

El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones: una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional

Wayúu

Yersey Ledien Muñoz Bonivento

Yulis Evelis Cárcamo Herrera

Trabajo para optar el título de Magister en Educación

Director:

PhD. Carlos Villalba Baza

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

Riohacha

2023

Nota de aceptación

Codirector de tesis

Codirector de tesis

Jurado

Jurado

Riohacha, ____ de junio de 2023

Dedicatoria

A Dios y a mis Epiéyu, quienes desde jepira orientan mis pasos terrenales

A mis padres y a mis hermanos, por su apoyo incondicional.

A mi amada señora, a Isa, Ale y Luis Darío mis terruños del alma.

Y a todos los estudiantes Akuaipanos.

Yersey Muñoz

Dedicatoria

A Dios por la oportunidad de brindarme esta formación.

A mi esposo Juan y a mis hijos Victoria y Ricardo, por ser mi más grande sostén.

A mis padres y a mi hermana Sol por su apoyo incondicional.

Yulis Cárcamo

Agradecimientos

Los autores de esta investigación manifiestan sus agradecimientos:

Al director de este proyecto, PhD. Carlos Abraham Villalba Baza por su acompañamiento y orientación en el proceso.

A los profesores de la Maestría en Educación de la Universidad Tecnológica de Pereira, quienes con sus aportes contribuyeron a la consolidación de esta investigación.

A los estudiantes del grado noveno de la Institución Etnoeducativa Rural Akua'ipa y la Institución Etnoeducativa San Rafael del Pájaro, por su compromiso en el desarrollo de este proceso investigativo.

Al rector de la Institución Etnoeducativa Rural Akua'ipa, el señor Rafael Epieyu Solano, así como también a la coordinador académico Reinis Fernández y a la sabedora Wayuu María Estenis Palmar.

Al señor rector Jhon Jairo Rodríguez de la Institución Etnoeducativa San Rafael del Pájaro así como también, al señor coordinador Abel Flórez.

Tabla de contenido

Resumen	12
Abstract	13
Introducción	14
1. Ámbito problemático	16
1.1 Formulación del problema.....	16
1.2 Justificación	210
1.3 Antecedentes.....	266
2. Objetivos	30
2.1. Objetivo general	30
2.2. Objetivos específicos.....	30
3. Referente teórico.....	31
3.1. Didáctica de las matemáticas desde la perspectiva socioconstructivista del aprendizaje.	310
3.2. Las etnomatemáticas como medio de aprendizaje.	332
3.3. Aprendizaje profundo.....	387
3.4. Múltiples representaciones para el aprendizaje profundo	40
3.5. Unidad didáctica.....	422
3.5.1. Criterios para el diseño de una Unidad Didáctica.....	453
3.5.1.1. Definición de finalidades y objetivos.	45
3.5.1.2. Criterios para la selección de contenidos.....	46
3.5.1.3. Criterios para organizar y secuenciar los contenidos.....	466
3.5.1.4. Criterios para la selección y secuenciación de actividades.....	478

3.5.1.5. Criterios para la organización y gestión del aula.....	498
3.6. El concepto de razones y proporciones	499
3.7. Economía tradicional Wayúu.	51
3.7.1. Ganado ovino y caprino	52
4. Metodología	533
4.1. Enfoque de investigación.....	543
4.2. Tipo de investigación.....	554
4.3. Categorías de análisis de la investigación.	565
4.4. Unidad de trabajo.....	577
4.5. Unidad de análisis.....	58
4.6. Técnicas e instrumentos de la investigación.....	598
4.6.1. Cuestionarios.....	610
4.6.2. Contrato didáctico	621
4.6.3. Entrevistas semiestructuradas	621
4.7. Organización de la información, análisis e interpretación de resultados	632
4.7.1. Organización de la información.....	632
4.7.2. Análisis e interpretación	653
4.8. Descripción metodológica	665
5. Análisis e interpretación de resultados.....	668
5.1. Cuestionario sociodemográfico	69
5.2. Análisis general del momento de exploración.....	721
5.2.1. Análisis del cuestionario inicial	732
5.2.2. Análisis del contrato didáctico.....	786

5.3. Interpretación de la transformación de las representaciones de los estudiantes de la unidad de trabajo	78
6. Conclusiones	1130
7. Recomendaciones	1163
8. Referencias.....	11816
9. Anexos	12825

Lista de figuras

Figura 1	Ejes de la etnomatemática según Barton.....	35
Figura 2	Tipos de múltiples representaciones.....	41
Figura 3	Ciclo de aprendizaje.....	43
Figura 4	Mujeres de la etnia Wayúu.....	51
Figura 5	Ganado ovino y caprino cercado en ranchería.	52
Figura 6	Instalaciones de las instituciones etnoeducativas.....	57
Figura 7	Esquema general del plan de análisis.	65
Figura 8	Esquema general del diseño metodológico de la investigación.....	68
Figura 9	Resultados del cuestionario inicial de los estudiantes del grado novenos.....	72

Lista de tablas

Tabla 1	Diferencia entre la matemática escolar y la matemática extraescolar (etnomatemáticas).....	34
Tabla 2	Clasificación del docente según la implementación de etnomatemática en el aula.....	39
Tabla 3	Categoría y subcategoría de la investigación.....	56
Tabla 4	Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	59
Tabla 5	Rejilla para la consignación y valoración del cuestionario inicial.....	62
Tabla 6	Niveles de uso de representaciones.....	63
Tabla 7	Plan de análisis.....	64
Tabla 8	Secuencia utilizada para la recolección de la información.....	68
Tabla 9	Evidencias de las representaciones utilizadas por la estudiante E1 al resolver las preguntas del cuestionario inicial.....	73
Tabla 10	Evidencias de las representaciones utilizadas por la estudiante E3 al resolver las preguntas del cuestionario inicial.....	75

Tabla 11	Análisis e interpretación de E1.....	80
Tabla 12	Análisis e interpretación de E2.....	88
Tabla 13	Análisis e interpretación de E3.....	95
Tabla 14	Análisis e interpretación de E4.....	103

Lista de anexos

Anexo A	Cuestionario de caracterización sociodemográfica	125
Anexo B.	Cuestionario.....	127
Anexo C.	Rejilla de valoración del cuestionario.....	134
Anexo D.	Contrato didáctico.....	147
Anexo E.	Entrevista semiestructurada.....	150
Anexo F.	Unidad didáctica.....	152
Anexo G.	Evidencias fotográficas.....	188

Resumen

El presente proyecto de investigación es un estudio cualitativo de tipo estudio de caso, cuyo objetivo principal es interpretar cómo una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu promueve la transformación del aprendizaje profundo (uso de múltiples representaciones) sobre razones y proporciones en los estudiantes del grado noveno de las Instituciones Etnoeducativas Rural Akua'ipa y San Rafael del Pájaro en el departamento de La Guajira. Se emplearon como instrumentos: cuestionario de preguntas abiertas (inicial y final), una entrevista semiestructurada, seguimiento a un contrato didáctico y una serie de actividades aplicadas durante el desarrollo de una unidad didáctica centrada en el uso de múltiples representaciones relacionados con las razones y proporciones y que siguió el modelo del ciclo de aprendizaje dividido en cuatro fases: fase de exploración de ideas previas, de introducción de nuevos conocimientos, de síntesis y de aplicación. De acuerdo con los resultados obtenidos, se

evidenció que la unidad didáctica generó transformaciones evidentes en el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones en los estudiantes, lo cual permitió que mantuvieran un lenguaje matemático más estructurado que los condujo hacia la profundidad en su aprendizaje para la construcción de su propio conocimiento.

Palabras claves: aprendizaje profundo, economía tradicional wayuu, razones y proporciones, representaciones, unidad didáctica.

Abstract

The present research project is a qualitative case study, whose main objective is to interpret how a didactic unit based on the Wayúu traditional economy promotes the transformation of deep learning (use of multiple representations) about ratios and proportions in ninth grade students of the Akua'ipa and San Rafael del Pájaro Rural Ethnoeducational Institutions in the department of La Guajira. The following instruments were used: a questionnaire with open questions (initial and final), a semi-structured interview, a didactic contract and a series of activities applied during the development of a didactic unit focused on the use of multiple representations related to ratios and proportions and which followed the model of the learning cycle divided into four phases: phase of exploration of previous ideas, introduction of new knowledge, synthesis and application. According to the results obtained, it was evidenced that the didactic unit generated evident transformations in the use of multiple representations of the concept of ratios and proportions in the students, which made it possible for them to maintain

a more structured mathematical language that led them towards depth in their learning for the construction of their own knowledge.

Key words: deep learning, traditional wayuu economy, ratios and proportions, representations, didactic unit.

Introducción

Actualmente en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes se enfrentan constantemente a un lenguaje que no logra conectar el conocimiento matemático con sus saberes previos y cotidianos, obligándolos a requerir un gran esfuerzo cognitivo que no todos los estudiantes desarrollan y no les permite obtener una serie de habilidades útiles para explicar y comprender datos numéricos a partir de representaciones. Esta situación, impide que las matemáticas sean vistas como una aventura de aprendizaje y más bien se mantenga una visión abstracta y compleja para representar, por ejemplo, escrituras algebraicas o crear nuevas formas de análisis matemático.

De acuerdo con Duval (2004) una de las principales dificultades sobre el uso de representaciones en las matemáticas se debe a que los estudiantes desconocen las tres actividades cognitivas que deben desarrollar para conformar estos sistemas de información: formación, tratamiento y conversión, debido a que únicamente se cree que las matemáticas se aprenden a partir de números y operaciones que dirijan hacia la resolución de un problema o de un ejercicio

de los planteados en los libros de texto. Sin embargo, y frente a estas dificultades, se considera que los estudiantes pueden alcanzar un aprendizaje profundidad con el que sea capaz de construir múltiples representaciones (mapas, diagramas, dibujos, descripciones, uso de palabras incluyendo otras formas de representación matemática) para comprender el concepto de razones y proporciones.

Por lo anterior, se planteó una investigación que se desarrolló en cuatro etapas durante las cuales se abordaron los siguientes aspectos. En primer lugar, en el ámbito problémico, se realizó un recorrido por las dificultades actuales en relación con la didáctica de las matemáticas y las limitaciones de los estudiantes en el aprendizaje del concepto razones y proporciones, especialmente cuando utilizan múltiples representaciones. En segunda instancia, se muestra un acercamiento a la teoría y autores que han contribuido a la didáctica de las matemáticas, el aprendizaje profundo, las representaciones en las matemáticas, las unidades didácticas, el concepto de razones y proporciones y la economía tradicional Wayuu. Una tercera parte, hace referencia al diseño metodológico, de los instrumentos y técnicas de recolección de información con los que se obtuvieron los datos empleados para el análisis a la luz de la teoría. Y por último, se presentan los resultados con su análisis e interpretación y las conclusiones.

En concordancia, y dando cumplimiento a los objetivos de esta investigación, se describen a continuación los apartados que conforman la presente investigación:

El primer apartado corresponde al ámbito problémico donde se encuentra evidenciado los aspectos que dan cuenta del problema, la justificación y antecedentes que la soportan.

En el segundo apartado se detallan los objetivos que guiaron esta investigación.

En el tercer apartado se desglosa el referente teórico, en el cual se muestran los aspectos de la teoría que fundamentan la investigación.

El cuarto apartado corresponde al diseño metodológico, en el que se encuentran definidos el tipo de investigación, método, unidad de trabajo, unidad de análisis, técnicas e instrumentos para la recolección de información y las fases de la investigación.

El quinto apartado hace alusión al análisis de los resultados después de la intervención didáctica, y la interpretación de los datos obtenidos durante la investigación.

El sexto apartado, se presentan las conclusiones, producto del análisis de la información recolectada durante el proceso de investigación.

En el séptimo apartado aparecen las recomendaciones que emergen de este trabajo.

Finalmente, las referencias bibliográficas empleadas y los anexos utilizados en el desarrollo de esta investigación.

1. Ámbito problémico

1.1 Formulación del problema

Las matemáticas cumplen un papel importante en la comprensión, análisis e interpretación de datos o situaciones hipotéticas de la cotidianidad y la capacidad para la resolución de problemas de la vida diaria (García & Romero, 2018), contribuyendo al razonamiento y al desarrollo del pensamiento matemático. Su utilidad es amplia y dinamiza muchos campos del saber humano, y a la vez permite describir procesos cognitivos, tales como aquellos que se producen a nivel mental (Batanero y Godino, 2005). Esta área ha adquirido tanta importancia que, su enseñanza se ha incorporado obligatoriamente a la escuela, no sólo por su carácter instrumental, sino también por su aporte al desarrollo del razonamiento en una sociedad que debe enfrentar múltiples desafíos (Batanero & Godino, 2005).

Por lo anterior, se busca que el aprendizaje de las matemáticas en la educación escolar, lleve al estudiante a desarrollar una serie de habilidades, capacidades, elementos y símbolos que le ayuden a comprender y explicar datos numéricos a través de múltiples representaciones, concepto que según Duval (2009), diversifica los sistemas de representación propios de las matemáticas, como las escrituras algebraicas lógicas y las creaciones de nuevas formas de análisis, que dirigen al estudiante a adquirir un mayor aprendizaje de las mismas.

Sin embargo, es muy poco lo que la escuela promueve en los estudiantes sobre el uso de las múltiples representaciones y, por tanto, presentan dificultad para comprender conceptos como el de las razones y proporciones, impidiendo la construcción de sus propias conclusiones ajustadas a la realidad en estudio. De acuerdo con Duval (2004) esta situación ha conllevado al desconocimiento de las actividades cognitivas relacionadas con las múltiples representaciones (formación, tratamiento y conversión), las propuestas de aprendizajes de las matemáticas se centran en rutinas de números y operaciones triviales que deben seguir un paso a paso con escasa contribución al razonamiento matemático.

En ese sentido, el uso exclusivo de algoritmos y situaciones abstractas para el aprendizaje de las matemáticas dificulta la exploración o desarrollo de habilidades como la verbal, espacial (reflejadas en la creación de dibujos y gráficas) y visual; con las cuales se pueden tener otras maneras de relacionar o comprender un objeto matemático y de esa pluralidad, acudir a diversas posibilidades para atender las distintas formas de aprender, con el uso de las múltiples representaciones (Soto y Macías, 2019).

Al respecto, Parra y Gil (2016) manifiestan que cuando los estudiantes no usan múltiples representaciones en las matemáticas, se dirigen hacia un aprendizaje superficial que consideran

poco útil en sus vidas cotidianas y les impide comprender información numérica de sus realidades (Fasce, 2007).

A su vez, el hecho de no poner en contexto el conocimiento, repetir y memorizar conduce al estudiante hacia un aprendizaje superficial, pues cuando centra su atención en un texto, es decir, cuando mantiene una concepción reproductiva del aprendizaje, es dirigido por un proceso memorístico de los contenidos enseñados, por lo que los conocimientos adquiridos no perduran más allá del aula de clases (Marton & Säljö, 1976).

Por lo anterior, se puede intuir que las creencias y aptitudes de los estudiantes hacia las matemáticas pueden afectar sus aprendizajes en esta área. Esto significa que los resultados de las pruebas externas y exámenes pueden reflejar como se sienten mentalmente, lo cual ocasiona que los estudiantes cataloguen a las matemáticas como difícil, y en ocasiones se estigmatice a quienes presentan dificultad en su aprendizaje. Al respecto Vesga y Escobar (2018) y Parra y Gil (2016) resaltan que uno de los factores que genera desmotivación es el insuficiente conocimiento sobre su uso en la realidad, a tal punto que el estudiante la considera poco útil para resolver problemas de su cotidianidad, y, en consecuencia, le otorga poca relevancia.

Sin embargo, en la enseñanza de las matemáticas son pocas actividades, desde la planeación docente, que involucran la aplicación de situaciones cotidianas de los estudiantes, es decir existe una didáctica basada en situaciones descontextualizadas que no tienen en cuenta las particularidades de los estudiantes, y datos o hechos de su vida cotidiana. Según Cardona (2016), este aprendizaje poco contextualizado se debe a la falta de propuestas didácticas por parte del docente, lo que impide que los estudiantes adquieran niveles profundos en su aprendizaje de las matemáticas.

Estas situaciones problemáticas se evidencian en el departamento de La Guajira, ya que los estudiantes de grado noveno de las Instituciones Etnoeducativas Rurales Akua'ípa (IERA) y San Rafael del Pájaro (INESARA) quienes en su mayoría pertenecen a la Etnia Wayúu, al ser cuestionados sobre aspectos relacionados con las matemáticas lo que muestran es el desarrollo de un aprendizaje superficial que afecta su comprensión de la realidad en la que se encuentran sumergidos, es decir no logran contextualizar sus aprendizajes en la cotidianidad de sus vidas según sus conocimientos y tradiciones ancestrales, ya que los educandos no les encuentran utilidad a éstas, lo que ocasiona, tal como lo afirman Cardona (2016) y Parra & Gil (2016), que pierdan el interés por aprender sobre esta área.

Esta situación ha llevado a los estudiantes de la IERA y la INESARA a tener bajos niveles de aprendizaje en matemáticas, reflejado en los resultados desfavorables de las Pruebas Saber 9° realizada por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) a través del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior (ICFES).

Precisamente, en la prueba Saber del año 2017, últimas que presentaron la IERA y la INESARA, se obtuvieron resultados poco alentadores, ya que la mayoría de los estudiantes se ubicaron en niveles mínimo e insuficiente (MEN, 2018). En cuanto a los aprendizajes evaluados por el ICFES, los estudiantes presentaron falencias en las competencias de resolución, comunicación y razonamiento, porque tienen dificultad para solucionar problemas matemáticos propuestos en estas pruebas, como consecuencia, conduce a mirar desde diferentes ángulos estrategias de solución apoyadas a tratamientos matemáticos (Moreno, 2018) que se orienten desde los intereses particulares de los estudiantes wayúu.

Y es que, los estudiantes de la IERA y la INESARA se caracterizan por poseer una gran riqueza cultural que puede aprovecharse para establecer situaciones didácticas que partan de los

conocimientos ancestrales y matemáticos para mejorar los niveles de aprendizaje. De forma particular, ejemplificar en esta área los escenarios de aprendizaje partiendo de actividades económicas propias de la etnia, como la agricultura, el pastoreo y la artesanía, permiten que el estudiante se acerque a un aprendizaje útil y práctico, y desarrolle modos de pensamiento matemático, lo que se conoce como etnomatemáticas.

Al respecto, para Chaverra (2018) cuando el aprendizaje parte de procedimientos generalizados en el currículo, los objetos de conocimiento matemático carecen de significado, mientras, los conocimientos de prácticas sociales como la economía tradicional wayúu usados para la supervivencia, generan en los estudiantes de esta etnia, sentido y significado.

Otra realidad que viven los estudiantes del grado noveno, es la condición socio-económica, la mayoría de ellos tienen sus viviendas en comunidades ubicadas en la zona rural, presentan pobreza multidimensional, la cual según Ramírez (2018) “implica desigualdad, negación al acceso de los servicios sociales de calidad (salud, seguridad social, educación y vivienda), a los recursos productivos (tierra, capital y tecnología), negación a la infraestructura física (agua, servicios sanitario y transporte)” (p.2). Además de esto, no cuentan con computadores, conectividad, ni teléfono inteligente, aspectos que dificultan el aprendizaje en casa.

De este modo, existen muchas situaciones no favorables que impiden un adecuado aprendizaje: en primer lugar, las creencias y actitudes negativas frente a las matemáticas, acompañado de alta desmotivación por el aprendizaje; en segundo lugar, y debido a la descontextualización de las actividades planeadas por el docente, existe una falta de interés en el estudiante a tal punto de desconocer el concepto razones y proporciones y las múltiples

representaciones que puede hacer para la comprensión de la información matemática que se presentan de diversas formas y en distintos contextos en este caso el de la etnia Wayúu.

Ante lo planteado surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu promueve la transformación del aprendizaje profundo (uso de múltiples representaciones) sobre el concepto razones y proporciones en los estudiantes del grado noveno de las instituciones etnoeducativas Rural Akua'ipa y San Rafael del Pájaro?

1.2 Justificación

El rol del docente como agente de cambio es vital para impulsar la utilidad de las matemáticas en las actividades cotidianas de los estudiantes. Tal como lo afirman Vesga y Escobar (2018), el docente puede afectar las creencias de los estudiantes, favoreciendo o desmejorando su aprendizaje, por lo que se propone que el estudiante aprende a través de actividades, materiales, currículos y dinámicas que partan de sus intereses y le permitan aproximarse a la profundidad en el aprendizaje.

Ante esto se puede acudir a los conocimientos matemáticos ancestrales wayúu, que según D'Ambrosio (1987), se refiere a las diferentes maneras de pensar de este pueblo que los dirige a llevar a diferentes formas de desarrollo y comprensiones de las matemáticas, útil para hacer razonamientos y predicciones sobre sus actividades económicas, por ejemplo, el número de reproducciones del ovino caprino o el tiempo para una buena cosecha. Las etnomatemáticas yacen como la confluencia de las matemáticas y la antropología cultural. En un nivel, es lo que

podría llamarse "matemáticas en el medio ambiente" o "matemáticas en la comunidad". En otro nivel, el de relación, las etnomatemáticas son la manera particular (y tal vez peculiar) en la que grupos culturales específicos realizan sus tareas de clasificación, ordenamiento, conteo y medición (D'Ambrosio, 1987).

Y es que la Etnomatemática, ofrece algunos enfoques para la enseñanza, entre ellas como resalta Radford (2021) “una que utiliza las prácticas particulares culturales indígenas como contextos interesantes para apoyar la enseñanza de las matemáticas (occidentales) en las escuelas” (p.17). En ese sentido, la información derivada de la economía propia que practican los estudiantes es la realidad de su entorno, la comprensión de los datos que allí se generan, es importante para comprender la información socioeconómica nacional, visible en en periódicos, revistas, textos escolares, redes entre otras.

Debido a los bajos niveles de aprendizaje en las matemáticas evidenciados en los estudiantes, surge la necesidad de diseñar una intervención didáctica que propicie un aprendizaje profundo en los estudiantes de las dos instituciones etnoeducativas descritas líneas arriba.

