precisa, por un lado, de una contextualización y análisis de las estructuras conceptuales relacionados con las matemáticas escolares, en las que se podrán establecer las relaciones entre los conocimientos de los diferentes ámbitos. Y por otro, diseñar diferentes propuestas de trabajo en el aula a través de unidades didáctica o proyectos de acción que permitan al alumno acceder al conocimiento matemático de forma progresiva, establecer relaciones no sólo entre los diferentes ámbitos de las matemáticas escolares, sino también con los otros conocimientos escolares y descubrir su aplicabilidad para la resolución y comprensión de los problemas del entorno. Para la organización de los contenidos no se precisan realmente nuevas informaciones sino establecer relaciones entre ellas de tal forma que permitan la puesta en escena en el aula en el momento preciso.

Los estudiantes-profesores deberán analizar y reflexionar sobre todos estos aspectos desde las diferentes fuentes de información manejadas en el aula y hacer sus propias propuestas, razonadas, de selección, secuenciación y organización de los contenidos de los diferentes ámbitos o facetas de las matemáticas escolares y de sus diferentes campos, contrastarlas y debatirlas.

Ahora bien, estas reflexiones se han de terminar reflejando en la selección de unos determinados objetos de estudio, es decir, en unos contenidos concretos a trabajar con los alumnos. Contenidos que los estudiantes-profesores han de conocer y caracterizar y sobre los que nos centraremos en el siguiente apartado.

#### 2.4.2 Conocer y caracterizar los distintos campos y ámbitos del conocimiento escolar matemático, su tipología y sus relaciones

Hace diez años, Hiebert (1986) propuso la organización del conocimiento matemático en dos grandes campos: el conceptual y el procedimental. En el reconocido como Informe Cockcroft se añade un tercer campo, el referido al conocimiento actitudinal, más relacionado con el significado de la actuación del individuo. Los sistemas de ideas

de los alumnos, y de cualquier individuo, están constituidos por esquemas de conocimientos en los que se integran y se relacionan indistintamente toda la tipología indicada. Reconocer, diferenciar, analizar sus características y reflexionar sobre ellos, su papel, y su relevancia en la construcción de un conocimiento matemático significativo y útil, es un aspecto de la formación de los estudiantes-profesores complejo e ineludible, pues condiciona, en gran medida, las estrategias, instrumentos y medios necesarios para su aprendizaje. Los estudiantes-profesores han sido formados desde un enfoque que predominaba fundamentalmente el aspecto conceptual, en el que lo procedimental prácticamente se reducía al ámbito algorítmico.

Las Matemáticas se encuentran en una gran variedad de situaciones y experiencias del entorno, entendido éste como todos aquellos contextos que están relacionados con la vida del alumno. La interacción entre las ideas matemáticas que los alumnos poseen, los conocimientos nuevos que se le ofertan y las situaciones-problema a las que se enfrenta, es un eslabón necesario para que el niño desarrolle la capacidad de reconocer y aplicar las matemáticas a situaciones cotidianas y para ello necesita disponer de conocimientos de diferentes rango y tipología.

(\*) Con respecto a los diferentes *campos del conocimiento matemático escolar*, si bien el conocimiento conceptual es el que mejor conocen los estudiantes-profesores, en realidad han accedido a él desde un enfoque parcelado. Desde dicho enfoque, el establecimiento de relaciones entre los conceptos del mismo ámbito (aritmético, geométrico, estadístico,...), o entre los distintos ámbitos de las matemáticas escolares ha sido generalmente obviado. Desde una perspectiva más dinámica, en la que la resolución de problemas es el núcleo de la elaboración del conocimiento, el análisis de dichas relaciones y el significado de cada parte de las matemáticas escolares en el conocimiento de la realidad, son aspectos de vital importancia al afrontar su tratamiento en el aula. El campo conceptual está formado por una gran red de conceptos y relaciones entre los que se pueden distinguir diferentes niveles de conocimientos (Cockcroft, 1985; Rico, 1990a):

- *Hechos*, que son las unidades más ímples de información, datos necesarios de recordar pero sin significado en sí mismos. Al ser de naturaleza convencional es necesario que estén integrados en una estructura más amplia que le otorgue sentido. Precisan de estrategias de aprendizaje sencillas y generalmente ligadas a actividades de memorización, pero presentados de forma aislada y sin una finalidad clara, pueden aparecer como datos inconexos, sin sentido y arbitrarios. A la hora de representar el conocimiento matemático tenemos gran cantidad de hechos y de diferentes tipos, como son los términos utilizados, nombres asignados, notaciones y convenios establecidos o resultados previamente conocidos. En definitiva es una información necesaria para trabajar con las matemáticas pero que debe estar integrada en sistemas de comprensión más complejos para adquirir significado.
- *Conceptos*, son las ideas núcleo del conocimiento matemático. Describen regularidades o relaciones entre elementos. Son una clase, en el sentido de grupo de elementos con las mismas propiedades y funciones, se designan por determinados signos, representaciones o modelos como por ejemplo, el concepto de número, de cuadrado, de fracción, de función, etc. Su comprensión exige una actividad por parte del alumno para poder establecer las relaciones necesarias dentro del contexto de actividad, la generalización que le permitan elaborar su significado y esta-

blecer relaciones con los ya disponibles en sus esquemas de conocimiento. En consecuencia, su elaboración requieren de unas estrategias didácticas que promuevan una amplia actividad cognoscitiva del alumno, lo que implicará situar a éste ante experiencias y situaciones que introduzcan o potencien dicha actividad.

- *Estructuras conceptuales*, son redes de conceptos en las que se incluyen el conocimiento procedimental, de cualquier rango, necesario para su aplicación. Constituyen la parte sustancial del conocimiento matemático pues en ellas adquiere su significado tanto los hechos y conceptos como las técnicas, destrezas o estrategias de carácter general. Nos referimos por ejemplo a estructuras conceptuales como las permiten el estudio de la proporcionalidad o del espacio, en las que están incluidos numerosos conceptos y procedimientos de diferentes ámbitos de las matemáticas. Su elaboración supone establecer relaciones entre los diferentes aspectos del conocimiento matemático y permite su adaptación y aplicación a las nuevas situaciones. Por ello, la elaboración de estas estructuras no puede considerarse nunca definitiva, nuevas experiencias, nuevas situaciones, nuevos hechos o nuevas capacidades van a permitir nuevas reelaboraciones, el enriquecimiento de la estructura y de los conceptos y procedimientos que la constituyen. En este caso su aprendizaje necesita de estrategias mucho más complejas con una clara interrelación entre diferentes momentos del aprendizaje ya que, su aprendizaje es sustancialmente distinto y más dilatado en el tiempo, pero es el que permite realmente la evolución de los esquemas de conocimiento de los alumnos presentando sistemas de ideas cada vez más ricos y complejos.

No obstante, reconocer, comprender, tratar y desarrollar el campo procedimental con sus alumnos es realmente uno de los grandes retos del actual y futuro profesorado de Primaria al ser uno de los contenidos más novedosos. Coincidimos con Valls (1993) en pensar que es precisamente, la inclusión de los contenidos procedimentales como vehículo para el aprendizaje del resto de los contenidos, lo que modifica el papel del profesor, situándose “en medio” del proceso de enseñanza/aprendizaje, guiando el camino que transforma unos contenidos, culturalmente seleccionados y organizados, en aprendizajes personales.

Dentro del campo de los contenidos procedimentales podemos distinguir un gran número de nociones relacionadas con ellos (Cockcroft, 1985; Rico, 1990a; Monereo y otros, 1994). Partiendo de la definición general otorgada a los procedimientos como las formas de proceder o de actuar para conseguir un fin (Coll, 1987), podemos incluir dentro de ellos:

- *Técnicas y destrezas*, consideradas como toda sucesión ordenada de acciones que se dirigen a un fin concreto y conocido y que conducen a unos resultados precisos. Se pueden desarrollar de acuerdo a *rutinas*. Su máximo exponente serían los procedimientos algorítmicos; es decir, aquellos en los que la secuencia de acciones esta totalmente perfilada y una correcta ejecución lleva a la solución correcta del problema o tarea presentada. Aunque su aprendizaje puede ser y, de hecho, es memorístico, para que tengan algún significado para el que los utiliza, deben estar integrados en esquemas de conocimiento más amplios que les den un sentido y una finalidad.
- *Métodos*, son formas de procesar determinadas relaciones entre conceptos desde un principio orientador razonado. Un método es algo más complejo que una téc-

nica y constituye una forma de abordar una problemática desde unos principios de razonamiento que le permitan ir dirigiendo su acción hacia el fin esperado. Por otro lado le permite establecer relaciones de inferencias entre los conceptos manipulados. Un ejemplo sería el método de reducción al absurdo a la hora de comprobar una proposición, que si bien tiene unas pautas establecidas depende del tipo de razonamiento para establecer determinadas relaciones y conclusiones.

- *Estrategias generales*, son las que guían las acciones que hay que seguir, las que permiten seleccionar en cada momento el procedimiento adecuado. Suelen ser un conjunto de acciones que comportan un cierto grado de variabilidad y que su ejecución no implica necesariamente la consecución de un resultado preciso, por eso muchos autores identifican estas estrategias con los llamados *procedimientos heurísticos*. En el campo de la educación matemática es significativo, por su especial relevancia, el análisis de las estrategias generales de resolución de problemas, extrapolables a otros ámbitos disciplinares, siendo éste un contexto idóneo para facilitar su desarrollo.

En definitiva el dominio del conocimiento procedimental en general va a exigir de unas estrategias de aprendizaje más elaboradas que se apoyen en la ejecución comprensiva, reiterada, significativa y contextualizada, y no mecánica, de las acciones que configuran los distintos procedimientos.

(\*) Con respecto a los *diversos ámbitos de las matemáticas escolares* es necesario poder descubrir la red de relaciones posibles entre los diferentes conocimientos que los integran y entre los diferentes ámbitos.

Analizar el papel de cada ámbito de las Matemáticas a la hora de interpretar e intervenir en la realidad, qué aspecto de la realidad es modelizado por cada ámbito y cuáles son las relaciones que pueden establecerse, es el objetivo del análisis didáctico de cada uno de los núcleos de conocimiento integrados en el currículum matemático. El marco de análisis será el esquema representado en la figura 2.3. Información que, por otro lado, nos aporta claves para establecer los criterios de organización de los diferentes contenidos.

La organización de la enseñanza a través de la resolución de problemas reales con significado y relevantes para el alumno, tiene a su vez otra gran ventaja, la integración en la misma actividad del conocimiento conceptual y procedimental. En la búsqueda de soluciones a los problemas planteados en las diferentes situaciones presentadas es necesario poner en juego ambos campos del conocimiento. Y, no sólo entra en juego la variada tipología de conocimientos de un determinado ámbito, sino los conocimientos de diferentes ámbitos pueden ser utilizados e interrelacionados. Las Matemáticas, tanto desde el análisis de sus contenidos en sí mismos, como desde la perspectiva de su historia, constituye una fuente de aportaciones de primer orden para el análisis y resolución de los problemas del entorno. El análisis y reflexión sobre ello puede permitir al estudiante-profesor elaborar un conocimiento de las matemáticas escolares de rango didáctico útil y necesario para su labor profesional.

La concreción de estas ideas en un contexto y momento determinado configurarán los programas de las diferentes temáticas que deben configurar la formación inicial de los profesores de matemáticas en la Educación Primaria.

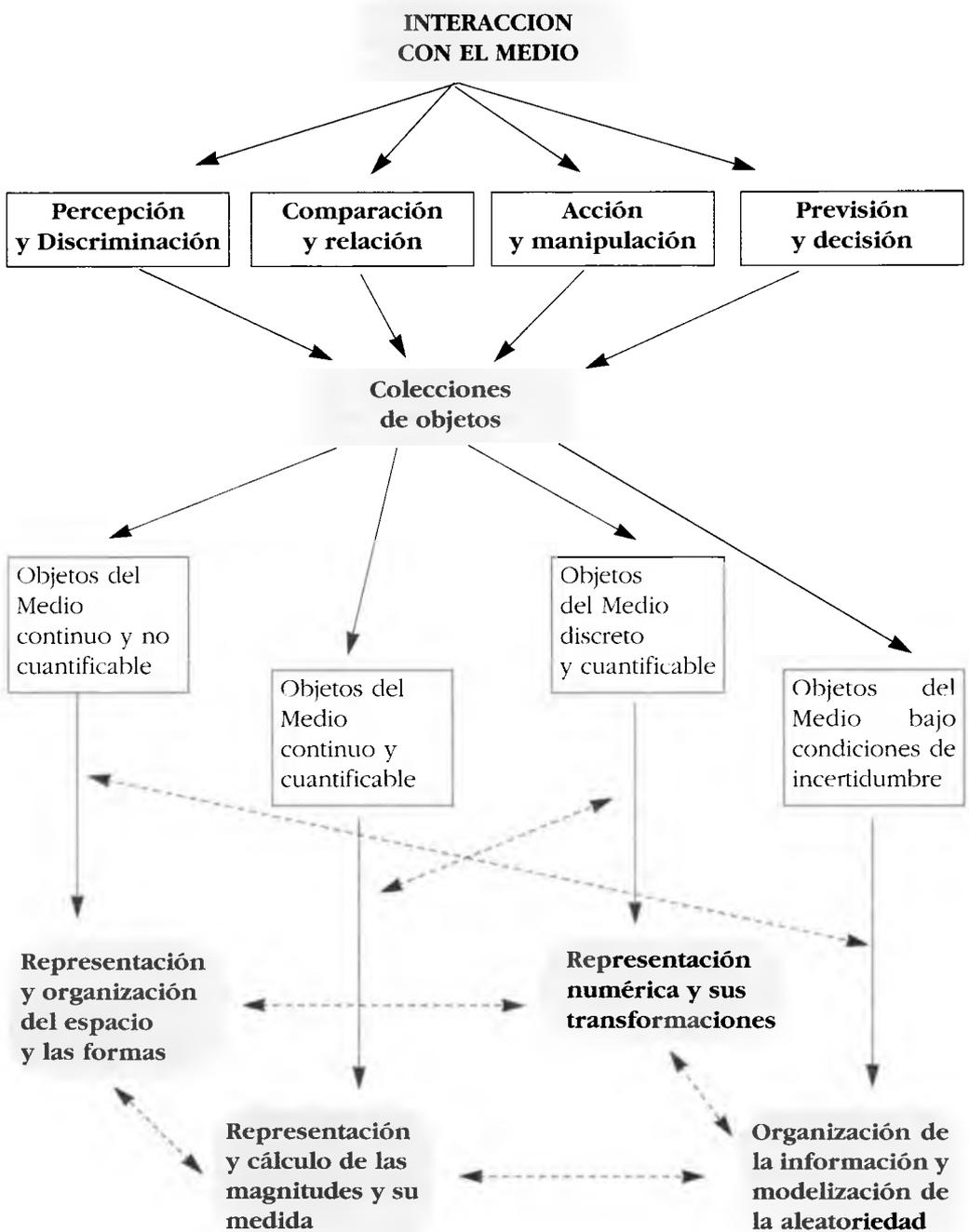


Figura 2.3. Ambitos de las matemáticas escolares



### CAPITULO III

#### LA CONSTRUCCIÓN DEL SABER PRÁCTICO PROFESIONAL EN EL CONTEXTO DE LA FORMACIÓN INICIAL

Considerar la construcción del conocimiento profesional como un problema de investigación es algo muy reciente. Tradicionalmente se consideraba “aprender a enseñar” como *“algo que simplemente se adquiere como habilidad a través de la inmersión en la práctica cotidiana a partir de unos cuantos y, en ocasiones, elementales conocimientos teóricos y unos simples contenidos procedimentales necesarios para la aplicación de dichos conocimientos”* (Montero, 1992: 57). Sin embargo, el cambio que se está produciendo en el campo de la formación del profesorado está influyendo de forma determinante en la modificación de esta idea.

Hasta hace relativamente poco tiempo la formación de los profesores se venía considerando como un ámbito de la práctica casi en exclusiva. El cambio producido en la conceptualización del profesor, como profesionales reflexivos, autónomos y críticos y de la formación como un proceso de desarrollo profesional, ha ocasionado la expansión de este campo hacia un ámbito de investigación y de construcción de conocimiento. En consecuencia, podemos considerar que todo proceso de formación es parte del propio desarrollo profesional y, por tanto, debe incidir en la elaboración del saber profesional.

En el capítulo anterior hemos intentado delimitar la naturaleza del contenido que debe ser objeto de enseñanza en los procesos de formación y el modelo didáctico que consideramos más adecuado para trabajar el conocimiento matemático en las aulas de Primaria. En este capítulo intentamos reflexionar sobre los problemas relacionados con las condiciones de construcción del conocimiento profesional; es decir, los principios metodológicos que debemos respetar en los procesos de formación, considerando que *“la finalidad de la formación del docente no es sólo que éste aprenda, sino que aprenda a enseñar”* (Santos Guerra, 1993: 50). Sobre este aspecto de la formación de profesores hay gran confusión y muy diversas posturas. En la última revisión realizada por Carter (1990), observamos como sobre el proceso de “aprender a enseñar” queda aún mucho por explorar y no existe un marco conceptual único que puede servirnos de referencia. Como él mismo indica, *“una lección importante que puede extraerse de este análisis, es que la pregunta acerca de cómo aprenden los profesores a enseñar podría no tener respuesta en el ámbito global”* (Carter, 1990: 295).

A la hora de caracterizar el caso que nos ocupa, la formación didáctico-matemática de futuros Maestros, coincidimos con Castle y Aichele (1994) en creer que los profesores de matemática se desarrollan profesionalmente por el mismo camino que los otros profesores. Sin olvidar que nuestra labor va dirigida a la formación de profesionales generalistas cuya actividad profesional está integrada en un contexto global de actuación. Desde ambos presupuestos, nos hemos interrogado sobre las formas en que estos futuros Maestros pueden acceder a una formación didáctico-matemática en la línea que venimos promoviendo y sobre ello nos hemos dado ciertas respuestas.

Nuestra intención no es, en ningún momento, intentar dar respuesta a los grandes interrogantes planteados sobre cómo conocen los profesores, sino explicitar aquellos principios didácticos que, a modo de hipótesis, guían nuestra actividad profesional y que están elaborados desde nuestra forma de concebir la Educación Matemática y, en consecuencia, al profesor y a su formación.

Uno de los principios básicos que orientan nuestra opción es la necesaria *coherencia entre el modelo de formación y el modelo didáctico*. Como indica García (1995: 166), *“el profesor que se encarga de la formación de los futuros maestros tiene que enseñar a enseñar enseñando”*. Con este “trabalenguas” lo que nos quiere indicar el autor es la necesidad de que exista una coherencia entre el modelo de formación que dicho formador pone en sus aulas y el modelo didáctico que quiere transmitir a los estudiantes-profesores. Es decir, el formador, como orientador del proceso de elaboración de un modelo didáctico por parte del estudiante-profesor, debe de tener en cuenta, en su actuación, los mismos principios que él está intentando promover en sus alumnos.

Ya indicábamos unas páginas atrás que los profesores son propicios a enseñar por los mismos caminos que ellos fueron enseñados (Lester y otros, 1994). Romper con la inercia construida durante años de escolarización y modificar sus concepciones hacia formas más consistentes con los planteamientos curriculares actuales, implica conocer y vivir una forma diferente de saber Matemática, de hacer Matemática, de aprender Matemática y de enseñar Matemática. Los profesores en formación pueden aprender de aquellos que son responsables de desarrollar el programa, ya que éstos, consciente o inconscientemente, apoyan su acción educativa en una manera de concebir la enseñanza y el aprendizaje; es decir, en el modelo didáctico de referencia que sustenta la acción del formador y que se transmite implícitamente en su propia actuación.

En este sentido, autores como Vacc y Bright (1994), señalan como uno de los resultados más significativos de su trabajo con profesores, el importante efecto que tiene en el buen desarrollo del proceso de formación la coherencia y consistencia entre la forma de trabajar del formador (modelo didáctico subyacente) y la filosofía que intenta transmitir el contenido del programa (modelo didáctico explícito). Sin embargo, la falta de coherencia entre el mensaje y el modo de presentación del mismo es algo característico de las acciones formativas (Bell, 1989).

En definitiva, creemos que para formar buenos profesionales de la docencia es necesario hacerlo de una forma coherente. *“Explicar, por ejemplo, que la investigación y el trabajo han de ser cooperativos no se aviene con una práctica individualista y rutinaria. Proponer la investigación como un método adecuado de comprensión de la realidad se contradice con una dinámica metodológica de corte transmisivo y libresco. Dar una magnífica lección sobre la democracia en la escuela se convierte en un sarcasmo ante una práctica autoritaria y antidemocrática en la institución de formación”* (Santos Guerra, 1993: 53).

Con ello, lo que queremos decir es que, un modelo de formación inicial que intente ser constructivo debe ser capaz de incorporar el modelo didáctico propuesto para la escuela Primaria como parte fundamental de su contenido. Los maestros en formación deben vivir situaciones de aprendizaje similares a las que ellos han de potenciar con los niños (Navarrete y otros, 1992). Es decir, los profesores deben poseer, al menos, todas las competencias que requieren a sus estudiantes, considerado por Niss (1994) como uno de los tres “axiomas”, o requerimientos básicos para el profesor de matemáticas.

La relación entre el modelo didáctico y el modelo de formación se fundamenta en lo que venimos denominando el *principio de isoformismo*. Potencialmente todos los elementos utilizados en la formación son objeto de aprendizaje para el futuro profesor. Los propios métodos de trabajo, recursos y técnicas utilizadas son contenidos del proceso de formación. Este isoformismo entre la situación de formación inicial y la situación de la práctica profesional, constituye una condición necesaria para que pueda existir una transferencia de conocimientos de una situación a otra.

Este planteamiento requiere que el formador haga explícito su modelo de referencia, *“puesto que intenta formar al futuro profesor en y con los mismos planteamientos didácticos que los estudiantes-profesores utilizarán más adelante con sus propios alumnos”* (Martín, 1994: 49), al diseñar su propuesta de acción para el aula de formación. Y, en el mismo sentido, se puede argumentar la propuesta de Calderhead (1986), sobre la necesidad de que los futuros profesores aprendan a integrar sus conocimientos y darles sentido dentro de los procesos de diseño que realicen. Ello les permitirá contrastar, a su vez, la coherencia entre lo que piensan y elaboran teóricamente y su reflejo en sus propuestas prácticas de acción.

Desde este principio básico de actuación intentamos exponer a continuación las ideas fundamentales de nuestra opción metodológica, que parte de considerar a la investigación como base de la formación del profesorado, al igual que la consideramos como base de la enseñanza (Porlán, 1993) y de la necesaria articulación teoría-práctica desde el inicio del proceso de desarrollo profesional; es decir, desde el comienzo de la formación inicial.

### **3.1 La construcción del conocimiento profesional como investigación**

Numerosos estudios realizados en el ámbito de la formación inicial han mostrado la gran dificultad de provocar una modificación en las ideas de los estudiantes-profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La construcción de un conocimiento profesional más elaborado es un proceso mediante el cual sus ideas evolucionan hacia nuevas formas de concebir la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Siendo coherentes con lo expuesto en el capítulo anterior, dicha construcción está mediada por el contexto donde se desarrolla, las actividades que en ellos se realice y el conjunto de interacciones que se produzcan. En consecuencia hemos de diseñar, en palabras de Llinares (1996), *entornos de aprendizaje* que consideremos adecuados para facilitar dicho proceso de construcción. Sobre las condiciones de dichos entornos o situaciones de aprendizaje reflexionaremos en las páginas siguientes.

Las dos grandes ideas-eje que orientan y dan sentido a nuestras decisiones curriculares son:

- *La figura del profesor como investigador de su propia práctica*, lo cual implica la adopción de una metodología didáctica para la formación basada en la investigación de los estudiantes-profesores junto con el formador. En dicho proceso, para el desencadenamiento del proceso de construcción del conocimiento profesional, es necesario partir e implicar a los estudiantes-profesores en la resolución de problemas prácticos profesionales relevantes para ellos y para su futura labor docente.
- *Los estudiantes-profesores poseen ciertas concepciones relativas a los procesos de enseñanza/aprendizaje de la Matemática*. El trabajo en el aula de la Facultad de Educación ha de partir de la explicitación, cuestionamiento y movilización de esas ideas. La formación inicial es considerada como la primera fase del proceso de desarrollo profesional y, por tanto, en ella se ponen los primeros pasos para la elaboración de un conocimiento práctico profesional que refleje un modelo didáctico personal, de forma consciente y articulada.

Sobre ello vamos a hablar, brevemente, en los epígrafes siguientes.

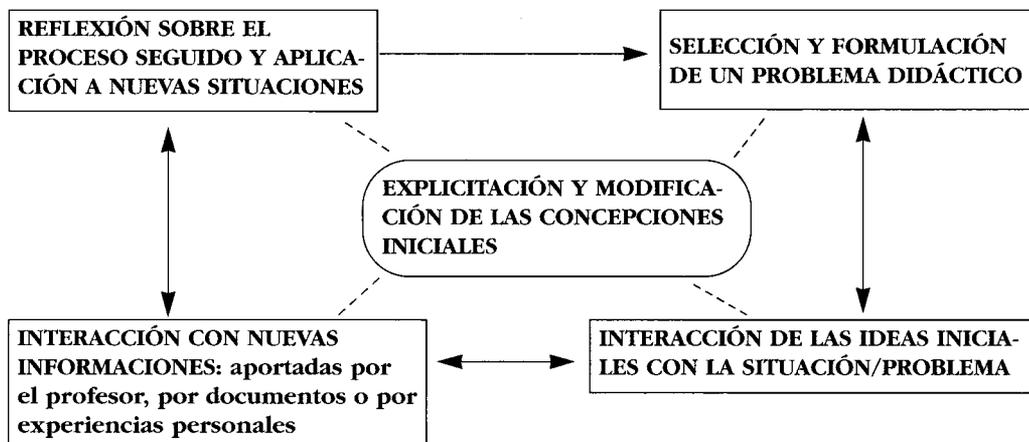
### 3.1.1 La formación como investigación

En el primer capítulo hemos reconocido como principio didáctico de síntesis de nuestro propio modelo formativo, la noción de investigación. En la misma línea, si pretendemos que los estudiantes-profesores reelaboren sus propias concepciones acerca del conocimiento matemático y su construcción en el contexto escolar, tendremos que proponer situaciones de enseñanza/aprendizaje en las que, mediante la investigación de problemas prácticos profesionales, dicho cambio sea factible.

La investigación en el contexto de la formación inicial la entendemos como un proceso de *formulación y tratamiento de problemas directamente relacionados con la futura práctica educativa*. Ello implica percibir la realidad escolar y la actividad profesional como fuente de situaciones problemáticas; delimitar y formular de forma cada vez más precisa el problema que queremos trabajar; diseñar y realizar actividades encaminadas a obtener, contrastar y debatir informaciones diversas; poner en interacción nuestras propias formas de concebir la realidad; y ser capaces de sintetizar, comunicar, alcanzar y valorar resultados y procesos. En este sentido no se trata de una aplicación trivial de la idea de investigación educativa, ni de simular la investigación científica, sino que, tal como plantea el Grupo Investigación en la Escuela (1991), se trata más bien, de entender la investigación como un proceso general de producción de conocimientos a partir de la resolución de *problemas*.

Entendemos como problemas no situaciones cerradas, aisladas y de resolución mecánica, sino todas aquellas situaciones relacionadas con la realidad escolar y con su futura práctica profesional que generan algún tipo de incertidumbre y para las que no hay una respuesta única y rutinaria. Este mecanismo suele ser eficaz para interesar a los estudiantes-profesores en la temática a trabajar y dar sentido a la actividad formativa. El caso de la formación del profesorado el tratamiento de problemas posibilita el cuestionamiento de las concepciones presentes en los estudiantes-profesores, facilitando un proceso gradual y continuo de modificación de las mismas hacia formas más elaboradas (García y Porlán, 1990).

Aunque no existe una secuencia rígida de actividades que configuren el proceso de elaboración del conocimiento profesional a través de una propuesta de investigación, sí



*Figura 3.1. Pautas características de un proceso de formación/investigación*

es posible definir unos determinados momentos que nos proporcionen un marco de referencia para la organización y secuenciación de actividades. En la figura 3.1 presentamos un esquema, que presenta una cierta secuencia de momentos claves que nos puede servir para la organización de las actividades propuestas en el desarrollo metodológico:

(\*) Los problemas existentes en la realidad educativa deben funcionar como punto de partida e hilo conductor en el proceso de adquisición de un nuevo conocimiento profesional. El problema en el caso de los procesos formativos no tienen por qué ser una pregunta explícitamente formulada, sino que puede ser una situación que no puede resolverse mediante mecanismos habituales y que estimula la reflexión crítica del sujeto.

El profesor-formador debe ayudar a centrar y delimitar el problema a trabajar en el aula. Habría que considerar como meta a conseguir progresivamente, que el futuro profesor desarrolle estrategias propias para resolver las situaciones problemáticas con las que se va a encontrar en su actividad profesional.

Es evidente que para que un problema sea asumido como tal ha de estar relacionado con las experiencias, intereses y necesidades de los estudiantes-profesores. Los alumnos de Magisterio suelen estar poco motivados hacia el trabajo teórico en sí mismo, por lo que es necesario adoptar, desde el comienzo, un enfoque teórico-práctico en las clases. Por lo tanto, hay que plantear problemas didácticos, que articulen los aspectos teóricos y prácticos. En nuestro caso, pensamos que los problemas más relevantes para propiciar un adecuado aprendizaje profesional de los futuros profesores, están relacionados con el diseño y desarrollo de las situaciones de enseñanza/aprendizaje de los contenidos escolares, en particular de los matemáticos.

(\*) Una vez formulada y delimitada la situación problema, es necesario provocar una reflexión sobre las ideas que los estudiantes-profesores tienen sobre el problema planteado, (sobre el papel de dichas ideas hablaremos en el epígrafe siguiente). Es conveniente que los sujetos manifiesten sus opiniones, las pongan en común y las contrasten con la de los otros compañeros, posibilitando la toma de decisiones autónomas por parte de los alumnos. En diversos momentos pueden surgir intentos de dar respuesta

directa a los problemas planteados, estos intentos pueden ser considerados a modo de conjeturas que los estudiantes presentan como posibles, al principio del proceso. Se haga o no de forma explícita, el establecimiento de alguna “línea de búsqueda” puede ser útil para dar sentido a las actividades posteriores.

(\*) Pero, el sólo debate no posibilita el cambio, el cuestionamiento de las concepciones exige la confrontación de las ideas de los estudiantes con informaciones nuevas que el profesor-formador incorpora a la discusión a través del análisis de documentos y/o experiencias de naturaleza didáctica seleccionadas (Vollrath, 1994). El contraste y la interacción con las nuevas informaciones crean un proceso de reajuste cognitivo, que es, en definitiva, el proceso de construcción del conocimiento profesional. Las nuevas informaciones que se incorporan al proceso proceden de fuentes muy diversas conceptuales, experienciales y procedimentales y son, al menos potencialmente, contenidos que se utilizan en los aprendizajes profesionales. La incorporación de estas nuevas informaciones, sea de la índole que sea, y su interacción con las concepciones preexistente, es el elemento clave para propiciar la construcción de nuevos contenidos profesionales.

Pero, el proceso de aprendizaje no es la sustitución directa de las ideas nuevas por las viejas sino un largo proceso recurrente que permite la construcción gradual de nuevos conocimientos. Por eso es interesante por un lado, utilizar estrategias recurrentes que permitan aproximaciones sucesivas desde diferentes perspectivas y, por otro, proponer momentos de recapitulación, elaboración de conclusiones y evaluación de lo realizado.

(\*) La forma más adecuada para consolidar el nuevo conocimiento aprendido es aplicarlo a nuevos contextos e incluso ponerlo en práctica sus nuevos aprendizajes. Este último tipo de actividad permite al estudiante-profesor ir enriqueciendo y complejizando sus elaboraciones. Son necesarias, como cierre del proceso, actividades que favorezcan la reflexión sobre lo aprendido, tomando conciencia del camino de aprendizaje recorrido y de cómo ha sido realizado, pueden ser incluso las mismas actividades del proceso de evaluación.

Por último y para promover la comunicación hacia el exterior es conveniente elaborar informes, trabajos teóricos y materiales curriculares que recojan el trabajo realizado y que pueda ser utilizado en momentos posteriores y permitan a su vez explicitar nuevos problemas que desencadenen un nuevo ciclo del proceso.

Todas estas estrategias parten de la idea de que las deficiencias y la inadecuación de las ideas de los futuros profesores no deben ser consideradas como un perjuicio para el aprendizaje, sino un punto de apoyo para la progresiva construcción conceptual, procedimental y actitudinal del conocimiento profesional (Cañal, 1986).

### 3.1.2 Las concepciones previas de los estudiantes-profesores

Si consideramos que la formación inicial debe ayudar a los estudiantes-profesores a adquirir el conocimiento y las competencias necesarias para enseñar adecuadamente la matemática escolar, desde lo expuesto en páginas anteriores, ello implica no sólo debe tener un dominio del tópico que se habrá de enseñar sino, sobre todo, un conocimiento de naturaleza didáctica sobre dicha temática. Al tomar como referencia una visión constructivista del aprendizaje admitimos que éste se produce por la interacción entre el conocimiento de que dispone el sujeto y las nuevas informaciones. Por tanto,

para propiciar la elaboración de un nuevo conocimiento profesional hay que contar con las concepciones que los estudiantes-profesores poseen al acceder al programa de formación. Concepciones que, en el proceso de formación, han de evolucionar en un doble sentido: en lo relativo a su conocimiento sobre el contenido a enseñar y en lo relativo a cómo éste se construye en el medio escolar; aspectos ambos que inciden en su conocimiento sobre qué y cómo enseñar el conocimiento matemático y les puede permitir encontrar el “para qué” de esa enseñanza.

Por ello, el primer paso es ayudar a los estudiantes-profesores a explicitar sus concepciones y su reflexión sobre las mismas, diseñando situaciones que lo propicien. Los estudiantes de Magisterio presentan un cierto conocimiento de los contenidos matemáticos que han de enseñar, adquiridos durante su escolarización, así como un conocimiento “didáctico” vivido desde su experiencia como alumno. Dicho conocimiento suele ser rígido, parcial, plagado de incomprendiones y, en la mayoría de los casos, casi exclusivamente dirigido a las destrezas operativas del cálculo, desconectado de cualquier capacidad de aplicación a problemas cotidianos. Even y Lappan (1994) consideran que, en general, los estudiantes para profesor conciben a la Matemática como un conjunto de reglas fijas y desconectadas, a su enseñanza como un proceso de comunicación y su aprendizaje como memorización. Según Furió y col. (1992), este tipo de conocimiento constituye un *pensamiento docente de sentido común* adquirido por formación ambiental durante la escolaridad.

El problema con que nos enfrentamos como formadores es que estas concepciones son fundamentalmente de carácter tácito y por esos necesitamos instrumentos que permitan su explicitación como paso imprescindible para provocar su modificación. Por otro lado, el hecho de ser un conocimiento implícito, muy ligado a vivencias personales de los sujetos, determina que sea un conocimiento muy persistente, difícilmente modificable. La consideración de las concepciones de los estudiantes-profesores a lo largo del proceso constituye, por tanto, un principio formativo ineludible. Es, en primer lugar, una clara plasmación del principio de coherencia que citábamos al principio de este capítulo y *“responde a un planteamiento constructivista en el aprendizaje de conocimientos, sean éstos de índole escolar o profesional. En la formación inicial no se puede plantear como un conocimiento profesional deseable, tener en cuenta las concepciones de los alumnos si no se tienen en cuenta las concepciones de los estudiantes-profesores en el proceso de formación. Si logramos hacer conscientes a los futuros profesores de esta isomorfía, sin duda aquí el medio está siendo también el mensaje”* (Martín, 1994: 53).