De esta manera se buscó diseñar una unidad didáctica que promueva el aprendizaje profundo, y que sea consistente con el enunciado expuesto por Beas (1998), que disponer de un aprendizaje profundo “es dominarlo, transformarlo y utilizarlo para resolver problemas reales” permitiendo a la vez, que el estudiante, con el apoyo del docente, contribuya a la construcción de la o las unidades didácticas necesarias para desarrollar mejores conocimientos y el área de matemáticas sea de fácil comprensión y entendimiento.

Por esto, se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizajes particulares (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Esta investigación pretende mostrar la importancia que tiene la aplicación de las matemáticas de manera efectiva por parte de los estudiantes en sus labores cotidianas y las de la familia, permitiendo usarlas en los procesos productivos como la pesca, las artesanías, el tejido, crianza de los cabritos, ganado vacuno y otras tareas que requieren el uso de este conocimiento y las capacidades asociadas a la misma. Lo que se deriva de esta utilidad es un diseño que incluya situaciones problemas, para que el estudiante pueda realizar una relación multiplicativa, estimar la cantidad de pescado en función del tiempo de duración de una faena, estimar el peso a futuro requerido de los cabritos y así dar cuenta del crecimiento óptimo de un animal y obtener los mejores rendimientos económicos en su venta, es decir incorporar las matemáticas a sus labores cotidianas y familiares. Aquí lo que se busca es la aplicación de múltiples representaciones sobre el concepto de razones y proporciones en los procesos cotidianos y su interpretación por medio del análisis como manera de comprender el contexto mediante el razonamiento proporcional.

Según Duval (2004) Para comprender las matemáticas se requiere una coordinación de registros, que el estudiante distinga un objeto matemático en dos o más sistemas de representación semióticos diferentes, actividades que lo conduzcan al análisis y comprensión de la información en un nivel superior (González y Henríquez, 2019). Por ello esta investigación se apoyara en el uso de diversas formas de representar el conocimiento matemático, incluso aquellas

auxiliares e individuales (concretas) producto de las concepciones que traen los estudiantes wayúu de su contexto.

Por esto, se busca brindar a las comunidades los conocimientos necesarios para que comprendan las aplicaciones e implicaciones de la apropiación de los saberes matemáticos propios y occidentales, que le permitan al estudiante su uso como herramienta para comprender los diversos conocimientos matemáticos presentes en las actividades cotidianas que desarrollan. Se busca que el aprendizaje de esta área sea contextualizado a la vivencia de los jóvenes dentro de sus comunidades Wayúu.

La etnia Wayúu ha desarrollado sus actividades de economía propia basada en la explotación de cultivos tradicionales como la yuca, el maíz, la ahuyama; la elaboración de mochilas y chinchorros. De igual forma a través del manejo de ovinos y caprinos, los estudiantes de la Instituciones Etnoeducativas Rural Akua'ipa y San Rafael del Pájaro, pertenecientes a este grupo indígena se involucran a temprana edad en estos procesos, adquiriendo saberes culturales.

Precisamente, las características económicas de este contexto será el foco novedoso de este proyecto, ya que el diseño e implementación de la unidad didáctica estará basada en la economía tradicional Wayúu para transformar el aprendizaje profundo que los estudiantes de la IERA y la INESARA tienen sobre el concepto razones y proporciones, además les permita relacionar el conocimiento previo con el nuevo, vincule el conocimiento nuevo con otras áreas, corresponda el conocimiento con la experiencia real y cotidiana, incorpore un análisis lógico y utilice un juicio crítico. De este modo generar una comprensión y retención a largo plazo, conocimientos duraderos con que puedan utilizarlos para solucionar problemas en distintos contextos y obtener mejores resultados en pruebas externas.

El impacto que genera la presente investigación está soportado porque recoge los conceptos y criterios expuestos por investigadores en el tema del diseño de unidades didácticas para promover aprendizaje profundo en el área de las matemáticas y aplicarlos en la vida cotidiana de la etnia Wayúu, la cual tiene un compendio de saberes tradicionales, que al unirse con el conocimiento científico occidental genera una nueva dinámica en los aprendizajes existentes dentro de las distintas comunidades.

En este aspecto se debe contar con un amplio catálogo de investigaciones en esta área que permita contar con los referentes bibliográficos más cercanos posibles a la didáctica y que le sea de mayor comprensión tanto al profesor como al estudiante y su aproximación en los distintos temas que se aborden en las clases, dentro de las dos instituciones etnoeducativas. Es necesario destacar que se deben incluir los aspectos más relevantes como son sus aportes y criterios de principios y postulados que sean universalmente aceptados y que brinden claridad y precisión en las definiciones derivadas de las investigaciones realizadas por esos autores de manera precisa y puntual. Dichas investigaciones deben originarse en el panorama mundial, nacional y local; que sirven de sustento al planteamiento del problema.

Desde el punto de vista del aporte se busca que el diseño de una estrategia didáctica que recoja los saberes occidentales o de la cultura de los *alijuna* de carácter matemático, especialmente el área de las matemáticas, se combine de manera simbiótica con los conocimientos ancestrales de las comunidades Wayúu y de esa manera se logre unidades didácticas mancomunadas y ricas en nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje, de manera que los procesos mentales promovidos sean compatibles con las competencias buscadas.

Otro aporte tiene por objetivo seguir los lineamientos metodológicos, para que sirva de documento guía a los futuros trabajos investigativos que se lleven a cabo y que busquen ahondar en el conocimiento específico del diseño de las unidades didácticas, que incorporen el mejoramiento y la comprensión del aprendizaje profundo y la manera como estimularlo a través de la enseñanza de las matemáticas la cual debe estructurarse teniendo en cuenta la idiosincrasia de la etnia Wayúu. También se convierte en un apoyo para los profesionales que deseen convertirlo en un antecedente de otros trabajos y les indique la forma en que debe desarrollarse la metodología de una investigación, primordialmente en lo tratado con el diseño, método, enfoque, población, muestra, técnicas de análisis y los alcances de esta, pero desde una perspectiva de la etnomatemáticas.

Esta investigación resulta valiosa como aporte académico sobre las matemáticas frente a la economía tradicional Wayúu, dado que a nivel local y nacional no se cuenta con antecedentes que relacionen aprendizaje profundo para el uso de múltiples representaciones sobre razones y proporciones con estudiantes de la etnia Wayúu. Por su parte, se cuenta con herramientas que permitirán promover el análisis de información dispuesta para la comprensión de los saberes locales propios de la población indígena, lo que servirán como precedente para futuras investigaciones relacionadas con el mismo tema.

1.3 Antecedentes

Existe una variedad de antecedentes investigativos en el ámbito escolar para la enseñanza de las matemáticas en torno al uso de múltiples representaciones sobre razones y proporciones; a nivel internacional se tiene la investigación desarrollada por Soto y Macías (2019) que lleva por título “Las inteligencias múltiples en el aprendizaje de las razones entre dos números: propuesta didáctica”. Este trabajo de tipo cualitativo tuvo como objetivo identificar los errores que cometen

los estudiantes de primer grado de secundaria (sexto) al resolver problemas de razones y proporciones y, diseñar una propuesta didáctica que favorezca el aprendizaje de ese tema a través de las inteligencias múltiples. El instrumento que permitió diagnosticar el estado inicial de los 16 estudiantes de un colegio de Puebla (México), fue un cuestionario diseñado con diez problemas, en el que se determinó que los estudiantes expresaban las razones como un solo número y no establecen relaciones de proporcionalidad para resolverlos. Frente a esto, se diseñaron y aplicaron 9 actividades relacionadas al tema, donde se emplearon las inteligencias múltiples de los estudiantes para transformar su aprendizaje profundo. Esta investigación aporta un hallazgo trascendental, el cual radica en el uso del razonamiento proporcional que los estudiantes aplicaron a las actividades de la unidad didáctica, el cual les permitió transformar su aprendizaje y mejorar su desempeño académico en la temática.

Asimismo, se tiene la investigación “Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria” desarrollada por Burgos y Godino (2020) para la Universidad de Granada (España). Su objetivo fue analizar los diversos significados (intuitivo, aritmético, protoalgebraico y algebraico) de la proporcionalidad aplicando herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiotico para proponer un modelo para categorizar los significados de proporcionalidad. El método que se utilizó fue a través de la técnica ontosemiótica que inició con la selección de las situaciones problemáticas y distintas formas de abordar su resolución de manera crítica, luego intervinieron objetos lingüísticos, conceptuales, procedimentales, proposicionales y argumentativos que permitieron definir significados parciales del objeto de proporcionalidad. Entre los hallazgos, se obtuvo que los niveles de algebrización determinados para los distintos significados sobre proporcionalidad, permiten que el conocimiento sea dinámico en las matemáticas, y por ende los estudiantes son

capaces de argumentar o sustentar la presencia o ausencia de la temática en determinadas situaciones de su vida cotidiana. En esto radica el aporte hacia la presente investigación, debido a que se determinó que existe una estrecha relación entre los diversos significados que se puede tener sobre proporcionalidad y el aprendizaje mismo, lo que permite gestionar el desarrollo cognitivo de los estudiantes y el uso de recursos didáctico que encuentre en su medio.

A nivel nacional, se tiene la investigación titulada “Resignificación del uso de las nociones de razón, proporción y proporcionalidad con estudiantes del grado séptimo (12-17 años)” desarrollada por Chaverra (2018) para la Universidad de Medellín. Esta investigación cualitativa de tipo estudio de caso, tuvo como objetivo evaluar los procesos que fortalecen el aprendizaje de las matemáticas mediante la resignificación del uso de las nociones de razones, proporciones y proporcionalidad en una unidad didáctica con estudiantes de grado séptimo. Durante el desarrollo de este proyecto, se diseñó un cuestionario que fue aplicado a un grupo de 24 estudiantes, pero la entrevista únicamente fue aplicada a 8 estudiantes del grado séptimo, las cuales evidenciaron la dificultad que mantenían los estudiantes para entender los conceptos de razones, proporciones y proporcionalidad en las matemáticas. Es por esto, que se diseñó una unidad didáctica basada en un conjunto de problemas que involucraron experiencias reales que viven los estudiantes en su cotidianidad, con el fin de lograr que ellos asuman un rol práctico de aprendizaje. De los principales hallazgos, y que resulta de gran utilidad para esta investigación, fue el hecho de involucrar la realidad de los estudiantes en el aprendizaje del concepto, ya que este se situaba en su cotidianidad y en situaciones que ellos vieron como útil e interesante y lograron incrementar su propias capacidades y conocimientos.

De igual forma, se tiene la investigación de García (2021) que lleva por título “Proyecto de aula para la enseñanza de las razones y proporciones a partir de la resolución de situaciones

problema” para la Universidad Nacional de Colombia, la cual tuvo por objetivo diseñar un proyecto de aula que contribuya a la apropiación de los conceptos de razones y proporciones, mediante la resolución de problemas, con estudiantes del grado séptimo de la Escuela Normal Superior Rafael María Giraldo. Para tal fin, se enmarcó en las condiciones cualitativas de tipo acción participación que también, involucró técnicas de observación, registros de video y cuestionarios virtuales como instrumentos de recolección de información. Inicialmente, los investigadores plantearon un cuestionario diagnóstico y cuatro guías de trabajo que correspondían a situaciones problema de la vida cotidiana de los estudiantes y sus realidades más próximas. De los principales resultados, se determinó que los estudiantes lograron avances significativos en la identificación de proporciones directas e inversas, el cálculo de porcentajes, y principalmente, pudieron visualizar la importancia de las razones y proporciones en su cotidianidad. Como aporte de esta investigación, se toma la relevancia de incluir en el aprendizaje de este tema, actividades y situaciones que se relacionen con la vida de los educandos, a fin de que ellos vean la utilidad y conecten con el aprendizaje de manera profunda.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

Interpretar cómo una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu promueve la transformación del aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones sobre razones y proporciones, en los estudiantes del grado noveno de las Instituciones Etnoeducativas Rural Akua'ipa y San Rafael del Pájaro.

2.2. Objetivos específicos

- Caracterizar el aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones sobre el concepto razones y proporciones a partir de la economía tradicional Wayúu en estudiantes del grado noveno.
- Describir cómo durante el desarrollo de una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu, se transforma el aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones sobre razones y proporciones en estudiantes del grado noveno.

- Analizar cómo durante el desarrollo de una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu, se transforma el aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones sobre razones y proporciones en estudiantes del grado noveno.

3. Referente teórico

El presente apartado muestra los diferentes referentes teóricos que fundamentan esta investigación; inicialmente, se explicitan las características y generalidades del aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva socioconstructivista; en segundo lugar, se puntualiza sobre las etnomatemáticas desde las posturas de D'Ambrosio (1985), (2004), (2008), White (1982), Barton (1994), Gerdes (1995) y Bishop (2000); consecutivamente, se puntualiza sobre el aprendizaje profundo y sus principales aspectos a partir de los autores Marton y Saljo (1976), Biggs (1993) y Beas (1998); luego, se define la unidad didáctica como propuesta de enseñanza, los criterios para su diseño según Sanmartí (2000); posterior a esto, se muestra el concepto de razones y proporciones en términos de Andonegui (2006), Corry (1994), entre otros; y finalmente, sobre la economía tradicional Wayúu, puntualmente la relacionada con el ganado ovino y caprino.

3.1. Didáctica de las matemáticas desde la perspectiva socioconstructivista del aprendizaje.

La didáctica de las matemáticas, según Rico, Sierra y Castro (2000) comprende todo un sistema de conocimientos que estudia e investiga los problemas que surgen en actividades complejas y diversificadas que comprenden teoría, desarrollo y práctica alrededor de esta área. Es por esto, que las matemáticas son una construcción que hacemos los humanos para modelizar nuestro entorno y aplicarlo en la resolución de problemas prácticos cotidianos, ya que busca la aprehensión de esos conocimientos necesarios para el desempeño eficaz en la vida académica, social y profesional.

En ese sentido, es necesario que los estudiantes, como promotores de la sociedad, mantengan unas competencias matemáticas que les permita identificar y comprender el papel de esta área en el mundo, y realizar razonamientos frente a sus necesidades individuales como ciudadanos reflexivos (OCDE, 2003). Es así, como se puede manifestar que la didáctica, según Aldana (2013) tiene como objeto "...delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático junto con su propia fundamentación teórica" (p.58).

Ahora bien, para que un estudiante se desenvuelva correctamente en las matemáticas y adquiera las competencias y capacidades necesarias, se requiere que se mire la didáctica desde una postura socioconstructivista, ya que esta permite aprender los conceptos a través de la interacción con los objetos y otros sujetos, a partir de un problema (Castillo, 2008). Lo anterior, infiere que el aprendizaje de las matemáticas debe estar ligado al contexto del estudiante, de tal manera que las actividades partan de sus intereses y habilidades para lograr la profundidad en su aprendizaje.

Frente a lo anterior, se ha formulado que el socioconstructivismo en las matemáticas debe distinguir tres niveles importantes (Castorina, 2008): el primero es un nivel micro genético,

basado en las interacciones sociales cotidianas más inmediatas; el segundo corresponde a un nivel ontogénico, sobre la reconstrucción a nivel subjetivo de los significados aportados por la cultura; y el nivel socio genético, centrado en la producción social e histórica de los significados aportados por la cultura.

Entonces, según Olivo (2017) es conveniente afirmar que las ciencias, incluidas las matemáticas, desde la perspectiva del socioconstructivismo, sería un proceso de origen social donde el estudiante de la etnia Wayúu fija sus propias metas y monitorea su aprendizaje, en relación con las características de su contexto y su interacción con este (etnomatemáticas). Es decir, se da un aprendizaje donde conciernen el docente, el estudiante, el entorno inmediato del estudiante y el medio cultural, o que implicaría hablar de etnomatemáticas (Brousseau, 1986), aspecto que se aborda en el siguiente apartado.

3.2. Las etnomatemáticas como medio de aprendizaje.

Según D'Ambrosio (1985), la etnomatemática se define como “las matemáticas practicadas dentro de grupos culturales identificables, tales como sociedades tribales nacionales, grupos de trabajadores, niños de un cierto grupo de edad, clases profesionales, etc.” (pág. 45). Por eso, esta área se considera como una manera de enseñar y aprender desde la perspectiva de las otras culturas, diferentes a la occidental, es una visión práctica desde la cosmogonía de las etnias nativas de cada región, las cuales tienen una concepción natural de sus propios saberes.

De acuerdo con la etimología de la palabra etnomatemática, D'Ambrosio (2008) afirma que está dividida en tres partes: la primera corresponde a “etno”, que significa ambiente natural, social y cultural; la segunda parte “matema”, relacionada con explicar, aprender y conocer; y “ticas”, que hace alusión a los modos, estilos y técnicas. En ese sentido, para aprovechar la riqueza cultural del pueblo Wayúu, reflejados en conocimientos matemáticos no formales, es

necesario entablar la relación entre la etnomatemática con la educación matemática occidental que se da en las escuelas, como una manera de hacer matemática con ojos que miran distintos ambientes culturales.

Así, el trabajo no es pasar al estudiante las teorías matemáticas existentes y que están congeladas en los libros, para que él las memorice y repita; sino que, debe ser una práctica viva que nazca de las necesidades ambientales, sociales, culturales, etc. (D' Ambrosio, 2004). Al respecto, Gerdes (1995) plantea unos principios fundamentales que deben existir frente a la etnomatemática (p.920):

- Adoptar un concepto amplio de matemáticas.
- Enfatizar la implicación de factores sociales y culturales en el aprendizaje de las matemáticas.
- Esclarecer que las verdades matemáticas son un producto cultural.
- Hallar elementos culturales como punto de partida para hacer matemática en la escuela.
- Interpretar desde la perspectiva social, la educación matemática como una reflexión de la realidad.

En esa misma línea D' Ambrosio (2004) explica que, cuando el profesor plantea un problema y no conoce el ambiente cultural de donde provienen los estudiantes, es importante que se lleve a cabo una clase de etnomatemáticas de forma intercultural donde se compartan los métodos con cada uno de los educandos, sus respectivas etnias y la del profesor. De esa manera, se elige el más adecuado y que sea entendido por todos, de una forma sencilla y práctica.

De igual manera, White (1982) señala que para las etnomatemáticas no está desligada de las matemáticas, sino que más bien funciona como un constructo social y humano que responde a las necesidades particulares de la sociedad. Es por eso, que la idea de ligar las etnomatemáticas a aspectos culturales, como la relación del hombre con la naturaleza, impulsaría el pensamiento matemático de los estudiantes, y serían transmitidos de generación en generación a través de la oralidad o por medio escrito.

Sin embargo, Knijnik (2007) infiere que existe una diferencia entre las matemáticas y etnomatemáticas, ya que la primera se comporta como una matemática escolar común, pero la segunda se agrupa en una matemática extraescolar de suma importancia para el desarrollo de profundidad en el aprendizaje. En la Tabla 1, se muestran algunas características que diferencian una de la otra, en términos de los objetivos que persiguen, significados institucionales y personales, procesos algorítmicos y otros datos que evidencian que durante años la matemática escolar común ha sido privilegiada sobre la matemática extraescolar.

Tabla 1

Diferencia entre la matemática escolar y la matemática extraescolar (etnomatemáticas).

Matemática escolar común	Matemática extraescolar (Etnomatemáticas)
Situaciones generales con énfasis en algoritmos, fórmulas, secuencias.	Situaciones particulares con énfasis en esfuerzo de resolver problemas.
Disociación de los cálculos de las actividades reales, llegando a respuestas sin sentido	Aproximaciones y redondeamientos sensatos.
Deductiva	Inductiva
Solución escrita, correcta y superior	Solución oral y adecuada.
Resultado y número	Resultado y decisión

Formal	Informal
Sin significados para el estudiante	Con significado para quien las hace

Fuente: adaptado de Knijnik (2007)

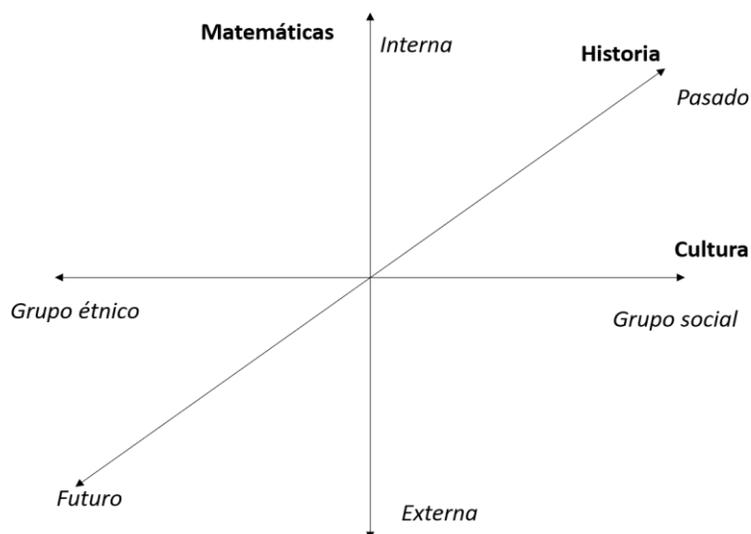
Por otro lado, Bishop (2000) ha postulado que en las etnomatematicas convergen tanto la antropología como las matemáticas, y que existen unos intereses particulares que conectan estas dos áreas (p.42):

- Dar importancia al origen de la matemática desde prácticas comunitarias y sociales.
- Comprender el conocimiento matemático que se relaciona con esas prácticas.
- Aplicar con efectividad y eficiencia dichas prácticas.
- Construir conocimiento matemático a partir del conocimiento matemático local.

Es así, como Barton (1996) define las etnomatematicas como una rama de las matemáticas que involucra tres ejes: historia, cultura y matemática, lo que permite describir el objetivo de la etnomatemática según dos direcciones por cada eje (ver Figura 1). Partiendo de la idea que ésta área ocupa un espacio tridimensional, donde se tiene que la historia puede ser del pasado o del futuro; que la cultura puede tomar un enfoque étnico o uno social; y que la matemática puede ser interna o externa.

Figura 1

Ejes de la etnomatemática según Barton.



Fuente: Barton (1996, p. 214)

De manera general, se puede decir según el planteamiento de Bishop (2000) que las etnomatemáticas estudian las matemáticas presente en las culturas de todo el mundo, en función de “evitar el culturocentrismo y buscar similitudes entre las culturas...” (p.41). Por esto, hace una clasificación importante, que se adapta a la cultura Wayúu, comprendida por las actividades de contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, que en últimas contribuye a la estructuración curricular de la etnomatemática en el departamento de La Guajira, y en otras zonas étnicas de Colombia y el mundo.