A nuestro entender, las formas de concebir de los profesores en formación presentan en muchos casos claros obstáculos para el aprendizaje de nuevas formas de conocimiento profesional. Desde las investigaciones revisadas y desde nuestra propia experiencia, podemos concretar algunos de los obstáculos que hemos ido detectando y que nos pueden dar pistas para incidir en ellos a la hora de nuestra actuación como formadores:

- Se suelen identificar a los contenidos matemáticos a enseñar con una “verdad” estática, única y absoluta y los exámenes dan una imagen adecuada del conocimiento que se posee, ya que no es un conocimiento sujeto a interpretación. La matemática es una disciplina neutral, objetiva, abstracta e independiente del entorno cultural (Tate, 1994).
- Una idea, bastante generalizada, sobre el aprendizaje matemático es la de que se aprende a través de un proceso de atención, retención y fijación de los conteni-

dos en la memoria (Weissglass, 1994). Idea que conlleva una concepción acumulativa del saber, como suma de informaciones previamente jerarquizadas.

- Las ideas previas de los alumnos, si se consideran, son interpretadas como errores que hay que eliminar mediante la instrucción.
- Como consecuencia se concibe la enseñanza de la matemática como la transmisión de la “verdad” al alumno, en función de sus propias leyes internas, sin reconocer sus ideas, ni la necesidad de compartir y negociar el proceso, ni la influencia del entorno.
- Se puede percibir una creencia muy persistente en que la función del profesor es la transmisión verbal, ordenada y clara de los contenidos matemáticos presentes en los libros de textos.
- La concepción aditiva se aplica también al currículo, programándose los objetivos, los contenidos, la metodología didáctica, las actividades o la evaluación como aspectos separados sin conexión entre ellos, sin entender que la modificación de uno de ellos implica, en muchos casos, la inadecuación de los otros. Habitualmente el contenido matemático se considera prescrito a priori e inamovible. En consecuencia, la atención se centra en el cómo trabajarlo en el aula, sin percibir las interacciones que existen entre ambos elementos del desarrollo curricular.
- Por último una idea, que mediatiza considerablemente el propio proceso de formación, es la de la evaluación como una simple calificación que “mide” lo aprendido y que refleja simplemente el resultado final del proceso. De hecho, esta idea está tan arraigada en nuestro sistema educativo que, si analizamos la propia propuesta curricular del MEC en lo relativo a los criterios de evaluación del área de Matemáticas, percibimos claramente su presencia con la fuerte contradicción que ellos suponen con todos los presupuestos explicitados.

Estas creencias son próximas al modelo didáctico transmisivo tradicional, aunque se cruzan elementos de otros modelos, y pueden constituir un auténtico obstáculo epistemológico para que el estudiante para profesor pueda aproximarse al modelo constructivista, autónomo, e investigativo que se promueve desde los actuales planteamientos curriculares y desde nuestro propio modelo didáctico.

Esta es una realidad de gran relevancia, pues en todo momento el profesor en formación acude, cuando se trata de resolver problemas propios de la intervención educativa, a ese conjunto de conocimientos adquiridos en su época de escolar. Muchas veces nuestros alumnos, aunque muestran un cierto rechazo a las ideas implícitas vividas en su etapa de escolarización, al no disponer de elementos teórico-prácticos alternativos como referentes, no son capaces de comprender y asumir las propuestas realizadas desde otros modelos didácticos. Y, en muchos casos, se ven incapacitados para evolucionar hacia formas más complejas de comprensión e intervención en la realidad educativa (Cuesta y otros, 1994; Azcárate y otros, 1994). De ahí que sea imprescindible el cuestionamiento, en la formación inicial, de esas experiencias escolares previas y de las concepciones en ellas elaboradas, como un elemento esencial para la elaboración de un saber profesional significativo. Con ello facilitamos que cada estudiante pueda construir su modelo didáctico personal contrastando su modelo de partida con el modelo alternativo propuesto y desarrollado en el programa formativo.

De acuerdo con todo lo expuesto, consideramos que el objetivo básico de la formación inicial del profesorado de Primaria es, el cambio del *modelo didáctico implícito*

que tienen los futuros profesores, a través de un conjunto de procesos que permita la construcción de un *modelo didáctico personal explícito*, teniendo como elemento de contraste el modelo didáctico de referencia del profesor-formador (Martín, 1994; Azcárate, 1995).

Este planteamiento es coherente con otro elemento que consideramos determinante, el principio de *autonomía*: promover que los estudiantes-profesores alcancen el mayor nivel de autonomía profesional posible en el contexto de la formación inicial: considerado éste como un primer paso de su desarrollo profesional. Como ya decíamos en la primera parte de este trabajo, proponer la autonomía como una meta educativa requiere crear las condiciones para que los profesores actúen autónomamente (Wilucki, 1990). Para ello, los futuros profesores deben construir referentes claros que les permitan analizar todas las variables implicadas en sus decisiones y los efectos que ellas puedan tener. Conseguir que los profesores sean autónomos profesionalmente significa promover el desarrollo de capacidades profesionales que les permitan diseñar, experimentar y evaluar proyectos curriculares reflexionando en y sobre la práctica para descubrir, criticar y modificar los modelos, esquemas y creencias que subyacen a la misma.

En definitiva, la formación inicial no sólo a de buscar explicitar el conocimiento tácito de los futuros profesores sino hacer evolucionar ese conocimiento mediante procesos reflexivos que se apoyen en el tratamiento y resolución de problemas, es decir, en la investigación.

### **3.2 La articulación teórica-práctica en el proceso de formación inicial**

En el ICME-6, celebrado en Budapest en 1988, el Action Group 6 se centro en el análisis de la problemática de la formación inicial y entre sus conclusiones más significativas están: reconocer a la formación inicial como un proceso de aprendizaje del conocimiento profesional, la necesidad de integrar en dicho proceso método y contenido y de darle una orientación hacia la resolución de problemas que permita generar actividades analíticas de carácter reflexivo. Condiciones que, según Dörfler (1988), exigen que los programas de formación articulen unos claros vínculos entre teoría y práctica y que favorezcan los hábitos de reflexión en los estudiantes-profesores.

Establecer dichos vínculos implica establecer estrechas relaciones entre los fundamentos teóricos y su reflejo en las formas prácticas. La consideración del diseño y desarrollo curricular como un proceso de investigación en continua reformulación, supone que la tarea del profesor se convierte en un proceso de formación dirigido a una mejora de su nivel de desarrollo profesional y de su práctica futura, en función de la progresiva construcción de un conocimiento profesional significativo.

#### **3.2.1 El diseño curricular como eje articulador de la formación inicial**

En la formación inicial, la dimensión investigadora del currículum nos permite justificar, en primer lugar la selección y organización de los contenidos de la formación inicial en torno a la problemática curricular y, en segundo lugar organizar el desarrollo de la formación inicial en torno al diseño curricular, como un potente instrumento que nos permite establecer claros vínculos entre la teoría y la futura práctica profesional al ligar

las actividades de clase con las posibles actividades prácticas. La situación deseable es que dichos trabajos de diseño, se puedan poner en práctica en el periodo de prácticas de enseñanza, incluido en el currículum de los estudios de Magisterio, y así poder ser objeto de reflexión y análisis. Sin embargo, este hecho no puede ser generalizable y depende de muchos factores, en la mayoría de los casos incontrolables.

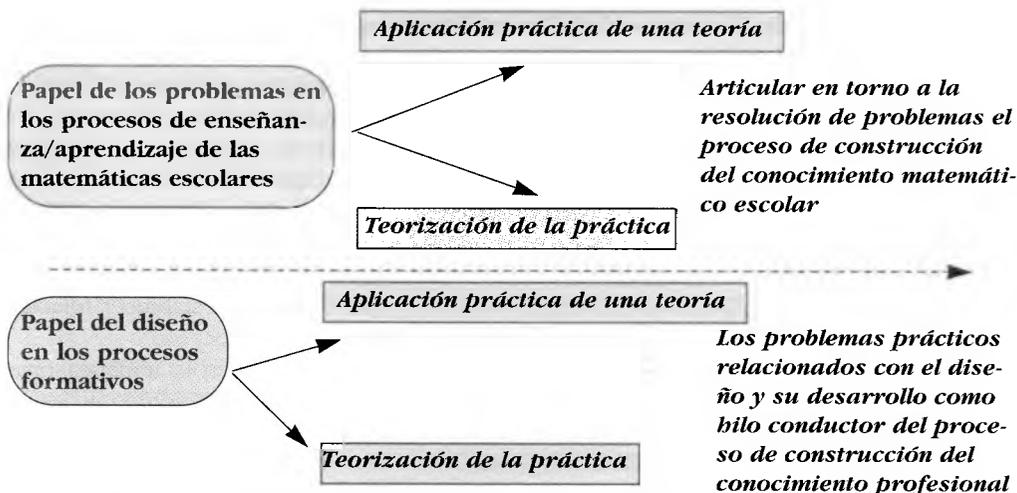
A nuestro entender, la situación más adecuada para la investigación educativa desarrollada por los profesores-formadores y para el desarrollo profesional de los estudiantes de Magisterio estaría ligada a la experimentación curricular. Aunque, como apunta Imbernón (1987), la idea del estudiante-profesor como “experimentador curricular” es una idea muy polémica en el ámbito de los estudios de Maestro.

Esta idea de ligar la investigación educativa, la formación del profesorado y el desarrollo curricular en un único proceso está recogido en la propuesta realizada desde el modelo de *Investigación en la Escuela* (Grupo Investigación en la Escuela, 1991). En dicho proceso no cabe entender que la teoría determina la práctica por un proceso de aplicación o deducción. Se rechaza, por tanto, la idea de que la teoría precede a la práctica (*aplicación práctica de una teoría*), pero, también, que la práctica precede a la teoría (*teorización de la práctica*). Más bien se trata de adoptar una posición interactiva, planteando la relación teoría-práctica en otros términos diferentes.

En cierto sentido el propio proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas escolares ha pasado por los diferentes momentos señalados. Durante generaciones se han considerado los problemas como meras aplicaciones prácticas de una teoría previamente conocida, ello provocaba que se “enseñasen” en primer lugar los fundamentos teóricos y en un momento posterior los problemas (*aplicación práctica de una teoría*). En otro momento se defendieron ciertas propuestas que defendían un aprendizaje de las matemáticas para la vida, partiendo de problemas reales, prácticos e inmediatos. En este caso se otorgaba a las matemáticas escolares un carácter puramente instrumental y, por tanto, la enseñanza de las matemáticas se limitaba a dar fundamentos teóricos a aquellos instrumentos que eran útiles para enfrentarse a los problemas cotidianos y siempre a partir de ellos (*teorización de la práctica*). Desde las orientaciones actuales se propone una orientación de la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas articulada en torno a la resolución de problemas cercanos al mundo del niño, pero en cuyo tratamiento se desarrolle no sólo los conocimientos instrumentales necesarios sino todo su potencial formativo.

Dando un salto de nivel, nosotros, como profesores-formadores desarrollamos procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento profesional de rango didáctico-matemático, podemos caer en la misma problemática. El diseño curricular y su desarrollo es uno de los objetivos fundamentales de la elaboración de un conocimiento profesional adecuado, al igual que la resolución de problemas del entorno es el uno de los fines del dominio del conocimiento matemático escolar. En este sentido (figura 3.2), nuestra propuesta parte de no considerar al diseño como una mera aplicación práctica del conocimiento didáctico-matemático ya elaborado, y situarlo en un momento posterior del aprendizaje, sino tomarlo como hilo conductor del propio proceso de construcción de dicho conocimiento, articulando alrededor de él todo el proceso.

Carr y Kemmis (1988: 128) apuntan que uno de los objetivos de la formación del profesorado, tanto inicial como permanente, es la de “mejorar la eficacia práctica de las teorías que los enseñantes utilizan para conceptualizar sus propias actividades”. En este sentido, una formación que no tenga en cuenta que es en la praxis donde realmente se



*Figura 3.2 Papel de la formulación de problemas en el proceso formativo*

configura los rasgos básicos del saber profesional, nunca será válida para provocar una verdadera transformación de la escuela; entendiendo, como ya apuntábamos en los capítulos precedentes, la praxis como una actividad reflexiva e investigadora, mediadora entre la acción y la teoría, entre el pensamiento y la realidad (Porlán, 1989).

Desde esta perspectiva, consideramos que una de las actividades que mejor favorecen el desarrollo del saber práctico profesional en la formación inicial de Maestros, es realizar diseños curriculares concretos, que supongan un esfuerzo de traducir al lenguaje de la práctica determinados supuestos teóricos. Y, si es posible, aplicar y evaluar dichos diseños, proporcionándoles una oportunidad de reflexionar de forma crítica sobre el desarrollo de la acción (Santos Guerra, 1988). Cuando hablamos de diseño curricular no entendemos éste como una mera aplicación tecnológica de un determinado modelo y conocimiento, sino como una actividad a través de la cual se analizan los problemas específicos de la práctica y la posible reelaboración de la teoría. Es decir, el diseño curricular es una hipótesis mediadora entre la teoría y la realidad que se concreta en una determinada propuesta de intervención (Cañal, 1987).

Esto significa que hemos de situar a los estudiantes-profesores en condiciones de tomar decisiones fundamentadas acerca de las preguntas claves de la actividad docente, las mismas que nos hemos planteado al principio de este trabajo: ¿qué voy a enseñar? ¿por qué y para qué lo enseño? ¿a quién lo voy a enseñar? y ¿cómo voy a enseñarlo y a evaluar?. Estas decisiones deben corresponder a criterios razonados y conscientes.

En verdad, a la de hora de imaginar la futura acción hay infinidad de cuestiones a considerar y numerosas decisiones a tomar tanto de carácter general como de aspectos relacionados directamente con la elaboración del conocimiento matemático. En todo el proceso se refleja una tensión entre las dos lógicas confluyentes: la del estudiante que ha de encontrar un sentido e interés a lo que hace y, en consecuencia, una utilidad para enfrentarse a los problemas de la vida cotidiana (sentido funcional del proceso) y la del profesor que quiere provocar unos determinados aprendizajes en sus alumnos (sentido formativo del proceso).

La elaboración de un diseño curricular implica abordar una serie de problemas, la mayoría de gran complejidad:

- Determinar el marco teórico de referencia donde se encuadra el diseño. Ello supone explicitar los principios que articulan y dan sentido al diseño, lo cual nos permitirá un posterior análisis reflexivo de su validez y de su adecuación al proceso
- Formular los problemas prácticos más significativos del contexto escolar que puedan ser abordados desde el desarrollo del diseño, en cuyo estudio nos vamos a centrar.
- Seleccionar el centro de interés, el proyecto de acción y el problema concreto que se pretende trabajar. Su limitación permite facilitar la implicación del niño en el proceso, al determinar aquellos aspectos que quiere abordar y establecer relaciones con los problemas de su entorno.
- Determinar que tipo de conocimientos matemáticos subyace en la temática propuesta. Se trata de hacer un cierto análisis histórico, epistemológico y socio ambiental, cultural o fenomenológico que permita tener datos sobre la evolución, aplicación y relevancia de dichos conocimientos.
- Analizar los datos disponibles sobre las concepciones de los alumnos, las dificultades y obstáculos detectados y sobre el propio proceso de aprendizaje matemático. Desde el principio constructivistas del que partimos, las ideas de los alumnos son pieza clave en el proceso de aprendizaje. Conocer dichas ideas y sus posible modos de evolución es un dato de gran interés para el futuro desarrollo práctico de las propuestas.
- En función de todo ello determinar, desde un análisis didáctico de los posibles conocimientos puestos en juego, la trama general de conocimientos: conceptos, procedimientos y actitudes, que se adopta como referente para el diseño de la secuencia de actividades, en concreto con lo respecta al conocimiento matemático y sus relaciones con los otros conocimientos.
- También es necesario abordar toda la problemática metodológica que suponen responder a cuestiones como: ¿Qué actividades permiten la explicitación de las ideas previas? ¿Qué secuencia de actividades es la más adecuada para favorecer su evolución en la línea propuesta? ¿Cómo recoger en las actividades los aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales? ¿Cómo relacionar el contenido a trabajar con los problemas de partida para que el proceso tenga un sentido funcional para el niño? ¿Qué tipo de estrategias se deben poner en juego para facilitar el aprendizaje de los alumnos?
- Por último, y para completar el proceso, será necesario plantear cuestiones referidas al proceso de evaluación ¿Qué y cómo evaluar? y ¿Para qué?. La evaluación es la fuente de datos que nos permite el contraste crítico y la posible modificación de las decisiones tomadas y en realidad, debe estar integrada en el propio proceso metodológico, aunque habitualmente se considera como un elemento separado.

En definitiva, las actividades de diseño nos permiten justificar la selección y organización de los contenidos didáctico-matemáticos de la formación en torno a la problemática curricular. Y poner en juego todos los contenidos sobre los que tratamos en el capítulo anterior, pero no desde una perspectiva teórica y estática sino dinámica y aplicada. *"El diseño para los docentes significa profesionalmente un tiempo para dar oportunidad a pensar en la práctica, representándose antes de realizarla en un esquema que incluya los elementos más importantes que intervienen en la misma y que plantean una secuencia de actividades"* (Gimeno, 1992: 314). Toda planificación, responde a determi-

nados esquemas mentales que una vez explicitados pueden ser discutidos y contrastados con otras propuesta y, en consecuencia, modificados. Éste será el núcleo básico de nuestra estrategia metodológica.

### 3.3 Hacia nuestro modelo de intervención

De las ideas expuestas, se puede extraer como nuestra forma de entender la elaboración del conocimiento profesional, parte del supuesto básico de que dicho conocimiento se construye en interacción directa con los problemas prácticos profesionales a los que se enfrenta el profesor en su actividad cotidiana. *"El conocimiento profesional no puede ser transferido, es construido individualmente por cada profesor desde sus propias experiencias, en interacción con el entorno y en un camino que relacione el nuevo conocimiento con el pensamiento previamente elaborado, en un intento de dar sentido al nuevo conocimiento"* (Castle y Aichele, 1994: 4). El conocimiento profesional activamente construido por los profesores es lo que les permite funcionar como sujetos autónomos en la toma de decisiones.

En coherencia, nuestra opción metodológica ha de recoger dicha idea, aunque adaptada a las circunstancias institucionales propias de la formación inicial. Para ello, proponemos dos estrategias fundamentales de forma paralela, aunque, a lo largo del proceso se pueden y deben utilizar otros procedimientos que cobran sentido en el propio desarrollo de la estructura metodológica y que consideramos más adecuado analizar al describir dicha propuestas en el Capítulo IV.

La primera de las dos estrategias básicas, es la lectura y reflexión de documentos sobre diferentes aspectos implicados en la Educación Matemática, seleccionados por nosotros para tal efecto. Las discusiones sobre su contenido, orientadas desde una perspectiva didáctica, permiten confrontar las ideas previas de los estudiantes-profesores sobre los diversos elementos implicados en las lecturas y las ideas aportadas desde los propios documentos. En dichas lecturas se pueden incluir aspectos relacionados, por ejemplo, con los usos e historia del conocimiento matemático y sus diferentes campos, con su análisis estructural, con su proceso de elaboración y comprensión o con propuestas didácticas para provocar discusiones sobre las estrategias más adecuadas para enseñar Matemáticas y por qué. Como apunta Vollrath (1994), consideramos que dicha actividad es un buen punto de partida para el desarrollo de un pensamiento didáctico en los estudiantes-profesores pues le permite conocer sus propias formas de concebir el conocimiento matemático, su enseñanza y su aprendizaje y contrastarlas con otras más elaboradas.

Como elemento complementario e imprescindible de la estrategia anterior, consideramos una segunda estrategia que se focaliza en el diseño de situaciones de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático. En las páginas anteriores hemos ido reflexionando sobre las condiciones necesarias para provocar un adecuado desarrollo profesional. De todo lo expuesto se puede concluir que para promover la autonomía de pensamiento profesional de nuestros estudiantes-profesores, es necesario ponerlos en condiciones de tomar decisiones, reflexionar sobre las posibles consecuencias e implicaciones de dichas decisiones y analizar el marco de referencia implícito en ellas, todo ello en relación con su futura práctica profesional. Por ello, coincidimos con Castle y

Aichele (1994: 6) en pensar que los estudiantes-profesores deben ser *“animados a planificar sus propios objetivos, unidades, temas y proyectos bajo la orientación (que no el control) del formador”*.

Estas actividades de diseño son, por tanto, fundamentales en todo programa de formación, de hecho consideramos que la propia estructura metodológica debe ir caracterizada por las condiciones que impone un proceso de diseño. En el sentido de que las diferentes estrategias señaladas se integran en una secuencia de actividades cuyo objetivo es obtener información significativa que permita al estudiante-profesor tomar decisiones explícitas y conscientes sobre el diseño de las diferentes unidades didácticas.

Entendemos que el siguiente paso natural y necesario sería el desarrollo de dichos diseños y la comunicación y cooperación con profesores en activo. Ya, en el ICME- 4, Biggs (1983) proponía la introducción de los futuros profesores en situaciones de enseñanza reales, completadas como procesos de análisis y reflexión sobre las mismas. Sin embargo, estas actividades, dado el contexto institucional en el que está inmersa la formación inicial y las condiciones legisladas en la Comunidad Autónoma Andaluza, son difíciles de alcanzar y sólo es posible en casos muy determinados. Con ello queremos decir que somos conscientes de que el proceso de formación inicial, que en la mayoría de los casos desarrollamos, esta “cojo” al faltar una parte fundamental del proceso de llegar a ser profesor: el contraste con la realidad.

Si a la fase de planificación en situación de formación le puede seguir una fase de intervención, sobre la base de lo diseñado, que permita reflexionar sobre los resultados de su puesta en práctica, entonces la potencialidad de la actividad aumentaría considerablemente.

## CAPÍTULO IV

### UNA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

En los capítulos anteriores hemos analizado diferentes aportaciones teóricas relacionadas con el proceso de llegar a ser profesor de Primaria, en lo referido al tratamiento de los procesos enseñanza/aprendizaje de la Matemática, extrayendo las ideas fundamentales que van a guiar nuestro diseño didáctico. A continuación pasamos a analizar el contexto en el que se va a desarrollar nuestra propuesta de acción docente, pues sus características y peculiaridades determinarán en mayor o menor medida la orientación y adecuación de nuestra labor como profesores universitarios.

Para analizar dicho contexto, nos hemos basado en el trabajo de Zabalza (1993), en el que describe las diferentes dimensiones que influyen en el proceso de toma de decisiones curriculares. En la figura 4.1 presentamos gráficamente nuestra visión del contexto donde desarrollamos nuestra actividad. Desde las relaciones establecidas entre las distintas dimensiones se pueden diferenciar tres ejes determinantes de nuestra actuación:

- Un primer eje relacionado con el contexto institucional que caracteriza lo que conocemos como el mundo universitario, en nuestro caso nos referiremos a aquellas instituciones que están implicadas en la Formación del Profesorado.

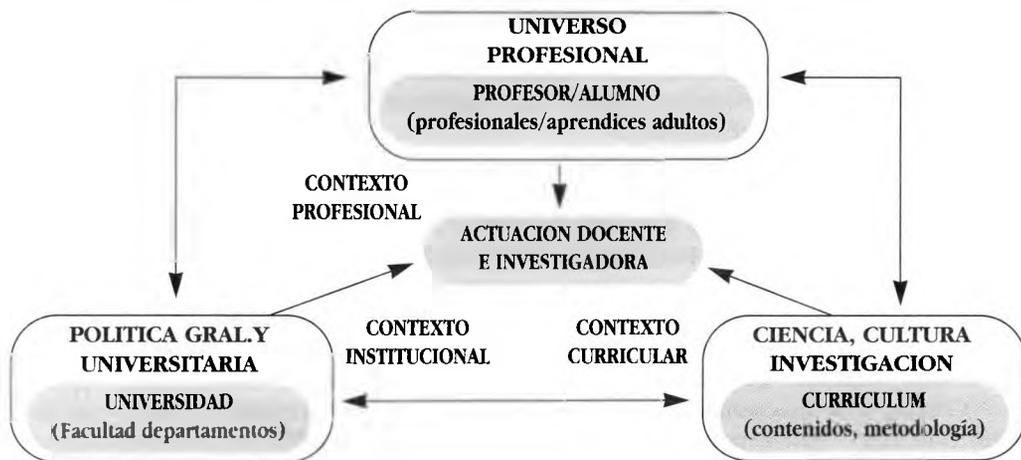


Figura 4.1. Contextualización de la acción docente e investigadora

- Un segundo eje, que tiene que ver con la prescripción de los conocimientos que se han de enseñar, que estará en relación con los avances del conocimiento y con las demandas sociales con respecto a la profesión docente. Nos referimos al contexto curricular.
- Y un tercer eje, vinculado a los profesores en formación como futuros profesionales, las funciones docentes que habrán de desempeñar y su perfil de profesional, informaciones que también determinan el currículum de la formación inicial al configurar sus necesidades formativas. Sin olvidar que en dicho proceso de formación hay que atender a las características específicas, no sólo académicas y profesionales, de aquellos a quien se está formando, los alumnos. En su conjunto estas variables constituyen lo que hemos denominado el contexto profesional.

A continuación analizaremos los diferentes ejes señalados para poder contextualizar nuestra propuesta concreta.

#### 4.1 Contexto institucional, curricular y profesional

Como primer paso, para situarnos, vamos a exponer brevemente el pasado, presente y futuro de la formación de Maestros, como marco de referencia para la necesaria adaptación de los planteamientos expuestos en los capítulos precedentes, al contexto concreto donde se va desarrollar esta propuesta.

##### 4.1.1 Las Escuelas de Magisterio, Las Facultades de Educación y Los Departamentos Didácticos

En España, la tarea de formación de los Maestros de Enseñanza Primaria ha correspondido históricamente a las Escuelas Normales. Hasta 1971, fecha en que se reconoció la categoría universitaria de los estudios y centros educativos encargados de la formación de Maestros, éstos tenían una categoría similar a los centros de Enseñanzas Medias o Escuelas Profesionales, aunque fueron denominados de diferentes maneras a lo largo de su historia: *Seminarios de Maestros*, *Institutos Pedagógicos*, *Escuelas de Magisterio*, siendo la más conocida la de *Escuelas Normales*. La primera Normal fue fundada en Madrid el 8 de marzo de 1839, bajo la dirección de Pablo Montesinos. Su estructuración como centro educativo quedó perfectamente perfilada tras la promulgación de la Ley *Moyano* el 9 de Septiembre de 1857.

Durante sus primeros años de historia estos centros fueron núcleos de las ideas más innovadoras del momento. Un claro ejemplo es la influencia que tuvieron las ideas renovadoras de la *Institución Libre de Enseñanza* (ILE) y del *Krausismo* (Giner de los Ríos, Azcárate, Fernández de los Ríos, etc.). Como analiza Tuñón de Lara (1977), los principios de la ILE acerca de la Educación tienen una gran repercusión en el primer tercio del siglo XX y sirven de orientación a los especialistas y profesionales de la enseñanza, con claras consecuencias en la propia evolución de las Escuelas Normales, de hecho estos centros fueron abanderados de dichas ideas.

Como momentos señalados del devenir de las Escuelas Normales a lo largo de este siglo podemos señalar, por ejemplo, la Ley Romanones de 1900, tras la cual las Escuelas Normales de Maestros pasaron a depender de los Institutos de Enseñanzas Gene-

rales y Técnicas, no así las de Maestras. Pero, fue durante la Segunda República cuando asistimos a uno de los hechos más significativos que va a suponer un profundo cambio de las condiciones y definición de estos Centros. Nos referimos a la implantación del plan de estudio llamado habitualmente "Plan Profesional" (Molero, 1977). Este plan elevó los estudios de Magisterio al nivel universitario, sin perder su categoría de centros profesionales y en el currículum propuesto, concedía un papel relevante a las prácticas de enseñanza, dedicando para ello todo un curso académico. Hoy en día se considera como el mejor y más completo que ha existido en nuestro país en la formación de Maestros. Su implantación fue *"el resultado de un amplio movimiento que, ante todo, pretendió dar un sentido profesional cualificado a la formación de Maestros, entendiendo que en este terreno se fundaba uno de los elementos de progreso de nuestro país"* (Rico y Sierra, 1994: 113). Esta iniciativa queda paralizada a partir de 1936.

Durante los años siguientes y hasta 1967 la Educación en España queda estancada y las Escuelas Normales, llamadas entonces de Magisterio, mantienen la situación y la inercia de principios de siglo, produciéndose en muchos momentos un claro retroceso con respecto a la situación de 1931. La lenta, pero progresiva transformación del contexto social y político, se tradujo a finales de los sesenta en una clara modificación de la formación del profesorado introducida en el decreto del 2 de febrero de 1967. En el que, entre otras cosas, el Bachiller Superior volvió a ser requisito previo para realizar los estudios de Magisterio.

El salto definitivo llega a partir de la Ley General de Educación de 1970, a partir de ese momento las Escuelas de Magisterio, unificadas ya las femeninas y las masculinas, pasaron a llamarse Escuelas Universitarias de Formación de Profesorado de E.G.B. y eran integradas definitivamente en la Universidad. Sin embargo, si bien las Escuelas estaban integradas formalmente en la Universidad, en la realidad se mantuvieron aisladas del mundo universitario, tanto en su funcionamiento, como en su evolución. Este hecho se reflejaba en el tipo de relaciones entre el profesorado, en el poco reconocimiento institucional de estos centros y en la falta de una tradición investigadora entre sus profesores.

El gran cambio vino unido al desarrollo de la L.R.U. del 25 de Agosto de 1983. Para apoyar el doble objetivo docente e investigador que se le asigna, la Universidad española adopta una estructura departamental que le permite la constitución de equipos coherentes de docentes e investigadores. Los profesores de las Escuelas de Magisterio quedan adscritos a un área de conocimiento y vinculados con un Departamento Universitario. Esto ha supuesto una auténtica integración de las instituciones de formación de Maestros en la Universidad Española, rompiendo con ello su habitual aislamiento del resto de la institución universitaria. La constitución de Departamentos de Didácticas Específicas ha posibilitado la iniciación de núcleos de investigación serios en estos campos del conocimiento y el intercambio entre profesionales de las diferentes áreas. Uno de los logros más relevantes ha sido la organización y desarrollo de programas de doctorado relacionados con la Educación en sus diferentes vertientes. Ello ha provocado el progresivo reconocimiento de la Investigación Educativa como un campo de investigación fundamental en el ámbito universitario.

Como resultado de todo el contexto de Reforma en que estamos inmersos y del desarrollo de las distintas leyes que la regulan, en gran parte de las Universidades españolas, la Escuela Universitaria de Profesorado de E.G.B. se ha transformado reciente-

mente en Facultad de Ciencias de la Educación. Este proceso no sólo supone un cambio en la denominación del Equipo de Gobierno del Centro, de su Junta de Centro y de la denominación del edificio, supone también una nueva orientación y nivel de los profesores que forman parte de su claustro y un mayor compromiso de todo el colectivo con respecto a la Investigación Educativa y su reflejo en la práctica docente tanto universitaria, como no universitaria.

La creación, transformación, de este Centro responde al espíritu de la Disposición Adicional Duodécima 3 de la Ley Orgánica de Ordenación del Sistema Educativo de 1990 que dice: *“Las Administraciones educativas, en el marco de lo establecido en la ley orgánica 11/1983 de 25 de agosto, de Reforma Universitaria, impulsará la creación de centros superiores de Formación del Profesorado en los que se impartan los estudios conducentes a la obtención de los distintos títulos profesionales establecidos en relación con las actividades educativas, así como las actuaciones de formación permanente del profesorado que se determinen. Asimismo dichos centros podrán organizar los estudios correspondientes a aquellas titulaciones de carácter pedagógico que el desarrollo de la presente ley aconseje crear”*. Y, como consecuencia de ello, se ha creado un centro que intenta unificar la docencia y la investigación en el campo de la Formación del Profesorado y en la formación de profesionales de la Educación en general.

La LRU ha consagrado una Universidad de carácter departamental en su funcionamiento como institución. Los Departamentos constituidos están integrados por una o varias áreas. Su puesta en marcha nos permite ir asentando las diferentes líneas de investigación iniciadas desde los Departamentos e integrar profesionales de otros niveles educativos en los procesos de investigación educativa iniciados desde la propia Facultad de Ciencias de la Educación y en concreto desde los Departamentos de Didáctica. Asimismo posibilita la elaboración y defensa de tesis doctorales en las diversas áreas, entre ellas la Didáctica de la Matemática, integradas en los diferentes Departamentos.

#### 4.1.2 Las nuevas titulaciones de Maestros

Ya hemos respondido a la pregunta ¿dónde estamos?, haremos ahora referencia a la estructura curricular a la que responde esta propuesta de acción. Dicha estructura se refiere a la organización establecida para la Formación de los Maestros desde las Administraciones educativas y desde las propias Universidades, de reciente transformación.

Sin embargo, la reforma actual de la formación del profesorado no debemos contemplarla sólo dentro de la reforma de los planes de estudio universitarios, emprendida por el Consejo de Universidades para la puesta en práctica de la L.R.U., sino también en relación directa con las necesidades que provoca la nueva configuración del Sistema Educativo propuesta por la L.O.G.S.E.

En la década de los ochenta, tras un proceso de análisis y reflexión, se puso de manifiesto la necesidad de adecuar el Sistema Educativo Español a las nuevas necesidades y características de la sociedad española sometida a numerosos e importantes cambios de diversa índole: políticos, sociales, económicos, culturales, etc. Tras un periodo de propuestas y debate se publica en 1989 el *Libro Blanco para la Reforma del Sistema Educativo* y en Octubre de 1990 es aprobada la *Ley de Ordenación General del Sistema Educativo* (L.O.G.S.E.).

En el conjunto de documentos que estructuran la LOGSE se aprecian modificaciones significativas con respecto a la ordenación existente en la *Ley General de Educación (L.G.E.)* de 1970. Hay un importante cambio en cuanto a la estructura de la Enseñanza Obligatoria. Ésta se extiende hasta los 16 años y en ella se diferencian los niveles de Primaria y Secundaria. La Primaria se corresponde con la etapa de 6 a 12 años y su desarrollo queda bajo la responsabilidad de los Maestros de las distintas especialidades. La Secundaria abarca la etapa de 12 a 16 años y es responsabilidad de los Profesores de Secundaria, licenciados en los diferentes campos del conocimiento. Por otro lado queda regulada la Educación Infantil que se sitúa entre los 0 - 6 años y la Educación Secundaria Pos-obligatoria, entre los 16-18, ya como paso previo al ingreso en la Universidad, ya como Formación Profesional.

En cuanto a su filosofía, una de las introducciones más novedosas es el papel que los inspiradores de la reforma otorgan a los contenidos. Si bien el contenido sigue siendo un elemento importante ya no es la variable fundamental del currículo ni la única que debe tenerse en cuenta en su desarrollo; su tratamiento debe integrarse de forma flexible dentro de un contexto más amplio. Con respecto a lo que concierne a nuestra área de conocimiento, en el desarrollo curricular propuesto, la asignatura de Matemáticas está presente en todos los cursos tanto de la Educación Primaria como Secundaria. La nueva concepción y tratamiento de la enseñanza de la Matemática en el Diseño Curricular, en palabras de Rico (1992: 21): *“está inspirado en las corrientes más conocidas y respetadas en las comunidades de Educadores Matemáticos anglosajones, con una fuerte tendencia a valorar las competencias cognitivas que se derivan de los procedimientos y estrategias necesarios para la resolución de problemas. El currículo tradicional de matemáticas español, usualmente influenciado por las corrientes racionalistas y estructuralistas francesas y centroeuropeas, queda fuertemente modificado por un planteamiento empirista, pragmático y procesual de procedencia anglosajona y, parcialmente, holandesa”*.

El campo de la Matemática ha cambiado radicalmente su orientación, pasando de desempeñar un papel meramente instructivo a tener una función educativa más amplia, integrada en un planteamiento educativo general. Las Matemáticas son consideradas como una de las formas básicas de expresión en nuestra cultura, que han de permitir al ciudadano comunicar, interpretar, predecir y conjeturar sobre los hechos de la realidad cotidiana. Quedan en un segundo plano los aspectos formales y se constata claramente el carácter constructivo del conocimiento matemático. Como consecuencia de todo ello los contenidos propuestos han sufrido una clara transformación, no sólo en su estructura sino también en su selección. Los contenidos propuestos posibilitan un mayor acercamiento de la matemática al mundo real, como se refleja en el auge de la Geometría o en la inclusión del tratamiento de la información y el estudio del azar. Por otro lado se especifican no sólo los conceptos que deben ser tratados sino también los procedimientos y actitudes que deben ser desarrolladas. Todo ello supone un cambio sustancial en la preparación del profesorado que responda a los requerimientos de la nueva estructura y contenido del sistema educativo. El profesor de Matemáticas se enfrenta a nuevos y profundos retos y, sin una adecuada formación inicial y permanente, para ser capaz de llevar a cabo las nuevas propuestas, podemos enfrentarnos a un claro fracaso de LOGSE, en general, y de las nuevas finalidades de la Educación Matemática, en particular.