Dichas actividades, como contar utilizando sistema de enumeración propios (símbolos específicos), como es el caso de los Wayúu , o localizar, empleando espacios según la proximidad del que habla, son métodos que requieren ser asociados a los aprendizajes escolares de los estudiantes, porque dan cuenta de su contexto, de sus creencias e ideologías, para fomentar el amor por la etnomatemática. Y este proceso, debe estar acompañado de estrategias que dirijan al estudiante a construir su propios aprendizaje desde la profundidad de sus conocimientos, aspecto que se aborda a continuación.

3.3. Aprendizaje profundo

Este tipo de aprendizaje adquiere una dimensión amplia y de inmensa calidad cuando el conocimiento y los saberes que se adquieren, generan un empoderamiento real y efectivo de esa adquisición y la cual se realiza de manera crítica, es decir que se sabe a conciencia que el conocimiento aprendido produce una sabiduría profunda y una fe enorme en lo que se sabe. “Y, aun así, los pensadores de la educación han debatido que solo aprendiendo algo con profundidad es que los estudiantes logran captar el modo en el que funciona el conocimiento, o la naturaleza del conocimiento” (Egan & Judson, 2013, pág. 14).

Se habló por primera vez de aprendizaje profundo, es la investigación realizada por Marton y Saljo (1976) en estudiantes universitarios, demostrándose que no solo existe un nivel de procesamiento profundo, sino que es muy diferente al enfoque de aprendizaje superficial. La diferencia entre ambos enfoques radica en que el profundo se centra en la comprensión de manera intencional, mientras que el superficial se dirige hacia un mecanismo memorístico de los contenidos. Al respecto Biggs (1993), construye una definición clara en la que relaciona el enfoque superficial con un principio extrínseco al propósito de una actividad, mientras que el enfoque profundo se basa en la intención propia e intrínseca de extraer el máximo significado de las actividades.

Por su parte, Beas (1998) afirma que disponer de un aprendizaje profundo “es dominarlo, transformarlo, utilizarlo para resolver problemas reales”, es así como se demuestra que se tiene la capacidad de realizar una variedad de acciones mentales con un tópico, como dar explicaciones, mostrar evidencias, generalizar, aplicar a situaciones nuevas, representar ese conocimiento de una forma diferente y usarlo para resolver problemas de la vida cotidiana.

Por lo anterior, valdría la pena comparar ambos enfoques de aprendizaje, para determinar las principales características del que nos compete, el aprendizaje profundo. La Tabla 2 muestra la comparación entre estos, y se infiere que el aprendizaje desde una perspectiva socioconstructivista debe estar alineado al enfoque profundo, donde el estudiante se aproxime al conocimiento de manera interesada.

Otras características del aprendizaje profundo incluyen la tendencia de los estudiantes a desarrollar y emplear habilidades metacognitivas, útiles para autoevaluar su propio progreso de aprendizaje; también, tienden a ser propositivos con soluciones críticas que aportan un significado real ante una situación dada. Es por esto, que el alto rendimiento académico de los estudiantes está relacionado con el aprendizaje profundo, mientras que el bajo rendimiento está asociado al superficial y falta de compromiso en las actividades por parte de los educandos (Entwistle, 1984).

Es por esto, que existen ciertas características del aprendizaje profundo, que requieren los estudiantes, éstas fueron definidas por Lublin (2003):

El estudiante busca activamente información para comprender el material de estudio.

- El estudiante interactúa con fuerza con el contenido.
- El estudiante usa la evidencia, la investigación y la evaluación en el aula.
- El estudiante mantiene una visión amplia y relaciona ideas entre sí.
- El estudiante responde con interés y motivación.
- El estudiante relaciona conocimiento previo con el nuevo.
- El estudiante relaciona los conceptos con sus propias experiencias

cotidianas.

- El estudiante lee y va más allá de los requisitos básico de aprendizaje

Tabla 2.

Características del aprendizaje profundo y del aprendizaje superficial.

Aprendizaje profundo	Aprendizaje superficial
Enfocado en el significado	Enfocado en los datos
Conocimiento coherente e integrado a estructuras cognitivas existentes	Conocimientos de hechos no relacionados y dificultad en encontrar sentido a las nuevas ideas.
Relaciona el conocimiento con la experiencia cotidiana, e incluye el contexto	No establece relación con la cotidianidad ni el contexto
Dirigido a la comprensión y análisis lógico a través de un juicio crítico	Dirigido a la repetición y memorización para rendir exámenes
Resultados impredecibles, múltiples y diversos asociados a la autonomía del estudiante	Resultados predecibles por el docente

Nota: Adaptado de Entwistle (1984)

3.4. Múltiples representaciones para el aprendizaje profundo

Hablar de representaciones conlleva a pensar en toda la información que se almacena durante el proceso de aprendizaje, por eso para Tamayo (2006) “las representaciones son vistas desde las ciencias cognitivas como cualquier noción, conjunto de símbolos o signos que tiene como propósito significar algo del mundo exterior o interior de las personas” (p.53). Por lo tanto, si un estudiante aumenta el número de representaciones de un tema, mayor será su grado de asociación con una situación cotidiana o de su contexto (García y Romero, 2014), lo que dirige hacia un aprendizaje profundo de dicho concepto.

Por su parte, Duval (2004), citado por Álvarez y Muñoz (2014) expresa que las representaciones “son el medio a través del cual el ser humano interpreta, describe la realidad y la

toma en cuenta por un sistema de tratamiento, esto quiere decir las representaciones permiten codificar la información” (p.4). Y, por lo tanto, se dividen en dos categorías: las representaciones mentales o internas y las representaciones semióticas o externas.

Las representaciones mentales o internas “son aquellas que se encuentran en la mente humana y que permiten evocar los objetos perceptibles en ausencia de un significante o código lingüístico” (Álvarez y Muñoz, 2014, p. 5), por ejemplo, las fantasías, creencias, imágenes, guiones, ideas, modelos mentales, nociones y conceptos (ver Figura 2). A su vez, estas se pueden clasificar en: analógicas, proposicionales y modelos mentales.

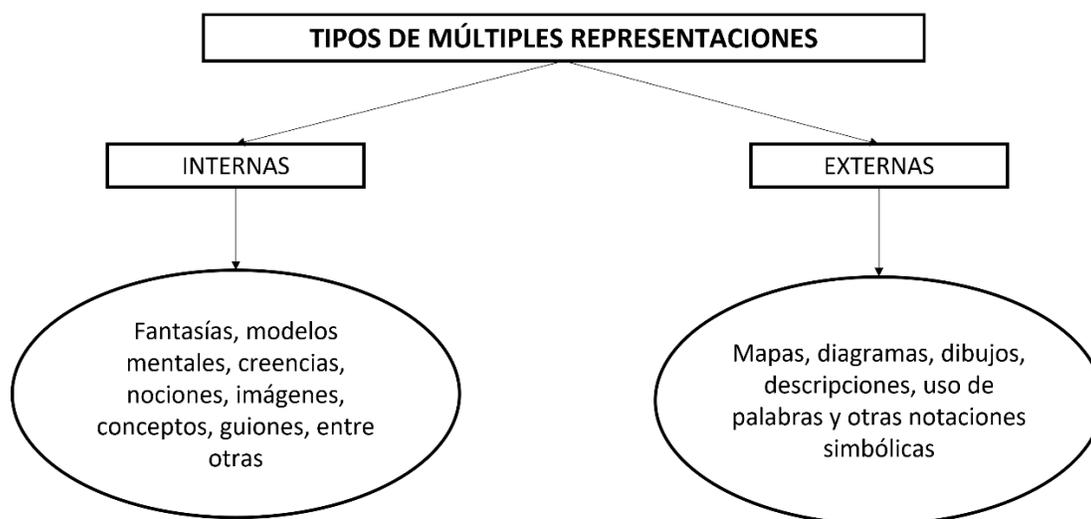
- Analógicas: Según Álvarez y Muñoz (2014) son consideradas como los modelos mentales porque permiten a las personas interpretar la realidad subjetivamente a través de los sentidos y con relación al contexto donde se encuentre.
- Proposicional: Son representaciones verbales articuladas con una serie de símbolos y signos (Álvarez y Muñoz, 2014)
- Modelos mentales: Estas se relacionan con las creencias de las personas y se ven afectadas por los estados de ánimo o algunos fenómenos que giren en torno a ella (Álvarez y Muñoz, 2014).

Por otro lado, las representaciones externas o semióticas según Duval (2004) citado por Álvarez y Muñoz (2014) “son aquellos sistemas de información extrínsecos al sujeto y no son síntomas de la expresión de las emociones las cuales se pueden percibir en el rostro de las personas” (p. 6). Entre estas están los mapas, diagramas, dibujos, descripciones, uso de palabras y notaciones simbólicas (ver Figura 2) y se clasifican según su actividad cognitiva en: formación, tratamiento y conversión.

- Formación: Álvarez y Muñoz (2014) manifiestan que se define como “un registro semiótico que permite materializar una representación interna o codificar objetos reales o tangibles” (p.7)
- Tratamiento: Se relaciona con la transformación de un tipo de representación a otra (Álvarez y Muñoz, 2014)
- Conversión: Según Duval (2004), citado por Álvarez y Muñoz (2014) “es la conversión la cual se da cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial” (p.7).

Figura 2

Tipos de múltiples representaciones



Nota: Tomado de Álvarez y Muñoz (2014, p. 6).

3.5. Unidad didáctica

Puede considerarse este aparte como el compendio de saberes que se estructuran adecuadamente para cumplir un fin pedagógico y cuyos elementos se encuentran debidamente

relacionados. Según Sanmartí (2000), su objetivo es lograr que el proceso de aprendizaje disponga de una estructura tal que produzca resultados positivos tanto en la forma de impartirla como en quien la recibe (docente-alumno), también puede definirse como la forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad.

Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso” (Escamilla, 1993, pág. 39).

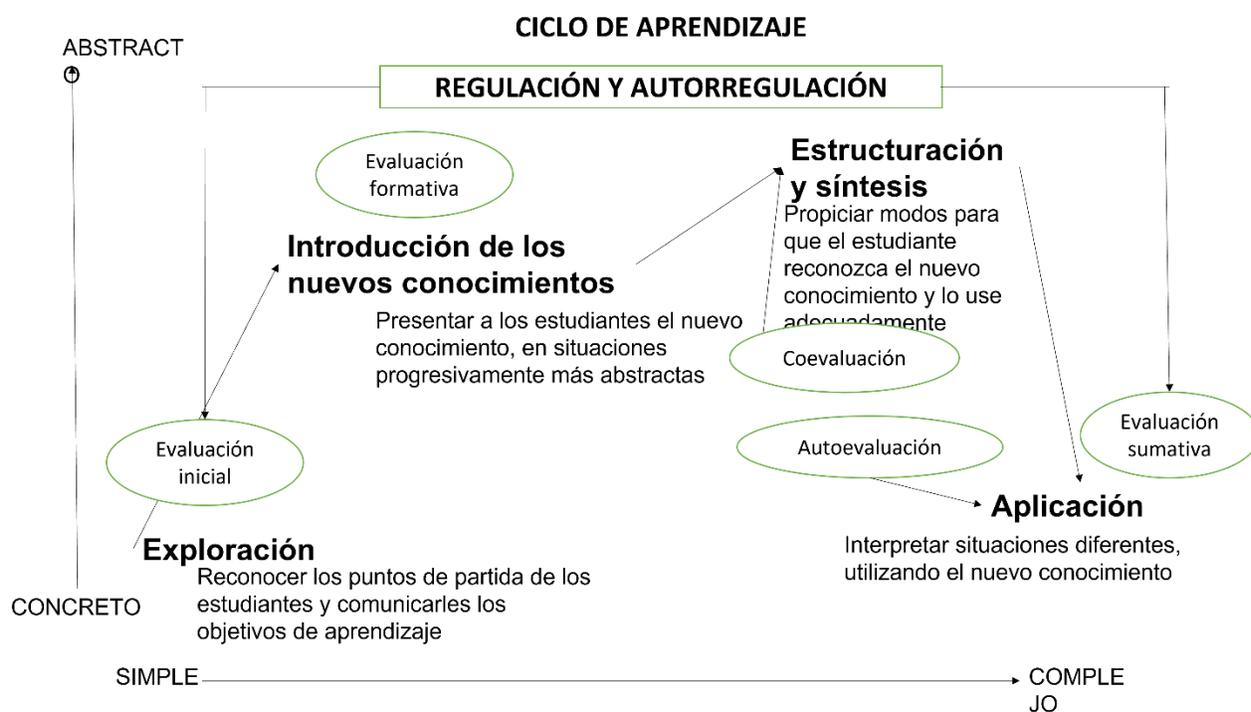
Asimismo, Sanmartí (2000) propone que las unidades didácticas deben seguir un Ciclo de Aprendizaje (ver Figura 3) el cual está basado en actividades de exploración, de introducción de nuevos conocimientos, de estructuración y síntesis y de aplicación y transferencia.

- Actividades de exploración: Estas corresponden al momento en el cual los estudiantes realizan su primera representación de un contenido o un concepto, además que comprender actividades motivadoras que les permita recordar sus saberes previos.
- Actividades de introducción de nuevos conocimientos: Las actividades de este tipo favorecen a que el estudiante identifique nuevas perspectivas en relación con el contenido o concepto, además que relacione el nuevo conocimiento con el previo para resolver las tareas que se plantean.
- Actividades de estructuración y síntesis: Son actividades que donde el estudiante formula sus ideas en un organizador gráfico, teniendo en cuenta su punto de vista, conclusiones e ideas más relevantes de lo aprendido.

- Actividades de aplicación y transferencia: Le permite al estudiante transferir las nuevas formas de y explicar el contenido o concepto a nuevos contextos o situaciones de aprendizaje diferentes.

Figura 3

Ciclo de aprendizaje



Nota: Tomado de Jorba y Sanmartí (1996).

De manera similar se indica que “una unidad didáctica es un segmento o porción de enseñanza y aprendizaje significativo, con entidad en sí mismo configurado en torno a un tema, centro de interés o eje organizador. Puede variar en su longitud, extensión o relevancia” (Area, 1993, pág. 34). Es así, como un modelo útil en el diseño de unidades didácticas es el desarrollado

por Sanmartí (2000), quien definió varios criterios que se deben tener en cuenta al momento de diseñar estas herramientas. A continuación, se describen los criterios en mención:

3.5.1. Criterios para el diseño de una Unidad Didáctica.

3.5.1.1. Definición de finalidades y objetivos.

Los objetivos de la unidad didáctica, a medida que se van concretando, se van diseñando, de manera que, queden explicitados y permitan identificar lo que realmente se prioriza en la unidad didáctica. Estos objetivos suelen ser pocos, y están en sintonía con el tiempo previsto para la enseñanza, y siempre deben estar en función de los estudiantes y de sus intereses. Para la redacción de los objetivos, Sanmartí (2000) propone las siguientes recomendaciones (p. 246):

- Debe estar formulado desde el punto de vista del estudiante. Por ejemplo “Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que...”.
- Debe plantearse como un desarrollo de sus capacidades. Por ejemplo, “Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de...”
- Debe especificar la acción que se pretenden que los estudiantes apliquen. Por ejemplo, “Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de aplicar, comparar, poner en duda, revisar, etc...”
- Debe especificar el contenido. Por ejemplo, “Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de aplicar la visión cinético-molecular de la materia, el principio de degradación de la energía, etc...”

- Debe especificar el contexto en el cual los estudiantes deberían demostrar sus aprendizajes. Por ejemplo “Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de visión cinético-molecular de la materia, a la interpretación de fenómenos macroscópicos como la dilatación”.

3.5.1.2. Criterios para la selección de contenidos.

Según Sanmartí (2000) existen varios aspectos para la selección de contenidos a tener en cuenta, y se relacionan con el tipo de contenido y la significatividad social del mismo. Para la selección de los contenidos, se buscan que estén ligados a un modelo teórico que agrupe conceptos, fenómenos, experimentos, instrumentos y técnicas, relaciones, analogías, proposiciones, imágenes, lenguaje, valores, etc. Esto, debido a que los estudiantes al momento inicial de aprendizaje, tienen sus propios modelos y su progreso dependerá de los nuevos conceptos que el propio estudiante pueda regular en su forma de concebir su modelo (Sanmartí, 2000). Otro criterio a la hora de seleccionar un contenido es su significatividad social, lo que hace necesario plantear la enseñanza de contenidos para comprender las matemáticas y problemas cotidianos reconociendo que esta área es una forma cultural en evolución y con una relevante transversalidad.

3.5.1.3. Criterios para organizar y secuenciar los contenidos.

Una vez seleccionados con los contenidos de la unidad didáctica, se debe secuenciarlos, es decir distribuirlos en el tiempo teniendo en cuenta el objetivo de aprendizaje. Según Sanmartí (2000), para concretar la organización de los contenidos son útiles el uso de organizadores gráficos como mapas conceptuales, esquemas, mapas mentales, entre otros, que pongan en

evidencia la interrelación entre los conceptos asegurando así, el aprendizaje del estudiante frente al tema determinado.

3.5.1.4. Criterios para la selección y secuenciación de actividades.

La unidad didáctica está conformada por numerosas actividades, por lo que, según Sanmartí (2000), están son las que permiten que el estudiante acceda a conocimientos por sí mismo. Es por esto, que la unidad didáctica debe estar comprendida por actividades bien pensadas, organizadas y secuenciadas que propicien situaciones para que el estudiante actúe y sus ideas evolucionen en función de su actitud y de sus conocimientos. Jorba y Sanmartí (1994), proponen un proceso de selección y secuenciación de actividades basados en el Ciclo de Aprendizaje (p. 29), el cual es la base de partida para la UD acerca de razones y proporciones:

- **Actividades de exploración o de explicitación inicial:** son las actividades encargadas de situar al estudiante sobre el objeto de estudio, de manera que identifique el problema planteado, formule sus puntos de vista y reconozca el punto de partida. En este ítem, es importante emplear actividades concretas, cercanas a las vivencias e intereses de los estudiantes, que muchas veces sirven de “diagnosís” (p. 30) de las situaciones de partida de cada estudiante.
- **Actividades de introducción de conceptos o de modelización:** actividades que orientan al estudiante a identificar nuevas perspectivas en relación con el objetivo de estudio, es decir que favorecen la confrontación entre diversas miradas. Además, se da un espacio de relación entre conocimientos previos y nuevos para obtener formar de resolver los problemas planteados.

- **Actividades de estructuración del conocimiento:** actividades que llevan al estudiante a reconocer y comunicar su modelo elaborado sobre el objeto de estudio, de manera que cada uno debe encontrar su propia forma de expresar sus conocimientos, valorando sus aproximaciones y aciertos para provocar la autocrítica. El resultado de este proceso no es que todos los estudiantes lleguen al mismo nivel de elaboración de contenidos, es que todos progresen desde sus puntos de partida y sean capaces de extraer conclusiones o síntesis del objeto de estudio.
- **Actividades de aplicación:** estas actividades están orientadas a trasladar lo aprendido a nuevas situaciones, más complejas que la inicial. Pueden ser actividades en las que los estudiantes se planteen nuevos problemas o investigaciones.

3.5.1.5. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.

La evaluación es el medio más propicio para conocer el avance de los estudiantes en el desarrollo de las unidades didácticas, ya que es fundamental para la toma de decisiones sobre qué actividades introducir, en qué momento y qué es importante evaluar. Para ello, Sanmartí (2000) clasifica la evaluación en inicial, durante (formativa) y final (sumativa). La evaluación inicial corresponde a las actividades que exploran el estado actual del estudiante, es decir antes de iniciar el proceso educativo, y es importante porque permite que ellos mismos identifiquen sus puntos de partida y saberes previos. Por otro lado, la evaluación durante el proceso de aprendizaje comprende las actividades que se utilizan mientras los estudiantes aprenden y permite identificar los obstáculos y dificultades para poder mejorar durante el proceso. Finalmente, la evaluación final, tiene el objetivo de identificar los resultados del estudiante después de implementado el trabajo didáctico.

3.5.1.5. Criterios para la organización y gestión del aula.

Según Sanmartí (2000), en la unidad didáctica es importante preverse de la forma de organizar el grupo y la distribución del espacio en función de dicha organización. Por esto, se debe tener en cuenta que la comunicación entre los estudiantes y con el profesor debe favorecer la verbalización de las formas de pensar y actuar porque permiten la explicitación de representaciones, favorecer la negociación de los diferentes puntos de vista y permite la concertación grupal.

En otras palabras, el trabajo colaborativo en pequeños o grandes grupos de estudiantes puede mejorar el aprendizaje de cada uno. Asimismo, se debe tener en cuenta la diversidad de los estudiantes, sus ritmos de aprendizaje y sus intereses, para el diseño de la unidad didáctica. Es decir, el diseño del material didáctico debe estar en función de atención a la diversidad presente en el aula.

3.6. El concepto de razones y proporciones

Diversos autores como Acosta, Rondero y Tarasenko (2010) señalan que los términos de razones y proporciones son herramientas que se utilizan desde tiempos muy remotos en culturas como la babilónica, china y egipcia, para manejar actividades como el cobro de impuestos. Sin embargo, hace varias décadas, el tema viene implícito en los currículos de colegios y universidades como parte fundamental del estudio de las matemáticas y sus diferentes ramas.

En ese sentido, Serres (1996), citado por Colina y Valdivé (2018) explica que la primera vez que se habló de la noción de proporción fue gracias a Eudoxo en el siglo V a.C. y se han mantenido vigente en el desarrollo y avance de las matemáticas. A su vez, manifiesta que a la escuela pitagórica de la Edad Antigua se le atribuye el origen de la teoría de las proporciones, ya que los matemáticos griegos cons

consideraban una fracción escrita de la forma a/b como una relación o razón $a:b$ entre dos números.