Un análisis serio y riguroso de esta realidad fue una de las razones por la que desde diferentes foros, se reivindicó la necesidad de dotar a los estudios de Maestro del carácter de licenciatura con diferentes especialidades excluyentes, dada la complejidad y necesaria extensión de su formación (Salvador y Sanjosé, 1989). Imbernón (1994: 49), argumenta que era *“lógico pensar que en sólo tres cursos académicos el tiempo dedicado al estudio, la reflexión y a las prácticas resulta insuficiente para la preparación profesional del profesorado. Lo que significa una formación de rango inferior e insuficiente y una devaluación de la profesión”*. La propuesta del llamado Grupo XV, al que le correspondía las propuestas de los estudios pedagógicos y de formación del profesorado, recogía cuatro años para los estudios de Maestros y, para los profesores de Secundaria, un primer ciclo de tres años de formación científica completados con dos años de formación científica-didáctica. Estas propuestas suponían una modificación sustancial de la formación del profesorado.

Sin embargo, a pesar de los argumentos de diversa índole que aconsejaban la ampliación de los estudios hasta el nivel de licenciatura, estas reivindicaciones no fueron contempladas por los responsables administrativos. En consecuencia, los estudios de Maestro han quedado enmarcados en una Diplomatura con una carga lectiva de entre 180/200 créditos, distribuidos en tres cursos académicos; aunque, evidentemente, una diplomatura resulta a todas luces insuficiente para ofertar una formación adecuada en lo científico, en lo cultural y en lo psicopedagógico (Esteve, 1993). La titulación obtenida es común en todas las especialidades y les habilita para impartir la docencia en todo el nivel de Primaria, completada con una titulación específica en función de la especialidad que cursen. Como apuntan Rico y Sierra (1994: 178) *“la regulación de la formación del profesorado se cierra en falso en esta reforma universitaria”*.

Como podremos observar a continuación, en la actualidad, con los nuevos planes de estudio nos movemos con márgenes muy estrechos para conseguir una adecuada formación de los Maestros para su futura actividad profesional.

A lo largo de la historia los diferentes planes de estudio que se han implantado en los estudios de Maestros siempre han sido consecuencia de modificaciones sociales y políticas que suponían diferentes demandas educativas. En un plazo de escaso medio siglo, la sociedad española ha sufrido una transformación sin precedentes: desde una vida fundamentalmente rural hasta una forma de vida urbana inmersa en la tecnología, donde la disponibilidad de medios e información han variado totalmente las formas de adquirir y disfrutar la cultura. Hecho que, evidentemente, se ha ido reflejando en las sucesivas actualizaciones de los estudios para Maestro (“Plan Profesional” de 1931; “Plan de Bachilleres” de 1940; Planes de 1942, 1945, 1950, 1967; Plan de 1971 que elevó de nuevo al nivel universitario de Primer Ciclo los estudios de Maestro).

El plan de estudios de 1971 ha perdurado hasta hace muy pocos años, cuando se inició la reforma de los planes de estudios universitarios. Este plan, considerado experimental en principio, en el caso de la Universidad de Cádiz no llega nunca a ser definitivo. Se impartían seis especialidades: Ciencias, Sociales, Lengua, Preescolar y posteriormente Educación Física y Musical. En todas ellas, el área de conocimiento de Didáctica de la Matemática estaba presente con menor o mayor peso.

A partir de 1990 se inició el proceso de debate para la elaboración de los nuevos planes de estudio que regulasen la formación de Maestros dentro del contexto de la reforma universitaria.

En el BOE de 11 de Octubre de 1991 aparecen las directrices correspondientes a los nuevos planes de estudio del título universitario de Maestro. En dichas directrices se especifican las materias troncales de cada especialidad asignadas a cada una de las áreas de conocimiento, entre ellas las correspondientes al área de Didáctica de la Matemática: (8 créditos en la especialidad de Educación Primaria); (6 créditos en la especialidad de Educación Infantil) y (4 créditos en las especialidades de Lengua Extranjera, Educación Musical y Educación Física). La concreción de estas materias en asignaturas, así como la propuesta de materias obligatorias y optativas y del practicum que configuran definitivamente el plan de estudios, es competencia de cada universidad.

En general las disciplinas relacionadas con la Didáctica de la Matemática han quedado con un peso mucho menor que en los planes de estudio anteriores. El número de horas que los futuros profesores dedicarán al estudio de la enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático es el más bajo de todos los planes de estudios de este siglo. En algunos casos la presencia se ha reducido hasta un 50%, en referencia a los planes de 1971, y en otros hasta ha desaparecido, como en el caso de las especialidades de Audición y Lenguaje y Educación Especial. En estas dos especialidades, el área de Didáctica de la Matemática no es recogida en el conjunto de materias troncales a ningún nivel, si bien el título que obtienen los estudiantes les sigue habilitando para impartir docencia en toda la Primaria. En general hemos asistido a un claro retroceso en cuanto a las expectativas que teníamos, como profesionales del área de Didáctica de la Matemática y, por tanto, de la Formación del Profesorado, para acercarnos a una verdadera profesionalización de los estudios de Maestro.

La propuesta de intervención que presentamos, intentar reflejar las reflexiones hechas en los capítulos anteriores en el diseño concreto de la disciplina de *Matemáticas y su Didáctica*, referida al estudio de los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático a lo largo de toda la Primaria y se corresponde con la troncalidad de cada especialidad. Nuestra intención es hacer un diseño general de la disciplina recogiendo todo aquello que consideramos necesario que un profesor debe conocer para un adecuado tratamiento del conocimiento matemático en las aulas de Primaria. Es evidente que el diseño completo no podrá ser desarrollado en todas las especialidades; en cada caso, en función del número de créditos correspondientes y del grupo en cuestión, será necesario hacer una adaptación del diseño. Sin embargo, creemos que para los alumnos de todas las especialidades es imprescindible obtener una visión global de la Educación Matemática y una aproximación a la problemática específica de los diferentes campos del conocimiento matemático, el problema es como conseguirlo con un tiempo tan limitado.

#### 4.1.3 Futuro profesional. Expectativas y Funciones

Hemos descrito hasta ahora las características del contexto universitario en el que surge esta propuesta, así como la concreción curricular en la que está inmersa. Sin embargo, nuestras referencias contextuales quedarían limitadas si no analizáramos por un lado, qué tipo de profesional está demandando la sociedad, para qué funciones, con qué conocimientos, habilidades y actitudes. Y por otro, que aspectos de los futuros profesores, como alumnos, son importantes de considerar y conocer al elaborar el diseño de la intervención en procesos formativos.

Como ya hemos indicado en anteriores ocasiones, la situación de reforma en la que nos encontramos es producto del fenómeno de cambio a la que se enfrenta la sociedad actual en todos los ámbitos, científico, social, político, cultural, económico, etc. La naturaleza de estas transformaciones y la rapidez con que se producen, exige del sistema educativo una actualización coherente con dicha realidad.

El sistema educativo español desde la promulgación de la LOGSE, ha sufrido una gran transformación tanto en su organización, como en sus planteamientos. Las nuevas orientaciones se caracterizan, entre otras cosas, por:

- Plantear un currículo abierto susceptible de concreción y adaptación al entorno de los alumnos.
- Ofrecer una información común para todos, integral y de carácter polivalente, posibilitando una posterior optatividad de especialización.
- Incorporar al currículo escolar contenidos que actualmente eran mantenidos fuera del sistema y que hoy son reclamados como parte fundamental del desarrollo individual y colectivo.
- Intentar preparar a los estudiantes para integrarse en la sociedad como ciudadanos activos, autónomos y críticos, proporcionándoles los instrumentos necesarios para ello. Y fundamentalmente,
- *Otorga al profesorado un papel activo y protagonista en el desarrollo de las propuestas curriculares, con una mayor autonomía en la elaboración y concreción de su labor docente.*

Si nos focalizamos en el área de Matemáticas el cambio propuesto desde los planteamientos de la reforma, como ya hemos apuntado, ha modificado radicalmente su orientación con respecto a los currícula precedentes (Gómez, 1991; Rico, 1990; Rico, 1992; Rico y Sierra, 1994). El punto de partida de esta divergencia es la consideración de las matemáticas como un saber que se construye y en el que la formalización es ahora un objetivo final no un punto de partida, en línea con los planteamientos epistemológicos actuales (Cañon, 1993). La constatación del carácter constructivo del saber matemático y la explicitación de su valor como herramienta general de uso y de razonamiento, son las dos premisas básicas del nuevo currículo matemático; sobre ello ya hemos reflexionado en capítulos precedentes.

Desde las propuestas oficiales de la comunidad andaluza, *“la finalidad que se le atribuye a la formación matemática es la de favorecer, fomentar y desarrollar en los alumnos la capacidad para explorar, formular hipótesis y razonar lógicamente..., la Matemática debe presentarse más como un proceso de búsqueda, de ensayos y errores, que persigue la fundamentación de sus métodos y la construcción de significados a través de la resolución de problemas, que como un cuerpo de conocimientos definitivamente organizado y acabado”* (BOJA, 1992)

Por tanto, al menos en las intenciones, se defiende el carácter evolutivo del conocimiento matemático; se le reconoce como un conocimiento en permanente desarrollo y cambio, que nos permite interpretar, codificar y comunicar la información que proviene de la realidad. En otras palabras: *“se conciben a las matemáticas como un saber-herramienta, cuyas posibilidades, condicionamientos y limitaciones, en relación a las situaciones que pueden presentarse al ciudadano medio, deben ser dominadas por los alumnos.”* (Defior, 1990: 16).

Sin embargo, aunque los presupuestos de la reforma conectan perfectamente con algunas de las corrientes actuales de la Educación Matemática, el conjunto de los profesores en activo, encargado de poner en práctica la propuesta, no está ni está, siendo, preparado para ello. Es más, en la actual situación de las diplomaturas de Magisterio nos encontramos con un hecho que, como poco, es singular: la formación inicial, que es la base de la puesta en marcha de cualquier cambio educativo con proyección de futuro, carece de una filosofía educativa coherente con el nuevo modelo de escuela que se pretende desarrollar desde la Administración. Como hemos podido observar y vivir en muchas de nuestras universidades, gran parte de las decisiones referidas a los nuevos planes de estudio de las titulaciones de Maestro, en sus distintas especialidades, han sido tomadas más por razones corporativas que por un análisis serio y riguroso de los requerimientos del nuevo profesorado y del sentido de la profesión docente.

La presencia de la Matemática a lo largo de toda la Educación Obligatoria y su consideración como parte esencial de la formación del ciudadano, exige una preparación adecuada de los profesores en lo que respecta a la enseñanza/aprendizaje de este campo del conocimiento. Formación que, por otro lado, debe responder a los requerimientos de la nueva estructura, orientación y contenido del sistema educativo.

En general, todo cambio en la forma de concebir la educación conlleva una nueva concepción del profesor y de su papel en el aula. Al poner en marcha una reforma curricular de la envergadura de la propuesta desde la LOGSE, los profesores cobran un nuevo y fuerte protagonismo (Forner, 1993). Como desde el propio Ministerio se reconoce, *“la calidad de un sistema educativo depende principalmente del profesorado. Su tarea es compleja y delicada, por lo que necesita una preparación idónea”* (MEC, 1987). Si analizamos el conjunto de documentos que describen los distintos diseños curriculares, podemos observar como el profesor, en el desarrollo de su labor docente, pasa de ser un mero transmisor de conocimientos, entre ellos los matemáticos, a ser un promotor y facilitador del aprendizaje de sus alumnos.

En el *Libro Blanco para la Reforma del Sistema Educativo* se recoge claramente el perfil del docente deseable, como un profesional capaz de analizar el contexto en que se desarrolla su actividad, de planificarla y de dar respuesta a los problemas educativos con los que se enfrenta, desde los presupuestos de una sociedad cambiante como la que vivimos. Idea que se concreta más tarde en el apartado de la LOGSE dedicado a la formación de profesores: *“La formación del profesor ha de incluir un conjunto de conocimientos, de actitudes y de capacidades requeridas para su intervención autónoma y eficaz en el aula. Así pues, el profesor será capaz de responder a las exigencias del conocimiento disciplinar e interdisciplinar que enseña, de diagnosticar la situación de aprendizaje del individuo y del grupo, de concretar y acomodar las propuestas curriculares genéricas a las situaciones peculiares y cambiantes del aula, de formular y de desarrollar instrumentos, técnicas y materiales didácticos, de organizar el espacio y el tiempo en el aula...; en definitiva, el docente ha de estar preparado para diseñar, analizar y evaluar científicamente su propia práctica”*

Esta consideración del futuro profesional y de las competencias que un adecuado desarrollo de su profesión le demanda, nos orienta a la hora de diseñar nuestra propuesta, en la medida en que siempre debemos tener presente a qué tipo de profesional vamos a formar y cuáles son las competencias profesionales en las que hemos de incidir. Ello nos va a permitir especificar con mayor relevancia las metas que nos propone-

mos conseguir, los contenidos a seleccionar, así como las estrategias didácticas a poner en juego para conseguir dichos objetivos.

#### 4.1.4 Los alumnos de las Facultades de Educación

Creemos que para afrontar con un cierto rigor el diseño y desarrollo de un proyecto de acción educativa es necesario aproximarnos a las características generales de los alumnos con los que vamos a trabajar en nuestras aulas. En este caso hay tres datos que consideramos significativos a tener en cuenta a la hora de diseñar procesos de enseñanza/aprendizaje para el alumno universitario: su procedencia, sus expectativas/ aspiraciones profesionales y su propia adultez como característica diferenciadora.

Los alumnos que cursan la diplomatura de Maestro de nuestra Facultad proceden en su mayoría de la Selectividad. Hay un pequeño porcentaje, en torno a un 5%, que son ya titulados y están cursando otra especialidad, un pequeño número de alumnos, fundamentalmente en la especialidad de Educación Infantil, proceden de los estudios de escuelas infantiles de Formación Profesional. En relación con las características psicossociales de los alumnos de Magisterio, en líneas generales, son estudiantes de nivel cultural y socio-económico medio (Ortega, 1988). Este origen condiciona, en cierta medida, el bagaje cultural que el estudiante aporta cuando entra en nuestras Facultades de Educación.

Otro aspecto que influye decisivamente en los estudios de Magisterio es la fuerte selección existente en otras titulaciones. Este hecho se traduce en una alta masificación de las Facultades de Educación, provocada en muchos casos por el número de estudiantes que optan por la titulación de Maestro al no poder estudiar otras carreras. Según un estudio realizado por profesores de la Facultad de Educación de Cádiz (Marcilla y Ramiro, 1990) un 55% de los alumnos eligieron esta carrera por razones vocacionales en primer lugar, el resto como plataforma para otras carreras o porque no pudieron entrar en otros estudios.

A la vista de la clara reducción de la natalidad de los últimos años y, en consecuencia, de la población escolar, es fácil concluir la gran dificultad de la mayoría de nuestros alumnos para encontrar un puesto de trabajo dentro del ámbito de las profesiones educativas. Todo ello se refleja en una falta de motivación por parte de los alumnos a la hora de afrontar sus estudios; frente a un futuro laboral más que incierto, no es fácil implicarlos en la necesidad de su formación como docentes.

Por último, de todas las características en relación con los alumnos universitarios merece especial atención, por su influencia en el diseño de la materia, la referida a la edad de los mismos. El alumno universitario es un aprendiz adulto, con connotaciones o rasgos específicos (derivados de su edad) en su forma de adquirir el conocimiento.

Sintetizando las principales características de este aprendizaje (Marcelo, 1992), podríamos señalar como aspectos de necesaria consideración para el diseño de nuestra materia las siguientes:

- El adulto como sujeto, dispone de creencias, teorías, experiencias y conocimientos previos y, en consecuencia, es necesario diseñar un tipo de enseñanza concebida más como facilitación y construcción de nuevos modos de pensamiento y acción que como transmisión a asimilar miméticamente por el alumno.
- El adulto como sujeto, hace uso de procesos de aprendizaje basados en la revisión, contraste y reconstrucción de sus creencias, conocimientos, etc. y, por tanto,

es necesario ofrecerle un entorno de apoyo estimulante cuyo foco primario se centre en la indagación reflexiva, como medio de desarrollo epistemológico y cognitivo.

En la misma línea, Ferreres (1991: 2) señala que la enseñanza/aprendizaje en la Universidad se caracteriza por los siguientes rasgos:

1. *Presupone el dominio de un conjunto de conocimientos, métodos y técnicas que deben de conducir al alumno a una progresiva autonomía en la adquisición de conocimientos.*
2. *Debe llevar a la integración de los procesos de enseñanza-aprendizaje con la investigación, manteniendo entre ellos una articulación coherente. Ello implicará sustituir una enseñanza esencialmente transmisiva por otra en la que se simulen, de forma gradual, los procesos de investigación. Esta integración investigación-enseñanza implica una tarea difícilmente asumible si no es en equipo. El trabajo en el aula se convierte así en un proceso de investigación.*
- 3 (...) *Junto al profesor/a interviene el alumno/a que tiene presupuestos propios sobre el saber, la enseñanza y las disciplinas que estudia.”.*

Se habla pues del alumno como aprendiz adulto, con un fondo propio y, en principio, con autonomía para dirigir y participar en su propio aprendizaje. Por tanto, se destierra la idea de la Universidad como expendedora de conocimientos acabados y a los alumnos como receptores o destinatarios pasivos de los mismos. Entre las consecuencias didácticas, García Llamas (1986) destaca las siguientes:

- Tendencia a no mostrar interés por cursos multiteóricos.
- Necesidad de integrar las nuevas ideas con las ya sabidas.
- Integración lenta de la información conflictiva con sus ideas previas.
- Adquisición rápida de la información coherente con lo ya conocido.

En consecuencia, como implicaciones para el desarrollo de la propuesta debemos señalar entre otras:

- Presentar la información nueva de forma gradual.
- Considerar instrumentos que permitan organizar la información y relacionarla con la previamente adquirida.
- Introducir información a un ritmo que permita su adquisición.
- Situar cada contenido en un conjunto más amplio que permita su interrelación.
- Facilitar la realización de proyectos autodiseñados.
- Concretar y elaborar esquemas y conclusiones para facilitar la reflexión.
- Facilitar la participación activa del alumno universitario.

Todos estos aspectos, orientan, modelan y concretan el diseño curricular de la asignatura en cuanto a los objetivos, selección de contenidos, estrategias didácticas a utilizar, actividades a proponer, sistema de evaluación, etc., de tal forma que, los principios de individualización y diversidad educativa, se autoapliquen y guíen un programa que pretende formar profesionales respetuosos y coherentes con dichos principios.

#### **4.2. Diseño curricular**

La planificación de la actividad docente es una tarea fundamentalmente de reflexión en la que el profesor se cuestiona el por qué, el qué y el cómo enseñar, es el momen-

to donde los docentes preparamos el marco para actuar, coherente con nuestros principios. En palabras de Clark y Peterson (1990: 454), la planificación es un *“proceso mental interno del profesor, por el que éste se representa el futuro, pasa revista a medios y fines y construye el marco que le ha de servir de guía en su actividad futura”*.

En la actualidad coexisten diferentes términos que pueden representar la acción de planificar, que en ocasiones se utilizan como sinónimos: planificar, preparar, programar, diseñar, prever, etc. Sin embargo, desde nuestra forma de concebir la planificación docente, el término que mejor la representa es el de diseñar, entendiendo que: *“diseñar el currículum se refiere al proceso de planificarlo, darle forma y adecuarlo a las peculiaridades de los niveles escolares”* (Gimeno, 1992: 224). Si bien la acción de diseñar puede ser afrontada desde una gran diversidad de modalidades, en todo caso, presupone una serie de dimensiones en torno a las que se han de plantear los problemas más relevantes, como son: objetivos, contenidos, metodología y evaluación.

Por tanto, la propuesta de actuación docente para el desarrollo de esta asignatura la organizamos desde la formulación de unos objetivos generales que se particularizan en el tratamiento de unos contenidos seleccionados y organizados de acuerdo con dichos objetivos y en una estrategia metodológica concreta.

#### 4.2.1 Presentación de los objetivos

La formulación de unos fines u objetivos de carácter general reflejan nuestras intenciones y orientan nuestra labor en el desarrollo de una disciplina concreta. Nuestra propuesta de acción, como ya hemos indicado, se concreta en el diseño curricular relativo a la asignatura de “Matemática y su Didáctica”, en el marco de la formación inicial de profesores de Primaria.

Como formadores de profesores y desde los principios que constituyen nuestro modelo didáctico, el fin último de toda nuestra actividad educativa se dirige a fomentar en los estudiantes-profesores, su capacidad de autonomía y su espíritu crítico e investigador. Desde él, consideramos que el *objetivo general* de esta asignatura es el de:

*Iniciar al alumno en su proceso de desarrollo profesional como profesor-investigador favoreciendo la elaboración de su propio modelo didáctico, a través de la construcción de un conocimiento profesional didáctico-matemático adecuado que permita la comprensión y análisis de los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas escolares.*

Nuestro principal objetivo es, por tanto, desarrollar en nuestros alumnos la capacidad y el interés de seguir analizando y profundizando en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Este objetivo de carácter global podemos desglosarlo analíticamente, expresándonos en términos más concretos. Intentamos que los futuros maestros desarrollen:

- (\*) Los conocimientos didáctico-matemáticos necesarios para afrontar la enseñanza de los contenidos matemáticos del currículum de Primaria desde las diferentes perspectivas.
- (\*) La capacidad de observar, comprender y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje del conocimiento matemático y el desarrollo del pensamiento matemático de los niños.

- (\*) Una comprensión adecuada de la visión constructiva y crítica subyacente en los planteamientos de una metodología didáctica basada en la investigación del niño y en la evaluación, entendida ésta como regulación del proceso de enseñanza/aprendizaje matemático.
- (\*) La capacidad de diseñar, desarrollar y evaluar propuestas didácticas coherentes con el carácter interdisciplinar y constructivo del conocimiento matemático e integradas en el currículum de Primaria.
- (\*) La capacidad necesaria para consultar, trabajar y seleccionar críticamente documentación en torno al desarrollo del currículum matemático en la Educación Primaria.
- (\*) La capacidad de buscar, consultar, analizar, contrastar y seleccionar información sobre aspectos generales de la Educación Matemática.
- (\*) La capacidad de generar procesos de reflexión crítica sobre su propio trabajo, sobre el proceso seguido y sobre las diferentes decisiones tomadas.
- (\*) Actitudes positivas hacia una enseñanza y aprendizaje comprensivo de las matemáticas y hacia la innovación como elemento indisoluble del desarrollo profesional.

Estos objetivos generales se concretarán vinculados al desarrollo de los diferentes bloques y unidades que hemos diseñado.

#### 4.2.2 Presentación de los contenidos

A la hora de diseñar la futura actuación en el aula uno de los aspectos más determinantes son los contenidos que vamos a trabajar, su selección, su organización y su temporalización.

(\*) *Criterios de selección de los contenidos.* Si consideramos la gran amplitud y complejidad del conocimiento relacionado con el estudio de la Educación Matemática y lo cruzamos con las limitaciones temporales y contextuales, podemos concluir sobre la necesidad de llevar a cabo un proceso de selección de los contenidos a trabajar. Dicha selección debe estar orientada a que nos permita, por un lado, disponer de una planificación practicable en el tiempo y, por otro, incidir realmente en los objetivos que nos hemos marcado.

La Educación Matemática, como ya hemos indicado en anteriores ocasiones, está enmarcada en un contexto social determinado a cuyas demandas formativas ha de dar una respuesta adecuada. Ello presupone, necesariamente, tomar diferentes decisiones, que si bien no están nunca exentas de valores y puntos de vista, tampoco de argumentos y razones.

Como analiza Niss (1995), ya sea desde una perspectiva analítica o desde una perspectiva constructivista/normativa, es decir, curricular, a la hora de tomar decisiones sobre cuales son los conocimientos matemáticos necesarios, para quién y cómo han de ser tratados, surgen tres problemas relacionados entre sí y que son cruciales para la Educación Matemática:

- *el problema de la justificación*, que hace referencia al por qué y al para qué de la Educación Matemática en los distintos niveles educativos,
- *el problema de la posibilidad*, que gira en torno a la concreción de la pregunta a quién es posible enseñar matemáticas y cuáles, en el sentido de que a quién va

dirigida y quién está en condiciones de adquirir determinados conocimientos matemáticos. Aspecto relacionado con los fines y objetivos específicos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática y las condiciones adecuadas de los sujetos aprendices,

- *el problema de la puesta en práctica*, relacionado con el marco estructural y organizativo dentro del cual se desarrolla la Educación Matemática, es decir, el qué y el cómo de su puesta en acción en un aula y nivel determinado.

Considerando a nuestros alumnos como futuros profesores, hemos seleccionado los contenidos a trabajar en función de aproximar a los alumnos a estos tres interrogantes y sus posibles respuestas personales. Dada su relevancia en el desarrollo de la Educación Matemática, pensamos que el análisis y concreción de las informaciones que pueden permitir dar respuesta dichos interrogantes, es un instrumento válido para la construcción significativa de conocimiento profesional relativo a la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En la práctica de los profesores en ejercicio, como puntualiza Winkelman (1994), estos tres problemas han de ser tratados simultáneamente o en un proceso cuasi en espiral, ya que, en ellos está implicada, indiscutiblemente, la interacción teoría -práctica.

En última instancia, a la hora de seleccionar los contenidos a trabajar, otro de los criterios utilizados ha sido facilitar la posibilidad real en el tiempo de un cuestionamiento y modificación de las ideas de los futuros maestros sobre los diferentes aspectos señalados y una profundización sobre los conceptos matemáticos que han de trabajar. Ello nos ha llevado a ser muy selectivos y no extendernos en un gran número de "temas", lo cual puede representar una gran dificultad a la hora de ser tratados adecuadamente en el aula.

(\*) *Organización de los contenidos*. En consecuencia, hemos estructurado el desarrollo de la asignatura "Matemáticas y su Didáctica", en torno a dichos problemas, adaptados a su posible papel en la formación de profesores. Los conocimientos a trabajar están organizados y secuenciados en tres grandes bloques (cuadro 4.1):

- Un *primer bloque* de contenidos cuyo objetivo es analizar las razones, motivos y argumentos de la Educación Matemática y, en consecuencia, determinar sus fines u objetivos globales y su papel en la sociedad. Para ello, entre otras cosas, es necesaria la reflexión sobre algunos de los fundamentos de la Educación Matemática, concretamente los de carácter sociológico e ideológico (a través de su rol en la sociedad y como elemento fundamental de la cultura) y epistemológico (analizando las diferentes concepciones de la Matemática y la propia naturaleza de las matemáticas escolares).
- El *segundo bloque* de informaciones está relacionado con el análisis de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, sus objetivos y fines específicos y, en consecuencia, con las condiciones generales tanto de su aprendizaje como de su enseñanza. Para ello analizaremos las diferentes teorías del aprendizaje matemático y sus implicaciones en la enseñanza del conocimiento matemático. Terminado con una última unidad que nos permite analizar el currículum prescriptivo para la Educación Primaria y enganchar con las informaciones que pueden dar respuesta al tercer gran problema planteado.
- Este *tercer y último bloque* de contenidos trata sobre todos aquellos aspectos específicos del desarrollo del currículum matemático de Primaria. Analizaremos

el marco estructural en el que hemos de llevar a cabo la Educación Matemática y las peculiaridades de los diferentes campos del conocimiento matemático sobre los que han de trabajar los profesores de Primaria. El análisis didáctico del contenido matemático, de los procesos de aprendizaje específicos, sus posibles obstáculos, su relación con problemas cotidianos, los recursos didácticos disponibles para su enseñanza,...., nos puede permitir elaborar propuestas sobre el qué y cómo trabajar en las aulas de Primaria el conocimiento matemático y en qué contextos.

### **BLOQUE I.- FUNDAMENTOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Unidad I.1.- El “para qué” de la Educación Matemática

Unidad I.2.- Epistemología y Educación Matemática. Las matemáticas escolares y los profesores

### **BLOQUE II.- LA ENSEÑANZA/ APRENDIZAJE DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO**

Unidad II.1.- Los alumnos y su adquisición del “saber matemático”

Unidad II.2.- Sobre la enseñanza del conocimiento matemático en la Educación Primaria

Unidad II.3.- Estudio crítico del curriculum matemático en la Educación Primaria

### **BLOQUE III.- ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES**

Unidad III.1.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento espacial/geométrico en la Educación Primaria

Unidad III.2.- La enseñanza/aprendizaje de la Aritmética en la Educación Primaria

Unidad III.3.- La enseñanza/aprendizaje de las Magnitudes en la Educación Primaria

Unidad III.4.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento estocástico en la Educación Primaria

*Cuadro 4.1.- Distribución de unidades didácticas*

Esta organización se concreta en la estructura que proponemos en la que podemos contemplar las distintas unidades didácticas seleccionadas en torno a los tres bloques. La unidad didáctica es una de las formas de organizar el propio proceso de enseñanza/aprendizaje que nos permite la consideración de objetivos, contenidos, actividades,...., de una forma conjunta.

Para las diferentes unidades didácticas presentamos unas orientaciones que perfilan el plan de acción en el aula en lo que respecta al estudio teórico. En dichas orientaciones están reflejados los objetivos, contenidos, puntos de análisis y debate, documentos de trabajo y, en su caso, las tareas prácticas a realizar por los grupos de trabajo en sus

elaboraciones teóricas. El desarrollo de la asignatura se completa con la descripción de una serie de tareas a realizar a lo largo del curso en relación con el diseño de unidades didácticas y con una bibliografía de apoyo en cada bloque. Estas orientaciones por un lado, nos sirven a nosotros, profesores, como guía de nuestra actuación en el aula en los distintos momentos del proceso metodológico y por otro, orientan al alumno a la hora del análisis, discusión y elaboración de la información relacionada con los contenidos de cada una de las unidades y bloques. En ningún momento intentan ser un guión que prescribe y determina la actividad del grupo, sino una orientación sobre que aspectos pueden ser claves en la discusión o que información puede aportar pistas significativas.

Las producciones teóricas realizadas por los grupos estarán siempre relacionadas con el trabajo desarrollado en el diseño de unidades didácticas y será el soporte teórico de las modificaciones sucesivas que, en dichos diseños, se vayan introduciendo, como explicitamos en la propuesta metodológica. Esta organización del contenido, como veremos en el apartado siguiente, encaja y es coherente con el desarrollo de una estrategia metodológica acorde con las ideas explicitadas a lo largo del proyecto.

(\*) *Temporalización de los contenidos.* El tratamiento de las unidades didácticas presentadas se distribuye a lo largo del curso de acuerdo, fundamentalmente, con los criterios metodológicos que trataremos en el apartado siguiente. Sin embargo, y atendiendo sólo a criterios de temporalización, debemos de tener en cuenta que la signatura “Matemáticas y su Didáctica” (8 créditos), se imparte en dos sesiones semanales de dos horas de duración durante todo el curso. Habitualmente en la Facultad de Ciencias de la Educación de Cádiz, el curso escolar se organiza en dos cuatrimestre de 10 semanas cada uno, con un periodo intermedio de dos meses dedicado a diferentes actividades, entre ellas las prácticas de enseñanza.

Durante el primero de los dos cuatrimestres, localizado entre los meses de Octubre a Diciembre se desarrollaría el estudio de las unidades didácticas correspondientes a los dos primeros bloques. En el segundo cuatrimestre, situado entre los meses de Marzo a Mayo, el estudio de las unidades didácticas del tercer bloque. Temporalización siempre sometida a modificaciones y en algunos casos invertida en su ordenación.

#### 4.2.3 Propuesta metodológica

La caracterización de lo que hemos denominado conocimiento práctico profesional y la complejidad del proceso de construcción de dicho conocimiento implica la necesidad de poner en juego un complejo entramado metodológico. La propuesta metodológica que presentamos a continuación trata de ser coherente con nuestros presupuestos reflejados en la fundamentación de este proyecto docente y pretende poner de manifiesto las reflexiones y análisis realizados.

La metodología empleada por el profesor en el aula representa un papel tan determinante como los contenidos desarrollados, y, en el caso de la formación de profesores, aún más: *“El método con el que aprenden los futuros profesores genera un clima en el que aprenden muchas destrezas profesionales soterradamente, de forma implícita, que son las que configuran decididamente las actitudes del futuro profesor a la hora de enfrentarse con las situaciones de la enseñanza”* (Gimeno y Fernández, 1980: 11). Como

hemos manifestado reiteradamente a lo largo de este trabajo, los alumnos de Magisterio tienen la posibilidad de experimentar los roles de alumno y de profesor en el desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje del conocimiento profesional. Por ello, la coherencia entre el modelo de enseñanza contenido y los procesos de aprendizaje puestos en juego, cobran una importancia fundamental. Aquí se puede asegurar que “el medio es el mensaje”. La posibilidad de experimentar un proceso de enseñanza-aprendizaje coherente con el modelo de enseñanza contenido en el mensaje creemos que facilita la elaboración de claves e instrumentos que les permitan explicar y organizar su futura labor docente.

En el marco del modelo de referencia adoptado, consideramos que la formación inicial de los profesores forma parte del proceso de desarrollo profesional, siendo realmente donde éste comienza. Como ya hemos indicado en anteriores ocasiones, la formación inicial y permanente, no han de contemplarse como realidades independientes, bien al contrario deben concebirse como momentos diferentes de un mismo proceso (Azcárate y otros, 1994).

Comentábamos en capítulos precedentes que nuestra experiencia en formación inicial nos informa que es común entre los estudiantes-profesores una tendencia a rechazar las ideas implícitas del modelo de enseñanza vivido y al mismo tiempo no poseer claves teórico-prácticas para modificarlo en su futura actividad. Por ello creemos que la propia estrategia metodológica ha de servir, por un lado, como ejemplo para el posterior desarrollo de su trabajo y, por otro, como conexión entre los contenidos teóricos que deben trabajar y su futura labor profesional. De esta forma pensamos que se puede ayudar a eliminar la discontinuidad existente entre la formación inicial y la entrada en la realidad escolar.

Desde nuestra perspectiva los procesos de formación en general han de orientarse desde un objetivo genérico: conseguir que los profesores sean capaces de reflexionar en y sobre la práctica para descubrir, criticar y modificar los modelos, esquemas y creencias que subyacen a la misma y ser capaces de diseñar, experimentar y evaluar proyectos curriculares. El diseño y desarrollo de estrategias de formación orientadas desde este objetivo, adoptan un enfoque constructivista, aplicado a los procesos de elaboración del conocimiento profesional, entendiéndolo como el conocimiento generado por la interacción entre la formación teórica recibida y la experiencia práctica vivida (Bromme, 1988). Ello supone articular en torno al tratamiento de problemas didácticos los procesos de construcción de conocimiento. Éstos serán punto de partida e hilo conductor de todo el proceso de adquisición de conocimiento profesional (García y Porlán, 1990). En estos procesos juegan un papel fundamental las concepciones previas de los profesores, el contraste con distintas fuentes de información y los procesos de reestructuración de las mismas.

Los estudiantes-profesores, en diferencia con los profesores en activo, no poseen un pensamiento práctico elaborado a partir de su propia experiencia. Sus concepciones iniciales proceden de su experiencia como alumno y de la incorporación de las informaciones teóricas recibidas. Por otra parte, los problemas generadores de los procesos de elaboración del conocimiento, no son problemas de la práctica real y, por tanto, han de determinarse en función de su relevancia para la movilización de sus concepciones iniciales y en relación con la práctica futura.

Consideramos que en este nivel los problemas que permiten el desarrollo de procesos constructivos y, por tanto, movilizar y modificar las concepciones iniciales de los

estudiantes-profesores, se centran en todos los aspectos relacionados con la planificación de su futura acción docente. El campo de la planificación nos permite movernos en un nivel puente entre la teoría y la práctica. Dada la estructura administrativa y las relaciones actuales entre las Facultades de Educación y los centros de Primaria, es difícil poder contar con la posibilidad de un desarrollo real de los diseños didácticos propuestos y elaborados por los alumnos, aunque somos conscientes que esta sería la continuación natural del proceso.

Trabajar sobre la planificación nos permite conectar los conocimientos pretendidos con su aplicación práctica, dentro de las posibilidades que ofrece el currículum de la formación de Maestros. Cualquier diseño curricular refleja que ideas, creencias o principios hay detrás. Explicitándolas, hacemos posible su análisis y evolución a través de un proceso de construcción en el que el contraste y la cooperación son piezas claves (Cuesta y otros, 1994). Creemos que incidir en este nivel es una vía conveniente de formación de profesores porque permite relacionar teoría y práctica, formulando hipótesis de trabajo que recogen los principios de los que se parte.

El trabajo que se desarrolla en el aula, globalmente, consta de diferente tipo de actividades que en cada momento y ciclo del proceso adquieren su propia significación:

- Actividades de explicitación de los diversos puntos de vista y formas de concebir de los estudiantes-profesores a partir del análisis de sus propias experiencias y propuestas.
- Actividades de recogida de nueva información a partir de exposiciones, lecturas, debates o análisis de nuevas experiencias. Estas actividades están seguidas de un trabajo en grupo y debates en gran grupo.
- Actividades de síntesis de los aprendizajes y de los cambios de ideas surgidos, a través de la elaboración de trabajos y análisis de los diarios de clase.
- Actividades de diseño de unidades didácticas y de aplicación a nuevas situaciones.

Todas estas actividades se integran en un esquema metodológico que las organiza y les da sentido.

(\*) *Esquema Metodológico.* Nuestra propuesta se concreta en las distintas fases del esquema de trabajo reflejado en la figura 4.2, esquema que se desarrolla reiteradamente a lo largo del curso en diferentes ciclos, en los que el objeto de estudio va modificándose en el sentido propuesto por Simon (1994). En términos generales, la estructura de trabajo propuesta se puede caracterizar así:

- Es una combinación de distintos tipos de trabajo individual y grupal, con mayor énfasis en el grupal.
- Se apoya en demandas de trabajo orientadas a un tipo de aprendizaje comprensivo, crítico y participativo.
- Supone la participación activa del alumno en el proceso de aprendizaje.
- Asume un modelo de profesor como guía del aprendizaje.

Naturalmente, el esquema y etapas de trabajo que presentamos, han de comprenderse como fases variables, como un guión que sirve de ayuda y que se adapta en función de los distintos objetivos, contenidos y actividades y de las variaciones propias de las particularidades de cada aula y de cada momento. La dinámica adoptada es el trabajo en pequeño grupo, complementado con el contraste en el grupo clase. Cada una de las fases representadas tienen una función determinada. Empezando la descripción por la esquina superior derecha de la figura:

(\*) El punto de partida de cada ciclo del proceso metodológico es la presentación colectiva de sus propuestas didácticas. El contraste y análisis de dichos diseños plantean la necesidad de buscar y elaborar referencias e informaciones teóricas que den pistas sobre los problemas formulados y las contradicciones detectadas en dichos diseños. Es un momento de contraste e indagación sobre el punto de partida general de los alumnos: motivacional, actitudinal, conceptual, práctico. Sirve para reorientar y reajustar el proceso a la situación concreta en que se va a desarrollar.

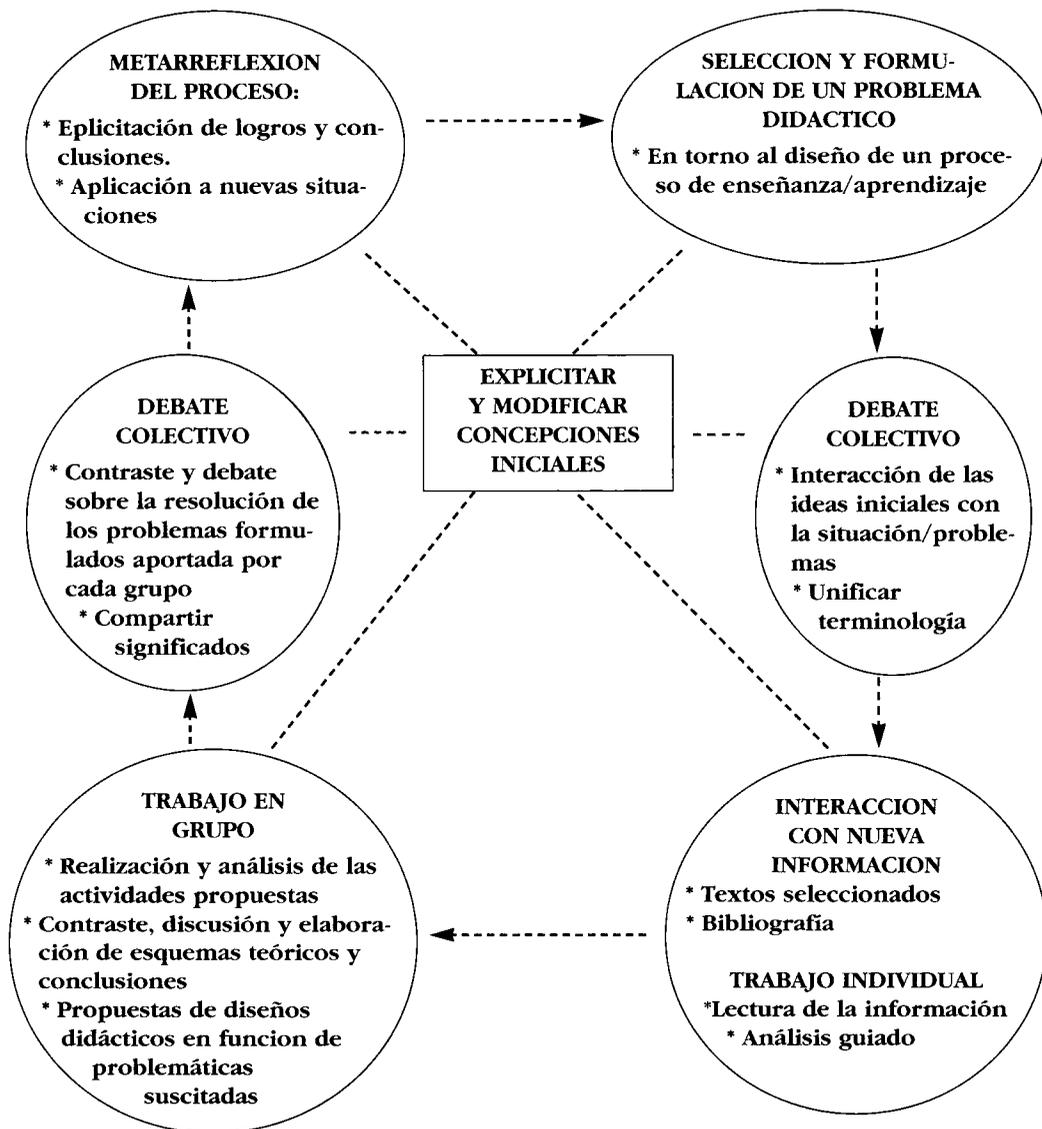


Figura 4.2. Esquema general del plan de trabajo

(\*) Una vez formulado el problema se plantea la discusión en gran grupo que permite el contraste de las diferentes hipótesis iniciales de cada grupo-individuo sobre la posible resolución del problema planteado. En este primer momento se parte de los conocimientos e ideas ya disponibles y se analiza las posibles respuestas dadas desde dichos conocimientos. El objetivo es provocar la duda sobre la validez de las respuestas y la necesidad de buscar nuevas informaciones que aporten datos significativos para afrontar el problema y nuestro papel es moderar la discusión y plantear los interrogantes necesarios para provocar dicha situación.

(\*) En un tercer momento se accede a nuevas informaciones. Nuestra labor en ese momento consiste en seleccionar y proponer el material y la documentación con la que se va a trabajar y guiar a los alumnos a través del proceso de resolución de los problemas formulados. Dicha información puede ir variando en función de las nuevas informaciones de las que dispongamos. A continuación será necesario una lectura individual de dicha información, sin guías orientadoras, pues se trata de que el alumno se sumerja intuitivamente en el tema, que capte y le dé por sí mismo sentido general a la información. Posteriormente se podrá facilitar un guión de análisis.

Tras dicha lectura se realizará, a veces, una breve exposición por nuestra parte a modo de presentación de los puntos más significativos de la información facilitada, en cualquier caso la presentación incluye siempre la participación de los alumnos.

Estas informaciones y su interpretación personal serán analizadas y discutida posteriormente en pequeño grupo, posibilitando la elaboración de los diferentes trabajos teóricos en función de cada bloque de contenido y en relación con la problemática suscitada desde el análisis de los diseños.

(\*) A partir de este momento, los alumnos trabajan fundamentalmente en grupo, tanto para las elaboraciones teóricas como prácticas en las que se trata de aplicar y dar sentido a las conclusiones teóricas obtenidas. Ambas discurren paralelas y con tiempos específicos en el aula para cada una de las actividades de aprendizaje. Los grupos tendrán como objetivo la elaboración de las situaciones o propuestas didácticas correspondientes a los diferentes momentos del proceso y el análisis didáctico de las mismas. Así como el estudio y análisis crítico de la información aportada sobre aspectos epistemológicos, de aprendizaje, de enseñanza, del currículum escolar y fundamentalmente sobre los diferentes campos de la matemática escolar y su tratamiento didáctico.

En cuanto a las características propias de los grupos, tal y como son constituidos en el aula, se puede señalar que la estructura de los grupos es fija a lo largo de todo el curso. Son grupos de cuatro o cinco alumnos, que se forman libremente al inicio del curso y permanecen durante todo el período escolar. Este tipo de trabajo condiciona estructuralmente el aula (se trabaja en torno a pequeños círculos/grupo). Durante las sesiones de trabajo interno de los grupos, nuestro papel es el de asesorar, facilitar y guiar el trabajo.

Las demandas de trabajo a los grupos, son comunes a todos ellos. El trabajo demandado es de tipo comprensivo, analítico, sintético, o vivencial. Dicho trabajo concluye siempre con la elaboración y entrega de un "informe" del grupo, donde se refleja el trabajo realizado para cada bloque. Dicho trabajo es realizado en grupo y pretende ser el producto de la recogida de información teórica correspondiente a cada bloque, su contraste, discusión, selección, comprensión y elaboración personal y grupal desde su propio análisis y reflexión, facilitando de esta forma la construcción progresiva de un marco

teórico de referencia y de su propio modelo didáctico personal. El trabajo es completado con la realización de las tareas prácticas de diseño que intenta recoger las propuestas del grupo en los debates y las clarificaciones surgidas, durante las sesiones de trabajo en grupo y con la profesora, sobre el mismo.

(\*) Las producciones, tanto los trabajos teóricos como los diseños didácticos, se analizarán y contrastarán con el resto del grupo-clase a través de las puestas en común. Nuestra labor en el proceso, tanto en pequeño grupo, como en las puestas en común, se ha de focalizar en provocar interrogantes a partir de las contradicciones detectadas tanto en los diseños como en los trabajos teóricos elaborados, en favorecer el debate el contraste de información, en aportar las informaciones complementarias adecuadas y en promover la reflexión sobre lo que se está trabajando.

En este momento es importante la labor recapituladora. La elaboración de síntesis, conclusiones, o cuestiones pendientes a las que llega el grupo, es una de las funciones del profesor durante este debate en gran grupo.

(\*) La última fase se focaliza en la reflexión del proceso, el análisis de los logros alcanzados y en la formulación de nuevos interrogantes que abren de nuevo el proceso. Favorecer en los estudiantes de Magisterio la comprensión del propio proceso de aprendizaje produce un claro incremento en la percepción que tienen ellos de su competencia académica y didáctica. En consecuencia, influye directamente en el significado de su motivación intrínseca, en el resultado de las estrategias utilizadas y en el enfoque del aprendizaje (Dart y Clarke, 1991).

Los interrogantes planteados en el análisis de los sucesivos diseños, y, por tanto, la información ofrecida en cada ciclo del proceso, no han sido elegidos al azar, responden a la propia organización de los contenidos y a la experiencia personal durante años en la formación de profesores en el campo de la Educación Matemática. Como ya indicamos, todo el trabajo desarrollado en el aula debe girar en torno a la elaboración de planificaciones para un supuesto trabajo en aula. Estas se realizarán sobre el tratamiento de algún o algunos aspectos del conocimiento matemático, integrados, en la medida de lo posible, en situaciones de aprendizaje más amplias, que, junto con todas las decisiones didácticas que implican (temporalización, organización, nivel, recursos,...), serán decisiones propias de cada grupo y en función de ellas habrán de elaborar y fundamentar el diseño.

El análisis y contraste de los diseños realizados por los distintos grupos de trabajo a lo largo del curso permitirá detectar contradicciones y plantear interrogantes a solucionar. Los datos que se obtengan a partir de aquí deberán ser aplicados en la elaboración de un nuevo diseño. El proceso indicado en las páginas previas se repite a lo largo del curso en tres diferentes ciclos, en función de la formulación de nuevos problemas desde la elaboración de los diseños.

- El *primer ciclo* parte de unos primeros diseños de aula para el tratamiento de algún aspecto del currículum matemático de Primaria, que son elaborados desde sus ideas iniciales, sin influencia previa por nuestra parte. El análisis de estos diseños iniciales se centrará en la necesidad y, en general, la gran dificultad de establecer criterios desde los que seleccionar, organizar y secuenciar las actividades. Se trata de averiguar las claves que pueden permitir establecer criterios a la hora de seleccionar y organizar la actividad a desarrollar en el aula. Esto desemboca en la necesidad de iniciar un análisis pormenorizado de informaciones en torno a

concepciones epistemológicas, teorías de aprendizaje y características de la construcción del conocimiento matemático. Informaciones relacionadas con los dos primeros bloques de contenido propuestos y que se tratan en este primer ciclo metodológico del proceso.

- El *segundo ciclo* del proceso global, parte del análisis de la complejidad de los elementos y las interacciones que son necesarias de “controlar” al considerar la puesta en práctica de las actividades diseñadas, ello demanda el análisis de planteamientos didácticos globales que ofrezcan pistas para interpretar la actividad del aula: enfoques metodológicos, análisis del papel del profesor, el alumno, las interacciones y el clima del aula, la organización de espacios, tiempos y materiales, la evaluación. Es decir, todos aquellos elementos relacionados con el proceso de enseñanza. Información recogida fundamentalmente en el segundo bloque de contenido y, en parte, en el tercer bloque.
- En un *tercer y último ciclo*, cuando el estudio realizado apunta a que la selección de los contenidos es un aspecto relevante y no siempre prefijado, los interrogantes planteados se dirigirán fundamentalmente a provocar la necesidad de realizar un análisis didáctico más detallado de las actividades propuestas, su sentido, los conocimientos implicados en su desarrollo, la idoneidad de su tratamiento y su papel en el proceso global de aprendizaje. Ello implicará necesariamente el estudio exhaustivo de los diferentes campos del conocimiento matemático, su desarrollo, su estructura conceptual y procedimental, sus problemas de aprendizaje, su fenomenología, etc. Aspectos relacionados con el contenido recogido en el tercer bloque propuesto.

Se establecen así los fundamentos teóricos que permiten seleccionar espacios y tiempos destinados a generar intereses en los niños, organizar espacios y materiales específicos para determinadas actividades en el aula: de manipulación, de expresión, de elaboración, de representación; seleccionar actividades tipo para trabajar los distintos aspectos del conocimiento matemático en diferentes contextos. En definitiva, el análisis didáctico de estas situaciones permita descubrir todas sus potencialidades educativas dentro del campo del pensamiento matemático.

Se trata de abordar, a lo largo de todo el proceso, la misma problemática pero de forma progresiva y continua, focalizando en distintos aspectos y recogidos en el paso siguiente, de esta forma se podrá contar siempre con nuevos datos para integrar tanto en la elaboración teórica como instrumental. Un aspecto fundamental que deberá apoyar este desarrollo es la reflexión continua sobre el camino recorrido, las estrategias puestas en juego, la revisión de las informaciones manejadas, el contraste de las elaboraciones realizadas, en definitiva del proceso seguido, como estrategia de enseñanza/aprendizaje.

(\*) *Estrategias Metodológicas*. La línea fundamental que guía nuestra tarea docente es promover la participación activa, comprometida y crítica de los alumnos en su proceso de formación, posibilitando que realmente los alumnos sean responsables de su aprendizaje y fomentando la reflexión y discusión crítica sobre los diferentes aspectos de su proceso de formación. Como ha quedado reflejado en lo expuesto en la sección anterior, la estrategia en torno a la cual gira todo el proceso es:

• *El aprendizaje en grupo*. Para Johnson y Johnson (1990) el aprendizaje colaborativo que se produce desde el trabajo en grupo es muy útil no sólo para la escuela ele-

mental sino también para los estudiantes universitarios, al facilitar su autonomía con respecto al profesor y su compromiso con el grupo en la actividad en la que están implicados. Jackson y Prosser (1985) corroboran la opinión de que la enseñanza en grupo en Educación Superior está ampliamente recomendada como medio para desarrollar las habilidades cognitivas de alto nivel. *“El trabajo en grupo permite a los alumnos organizar su pensamiento a través de la comparación e interpretación de las ideas con otros compañeros, proporcionándoles expresiones y, por tanto, la comprensión de la materia”* (Jaques, 1987: 288). Las investigaciones que revisa este autor afirman que, *“el trabajo en grupo es más fructífero que el individual, ya que la presencia de otros incrementa la motivación, los juicios grupales son más seguros y normalmente se solucionan más problemas y de forma más conveniente”* (Jaques, 1987: 289)

Los objetivos que, según Brown y Atkins (1991), se pueden desarrollar más eficientemente a través de la enseñanza en pequeño grupo son:

- el desarrollo de habilidades de comunicación: las habilidades de escuchar, exponer, preguntar y responder son importantes en si mismas, para poder acceder más tarde al desarrollo de habilidades intelectuales. La discusión desarrolla habilidades que son centrales en la profesión docente, como la habilidad para comunicarse con otros y dominar con precisión el lenguaje profesional y específico de la materia; el lenguaje contiene no sólo conceptos, hechos y procesos sino también actitudes y valores implícitas y explícitas. Una de las metas de la enseñanza en grupo puede ser la socialización de los alumnos en los valores y perspectivas de la disciplina y de la profesión.
- el desarrollo de competencias intelectuales y profesionales propias de los tipos de pensamiento relacionados con esta disciplina. Del amplio espectro posible, por su naturaleza e importancia, podemos señalar los siguientes:

#### **TIPOS DE PENSAMIENTO**

- Analítico
- Razonamiento lógico
- Pensamiento crítico
- Percepción de nuevas relaciones
- Pensamiento sintético
- Diseño
- Racionalidad argumental
- Transferencia de habilidades a nuevos contextos
- Resolución de problemas: heurísticos

La enseñanza en pequeño grupo, evidentemente, sólo es un medio a través del cual las competencias intelectuales y profesionales pueden ser desarrolladas. No obstante, la enseñanza en grupo es potencialmente un método poderoso para estimular en los alumnos tanto el pensamiento general, como los estilos más concretos de la disciplina.

Desde el punto de vista de las aportaciones del trabajo en grupo como estrategia de enseñanza, Lester y otros (1994) exponen una larga lista de razones por las que lo consideran beneficioso. Entre ellas indican:

- Su poder de incitación al debate y la reflexión. El trabajo en grupo proporciona un ambiente de aprendizaje que propicia y estimula el contraste de opiniones, de estrategias, la reflexión, y la diversidad de puntos de vista. Es evidente que en grupo las personas pueden ser ayudadas y estimuladas por otros miembros, al ver y oír otras reflexiones y análisis distintos a los propios.
- Además, el trabajo en grupo crea una situación más similar a la que probablemente se encontrará el alumno en su vida profesional: toma de decisiones conjunta, vinculada a otras personas y contextos. Permite pues que los alumnos ejerciten habilidades profesionales como son la comunicación oral, la defensa de ideas y la colaboración con colegas.
- El papel del profesor cambia sustancialmente desde un transmisor del conocimiento a un facilitador de la información y de esfuerzo que suponen un aprendizaje de naturaleza cooperativa.

Por eso consideramos que el trabajo en grupo es una estrategia de trabajo coherente y útil para los objetivos propuestos en este diseño curricular.

Como complemento al trabajo realizado en los grupos de trabajo bajo nuestra supervisión y orientación, utilizamos otras estrategias como son:

- *La exposición.*- La presentación breve de información o la explicación de puntos particulares, ocupa la primera parte de las sesiones en pequeño grupo, más tarde los alumnos pueden implicarse en actividades de discusión y en la resolución de los problemas formulados. Dichas intervenciones tendrán diferentes valoraciones e intenciones según el momento del proceso donde se den.

- El momento de *Apertura* es crucial, no solamente para crear impresiones sino para proporcionar un marco desde el cual se crean actitudes hacia la problemática suscitada. En este caso es un acercamiento general, introductor de los conocimientos a trabajar.
- La etapa de *Conclusión*, muchas veces olvidada, ayuda a fijar conceptos y a la comprensión, enfatizando los puntos claves, reflexionando sobre las conexiones establecidas entre los diferentes conocimientos o experiencias. Pretende ser una recapitulación integradora de las relaciones, análisis y matizaciones específicas más relevantes, que se han realizado a lo largo del proceso sobre los contenidos y aprendizajes.

- *La discusión colectiva*, esta modalidad de trabajo suele ser posterior al trabajo en grupos pequeños, aunque a veces surgen puestas en común de intercambio de información y de puntos de vista sobre el tema que están trabajando en ese momento los diferentes grupos. Estas discusiones se integran en el proceso como elemento de contraste. El sentido de usar estrategias de trabajo en las que participa todo el grupo simultáneamente no es otro que el de ir revisando y profundizando aquellos aprendizajes trabajados al nivel de grupo pequeño. Los debates en gran grupo se desarrollan generalmente con posterioridad a la entrega de las producciones de los grupos y a su lectura por nuestra parte. En ellos los alumnos identifican las ideas principales que han trabajado, las ideas y conceptos claves, los núcleos fundamentales de la información y significado que se les otorga desde el grupo, desde la propia información y su reflejo en las propuestas didácticas.

En general su desarrollo permite crear un clima adecuado de debate, la posibilidad de aportar las ideas personales y del grupo, la aceptación de las propuestas de los otros

y su contraste y, fundamentalmente, madurar hábitos y actitudes de escucha hacia las opiniones de los demás.

Nuestro papel en estas sesiones de debate es coordinar y moderar las intervenciones de los alumnos y grupos. Su función principal tiene que ver más con la creación de una dinámica grupal que potencie procesos de pensamiento y reflexión colectivas que con el simple hecho de formular las cuestiones previas de trabajo en pequeño grupo y dar entrada a los portavoces de los grupos. Exige así, durante el debate, la toma de decisiones continua sobre cuándo potenciar el análisis de un punto dado, cuándo abrir nuevas vías, cuándo reconducir de nuevo un tema, etc. Por ello, centrar el análisis es una de las actividades básicas a realizar durante los debates.

• *El diario*. Si bien esta no puede ser considerada como una estrategia en el sentido más ortodoxo, sin embargo, es sin duda un elemento de incalculable valor para promover la capacidad de reflexión de los estudiantes y que tiene claras repercusiones en el desarrollo del proceso. Escribir un diario supone analizar sus propias experiencias de enseñanza. Escribir y reflexionar sobre sus experiencias, como aprendiz primero y como profesor después (en el periodo de prácticas de enseñanza), ayuda a los estudiantes-profesores a desarrollar indicadores sobre su propia conducta y como esta afecta al desarrollo del proceso. Ello contribuye a un desarrollo profesional más autónomo y significativo.

Como indican Castle y Aichele (1994), escribir un diario es un buen ejemplo de práctica reflexiva, ya que, al ir describiendo sus conductas y sensaciones en las experiencias educativas vividas, el futuro profesor ponen en funcionamiento sus ideas y al cuestionarse sobre sus ideas y sobre sus porqués, busca nuevos datos que le permitan una mayor comprensión de sus propias ideas y conductas. En su futura práctica profesional el diario de clase será un valioso recurso para reflexionar, lo cual implica no sólo describir lo que se hace, sino también expresar propuestas, realizar interpretaciones, analizar críticamente lo sucedido, establecer conclusiones e incluso justificar la toma de determinadas decisiones (Martín, 1994). Es un instrumento de incalculable valor para investigar y modificar su futura práctica y, por ello, le otorgamos un papel relevante en el proceso metodológico y de recogida de información.

(\*) *Medios y recursos*. Los medios y recursos didácticos desempeñan un papel fundamental en el proceso de enseñanza/aprendizaje, contribuyendo a facilitar el aprendizaje de los alumnos. Su uso debe estar en consonancia con los objetivos, contenidos y las propias estrategias puestas en juego. En el caso de nuestra propuesta utilizamos tres tipos de recursos didácticos: bibliográfico, audiovisual y material didáctico específico.

La fuente documental más importante la constituye el *material bibliográfico*: libros, capítulos de libros, artículos y guías didácticas. Este material será seleccionado sobre la base de criterios de adecuación a las necesidades, conocimientos y habilidades de los estudiantes, así como al desarrollo del programa.

Respecto al *material audiovisual* haremos utilización del video en determinados momentos para la presentación de algunas experiencias de aula que pueden ser necesarias como contraste. Otros medios como son las transparencias se utilizarán para facilitar tanto la presentación de información como de las conclusiones.

También se utilizará como recurso todo el *material didáctico*, generalmente manipulativo, que pueda proporcionar alguna ayuda a la hora de la comprensión de los conceptos tratados y de su posible tratamiento en un aula de Primaria. Nos referimos a mate-

riales como: regletas, bloques multibase, ábaco, calculadora, tangram, geoplano, teselaciones, pentaminos, diferentes juegos educativos, balanza, tramas, juegos de azar, etc.

A *modo de reflexión final*, y como ya hacíamos notar en el capítulo anterior, creemos que la formación inicial del profesorado sigue representando una de las asignaturas pendientes del sistema educativo. Uno de los grandes problemas de la formación inicial actualmente es la insuficiente infraestructura de la que dispone a la hora de establecer relaciones entre los órganos responsables de la formación de profesores y las instituciones donde van a desarrollar su futura labor profesional, en nuestro caso los centros de enseñanza Primaria. Y, en particular, en lo relativo a la vinculación de las asignaturas relacionadas con las didácticas específicas con las prácticas de enseñanza. Ello incide de forma significativa a la hora de llevar a cabo las propuestas metodológicas que se pueden inferir desde las reflexiones teóricas realizadas en las primeras secciones, imponiéndoles determinadas limitaciones. Sin embargo, desde nuestro punto de vista, la propuesta realizada puede determinar ciertos marcos de referencia por los que creemos podrían discurrir las reflexiones metodológicas en la formación de profesores de Primaria en lo que respecta a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

#### 4.2.4 El proceso de evaluación

La evaluación es hoy uno de los grandes temas educativos sometidos a debate. Su concepción y concreción determinan en gran medida el resultado del proceso educativo. Con respecto a la evaluación de los procesos de formación inicial quedan aún grandes aspectos por resolver.

En un intento de sistematización, la evaluación que planteamos intenta estar de acuerdo con los principios metodológicos subyacentes en nuestra propuesta. Entendemos que la evaluación es un proceso que se inicia el primer día del curso cuando profesor y alumnos entran en contacto y negocian los diferentes elementos del diseño y se asumen niveles de exigencia e implicación y sigue a lo largo del curso a través de la revisión continua del proceso. Por tanto, hace referencia a los diferentes momentos y realidades que surgen en el aula, se desarrolla a lo largo de todo el curso académico y debe recoger tanto la evaluación de los alumnos, como la del propio proceso.

Al dar un énfasis especial a la participación de los alumnos y al aspecto práctico de la formación, no cabe duda que los problemas en cuanto al sistema de evaluación aumentan. Desde nuestra propia experiencia docente, y siempre como propuesta provisional, nos hemos ido aproximando a un cierto sistema de evaluación a través de la utilización de diferentes técnicas de recogida de datos, éstas nos proporcionan informaciones válidas para poner en relación con los referentes del proceso: los objetivos planteados en el proyecto docente y el propio progreso de los alumnos y/o grupos.

\* *Evaluación del aprendizaje de los alumnos*. La evaluación del aprendizaje de los alumnos se realizará teniendo en cuenta las componentes conceptuales, procedimentales y actitudinales implicadas en el desarrollo de la asignatura.

A lo largo del curso disponemos de diferentes fuentes de información sobre el trabajo desarrollado por nuestros alumnos:

\* Trabajos, producto de la reflexión teórica, que recogen la presentación y desarrollo de los tres bloques teóricos, o de las unidades correspondientes, elaborados en grupo desde la información aportada para ello.

- \* Diseños sucesivos de unidades didácticas relacionadas con el tratamiento de diferentes aspectos del conocimiento matemático.
- \* Pruebas individuales de análisis de diseños ya elaborados en relación con el conocimiento matemático implicado y su tratamiento.
- \* Informaciones recogidas en y desde los diarios individuales.
- \* Datos personales y grupales obtenidos desde nuestra observación sistemática del proceso, en la que consideramos aspectos como:

- Su capacidad para fundamentar opiniones y decisiones.
- Su capacidad de crear y reflexionar acerca de las situaciones de enseñanza/aprendizaje.
- Su implicación en el trabajo en el pequeño grupo y en el gran grupo su participación en los debates y la evolución de sus argumentaciones.
- Su capacidad de reconocer deficiencias, de autocrítica, de autoevaluación y de analizar y evaluar el propio proceso y las estrategias puestas en juego.

Lo cual supone que, en primer lugar, será necesario hacer un seguimiento y observación constante del trabajo desarrollado por los alumnos en la clase, tanto individual como en la interacción del grupo. La participación en los debates nos puede proporcionar un dato significativo sobre el grado de implicación y conocimiento que va desarrollando el alumno. Este tipo de información nos permite evaluar aspectos difíciles de ser considerados en producciones escritas, como habilidades, hábitos de trabajo o actitudes desarrolladas. Los datos recogidos son reflejados en unas hojas de seguimiento individual de cada estudiante-profesor.

Por otro lado, la evaluación de la producción del grupo nos permite una valoración del nivel alcanzado y del funcionamiento del propio grupo. En las producciones de naturaleza teórica se evalúa el nivel de profundización y sistematización de la información recogida, su organización, su coherencia y el nivel de justificación de las diferentes decisiones. En las propuestas de diseño se evalúa el progreso alcanzado por el grupo en su elaboración, el nivel de organización, coherencia y justificación en relación con las producciones teóricas.

En cualquier caso, si es necesario, existirán unas pruebas individuales, generalmente escritas, centradas unas, en la información que constituyen los contenidos de las diferentes unidades, y otras, en el análisis didáctico de una secuencia de actividades de aprendizaje. En dichas pruebas podemos apreciar el nivel de comprensión y maduración alcanzado por cada uno de los alumnos.

Toda esta información, que constituye la evaluación realizada por nosotros como profesores, es completada por los informes de autoevaluación razonados realizados por los propios alumnos. Su análisis nos sirve de contraste y puede dar lugar a ciertos procesos de negociación. Con estos elementos de valoración creemos que tenemos una visión amplia del trabajo realizado por los alumnos y del nivel alcanzado por el grupo.

Sin embargo, somos conscientes que la formación inicial posee ciertas singularidades que es necesario considerar. Se trata de un currículum institucionalizado en el que las disciplinas están determinadas y en el que la relación profesor- formador / alumno-profesor es también singular, condicionada entre otras cosas por el carácter sancionador de toda formación institucional. Estos aspectos siempre tienen determinadas influencias en nuestro proceso de desarrollo curricular.

(\*) *Evaluación del profesor.* La evaluación entendida como mejora no puede ceñirse a un único elemento del proceso de enseñanza/aprendizaje, sino que debe plantearse la evaluación de otros elementos fundamentales de este proceso. Entre ellos el proceso seguido por el profesor se constituye en objeto de evaluación.

En nuestro caso, y a parte de la información que nos puede aportar la evaluación institucional de la propia Universidad de Cádiz, la evaluación del profesor y del propio proceso se realizará a través de un informe elaborado individualmente por los alumnos, de carácter anónimo, en diferentes momentos del curso. En él se les solicita una reflexión sobre su percepción de la marcha de la asignatura, problemas detectados, expectativas sin cubrir, propuestas de modificación razonadas y su valoración de las diferentes estrategias puestas en juego en el proceso, su adecuación y validez. Paralelamente al final de los dos cuatrimestres realizamos una puesta en común en la que se analiza la marcha del proceso, los problemas detectados y las propuestas de modificación. Información que en última instancia nos permite introducir nuevas propuestas en los cursos posteriores.

Pero, para que la evaluación cumpla su papel regulador del proceso, estas informaciones son completadas con unas entrevistas a determinados grupos realizadas habitualmente por otros compañeros del departamento y por la redacción de un autoinforme final de nuestra propia actuación como profesores.

## CAPÍTULO V

### DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS PROPUESTOS

A continuación se desarrollan las unidades didácticas correspondientes a cada bloque temático considerado como contenidos necesarios para acercar a los futuros maestros al mundo de las *Matemáticas y su Didáctica en la Educación Primaria*. Tal como ya hemos señalado, los contenidos a enseñar no sólo están presentes en las unidades programadas sino que, la misma forma de trabajo propuesta forma parte de esos contenidos (isomorfismo entre el modelo de formación y el modelo didáctico) y será motivo de reflexión y análisis en todo momento del proceso.

En las unidades que siguen se propone trabajar los tres grandes grupos de problemas señalados en el capítulo precedente:

- *¿El por qué y para qué de la Educación Matemática en relación con el conocimiento de la realidad? (Unidades I.1 y I.2)*
- *¿A quién y en qué condiciones deberíamos enseñar los diferentes aspectos relacionados con el conocimiento matemático de la realidad? (Unidades II.1, II.2 y II.3)*
- *¿Qué y cómo se deben desarrollar los diferentes campos del conocimiento matemático en los primeros niveles educativos? (Unidades III.1, III.2, III.3 y III.4)*

El objeto de estudio en cada uno de los bloques viene caracterizado por los títulos de cada una de las unidades, tratados siempre desde una perspectiva didáctica. Como ya habíamos dicho previamente, cada unidad consta de cinco apartados (objetivos, contenidos, documentos de trabajo, puntos de reflexión y debate y posibles actividades a realizar por los grupos de trabajo), su consideración nos sirve de guía a lo largo del proceso. Como información complementaria se presenta, inicialmente, un guión del trabajo a desarrollar en relación con los diseños que, como ya hemos indicado, va en paralelo al estudio teórico durante todo el curso, y es el instrumento desde el que se formulan los problemas y da sentido al proceso de estudio y reflexión teórica realizado por los estudiantes-profesores en torno a los diferentes bloques.

A los estudiantes para profesor se les entrega un extracto de dichos guiones para orientarlos en su trabajo de elaboración, dicho extracto recoge los contenidos, los puntos de reflexión y debate, las actividades a realizar y una selección de los documentos de trabajo. Al empezar cada bloque, se entregan los guiones de todas las unidades correspondientes a dicho bloque y una bibliografía complementaria.

Los objetivos están formulados en relación directa con el desarrollo de la unidad correspondiente, entendiendo que simplemente son un reflejo de los objetivos formulados en el capítulo anterior y que son los que realmente guían nuestra actuación en el aula. Están referidos a los aprendizajes que nuestros alumnos han de desarrollar, siempre desde la perspectiva de su conocimiento profesional.

Al determinar los contenidos de cada una de las unidades no hemos diferenciado claramente entre contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales. Por entender que, al indicar un contenido concreto, nos referimos a su desarrollo completo y no sólo conceptual, máxime cuando estamos tratando con contenidos relacionados con la futura actividad profesional de nuestros alumnos. Consideramos que los aspectos procedimentales y actitudinales están presentes en todo nuestro trabajo y que, en muchos casos, supera el propio contexto del conocimiento matemático.