Seguidamente a esta época, se involucró el contexto geométrico, ya que este incluía magnitudes como longitud, área y volumen, los cuales se crean como partes conmensurables de una unidad común. Según Boyer (2003) Eudoxo formula por su parte su propia definición de razones y proporciones: “se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda que una tercera con una cuarta, cuando cualesquiera equimúltiplos de la primera y la tercera excedan a la par, sean iguales a la par o resulten inferiores a la par, cualquiera equimúltiplos de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en orden correspondiente” (p.127). En otras palabras, quiere decir que “las razones $a:b$ y $c:d$ son proporcionales $a:b = c:d$ probando que, dado cualquier par de enteros positivos m y n se sigue que $na > mb$ y $nc > md$ o $na = mb$ y $nc = md$ o $na < mb$ y $nc < md$.

Adicionalmente, según Andonegui (2006) las razones matemáticas son una relación multiplicativa entre dos números naturales diferentes de cero, se habla, entonces, de la razón “dos a tres”, “uno a diez” o “7 a 4”, etc. Por ejemplo, si un grupo de personas de 18 hombres y 27 mujeres, la razón entre ambos géneros es de 2 a 3, es decir que ha dos hombres por cada tres mujeres. Entonces, en una razón escrita como fracción $\frac{a}{b}$, el numerador recibe el nombre de antecedente, el denominador se llama consecuente y debe ser distinto de cero.

En tal sentido, calcular las razones significa determinar el valor de éstas, el que se establece haciendo la división entre el antecedente y el consecuente. Por ejemplo, el valor de la razón entre 1 y 2 es: $\frac{1}{2} \rightarrow 1:2 = 0,5$.

Por otro lado, el concepto de proporción corresponde al conjunto de dos razones iguales, es decir si las razones iguales son a/b y c/d , la proporción se denota $a/b=c/d$ o $a:b::c:d$ y se lee “a

es a b como c es a d” (Andonegui, 2006). A lo que Corry (1994) denominó proporción a una comparación entre dos diferentes razones dadas, y no como un esquema operacional entre cuatro cantidades. Es decir, que ambos términos tienen una conexión fundamental que debe ser enseñada y aprendida de manera conjunta.

3.7. Economía tradicional Wayúu.

Los indígenas de la etnia Wayúu (ver Figura 4) habitan la península de La Guajira en Colombia y representan el 19,98% de la población indígena nacional (Melo, 2019). Su lengua nativa se denomina *wayuunaiki*, la cual representa su identidad étnica y cultural e históricamente, proceden de la Alta Guajira, donde se ubican los cementerios familiares y sus ancestros. Es por esto, que están ligados fuertemente a su territorio porque es heredado de sus ancestros, quienes vivían en asentamientos dispersos denominados rancherías, y actualmente, es la forma de vida según la filiación materna (clanes).

Dentro de la tradición Wayúu, se entiende que todos los ovinos y caprinos forman parte de esta cultura, por eso son esenciales en sus mitos y leyendas. Sin embargo, también es factor económico de la etnia, pues la cría y reproducción de este ganado es una de las actividades más practicadas entre las familias Wayúu. Según Fuenmayor, Gamboa y Acurero (2004) estos animales son elegidos por el Wayúu por una razón, y se relaciona con la resistencia que poseen en condiciones climáticas adversas, por ejemplo, los largos periodos de sequía y la poca calidad de los suelos acompañada de altas temperaturas.

Figura 4.

Mujeres de la etnia Wayúu.



Fuente: UNICEF (2019)

3.7.1. Ganado ovino y caprino

Existen diversas formas de comercialización de ovinos y caprinos en La Guajira, pero la más significativa es el traslado a los diferentes mercados para venderlos, donde los sacrifican y obtienen la carne para hacer el plato típico de la etnia “el friche”. Sin embargo, también está la práctica de pastoreo, actividad que se realiza para trasladar a los animales a un lugar donde puedan alimentarse, y aún continúa siendo una práctica tradicional económica en aquellas familias que no tienen influencia de la cultura occidental (Fuenmayor, et al. 2004). Se trata de pastoreo extensivo, donde los saberes tradicionales predominan para el manejo del ganado. Según Rúa (2019), el manejo sanitario y el control de producción no existen, ya que no se realizan cruzamientos entre diferentes razas para mejorar la reproducción de los ovinos y caprinos.

Los hombres y niños, principalmente son los encargados de realizar actividades de pastoreo, para ellos deben desplazarse a diversos territorios donde consideren que el ganado se podrá alimentar bien. En su rancharía, mantiene a los animales en cercas (ver Figura 5) que se

construyeron con material tradicional, para esto es indispensable realizar algunos cálculos matemáticos que desarrollan de manera empírica, quienes nunca han asistido a una escuela.

Figura 5

Ganado ovino y caprino cercado en ranchería.



Fuente: UNICEF (2019)

4. Metodología

Este apartado describe una serie de aspectos que se tuvieron en cuenta para llevar a cabo esta investigación. El enfoque se definió desde la postura de Hernández, Fernández y Baptista (2008), González (2013) y Bisquerra et al (2009); luego, el tipo de investigación se planteó desde los autores Yacuzzi (2009), Stake (1995) y Yin (1994); en relación con la categoría de la investigación se define desde el autor Duval (1999; 2006); posteriormente, se delimita la unidad

de trabajo y de análisis; y finalmente, se presenta el diseño metodológico del proyecto de investigación.

4.1. Enfoque de investigación

El enfoque de esta investigación fue cualitativo de corte interpretativo, y se sustentó bajo la perspectiva de Hernández et al. (2008), quienes recomiendan seleccionar este enfoque cuando un tema de investigación no ha sido explorado profundamente o se carece de datos teóricos que lo soporten lo suficiente, tal como sucede con este estudio. Además, dado el propósito que tiene la investigación de observar subjetivamente la realidad de los estudiantes para describir la experiencia educativa y su transformación de aprendizaje, se le otorga un carácter holístico que es característico del enfoque cualitativo, según Hernández, et al (2008).

Asimismo, esta investigación estuvo orientada a la comprensión profunda de un fenómeno educativo en la zona rural del departamento de La Guajira, para posteriormente transformar la práctica de aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes en función de una unidad didáctica. Esto, está en relación con los aportes dados por Bisquerra et. al (2009), quienes además menciona que en este tipo de investigaciones se valoran todas las perspectivas de los involucrados.

De igual forma, y como lo precisa González (2013) esta investigación es de enfoque cualitativo, porque abordó la realidad en la que se encuentran inmersos los estudiantes frente a sus dificultades de aprendizaje y su contexto étnico, y comprendió e interpretó los múltiples sentidos de sus acciones y vivencias en el aula, con la intencionalidad de crear formas de ser en el mundo de la vida y en el aprendizaje de la matemática, a partir de antecedentes teóricos encontrados.

Con respecto al corte interpretativo, se respalda en la comprensión de las acciones y saberes de los estudiantes del grado noveno con respecto a sus representaciones semióticas, para encontrar sentido a la transformación de éste en interacción con una unidad didáctica. Al respecto, Hernández, et al (2008) manifiesta que las investigaciones interpretativas, suponen que el investigador se introduzca en la experiencia de los participantes para construir un conocimiento, tal como sucederá en este proyecto.

4.2. Tipo de investigación

Esta investigación se enmarcó en las características propias de un estudio de caso bajo la modalidad de caso intrínseco, dada la definición de Yin (1994), como una investigación que permite comprender de manera profunda un fenómeno o una realidad social y educativa de un aula, especialmente de un grupo estudiante. Además, este tipo de investigación es propicio para situaciones sociales únicas que despiertan un interés especial para las investigaciones educativas, como lo es el aprendizaje profundo de las matemáticas en estudiantes de la etnia Wayúu del Departamento de La Guajira.

Además de lo anterior, existen características particulares para un estudio de caso definidas por Yacuzzi (2009), que se cumplieron en esta investigación, tales como la poca manipulación de los investigadores en los sucesos, y la contemporaneidad del problema de investigación. Es por esto, que la investigación tomada desde este tipo puede resultar eficaz y exitosa en el alcance de los objetivos planteados.

No obstante, por ser esta investigación de carácter inductiva, es decir que se traslada desde lo particular hacia lo general soportado en datos teóricos relacionados con el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, permite que se analice

profundamente la intención planteada. De esta manera, se cumple con las condiciones estipuladas Stake (1995) sobre un estudio de caso, lo que aseguró el éxito en el resultado de la investigación.

Finalmente, con respecto a la modalidad de estudio de caso colectivo, se sustenta este desde lo postulado por Stake (2005), dado que se realizó una investigación centrada en los estudiantes, pero se seleccionaron 4 casos que se estudiaron intensivamente durante la implementación de la unidad didáctica.

4.3. Categorías de análisis de la investigación.

La categoría de análisis es el aprendizaje profundo y la subcategoría es las representaciones múltiples, se describen la tabla 3.

Tabla 3

Categoría y subcategoría de la investigación

Categoría	Subcategoría	Componentes	Cómo se evidenciará en la realidad
Aprendizaje profundo	Las representaciones múltiples	Representaciones semióticas o externas	Interiorización del conocimiento (apropiación)
Definición epistemológica	Formas por medio de la cual la información se puede describir y ser tomada en cuenta por un sistema de tratamiento, en otras palabras, las representaciones son una codificación de la	Son aquellos sistemas de información extrínsecos al sujeto y no son síntomas de la expresión de las emociones las cuales se pueden percibir en el rostro de las personas (Duval, 2004).	Concepción sobre el concepto de razones y proporciones
Enfoque de aprendizaje donde el estudiante se dirige hacia el contenido de manera intencional		• Formación: Identificación de	El interés por los alumnos ha seguido sobre todo dos

(Marton y Saljo, 1976).	información (Duval, 2004)	una representación en un registro de datos, en este caso es	direcciones. Por una parte se ha tratado de explicar sus dificultades de comprensión invocando sus concepciones, esto es los “errores conceptuales”, relativos a cada uno de los conceptos introducidos”
El aprendizaje profundo incluye la tendencia de los estudiantes a usar habilidades metacognitivas, desarrollar materiales de aprendizaje que son base para nuevos conocimientos, proponer soluciones desde una perspectiva crítica y descubrir su “yo interior” (Entwistle, 1977)	Las representaciones son cualquier noción, conjunto de símbolos o signos que tienen como propósito significar algo del mundo exterior o interior de las personas Tamayo (2006).	<ul style="list-style-type: none"> • Completar una tabla • Tratamiento: Transformación en el mismo registro en este caso es... • Pasar de una representación con esquema a otro esquema o, de esquema a dibujo. • Pasar de fracciones a decimales, o de fracciones a porcentajes y de decimal a porcentaje. • Pasar de un diagrama de barras a un diagrama de líneas, o pasar de un diagrama de barras a o un diagrama circular. 	<p>Exteriorización mediante registros semióticos como</p> <p>Numérico (fracciones, porcentajes, decimales)</p> <p>Gráfico (Gráfica de línea, diagrama de barra, diagrama circular)</p>
Autores fundantes	Por su parte, Álvarez y Muñoz (2014) definen las representaciones como el elemento primordial que comprende la forma de almacenar la información durante el proceso de aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> • Conversión: Transformación con cambios de registro en este caso es <ul style="list-style-type: none"> • pasar de un registro tabular a un registro gráfico y viceversa. • pasar de un registro icónico a un registro numérico y viceversa. • Pasar de un registro icónico a un registro natural y viceversa. 	<p>Icónico- representación étnica (Esquema y dibujos)</p> <p>lengua natural étnica (verbal)</p> <p>Tabular (tablas)</p> <p>Simbólico (formulas)</p>

Fuente: Autores

4.4. Unidad de trabajo.

Las Instituciones Etnoeducativas Rural Akua’ipa (IERA) y San Rafael del Pájaro (INESARA) están ubicadas en la zona rural de los municipios Albania y Manaure, respectivamente (Ver Figura 6). Ambos planteles educativos son de carácter oficial, y ofrecen educación básica primaria y media a estudiantes de la etnia Wayúu.

Figura 6

Instalaciones de las instituciones etnoeducativas.



Nota: A la izquierda la IERA y a la derecha la INESARA.

La intervención didáctica de esta investigación fue aplicada a 56 estudiantes del grado noveno; 30 pertenecientes a la IERA y 26 pertenecientes a la INESARA. Sin embargo, por tratarse de un estudio de caso, se tomaron como unidad de trabajo a dos estudiantes del grado noveno de cada institución, es decir cuatro estudiantes en su totalidad, con el fin de comprender con mayor profundidad la transformación de su aprendizaje. Los criterios de selección de la unidad de trabajo se muestran a continuación:

- El nivel de desempeño logrado en el cuestionario inicial (alto, medio y bajo).
- El nivel de desempeño obtenido en el área de matemáticas con respecto al año anterior (superior, alto y básico).

4.5. Unidad de análisis

La unidad de análisis fue definida teniendo en cuenta el planteamiento del problema y los objetivos de la investigación, por esto se enfocó en la transformación del aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones sobre el concepto de razones y proporciones desde la

economía tradicional Wayúu, de los estudiantes del grado noveno de las Instituciones Etnoeducativas Rural Akua'ipa y San Rafael del Pájaro.

4.6. Técnicas e instrumentos de la investigación

Para la recolección de información se seleccionaron las siguientes técnicas y se diseñaron los instrumentos que se aplicaron durante la unidad didáctica buscando interpretar cómo se transforman el aprendizaje profundo (uso de múltiples representaciones) sobre el concepto razones y proporciones en los estudiantes del grado noveno de las instituciones etnoeducativas Rural Akua'ipa y San Rafael del Pájaro, a través de una unidad didáctica enfocada en la economía tradicional Wayuu. En la Tabla 4 se describe lo dicho anteriormente.

Tabla 4

Técnicas e instrumentos de recolección de información

Fases o momentos de la unidad didáctica	Técnica	Instrumento	Forma en que se diseñó y validó	No. de anexo
Exploración	Cuestionario de preguntas cerradas	Cuestionario de preguntas cerradas y abiertas y su rejilla de valoración	Fue diseñado teniendo como punto de partida preguntas validadas de las pruebas SABER. Dichas preguntas fueron adaptadas al contexto de las Instituciones Educativas. La validación, se realizó por medio de una prueba piloto implementada en un grupo de estudiantes con características similares a la unidad de trabajo y finalmente enviado a consideración de expertos para ser validado.	Anexo C Anexo D

	Cuestionario	Contrato didáctico	El diseño de este instrumento fue realizado por los investigadores, teniendo en cuenta lo planteado por Sanmartí (2001), y posteriormente fue validado por expertos.	Anexo F
	Cuestionario	Actividad No. 1	Fueron elaboradas por los investigadores y posteriormente revisada y validada por el director de la investigación	Anexo I
		Actividad No. 2		
	Cuestionario	Actividad No. 3	Fueron elaboradas por los investigadores y posteriormente revisada y validada por el director de la investigación	Anexo J
	Cuestionario	Actividad No. 5	Fueron elaboradas por los investigadores y posteriormente revisada y validada por el director de la investigación	Anexo K
	Cuestionario	Actividad No. 6	Fueron elaboradas por los investigadores y posteriormente revisada y validada por el director de la investigación	Anexo L
Introducción a nuevos conocimientos, estructuración y síntesis	Cuestionario	Actividad No. 7	Fueron elaboradas por los investigadores y posteriormente revisada y validada por el director de la investigación	Anexo M
	Cuestionario	Contrato didáctico	Fue elaborado por los investigadores y posteriormente revisada y validada por el director de la investigación	Anexo G
	Cuestionario	Cuestionario de preguntas abiertas y su rejilla de valoración	Fue diseñado teniendo como punto de partida preguntas validadas de las pruebas SABER. Dichas preguntas fueron adaptadas al contexto de las Instituciones Educativas. La validación, se realizó por medio de una prueba piloto implementada en un grupo de estudiantes con características	Anexo C

		similares a la unidad de trabajo y finalmente enviado a consideración de expertos para ser validado.	Anexo D
Entrevista	Entrevista semiestructurada/ instrumento auxiliar	Se diseñó como instrumento auxiliar para profundizar las respuestas dadas por los estudiantes en el cuestionario final. Fue validada por expertos.	Anexo E
Cuestionario	Contrato didáctico	El diseño de este instrumento fue realizado por los investigadores, teniendo en cuenta lo planteado por Sanmartí (2001), y posteriormente fue validado por expertos	Anexo G

Aplicación y transferencia

Fuente: Autores

4.6.1. Cuestionarios.

El cuestionario es definido por Hernández, et al (2008) como un instrumento que reúne un conjunto de preguntas abiertas y/o cerradas respecto a unas categorías de investigación. En ese sentido, hablar de preguntas cerradas se refiere a aquellas que contienen opciones de respuesta que han sido previamente delimitadas; caso opuesto a las preguntas abiertas donde no se han delimitado las alternativas de respuesta. Para el diseño de cuestionarios, se seguirán los pasos descritos por Bisquerra et al (2009) “definir el objetivo del cuestionario, planificarlo, elaborar preguntas, analizar la calidad de las preguntas, dar validez al cuestionario y finalmente su redacción final” (p.24).

En la presente investigación, se emplearon dos cuestionarios de preguntas cerradas, el primero fue aplicado antes de iniciar la intervención con la unidad didáctica, y sus resultados fueron indispensables para el diseño de esta herramienta dado que permitió conocer el estado

inicial de los estudiantes frente a su aprendizaje profundo, sus saberes previos y representaciones del concepto razones y proporciones en relación con la economía tradicional Wayúu. Es por esto, que la unidad didáctica partió de los intereses propios de los estudiantes y de sus realidades, para que se logre un mayor impacto en su aprendizaje.

Con respecto al segundo cuestionario, este se implementó posterior a la unidad didáctica, y permitió analizar el resultado de la transformación del aprendizaje de los estudiantes de la unidad de trabajo a nivel individual y colectivo. Este cuestionario fue pertinente dado que permitió conocer dentro del campo educativo, el desempeño de los estudiantes particularmente en el área de matemáticas y el aprendizaje profundo.

4.6.2. Contrato didáctico

En palabras de Sanmartí (2011) el propósito principal de implementar un contrato didáctico es que el estudiante aprenda a ser lo más autónomo posible y responsable de su aprendizaje, además permite crear de manera conjunta con el estudiante unas reglas y compromisos autoevaluativos a cumplir durante el proceso y para analizar el mismo, lo que facilitó la lectura de los componentes del uso de múltiples representaciones en relación al concepto razones y proporciones, desde los aportes teóricos.

4.6.3. Entrevistas semiestructuradas

Las entrevistas de tipo semiestructuradas tienen un propósito particular, y es que permiten brindar al entrevistador la libertad de adicionar preguntas para precisar u obtener más información del sujeto entrevistado (Hernández, et al, 2008). Es por esto, que se seleccionó este tipo de entrevista, ya que se buscó conocer las opiniones y problemas que giran alrededor del

estudiante en cuanto a su desempeño en el cuestionario y frente al aprendizaje profundo en el uso de representaciones del concepto razones y proporciones.

Adicionalmente, se destaca la importancia del uso de la entrevista en esta investigación, ya que según Kvale (2011), esta proporciona acceso único al mundo de los estudiantes, porque se atreven a describir en sus propias palabras sus actividades, experiencias y opiniones con respecto al objeto de investigación. Esto convierte a la entrevista en un método poderoso de análisis de información al brindar a los autores la oportunidad de comprender la realidad de los sujetos estudio.

4.7. Organización de la información, análisis e interpretación de resultados

4.7.1. Organización de la información

La información recolectada se organizó en una rejilla diseñada en hojas de cálculo de Microsoft Excel como se muestra en la Tabla 5, en la cual se transcribieron las respuestas dadas por los estudiantes sin modificar su ortografía y redacción. Esta organización permitió sumar el puntaje obtenido por cada estudiante y ubicarlo en uno de los tres niveles planteados en la rejilla de valoración para determinar su nivel de aprendizaje profundo.

Tabla 5

Rejilla para la consignación y valoración del cuestionario inicial

Estudiante	Pregunta	Opción escogida	Valoración	Descripción de la opción escogida	Valoración total	Nivel	Descripción de la valoración
	1						
	1.1						
	1.2						
	2						
	2.1						
	2.2						

	2.3						
	3						
	3.1						
	3.2						
	3.3						
	4						
	4.1						
	4.2						
	4.3						

Para la clasificación en los niveles se tuvieron en cuenta los criterios que se describen en la Tabla 6.

Tabla 6

Niveles de uso de representaciones.

Nivel	Puntaje obtenido	Características
Alto	19 - 26	<p>El estudiante identifica y construye la mayoría de representaciones de razones y proporciones como fracciones, porcentajes, decimales, gráfica de línea, diagrama de barras, diagrama circular, esquema, dibujos, tablas y símbolos.</p> <p>El estudiante recuerda dos o más conceptos de razones y proporciones como relación, fracción, proporción directa, proporción inversa.</p>
Medio	10 – 18	<p>El estudiante identifica y construye algunas representaciones de razones y proporciones como fracciones, porcentajes, decimales, gráfica de línea, diagrama de barras, diagrama circular, esquema, dibujos, tablas y símbolos.</p> <p>El estudiante recuerda un concepto de razones y proporciones como relación, fracción, proporción directa, proporción inversa.</p>
Bajo	1 – 09	<p>El estudiante no identifica representaciones de razones y proporciones, construyen representaciones ajenas a la temática o no son coherentes a la misma.</p> <p>El estudiante no recuerda conceptos de razones y proporciones que le sean útil para resolver el cuestionario.</p>

Fuente: Autores.

4.7.2. Análisis e interpretación

Los resultados del cuestionario de preguntas cerradas se analizaron teniendo en cuenta los criterios establecidos en la Tabla 7. A partir de este análisis, se seleccionaron los 4 estudiantes de la unidad de trabajo, dos estudiantes por cada institución educativa, atendiendo a los criterios definidos anteriormente en este capítulo.

Posteriormente, se aplicaron los instrumentos de investigación durante la implementación de la unidad didáctica y se trabajó mediante el siguiente plan de análisis que se muestra en la tabla a continuación:

Tabla 7

Plan de análisis.

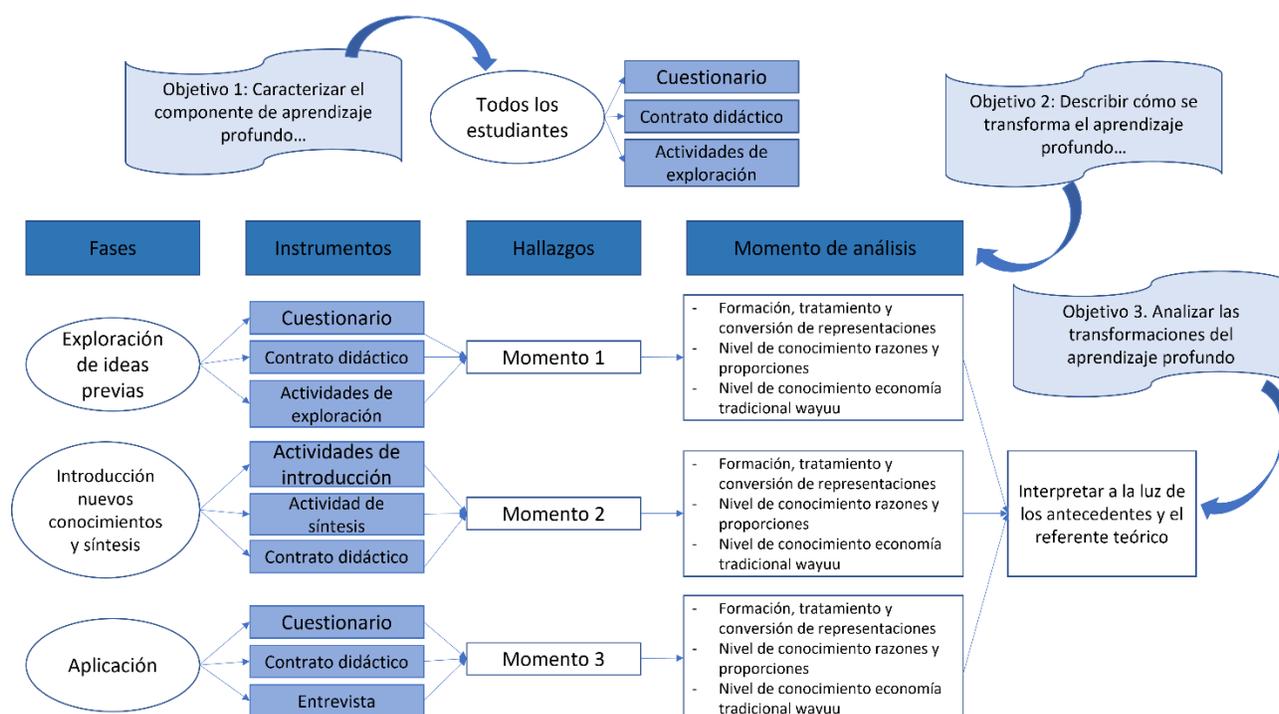
Fases o momentos de la unidad didáctica	Instrumento	Hallazgos (datos)	Momentos de Análisis
Exploración	Cuestionario	Momento 1: En este momento se triangularon los datos obtenidos del cuestionario de preguntas abiertas y cerradas, el contrato didáctico y las actividades de exploración. Los hallazgos se emplearon como punto de partida para el diseño de las actividades del momento de instrucción de nuevo conocimientos, de síntesis y de aplicación que a continuación se desarrollaron en la intervención didáctica.	Se analizaron las representaciones iniciales de cada uno de los estudiantes según los componentes de formación, tratamiento y conversión en relación con el concepto razones y proporciones.
	Contrato didáctico		
	Actividades de exploración		
Introducción a nuevos conocimientos, estructuración y síntesis	Actividades de introducción de nuevos conocimientos	Momento 2: En este momento se triangularon los datos obtenidos desde las actividades de introducción de nuevos conocimientos, la actividad de síntesis y el seguimiento al contrato didáctico de los estudiantes de la unidad de trabajo.	Se establecieron interacciones entre ellas, para comprender el significado y el lenguaje que utilizaron los estudiantes para abordar las representaciones plasmadas en dichas actividades alrededor del concepto razones y proporciones.
	Actividad de síntesis		
	Contrato didáctico		
Aplicación		Momento 3: En este momento	Se realizó el análisis de cómo la

Actividad de aplicación	se compararon los resultados obtenidos entre el cuestionario, la actividad de aplicación, la entrevista y el contrato didáctico para la triangulación	unidad didáctica transformó el aprendizaje profundo del concepto razones y proporciones, lo que evidenció que hubo avances en el uso de representaciones de los estudiantes durante la intervención didáctica. Esta comparación fue interpretada a la luz de los referentes teóricos.
Cuestionario		
Entrevista semiestructurada		
Contrato didáctico		

Fuente: Autores

Figura 7

Esquema general del plan de análisis.



Fuente: autores

4.8. Descripción metodológica

Esta investigación comprendió los siguientes momentos:

Momento de iniciación: En este espacio se problematizó la idea de investigación a partir de la búsqueda de antecedentes y referentes teóricos relacionados con la representación semiótica para el aprendizaje profundo del concepto razones y proporciones. Luego, se definieron apartados relevantes de la metodología, como el tipo y enfoque de la investigación, la unidad de análisis y de trabajo, y los criterios para la selección de los participantes en este proyecto.

Momento de implementación/intervención: Se construyeron y validaron los instrumentos para conocer el estado inicial de los estudiantes sobre sus múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, y sus saberes previos sobre la economía tradicional Wayúu. Con esta información, se diseñaron las actividades de la unidad didáctica teniendo en cuenta las fases del ciclo de aprendizaje propuestos por Sanmartí (2000), exploración, introducción de nuevos conceptos, estructuración del conocimiento y aplicación. Finalmente, se implementó la unidad didáctica acompañada de los instrumentos de recolección de información.

Momento de análisis de resultados: En este momento, se realizó el análisis de datos a través de una triangulación de la información a partir de los instrumentos de investigación. Esto facilitó la interpretación de los hallazgos obtenidos, para la redacción de las conclusiones y recomendaciones de este proyecto de investigación.

En la Figura 8 se detalla el esquema de diseño metodológico de la investigación en sus tres momentos.

Figura 8

Esquema general del diseño metodológico de la investigación.



5. Análisis e interpretación de resultados

En el presente apartado se muestra el análisis e interpretación los resultados obtenidos en la transformación del aprendizaje profundo del concepto razones y proporciones en relación con el uso de múltiples representaciones en los estudiantes del grado noveno de la Institución Rural Akua'ipa (IERA) y la Institución Etnoeducativa San Rafael del Pájaro (INESARA).

En primera instancia, se presenta la caracterización del grupo realizada a través del cuestionario sociodemográfico con el fin de conocer aspectos generales de la situación social, personal y escolar que rodea a los estudiantes de las instituciones anteriormente mencionadas. Posteriormente, se muestra el análisis de los instrumentos aplicados en la intervención didáctica abordando las múltiples representaciones que emplean los estudiantes en su aprendizaje de razones y proporciones. Para dicho análisis, se hizo una triangulación de los datos obtenidos en las cuatro fases del ciclo de aprendizaje

(exploración, introducción de nuevos conocimientos, estructuración y síntesis, y aplicación).

A continuación, en la tabla 8 se detalla la forma secuencial de los momentos en que se consiguieron los resultados de esta investigación.

Tabla 8.

Secuencia utilizada para la recolección de la información

Instrumentos	Institución	Fecha de aplicación	Cantidad de estudiantes	Tiempo (horas)
Fase de exploración				
Cuestionario sociodemográfico	IERA	28/09/22	30	1
	INESARA	28/09/22	26	1
Cuestionario inicial	IERA	04/10/22	30	2
	INESARA	3/10/22	26	2
Contrato didáctico	IERA	09/11/22	2	1
	INESARA	7/11/22	2	1
Actividad 1	IERA	01/11/22	30	3
	INESARA	01/11/22	26	3
Actividad 2	IERA	03/11/22	30	4
	INESARA	03/11/22	26	4
Fase de introducción de nuevos conocimientos y síntesis				
Instrumentos	Institución	Fecha de aplicación	Cantidad de estudiantes	Tiempo (horas)

Actividad 3	IERA	11/11/22	30	3
	INESARA	11/11/22	26	3
Actividad 5	IERA	16/11/22	30	3
	INESARA	16/11/22	26	3
Actividad 6	IERA	22/11/22	30	2
	INESARA	17/11/22	26	2
Actividad 7	IERA	23/11/22	30	3
	INESARA	20/11/22	26	3
Contrato didáctico	IERA	24/11/22	2	1
	INESARA	09/11/22	2	1

Fase de aplicación

Instrumentos	Institución	Fecha de aplicación	Cantidad de estudiantes	Tiempo (horas)	<i>Fuente:</i>
Cuestionario final	IERA	14/12/22	30	2	te: autor es
	INESARA	14/12/22	26	2	
Entrevista semiestructurada	IERA	15/12/22	2	1	
	INESARA	15/12/22	2	1	
Contrato didáctico	IERA	16/12/22	2	1	
	INESARA	16/12/22	2	1	

5.1. Cuestionario sociodemográfico

El proceso investigativo se llevó a cabo en la Institución Rural Akua'ipa (IERA) ubicada en la zona rural del municipio de Albania, y la Institución Etnoeducativa San Rafael del Pájaro

(INESARA) de la zona rural del municipio de Manaure, ambos en el departamento de La Guajira. Estos planteles educativos son de carácter oficial y atienden estudiantes de la etnia Wayúu provenientes de los alrededores de cada localidad. En el caso de la IERA el énfasis es liderazgo y emprendimiento y cuenta con una población estimada de 1200 estudiantes. Con respecto a la INESARA, su énfasis es en pesca y atiende a 620 estudiantes en sus sedes de primaria y secundaria.

Los grupos seleccionados para participar en esta investigación fueron 56 estudiantes en total que cursaban el grado noveno en el año 2022 en cada plantel educativo y cuyas edades oscilaban entre los 13 y 20 años, evidenciándose la extraedad escolar que se mantiene. Además, el 80% de los estudiantes en su totalidad pertenecen a la etnia wayuu, corresponden al estrato socioeconómico 1 y el 60% de la INESARA habitan en viviendas tradicionales denominadas rancherías alrededor de sus escuelas, para el caso de la IERA el 86% habita en este tipo de viviendas.

Sobre estas viviendas, se determinó que el 36% de los estudiantes de la INESARA no cuenta con servicio eléctrico y con respecto a la IERA, el 60%. Con respecto al acceso a internet y señal de teléfonos celulares, el 90% de estudiantes de la IERA no cuenta con este servicio y de la INESARA el 80% no lo mantiene, por lo que la comunicación es precaria con el resto de sus compañeros. Al no contar con estas características, la mayoría de los estudiantes de INESARA y de la IERA (89% y 90%, respectivamente) no cuenta con celular y desconocen el uso de aplicaciones como WhatsApp, Google, zoom, meet, entre otros.

Adicionalmente, el 90% de los estudiantes en su totalidad no tiene computador en casa, sus investigaciones escolares las realizan desde el celular de sus padres u otros familiares, o acuden a un sitio en el pueblo donde se presta el servicio de internet e imprimen las indagaciones solicitadas. En casa, la ayuda que reciben de sus padres es poca o nula, dado que el 77% de los

estudiantes manifestó que los progenitores no terminaron la educación primaria en la INESARA, donde únicamente el 12% obtuvo título de bachiller académico y el restante (11%) no terminó la educación secundaria. Con respecto a la IERA, el 46% de los estudiantes manifestó que sus padres no terminaron la primaria, y el 3% no terminó bachillerato.

Finalmente, es importante resaltar que, aunque durante la intervención didáctica no se presentó ausentismo o intermitencia en los estudiantes de las instituciones, en la INESARA los estudiantes que utilizan medios de transporte hacia la escuela se vieron afectados por la falta de bus escolar, por lo que el 70% manifestó que utilizaba la moto, el 14% la bicicleta y el restante llegó caminando varios kilómetros a recibir sus clases escolares. Con respecto a la IERA, tanto estudiantes internos como externos asistieron a las actividades de la unidad didáctica.

Los resultados anteriores, fueron útiles para conocer el contexto particular en el que viven los estudiantes, igualmente fue un referente para el diseño de las actividades que tuvieron en cuenta las necesidades que presentaron, especialmente lo relacionado con la conectividad y acceso a información digital. Esto conllevó a que los instrumentos y actividades correspondientes a la intervención didáctica se aplicaran en el colegio partiendo de su contexto y de los intereses particulares de los estudiantes. El tiempo estipulado fue adecuado, y que se lograron desarrollar cada una de las actividades propuestas articuladas al currículo de la asignatura de matemáticas, por lo que no se vio afectación en el desarrollo del plan de área.

5.2. Análisis general del momento de exploración

El momento de exploración fue clave para determinar el nivel inicial de los estudiantes con respecto al uso de múltiples representaciones para el aprendizaje profundo del concepto razones y proporciones. Para lograrlo, se realizó una triangulación de la información obtenida en

el cuestionario inicial, contrato didáctico y dos actividades de la unidad didáctica, de los cuales se obtuvieron los siguientes hallazgos:

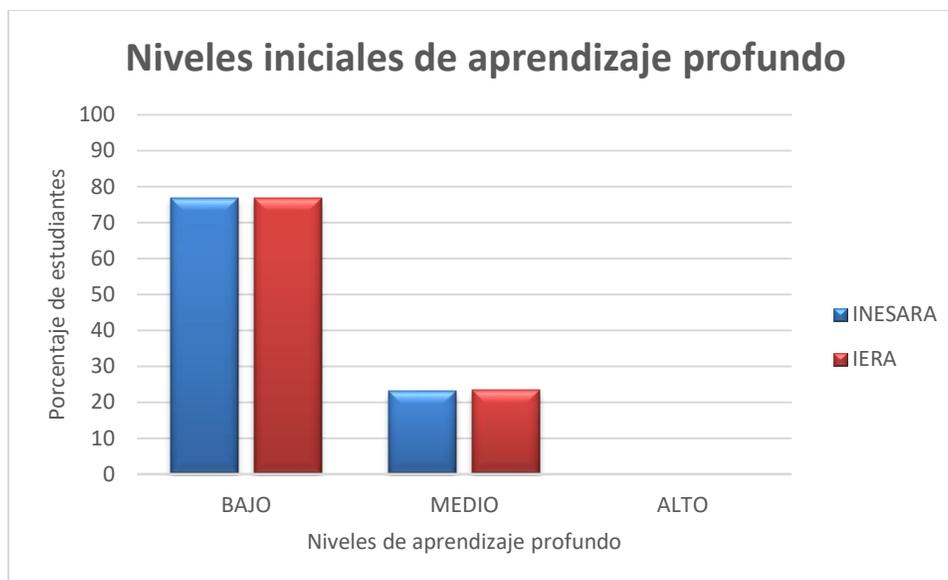
5.2.1. Análisis del cuestionario inicial

A través del cuestionario inicial se logró obtener el nivel de aprendizaje profundo en cuanto al uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones que presentaron los estudiantes en el primer momento de la unidad didáctica. De esta manera, se pone en evidencia la gráfica de la Figura 9, donde se observa que para la IERA el 76,7% de los estudiantes se ubicaron en el nivel bajo mientras que el 23,3% en el nivel medio; y para la INESARA, se tuvo en nivel bajo un 76,9% y en medio 23,1%, en relación con su aprendizaje profundo del concepto mencionado. Es pertinente resaltar que, en el grado noveno para la IERA se contaron con 30 estudiantes y para la INESARA con 26 estudiantes.

Con estos resultados, se identifica que los estudiantes del grado noveno de ambas instituciones educativas obtuvieron un nivel bajo en su mayoría sobre el concepto razones y proporciones en cuanto al uso de múltiples representaciones. Cabe anotar que ninguno de los estudiantes pudo alcanzar el nivel alto, lo que indica que, dentro de ambas instituciones, los estudiantes no presentaron buen dominio en el uso de múltiples representaciones sobre el concepto razones y proporciones, por lo cual se puede deducir que dentro del grupo existen más debilidades que fortalezas con respecto a este componente del aprendizaje profundo.

Figura 9.

Resultados del cuestionario inicial de los estudiantes del grado noveno.



Fuente: Autores

A nivel general según los datos consolidados en la gráfica anterior, se puede deducir que la mayoría de los estudiantes de ambas instituciones obtuvieron nivel bajo, lo que indica que en sus representaciones sobre razones y proporciones se evidencia poca o nula claridad en la comprensión del concepto, la mayoría de las cuales se observan en la dificultad para completar una tabla (formación), también debilidades en pasar de una representación a otra del mismo tipo (tratamiento) por ejemplo, de un esquema a otro esquema, o de fraccionario a porcentaje o de un diagrama de líneas a un diagrama circular; y para transformar completamente una representación (conversión) como convertir un registro icónico a uno numérico y viceversa o de un registro tabular a uno gráfico.

Para ejemplificar se muestra la E1 (Estudiante 1) quien obtuvo nivel bajo en el cuestionario inicial.

Tabla 9

Evidencias de las representaciones utilizadas por la estudiante E1 al resolver las preguntas del cuestionario inicial

ESTUDIANTE 1 – E1

Formación

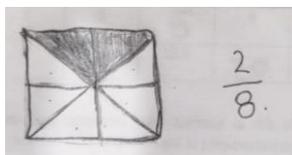
Descripción

Pregunta 2.1. Completa la tabla con la información anterior

N° de participantes	1	2	3	5	6	9	18
N° de días	90	45	30	22,5	20	10	.5

Tratamiento

Pregunta 1.1. ¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?



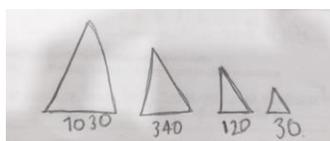
Se observan representaciones débilmente construidas, ya que no proporcionan la información correcta o completa del registro inicial. Para el caso del componente de formación, se evidencia que E1 no tiene en cuenta la proporcionalidad inversa de las dos variables.

Conversión

Pregunta 3.3: La señora Clementina Ipuana y sus hijos recolectaron 1080 potes de maíz para consumir durante un año. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de potes disponibles en cada estación del año para los Wayuu, Jemiai (de diciembre a marzo), Iwa (abril y mayo), Joutai (de junio a agosto),

Juyapa, (de septiembre a noviembre).

Realiza otra representación diferente para la situación anterior



En el caso del componente tratamiento, E1 tiene dificultad para determinar la respuesta correcta.

Y en la conversión, tiene dificultad para transformar la información del diagrama de barras a otro tipo de registro diferente y coherente con la información dada.

NIVEL BAJO

Fuente: autores.

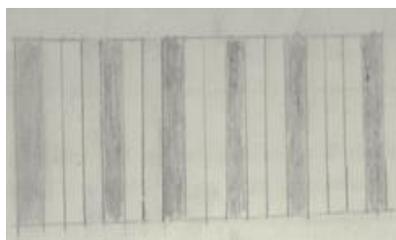
Por otro lado, también se aprecia que en la IERA el 23,3% de los estudiantes se ubicaron en el nivel medio y para la INESARA el 23,1%, lo cual ubica a estos educandos en la minoría de ambos grupos, los cuales evidenciaron el uso de algunas representaciones adecuadas, pero con

información errónea, es decir no tienen total claridad del concepto razones y proporciones. En otras palabras, son capaces de hacer formación, tratamiento y conversión en sus representaciones, pero con poca comprensión de dicho concepto y de la información dada en el cuestionario inicial. A continuación, se ejemplifica a Estudiante 3 (E3) quien obtuvo nivel medio en este primer momento de la unidad didáctica.

Tabla 10

Evidencias de las representaciones utilizadas por la estudiante E3 al resolver las preguntas del cuestionario inicial

ESTUDIANTE 3 – E3																		
Formación																		
NIVEL MEDIO	<p>Pregunta 2.1. Completa la tabla con la información anterior</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>Nº de participantes</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>Nº de días</td> <td>90</td> <td>45</td> <td>30</td> <td>22.5</td> <td>14</td> <td>10</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	Nº de participantes	1	2	3	4	6	9	18	Nº de días	90	45	30	22.5	14	10	5	<p>Para el caso del componente de formación, se evidencia que E3 tiene claridad en la proporcionalidad inversa.</p>
	Nº de participantes	1	2	3	4	6	9	18										
Nº de días	90	45	30	22.5	14	10	5											
Tratamiento																		
	<p>Pregunta 1.1. ¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?</p>	<p>En el caso del componente tratamiento, E3 realiza una transformación correcta, pero omite representaciones con otros tipos de registros que podría evidenciar una mayor comprensión del concepto.</p>																

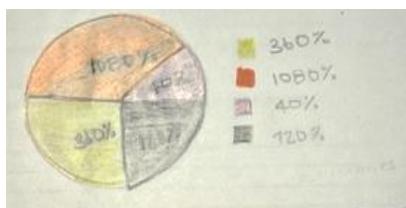


Conversión

Pregunta 3.3: La señora Clementina Ipuana y sus hijos recolectaron 1080 potes de maíz para consumir durante un año. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de potes disponibles en cada estación del año para los Wayuu, Jemiai (de diciembre a marzo), Iwa (abril y mayo), Joutai (de junio a agosto),

Juyapa, (de septiembre a noviembre).

Realiza otra representación diferente para la situación anterior



Fuente: autores.

Frente a estos resultados, se observa que los estudiantes tanto de nivel bajo como medio presentan poca claridad en la comprensión del concepto razones y proporciones, observándose representaciones débilmente construidas frente a las situaciones dadas, las cuales suelen presentar elementos asociados al conocimiento común sin tener en cuenta el lenguaje o símbolos matemáticos que les permitan emplear los componentes de formación, tratamiento y conversión. Por esto, se diseñaron actividades enfocadas en trabajos prácticos relacionados con su propia

cultura, que permitieron a los estudiantes transformar su comprensión sobre razones y proporciones, desde una perspectiva abstracta hacia la aprehensión del concepto desde sus realidades.

5.2.2. Análisis del contrato didáctico

El propósito del contrato didáctico es que los estudiantes aprendan a ser autónomos y responsables de su propio aprendizaje, además que también permite que realicen autoevaluaciones desde un punto de vista crítico (Sanmartí, 2001). Por esto, se planteó un instrumento de este tipo, el cual permitió evidenciar las debilidades y fortalezas de los educandos en cuanto al uso de múltiples representaciones frente al concepto razones y proporciones, para a partir de ellas planear las sesiones de aprendizajes teniendo en cuenta las fases del ciclo de Sanmartí: exploración, introducción de nuevos conocimientos, estructuración y aplicación.