Con respecto a los documentos de trabajo están indicados aquellos que pensamos que pueden ser más asequibles para su lectura. Según las características específicas de cada curso, y dadas las condiciones temporales, dichos documentos son reducidos bajo criterios más estrictos de selección. El sentido de estos documentos es provocar la discusión y reflexión sobre el contenido de los documentos, más que dar una información exhaustiva sin llegar a comprender y asimilar su significado. En cualquier caso, se les ofertan dichos documentos fotocopiados y se distribuyen en el tiempo para su lectura y discusión en el gran grupo. Coincidimos con Vollrath (1994) en considerar, la lectura y discusión de documentos relacionados con la *Didáctica de la Matemática*, como una estrategia adecuada para provocar el inicio del desarrollo de un pensamiento didáctico. En dichos documentos siempre están implicadas ideas y, en su caso, conceptos o procedimientos sobre los que es necesario reflexionar para poder extraer y contrastar la información. Dadas las características específicas de los estudiantes en formación, en general, su metacognición y, en muchos casos, su conocimiento matemático, es insuficiente. Las nuevas informaciones, su reflexión y debate provoca un claro impacto y una búsqueda de respuestas alternativas.

Paralelamente les damos una relación de libros y artículos complementarios sobre las diferentes unidades a los que pueden acudir si necesitan más información. En algunos de los bloques, fundamentalmente el tercero, la bibliografía es muy numerosa pues, al intentar cubrir todos los campos de las matemáticas escolares es difícil seleccionar un número reducido de documentos. En todo caso, pensamos que pueden ser referencias significativas para su futura labor profesional.

Los puntos de análisis y actividades indicadas no son imposiciones directas al hacer de los estudiantes sino indicadores de los aspectos que pueden ser más significativos o problemáticos. Están seleccionados desde nuestra propia experiencia con relación a las concepciones y obstáculos más habituales que, en general, suelen ser significativos a la hora de elaborar los diferentes trabajos teóricos e inciden claramente en la elaboración de los diseños.

Las unidades de los dos primeros bloques ofrecen una introducción general al conjunto del programa al tratar los fundamentos desde los que se desarrolla el propio programa. Por tanto, los concebimos como lecciones introductorias y siempre como temas no acabados y sobre los que será necesario incidir en múltiples ocasiones a lo largo del desarrollo del tercer bloque, éste último más centrado en el estudio de la enseñan-

za/aprendizaje de los contenidos escolares. Estos contenidos escolares, son considerados como contenidos de referencia que no van a ser enseñados en sí mismos, sino que, sobre ellos, realizamos un análisis didáctico.

### **Propuesta de trabajo en relación a los diseños de unidades didácticas**

Con las actividades de diseño nos proponemos:

- \* Aproximarnos a una integración real de las actividades y reflexiones de naturaleza teórica y práctica.
- \* Elaborar criterios para seleccionar, organizar y secuenciar actividades con sentido para los niños.
- \* Desarrollar estrategias para acceder los conocimientos previos de los alumnos y su evolución.
- \* Construir criterios para seleccionar, secuenciar y organizar los contenidos matemáticos en los distintos niveles de la Educación Primaria.
- \* Elaborar centros de interés, proyectos de investigación, unidades didácticas globalizadas, en relación con los diferentes campos y elementos del conocimiento matemático, realizando un análisis didáctico de las mismas.

Para ello, los distintos grupos realizan a lo largo del curso las actividades siguientes:

- \* Detectar y diseñar situaciones / problemas en las que, en su resolución, esté implicado la elaboración y/o la aplicación de determinados conocimientos matemáticos, adecuados para la Educación Primaria.
- \* Construir diferentes secuencias de actividades integradas en el desarrollo global de la unidad didáctica, especificando el problema organizador, el significado para el niño, el tipo de tareas que ha de realizar en relación con el conocimiento matemático, el papel que como profesores van a desarrollar, los recursos que van a utilizar, etc.
- \* Establecer relaciones, al diseñar las situaciones de enseñanza/aprendizaje, entre los diferentes campos y ámbitos del currículo matemático para la Educación Primaria.
- \* Analizar las implicaciones de las diferentes decisiones didácticas tomadas en el diseño de las propuestas de unidades didácticas, a la hora de tratar el conocimiento matemático en el aula.
- \* Realizar el análisis didáctico-matemático de las situaciones de enseñanza diseñadas, determinando sobre qué objetivos puede incidir y qué tipo de contenidos matemáticos pueden, potencialmente, ser trabajados en su desarrollo.

### **Bibliografía de apoyo de carácter general:**

ÁBALO, V. y BASTIDA, F. (1994): *Adaptaciones curriculares. Teoría y práctica*. Editorial Escuela Española. Madrid.

DE PABLO, P. y VÉLEZ, R. (1993): *Unidades Didácticas. Proyectos y Talleres*. Alhambra- Longman. Madrid.

MARTÍNEZ, G. y MARTÍNEZ, A.P. (1994): *La Unidad Didáctica en la Educación Primaria*. MEC. Madrid.

TANN, C.S. (1990): *Diseño y desarrollo de unidades didácticas en la escuela primaria*. Morata. Madrid.

VARIOS, A. (1991): *Del proyecto educativo a la programación del aula*. Grao. Barcelona.

ZABALA, A. (1992): "Los proyectos de Investigación del Medio. Los problemas reales como eje estructurador de los procesos de enseñanza/aprendizaje". *Aula de Innovación Educativa*, 8, (17-23).

## **Bloque I.- Fundamentos de la educación matemática**

Durante el tratamiento de los contenidos relacionados con este bloque de contenidos intentaremos reflexionar, discutir y extraer conclusiones sobre la caracterización de la Educación Matemática y su relación con las aulas de Primaria.

El claro proceso de matematización que estamos viviendo con la integración creciente de la matemática en la cultura y en la sociedad a través de los grandes avances tecnológicos, necesita ir acompañado de una profunda reflexión sobre su sentido y sus implicaciones para el individuo y para la sociedad en general. Los educadores en particular, como responsables de la formación de las futuras generaciones de ciudadanos, deben de ser conscientes de la influencia de la Educación Matemática en el desarrollo de los individuos y, por consiguiente, de la sociedad.

Para ello deben ser capaces de discriminar las diferentes concepciones del conocimiento matemático y sus implicaciones educativas, entre ellas el papel que como educadores, a través de sus propias concepciones epistemológicas y educativas, tienen en la formación matemática de los individuos.

Las informaciones provenientes de la epistemología de la Matemática son fuente fundamental a la hora de tomar decisiones curriculares. La propia construcción de la teoría matemática proporciona muchas claves de naturaleza didáctica y contextualiza el saber matemático poniendo en evidencia el papel del error y de los problemas reales en el proceso de evolución del conocimiento matemático. La posición epistemológica actual está lejos de considerar a la matemática como una ciencia cerrada, exacta y acabada, estando más en favor de una imagen evolutiva de la Matemática que busca modelizar la realidad permitiendo la diversidad dentro de la uniformidad.

Este tipo de análisis es muy importante para los futuros profesores, máxime cuando ellos han sido educados desde los presupuestos "teóricamente" superados.

### *UNIDAD I.1.- El "para qué" de la Educación Matemática*

El sentido de esta unidad de trabajo es reflexionar sobre el papel que la Educación Matemática cumple en la sociedad y en el propio desarrollo del individuo. La presencia de las Matemáticas en los currícula escolares es habitualmente considerada como algo evidente y admitida por sí misma. Sin embargo, como profesores es necesario reflexio-

nar y hablar sobre el sentido de lo que hacemos y el porqué lo hacemos; es decir, como plantea Niss (1996), tener nosotros nuestros propios argumentos que justifiquen la enseñanza de la matemática en función de su papel en la naturaleza, la sociedad y la cultura.

El objetivo de la información debatida en esta unidad es influir en la elaboración de dichos argumentos personales de los estudiantes-profesores. Desde el análisis de los diferentes documentos se debatirá sobre el valor de las Matemáticas como interpretación de la realidad, el sentido y el papel que se le atribuye al conocimiento matemático en la sociedad actual y su influencia en propio desarrollo individual (tema tratado más exhaustivamente en el siguiente bloque), contrastando con el tratamiento real dado en las aulas desde sus propias experiencias como discentes.

### **Objetivos:**

- \* Conocer los diferentes enfoques de la Educación Matemática.
- \* Analizar los elementos que componen el sistema "Educación Matemática".
- \* Analizar el papel de las matemáticas en el desarrollo social y personal.

### **Contenidos:**

- Diferentes concepciones de la Educación Matemática y sus implicaciones educativas.
- Componentes y relaciones de la Educación Matemática: el saber matemático, el profesor, el alumno y el contexto, sus relaciones y sus condicionantes.
- Una aproximación sistémica a la Educación Matemática.
- Las Matemáticas como elemento de la cultura y su relación con el medio. Una visión crítica de la Educación Matemática.
- La Etnomatemática como herramienta para conectar las matemáticas con las raíces culturales de cada grupo social, con las prácticas sociales de una cultura o sociedad específica e incluso con las prácticas propias de cada grupo de edad en función del grupo social al que pertenecen.
- Funciones de la Educación Matemática en el desarrollo del individuo.

### **Documentos de Trabajo:**

ALSINA, C. (1994): "¿Para qué aspectos concretos de la vida deben preparar las matemáticas?". *UNO*, Año I, 1, (37-44).

ARCAVI, A. (1995): "Educación Matemática hacia el año 2000?". En *Actas de las VII Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*. Madrid.

AZCÁRATE, P.; VIERA, A. y LOZANO, T. (1990): "Justificación del área de conocimiento lógico-matemático" (185-187). *Diseños curriculares de la Reforma. Área Lógico-Matemática*. Consejería de Educación y Ciencia. Junta de Andalucía. Sevilla.

BISHOP, A. (1988): "Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática". *Enseñanza de las Ciencias*, 6, (2), (121-125).

COCKROKFT, W.H. (1985): "¿Por qué enseñar Matemáticas" (1-5). En *Las Matemáticas si cuentan*. MEC. Madrid.

D'AMBROSIO, U. (1990): "The role of Mathematics Education in Building a democratic and Just Society". *For the Learning of Mathematics*, 10, (3), (20-23). (Documento traducido)

GIMENO, J. (1994): "Dilemas y opciones". *Cuadernos de Pedagogía*, 225, (8-14).

GODINO, J.D. (1991): "Componentes y relaciones de la Didáctica de la Matemática con otras disciplinas" (105-108). "Principales programas de investigación en Didáctica de la matemática" (119-141). En *Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática*, en Gutiérrez (Ed.): *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Síntesis. Madrid.

GUZMÁN, M. (1994): "¿Para qué el pensamiento matemático en nuestra cultura?". *UNO*, Año I, 1, (15-24).

NISS, M. (1995): "Las Matemáticas en la sociedad". *UNO*, Año II, 6, (45-57).

NISS, M. (1996): "¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela?". En Puig y Calderón (Eds): *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Cide, MEC. Madrid.

RICO, L (1990): "La enseñanza de las Matemáticas" (32-34). "Matemáticas como elemento de cultura" (38-40). En *Diseño curricular en Educación Matemática: una perspectiva cultural*, en Linares y Sánchez (Eds.): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Alfar, Sevilla.

SKOVSMOSE, O. (1990): "Mathematical Education and Democracy". *Educational Studies in Mathematics*, 21, (109-128). (Traducción resumida)

STEINER, G-H. (1985): "Theory of Mathematics Education (TME): an Introduction". *For the Learning of Mathematics*, 5, (2), (11-17). (Documento traducido)

### **Puntos de Análisis y Debate:**

- \* Problemas claves de la Educación Matemática, documento de referencia Niss (1995). Relación con la estructura de la asignatura.
- \* El papel de las matemáticas en el sistema social y en la formación de los individuos. Su relación con la propia función social de la escuela.
- \* ¿Para qué necesitan los niños saber matemáticas? Discutir los documentos Arcavi (1995) y Niss (1996).
- \* ¿Reconocemos y usamos en la vida adulta la matemática que se nos enseñó en la escuela?
- \* Reflexionar sobre los objetivos de la educación matemática y elaborar una propuesta de grupo sobre los fines de la educación matemática.

### **Actividades a realizar por los grupos:**

- Desde la lectura de los documentos Arcavi (1995) y Alsina (1994), realizar un esquema de aspectos de la vida cotidiana relacionados con el conocimiento matemático.
- Desde la lectura de los documentos Skovsmose (1990) y D'Ambrosio (1990), hacer una síntesis de aquellos puntos que consideran más significativos.
- Analizar las posibles implicaciones que la consideración de las matemáticas como parte fundamental de la cultura puede tener en los diseños curriculares de aula.

*UNIDAD I.2.- Epistemología y Educación Matemática. Las matemáticas escolares y los profesores.*

La evolución de la concepción epistemológica de las Matemáticas ha tenido claras repercusiones en las formas de concebir la Educación Matemática. Desde una visión crí-

tica de la Educación Matemática es necesario destacar la importancia de considerar las diferentes perspectivas del conocimiento en cuanto a sus posibles interpretaciones y su influencia en el campo educativo.

En esta unidad nos proponemos estudiar la propia noción de “matemáticas escolares” como una forma diferente de conocimiento. Para ello, es importante analizar la naturaleza de las matemáticas escolares y las relaciones de los diversos campos del conocimiento matemático, como posibles interpretaciones de una misma realidad, para poder detectar las relaciones entre las matemáticas escolares y el medio socio-natural. Nos centramos sobre la naturaleza de los objetos matemáticos y de la propia actividad matemática.

La concepción expuesta por Freudenthal (1983) acerca de los objetos matemáticos como medios que permiten organizar y manejar los fenómenos del mundo que nos rodea y las acciones que hacemos con ellos, facilita una reflexión de gran potencialidad didáctica al establecer estrechos vínculos entre la realidad y los objetos matemáticos. Permite a los estudiantes-profesores acercarse a una visión del conocimiento lógico-matemático como producto de la capacidad que tienen el ser humano de establecer relaciones entre los objetos y de construir modelos de situaciones a partir de su actividad sobre ellas. Y a analizar como, a través de procedimientos intuitivos o mediante aproximaciones inductivas efectuadas desde la realización de diferentes tareas en contextos de resolución de problemas particulares, los sujetos elaboran dichos modelos.

La concepción que el profesor posea de la naturaleza de las matemáticas escolares tiene una fuerte incidencia en sus formas de concebir su enseñanza y en el papel que otorga al conocimiento matemático en el desarrollo de los alumnos. Esto justifica la necesidad de que, desde los primeros momentos de su formación, el profesor reflexione sobre la naturaleza de la materia o materias que ha de impartir y que ha de tratar como objeto de enseñanza. Como futuros educadores necesitan poder analizar qué tipo de conocimiento requieren elaborar para tratar adecuadamente el conocimiento matemático en las aulas de Primaria y ser conscientes de cómo sus propias concepciones sobre las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza orientan y, en muchos casos, determinan su forma de prever su trabajo en el aula.

### **Objetivos:**

- \* Analizar la relación entre la Educación Matemática y las diferentes corrientes epistemológicas matemáticas.
- \* Analizar la naturaleza de la matemática escolar desde una concepción evolutiva y constructiva.
- \* Reflexionar sobre el papel que juega el profesor y su conocimiento profesional relativo a la matemática.
- \* Infundir una actitud de búsqueda e indagación hacia las interrelaciones que se dan entre las matemáticas y el mundo real.

### **Contenidos:**

- Concepciones epistemológicas y sus implicaciones educativas. Su evolución histórica.

- Naturaleza del conocimiento matemático. Su carácter evolutivo, constructivo y complejo.
- El conocimiento profesional relativo a la Educación Matemática. El profesor como investigador en el aula: relaciones entre investigación y educación en Matemática.
- Los diversos campos del conocimiento matemático como interpretaciones de la realidad desde diferentes perspectivas.
- Organización del conocimiento matemático: conceptual, procedimental y actitudinal.

### **Documentos de Trabajo:**

ARMELLA, L.M. y WALDEGG, G. (1992): "Constructivismo y Educación Matemática". *Educación Matemática*, 14, 2, (7-15).

AZCÁRATE, P. y CARDENOSO, J.M<sup>a</sup> (1994): "La naturaleza del conocimiento matemático y su influencia; problema fundamental de la Didáctica de la matemática". *Investigación en la Escuela*, 24, (79-89).

BROMME, R. (1988): "Conocimiento profesional de los profesores". *Enseñanza de las Ciencias*, 6, 1, (19-29).

BROMME, R. (1994): "Beyond subject matter: A psychological topology of teacher's professional Knowledge". En Biehler, Scholz y Winkelmann (Eds.): *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer. Dordrecht. (Traducción resumida)

CALLEJO, M.L. y CAÑÓN, C. (1996): "Cambios epistemológicos en Educación Primaria en España desde 1970". En Giménez, Llinares y Sánchez, (Ed): *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. GRANADA: Comares.

CAÑÓN, C. (1993): "Hagamos explícitas nuestras creencias" (401-406). En *La Matemática: creación y descubrimiento*. Universidad Pontificia Comillas. Madrid.

CAÑÓN, C. (1995): "Modas y creencias en epistemología matemática. Su relevancia para la didáctica". En *Actas de las VII Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Madrid.

COCKROKFT, W.H. (1985): "Métodos de enseñanza" (86-87). En *Las Matemáticas si cuentan*. MEC. Madrid.

FENNEMA, E.y LOEF, M. (1992): "Teachers' Knowledge and its Impact". En Grouws (Ed): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Mcmillan Pb. Co. New York. (Traducción resumida de los puntos más significativos)

FORTUNY, J.M<sup>a</sup> (1992): "Mirando la Educación Matemática". *Suma*, 11 y 12, (4-9).

GODINO, J.D. (1990): "Corrientes epistemológicas" (112/119). En *Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática*, en Gutiérrez (Ed.): *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Síntesis. Madrid.

RICO, L. (1990): "El papel de las Matemáticas en el sistema escolar" (52-56). "Papel del profesor y organización del cambio" (56-60). En *Diseño curricular en Educación Matemática: una perspectiva cultural*, en Llinares y Sánchez (Eds.): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Alfar. Sevilla.

STEINBRING, H. (1984): "Mathematical Concepts in Didactical Situations as Complex Systems: The Case of Probability". En Steiner y Balacheff (Eds.): *Theory of Mathematics Education. ICME 5*. IDM de la Universidad de Bielefeld. Bielefeld. (Traducción de las ideas fundamentales sobre la naturaleza de las matemáticas escolares)

STEINER, G-H. (1987): "Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their Interaction with Theory and Practice in Mathematics Education". *For the Learning of Mathematics*, 7, 1, (7-13). (Traducción resumida)

VERGNAUD, G. (1990): "Epistemology and Psychology of Mathematics Education". En Nesher y Kilpatrick (Eds.): *Mathematics and Cognition*. Cambridge. University Press. Cambridge. (Traducción resumida)

### **Puntos de Análisis:**

- \* ¿Qué relaciones se pueden establecer entre la forma de concebir el conocimiento matemático y su tratamiento en el aula?
- \* Las matemáticas escolares se conocen, se descubren, se construyen..., en sí mismas, en relación con otros aspectos del entorno, para facilitar el trabajo en otras disciplinas,..., a través de definiciones y sus aplicaciones, a través de la manipulación de materiales, a través de la resolución de problemas del entorno.
- \* Las matemáticas como conocimiento de la realidad: Relaciones entre los diferentes campos del conocimiento matemático. Relaciones entre las matemáticas y otras disciplinas.
- \* Todos los profesores desarrollan los mismos procesos instructivos al trabajar las matemáticas en sus aulas. ¿Qué conocimientos pueden ser determinantes para un tratamiento adecuado del conocimiento matemático en las aulas de Primaria?

### **Actividades a realizar por los alumnos:**

- Hacer un esquema de las ideas claves y relaciones extraídas de los documentos de Cañon (1993), Cañon (1995), Callejo y Cañon (1996) y Godino (1990).
- Elaborar un esquema sobre aquellas ideas más significativas que caracterizan la naturaleza de las Matemáticas, primero de forma individual y posteriormente debatir en el pequeño grupo para extraer las conclusiones. (El guión de análisis se puede elaborar siguiendo el esquema aportado por Carrillo y Contreras (1995)).
- Construir un cuadro que refleje los diferentes campos de las matemáticas escolares y el enfoque desde el que interpreta la realidad.
- Extraer los puntos más significativos de los documentos de Fennema y Loef (1992) y Bromme (1988) y (1994) en lo relativo al conocimiento profesional y al papel del profesor ante el tratamiento del conocimiento matemático en el aula.

### **Bibliografía complementaria al primer bloque**

ALEKSANDROFF, A.D. y col. (1976): *La Matemática: su contenido, métodos y significado*. (3 vol). Alianza Editorial. Madrid.

BACHELARD, G. (1983): *La formación del espíritu científico*. Siglo XXI. Buenos Aires.

BAUERSFELD, H. (1992): "Classroom cultures from a social constructivist's perspectives". *Educational Studies in Mathematics*, 23, (467-481).

BISHOP, A. (1995): "Educando a los culturizadores matemáticos". *UNO*, Año II, 6, (7-12).

- BLANCO, L. (1992): "Aproximación al conocimiento práctico personal de los profesores de Matemáticas de EGB". *Enseñanza de las Ciencias*, 10, 2, ( 195-200).
- BROUSSEAU, G. (1989): "Utilidad e interés de la Didáctica de la Matemática para un profesor (Primera parte). *Suma*, 4, (5-12).
- BROUSSEAU, G. (1989): "Utilidad e interés de la Didáctica de la Matemática para un profesor (Segunda parte). *Suma*, 5, (5-12).
- BROUSSEAU, G. (1994): "Los diferentes roles del Maestro". En *Didáctica de Matemáticas*. Paidós. Barcelona.
- CAÑÓN, C. (1993): *LA MATEMÁTICA, creación y descubrimiento*. Universidad Pontificia Comillas. Madrid.
- CHEVALLARD, Y. (1990): "On Mathematics Education and Culture: Critical Afterthoughts". *Educational Studies in Mathematics*, 21, (3-27).
- CHEVALLARD, Y. (1992): "Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12, (1), (73-112).
- CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A.G. y OTTE. M. (1986): *Perspectives on Mathematics Education*. Reidel. Dordrecht.
- FREUDENTHAL, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel. Dordrecht.
- GUTIÉRREZ, A. (Ed.) (1991): *Área de Didáctica de la Matemáticas*. Síntesis. Madrid.
- HIERBERT, J. (1986): *Conceptual and procedural knowledge: the case of Mathematics*. Lea. Londres.
- KLINE, M. (1980): *La pérdida de la certidumbre*. Siglo XXI. Madrid.
- LAKATOS, I. (1978): *Pruebas y Refutaciones*. Alianza. Madrid.
- NICKSON, M. (1992): "The culture of the Mathematics Classroom: a Unknown Quantity?". En Grouws (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Mcmillan Pb. Co. New York.
- NISS, M. (1996): "¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela?. En Puig y Calderón (Eds): *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Cide, MEC. Madrid.
- PIAGET, J. (1972): *Psicología y Epistemología*. Ariel. Barcelona.
- POPE, M.L. y SCOTT, E.M. (1988): "La epistemología y la práctica de los profesores". En Porlán, García y Cañal : *Constructivismo y enseñanza de las ciencias*. Díada. Sevilla.
- RIBNIKOV, K. (1987): *Historia de las Matemáticas*. MIR. Moscú.
- SALLÁN, J.G. (1987): *Las actitudes en Educación. Un estudio sobre Educación Matemática*. PPU. Barcelona.
- SKOVSMOSE, O. (1994): *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Kluwer. Dordrecht.
- THOMPSON, A.G. (1984): "The relations of teacher's conceptions of Mathematics and mathematics teaching to instructional practice". *Educational Studies in Mathematics*, 15, (105- 127).
- THOMPSON, A.G.(1992): "Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En Grouws (Ed.): *Handbook on Mathematics Teaching and Learning*. Mcmillan. New York. (Documento traducido)
- WENZELBURGER, E. (1993): "Nuevas tendencias en la Matemática y su enseñanza". *Suma*, 13, (4-9).

## **Bloque II.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemática**

A lo largo del desarrollo de este bloque de contenidos se elaborará el conocimiento relacionado con los procesos de enseñanza/aprendizaje. En primer lugar nos detendremos en el estudio del proceso de aprendizaje. Para comprender el significado de la expresión “elaboración significativa del conocimiento matemático” es necesario profundizar sobre qué representaciones disponemos en torno a la Matemática (aspecto tratado en el bloque anterior) y sobre su aprendizaje. La mayoría de los futuros profesores son producto de una educación matemática desarrollada desde presupuestos distantes y, en muchos casos, contradictorios con los presupuestos del constructivismo social.

En general es muy difícil poder llevar a la práctica algo sobre lo que no se tienen referentes claros y es por ello, por lo que creemos que el análisis, discusión y aplicación de las informaciones referentes a las características del aprendizaje matemático, son una de las fuentes fundamentales del currículo. Las ideas extraídas están estrechamente relacionadas con el diseño del proceso de enseñanza. Las propias características del aprendizaje, ponen condiciones al proceso de enseñanza.

Pero no son las condiciones del aprendizaje las únicas implicadas en el desarrollo de un adecuado proceso de enseñanza. Es necesario contar con las condiciones contextuales, con la necesidad de regulación del proceso, con los medios y materiales de que disponemos, las relaciones con otras disciplinas, con el propio entorno, etc. Todo ello es producto de estudio en un segundo momento del desarrollo de este bloque.

Por último, pensamos que desde todas las informaciones precedentes es necesario conocer y hacer un estudio crítico del currículo prescriptivo, como paso imprescindible para poder tomar decisiones curriculares como: seleccionar, organizar y secuenciar los contenidos y las actividades a desarrollar por los alumnos; disponer la organización del tiempo y del espacio; elaborar los instrumentos y objetivos de la evaluación, etc.

### *UNIDAD II.1.- LOS ALUMNOS Y SU ADQUISICIÓN DEL “SABER MATEMÁTICO”*

Los contenidos de esta unidad de trabajo están dirigidos a estudiar y debatir sobre las condiciones y características del aprendizaje matemático. Se analizan las diferentes teorías del aprendizaje y su aportación a la mejor comprensión de dicho aprendizaje.

Una de las grandes aportaciones de los nuevos presupuestos curriculares es el reconocimiento del carácter constructivo del conocimiento matemático. Dada la falta de referentes experienciales sobre su significado es necesaria una profunda reflexión sobre lo que ello implica a la hora de trabajarlo en el aula, fundamentalmente cuando se trata de alumnos de las primeras edades.

Las diferentes teorías del aprendizaje dan ciertas claves para poder entender el proceso de elaboración del conocimiento en un entorno escolar y permiten poder extraer ciertas ideas sobre aquellos aspectos que será necesario considerar a la hora de diseñar la futura actuación en un aula de Primaria, en lo referente al tratamiento matemático de la realidad.

## Objetivos:

- \* Conocer las diferentes concepciones sobre el aprendizaje y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática.
- \* Analizar las condiciones de la génesis y evolución del conocimiento matemático y sus elementos constitutivos: esquemas, conceptos, tramas, destrezas, procedimientos, capacidades, actitudes, valores y normas.
- \* Conocer y analizar el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje matemático y la importancia de la reflexión sobre el proceso heurístico seguido y los logros alcanzados en dicha resolución.
- \* Reconocer las características de los razonamientos, analógicos, transductivos, inductivos, hipotético y deductivos.
- \* Analizar el papel del error en el aprendizaje matemático.

## Contenidos:

- Diversas concepciones del aprendizaje matemático y su reflejo en los procesos de enseñanza:
  - La naturaleza constructiva del aprendizaje: construcción del significado del conocimiento matemático desde el conocimiento previo.
  - El aprendizaje por adaptación al medio: fases de equilibrio y desequilibrio.
  - El aprendizaje como hecho social.
  - El aprendizaje contextualizado.
- Funcionamiento del pensamiento matemático y génesis de las ideas. Su modelización.
- Génesis y evolución del conocimiento matemático. Ideas fundamentales:
  - Las ideas previas de los sujetos
  - El sentido de la actividad
  - El contexto de actividad
  - El contraste de información
  - La representación, etc.
- La resolución de problemas como medio para la construcción del conocimiento. La heurística en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.
- Estrategias implicadas en la resolución de problemas. Razonamiento inductivo-deductivo, analógico, hipotético-deductivo, método de ensayo-error, representación, generalización, modelización,...
- Función del error en el aprendizaje matemático. Noción y tipos de obstáculos.

## Documentos de trabajo:

BARODY, A.J. (1988): "Dos puntos de vista sobre el aprendizaje" (19-32). En *El pensamiento matemático de los niños*. Visor-MEC. Madrid.

BROWN, J.; COLLINS, A. y DUGUID, P. (1989): "Situating cognition and the culture of learning". *Educational Researcher*, 18, (1), (32-42). (Documento Traducido)

CHAMORRO, C. (1991): "La evaluación y el papel del error" (33-48). "El aprendizaje significativo en matemáticas" (49-83). En *El aprendizaje significativo en el Área de las Matemáticas*. Alhambra-Logman. Madrid.

CORIAT, M. (1995): "Teorías del aprendizaje en Educación Matemática" (146-154). En *Proyecto Docente*. Universidad de Granada. Granada.

GÓMEZ, B. (1991): "Dos grandes teorías del aprendizaje" (74-89). En *Las Matemáticas y el Proceso Educativo*, en Gutiérrez (Ed.): *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Síntesis. Madrid.

POLYA, G. (1981): "Para resolver un problema se necesita:" (18-19). "Preguntas principales" (28-40). "Cómo resolver un problema" (49-56). En *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas. México.

RICO, L. (1992): "El error en el aprendizaje de las Matemáticas" (10-11). "Planteamiento y cuestiones generales de las investigaciones sobre errores" (22-26). "Clasificación de errores" (30-35). En *Investigaciones sobre errores de aprendizaje en Educación Matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Granada.

RODRIGO, M.J. (1994): "El hombre de la calle, el científico y el alumno. ¿un solo constructivismo o tres?". *Investigación en la Escuela*, 23, (7-16).

RUIZ HIGUERAS, L. y RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ, J.L. (1989): "El aprendizaje de las matemáticas y la teoría de las situaciones de Brousseau". *Épsilon*, 13, (27-42).

RUIZ HIGUERAS, L. (1994): "Una nueva hipótesis de aprendizaje: el constructivismo en Educación Matemática" (116-122). En *Proyecto Docente*. Universidad de Jaén. Jaén.

SKEMP, R. (1982): "Formación de conceptos matemáticos" (23-40). "La idea de un esquema" (41-57). En *Psicología del aprendizaje de las Matemáticas*. Morata. Madrid.

### **Puntos de Análisis:**

- \* Identificar las diferencias más significativas entre las diferentes concepciones de aprendizaje y sus implicación en el aprendizaje de las matemáticas escolares.
- \* ¿Qué puede hacer un alumno para progresar adecuadamente en Matemáticas? ¿Y qué puede hacer el profesor para facilitararlo?
- \* Analizar las condiciones que debe reunir una situación de aprendizaje matemático.
- \* Analizar y discutir las ventajas e inconvenientes de utilizar la resolución de problemas como vía de adquisición de conocimientos.
- \* Evaluar el papel del error en al construcción del conocimiento matemático desde una posición constructivista del aprendizaje.

### **Actividades a realizar por el grupo**

- Hacer un esquema de los diferentes presupuesto que organizan las dos grandes corrientes sobre el aprendizaje. Utilizar como referencia los documentos de Barody (1988), Gómez (1991) y Coriat (1995).
- Extraer las ideas fundamentales reflejadas en dichos documentos y contrastarlas con los datos extraídos de su propia experiencia sobre el tipo de aprendizaje desarrollado.
- Establecer las diferencias entre los distintos tipo de razonamiento: analógico, inductivo, deductivo y sus posibles relaciones.
- Realizar un esquema sobre las posibles finalidades del aprendizaje matemático (adquirir conocimientos sobre conceptos y hechos matemáticos, aprender técnicas

y destrezas para el trabajo matemático, desarrollar actitudes y capacidades lógicas, aprender a expresarse con el lenguaje matemático, ....). Primero de forma individual y luego debatir en grupo para llegar conclusiones consensuadas.

## *UNIDAD II.2.- SOBRE LA ENSEÑANZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA*

El estudio desarrollado en esta unidad de trabajo esta focalizado en el análisis de los procesos de enseñanza del conocimiento matemático desde una perspectiva global. Para ello analizaremos en primer lugar las implicaciones de las ideas extraídas en la unidad anterior. El problema de estudio se focaliza en torno a cómo deberíamos enseñar para que los alumnos desarrollen un conocimiento matemático significativo.

Se analizarán las características de las situaciones didácticas y las relaciones que en ellas se pueden establecer entre los diferentes campos de la matemática escolar y las otras disciplinas del currículo, como elemento básico del diseño curricular. Dentro del diseño de situaciones o unidades didácticas hay una serie de elementos de necesaria consideración como son: la situación inicial, la relación con el entorno, la resolución de problemas reales como instrumento de investigación del alumno, los medios y materiales a utilizar, el papel de los alumnos en el proceso, la intervención del profesor, la información a considerar, las condiciones de la actividad matemática en relación con las actividades propuestas, el papel de la evaluación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Todo ello se puede concretar en un proceso de resolución de problemas contextualizados. Para ello es necesario conocer los diferentes puntos de vista sobre la naturaleza de los problemas y sus funciones en las matemáticas y en su enseñanza. Todos estos aspectos son motivo de estudio, discusión, contraste y elaboración con la finalidad de su posible aplicación en el diseño de las unidades didácticas elaboradas paralelamente por los grupos.

### **Objetivos:**

- \* Conocer y analizar las variables que influyen y determinan el desarrollo de todo proceso de enseñanza.
- \* Analizar la transformación que sufre el conocimiento matemático como objeto de estudio escolar.
- \* Detectar las relaciones de la matemática con el medio real, como instrumento para dotar de significado a la actividad matemática.
- \* Discutir la diferencia entre enseñar a resolver problemas y enseñar a través de la resolución de problemas y las diferentes implicaciones educativas.
- \* Conocer y analizar el papel de la evaluación en el proceso docente. Su contenido, sus técnicas, métodos e instrumentos.

### **Contenidos**

- Una metodología didáctica basada en la investigación del alumno. Aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales, implicados en el conocimiento y actividad matemática.

- Las situaciones de enseñanza/aprendizaje:
  - Las situaciones problemas.
  - Relaciones entre las distintas ramas de la matemática.
  - Conexiones entre las Matemáticas y otras disciplinas del curriculum.
  - La Matemática y la globalización.
- La resolución de problemas reales en situaciones didácticas:
  - Para la investigación escolar
  - Como medio para la construcción del conocimiento
  - Como una forma de presentar los contenidos matemáticas a los alumnos
  - Para facilitar la construcción de modelos mentales.
- Fenomenología y Fenomenología didáctica. Relaciones entre situaciones extraídas de contextos cotidianos y los conocimientos necesarios para su tratamiento.
- Los medios, materiales y recursos:
  - Tipos y características
  - Su papel y significado en la enseñanza matemática
  - El entorno socio-natural como recurso didáctico-matemático
  - Las nuevas tecnologías.
- La evaluación de los conocimientos matemáticos. Su integración en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **Documentos de trabajo:**

ALSINA, C. y FORTUNY, J.M<sup>a</sup> (1994): "Guía del proyecto" (1-4). En *La Matemática del consumidor*. Generalitat de Catalunya. Barcelona.

ALVAREZ, J.M. (1993): "El alumnado. La evaluación como actividad crítica de aprendizaje". *Cuadernos de Pedagogía*, 219, (28-32).

CALLEJO de la VEGA, M<sup>a</sup>L. (1992): "Curriculum de Matemáticas y resolución de problemas". *Suma*, 10, (25-35).

CIVIL, M. (1995): "Entrar en los hogares de los estudiantes". *UNO*, Año II, 3, (73-88).

CURCIO, F.; ZARNOWSKI, M. y VIGLIAROLO, S. (1995): "Mathematics and poetry: Problem Solving in Context. *Teaching Children Mathematics*, 1, (6), (370-374). (Documento traducido)

FIGUERAS, E. (1994): "Leer, escribir y comprender matemáticas. Los problemas". *Suma*, 19, (20-34).

GARCÍA, J.E. y GARCÍA, F.F. (1989): *Aprender investigando. Una propuesta metodológica basada en al investigación*. Díada (Serie Práctica). Sevilla.

GÓMEZ, B. (1991): "Las matemáticas y el proceso educativo" (59-63). "Implicaciones de las teorías en la enseñanza: dos modelos" (90-101). En *Las Matemáticas y el Proceso Educativo*, en Gutiérrez (Ed.): *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Síntesis. Madrid.