El análisis de este contrato didáctico, el cual fue diligenciado por los estudiantes en el salón de clases, evidencia las siguientes observaciones en los estudiantes:

- Existe dificultad en los estudiantes para visualizar la relación que existe entre los números fraccionarios, decimales y porcentajes con el concepto razones y proporciones. Lo anterior se evidencia cuando, por ejemplo, la E1 (Estudiante 1) expone que “*algunas veces lo hago porque casi no entiendo el tema*”; el E2 (Estudiante 2) manifiesta “*algunas veces lo hago mal*”; mientras que la E3 (Estudiante 3) asevera que “*lo sé de vez en cuando*” y el E4 (Estudiante 4) afirma “*no conozco bien el tema*”. En ese sentido, hay considerable evidencia de que el problema se atribuye a la dificultad de visualizar esta estrecha relación con el concepto razones y proporciones.

- Sobre las representaciones con fraccionarios, decimales y porcentajes que se pueden realizar a partir de un esquema o gráfico y viceversa, se evidenció que los estudiantes son capaces de realizarlas especialmente si se trata de diagrama de barra o de líneas, lo que permite inferir que comprenden la situación inicial dada y efectúan una adecuada transformación (conversión) en su representación. Sin embargo, se mantuvo dificultad en sus capacidades para evidenciar la relación proporcional de variables en un diagrama, es decir resultó complejo para los educandos expresar la adecuada dependencia entre las mismas. Tal situación también se presentó en ejercicios donde se debía hacer tratamiento de números fracciones a números decimales y porcentajes.

- Por ende, se evidenció alta dificultad en los estudiantes para reconocer cuando dos o más razones son directa o inversamente proporcional, en una información descrita en tablas o en diagramas de barras. Este aspecto, se logró mejorar durante la intervención didáctica, pero al momento inicial se observó que fue de las grandes dificultades que mantuvieron los estudiantes de los grados novenos de ambas instituciones.

- Finalmente, en el momento inicial se identificó que los estudiantes presentaron dificultad para describir paso a paso la forma como realizar una representación del concepto razones y proporciones y plantear enunciados y conclusiones en las cuales existe relación en los datos empleadas para explicar el concepto.

Todos los aspectos anteriores, fueron tenidos en cuenta para plantear las actividades de las sesiones de la unidad didáctica, consolidándose las estrategias que permitieron superar los

obstáculos de aprendizaje para alcanzar los niveles de profundidad esperados alrededor del concepto razones y proporciones.

5.3. Interpretación de la transformación de las representaciones de los estudiantes de la unidad de trabajo

Posterior al análisis de la información general, se tomaron cuatro casos de estudiantes que conforman la unidad de trabajo seleccionados según el nivel de desempeño obtenido en el cuestionario inicial y el desempeño en el área de matemáticas con respecto al año anterior, quienes a partir de este momento se mencionan como: E1 y E2 de la INESARA y de la IERA E3 y E4 los cuales presentaron niveles bajo y medio en el primer momento de la intervención didáctica. Para este análisis se realizó una triangulación de los diferentes instrumentos y la teoría que sustenta la categoría (uso de múltiples representaciones) del aprendizaje profundo, se tomó como referente la estructuración del ciclo propuesto por Sanmartí (2005) que conlleva al estudiante a construir su propio conocimiento a través de actividades de análisis, observación y comprensión del concepto razones y proporciones.

Esta secuenciación de aprendizaje se realizó a partir de tres momentos, compuestas por actividades que permitieron a los estudiantes adquirir dominio conceptual, mejorar la utilización del lenguaje matemático para expresar las razones y proporciones y especialmente, emplear sus múltiples representaciones en ese concepto. En las tablas 11, 12, 13 y 14 se señalan los casos de los estudiantes E1, E2, E3 y E4, respectivamente, los hallazgos principales y los resultados de su transformación de aprendizaje.

Tabla 11

Análisis e interpretación de E1

MOMENTO 1	MOMENTO 2	MOMENTO 3
Exploración	Introducción y síntesis	Aplicación y transferencia
<p>Caracterización E1: Es una estudiante de 17 años, perteneciente a la etnia indígena Wayuu que habita en una ranchería ubicada en zona dispersa junto a sus padres y hermanos.</p> <p>Al aplicar el cuestionario inicial, la estudiante respondió a todas las preguntas sin dejar espacios en blanco. Sin embargo, se evidencia que E1 presentó escaso conocimiento sobre el concepto de razones y proporciones, ya que sus representaciones se basaron en información errónea y poco coherente con los enunciados de las preguntas.</p> <p>Además, Lo anterior, se respalda en su contrato didáctico cuando manifestó “<i>porque no entiendo el tema y a veces tengo dificultades para hacer los ejercicios</i>”. A continuación, se muestran algunas otras respuestas de E1 en los instrumentos.</p> <p>Pregunta 1. La figura de esta manilla wayuu presenta el siguiente diseño compuesto por varios triángulos equiláteros.</p> 	<p>Al revisar las actividades de introducción de nuevos conocimientos, la estudiante no deja espacios en blanco, pero sus respuestas son basadas en sus experiencias y saberes previos, haciendo poco uso del conocimiento matemático.</p> <p>En sus representaciones se observan ideas sobre los componentes de representación semiótica y hace mal uso de gráficos circulares y números porcentajes para los componentes de tratamiento y conversión (ver ejemplo 2), por ende, se le dificulta aplicar correctamente el concepto razones y proporciones.</p> <p>Ejemplo 1. Pregunta 1 (Actividad 5). Con la información recolectada en tu grupo, relaciona la cantidad de machos con la cantidad de hembras del rebaño.</p> <p><i>Machos 80 → 100 hembras</i></p>  <p>Esta actividad, partió de un sondeo grupal sobre la cantidad de rebaño ovino que cada estudiante</p>	<p>Al aplicar el cuestionario final, la estudiante responde a todas las preguntas planteadas sin dejar espacio en blanco. Presenta un mejor acercamiento a los componentes de la representación semiótica (tratamiento y conversión) y afirmó en la entrevista semiestructurada “<i>Me ha gustado hacer diagramas de barras y el tema de razones y proporciones, porque me ayuda a comprender a cómo sacar porcentajes y hacer diagramas de barras y otros tipos</i>”, lo que evidencia que reconoce la utilidad del uso de múltiples representaciones en el concepto razones y proporciones.</p> <p>Sin embargo, la E1 continúa teniendo dificultad en el componente de formación, ya que la pregunta 1.1. mantuvo la elección incorrecta en su respuesta</p> <p>Pregunta 1. La figura de esta manilla wayuu presenta el siguiente diseño compuesto por varios triángulos equiláteros. ¿Qué fraccionario podría representar el área sombreada de la manilla?</p>

¿Qué fraccionario podría representar el área sombreada de la manilla?

Respuesta de E1:



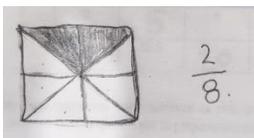
$$\textcircled{D} \frac{6}{12}$$

Esta elección equivocada de E1 permite inferir que se le dificultó recurrir al uso de números para sustituir la visión de un esquema o dibujo, lo que en palabras de Duval (2006) hace referencia al componente de formación en los sistemas de representación semiótica, necesaria para el funcionamiento correcto del pensamiento cognitivo en el tema de razones y proporciones.

Ahora, si se observa el tratamiento que E1 intentó hacer con el esquema anterior, se tiene que la...

Pregunta 1.1. ¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?

Respuesta de E1:



Permite evidenciar que la estudiante extrajo

mantiene en su ranchería (vivienda tradicional), posteriormente clasificarlo según el sexo del ganado (machos y hembras) y obtener el total del ganado en el grupo. A partir de esto, construir una relación proporcional, es decir un registro semiótico de formación relacionado con designación numérica que dé cuenta de los datos obtenidos. En la respuesta de E1, se observa que no aplica el conocimiento matemático de razones y proporciones para evocar la representación, simplemente menciona la cantidad total de machos y hembras determinadas por el grupo.

Ejemplo 2. Pregunta 1.2. (Actividad 5). Realiza una representación para la relación anterior.



En el caso del componente de conversión, se evidencia que E1 reconoce los gráficos circulares, pero presenta mal uso de escalas gráficas y la no explicitación de la relación entre las variables, se podría intuir que de acuerdo con el gráfico circular, la estudiante no establece una relación entre las variables, lo que conlleva a una representación no acorde con la situación.

Respuesta de E1:



$$\textcircled{D} \frac{6}{12}$$

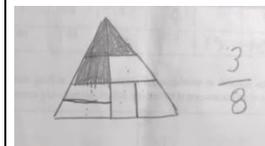
Este fraccionario, que también seleccionó en el cuestionario inicial evidencia que E1 tiene dificultad en la identificación de números frente a un contenido percibido, es decir como primera actividad cognitiva en el uso de representaciones, no logra percibir el esquema de la manilla desde un registro numérico

Siguiendo a Duval (2006), esto no impide que E1 realice tratamiento y conversión en sus representaciones, ya que la formación es básicamente evocar una representación real o mental.

Pero, al tratarse de dos preguntas ligadas, es de esperar que E1 realice un tratamiento de su representación en la siguiente pregunta y no de la situación inicial planteada.

Pregunta 1.1. ¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?

Respuesta de E1:



otro tipo de información de la situación dada, debido al mal uso del concepto razones y proporciones, lo que lleva a una representación no acorde con el registro semiótico inicial. Asimismo, lo manifestó en el **contrato didáctico** frente al indicador “elaboro esquemas y gráficos a partir de fraccionarios, decimales y porcentajes” a lo que responde que “*algunas veces hago un esquema*”. Para Duval (2006) realizar tratamiento en un registro conlleva a un paso importante dentro del proceso de representación semiótica, ya que garantiza un aprendizaje profundo.

Pregunta 4. En días de mucho calor, el señor Alberto Iguarán vende botellas con chicha de maíz. La cantidad de dinero que recaudará depende del número de chichas que venda. Completa la tabla

Respuesta de E1:

N° de botellas con chicha de maíz	1	2	5	8	12	17	24	48
Precio (\$)	500	1000	2500	4000	6000	8500	12000	24000

Se observa que E1 no tuvo en cuenta las variables conforme aumenta el número de botellas con chicha de maíz vendida, es decir en su representación numérica no se observa la proporcionalidad directa de las dos variables. Esto le impidió a E1 hacer una correcta conversión de registro semiótico en la siguiente

Para la actividad de **síntesis** se le solicitó a la estudiante realizar un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes formas de representarlas. Se aprecia (ver ejemplo 3) que tuvo un acercamiento bastante profundo al concepto mencionado ya que evidencia con ejemplos cada uno, lo que permite ver que se apropió de sus saberes bajo un lenguaje matemático.

Además, el mapa mental evidencia la relación de las actividades realizadas en la unidad didáctica con el concepto, ya que E1 describe lo realizado y lo relaciona con la proporcionalidad mediante representaciones que utilizó para comprender el tema o para llevar a cabo cada tarea de la intervención (representación icónica).

Ejemplo 3. Pregunta 1 (Actividad 7). Construye un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes maneras de representarlas, a partir de las actividades desarrolladas.

Aunque, en el **contrato didáctico** del momento 3, la E1 expresó que “*algunas veces realizo representaciones con números fraccionarios, a veces tengo dificultad*”. Este error en E1, se explica por su desconocimiento en el concepto razones y proporciones.

Pregunta 4. En días de mucho calor, el señor Alberto Iguarán vende botellas con chicha de maíz. La cantidad de dinero que recaudará depende del número de chichas que venda. Completa la tabla

Respuesta de E1:

N° de botellas con chicha de maíz	1	2	5	8	12	17	24	48
Precio (\$)	500	1000	2000	4000	6000	8500	12000	24000

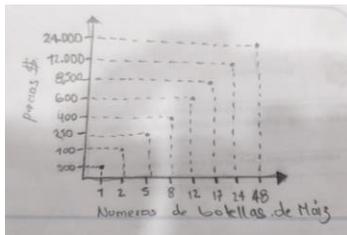
Se observa que E1 realizó adecuadamente el ejercicio, ya que se evidencia proporcionalidad, es decir reconoció que la variable botellas de chicha de maíz aumenta conforme a la variable de precio.

Esto le permitió realizar una correcta conversión de registro semiótico en la siguiente pregunta.

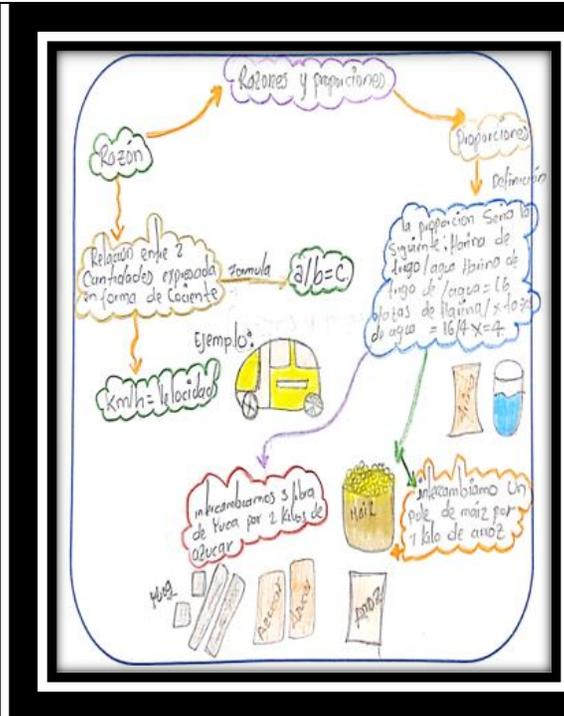
pregunta:

Pregunta 4.1. Luego de completar la tabla, organiza la información en un tipo de representación diferente (puedes realizar un diagrama de líneas o de barras).

Respuesta de E1:

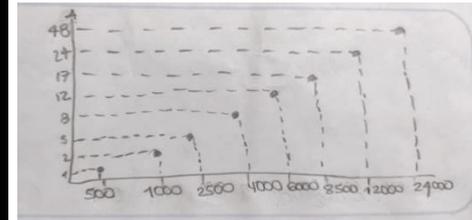


La E1 construyó un diagrama de líneas en donde los datos no conservan la información presentada en la tabla anterior, es decir que no tuvo en cuenta el crecimiento proporcional del precio conforma aumenta el número de botellas de chicha de maíz vendida.



Pregunta 4.1. Luego de completar la tabla, organiza la información en un tipo de representación diferente (puedes realizar un diagrama de líneas o de barras).

Respuesta de E1:



La E1 realizó un diagrama de líneas donde se evidencia que los datos conservan la información presentada y se observa el crecimiento proporcional de las variables relacionadas.

Desde la interpretación de las representaciones de la estudiante E1, se determinó que, en un primer momento, sus respuestas se vieron afectadas por el desconocimiento y poca apropiación que tenía sobre el concepto razones y proporciones, lo que representó un obstáculo importante en sus representaciones semióticas y componentes de formación, tratamiento y conversión, por lo que estuvo ubicada en el nivel bajo. Siguiendo a Rodríguez (2011) cuando un estudiante utiliza adecuadamente símbolos, esquemas y expresiones matemáticas, su lectura e interpretación será profunda, por esto, la dificultad de E1 está asociada a la falta de interpretación de las situaciones planteadas en el cuestionario inicial y en varias actividades del momento de exploración de ideas previas.

Un claro ejemplo de esta situación se identifica en la pregunta 1 y 1.1. Evidenciadas en la tabla 11, donde E1 no logra obtener un correcto registro numérico a partir de uno icónico, presentando como obstáculo la poca comprensión del concepto razones y proporciones. Se trata de una manilla wayuu que presenta 18 triángulos equiláteros, de los cuales 6 se encuentran sombreados, es decir su representación en número fraccionario es $\frac{6}{18}$. Sin embargo, E1 selecciona $\frac{6}{12}$, de esto se infiere que la estudiante eligió la opción que más se asemejó a la cantidad de triángulos sombreados, omitiendo que debía determinar una razón proporcional del fraccionario $\frac{6}{18}$ para dar con la respuesta correcta, en este caso la opción $\frac{1}{3}$.

En lo anterior, se habla del componente de formación, mismo que Duval (2006) llama como la primera actividad cognitiva en las representaciones semióticas y que explica la dificultad que E1 mantuvo en la situación planteada. Según este autor, realizar una designación numérica a un objeto o un registro icónico, suele ser complejo si no se emplean bien los conocimientos alrededor del concepto, ya que se pretende sustituir la visión o mirada de ese objeto ya constituido en un determinado sistema, en este caso la manilla wayuu.

Asimismo, esto le impide a la estudiante realizar un tratamiento efectivo de la representación semiótica, este corresponde a las transformaciones que se realizan dentro de un mismo registro (otro lado, las representaciones externas o semióticas según Duval (2004) citado por Álvarez y Muñoz (2014) “son aquellos sistemas de información extrínsecos al sujeto y no son síntomas de la expresión de las emociones las cuales se pueden percibir en el rostro de las personas” (p. 6). Entre estas están los mapas, diagramas, dibujos, descripciones, uso de palabras y notaciones simbólicas y se clasifican según su actividad cognitiva en: formación, tratamiento y conversión.

- Formación: Álvarez y Muñoz (2014) manifiestan que se define como “un registro semiótico que permite materializar una representación interna o codificar objetos reales o tangibles” (p.7)
- Tratamiento: Se relaciona con la transformación de un tipo de representación a otra (Álvarez y Muñoz, 2014)
- Conversión: Según Duval (2004), citado por Álvarez y Muñoz (2014) “es la conversión la cual se da cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial” (p.7).

Si bien, E1 intenta realizar un tratamiento efectivo, ya que representa la manilla wayuu en un esquema similar a la inicial, pero este no conserva los datos dados del objeto inicial, lo que conlleva a un modelo no acorde con la situación planteada. En palabras de Duval (2004), la principal regla de un tratamiento efectivo en las representaciones semióticas es mantener las características iniciales del sistema, lo que para E1 resultó complejo dado su desconocimiento del concepto razones y proporciones.

Otra dificultad evidenciada en E1 en algunas actividades de exploración, fue el poco uso de otros registros semióticos diferentes a los icónicos para representar las razones y proporciones

de situaciones prácticas trabajadas. Esto impide que la estudiante realice conversión entre sus representaciones, es decir transformar a otro registro completamente diferente (Duval, 2004). Por ejemplo, en las actividades 1 y 2 de la unidad didáctica para representar registros numéricos, E1 recurre a dibujos (registro icónico o artístico) poco claros desde la conceptualización y no guardan coherencia con el objeto inicial.

De igual forma, en la tabla 11 se observa como E1 construyó un diagrama de líneas a partir de datos de una tabla, pero dicho gráfico no conserva la información numérica dada y tampoco se evidencia su comprensión del concepto en estudio. En otras palabras, y siguiendo a Duval (2004), el poco dominio del tema condujo a la estudiante a una conversión equivocada de registro semiótico, lo que en matemáticas conlleva a un conflicto cognitivo que obstaculiza el uso de las múltiples representaciones.

En un segundo momento que incluye la introducción de nuevos conocimientos, la aprehensión del concepto en E1 ha cambiado un poco. En la actividad 3, la estudiante tiene claro que podría establecer a través del trueque (intercambio) una conceptualización de razones y proporciones, porque determina, por ejemplo, que el costo de una mochila wayuu podría ser proporcional al precio del arroz y azúcar o que el valor del material reciclable (lata, cartón, etc.) es intercambiable con maíz y frijol. Sin embargo, cuando realiza representaciones de estas relaciones, acude nuevamente a registros icónicos que, si bien evidencian adecuadamente la relación proporcional entre el intercambio de los objetos, pero estos no alcanzan a dimensionar la conceptualización desde el lenguaje matemático.

Este uso frecuente de registro icónico o artístico por parte de E1, permite inferir que la estudiante acude a una representación que le resulta favorable para acceder al concepto de razones y proporciones, es decir que siguiendo a Duval (2004), cuando un estudiante se enfrenta a situaciones matemáticas complejas para este, es más probable que utilice representaciones

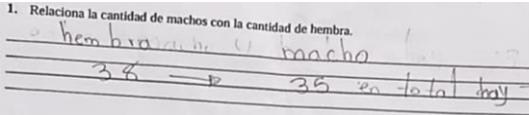
semióticas que disfruta hacer o que significan algo en su mundo interior, suponiendo esta una manera de superar los obstáculos cognitivos que el concepto le genere y permitiéndole un aprendizaje profundo del mismo.

Seguidamente, en las actividades de síntesis, el mapa mental diseñado por la estudiante (ver tabla 11) deja ver su apropiación completa del concepto razones y proporciones, obtenido mediante el uso de sus representaciones semióticas icónicas o artísticas, que, si bien se alejan del lenguaje matemático, evidencian funciones de formación y tratamiento que permitieron a El enriquecer el conocimiento y la comprensión del concepto y su complejidad. Esto se evidenció en su alto desempeño en la feria final del tercer momento (aplicación), espacio en el que la estudiante demostró su apropiación del tema y brindó a sus compañeros una explicación adecuada de la utilidad de las representaciones semióticas en su aprendizaje, reconociendo que es necesario más de un tipo de representación, por lo que trabajará en el uso de otros registros.

Posteriormente, se aplicó el cuestionario final por segunda vez, en el cual se evidenciaron cambios en sus representaciones semióticas, ya que empleó adecuadamente diagramas de líneas (ver tabla 11), de barras, circulares, números fracciones, porcentajes, entre otros. Por lo que se concluye que la estudiante pasa de un nivel bajo a alto de aprendizaje profundo, lo cual muestra una evolución no solo en los componentes de las representaciones semióticas, sino también en el dominio, seguridad y claridad del tema utilizando un lenguaje propio de las matemáticas.

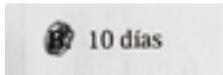
Tabla 12

Análisis e interpretación de E2

MOMENTO 1	MOMENTO 2	MOMENTO 3
Exploración	Introducción y síntesis	Aplicación y transferencia
<p>Caracterización E2: Es un estudiante de 15 años, perteneciente a la etnia indígena Wayuu que habita en una rancharía ubicada en zona dispersa junto a sus padres y hermanos.</p> <p>Al aplicar el questionario inicial, el estudiante respondió a todas las preguntas sin dejar espacios en blanco. Se evidencia que E2 presentó cierto nivel de conocimiento sobre el concepto de razones y proporciones, ya que sus representaciones se basaron en información correcta y coherente con los enunciados de las preguntas. Además, lo anterior, se respalda en su contrato didáctico cuando manifestó “<i>lo hago bien porque cuando hago una representación siempre me sale bien</i>”. A continuación, se muestran algunas otras respuestas de E2 en los instrumentos.</p> <p>Pregunta 2. El alaula (tío) de la familia Epieyu debe limpiar el terreno para la yuuja (huerta) antes que llegue juya (lluvia). Esta actividad realizada por una sola persona requiere de 90 días, teniendo en cuenta la proximidad de juya,</p>	<p>Al revisar las actividades de introducción de nuevos conocimientos, el estudiante no deja espacios en blanco, pero sus respuestas son basadas en sus experiencias y saberes previos, haciendo poco uso del conocimiento matemático. En sus representaciones se observan ideas sobre el componente de formación (ver ejemplo 1) y hace uso de gráficos de barras y números porcentajes para los componentes de tratamiento y conversión (ver ejemplo 2) pero se le dificulta aplicar correctamente el concepto razones y proporciones.</p> <p>Ejemplo 1. Pregunta 1 (Actividad 5). Con la información recolectada en tu grupo, relaciona la cantidad de machos con la cantidad de hembras del rebaño.</p>  <p>Esta actividad, partió de un sondeo grupal</p>	<p>Al aplicar el questionario final, el estudiante responde a todas las preguntas planteadas sin dejar espacio en blanco. Continúa con gran manejo de los componentes de la representación semiótica (formación, tratamiento y conversión) y afirmó en la entrevista semiestructurada “<i>Me ha gustado el concepto de razones y proporciones, y ya se que las razones son la comparación entre dos cantidades y las proporciones es la igualdad que existe entre dos razones</i>”, lo que evidencia que comprende sin dificultad el concepto estudiado.</p> <p>Pregunta 2. El alaula (tío) de la familia Epieyu debe limpiar el terreno para la yuuja (huerta) antes que llegue juya (lluvia). Esta actividad realizada por una sola persona requiere de 90 días, teniendo en cuenta la proximidad de juya, el alaula convoca una Yanama (colaboración) a la cual han acudido algunos familiares y vecinos para hacer su trabajo más rápido. Determina si a la Yanama</p>

el alaula convoca una Yanama (colaboración) a la cual han acudido algunos familiares y vecinos para hacer su trabajo más rápido. Determina si a la Yanama llegan 9 personas, ¿Cuántos días durará la limpieza del terreno de la yuuja?

Respuesta de E2:



E2 identifica la respuesta correcta, ya que determina la relación proporcional entre las variables incluidas en la situación de la Yanama. Con esta información comprendida por el estudiante, tendrá un buen resultado en la siguiente pregunta que abarca el componente de formación en cuanto al uso de múltiples representaciones.

Pregunta 2.1. Completa la siguiente tabla

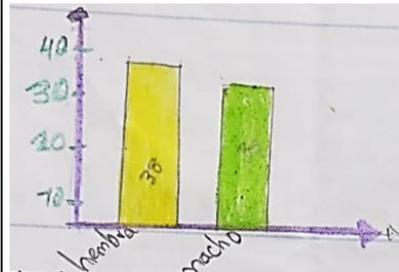
Respuesta de E2:

N° de participantes	1	2	3	4	6	9	18
N° de días	90	45	30	22.5	15	10	5

Se observa que E2 no tuvo dificultad para comprender el comportamiento de las variables, ya que logró identificar que el número de días disminuye conforme aumenta el número de participantes en la Yanama, es decir en su

sobre la cantidad de rebaño ovino que cada estudiante mantiene en su rancharía (vivienda tradicional), posteriormente clasificarlo según el sexo del ganado (machos y hembras) y obtener el total del ganado en el grupo. A partir de esto, construir una relación proporcional, es decir un registro semiótico de formación relacionado con designación numérica que dé cuenta de los datos obtenidos. En la respuesta de E2, se observa que no aplica el conocimiento matemático de razones y proporciones para evocar la representación.

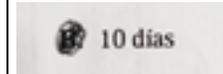
Ejemplo 2. Pregunta 1.2. (Actividad 5). Realiza una representación para la relación anterior.



En el caso del componente de conversión, se evidencia que E2 conoce los gráficos de barras y sabe ubicar las variables involucradas, lo que indica un tratamiento

llegan 9 personas, ¿Cuántos días durará la limpieza del terreno de la yuuja?

Respuesta de E2:



E2 continuó con la elección de la respuesta correcta, lo que indica que afianzó sus conocimientos del concepto razones y proporciones.

Pregunta 2.1. Completa la siguiente tabla

Respuesta de E2:

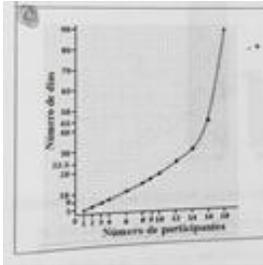
N° de participantes	1	2	3	4	6	9	18
N° de días	90	45	30	22.5	15	10	5

En cuanto al componente de formación en el uso de representaciones, se evidencia que E2 continuó con un adecuado proceso en este componente, ya que nuevamente produjo respuestas correctas frente al comportamiento de las variables incluidas en la pregunta planteada. Se infiere que E2 lleva a cabo un correcto procesamiento matemático del concepto estudiado, sin ninguna dificultad.

representación se observa la proporcionalidad directa de las dos variables. Esto evidencia que E2 realiza una correcta formación en cuanto al uso de sus representaciones, lo que en palabras de Duval (2006) es el componente necesario para el funcionamiento correcto del pensamiento cognitivo en el tema de razones y proporciones.

Pregunta 2.2. De las siguientes gráficas, ¿Cuál representa correctamente la relación entre el número de participantes a la Yanama y la cantidad de días que durará la preparación de la yuja?

Respuesta de E2:



Esta elección equivocada de E2 permite inferir que se le dificultó convertir la representación tabular de la situación dada inicialmente hacia una representación gráfica, debido a la dificultad de comprender las escalas en el plano y la ubicación que cada variable debe tener en el mismo. De acuerdo con Duval (2006) el

favorable en los datos.

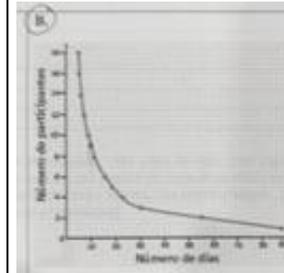
Para la actividad de **síntesis** se le solicitó al estudiante realizar un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes formas de representarlas. Se aprecia (ver ejemplo 3) que tiene un acercamiento bastante profundo al concepto mencionado ya que evidencia con ejemplos cada uno y los relaciona entre sí, lo que permite ver que se apropió de sus saberes bajo un lenguaje matemático.

Sin embargo, el mapa mental no evidencia la relación de las actividades realizadas en la unidad didáctica con el concepto, ya que E2 únicamente describe lo realizado, pero no evoca las representaciones que utilizó para comprender el tema o para llevar a cabo cada tarea de la intervención.

Ejemplo 3. Pregunta 1 (Actividad 7). Construye un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes maneras de representarlas, a partir de las actividades desarrolladas.

Pregunta 2.2. De las siguientes gráficas, ¿Cuál representa correctamente la relación entre el número de participantes a la Yanama y la cantidad de días que durará la preparación de la yuja?

Respuesta de E2:



Se observa que E2 realizó adecuadamente la conversión de la representación, es decir un registro tabular lo transformó a un registro gráfico conservando los datos y comportamiento de cada variable involucrada en la situación dada, ya que se evidencia proporcionalidad. De acuerdo con Duval (2006), este es uno de los pasos más relevantes para que un estudiante comprenda de manera profunda el concepto, ya que la conversión es el resultado de la comprensión conceptual y contribuye a la aplicación práctica del objeto estudio.

Esta comprensión de E2 se puede evidenciar en su respuesta a la siguiente pregunta.

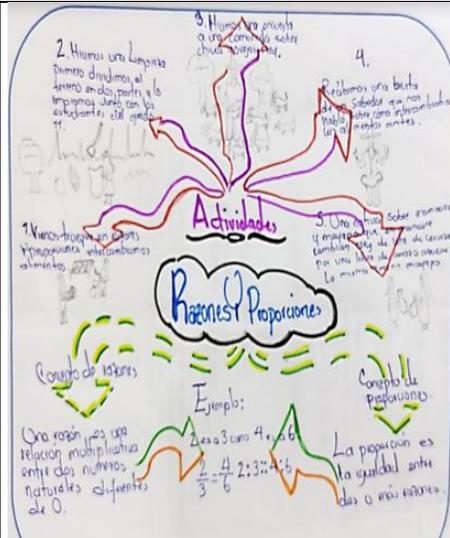
componente de conversión en ciertas ocasiones es difícil de obtener cuando el educando tiene debilidades en el uso de práctico del concepto en estudio, en este caso razones y proporciones. Así lo manifestó E2 en la siguiente pregunta.

Pregunta 2.3. ¿Por qué crees que la respuesta que seleccionaste es la correcta? Escribe tres razones.

Respuesta de E2:

“Porque de los punticos que pinté me dio los números de los participantes y número de días”.

Fue una de las razones que expuso E2, siendo está basada en un conocimiento poco técnico que no evidencia la aplicación correcta del concepto, dado que todas las opciones mostraban los datos numéricos iguales en ambos ejes de plano cartesiano.



Pregunta 2.3. ¿Por qué crees que la respuesta que seleccionaste es la correcta? Escribe tres razones.

Respuesta de E2:

“La respuesta B es la correcta porque en las demás graficas no aparece bien la relación de los números de días y de los participantes”; y otra razón que expuso E2 fue: “Compare la información de la tabla con cada una de las gráficas y la correcta es la B”.

Sus razones evidencian que utilizó el concepto para seleccionar la respuesta correcta, ya que comprendió que la línea curva de la gráfica muestra a X en aumento cuando Y disminuye, es decir la relación proporcional entre ambos ejes o variables expuestos.

Al analizar las representaciones del estudiante E2, se evidenció cierto nivel de conocimiento del concepto razones y proporciones en el momento inicial (ver tabla 12), ya que realiza adecuadamente las funciones de formación de registros de representación en las tablas de datos teniendo en cuenta las relaciones proporcionales y las normas que rigen el sistema de representación inicial. Ejemplo de esto, se observa en la pregunta 2.1. del cuestionario inicial, que, ante una tabla de datos para completar sobre el comportamiento de dos variables, E2 logró realizar sin dificultad una codificación de relaciones, es decir asignar números frente a un registro de variables observados como lo fue el número de días de limpieza del terreno de la *yuuja* el cual disminuye si aumenta el número de participantes en la Yanama.

En palabras de Duval (2017), el hecho que E2 reconozca esta relación proporcional entre ambas variables, implica que examinó el registro semiótico dentro de un contexto teórico, en este caso la tabla de datos le permitió recordar el concepto de razones y proporciones. De igual forma, es importante recalcar que esta codificación de relaciones que hizo E2, se encuentra articulada a los datos de la tabla, la cual es considerada por Duval (2004) como una representación de orden superior que hace más compleja la función de formación en la semiótica.

En ese sentido, E2 acudió a sus saberes previos para identificar los caracteres del contenido que percibió en la tabla de datos, obteniendo de esta la escritura de los números correspondientes al comportamiento de cada variable relacionada. Por ser esta la primera actividad cognitiva en el uso de representaciones semióticas se observó que E2 demostró sus conocimientos gracias a la situación planteada, la cual guardaba relación con temas de su cultura étnica. Al respecto, Gutiérrez (2007) manifiesta que una de las estrategias que más benefician las formas de representación que hacen los estudiantes es la conexión entre la actividad propuesta y el contexto en que se encuentran los educandos.

Sin embargo, el estudiante presentó dificultad al momento de realizar conversión de la representación, ya que se evidencia su poca comprensión sobre las escalas de un plano cartesiano y la ubicación de la variable dependiente e independiente en las coordenadas de este, lo que conllevó a la elección errónea en la pregunta 2.3 (ver tabla 12). Al respecto, Duval (2004) explica que una de las dificultades que evitan al estudiante llegar a la conversión de representaciones se debe a elementos distractores que se pueden presentar en el contexto de la situación planteada, por esos se cree que las opciones de respuesta terminaron confundiendo a E2 y esto le impidió dar con la elección correcta.

En un segundo momento, que incluye la introducción de nuevos conocimientos, la conceptualización de E2 se afianza sobre las representaciones semióticas del concepto razones y proporciones. En la actividad 5, realiza formación de su representación sobre la cantidad de machos y hembras del ganado (ver tabla 12), pero omite que pudo realizar tratamiento de la información obtenida por ejemplo expresando su representación a través de un fraccionario o porcentaje.

No obstante, la conversión que E2 realiza evidencia que los datos lo transformó hacia un registro gráfico que deja ver de forma adecuada la relación entre machos y hembras de ganado ovino en la ranchería. Se infiere que el estudiante identifica las múltiples representaciones que puede realizar de un registro inicial, y la importancia de conservar y respetar los datos del objeto matemático en estudio. Siendo este, el paso más importante de la representación ya que es el resultado de la comprensión conceptual (Duval, 2004), en este caso razones y proporciones.

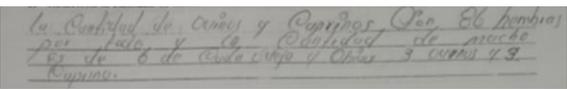
Para la actividad de síntesis, el mapa mental diseñado por el estudiante (ver tabla 12) deja ver su apropiación completa del concepto razones y proporciones, obtenido mediante el uso de sus representaciones semióticas que le permitieron enriquecer el conocimiento y la comprensión del concepto y su complejidad. Esto se evidenció en su alto desempeño en la feria final del tercer

momento (aplicación), espacio en el que el estudiante demostró su apropiación del tema y brindó a sus compañeros una explicación adecuada de la utilidad de las representaciones semióticas en su aprendizaje.

Posteriormente, se aplicó el cuestionario final por segunda vez, en el cual se evidenciaron cambios en sus representaciones semióticas, ya que empleó adecuadamente diagramas de líneas (ver tabla 12), de barras, circulares, números fracciones, porcentajes, entre otros. Por lo que se concluye que el estudiante pasa de un nivel medio a alto de aprendizaje profundo, lo cual muestra una evolución en los componentes de las representaciones semióticas (formación, tratamiento y conversión) en torno al concepto razones y proporciones.

Tabla 13

Análisis e interpretación de E3

MOMENTO 1	MOMENTO 2	MOMENTO 3
Exploración	Introducción y síntesis	Aplicación y transferencia
<p>Caracterización E3: Es un estudiante de 14 años, perteneciente a la etnia indígena Wayuu que habita en una ranchería ubicada en zona dispersa junto a sus padres y hermanos. El E3 no cuenta con celular propio, pero en su casa mantienen 4 celulares que funcionan con señal de Claro Móvil, ya que no tienen internet wifi, además tampoco cuenta con servicios básicos esenciales como fluido eléctrico, gas ni agua.</p> <p>Al aplicar el questionario inicial, el estudiante dejó dos preguntas sin responder. Se observa que sus respuestas son cortas y algunas poco relacionadas con lo que se le pregunta. Se evidencia que E3 presentó escaso conocimiento sobre el concepto de razones y proporciones, ya que sus representaciones se basaron en información errónea y poco coherente con los enunciados de las preguntas. Además, lo anterior, se respalda en su contrato didáctico cuando manifestó “no conozco bien el tema”. A continuación, se muestran algunas otras respuestas de E3 en los instrumentos.</p>	<p>Al revisar las actividades de introducción de nuevos conocimientos, el estudiante no deja espacios en blanco, pero sus respuestas son basadas en sus experiencias y saberes previos, haciendo poco uso del conocimiento matemático. En sus representaciones se observan ideas sobre los componentes de representación semiótica y hace mal uso de gráficos circulares y números porcentajes para los componentes de tratamiento y conversión (ver ejemplo 2), por ende, se le dificulta aplicar correctamente el concepto razones y proporciones.</p> <p>Ejemplo 1. Pregunta 1 (Actividad 5). Con la información recolectada en tu grupo, relaciona la cantidad de machos con la cantidad de hembras del rebaño.</p>  <p>Esta actividad, partió de un sondeo grupal sobre la cantidad de rebaño ovino que cada estudiante mantiene en su ranchería (vivienda tradicional),</p>	<p>Al aplicar el questionario final, el estudiante responde a todas las preguntas planteadas sin dejar espacio en blanco. Presenta un mejor acercamiento a los componentes de la representación semiótica, aunque continua con cierta dificultad en cuanto al concepto razones y proporciones. En la entrevista semiestructurada afirma que “<i>Ya sé que hay varias representaciones como el diagrama de barras el circular, de líneas, también el mapa mental y el conceptual</i>”, lo que evidencia que reconoce las múltiples representaciones semióticas que puede usar frente a una temática. Sin embargo, el E3 continúa teniendo dificultad en el componente de formación, ya que la pregunta 1.1. mantuvo la elección incorrecta en su respuesta.</p> <p>Pregunta 1. La figura de esta manilla wayuu presenta el siguiente diseño compuesto por varios triángulos equiláteros. ¿Qué fraccionario podría representar el área sombreada de la manilla?</p> <p>Respuesta de E3:</p>

Pregunta 1. La figura de esta manilla wayuu presenta el siguiente diseño compuesto por varios triángulos equiláteros. ¿Qué fraccionario podría representar el área sombreada de la manilla?



Respuesta de E3:

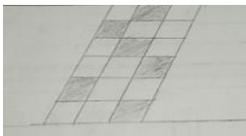
$$\text{D } \frac{6}{12}$$

Esta elección equivocada de E3 permite inferir que se le dificultó recurrir al uso de números para sustituir la visión de un esquema o dibujo, lo que en palabras de Duval (2004) hace referencia al componente de formación en los sistemas de representación semiótica, necesaria para el funcionamiento correcto del pensamiento cognitivo en el tema de razones y proporciones.

Ahora, si se observa el tratamiento que E3 intentó hacer con el esquema anterior, se tiene que la...

Pregunta 1.1. ¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?

Respuesta de E3:



posteriormente clasificarlo según el sexo del ganado (machos y hembras) y obtener el total del ganado en el grupo. A partir de esto, construir una relación proporcional, es decir un registro semiótico de formación relacionado con designación numérica que dé cuenta de los datos obtenidos. En la respuesta de E3, se observa que no aplica el conocimiento matemático de razones y proporciones para evocar la representación, simplemente menciona la cantidad total de machos y hembras determinadas por el grupo.

Ejemplo 2. Pregunta 1.2. (Actividad 5). Realiza una representación para la relación anterior.



En el caso del componente de conversión, se evidencia que E3 presenta mal uso de escalas gráficas y la no explicitación de la relación entre las variables, se podría intuir que de acuerdo con el gráfico realizado, el estudiante no establece una relación entre las variables, lo que conlleva a una representación no acorde con la situación.

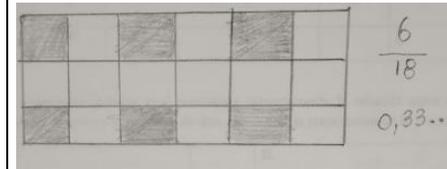
$$\text{D } \frac{6}{12}$$

Este fraccionario, que también seleccionó en el cuestionario inicial evidencia que E3 tiene dificultad en la identificación numérica frente a un contenido percibido, es decir como primera actividad cognitiva en el uso de representaciones, no logra percibir el esquema de la manilla desde un registro numérico.

Sin embargo, E3 realizó tratamiento y conversión efectivos en la representación, como se observa en la siguiente pregunta.

Pregunta 1.1. ¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?

Respuesta de E3:

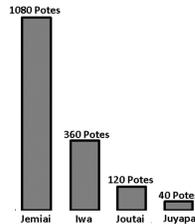


Se evidencia que E3 representó en un esquema similar a la inicial, es decir realizó tratamiento de la información puesto que hizo una representación en el mismo tipo de registro.

Además, realizó conversión de su representación de un esquema gráfica hacia un registro numérico como lo fue el número

Permite evidenciar que el estudiante evidentemente realizó una representación gráfica de lo observado en la manilla, respetando la cantidad de áreas sombreadas y las áreas totales del esquema. Sin embargo, optó por el mismo tipo de registro, es decir no realizó conversión hacia un tipo de representación diferente, únicamente realizó un tratamiento de la información. Asimismo, lo manifestó en el **contrato didáctico** frente al indicador “elaboro esquemas y gráficos a partir de fraccionarios, decimales y porcentajes” a lo que responde que “*pues no sé cómo hacerlo*”. Para Duval (2004) realizar tratamiento en un registro conlleva a un paso importante dentro del proceso de representación semiótica, ya que garantiza un aprendizaje profundo.

Pregunta 3. *La señora Clementina Ipuna y sus hijos recolectaron 1080 potes de maíz para consumir durante un año. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de potes disponibles en cada estación del año para los wayuu, Jemiai (de diciembre a marzo), iwa (de abril a mayo), joutai (de junio a agosto), juyapa (de septiembre a noviembre). La cantidad de potes de maíz disponible en cada estación es:*



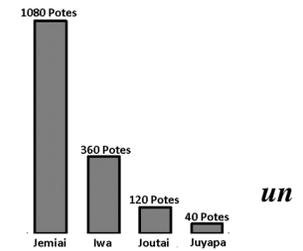
Respuesta de E3:

Para la actividad de **síntesis** se le solicitó al estudiante realizar un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes formas de representarlas. Se aprecia (ver ejemplo 3) que tuvo un acercamiento bastante profundo al concepto mencionado ya que evidencia con ejemplos cada uno, lo que permite ver que se apropió de sus saberes bajo un lenguaje matemático. Además, el mapa mental evidencia la relación de las actividades realizadas en la unidad didáctica con el concepto, ya que E3 describe lo realizado y lo relaciona con la proporcionalidad mediante representaciones que utilizó para comprender el tema o para llevar a cabo cada tarea de la intervención (representación icónica).

Ejemplo 3. *Pregunta 1 (Actividad 7). Construye un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes maneras de representarlas, a partir de las actividades desarrolladas.*

fraccionario y el decimal que colocó en su respuesta. Aunque, en el **contrato didáctico** del momento 3, el E3 expresó que “*a veces me distraigo en clases con los compañeros y por eso no entiendo bien*”, es de esperar que tenga ligera dificultad en la construcción de las razones y proporciones.