LOZANO, T. (1992): "El arte de lo imposible o la globalización en matemáticas". *Educación Primaria*, 3, (35-46).

RICO, L. (1992): "Evaluación en el sistema educativo español: el caso de las Matemáticas". *Suma*, 10, (15-24).

RUIZ HIGUERAS, L. (1994) "La enseñanza de las Matemáticas" (123-139). En *Proyecto Docente*. Universidad de Jaén. Jaén.

STEINBRING, H. (1984): "Mathematical Concepts in Didactical Situations as Complex Systems: The Case of Probability". En Steiner y Balacheff (Eds): *Theory of Mathematics Education*. ICME 5. IDM de la Universidad de Bielefeld. Bielefeld. (Traducción de las ideas fundamentales sobre las implicaciones educativas de la naturaleza de las matemáticas escolares)

### **Puntos de Análisis:**

- \* Reflexionar sobre las variables que pueden condicionar la enseñanza/aprendizaje de la Matemática escolares: ligadas al saber matemático, al control del profesor, al desarrollo de los alumnos, al contexto.
- \* ¿Qué significado tienen la investigación en la resolución de problemas?
- \* Diferencias entre calificación y evaluación. Evaluación cualitativa y cuantitativa. Evaluación criterial, procesual, sumativa, formativa, etc.
- \* Analizar el papel de los recursos en el desarrollo de la actividad matemática.

### **Actividades a realizar por el grupo:**

- Exponer, primero de forma individual y posteriormente debatir en el pequeño grupo, aquellas características del proceso de enseñanza/aprendizaje que consideréis más importantes. (Para ello se les puede facilitar un conjunto de ideas sobre las que han de opinar y valorar en la línea del trabajo expuesto por Carrillo y Contreras (1995)).
- Comentario de los diversos documentos sobre metodología. Ideas claves y relaciones.
- Comentario sobre el papel de la evaluación y su integración en el proceso de enseñanza/aprendizaje.
- Analizar diferentes situaciones didácticas en relación con problemáticas del entorno de cara a detectar la actividad matemática implicada en ellas.

## **UNIDAD II.3.- ESTUDIO CRÍTICO DEL CURRÍCULUM MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA**

En esta unidad nos proponemos trabajar el currículum prescriptivo matemático para la etapa de la Educación Primaria. Analizaremos la estructura de los diferentes conocimientos propuestos, su organización y su relación.

El objetivo fundamental es realizar un análisis crítico de dicha propuesta, la concepción subyacente de la matemática y de su aprendizaje, desde las diferentes orientaciones metodológicas y criterios de evaluación propuestos en el proyecto curricular del área. Para el posible contraste, en muchos casos, tomaremos como referencia documentos como los Estándares Curriculares y el Yearbook de 1989 sobre las Matemáticas de la Escuela Ele-

mental, ambos de la NCTM. Estos dos documentos, junto con la propuesta de la Junta de Andalucía y del MEC serán documentos de referencia durante el resto del curso.

Por otro lado intentaremos analizar su posible relación con las llamadas materias transversales del curriculum, como instrumentos de relación directa con el entorno.

### **Objetivos:**

- \* Conocer y analizar críticamente el contexto oficial desde el que se van a desarrollar los procesos de enseñanza/aprendizaje matemático.
- \* Conocer y analizar los elementos del diseño curricular en relación al conocimiento matemático y sus interrelaciones.
- \* Analizar los contenidos curriculares matemáticos, relativos a los distintos campos, correspondientes a la Educación Primaria.
- \* Analizar la coherencia de la propuesta metodológica y el papel que en ella juega la evaluación con los objetivos formulados.

### **Contenidos:**

- El diseño curricular en Educación Matemática. Sus elementos constitutivos.
- Diseño Curricular de Matemáticas en la Educación Primaria.
- El papel de las matemáticas escolares en el currículum. El saber matemático y los objetos matemáticos de enseñanza.
- La posición de la matemática en diseños didácticos globales y transversales para la Educación Primaria.
- Los cambios producidos desde la LOGSE. El caso de la Educación Matemática. El nuevo rol del profesor de matemáticas.
- Análisis epistemológico de los contenidos. Caracterización de los diferentes campos y de su organización.
- Los principios metodológicos propuestos. Contraste con las conclusiones extraídas en temas anteriores sobre el tratamiento del conocimiento matemático en el aula.
- Los criterios de evaluación y su relación con los otros elementos de la propuesta.

### **Documentos de Referencia**

BOJA (26/6/1992): *Curriculum de la Educación Primaria. Área de Matemáticas*. Consejería de Educación y Ciencia, Junta de Andalucía, Sevilla.

BOE (13/9/1991): *Curriculum para la Educación Primaria*. Área de Matemáticas. Educación y Ciencia. Madrid.

NCTM (1991): *Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática*. NCTM-SAEM Thales. Sevilla.

TRAFTON, P.R. y SHULTE, A.P. (Eds.) (1989): *New Directions for Elementary School Mathematics*. Yearbook. NCTM. Reston. VA.

### **Documentos de trabajo:**

CHAMORRO, C. (1991): "Las Matemáticas de la Reforma" (6-33). En *El aprendizaje significativo en el Área de Matemáticas*. Alhambra-Logman. Madrid.

GIMÉNEZ, J.; FORTUNY, J.M<sup>a</sup> y ALSINA, C. (1995): "Educación Matemática y entorno medioambiental". *UNO*, Año II, 6, (113-126).

GOÑI, J.M<sup>a</sup> (1995): "Los procedimientos en la LOGSE". *UNO*, Año II, 3, (5-12).

LUENGO, R. (1991): "El proyecto curricular en Matemáticas". En Saenz (Ed.): *Prácticas de enseñanza. Proyectos curriculares y de investigación-acción*. Marfil. Madrid.

MONEREO, C. y otros (1994): "Nociones relacionadas con el concepto de estrategias" (18-23). "la evaluación del conocimiento procedimental" (106-109). En *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Grao. Barcelona.

NCTM (1991): "Presentación de los Estándares" (3-12). En *Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática*. NCTM-SAEM Thales. Sevilla.

PÉREZ BALLONGA, P. (1993): "Matemáticas". En Zabala (Coord.): *Como trabajar los contenidos procedimentales en el aula*. Grao. Barcelona.

RICO, L. (1990): "Posición de las Matemáticas en el curriculum escolar" (45-52). "Elementos del diseño curricular" (121-159). En *Diseño Curricular en Educación Matemática*, en Llinares y Sánchez (Eds.): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Alfar. Sevilla

RIVIÈRE, V. y LUELMO, M.J. (1993): "Área curricular de matemáticas. Síntesis de la propuesta". *Cuadernos de Pedagogía*, 182, (8-12).

ROMBERG, G. (1991): "Características problemáticas del currículo escolar de Matemáticas". *Revista de Educación*, 294, (323-406).

SANCHEZ, G. (1993): "Perspectiva histórica de las reformas de los currículos de Matemáticas". *Epsilon*, 26, (31-46).

### **Puntos de Análisis:**

- \* Analizar los aspectos positivos y negativos que introducen los nuevos diseños curriculares, contrastando con las informaciones contenidas en los documentos.
- \* Diferencias en el proyecto curricular actual con respecto a los contenidos propuestos. Valoración.
- \* Analizar los objetivos y consideraciones metodológicas propuestas en los diseños curriculares y determinar el tipo de enseñanza/aprendizaje que promuevan.
- \* Analizar la coherencia de dichas propuestas (objetivos y metodología) con los criterios de evaluación planteados (contrastar la propuesta de la Junta y del MEC).
- \* Reflexionar sobre el papel de la Matemáticas en el desarrollo de las materias transversales.
- \* Comparar y analizar el tratamiento de los contenidos matemáticos de tres libros de texto para la Educación Primaria según guión de análisis aportado.

### **Actividades a realizar por los grupos:**

- Hacer un esquema de la secuenciación de los diferentes tipos de contenidos propuesta por la Junta para cada uno de los tres ciclos de Primaria. Realizar un estudio crítico de la misma.
- Construir una situación didáctica relacionada con un problema del entorno cotidiano y analizar la actividad/conocimiento matemático implicado.

- Establecer relaciones entre los objetivos y los criterios de evaluación. Analizarlas a la luz de todas las informaciones precedentes.

## Bibliografía complementaria del segundo bloque

- AEBLI, H. (1988): "Acción, operación y concepto" (159-238). En *12 formas básicas de enseñar*. Narcea. Madrid.
- ALONSO, B. y col. (1987): *Aportaciones al debate sobre las matemáticas de los noventa*. Mestral Libros. Valencia
- BRANSFORD, J.D. y STEIN, B. (1986): *Solución ideal de Problemas*. Labor. Barcelona.
- CAJARAVILLE, J.A. (1989): *Ordenador y Educación Matemática*. Síntesis. Madrid.
- CASCALLANA, M.T. (1988): *Iniciación a la Matemática: Materiales y recursos*. Santillana. Madrid.
- CHEVALLARD, Y. (1991): *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage. Grenoble.
- COLL, C. y otros (1990): *Los contenidos de la Reforma: Enseñanza, aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*. Santillana. Madrid.
- COLL y otros (1993): *El constructivismo en el aula*. Grao. Barcelona
- CORBALÁN, F. (1995): *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Grao. Barcelona.
- CURCIO, F.; ZARNOWSKI, M. y VIGLIAROLO, S. (1995): "Mathematics and Poetry: Problem Solving in context". *Teaching Children Mathematics*, 1, (6), (370-374).
- DAMARIN, S. (1993): "Schooling and Situated Knowledge: travel or tourism?". *Educational Technology*, XXXIII, (3), (27-32).
- DAVIS, H. y HERSH, R. (1988): *Experiencia matemática*. Labor. Barcelona.
- DICKSON, I; BROWN, M. y GIBSON, O. (1991): *El aprendizaje de las Matemáticas*. Labor-MEC. Madrid.
- DEFIOR, S. (1990): "La reforma y las Matemáticas. Análisis comparativo". *Cuadernos de Pedagogía*, 182, (14-17).
- ELLIOT, P.C. y KENNEY, M.J. (1996): *Communication in Mathematics*. K-12 and Beyond. Yearbook, NCTM. Reston.
- FERNÁNDEZ, A. y RICO, L. (1992): *Prensa y Matemáticas*. Síntesis. Madrid.
- FERRERO, L. (Coord.) (1992): *Plantear y resolver problemas*. Acción Educativa. Madrid.
- FROELICH, G.W. (Ed.) (1993): *Conexiones Matemáticas*. Serie Addenda. NCTM-Thales. Sevilla.
- GÓMEZ, B. (1991): "Contrastes en la enseñanza de las matemáticas"(63-70). En *Las Matemáticas y el Proceso Educativo*, en Gutiérrez (Ed): *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Síntesis. Madrid.
- HARTE, S. y GLOVER, M. (1993): "Estimation is mathematical thinking". *Arithmetic Teacher*, Octubre, (75-77).
- HERNÁN, F. y CARRILLO, E. (1988): *Recursos en el aula de matemáticas*. Síntesis. Madrid.
- HOUSE, P. y COXFORD, A. (Eds) (1995): *Connecting Mathematics across the curriculum*. Yearbook, NCTM. Reston.

- ICMI (1987): *Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los noventa*. Mestral. Valencia.
- JUNTA DE ANDALUCÍA (1992): *Desarrollos curriculares para la Educación Primaria. (Cajas verdes)*. Consejería de Educación y Ciencia. Sevilla.
- KILPRATICK, J. (1982): "What is a problem?". *Problem Solving*, 4.2, (23-31).
- LAGE, J. de y col. (1994): *Mathematics in context*. University of Wisconsin. Madison, Wisconsin.
- LANGFORD, P. (1989): "Matemáticas" (99-128). En *El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria*. Paidós-MEC. Madrid.
- LAVE, J. (1991): *La cognición en la práctica*. Paidós. Barcelona
- MARTI, E. (1994): "Constructivismo y pensamiento matemático". En *II Seminario sobre Constructivismo y Educación*. Tenerife.
- MASON, J.; BURTON, L. y STACK, K. (1988): *Pensar matemáticamente*. Labor-MEC. Madrid.
- MATTHEWS, M.R. (1994): "Vino viejo en botellas nuevas: un problema con la epistemología constructivista". *Enseñanza de las ciencias*, 12 (1), (79/88).
- MEC (1992): *Desarrollos curriculares para la Educación Primaria (Cajas Rojas)*. Educación y Ciencia. Madrid.
- MONEREO, C. y otros (1994): *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Grao. Barcelona.
- OLIVERAS, M<sup>a</sup>L. (1995): "Artesanía andaluza y matemáticas. Un trabajo transversal con futuros profesores". *Uno*, Año II, 6, (73-84).
- ORTON, A. (1990): *Didáctica de las Matemáticas*. Morata. Madrid.
- PERRET-CLERMONT, A.N. (1984): *La construcción de la inteligencia en la interacción social*. Visor. Madrid.
- POLYA, G. (1965): *Como plantear y resolver problemas*. Trillas, México.
- POPE, M. (1988): "Anteojos constructivistas: implicaciones para los procesos de enseñanza/aprendizaje". En Villar (Comp.): *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores*. Marfil. Alcoy.
- POZO, J.I. (1989): *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Morata. Madrid
- POZO, J.I. (1994): "El cambio sobre el cambio: hacia una nueva concepción del cambio conceptual en la construcción del conocimiento científico". En *II Seminario sobre Constructivismo y Educación*. Tenerife.
- PUIG, L. (1996): *Elementos de resolución de problemas*. Comares. Granada.
- RICO, L. y col. (1992): *Prensa y Educación Matemática*. Síntesis. Madrid.
- RIVIERE, A. (1984): *La psicología de Vigostky*. Aprendizaje-Visor. Madrid.
- RUIZ HIGUERAS, L. y RODRÍGUEZ, J.L. (1990): "Los obstáculos en la enseñanza de las Matemáticas". En *Actas de las IV Jornadas andaluzas de Educación Matemática*. SAEM Thales.
- STERNBERG, R. (Ed.) (1994): *Thinking and Problem Solving*. Academic Press. Londres.
- VERGNAUD, C. (1990): "La théorie des champs conceptuels". *Recherches en didactique des mathématiques*, 10.2, 3, (123-170).
- VIERA, A.M<sup>a</sup> (1991): *Matemáticas y medio*. Díada (Serie práctica). Sevilla.
- VON GLASERSFELD, E. (1994): *Radical constructivism: a way of knowing and learning*. Falmer, Londres.

WOOD, L.E. (1987): *Estrategias de pensamiento*. Labor. Madrid.

YÄBAB, J.M. (1995): "Informática y Matemáticas ¿Quién apoya a quién?". UNO, Año II, 6, (62-70).

### **Blque III. Análisis didácticos de las matemáticas escolares**

Una vez estudiadas las características principales de la Educación Matemática y el sentido de su enseñanza/aprendizaje nos introducimos en el estudio del análisis didáctico detallado de cada uno de los campos del conocimiento matemático presentes en el currículo de Primaria.

Nuestra intención no es simplemente el estudio de la Matemática "per se", su conocimiento sustantivo y sintáctico, sino un estudio profesionalizado del conocimiento matemático que permita la comprensión, interpretación y organización de dicho conocimiento desde la perspectiva de la enseñanza; es decir, la necesaria transformación de dichos conocimientos en función del objetivo propio de la profesión docente, enseñar.

Es necesario diferenciar lo que se considera conocimiento de la Matemática como disciplina de lo que debe ser el conocimiento de la Matemática para enseñar. Evidentemente el futuro profesor ha de tener un dominio del contenido que ha de enseñar, pero no se trata de un dominio indiscriminado, sino más bien de aquél que le capacite para afrontar el desarrollo del curriculum escolar, como una reelaboración del conocimiento del alumno hacia planteamientos más complejos e integrales.

Esto supone que el futuro profesor debe conocer y reflexionar sobre el propio contenido que tiene que enseñar, pero no en un camino cualquiera sino en aquél que le aporte datos de naturaleza didáctica, es decir, información significativa que le permita la reflexión sobre el proceso de enseñanza/aprendizaje de dicho contenido (Even y Lapan, 1994).

Desde esta perspectiva se ha configurado el bloque en cuatro unidades relacionados con los cuatro grandes campos de las matemáticas escolares: los números, las magnitudes, el espacio y el estudio de la incertidumbre. En cada uno de ellos hemos seleccionado aquellos aspectos que hemos considerado más relevante y que nos permiten analizar la estructura lógica/didáctica de los contenidos, su nivel de comprensión, su proceso de construcción, sus peculiaridades y dificultades de aprendizaje y aquellos elementos que consideremos necesarios para su enseñanza.

Como ya hemos venido indicando, hay una diferencia obvia entre los dos primeros bloques y este tercero ya que este último, corresponde al estudio del propio currículo matemático de Primaria, sus contenidos y su organización, mientras que los otros dos trataban sobre los fundamentos de los procesos de enseñanza/aprendizaje del conocimiento matemático en general. Información que nos sirve de referencia en todo momento.

Mantenemos la misma estructura en la presentación global de las unidades, en lo que respecta a los diferentes puntos de los guiones de trabajo (objetivos, contenidos, documentos de trabajo, puntos de análisis y actividades). Con respecto a la organización interna de la presentación de los contenidos de cada uno de las unidades, esta responde, en todas las unidades, a aspectos relacionados con el análisis didáctico: del contenido, del proceso de aprendizaje y del proceso de enseñanza.

Somos conscientes que en todo curso de formación inicial de Maestros están presentes dos tipos de contenidos: los contenidos que ellos, como profesores, tendrán que enseñar y los contenidos de naturaleza didáctico-matemática que ellos deberán adquirir. Los primeros son los considerados como “contenidos de referencia” que, aunque evidentemente no van a ser objeto de enseñanza en nuestras aulas de la Facultad, no dejan de ser contenidos sobre los que es necesario reflexionar y analizar. Es, por tanto, el análisis didáctico de dicho contenido uno de los aspectos que consideramos como imprescindibles de tratar en nuestras aulas. Nos referimos a la reflexión sobre los conceptos, procedimientos y actitudes que se recogen en la propuesta curricular de la Junta de Andalucía. Sus características, su evolución a lo largo de la historia, las situaciones en las que se originaron, el cambio de concepciones y la superación de obstáculos, así como su propia naturaleza epistemológica, son aspectos sobre los que se aportará información y sobre los que se debatirá en el aula.

Otro elemento que entra en juego en el desarrollo de estas unidades es el análisis del proceso de aprendizaje característico de cada campo del conocimiento matemático. Analizaremos las posibles etapas en la construcción del conocimiento con respecto a dichos campos, los estudios e investigaciones sobre el aprendizaje de los diferentes tópicos, las concepciones de los niños, las dificultades de aprendizaje en las primeras etapas y los obstáculos detectados. Con respecto a estos temas, la información es bastante escasa en determinados campos, como el estocástico, y muy abundante en otros, como el aritmético, deficiencia que intentamos subsanar con el análisis de las experiencias personales.

Por último, consideramos los aspectos propios de la enseñanza de las matemáticas escolares e intentaremos integrarlos con los datos precedentes como, las dificultades y características propias de los conceptos o procedimientos implicados, las dificultades de su aprendizaje, el nivel de tratamiento adecuado. Un elemento fundamental para poder diseñar es conocer las posibles situaciones y problemas de partida a cuya comprensión y dominio contribuyen los conocimientos matemáticos. Para ello necesitamos realizar un análisis fenomenológico de los distintos campos del conocimiento matemático a enseñar.

Según Freudenthal (1983: 28) el análisis fenomenológico de *“un concepto matemático, de una estructura matemática o de una idea matemática significa [...] describir su relación con los fenómenos para cuya organización fue creado y a cuáles puede ser extendido, de qué manera actúa sobre esos fenómenos como medio organizador y de qué poder nos dota sobre esos fenómenos”*. En otras palabras, nos interesa analizar fenómenos del mundo real y cercano, sus características, sus propiedades y las acciones que podemos realizar sobre ellos en relación con los distintos campos del conocimiento matemático. Creemos que es necesario realizar este análisis fenomenológico del contenido matemático que se quiere enseñar ya que, como hemos dicho en la primera parte de este trabajo, el acceso al conocimiento matemático parte del tratamiento de problemas reales y cercanos. La explicación fenomenológica del entorno y de los problemas que en él se detectan, nos permite acceder a los posibles usos del conocimiento matemático en los distintos contextos, información que caracteriza su campo semántico en la línea expresada por Wittgenstein (1967): no se comprende lo que se expresa simplemente, sino lo que se utiliza. Toda ella es información fundamental para poder seleccionar y diseñar unidades didácticas en las que estén implicados determinados conceptos o procedimientos matemáticos.

Y, por último, analizaremos los medios y recursos que podemos utilizar para trabajar estos contenidos en las aulas de Primaria.

A partir de estas fuentes están organizados los apartados correspondientes a cada unidad, con las posibles variantes propias de cada uno. Entendemos que todos estos elementos no son siempre desarrollados al mismo nivel, ni de igual forma en todas las unidades de este bloque. Su extensión y profundidad dependerá del interés del grupo y de las situaciones que consideramos para el diseño de las unidades didácticas en cada momento. En verdad, pensamos que más que un estudio exhaustivo de todo el contenido didáctico- matemático que como profesores de Primaria deberían de conocer, nuestra intención es ofrecerles un método de trabajo que les posibilite al acceso a dicho conocimiento en cualquier momento de su vida profesional, vinculando toda la información a actividades propias de su futura labor profesional, como es la planificación de su actividad docente. En otras palabras, intentamos incidir en su nivel de desarrollo través de la elaboración de competencias profesionales desarrollando determinadas estrategias que, a su vez, faciliten la continua evolución de su conocimiento profesional.

### *UNIDAD III.1.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento espacial/geométrico en la Educación Primaria*

Empezamos por el estudio de la Geometría por creer que es uno de los campos más cercanos a la experiencia del niño y, sin embargo, poco tratado en la realidad escolar y, por tanto, bastante desconocido para nuestros alumnos de la Facultad de Educación. Los aspectos relacionados con esta unidad están presentes en el sexto bloque de contenidos propuesto por la Junta de Andalucía.

En general, para los niños, las experiencias más ricas de los primeros años de vida son las de carácter espacial, el espacio constituye el medio a partir del cual se establece una interrelación entre su propio yo y el exterior. Gracias a esta relación, se afianza tanto el conocimiento de sí mismo como del mundo que le rodea. Sin embargo, es un tema que en la escuela se reduce a trabajar unos pocos conceptos euclidianos, sin establecer en muchos casos relaciones con la descripción, interpretación y modelización geométrica de las características del entorno. La geometría, en sus distintas interpretaciones, es un cuerpo organizado de conocimiento referente al espacio; estudia el aspecto continuo y no cuantificable de la realidad, el espacio en el que nos movemos. Como apunta Pinol-Douriez (1979: 14), el espacio es al mismo tiempo *“estructura elaborada por las operaciones intelectuales y “contenido” sobre el que se ejercen dichas operaciones”*.

El espacio como objeto mental y como concepto matemático no está en el punto de partida del estudio de la geometría, sino que es el producto de un largo proceso de elaboración que parte de la vivencia en múltiples situaciones espaciales y de la progresiva coordinación entre la percepción y la acción. Al tratar con los primeros niveles educativos, es importante el estudio del significado e importancia de la capacidad de orientación y organización espacial en el desarrollo del individuo y en la elaboración de los sistemas de referencia; por ello, analizaremos en primer lugar, los elementos básicos de su elaboración como son el esquema corporal, el movimiento y la representación.

Para un buen desarrollo espacial es previo y fundamental un conocimiento del esquema corporal. Será el cuerpo el punto de referencia por excelencia para poder

orientarse y organizarse en su propio espacio y en el espacio externo, conocer los objetos, su posición, su forma, etc.... Del cuerpo van a partir las primeras direcciones básicas de la orientación espacial, que le van a ayudar a situarse y a marcar unos puntos de referencia con respecto al exterior. El individuo se orienta a sí mismo en el espacio y, una vez orientado, comienza a organizar dicho espacio. La orientación es un patrón de referencia intrínseco al propio sujeto y no necesita de un espacio concreto, ni de unos objetos concretos, a diferencia de la organización que si va a necesitar de unos elementos concretos, situados en ese espacio en el que el sujeto va a establecer formas de relación externas, a partir de las pautas de orientación elaboradas en función del propio cuerpo.

En un primer momento este proceso se basa fundamentalmente, en las vivencias y experiencias cotidianas del niño, éstas le proporcionan un conocimiento corporal y espacial que, poco a poco, irán evolucionando en continua interrelación y le conducirá a una interiorización y conceptualización del espacio que le rodea. El conocimiento espacial no deriva sin más de la percepción visual sino que representa el producto de una larga construcción, en la que la actividad perceptiva y motriz juega un papel fundamental. En el descubrimiento de las nociones y relaciones espaciales tiene, por tanto, un papel decisivo la actividad del individuo. El conocimiento del espacio proviene, al principio, de la actividad sensoriomotriz y posteriormente, a nivel representativo, la actividad - real o imaginada - irá flexibilizando y coordinando las imágenes espaciales.

El proceso de elaboración de la estructuración espacial permite al individuo el dominio progresivo de los distintos planos del espacio (propio, inmediato, mediano y remoto), siendo la capacidad de orientación y organización del individuo (eje de dicha estructuración) cada vez más compleja según accede al dominio de dichos planos. Para ello utiliza, como instrumentos básicos, la percepción y el movimiento. A través de ellas irá descubriendo las propiedades y relaciones de las situaciones espaciales a las que se enfrenta (topológicas, proyectivas, euclidianas) tanto en el nivel práctico y como representativo ( sensoriomotriz, preoperatorio, operatorio), construyendo los sistemas referenciales de orientación y organización del espacio total.

La naturaleza de las capacidades espaciales implican el dominio de dos componentes especialmente interesantes para la geometría:

- la capacidad de interpretar la información visual, que implica la comprensión de representaciones visuales y el uso del lenguaje adecuado para su descripción,
- la capacidad de procesamiento visual, que implica la manipulación y transformación de las representaciones visuales y la traducción de relaciones expresadas en otro sistema de signos, a una representación visual.

Nos introducimos posteriormente en el estudio de la estructura geométrica euclídea, sus primeros conceptos, relaciones y representaciones. Los primeros objetos sobre los que el niño actúa son formas que encuentran en situaciones o contextos perceptivos visuales y que progresivamente, se van configurando en formas denominadas geométricas con un conjunto de propiedades que las caracteriza. En este proceso de elaboración, de nuevo la exploración del espacio, el movimiento de los objetos y sus representaciones juegan un papel fundamental.

Las relaciones existentes entre el dibujo y el objeto son muy complejas, ya que son producto de una interpretación del sujeto, tanto del objeto en sí mismo como de sus posibles transformaciones. Además, los aspectos perceptivos del dibujo pueden entor-

pecer la lectura geométrica de los alumnos, al atraer su atención sobre elementos del dibujo, no pertinentes para dicha lectura. A lo largo del aprendizaje, la distancia entre las propiedades espaciales del dibujo y las propiedades geométricas del objeto correspondiente, se hace cada vez mayor y es la responsable de algunas de las dificultades y errores más comunes entre los alumnos.

Podemos afirmar que la construcción del conocimiento espacial y geométrico tiene ciertas peculiaridades que tratamos de abordar desde el análisis de la teoría piagetiana y del modelo de aprendizaje y enseñanza de Van Hiele. Su análisis puede dar pistas a los estudiantes-profesores para elaborar criterios de organización y secuenciación de los contenidos geométricos, reflexionando, por ejemplo, sobre el sentido que tiene empezar y primar los aspectos euclidianos del espacio, como se viene haciendo en la escuela históricamente.

A la hora de diseñar unidades didácticas para el aula de Primaria, la introducción de contextos geométricos es relativamente sencilla ya que, el conjunto de fenómenos que pueden ser abordados desde el conocimiento geométrico es extraordinariamente rico. Especialmente en los últimos años, donde el mundo de la imagen domina claramente los sistemas de comunicación. Ello oferta grandes posibilidades para ser tratados en el aula desde situaciones cercanas a los niños y a su entorno cotidiano. Las figuras comunes de la geometría euclidiana y las relaciones que estudiamos provienen de la experiencia cotidiana, los modelos reales suelen ser semejantes al modelo representado, hecho que otorga a la percepción intuitiva del espacio, una relevancia especial en el desarrollo del sentido espacial de los alumnos.

### **Objetivos:**

- \* Estudiar y analizar el proceso de desarrollo de los sistemas de referencia y todos los aspectos adyacentes.
- \* Reflexionar y valorar sobre el carácter intuitivo de los movimientos en la construcción de las nociones espaciales y geométricas.
- \* Reconocer el papel de la manipulación y la representación en el estudio de los elementos, propiedades y relaciones de las figuras regulares del plano y del espacio.
- \* Conocer las distintas teorías sobre la construcción de las nociones espaciales y geométricas.
- \* Conocer algunas peculiaridades y problemas, relativos al proceso de enseñanza/aprendizaje de la geometría.
- \* Conocer los recursos didácticos y materiales que faciliten la adquisición y desarrollo de estos contenidos.

### **Contenidos:**

- Análisis de la concepción actual de la Geometría: estática/dinámica.
- La estructuración espacial en el niño:
  - Elementos básicos de su desarrollo:
    - esquema Corporal
    - el movimiento
    - la representación.

- Relaciones, transformaciones y nociones espaciales:
    - orientación/organización
    - topológicas/proyectivas /euclidianas.
  - Construcción de los sistemas de referencia:
    - coordinación de perspectivas
    - localización de objetos en el espacio
    - horizontalidad/verticalidad.
- La modelización geométrica: reproducir, representar, construir. Sistemas de representación.
  - Relaciones y propiedades del espacio euclideo:
    - Estudio de las figuras geométricas planas y espaciales: elementos, relaciones, regularidades, clasificación, orden
    - Relaciones: perpendicularidad, paralelismo, igualdad, proporcionalidad y semejanza, incidencia.
  - Teorías en torno al aprendizaje y desarrollo del conocimiento espacial y geométrico.
  - La geometría en la naturaleza y en el arte. Situaciones y contextos geométricos.
  - Materiales didácticos para la enseñanza/aprendizaje de estos contenidos.

### Documentos de trabajo:

ALSINA, C.; BURGUÉS, C. y FORTUNY, J.M<sup>a</sup> (1987): “Entorno” (27-39). “Aprendizaje” (83-95). En *Invitación a la Didáctica de la geometría*. Síntesis. Madrid.

ALSINA, C.; BURGUÉS, C. y FORTUNY, J.M<sup>a</sup> (1988): “El material en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría” (13-34). En *Materiales para construir la Geometría*. Síntesis. Madrid.

ALSINA, C.; PÉREZ, R. y RUIZ, C. (1989): “Simetría dinámica: ¿Por qué estudiar las transformaciones geométricas? (11-25). “Bandas infinitas: frisos” (83-93). “Decorar el plano: los mosaicos” (95-118). En *Simetría dinámica*. Síntesis. Madrid.

ANTÓN, M. (1979) : “El esquema corporal” (17-23) “La orientación espacial” (53-68). En *La psicomotricidad en el parvulario*. Editorial Laia. Barcelona.

BISHOP, A. (1986): “¿Cuáles son algunos obstáculos para el aprendizaje de la Geometría? (183-207). En UNESCO (Ed.): *Estudios en Educación Matemática. Enseñanza de la Geometría*. Unesco. París.

DONOVAN, A. y otros (1985): *Matemáticas más fáciles con manualidades de papel*. Distain. Barcelona.

GRANDE, J. del (1990): “ Spatial Sense”. *Arithmetic Teacher*, 37, 6, (14-20).

GRUPO BETA (1990): “Bases teóricas” (47-83). “Posibilidades de la semejanza en relación con diversas áreas curriculares” (117-142). En *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. Síntesis. Madrid.

LAPIERRE, A. y AUCOUTURIER, B. (1977): “Nociones de dirección, situación y orientación” (121-152). En *Los contrastes*. Editorial científico-médica. Barcelona.

LOVELL, K. (1977): “Opiniones de Piaget sobre el desarrollo del concepto de espacio en los niños y sobre la naturaleza del pensamiento geométrico” (119-127). En *El desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Morata. Madrid.

LURÇAT, L. (1986): "Conocimiento de las propiedades de las formas a través de la actividad gráfica" (117-122). En *Pintar, Dibujar, Escribir, Pensar*. Cincel. Madrid.

MARTINEZ, A. y JUAN, F. (1989): "La enseñanza de la Geometría elemental: aspectos generales" (37-48). En *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*. Síntesis. Madrid

· PÉREZ, R. (1994): "Construir la Geometría". *UNO*, Año I, 2, (65-80).

### **Puntos de Análisis y debate:**

- \* Analizar las diferencias y relaciones entre conocimiento global/conocimiento puntual; conocimiento intuitivo/conocimiento conceptual.
- \* Analizar que tipo de conocimiento geométrico utilizamos en nuestra vida cotidiana:
  - capacidad de orientación y organización del espacio
  - descripción espacial de una situación: elementos, propiedades y relaciones.
- \* Diferencias y relaciones entre los distintos autores que trabajan el aprendizaje y desarrollo del conocimiento geométrico.
- \* Reflexionar, debatir y hacer un esquema, sobre los conocimientos geométricos implicados en el desarrollo de otros campos del currículo.

### **Tareas a realizar por los grupos:**

- Describir y representar un recorrido a través de un plano, realizando un esquema de la actividad y conocimiento matemático implicado.
- Analizar desde el punto de vista de la representación espacial, diferentes dibujos de niños.
- Hacer un esquema de los conocimientos geométricos que pueden ser trabajados desde el plegado de papel. Diseñar actividades.
- Construir mosaicos y frisos propuestos en los diferentes documentos, realizando un esquema de la actividad y conocimiento matemático implicado.
- Elaborar una propuesta de secuenciación de los contenidos geométricos a lo largo de la Primaria.

### *UNIDAD III.2.- La enseñanza/aprendizaje de la Aritmética en la Educación Primaria*

Esta unidad didáctica está dedicada al estudio de los números naturales, enteros y racionales, de los sistemas de numeración y las cuatro operaciones básicas. Este campo del conocimiento matemático se ha considerado siempre como una componente esencial de la formación matemática de los escolares, a veces exclusiva. En general, en todos los proyectos curriculares hay una cierta inclinación hacia lo aritmético, así en la propuesta de la Junta de Andalucía estos conocimientos están recogidos en los bloques 1, 2 y 3, frente a los 6 bloques propuestos.

Por otra parte, el concepto de número y sus transformaciones es una de las elaboraciones sociales más significativas de la humanidad. Su influencia se extiende a todos

los campos del saber y su utilización permite dar respuesta a gran número de problemas planteados en nuestra vida cotidiana.

Por ello, estos contenidos son básicos para los futuros profesores de Primaria, al ser uno de los temas fundamentales del currículum. Sin embargo, es también uno de los temas más difíciles de trabajar en nuestras aulas. El gran número de concepciones rígidas y deformadas que sobre él y su aprendizaje existen, es uno de los grandes obstáculos para su tratamiento en nuestras aulas. Representa un reto importante para nosotros que los estudiantes-profesores, lleguen a reconocer y comprender que, el proceso de enseñanza/aprendizaje del número y de las operaciones aritméticas, es algo más que una serie de actividades reiterativas, rígidas, aburridas, sin grandes repercusiones en tu vida cotidiana y cuyo máximo resultado es el dominio de unos algoritmos.

En el caso del conocimiento aritmético, son múltiples los contextos en que los niños se enfrentan a su uso e interpretación desde edades muy tempranas y como parte de su lenguaje natural, aunque algunos de los signos que manejan no pertenecen estrictamente a la lengua natural, pero que tienen un uso generalizado en el entorno que les rodea y en numerosas actividades de la vida cotidiana (Puig, 1995). La exploración fenomenológica de los niños se inicia fuera de la escuela y debe proseguir durante la Educación Primaria, la representación numérica y de las operaciones tiene sus propias reglas que es necesario aprender. Pero, no se puede desechar el conocimiento informal de la cantidad y de sus composiciones adquirido previamente y, en general de forma inconsciente y asistemática, estableciendo estrechos vínculos entre éste y el enseñado en la escuela.

Esta idea es también aplicable a los diferentes tipos de números, a las relaciones que se pueden establecer entre ellos y a las acciones u operaciones que se pueden realizar con ellos, como representaciones de la realidad. Los diferentes contextos de uso del número y sus relaciones, son situaciones cuyas características pueden describirse fijándose en los objetos que la constituyen. Tratamos, en principio, con la realidad discreta y cuantificable.

Por último, y aunque fuera del currículum de Primaria como tal, creemos que es interesante que nuestros alumnos, como futuros profesores de matemáticas, reflexionen sobre el significado del concepto de variable y de función dada su gran influencia en el estudio e interpretación de gran número de fenómenos físicos o sociales. Fenómenos que pueden ser analizados en el aula e introducidos como una primera aproximación a la observación de la evolución y variabilidad de determinados acontecimientos.

La gran variedad de situaciones y fenómenos que se integran en el conjunto funcional, hacen a éste un concepto complejo no asequible en los primeros niveles educativos, pero su tratamiento a nivel perceptivo y fenomenológico puede aportar apoyos significativos para su desarrollo en etapas posteriores de escolarización. Siendo además útil en los primeros niveles para comprender y realizar representaciones gráficas de diferentes informaciones, para calcular la razón, como relación entre pares ordenados de diferentes tipos, incluso para la introducción de las operaciones aritméticas.

### **Objetivos:**

\*Comprender el significado del número y sus representaciones en los distintos contextos numéricos (de secuencia, de recuento, cardinal, ordinal, de medida, etiqueta, guarismo, mágico, de cálculo, etc.).

- \*Conocer y diferenciar los diferentes tipos de números (naturales, fraccionarios, decimales, negativos), significado, relaciones y representaciones.
- \* Analizar el proceso de construcción de los algoritmos, sus características y sus dificultades.
- \* Poder identificar variables y relaciones funcionales en diferentes situaciones y contextos.
- \*Conocer e integrar las diferentes teorías sobre el aprendizaje de las nociones aritméticas. Desarrollo del pensamiento numérico (aditivo y multiplicativo).
- \*Conocer las condiciones para un aprendizaje significativo de las operaciones aritméticas básicas. Las estrategias de resolución y los algoritmos.
- \*Reconocer al cálculo mental y la estimación como un elemento básico para la construcción del sentido numérico y, por tanto, de la enseñanza de la aritmética.
- \*Detectar situaciones de enseñanza/aprendizaje relacionadas con estos conocimientos y los recursos que en ellas pueden ser utilizados.

### **Contenidos:**

- La comprensión del significado de los números naturales:
  - el número como representación de la cantidad y del orden
  - una primera aproximación: comparar cantidades
  - diferentes representaciones y sus relaciones
  - el sistema decimal: estructura y conceptualización
  - procedimientos de contar
  - contextos numéricos, usos y accesos.
- Otros tipos de números: fracciones y decimales, sus diferentes interpretaciones (cociente, medida, razón, operador, etc.); los números negativos, significado y representación. Contextos en los que surgen.
- Las operaciones aritméticas básicas. Significado y representación:
  - las operaciones como traducción de acciones reales (reunir, juntar, quitar, repetir, partir, distribuir, etc.)
  - las operaciones como transformaciones, combinaciones, comparaciones, proposiciones, composiciones, etc.
  - la estructura aditiva: suma y resta
  - estrategias de comparación
  - la estructura multiplicativa: multiplicación y división
  - el cálculo mental y la estimación
  - el error en matemáticas y en la realidad
  - los algoritmos.
- Relaciones entre la estructura del sistema decimal y los algoritmos de cálculo y con otras nociones matemáticas (sistemas métricos).
- Relaciones entre números: la relación de divisibilidad. Múltiplos y divisores. Razón, proporción y porcentajes. Su significado en diferentes contextos. Relaciones entre fracción, decimal y porcentaje.
- El desarrollo del pensamiento numérico y sus diferentes perspectivas. Su papel en la enseñanza primaria.

- Dificultades y errores más importantes en el aprendizaje del número, el sistema decimal y las operaciones.
- Papel del cálculo mental en la vida cotidiana. El uso de la calculadora. La estimación en cálculo.
- Los problemas aritméticos. Problemas aritméticos verbales. Identificar el uso de los diferentes conceptos y operaciones en situaciones de la vida real. Situaciones problema.
- Las situaciones de enseñanza y aprendizaje en contextos numéricos. Contextos numéricos, juegos, materiales y recursos (ábacos, juegos de números, regletas, bloques multibase, calculadora, etc.).

### Documentos de trabajo:

BARODY, A.J. (1988): "Técnicas para contar" (87-106)."Desarrollo del número" (107-126). En *El pensamiento matemático de los niños*. Visor-MEC. Madrid.

CASTRO, E.; RICO, L. Y CASTRO, E. (1989): "El número y la formación integral del individuo" (30-37). "Las operaciones" (125-147). En *Números y Operaciones*. Síntesis. Madrid.

CENTENO, J. (1989): "La realidad social de los números decimales" (19-26). "El número decimal: conocimiento para enseñar" (59-72). En *Números decimales ¿por qué? ¿para qué?*. Síntesis. Madrid.

GIMÉNEZ, J. (1994): "Del fraccionamiento a las fracciones". *UNO*, 1 (101/117).

GOMEZ, B. (1988): "La numeración evolución y comparación de sistemas" (31-64). "Cálculo mental, cálculo pensado" (65-75). "Los algoritmos"(103-139). En *Numeración y cálculo*. Síntesis. Madrid.

GONZÁLEZ, J.L. y otros (1990): "Reflexiones sobre la naturaleza y existencia de los números enteros" (59-81). En *Números Enteros*. Síntesis. Madrid.

GONZÁLEZ, E. y otros, (1990): "La reflexión sobre la práctica como instrumento de formación y cambio educativo" (11-22). "Análisis de documentos relacionados con el tópico de función"(23-38). En *Contextos y situaciones cotidianas en el estudio de las funciones*. Seminario CIEM. Granada.

HERNAN, F. y CARRILLO, E. (1988): "Cálculo mental y calculadora" (61-80). En *Recursos en el aula de Matemáticas*. Síntesis. Madrid.

IFRAH, G. (1987): "La prehistoria de los números" (11-17). En *Las cifras. Historia de una gran invención*. Alianza Editorial. Madrid.

KAMII, C. (1985): "La teoría del número de Piaget" (17-25). "Actividades para estimular el pensamiento numérico" (119-158). En *El niño reinventa la aritmética*. Visor-Aprendizaje. Madrid.

LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M<sup>a</sup> V. (1988): "Las fracciones diferentes interpretaciones" (51-78). En *Fracciones: la relación parte-todo*. Síntesis. Madrid.

REYS, B.J. y otros (1993): *Desarrollo del significado numérico*. Serie Addenda. NCTM- Thales. Sevilla.

SEGOVIA, I. y otros (1989): "¿Por qué hay que enseñar estimación?" (57-82). En *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis. Madrid.

SIERRA, M. y otros (1989): "Enseñanza y aprendizaje de los distintos conceptos" (67-107). En *Divisibilidad*. Síntesis. Madrid.

UDINA, F. (1989): "La calculadora como centro de atención" (133-142). En *Aritmética y calculadora*. Síntesis. Madrid.

### **Puntos de Análisis:**

- \* Algoritmos/Problemas o Problemas/Algoritmos ¿Por qué? ¿Qué piensas sobre el uso de la calculadora en la clase? Ventajas e inconvenientes.
- \* Reflexionar sobre las concepciones personales en relación a las nociones de fracción, razón, proporción, porcentajes, múltiplos y divisores.
- \* Reflexionar sobre los errores y dificultades que habéis podido detectar en las aulas de Primaria en lo relativo al conocimiento aritmético, desde los textos analizados.
- \* Analizar las posibles relaciones entre el conocimiento aritmético y los otros campos del conocimiento matemático. Indicar situaciones donde se puedan establecer dichas relaciones.
- \* ¿Qué papel tienen el cálculo mental y la estimación en la vida cotidiana? ¿Y la calculadora? Explicitar estrategias propias de cálculo mental. ¿Crees que se debería trabajar en la escuela el cálculo mental? ¿por qué?

### **Actividades a realizar por los grupos:**

- Identificar las principales ideas que caracterizan las diferentes perspectivas sobre el desarrollo del conocimiento numérico y sus posibles relaciones.
- Identificar las características del sistema numérico decimal y compararlas con otros sistemas numéricos conocidos.
- Hacer una clasificación de los diferentes tipos de problemas relacionados con las cuatro operaciones básicas que se pueden encontrar en los libros de texto facilitados.
- Elaborar una propuesta de secuenciación de los contenidos aritméticos a lo largo de la Educación Primaria.
- Preparar situaciones didácticas que tengan como fin introducir alguno de los algoritmos clásicos.
- Diseñar situaciones de enseñanza/aprendizaje relacionadas con el contexto numérico y el uso de determinados recursos como, por ejemplo, la calculadora.

### *UNIDAD III.3.- La enseñanza/aprendizaje de las Magnitudes en la Educación Primaria*

En la propuesta curricular de la Junta de Andalucía, el estudio de las magnitudes y su medida, están recogidos en los bloques 4 y 5.

La práctica de la medida constituye uno de los procedimientos básicos que el hombre ha utilizado a través del tiempo para estimar la dimensión de elementos o materiales continuos que, si bien se no presentaban segmentados en unidades discretas, eran susceptibles de ser cuantificados. Para ello, uno de los pasos previos y fundamentales es la apreciación de ciertas propiedades físicas de los objetos cuya dimensión se conserva y puede cuantificarse.

Sin embargo, en las aulas se ignora en muchos casos la importancia del reconocimiento de la magnitud como objeto de medida, centrando la atención en los conceptos de medida y sus unidades sin hacer referencia a la propiedad específica que se está midiendo. Esta identificación precoz entre magnitud y medida o número, provoca, en numerosas ocasiones, estrategias no adecuadas y errores conceptuales difíciles de superar. Por otro lado, el cálculo de la medida está relacionado con procedimientos y, en algunos casos, con formulas perfectamente establecidas a cuya aplicación se dedica gran parte del tiempo escolar. Es decir, al cálculo exacto de la medida a través de operaciones con cantidades numéricas y cambio de unidades dentro del estudio de cada magnitud. Hecho que aumenta el conflicto y la distancia entre el mundo real y el mundo educativo.

Sin embargo una de las primeras acciones que realizamos cuando exploramos un objeto es establecer comparaciones globales y en general bipolares: corto-largo, grande-pequeño, alto-bajo, etc. A partir de estas situaciones surgen gran cantidad de fenómenos en los que utilizamos las magnitudes básicas y en las que se pueden introducir variados procedimientos e instrumentos, para calcular la medida de un determinado objeto con respecto de una determinada variable magnitudinal. Las personas en la vida cotidiana tienen que efectuar muchos tipos de medidas. El tratamiento de estas nociones en situaciones contextualizadas puede facilitar la elaboración adecuada de las nociones magnitudinales y métricas.

Reconocer el papel de la estimación y de las relaciones entre las diferentes magnitudes y sus medidas es uno de los aspectos sobre los que creemos que es necesario incidir y sobre los que giran gran parte de las reflexiones y discusiones de los grupos, intentando establecer conexiones con los problemas cotidianos y su posible resolución.

Con el desarrollo de esta unidad intentamos que nuestros alumnos reflexionen sobre este aspecto, sobre las dificultades que conllevan las diferencias y relaciones entre las distintas magnitudes, que indaguen sobre el proceso de conceptualización y de aprendizaje y de su posible aplicación a conceptos propios de otros campos de la Matemática, como puede ser la cantidad o la aleatoriedad. Y sobre aspectos como, la necesidad, y a la vez, arbitraria, elección de una unidad de medida, unidades convencionales y no convencionales, los sistemas de medida, el papel de la precisión y los errores en la estimación. Por último también se tratan los aspectos relacionados con la proporcionalidad y algunas de las estrategias más simples y útiles para su cálculo como es la regla de tres.

### **Objetivos:**

- \* Reconocer el importante papel de la medida en toda actividad humana.
- \* Analizar el significado de las nociones de magnitud, cantidad de magnitud, medida y unidad de medida.
- \* Conocer y analizar la importancia de la proporcionalidad y su papel en la resolución de problemas cotidianos.
- \* Valorar el papel de la estimación y aproximación de la medida. Reconocer estrategias personales de estimación de medida.
- \* Conocer el proceso de génesis y desarrollo de las nociones de magnitud y medida en los niños.
- \* Conocer las características y dificultades del proceso de adquisición de las nociones de longitud, superficie y volumen y su medida.

- \* Conocer los recursos didácticos disponibles para la enseñanza de estos temas en la escuela.
- \* Reconocer la presencia de este conocimiento en situaciones del entorno.

### **Contenidos:**

- La noción de magnitud:
  - percepción de la cualidad física
  - estimación sensorial, comparaciones
  - comparación y clasificación
  - cantidad de magnitud, seriación.
- El concepto de medida:
  - el sentido de la medida
  - cantidad de magnitud, comparación
  - ordenación
  - la noción de unidad como referente
  - unidades convencionales y no convencionales
  - propiedades de la medida: conservación y transitividad
  - sistemas de medida.
- La proporcionalidad. Magnitudes proporcionales. Cálculo y aplicaciones.
- El proceso de aprendizaje de la noción de magnitud y su medida.
- La adquisición de diferentes tipos magnitudes, su medida, sus relaciones, y sus dificultades:
  - la longitud (distancia).
  - la superficie (perímetro).
  - el volumen (capacidad)
  - el peso (masa)
  - tiempo
  - dinero.
- La estimación como estrategia cotidiana de cálculo.
- Fenomenología. Relaciones con situaciones cotidianas. Materiales y recursos. Aspectos y relaciones básicas para la enseñanza de estos contenidos en Primaria.

### **Documentos de trabajo:**

ALSINA, C. (1989): *Medidas Tradicionales Españolas*. MEC. Madrid.

CHAMORRO, C. y BELMONTE, J.M. (1988): "Génesis de la idea de magnitud en el niño" (15-24). " Génesis de la longitud en el niño" (25-38). "Tratamiento didáctico: el problema de la medida"( 49-76). En *El problema de la medida*. Síntesis. Madrid.

DICKISON, L.; BROWN, M. y GIBSON, O. (1991). "Medida " (88-180). En *El Aprendizaje de las Matemáticas*. Labor-MEC. Madrid

DIENES, Z. P. y GOLDING, E.W. (1968): "Práctica de la medida" (55-72). En *Los primeros pasos en Matemáticas: exploración del espacio y práctica de la medida*. Teide. Barcelona.

FIOL, M<sup>a</sup>L. y FORTUNY, J.M<sup>a</sup> (1990): "Hablando de proporcionalidad" (13-28).

“Desarrollo del conocimiento” (95-113). En Proporcionalidad directa. *La forma y el número*. Síntesis. Madrid

GIMÉNEZ, J. (1988): “¿Proporcionalidad o razonamiento proporcional?”. *Números*, 18, (19- 43).

GARCÍA, S.R. (1992): *Cómo enseñar a aprender el sistema métrico*. Escuela Española. Madrid.

LOVELL, K. (1977): “Concepto de peso” (85-94). “Concepto de tiempo” (95-112). En *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos de los niños*. Morata. Madrid.

OLMO, M<sup>a</sup> A.; MORENO, M<sup>a</sup>F. y GIL, F. (1989): “Aportaciones sobre la adquisición del concepto de área” (15-46). “Aportaciones sobre la adquisición del concepto de volumen” (97-114). En *Superficie y volumen*. Síntesis. Madrid

RICCO, G. (1985): “Representación y aritmetización del volumen” (175-200). En MEC (Ed.): *La enseñanza de la Matemática a debate*. Servicio de publicaciones del MEC. Madrid.

SEGOVIA, I. y otros (1989): “Estructuras conceptuales” (118-125). “Estrategias de estimación en medida” (153-180). En *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis. Madrid.

SHAW, J. y PUCKETT, H. (1989): “Developing Measurement Sense”. En Trafton y Shulte (Ed.): *New directions for elementary school Mathematics*. NCTM. Reston. (Extracto traducido)

### **Puntos de Análisis:**

- \* Reflexionar sobre cómo han trabajado a lo largo de su escolaridad los conocimientos referentes a estos temas y analizar su idoneidad a la luz de las informaciones precedentes.
- \* ¿Por qué es tan común entre los niños la confusión entre las nociones de área y perímetro?
- \* ¿Qué diferencias percibes entre capacidad y volumen? ¿Y entre peso y masa?
- \* ¿Utilizamos en nuestra vida diaria las expresiones matemáticas para calcular la medida de alguna magnitud? Analiza las estrategias alternativas que utilizas.

### **Actividades a realizar por los grupos:**

- \* Identificar y hacer un esquema de las diferentes fases del proceso de adquisición de la magnitud y su medida.
- \* Describir las estrategias personales para estimar la medida de una cierta superficie, contrastarlas en el grupo y clasificarlas. Reflexionar sobre las unidades no convencionales que utilizamos en la vida cotidiana.
- \* Calcular el área de superficies regulares y no regulares mediante recubrimiento del plano, analizando las unidades y procedimientos empleados.
- \* Construir situaciones didácticas en torno al aprendizaje de magnitudes y de su medida que estén relacionadas con situaciones problemas del entorno. Describir las diferentes variables didácticas que intervienen.
- \* Elaborar una secuencia de los contenidos de este tema a lo largo de la Educación Primaria.

#### UNIDAD III.4.- La enseñanza/aprendizaje del conocimiento estocástico en la Educación Primaria

Este campo del conocimiento matemático ha sido introducido en los currícula correspondientes a los primeros niveles educativos en la última propuesta curricular para la Educación Primaria. Si bien, los documentos del MEC (BOE del 13/09/1991) recogen la enseñanza de estos conceptos en un bloque único denominado “Organización de la Información” en el que se integra el tratamiento del “Azar y la Probabilidad”. En el que se propone como introducción idónea partir de la experimentación y análisis de los juegos de azar, confrontando las estimaciones realizadas y los resultados obtenidos.

Sin embargo, en la propuesta presentada por la Junta de Andalucía, (BOJA del 20/6/1992), no hay una presentación explícita de un bloque relacionado con el conocimiento estocástico. Curiosamente, dentro del desarrollo del bloque “Números y Operaciones”, aparecen indicaciones como:

- *“Exploración sobre la causalidad. Constatación del carácter aleatorio de algunas experiencias”*
- *“Recogida, organización, representación, análisis y valoración de datos de forma cada vez más sistemática. Formulación de sencillas inferencias. Presentación de manera ordenada y clara de los resultados”.*
- *“Aproximación a la idea de probabilidad. Exploración del grado de probabilidad de sucesos sencillos”*

En otro bloque distinto “Conocimiento, orientación y representación espacial”, encontramos reflejado el tratamiento estadístico de los datos, de forma muy especial:

- *“Representaciones espaciales de ideas y situaciones no espaciales. Elaboración e interpretación de tablas y gráficas estadísticas”*

A la hora de las orientaciones metodológicas, hay algunas indicaciones referidas a estos temas. Así, indican que los niños del segundo ciclo suelen tener un especial interés por situaciones donde ha de analizarse y preverse la probabilidad de un suceso o la repetición de un elemento. Aclaran que siempre en un tono investigativo y lúdico, se le pueden proponer actividades tendentes a discriminar lo seguro, lo posible, lo probable, etc. Igualmente importantes consideran las actividades experimentales sobre modelos de probabilidad, localizadas en el tercer ciclo. En ellas se ha de enfrentar al alumno con experiencias concretas en situaciones de naturaleza probabilísticas, en las que tengan que prever el resultado y comprobarlo experimentalmente, *“descubriendo progresivamente que, puede saberse qué suceso es más probable, y “cuanto” más probable es”* (Junta de Andalucía, 1992).

Dicha organización no parece reconocer ni el espacio ni la problemática específica del conocimiento estocástico, cuya naturaleza difiere sustancialmente de otros campos del conocimiento matemático, como el numérico o el geométrico. Su presentación, diluida y dispersa puede producir gran confusión a la hora de su tratamiento en el aula.

La estadística se ha desarrollado con el fin de organizar la información, caracterizándola y tipificándola, de forma que pueda aportar datos significativos para el análisis de la realidad. Esa información puede provenir de una gran diversidad de fenómenos de la vida social, política, profesional y económica. En este caso nos interesa el universo de fenómenos cuya resolución esta afectada por una cierta carga de incertidumbre. Estos fenómenos pueden ser considerados como contextos de uso en los que los alum-

nos pueden trabajar, elaborar y aplicar los primeros significados u objetos mentales, como los denomina Freudenthal (1983), relativos al conocimiento estocástico.

Relacionado directamente con la capacidad de inferir conclusiones desde los datos estadísticos está el sentido probabilístico de dichos datos. El pensamiento probabilístico, como la capacidad de interpretar y manejar la incertidumbre presente en la realidad, es un factor clave en nuestra sociedad actual. Su origen, igual que en la historia, está en el mundo de los juegos y en los fenómenos muy cercanos. Con el juego los alumnos de Primaria y, en cierta medida los estudiantes-profesores, pueden explorar muchos aspectos de la probabilidad y recoger y analizar datos en un ambiente de resolución de problemas y de toma de decisiones.

En este caso hay una gran cantidad de información experiencial, en la que tienen una fuerte influencia el lenguaje cotidiano y la ambigüedad de su significado. Por ejemplo, el término “probable” que, además comparte el campo semántico con “posible” aunque etimológicamente tienen un origen diferente, es utilizado en el lenguaje cotidiano tanto referido a algo que creemos que va suceder casi con total seguridad como a algo que pueda que suceda. Ambigüedad que se resuelve generalmente por el tono o el énfasis que ponemos en el habla (Azcárate y Cardeñoso, 1996). El estudio del campo semántico del concepto de probabilidad es un dato de gran transcendencia que permitirá analizar sus diferentes significados y usos en los distintos contextos donde se presenta.

La idea de probabilidad puede ser fundamentada desde diferentes perspectivas, lógica, lapalaciana, frecuencial, subjetiva. Todas ellas nos muestran la gran dificultad para delimitar claramente los significados de los conceptos de probabilidad y aleatoriedad. En estos primeros niveles educativos el objetivo es introducir a los alumnos en el reconocimiento de la incertidumbre y de su medida en casos muy concretos y cercanos a contextos cotidianos. Dada la poca información que los estudiantes-profesores poseen sobre este tema le hace ser un tema idóneo para cuestionar y poner en entredicho muchas de sus ideas sobre las matemáticas y su enseñanza/aprendizaje, al tener que pasar ellos mismos por muchos de los momentos que ellos mismos diseñarán para sus futuros alumnos de Primaria. Ello les permite aproximarse al conocimiento matemático desde una perspectiva más flexible.

En definitiva, nuestra intención en esta unidad de trabajo es acercarnos a las peculiaridades de este campo del conocimiento matemático, su incidencia en el mundo actual, las características de su aprendizaje y la problemática de su enseñanza.

### **Objetivos:**

- \* Analizar la posible caracterización de la aleatoriedad de los fenómenos.
- \* Conocer los diferentes significados de la probabilidad y sus relaciones. Su rol en los procesos de enseñanza/aprendizaje.
- \* Reflexionar sobre la inexactitud del conocimiento estocástico.
- \* Comprensión de la terminología e instrumentos básicos de la Estadística Descriptiva.
- \* Conocer las características y dificultades del aprendizaje del conocimiento probabilístico y estadístico.
- \* Reconocer y reflexionar sobre la naturaleza aleatoria de los fenómenos de nuestro entorno.

- \* Reconocer la necesidad del tratamiento de la información como instrumento para poder ser interpretada.
- \* Reconocer fenómenos y problemas del entorno, que puedan ser integrados en situaciones de enseñanza/aprendizaje, y que se relacionen con la recogida y organización de datos y su análisis e interpretación en su resolución.

### **Contenidos:**

- Los fenómenos aleatorios versus deterministas. Características de la aleatoriedad como noción matemática. Presencia y relaciones con las situaciones del entorno.
- La observación y descripción de los fenómenos deterministas y aleatorios.
- El tratamiento educativo de la aleatoriedad.
- De la intuición probabilística al cálculo de probabilidades. La probabilidad como medida de la incertidumbre presente en los fenómenos aleatorios.
- Análisis de los conceptos básicos del Cálculo de Probabilidades: espacio muestral, sucesos equiprobables, sucesos independientes, frecuencia, probabilidad.
- Análisis de los elementos básicos del tratamiento de la información y principales parámetros estadísticos que permiten la recogida, organización y representación de los datos.
- Las conexiones del concepto de probabilidad con el entorno. Las diferentes interpretaciones del concepto.
- Estudio fenomenológico de los diferentes elementos del conocimiento probabilístico y estadístico.
- Génesis y características del desarrollo de las nociones estocásticas. El modelo Bayesiano.
- Contextos, situaciones, instrumentos, recursos y problemática de su enseñanza.

### **Documentos de trabajo:**

AZCÁRATE, P. (1995): "La enseñanza del conocimiento estocástico" (350-368). En *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.

AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J.M<sup>a</sup> (1996): "El lenguaje del azar. Una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticos". *Epsilon*, 35, 12(2), (165/178).

BATANERO, C. y SERRANO, L. (1995): "La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas". *UNO*, Año III, 5, (15-28).

BLOMM, S. (1994): "Data Buddies: Primary-Grade Mathematicians Explore Data". *Teaching Children mathematics*, 1, (2), (80-86) (Resumen traducido)

BORRÁS, E. (1995): "Procedimientos y recursos para trabajar la Estadística y la Probabilidad en la enseñanza". *UNO*, Año II, 3, (61-71).

DIAZ GODINO, J.; BATANERO, C. y CAÑIZARES, M<sup>o</sup>J. (1989): "Fundamentos didácticos" (11-46). "Teoría elemental de la probabilidad" (143-164). En *Azar y Probabilidad*. Síntesis. Madrid.

DUNKELS, A. (1989): " Análisis exploratorio de datos en las aulas de la escuela primaria". En Morris (Ed.): *Estudios en Educación Matemática: La enseñanza de la Estadística*. Unesco. París.

ESTEPA, A. (1993): “¿Por qué enseñar Estadística?” (14-20). “Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos fundamentales” (55-65). En *Algunas notas sobre la Didáctica de la Estadística*. Centro de Profesores. Jaen.

GARFIEL, J.B. (1995): “La evaluación del aprendizaje en la estadística”. *UNO*. Año II, 5, (5- 14).

GREEN, D. (1989): “La comprensión de la aleatoriedad por los alumnos escolares”. En Morris (Ed.): Estudios en *Educación Matemática: La enseñanza de la Estadística*. Unesco. París.

NORTES, A. (1987): “Introducción al pensamiento estadístico” (11-23). “El lenguaje de la estadística” (51-63). “Los cálculos” (73-97). En *Encuestas y precios*. Síntesis. Madrid.

STEINBRING, H. (1991): “The Theoretical nature of probability in the classroom”. En Kapadia y Borovnick (Eds): *Chance Encounters: Probability in Education*. Kluwer. Dordrecht. (Extracto traducido de las ideas fundamentales)

### **Puntos de Análisis:**

- \* ¿Cuál es el origen de la aleatoriedad? ¿Cómo se puede definir?. Aportar alguna definición de la aleatoriedad y aplicarla a caracterizar un fenómeno determinado.
- \* ¿Qué tipo de información utilizas como referencia a la hora de tomar determinadas decisiones en situaciones aleatorias? Poner ejemplos y comparar las actitudes y estrategias intuitivas que desarrollamos.
- \* Reflexionar sobre el uso de los diferentes términos en el lenguaje cotidiano y el significado que les otorgamos. Su incidencia en la enseñanza y aprendizaje.
- \* Analizar el uso e interpretación que hacen los medios de comunicación de la información estadística y sus representaciones gráficas. Reflexionar sobre su incidencia social y educativa.

### **Actividades a realizar por los grupos:**

- Hacer una lista de situaciones didácticas, cercanas al contexto real, que, en su desarrollo, puedan permitir el tratamiento del conocimiento estocástico.
- Realizar un esquema con los diferentes significados de la probabilidad y sus posibles aplicaciones en la interpretación de fenómenos del entorno.
- Organizar y representar los datos obtenidos en una determinada situación. Posteriormente hacer un análisis e interpretación intuitiva de los resultados.
- Definir y caracterizar la aleatoriedad y la probabilidad en relación con el proceso de comprensión de una magnitud y su medida.
- Elaborar una propuesta de secuenciación de los contenidos incluidos en este bloque a lo largo de la Primaria.

### **Bibliografía complementaria al tercer bloque**

BATANERO, C. y otros (1994): “Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts”. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25, (4), (527-547).

- BARODY, A.J. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*. Visor-MEC. Madrid.
- BERMEJO, V. (1990): *El niño y la Aritmética*. Paidós Educador. Barcelona.
- BIRD, M. (1992): "On removing the ceiling from young children's number work". *Mathematics in Schol*, Noviembre, (8-11).
- BISHOP, A.J. (1989): "Review of research on visualization in mathematics education". *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, (7-16).
- BURTON, G.M. y otros (1993): *Number sense and operations*. Serie Addenda. NCTM. Reston.
- BURTON, G.M. y otros (1993): *Nivel Inicial*. Serie Addenda. NCTM-Thales. Sevilla
- CARDEÑOSO, J. M<sup>a</sup> y AZCÁRATE, P. (1995): "Tratamiento del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares". *Suma*, 20, (41-52).
- CASCALLANA, M<sup>a</sup>. T. (1988): *Iniciación a la Matemática. Materiales y recursos didácticos*. Santillana. Madrid.
- CASTRO, E. (1995): *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Comares. Granada.
- CASTRO, E.; RICO, L. y CASTRO, E. (1987): *Números y Operaciones*. Síntesis. Madrid.
- CASTRO, E.; RICO, L. y CASTRO, E. (1995): *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamericano.
- CENTENO, J. (1988): *Números Decimales*. Síntesis. Madrid.
- CHAMORRO, C. y BELMOMTE, J.M. (1988): *El problema de la medida*. Síntesis. Madrid.
- CLEMENTS, D.H. y BATTISTA, M.T. (1992): "Geometry and Spatial Reasoning". En Grouws (Ed.): *Handbook of Research on Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- CLOPTON, E.L. (1991): "Area and Perimeter are independent". *The Mathematic Teacher*, 84, (1), (33-35).
- COLECTIVO "PERIODICA PURA" (1982): *Didáctica de los números enteros*. Nuestra cultura. Barcelona.
- COLERA, J. (1990): "Visión didáctica de la estadística y el azar". En *Aspectos didácticos de la Matemática*, 3. ICE de la Universidad de Zaragoza.
- CONAWAY, B. y BOSTIC, R. (1994): "Conecting Literature, Lenguaje and Fracctions". *Arithmetic Teacher*, Abril, (430-433).
- COXFORD, A.F. (1991): *Geometry from multiple pespectives*. Serie Addenda. NCTM. Reston.
- GRAMER, K. (1995): "The importance of informal lenguaje in representing mathematical ideas". *Teaching Children Mathematics*, 1, (6), (332-335).
- CROWLEY, M.L. (1987): "The van Hiele Model of the developement of Geometric thought". En Lindquist y Shulte (Eds.): *Learning and Teaching Geometry K-12*. NCTM. Reston.
- DEL GRANDE, J. J. (1989): "Spatial Perception and Primary". En Lindquist y Shulte (Eds.): *Learning and Teaching Geometry K-12*. NCTM. Reston.
- DEL GRANDE, J.J. y MORROW, L. (1993): *Geometry and Spatial Sense*. Serie Addenda. NCTM. Reston.
- DENIS, L.P. (1994): "Relaciones entre la etapa de desarrollo cognoscitivo del adolescente y los niveles Van-Hiele de pensamiento geométrico". *UNO*, , Año I, 2 , (5-13).

- DIAZ GODINO, J.; BATANERO, C. y CAÑIZARES, M<sup>a</sup>J. (1989): "Propuestas curriculares" (65-78). En *Azar y Probabilidad*. Síntesis. Madrid.
- DIENES, Z.P. y GOLDING, E.W. (1968): *Los primeros pasos en matemáticas: exploración del espacio y práctica de la medida*. Teide. Barcelona.
- DIENES, Z.P. y GOLDING, E.W. (1976): *La geometría a través de las transformaciones: topología, geometría proyectiva y afin*. Teide. Barcelona.
- DIENES, Z.P. y GOLDING, E.W. (1976): *La geometría a través de las transformaciones: geometría euclidiana*. Teide. Barcelona.
- ENGEL, A. (1988): *Probabilidad y Estadística*. Mestral. Valencia.
- EKELAND, I. (1992): "La estadística"(165-186). En *EL AZAR. La suerte, la ciencia y el mundo*. Gedisa. Barcelona.
- FERRERO, L. (1984): *Operaciones con números naturales*. Papeles de Acción Educativa. Madrid.
- FIELKER, D. (1985): "Siete estrategias para plantear problemas en Geometría". En MEC (Ed.): *La enseñanza de la matemática a debate*. Servicio de Publicaciones del MEC. Madrid
- FIOL, M.L. y FORTUNY, J.M. (1990): *La proporcionalidad directa. La forma y el número*. Síntesis. Madrid.
- FISCHBEIN, E. (1993): "The theory of figural concepts". *Educational Studies in Mathematics*, 24 (2), (139-162).
- GADNER, J.M. (1984): *¡AJA! Paradojas. Paradojas que hacen pensar*. Labor. Barcelona.
- GEDDES, D. y otros (1992): *Geometry in the middle grades*. Serie Addenda. NCTM. Reston
- GEDDS, D. y otros (1994): *Measurement in the Middle Grades*. Serie Addenda. NCTM. Reston.
- GIMÉNEZ, J. y GIRONDO, L. (1993): *El cálculo en la escuela*. Grao. Barcelona.
- GÓMEZ, B. (1988): *Numeración y Cálculo*. Síntesis. Madrid.
- GÓMEZ, B. (1995): *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Comares. Granada.
- GONZÁLEZ, J.L. y otros (1990): *Números Enteros*. Síntesis. Madrid.
- GONZÁLEZ, E. y otros, (1990): *Contextos y situaciones cotidianas en el estudio de las funciones*. Seminario CIEM. Granada.
- GREENO, J.G. (1991): "Number Sense as Situated Knowing in a Conceptual Domain". *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 3, (170-218).
- GREER, B. (1992): "Multiplication and division as models of situations". En Grouws (Ed.): *Handbook of Research on Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- GRUPO AZARQUIEL (1988): "El tamgram". *Suma*, 1, (49-52).
- GRUPO BETA (1990): *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. Síntesis. Madrid.
- GRUPO CERO (1982): *Estrategias, conjeturas y demostraciones*. ICE de la Universidad de Valencia.
- GRUPO CERO (1983): *Es posible*. ICE de la Universidad de Valencia.
- GRUPO GAUSS (1985): *Gemoetría activa*. ICE de la Universidad de Salamanca.
- GRUPO PERIODICA PURA (1982): *Didáctica de los números enteros*. Nuestra Cultura. Madrid.

- HAREL, G. y DUBINSKY, E. (Eds) (1992): *The concept of function. Aspects of epistemology and Pedagogy*. MAA, V.25. Mathematical Association of America.
- HARTE, S. y GLOVER, M. (1993): "Estimation is Mathematical Thinking". *Arithmetic Teacher*, Octubre, (75-77).
- HACKING, I. (1995): *La emergencia de la Probabilidad*. Gedisa. Barcelona.
- HAWKINS, A. y KAPADIA, R. (1984): "Children's conceptions of probability. A psychological and pedagogical review". *Educational Studies in Mathematical*, 15, (349-377).
- HOEMANN, H.W. y ROSS, B.M. (1982): "Children's conceptions of chance and probability". En Brainerd (Ed.): *Children's logical and mathematical cognition*. Springer-Verlag. (Extracto traducido)
- HOLLOWAY, G.E.T. (1982a): *Concepción del espacio en el niño según Piaget*. Paidós. Barcelona.
- HOLLOWAY, G.E.T. (1982b): *Concepción de la Geometría en el niño según Piaget*. Paidós. Barcelona.
- IFRAH, G. (1987): *Las cifras. Historia de una gran invención*. Alianza Editorial. Madrid.
- JAIME, A. y GUTIÉRREZ, A. (1990): "Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el modelo de Van-Hiele". En Llinares y Sánchez (Ed.): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Alfar. Sevilla.
- JAULIN-MANONI, F. (1980): *Las cuatro operaciones básicas en matemáticas*. Pablo del Río. Madrid.
- KAMII, C. (1985): *El niño reinventa la aritmética*. Visor. Madrid.
- KAMII, C. (1987): *El niño reinventa la aritmética II*. Visor. Madrid.
- KOLMOGOROV, A. (1974): "La teoría de probabilidades". En Kolmogorov y otros : *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Alianza Universidad. Madrid.
- LEAN, G. ; CLEMENTS, M. y CAMPO, G. (1990): "Linguistic and pedagogical factors affecting children's understanding of Arithmetic word problem". *Educational Studies in Mathematics*, 21, (165-191).
- LEESON, N. (1994): "Improving student's sense of three-dimensional shapes". *Teaching Children Mathematics*, 1, (1), (8-11).
- LEUTZINGER, L. y BERTHEAU, M. (1989): "Making sense of numbers". En Trafton y Shulte (Ed.): *New directions for elementary school Mathematics*. NCTM. Reston.
- LINDQUIST, M.H. y otros (1992): *Making sense of data*. Serie Addenda. NCTM. Reston.
- LLINARES, S. Y SÁNCHEZ, M<sup>a</sup> V. (1988): *Fracciones. La relación parte todo*. Síntesis. Madrid.
- MARASTONI, G. (1989): *Hagamos Geometría*. Fontanella. Barcelona.
- MARTINEZ, M.J. (1991): *Numeración y operaciones básicas en la Educación Primaria*. Escuela española. Madrid.
- MARTINEZ, A. y JUAN, F. (1989): *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*. Síntesis. Madrid
- MEC (1985): *La enseñanza de la Matemática a debate*. Servicio de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- MORRIS, K. (1986) (Ed.): *Estudios en Educación Matemática. Enseñanza de la Geometría*. Unesco. París.
- MORRIS, K. (1989) (Ed.): *Estudios en Educación Matemática. Enseñanza de la Estadística*. Unesco. París.

- NCTM (1970): *La Medida*. Serie Temas de Matemáticas. Trillas. México.
- NEUFELD, K.A. (1989): "Body Measurement". *Arithmetic Teacher*, 36, (9), (12-15).
- NEWMAN, J.R. (1976): *Sigma: el mundo de las Matemáticas, Vol 3*. Grijalbo. Barcelona.
- NORTES, A. (1987): *Encuestas y precios*. Síntesis. Madrid.
- NORTES, A. (1993): *Matemáticas, Universidad, Sociedad*. Secretariado de publicaciones. Universidad de Murcia
- OLMO, M.A.; MORENO, M.F. y GIL, F. (1989): *Superficie y volumen*. Síntesis. Madrid.
- PACKEL, E. (1995): *La Matemática de los juegos de apuestas*. Euler. Madrid
- PÉREZ CUENCA, P. (1995): "Juegos probabilísticos en Primaria". *En Actas de las VII J.A.E.M.* Madrid.
- PINOL-DURIEZ, M. (1979): *La construcción del espacio en el niño*. Pablo del Río Editor. Barcelona.
- PRADA, M.D. (1990): *Cómo enseñar las magnitudes, la medida y la proporcionalidad*. Narcea. Madrid.
- PUIG, L. y CERDAN, F. (1988): *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis. Madrid.
- RICO, L. (1995). *Conocimiento numérico y formación del profesorado*. Universidad de Granada. Granada.
- RICO, L. y CASTRO, E. (1983): "Cero ¿es un número natural?. Análisis de las dificultades del cero". *Actas I Jornadas Andaluza de Profesores de Matemáticas*. Thales. Sevilla.
- RICO, L. y col. (1988): *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis. Madrid.
- RICO, L. y col. (1992): *Prensa y Educación Matemática*. Síntesis. Madrid.
- RICO, L. y col. (1994): "Two-step addition arithmetic problems". En Malara y Rico (Eds.): *Proceedings of the first Italian-Spanish research symposium in Mathematics Education*. Departamento de Matemática. Universidad de Modena.
- RUIZ, C. (1994): "Escultura y Geometría". *UNO*, Año I, 2, (15-28).
- SAUVY, J. y SAUVY, S. (1980): *El niño ante el espacio. Iniciación a la topología intuitiva*. Pablo del Río Editor. Barcelona.
- SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION (1993): *Problemas con pautas y números*. Servicio editorial de la Universidad del País Vasco. Bilbao.
- SEGOVIA, I. y otros (1989): *Estimación en Cálculo y Medida*. Síntesis. Madrid.
- SHULTE, A.P. (1987): "Learning Probability concepts in elementary school Mathematics". *Arithmetic Teacher*, 34, 5, (32-33).
- SHULTZ, H.S. y LEORNAD, B. (1989): "Probability and intuition". *Mathematics Teacher*, 82, 1, (52-53).
- SIERRA, M. y otros (1989): *Divisibilidad*. Madrid: Síntesis.
- SOWDER, J. (1992): "Stimation and number sense. En Grouws (Ed.): *Handbook of Research on Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- SOWDER, J. (1994): "Number Sense-Making". *Arithmetic Teacher*, Febrero, (342-345).
- TANUR, J.M. (1992): *La estadística. Una guía de lo desconocido*. Alianza Universidad. Madrid.
- THALES (Ed.) (1995): *La Albambra*. S.A.E.M. Thales. Granada.
- THOMPSON, F. (1991): "Two-digit. Addition and subtraction: What Works?". *Arithmetic Teacher*, Enero, (10-13).

- TORRA, M. y QUINTANA, J. (1994): *Propuesta de secuencias. Matemáticas*. Madrid: Escuela Española
- UDINA, F. (1989): *Aritmética y calculadoras*. Síntesis. Madrid
- UNO (1994): *Monográfico "Geometría en todos los niveles y según el nivel"*. Año I, 2.
- UNO (1995): *Monográfico "Probabilidad y Estadística"*. Año II, 5.
- UNO (1996): *Monográfico "Laboratorio de matemáticas"*. Año III, 7.
- ZAWOJEWski, J. y otros (1991): *Dealing with data and chance*. Serie Addenda. NCTM. Reston.



## REFERENCIAS

- AICHELE, D.B. y COXFORD, A.F. (1994): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- ALSINA, C. (1994): Para qué aspectos concretos de la vida deben preparar las matemáticas?". *UNO*, Año I, 1, (37/44).
- APPLE, M.W. (1987): *Educación y Poder*. Madrid: MEC-Paidós.
- ARMENDÁRIZ, M<sup>a</sup>V.; AZCÁRATE, C. y DEULOFEU, J. (1993): "Didáctica de las Matemáticas y Psicología". *Infancia y Aprendizaje*, 62-63, (77/99).
- AUSUBEL, D.P.; NOVACK, J.D. y HANESIAM, M. (1987): *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Mexico: Trillas.
- AZCÁRATE, P. (1995): *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J.M<sup>a</sup> (1994): "La naturaleza de la matemática y su influencia, problema fundamental de la Didáctica de la Matemática". *Investigación en la Escuela*, 24, (79/88).
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J.M. (1996): "El lenguaje del azar. Una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticos". *Epsilon*, 35, (165/177).
- AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J.M<sup>a</sup>; CUESTA, J. y NAVARRETE, A. (1994): "Presupuestos iniciales para un trabajo de investigación sobre formación del profesorado". *Investigación en la Escuela*, 22, (85/90).
- BALL, D.L. (1988): "Unlearning to teach mathematics". *For the Learning Mathematics*, 8 (1), (40/48).
- BALL, D.L. (1989): *Teaching mathematics for understanding. What do teachers need to know about the subject matter*. Washington, DC: National Center for Research on Teacher Education Seminar on Teacher Knowledge.
- BAUERSFELD, H. (1988): "Interaction, Construction and Knowledge: Alternative Perspectives for Mathematics Education". En GROUWS, COONEY y JONES (Eds): *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- BELL, A. (1989): "Relación teoría-práctica en la formación inicial del profesorado". *Revista Interuniversitaria de formación del profesorado*, 5, (137/147).
- BIEHLER, R. (1994): "Teacher education and research on teaching. Introduction". En BIEHLER y col. (Eds): *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- BIEHLER, R. y col. (Eds) (1994): *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BIGGS, E. (1983): "Special Assistance of Research for the Beginning Teachers of Mathematics at School Level". En ZWENG y otros (Eds): *Proceeding the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Boston: Birkhäuser.

BISHOP, A.J. (1988a): "Aspectos sociales y culturales de la educación matemática". *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (2), (121/125).

BISHOP, A. (1988): *Mathematical Enculturation*. Dordrecht: Kluwer.

BLANCO, L. (1991): *Conocimiento y acción en la enseñanza de las matemáticas de profesores de E.G.B. y estudiantes para profesores*. Manuales UNEX nº 11. Cáceres: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.

BOJA (1992): *Propuesta curricular para el Área de Matemáticas. Primaria*. Sevilla: Consejería de Educación y Ciencia.

BROMME, R. (1988): "Conocimientos profesionales de los profesores". *Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), (19/29).

BROMME, R. (1994): "Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge". En BIEHLER y col. (Eds): *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BROWN, G. Y ATKINS, M. (1991): *Effective teaching in higher Education*. Londres: Routledge.

BROWN, C.A. y BORKO, H. (1992): "Becoming a Mathematics Teacher". En GROUWS (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.

BROWN, J.S.; COLLINS, A. y DUGUID, P. (1989): "Situated Cognition and the Culture of Learning". *Educational Researcher*, 18 (1), (32/42).

BROWN, S.I.; COONEY, T.J. y JONES, D. (1990): "Mathematics Teacher Education". En HOUSTON (Ed.): *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan Publishing Company.

CALDERHEAD, J. (1986): "La mejora de la práctica de clase: aplicaciones de la investigación sobre toma de decisiones en la formación del profesorado". En VILLAR (Ed): *Actas del II Congreso Internacional sobre Pensamiento de los Profesores y Toma de Decisiones*. Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

CALDERHEAD, J. (1988): "The development of knowledge structures in learning to teach". En CALDERHEAD (Ed): *Teachers' Professional Learning*. Londres: Falmer Press.

CALLEJO, M.L. y CAÑÓN, C. (1996): "Cambios epistemológicos en Educación Primaria en España desde 1970". En GIMÉNEZ, LLINARES y SÁNCHEZ, (Ed): *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.

CAÑAL, P. (1986): "Las representaciones de los alumnos: errores a eliminar o pasos necesarios en el proceso evolutivo de reconstrucción personal del conocimiento?". *Actas de las IV Jornadas de Estudio sobre la Investigación en la Escuela*. Sevilla.

CAÑAL, P. (1987): "Un enfoque curricular basado en la investigación". *Investigación en la Escuela*, 1, (43/50).

CAÑÓN, C. (1993): *LA MATEMÁTICA: creación y descubrimiento*. Madrid: Universidad Pontificia de Comillas.

CARDENOSO, J.Mª y col. (1994): "Un proceso de aprendizaje como estrategia de formación de profesores". *Actas del I Congreso Mundial sobre Educación infantil y Formación de Educadores*. Málaga: Centro de Educación de la Diputación de Málaga.

CARR, W. y KEMMIS, S. (1988): *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona: Martínez Roca.

CARRILLO, J. y CONTRERAS, L.C. (1995): *Relaciones entre las concepciones del profesor sobre la Matemática y su enseñanza. Un modelo de categorías e indicadores para su análisis*. Huelva: Documento editado por el Dpto. de Didáctica de las Ciencias de la Universidad de Huelva.

- CARTER, K. (1990): "Teachers' knowledge and learning to teach" En HOUSTON (Ed): *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan Publishing Company.
- CASTLE, K. y AICHELE, D.B. (1994): "Professional Development and Teacher Autonomy". En AICHELE y COXFORD (Eds.): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- CASTLE, K. y RAHHAL, K. (1992): "Moving toward developmentally appropriate practice in Primary teacher". *Journal of Early Childhood Teacher Education*, 13 (1), (3/6).
- CASTRO, E. (1995): *Proyecto Docente*. Universidad de Granada.
- CHEVALLARD, Y. (1985): *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CLARK, C. y PETERSON, P. (1990): "Procesos de pensamiento de los docentes". En WIT-TROCK (Ed): *La investigación de la enseñanza*. Barcelona: Paidós Educador.
- COCKCROFT, W.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia
- COLL, C. (1987): *Psicología y currículum. Una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar*. Barcelona: Laia.
- COLL, C. (1990): "Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza". En COLL, PALACIOS y MARCHESI: *Desarrollo psicológico y educación*. Madrid: Alianza.
- COLL, C. y MARTÍN, E. (1993): "La evaluación del aprendizaje en el currículum escolar: Una perspectiva constructivista". En COLL y otros: *El Constructivismo en el aula*. Barcelona: Grao.
- CONTRERAS, J. (1991): "El currículum como formación". *Cuadernos de Pedagogía*, 194, (22/25).
- COONEY, T.J. (1980): "Research on teaching and teacher education". En SHUMWAY (Ed.): *Research in Mathematics Education*. Reston, VA: NCTM.
- COONEY, T.J. (1988): "The issue of reform: what have learned from yesteryear?". *The Mathematics Teacher*, 81, (352/363).
- COONEY, T.J. (1994): "On the application of science to teaching and teacher education". En BIEHLER y col. (Eds): *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- COONEY, T.J. (1994a): "Teacher Education as an Exercise in Adaptation". En AICHELE y COXFORD (Ed): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- CRUMP, T. (1993): *La antropología de los números*. Madrid: Alianza Editorial.
- CUESTA, J. y Col. (1994): "Una experiencia de interdisciplinariedad en la formación del profesorado". En *Actas del I Congreso Mundial sobre Educación infantil y Formación de Educadores*. Málaga: Centro de Educación de la Diputación de Málaga.
- CURCIO, F.R.; SCHWARTS, S.L. y BROWN, C.A. (1996): "Developing Preservice Teachers' Strategies for Communicating and about Mathematics". En ELLIOT y KENNEY (Ed): *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. Reston, VA: NCTM.
- D'AMBROSIO, U. (1990): "The role of Mathematics education in building a democratic and just society". *For the Learning of Mathematics*, 10 (3), (20/23).
- DART, B.C. y CLAEKE, J.A. (1991): "Helping students become better learners: a case study in teacher education". *Higer Education*, 22 (3), (317/335).
- DEFIOR, S. (1990): "La reforma y las matemáticas". *Cuadernos de Pedagogía*, 182, (14/17).
- DEMAILLY, L. (1991): "Modèles de formation continue des enseignants et rapport aux savoirs professionnels". *Recherche et Formation*, 10, (23/35).
- DEVALAY, M. (1994): *Peut-on former les enseignants?*. Paris: ESF editeur.
- DOSSEY, J. A. (1992): "The nature of mathematics: its role and its influence". En GROUWS (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.

DÖRFLER, W. (1988): "Action Group 6: Preservice Teacher Education". En HIRST (Ed): *Proceeding the Sixth International Congress on Mathematical Education*. Malév: Janos Bolyai Mathematical Society Press.

DOYLE, W. (1986): *The world is everything that is the case: Developing case methods for the teacher education*. San Francisco: Encuentro anual de la AERA.

EDWARDS, D. y MERCER, N. (1988): *El conocimiento compartido: el desarrollo de la comprensión en el aula*. Barcelona: Paidós-MEC.

ELLIOT, J. (1982): *Teachers as researches*. International Encyclopedia of Educación. Londres: Pergamon Press.

ELLIOTT, J. (1990): *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata.

ERNEST, P. (1994): "A perspective on research in mathematics education". Papel presentado en I.C.M.I. *Study Conference*.

ERNEST, P. (Ed) (1996): *Constructing Mathematical Knowledge*. Londres: The Falmer Press.

ESTEVE, J.M. (1993): "El choque de los principiantes con la realidad". *Cuadernos de Pedagogía*, 220, (58/63).

EVEN, R. y LAPPAN, G. (1994): "Constructing meaningful understanding of mathematics content". En AICHELE y COXFORD (Eds): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.

FEIMA-NEMSER, S. H. (1990): "Teacher preparation: Structural and conceptual alternatives". En HOUSTON (Ed): *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan.

FENNEMA, E. y LOEF, M. (1992): "Teachers' Knowledge and its Impact". En GROUWS (Ed.): *Handbook of Research on Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.

FERRERES, V. (1991): "Incentivos en el desarrollo profesional del docente universitario". Ponencia presentada en *III Jornadas de Didáctica Universitaria, Evaluación y Desarrollo Profesional*. Las Palmas: ICE de la Universidad de Las Palmas.

FLORES, P. (1995): *Concepciones de los futuros profesores de matemáticas de secundaria sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Granada.

FORNER, A. (1993): "Los maestros que vienen". *Cuadernos de Pedagogía*, 220, (55/57).

FREUDENTHAL, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.

FURIÓ, C.J. y col. (1992): "La formación inicial del profesorado de Secundaria". *Investigación en la Escuela*, 16, (7/21).

GARCÍA, J.E. (1988): "Fundamentos para la construcción de un modelo sistémico del aula". En PORLÁN, GARCÍA y CAÑAL: *Constructivismo y enseñanza de las Ciencias*. Sevilla: Diada.

GARCÍA, J.E. (1994): "El conocimiento escolar como proceso evolutivo: aplicación al conocimiento de nociones ecológicas". *Investigación en la Escuela*, 23, (65/76).

GARCÍA, J.E. (1995): *Proyecto Docente*. Universidad de Sevilla.

GARCÍA, J.E. (1995a): *Epistemología de la complejidad y enseñanza de la ecología. El concepto de ecosistema en la Educación Secundaria*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Sevilla.

GARCÍA, J.E. y CUBERO, R. (1993): "Perspectiva constructivista y materiales curriculares de Educación Ambiental". *Investigación en la Escuela*, 20, (9/22).

GARCÍA, J.E. y PORLÁN, R. (1990): "Cambio escolar y desarrollo profesional: un enfoque basado en la investigación en la escuela". *Investigación en la Escuela*, 11, (25/37).

GARCÍA LLAMAS, J.L. (1986): *El aprendizaje adulto en un sistema abierto y a distancia*. Madrid: Narcea.

GIMENO, J. (1988): *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.

GIMENO, J. (1992): "¿Qué son los contenidos de la enseñanza?". En GIMENO Y PÉREZ GÓMEZ: *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.

- GIMENO, J. (1992a): "Diseño del currículum, diseño de la enseñanza. El papel de los profesores". En GIMENO y PÉREZ GÓMEZ: *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- GÓMEZ, B. (1991): "Las Matemáticas y el proceso educativo". En GUTIÉRREZ (Ed.): *Área de Didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis.
- GÓMEZ-GRANELL, C. y FRAILE, J. (1993): "Psicología y Didáctica de las matemáticas". *Infancia y Aprendizaje*, 62-63, (101/1113).
- GROSSMAN, P. (1990): *The Making of Teacher. Teacher Knowledge & Teacher Education*. New York: Teacher College Press.
- GROUWS, D.A. (Ed.) (1992): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- GROUWS, D.A. y SCHULTZ, K.A. (1996): "Mathematics Teacher Education". En SIKULA, (Eds.): *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: MacMillan.
- GRUPO "INVESTIGACIÓN EN LA ESCUELA" (1991): *Proyecto Curricular "Investigación y Renovación Escolar" (IRES)*, 4 vols. Sevilla: Diada.
- HIEBERT, J. (1986): *Conceptual and Procedural Knowledge: the case of mathematics*. London: LEA.
- HOUSTON, W.R. (Ed.) (1990): *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan Publishing Company.
- IMBERNÓN, F. (1987): "La formación inicial del profesorado en la investigación". *Investigación en la Escuela*, 1, (71/76).
- IMBERNÓN, F. (1994): *La formación y el desarrollo profesional del profesorado*. Barcelona: Grao.
- JACKSON, M.W. y PROSSER, M. (1985): "The lecturing: a case of study of the implementation of the small group teaching". *Higer Education*, 14 (651/663).
- JANKES, H.N. (1978): "Zum Verhältnis von Wissensentwicklung und Begründung in der Mathematick. Beweisen als didaktisches problem". *Materialien und Studien 10*. Bielefeld: IDM.
- JAQUES, D. (1987): "Grup Teaching". En DUKING (Ed): *The Enciclopedia of Teaching and Teacher Education*. Londres: Pergamón Press.
- JOHNSON, D.W. y JOHSON, R.T. (1990): "Using Cooperative Learning in Math". En DAVIDSON (Ed.): *Cooperative Learning in Mathematics*. California: Addison-Wesly Publishing Co. Menlo Park.
- JONES, G.A. y col. (1994): "A framework for the Professional Development of K-12 Mathematics Teachers". En AICHELE y COXFORD (Ed): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- JORBA, J. (1993): "Síntesis de la discusión de las ponencias sobre Psicología y Didáctica de las matemáticas". *Infancia y Aprendizaje*, 62-63, (115/119).
- KAHANE, J. (1992): "L'Enseignement des mathematiques à l'approche de l'an 2000". *Plot*, 59, (2/15).
- KILPATRICK, J. (1994): "Historia de la investigación en Educación Matemática". En KILPATRICK, RICO y SIERRA: *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- KILPATRICK, J. (1996): "Valoración de la investigación en Didáctica de las Matemáticas: más allá del valor aparente". En PUIG y CALDERON: *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Centro de Publicaciones del MEC (CIDE).
- KONOLD, C. (1991): "Understanding Students' Beliefs about Probability". En GLASESFELD (Ed): *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- LESTER, F.K. y Otros (1994): "Learning how to teach via problem solving". En AICHELE y COXFORD (Eds.): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- LISTON, D.P. y ZEICHNER, K.M. (1993): *Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización*. Madrid: Morata.

LLINARES, S. (1989): *Las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de Primaria: dos estudios de casos*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. (1991): *La formación de profesores de Matemáticas*. Sevilla: GID (Grupo de Investigación Didáctica), Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. (1994): "The Development of Prospective Elementary Teachers' Pedagogical Knowledge and Reasoning. The School Mathematical Culture as Reference". En MALARA y RICO (Eds): *Proceedings of the First Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education*". Modena: Dipartimento di Matematica. Università di Modena.

LLINARES, S. (1996): "Contextos y aprender a enseñar matemáticas: El caso de los estudiantes para profesores de Primaria". En GIMÉNEZ, LLINARES y SÁNCHEZ, (Ed): *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.

LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. (1990): "El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las Matemáticas". En LLINARES y SÁNCHEZ (Eds): *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.

LÓPEZ, J.I. (1995): *El conocimiento profesional de los profesores acerca de las concepciones de los alumnos. Dos estudios de casos en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Sevilla.

MARCELO, C. (1992): *Aprender a enseñar: un estudio sobre el proceso de socialización de profesores principiantes*. Madrid: CIDE.

MARCELO, C. (1992a): *Como conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido*. Santiago: Congreso Las didácticas específicas en la formación del profesorado.

MARCELO, C. (1994): *Desarrollo profesional y formación del profesorado*. Barcelona: PPU.

MARCILLA, A. y RAMIRO, P. (1990): "Motivos en la elección de la carrera de magisterio". *Tavira*, 7, (119/132).

MARKS, R. (1989): *What exactly is pedagogical content knowledge? Examples from Mathematics*. San Francisco: Encuentro anual de la AERA.

MARKS, R. (1990): "Pedagogical Content Knowledge: From a Mathematical Case to a Modified Conception". *Journal of Teacher Education*, 41 (3), (3/11).

MARTÍN, R. (1994): *El conocimiento del cambio químico en la formación inicial del profesorado. Estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de los estudiantes de Magisterio*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Sevilla.

MARTÍN, J. (1994): "Un recurso para cambiar la práctica: el diario del profesor". *Kikiriki*, 33, (35/40).

MAURI, T. (1993): "Qué hace que el alumno y la alumna aprendan los contenidos escolares?". En COLL y otros: *El Constructivismo en el aula*. Barcelona: Grao.

MEC (1987): *Proyecto para la Reforma de la Enseñanza. Propuesta a debate*. Madrid: Servicio de Publicaciones del MEC.

MEC (1989): *Libro Blanco para la Reforma del Sistema Educativo*. Madrid: Servicio de Publicaciones del Mec.

MEC (1992): *Propuesta curricular para el Área de Matemáticas. Primaria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

MOLERO, A. (1977): *La reforma educativa de la Segunda República*. Madrid: Santillana.

MONEREO, C. y CLARIANA, M. (1993): *Profesores y alumnos estratégicos*. Madrid: Pascal.

MONEREO, C. y otros (1994): *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Barcelona: Grao.

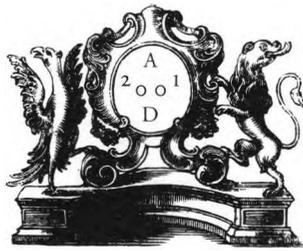
MONTERO, L. (1992): "El aprendizaje de la enseñanza: la construcción del conocimiento profesional". En MARCELO y MINGORANCE (Eds): *Pensamiento de los profesores y desarrollo profesional (II)*. Sevilla: Universidad de Sevilla.

- NAVARRETE, A. y otros. (1992): *Una estrategia de formación del profesorado vinculada a la innovación curricular*. Sevilla: Grupo de Investigación en la Escuela.
- NcNERMEY, C. (1994): "A Model Preservice Program for the Preparation of Mathematics Specialists in the Elementary School". En AICHELE y COXFORD (Ed): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- NCTM (1991): *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston VA: NCTM.
- NISS, M. (1994): "Challenges to the preparation of teachers of mathematics". *Nordisk matematikdidaktikk*, Vol 2, 3/4, (31/45).
- NISS, M. (1995): "Las matemáticas en la sociedad". *UNO*, 6, (45/57).
- NISS, M. (1996): "¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela?". En PUIG y CALDERON (Ed.): *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: CIDE- MEC.
- ORTEGA, F. (1988): "¿Quien quiere ir a magisterio?". *Cuadernos de Pedagogía*, 161, (68/70).
- OTTE, M. (1984): "What ist Mathematik?". *Materialien und Studien 25*. Bielefeld: IDM de la Universidad de Bielefeld.
- OTTE, M. (1994): "Is radical constructivism coherent". Papel presentado en I.C.M.I. *Study Conference*.
- PÉREZ GÓMEZ, A. (1987): "El pensamiento del profesor: vinculo entre la teoría y la práctica". *Revista de Educación*, 284, (199/221).
- PÉREZ GÓMEZ, A. (1992a): "Enseñanza para la comprensión". En GIMENO y PÉREZ GÓMEZ: *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- PÉREZ GÓMEZ, A. (1992): "La función y formación del profesor/a en la enseñanza para la comprensión. Diferentes perspectivas". En GIMENO Y PÉREZ GÓMEZ : *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- PÉREZ GÓMEZ, A. (1994): "La cultura escolar en la sociedad posmoderna". *Cuadernos de Pedagogía*, 225, (80/85).
- PERRON, M. (1991): "Vers un continuum de formation des enseignants: éléments d'analyse". *Recherche et Formation*, 10, (137/151).
- PIAGET, J. (1978a): *La equilibración de las estructuras cognitivas*. Madrid: Siglo XXI.
- PINOL-DURIEZ, M. (1979): *La construcción del espacio en el niño*. Barcelona: Pablo del Río Editor.
- POLYA, G. (1967): *Como plantear y resolver problemas*. México:Trillas. (Original en 1949)
- POPPE, K. R. (1990): *Un mundo de pretensiones*. Madrid: Tecnos.
- PORLÁN, R. (1989): *Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Sevilla.
- PORLÁN, R. (1990): "Hacia una fundamentación epistemológica de la enseñanza". *Investigación en la Escuela*, 10, (3/22).
- PORLÁN, R. (1993): *Constructivismo y Escuela*. Sevilla: Diada.
- PORLÁN, R. y MARTÍN, J. (1991): *El diario del profesor*. Sevilla: Diada.
- PORLÁN R. Y MARTÍN, J. (1994): "El saber práctico de los profesores especialistas. Aportaciones desde las didácticas específicas". *Investigación en la Escuela*, 24, (49/58).
- PORLÁN, R. y Col. (1996): *Evaluación formativa de un proyecto institucional de formación permanente del profesorado: el programa de Actualización Científica y Didáctica (Modalidad A)*. Memoria de investigación inédita. Concurso Nacional de Proyectos de Investigación Educativa CIDE-1992.
- PORLÁN, R. y Col. (1996a): "Conocimiento profesional deseable y profesores innovadores. Fundamentos y principios formativos". *Investigación en la Escuela*, 29, (23/38).
- PUIG, L. (1995): *Proyecto docente*. Universidad de Valencia.
- REYNOLDS, A. (1992): "What is Competent Beginning Teaching? A Review of the Literature". *Review of Educational Research*, 62 (1), (1/35).

- RICO, L. (1990): "Diseño Curricular en Educación Matemática: una perspectiva cultural". En LLINARES y SÁNCHEZ (Ed): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- RICO, L. (1990a): "Diseño curricular en Educación matemática: elementos y evaluación". En LLINARES y SÁNCHEZ (Ed): *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- RICO, L. (1992): "Evaluación en el sistema educativo español: el caso de las Matemáticas". *SUMA*, 10, (15/24).
- RICO, L. (1996): "La Didáctica de la Matemática como campo de problemas". En REPETTO y MARRERO (Eds): *Estrategias de intervención en el aula desde la LOGSE*. Las Palmas: ICEPSS editores.
- RICO, L. y SIERRA, M. (1994): "Educación matemática en la España del siglo XX". En KILPATRICK, RICO Y SIERRA : *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- RODRIGO, M.J. (1994): "El hombre de la calle, el científico y el alumno: ¿un solo constructivismo o tres?". *Investigación en la Escuela*, 23, (7/16).
- ROMBERG, G. (1991): "Características problemáticas del currículo escolar de Matemáticas". *Revista de Educación*, 294, (323/406).
- SALVADOR, A. y SANJOSÉ, V. (1989): "Análisis del informe del Grupo XV para la ponencia de la reforma de la enseñanza universitaria y el papel de los Departamentos de Didácticas específicas en él". *Didáctica de las Ciencias*, 1. Universidad de Valencia.
- SÁNCHEZ, V. (1989): *Los constructos de dos estudiantes para profesores de primaria acerca de las Matemáticas y su enseñanza. Influencia de las prácticas*. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Sevilla.
- SÁNCHEZ, V. (1993): *Proyecto Docente*. Universidad de Sevilla.
- SÁNCHEZ, V. y LLINARES, S. (1987): "Un estudio de la influencia de los periodos de prácticas sobre el pensamiento de los futuros maestros". Comunicación presentada en *V Jornadas de Estudio sobre la Investigación en la Escuela*. Sevilla.
- SÁNCHEZ, V. y LLINARES, S. (1988): "Un estudio de la creencias del futuro maestro en relación a las Matemáticas. Influencia de las Prácticas". En MARCELO (Ed): *Avances en el estudio del pensamiento de los profesores*. Sevilla: Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- SANTOS GUERRA, M. (1988): "La formación del profesorado en el desarrollo del currículum". En *El marco curricular en una escuela renovada*. Madrid: Editorial Popular.
- SANTOS GUERRA, M. (1993): "La formación inicial. El currículum del nadador". *Cuadernos de Pedagogía*, 220, (50/54).
- SCHÖN, D.A. (1983): *The reflective practitioner*. Londres: Temple Smith.
- SHULMAN, L. (1986): "Those who understand: knowledge growth in teaching". *Educational Researcher*, 15(2), (4/14).
- SHULMAN, L. (1987): "Knowledge and Teaching: Foundations of new reform". *Harvard Educational Review*, 57(1), (1/22).
- SHULMAN, L. (1989): "Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea". En WITTRÖCK (Ed): *La investigación de la enseñanza*. Madrid: Paidós.
- SIERPINSKA, A. (1991): "Some Remarks on Understanding in Mathematics". *For the Learning of Mathematics*, 10 (3), (24/36).
- SIMON, M.A. (1994): "Learning mathematics and learning to teach: learning cycles in mathematics teacher education". *Educational Studies Mathematics*, 26, (71/94).
- SKINNER, J. (1954): *The science of learning and the art of teaching*. Harward: Educational.
- SKOVSMOSE, O. (1990): "Mathematical education and democracy". *Educational Studies in Mathematics*, 21, (109/128).
- SKOVSMOSE, O. (1994): *Towards a philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

- SOLÉ, I. y COLL, C. (1993): "Los profesores y la concepción constructivista". En COLL y otros: *El Constructivismo en el aula*. Barcelona: Grao.
- STEINBRING, H. (1980): "Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs". *Materialien und Studien 18*. Bielefeld: IDM de la Universidad de Bielefeld.
- STEINBRING, H. (1984): "Mathematical Concepts in Didactical Situations as Complex Systems: The Case of Probability". En STEINER y BALACHEFF (Eds): *Theory of Mathematics Education. ICME 5*. Bielefeld: IDM de la U. de Bielefeld.
- STEINBRING, H. (1991): "The Theoretical nature of probability in the classroom". En KAPADIA y BOROVCNICK (Eds): *Chance Encounters: Probability in Education*. Dordrecht: Kluwer.
- STEINER, H-G (1983): "Some remarks on the symposium's impact on mathematical education". En SCHOLZ (Ed): *Decision Making under Uncertainty*. Amsterdam: Elsevier.
- STEINER, H-G. (1985): "Theory of mathematics education (TME): An introduction". *For the Learning of Mathematics*, 5(2), (11/17).
- STENHOUSE, L. (1987): *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata.
- TATE, W.F. (1994): "Diversity, Reform and Professional Knowledge: the Need for Multicultural Clarity". En AICHELE y COXFORD: (Eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- THOMPSON, A.G. (1984): "The relationship of teacher's conceptions of Mathematics and mathematics teaching to instructional practice". *Educational Studies in Mathematics*, 15 (1), (105/127).
- THOMPSON, A.G. (1992): "Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of Research". En GROUWS (Ed): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- TUÑON DE LARA, M. (1977): *Medio siglo de cultura española*. Madrid: Tecnos.
- VACC, N.N. y BRIGHT, G.W. (1994): "Changing preservice teacher-education programs". En AICHELE y COXFORD (Eds): *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- VALLS, E. (1993): *Los procedimientos: aprendizaje, enseñanza y evaluación*. Barcelona: ICE/Horsori.
- VOLLRATH, H-J. (1994): "Reflections on mathematical concepts as starting points for didactical thinking". En BIEHLER y Col. (Eds): *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- VYGOTSKI, L.S. (1973): "Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar". En VYGOTSKY y otros: *Psicología y Pedagogía*. Madrid: Akal.
- VYGOTSKI, L.S. (1979): *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.
- WEISSGLASS, J. (1994): "Changing Mathematics Teaching Means Changing Ourselves: Implications for Professional Development". En AICHELE y COXFORD: *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston: NCTM.
- WENZELBURGER, E. (1991): "El estudio de sistemas complejos aplicado a la matemática". En ORTEGA (Ed.): *Cuadernos del Seminario de Epistemología*. Madrid: Dpto. de Matemáticas. Facultad de Ciencias. U.N.A.M.
- WILUCKI, B. Mc. (1990): "Autonomy: the goal for Classroom Teachers of the 1990s". *Childhood Education*, 66, (279/280).
- WINKELMAN, B. (1994): "Preparing mathematics for the students". En BIEHLER y Col. (Eds): *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- WITTGENSTEIN, L. (1967): *Philosophical Investigations*. Oxford: Basil Blackwell.
- ZABALA, A. (1993): "Los enfoques didácticos". En COLL y otros: *El Constructivismo en el aula*. Barcelona: Grao.
- ZABALZA, E. (1993) : "Criterios didácticos para la elaboración de planes de estudio". Ponencia presentada en *III Jornadas de Didáctica Universitaria, Evaluación y Desarrollo Profesional*. Las Palmas: ICE de la Universidad de Las Palmas.





*Este libro se terminó de imprimir en Gráficas Varona,  
Impresores en Salamanca, el día 25 de mayo,  
fiesta del Santo Papa Gregorio VII  
el que sometió con firme carácter  
a los teutones violentos y murió  
sin embargo en el exilio.*



$$u_k = \frac{u_0 - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_k} = \frac{0.6c - (-0.5c)}{1 - \frac{(-0.5c)(0.6c)}{c^2}}$$

$$u_k = \frac{0.1c}{1 - 0.3} = \frac{0.1c}{0.7} = 0.142857c$$



SERIE DE  
**PUBLICACIONES**  
 DE  
**CADIZ**

ISBN: 84-7786-939-1



9 788477 869399