Pregunta 3. *La señora Clementina Ipuna y sus hijos recolectaron 1080 potes de maíz para consumir durante un año. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de potes disponibles en cada estación del año para los wayuu, Jemiai (de diciembre a marzo), iwa (de abril a mayo), joutai (de junio a agosto), juyapa (de septiembre a noviembre). La cantidad de potes de maíz disponible en cada estación es:*



Respuesta de E3:

Un cuarto de pote de la estación anterior.

El E3 continúa hacia la elección incorrecta en esta pregunta, por lo que se infiere que se le dificulta aplicar sus conocimientos sobre razones y proporciones en la situación planteada.

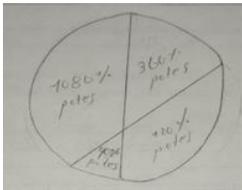
Pregunta 4.1. *Luego de completar la tabla,*

Un cuarto de pote de la estación anterior.

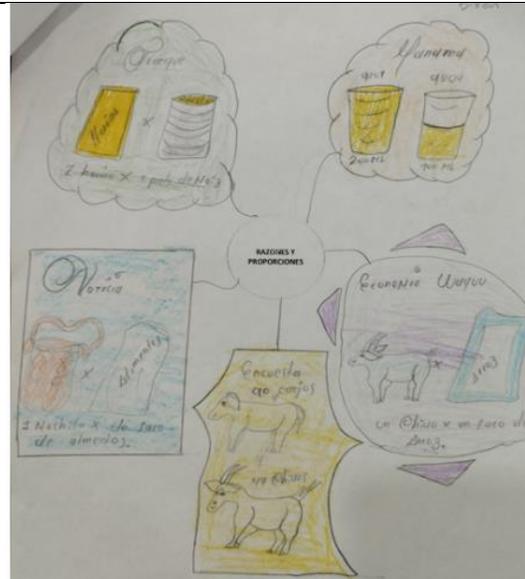
Esta elección errónea de E3 permite evidenciar que tiene dificultad para realizar conversión de un registro gráfico hacia un número fraccionario, ya que no logra comprender la proporcionalidad de potes de maíz vendidos entre las estaciones, es decir no aplica correctamente el concepto razones y proporciones para la elección de la respuesta correcta. Esto lo respalda su respuesta del indicador “realizo representaciones con fraccionarios, números decimales y porcentajes tomando información de un esquema o grafico” del **contrato didáctico**, donde manifiesta “*algunas veces me enredo y me confundo*”. Se infiere que podría tratarse de un aprendizaje vano que tiene E3 sobre el concepto en estudio.

Pregunta 3.3. Realiza otra representación diferente para la situación anterior.

Respuesta de E3:

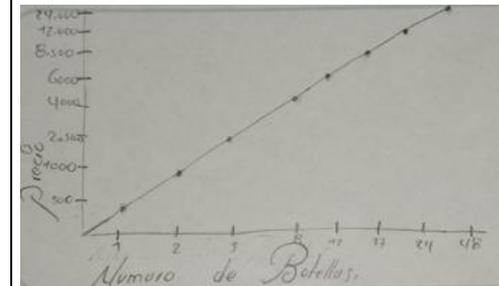


En este esquema gráfico realizado por E3, es evidente que tiene dificultad para realizar conversión en la representación semiótica, es decir transformar de una representación inicial (gráfica de barras) hacia otra representación



organiza la información en un tipo de representación diferente (puedes realizar un diagrama de líneas o de barras).

Respuesta de E3:



El E3 realizó un diagrama de líneas donde se evidencia que los datos conservan la información presentada y se observa el crecimiento proporcional de las variables relacionadas. Por esto, se concluye que E3 realiza adecuadamente procesos de conversión en sus representaciones, lo que para Duval (2004) traduce en cambiar una representación inicial hacia otro tipo de representación, en este caso de datos números a diagrama de líneas.

<p>(Duval, 2004). Además, se observa un registro circular que carece del buen uso de proporciones o números porcentuales, se puede intuir que el estudiante no estableció la cantidad de potes recolectados al 100% lo que conllevó a una representación no acorde con la situación.</p>		
--	--	--

Desde la interpretación de las representaciones del estudiante E3, se determinó que, en un primer momento, sus respuestas se vieron afectadas por el desconocimiento y poca apropiación que tenía sobre el concepto razones y proporciones, lo que representó un obstáculo importante en sus representaciones semióticas y componentes de formación, tratamiento y conversión. Al igual que E1, esto se puede explicar a partir de lo mencionado por Rodríguez (2011), cuando un estudiante utiliza adecuadamente símbolos, esquemas y expresiones matemáticas, su lectura e interpretación será profunda, por esto, la dificultad de E3 está asociada a la falta de interpretación de las situaciones planteadas en el cuestionario inicial y en varias actividades del momento de exploración de ideas previas.

Un claro ejemplo de esta situación se identifica en la pregunta 1 y 1.1. Evidenciadas en la tabla 16, donde E3 no logra obtener un correcto registro numérico a partir de uno icónico, presentando como obstáculo la poca comprensión del concepto razones y proporciones. En el ejercicio de la manilla wayuu, donde la respuesta correcta es $\frac{1}{3}$, E3 seleccionó $\frac{6}{12}$, de esto se infiere que el estudiante eligió la opción que más se asemejó a la cantidad de triángulos sombreados, omitiendo que debía determinar una razón proporcional del fraccionario $\frac{6}{18}$ para dar con la respuesta correcta, en este caso la opción $\frac{1}{3}$.

Por lo tanto, no se evidencia que E3 maneje el componente de formación en su representación semiótica, mismo que Duval (2006) llama como la primera actividad cognitiva en las representaciones semióticas y que explica la dificultad que E3 mantuvo en la situación planteada. Según este autor, realizar una designación numérica a un objeto o un registro icónico, suele ser complejo si no se emplean bien los conocimientos alrededor del concepto, ya que se pretende sustituir la visión o mirada de ese objeto ya constituido en un determinado sistema, en este caso la manilla wayuu.

Por otro lado, el estudiante realiza tratamiento de la información evidenciado en su esquema sobre la pregunta 1.1., donde representó adecuadamente las áreas sombreadas y totales de la manilla wayuu, lo que Duval (2004) llama como una transformación dentro de un mismo registro. Siguiendo a este autor, es importante que se respeten las características iniciales del sistema, ya que esta es la principal regla para hacer un tratamiento efectivo en las representaciones semióticas.

Sin embargo, al estudiante 3 se le dificultó realizar conversión de la información puesto que no empleó otro tipo de representación para mostrar su comprensión del esquema inicial, por ejemplo, diagramas, números decimales o fraccionarios, o icónico, sino que optó el mismo registro que la pregunta planteaba. Esto podría explicarse a través de Duval (2004), quien explica que una de las grandes dificultades que impide a los estudiantes realizar conversión de representaciones se debe al desconocimiento que estos tienen sobre el uso de otros tipos de registro, que, si bien los conocen, pero tienen dificultad para relacionarlo con una información de partida.

Por esto, se evidenció que E3 en algunas actividades de exploración, utilizó pocos registros semióticos y los empleados tuvieron dificultad en la ubicación de normas gráficas y de las variables para representar el concepto razones y proporciones. Esto impide que el estudiante realice conversión entre sus representaciones, es decir transformar a otro registro completamente diferente (Duval, 2004). Por ejemplo, en las actividades 1 y 2 de la unidad didáctica para representar registros numéricos, E3 recurre al uso de texto el cual impide evidenciar su comprensión conceptual del concepto en estudio,

De igual forma, en la tabla 13 se observa que E3 construyó un diagrama circular que carece del buen uso de proporciones o números porcentuales, se puede intuir que el estudiante no estableció la cantidad de potes obtenidos con el 100%. En otras palabras, y siguiendo a Duval

(2004), el poco dominio del tema condujo al estudiante a una conversión equivocada de registro semiótico, lo que en matemáticas conlleva a un conflicto cognitivo que obstaculiza el uso de las múltiples representaciones.

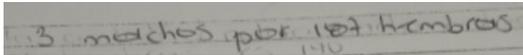
En un segundo momento que incluye la introducción de nuevos conocimientos, el E3 se muestra todavía construyendo su conocimiento alrededor del concepto razones y proporciones. En la actividad 3, el estudiante tiene claro que podría establecer a través del trueque (intercambio) una conceptualización de razones y proporciones, porque determina, por ejemplo, que el costo de una mochila wayuu podría ser proporcional al precio del arroz y azúcar o que el valor del material reciclable (lata, cartón, etc.) es intercambiable con maíz y frijol. Esta actividad permitió a E3 afianzar sus saberes, ya que, dentro del uso de representaciones semióticas, emplear actividades contextualizadas permite que se mejore el aprendizaje (Duval, 2004).

Sin embargo, en la actividad 5 se evidencia que E3 continua con cierta dificultad para realizar conversión, pues presenta mal uso de escalas gráficas y la no explicitación de la relación entre las variables en sus representaciones semióticas, se podría intuir que de acuerdo con el gráfico realizado (ver tabla 13), el estudiante no establece una relación entre las variables, lo que conlleva a una representación no acorde con la situación que se le plantea.

Seguidamente, en las actividades de síntesis, el mapa mental diseñado por el estudiante (ver tabla 13) deja ver su apropiación completa del concepto razones y proporciones, obtenido mediante el uso de sus representaciones semióticas icónicas o artísticas, que, si bien se alejan del lenguaje matemático, evidencian funciones de formación y tratamiento que permitieron a E3 enriquecer el conocimiento y la comprensión del concepto y su complejidad. Esto se evidenció en su alto desempeño en la feria final del tercer momento (aplicación), espacio en el que el estudiante demostró su apropiación del tema.

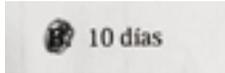
Posteriormente, se aplicó el cuestionario final, en el cual se evidenciaron cambios en sus representaciones semióticas, ya que empleó adecuadamente diagramas circulares (ver tabla 13), de barras, números fraccionarios, números decimales, entre otros. Por lo que se concluye que el estudiante pasa de un nivel bajo a medio de aprendizaje profundo, lo cual muestra una evolución solo en los componentes de las representaciones semióticas, pero requiere mejor dominio del tema razones y proporciones.

Tabla 14*Análisis e interpretación de E4*

MOMENTO 1	MOMENTO 2	MOMENTO 3
Exploración	Introducción y síntesis	Aplicación y transferencia
<p>Caracterización E4: Es una estudiante de 14 años, perteneciente a la etnia indígena Wayuu que habita en una ranchería ubicada en zona dispersa junto a sus padres y hermanos. La E4 no cuenta con celular propio, pero en su casa mantienen 4 celulares que funcionan con señal de Claro Móvil, ya que no tienen internet wifi. De igual forma, la comunidad donde vive E1 cuenta con servicios de energía eléctrica, agua y gas natural.</p> <p>Al aplicar el questionario inicial, la estudiante respondió a todas las preguntas sin dejar espacios en blanco. Se evidencia que E4 presentó cierto nivel de conocimiento sobre el concepto de razones y proporciones, ya que sus representaciones se basaron en información correcta y coherente con los enunciados de las preguntas. Además, lo anterior, se respalda en su contrato didáctico cuando manifestó “<i>entiendo bien porque no es complicado y hacer diagramas es fácil de hacer</i>”. A continuación, se muestran algunas otras respuestas de E4 en los instrumentos.</p>	<p>Al revisar las actividades de introducción de nuevos conocimientos, la estudiante no deja espacios en blanco, pero sus respuestas son basadas en sus experiencias y saberes previos, haciendo poco uso del conocimiento matemático. En sus representaciones se observan ideas sobre el componente de formación (ver ejemplo 1) y hace uso de gráficos de barras y números porcentajes para los componentes de tratamiento y conversión (ver ejemplo 2) pero se le dificulta aplicar correctamente el concepto razones y proporciones.</p> <p><i>Ejemplo 1. Pregunta 1 (Actividad 5). Con la información recolectada en tu grupo, relaciona la cantidad de machos con la cantidad de hembras del rebaño.</i></p>  <p>Esta actividad, partió de un sondeo grupal sobre la cantidad de rebaño ovino que cada estudiante mantiene en su ranchería</p>	<p>Al aplicar el questionario final, la estudiante responde a todas las preguntas planteadas sin dejar espacio en blanco. Continúa con gran manejo de los componentes de la representación semiótica (formación, tratamiento y conversión) y afirmó en la entrevista semiestructurada “<i>Por razones entiendo que es donde se relacionan las cosas y en proporciones es donde se comparan las relaciones</i>”, lo que evidencia que comprende sin dificultad el concepto estudiado.</p> <p><i>Pregunta 2. El alaula (tío) de la familia Epieyu debe limpiar el terreno para la yuuja (huerta) antes que llegue juya (lluvia). Esta actividad realizada por una sola persona requiere de 90 días, teniendo en cuenta la proximidad de juya, el alaula convoca una Yanama (colaboración) a la cual han acudido algunos familiares y vecinos para hacer su trabajo más rápido. Determina si a la Yanama llegan 9 personas, ¿Cuántos días durará la limpieza del terreno de la yuuja?</i></p>

Pregunta 2. El alaula (tío) de la familia Epieyu debe limpiar el terreno para la yuuja (huerta) antes que llegue juya (lluvia). Esta actividad realizada por una sola persona requiere de 90 días, teniendo en cuenta la proximidad de juya, el alaula convoca una Yanama (colaboración) a la cual han acudido algunos familiares y vecinos para hacer su trabajo más rápido. Determina si a la Yanama llegan 9 personas, ¿Cuántos días durará la limpieza del terreno de la yuuja?

Respuesta de E4:



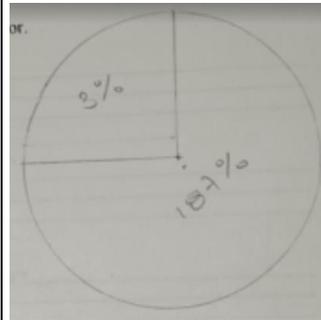
E4 identifica la respuesta correcta, ya que determina la relación proporcional entre las variables incluidas en la situación de la Yanama. Con esta información comprendida por la estudiante, tendrá un buen resultado en la siguiente pregunta que abarca el componente de formación en cuanto al uso de múltiples representaciones.

Pregunta 2.1. Completa la siguiente tabla

Respuesta de E4:

(vivienda tradicional), posteriormente clasificarlo según el sexo del ganado (machos y hembras) y obtener el total del ganado en el grupo. A partir de esto, construir una relación proporcional, es decir un registro semiótico de formación relacionado con designación numérica que dé cuenta de los datos obtenidos. En la respuesta de E4, se observa que no aplica el conocimiento matemático de razones y proporciones para evocar la representación.

Ejemplo 2. Pregunta 1.2. (Actividad 5). Realiza una representación para la relación anterior.



En el caso del componente de conversión, se evidencia que E4 conoce los gráficos circulares, pero, tiene dificultad para ubicar proporcionalmente las variables involucradas y sus cantidades porcentuales, lo que indica

Respuesta de E4:



E4 continuó con la elección de la respuesta correcta, lo que indica que afianzó sus conocimientos del concepto razones y proporciones.

Pregunta 2.1. Completa la siguiente tabla

Respuesta de E4:

Nº de participantes	1	2	3	4	6	9	18
Nº de días	90	45	30	22,5	15	10	5

En cuanto al componente de formación en el uso de representaciones, se evidencia que E4 continuó con un adecuado proceso en este componente, ya que nuevamente produjo respuestas correctas frente al comportamiento de las variables incluidas en la pregunta planteada. Se infiere que E4 lleva a cabo un correcto pensamiento cognitivo del concepto estudiado, sin ninguna dificultad.

Pregunta 2.2. De las siguientes gráficas, ¿Cuál representa correctamente la relación

Nº de participantes	1	2	3	4	6	9	18
Nº de días	90	45	30	22.5	14	10	5

Se observa que E4 no tuvo dificultad para comprender el comportamiento de las variables, ya que logró identificar que el número de días disminuye conforme aumenta el número de participantes en la *Yanama*, es decir en su representación numérica se observa la proporcionalidad directa de las dos variables. Esto evidencia que E4 realiza una correcta formación en cuanto al uso de sus representaciones, lo que en palabras de Duval (2004) es el componente necesario para el funcionamiento correcto del pensamiento cognitivo en el tema de razones y proporciones.

Pregunta 2.2. De las siguientes gráficas, ¿Cuál representa correctamente la relación entre el número de participantes a la Yanama y la cantidad de días que durará la preparación de la yuja?

Respuesta de E4:

no realiza tratamiento favorable de los datos.

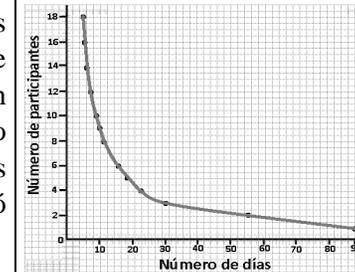
Para la actividad de **síntesis** se le solicitó a la estudiante realizar un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes formas de representarlas. Se aprecia (ver ejemplo 3) que tiene un acercamiento bastante profundo al concepto mencionado ya que evidencia con ejemplos cada uno, lo que permite ver que se apropió de sus saberes bajo un lenguaje matemático.

Además, se observa que identifica los tipos de registro que puede usar para la representación semiótica del concepto y lo conecta a su realidad con un ejemplo práctico para ella y lo expresa mediante registro icónico.

Ejemplo 3. Pregunta 1 (Actividad 7). Construye un mapa mental sobre el concepto razones y proporciones y las diferentes maneras de representarlas, a partir de las actividades desarrolladas.

entre el número de participantes a la Yanama y la cantidad de días que durará la preparación de la yuja?

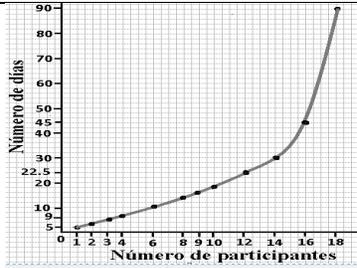
Respuesta de E4:



Se observa que E4 realizó adecuadamente la conversión de la representación, es decir un registro tabular transformó a un registro gráfico conservando los datos y comportamiento de cada variable involucrada en la situación dada, ya que se evidencia proporcionalidad. De acuerdo con Duval (2004), este es uno de los pasos más relevantes para que un estudiante comprenda de manera profundo el concepto, ya que la conversión es el resultado de la comprensión conceptual y contribuye a la aplicación práctica del objeto estudio.

Esta comprensión de E4 se puede evidenciar en su respuesta a la siguiente pregunta.

Pregunta 2.3. ¿Por qué crees que la respuesta que seleccionaste es la correcta? Escribe tres



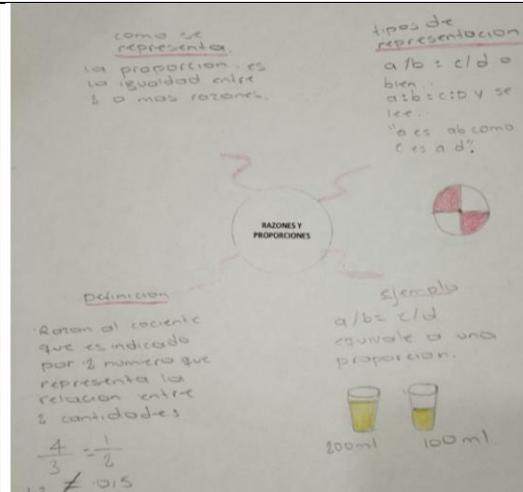
Esta elección equivocada de E4 permite inferir que se le dificultó convertir la representación numérica de la situación dada inicialmente hacia una representación gráfica, debido a la dificultad de comprender las escalas en el plano y la ubicación que cada variable debe tener en el mismo. De acuerdo con Duval (2004) el componente de conversión en ciertas ocasiones es difícil de obtener cuando el educando tiene debilidades en el uso de práctico del concepto en estudio, en este caso razones y proporciones. Así lo manifestó E4 en la siguiente pregunta.

Pregunta 2.3. ¿Por qué crees que la respuesta que seleccionaste es la correcta? Escribe tres razones.

Respuesta de E4:

“Porque esta gráfica tenía la relación entre número de participantes y cantidad de días entonces es la correcta”.

Fue una de las razones que expuso E4, siendo



razones.

Respuesta de E4:

“Porque tuve en cuenta los datos de la tabla”; y otra razón que expuso fue “porque lo que está en la tabla la gráfica tienen relación”.

Sus razones evidencian que utilizó el concepto para seleccionar la respuesta correcta, ya que comprendió que la línea curva de la gráfica muestra a X en aumento cuando Y disminuye, es decir la relación proporcional entre ambos ejes o variables expuestas.

esta basada en un conocimiento poco técnico que no evidencia la aplicación correcta del concepto, dado que todas las opciones mostraban las mismas variables en los ejes del plano cartesiano.		
--	--	--

Al analizar las representaciones de la estudiante E4, se evidenció cierto nivel de conocimiento del concepto razones y proporciones en el momento inicial (ver tabla 14) y similar a la transformación del E2, ya que realizaron adecuadamente las funciones de formación de registros de representación en las tablas de datos teniendo en cuenta las relaciones proporcionales y las normas que rigen el sistema de representación inicial. Ejemplo de esto, se observa en la pregunta 2.1. del cuestionario inicial, que, ante una tabla de datos para completar sobre el comportamiento de dos variables, E4 logró realizar sin dificultad una codificación de relaciones, es decir asignar números frente a un registro de variables observados como lo fue el número de días de limpieza del terreno de la *yuuja* el cual disminuye si aumenta el número de participantes en la Yanama.

Al igual que E2, la estudiante 4 (E4), reconoció la relación proporcional entre ambas variables, lo que en palabras de Duval (2017) implica que E4 examinó el registro semiótico dentro los aspectos teóricos que enmarcan el concepto razones y proporciones a partir de la tabla de datos, esto le permitió traer sus saberes previos y aplicarlos en la situación planteada. De igual forma, es importante recalcar que esta codificación de relaciones que hizo E4, se encuentra articulada a los datos de la tabla, la cual es considerada por Duval (2004) como una representación de orden superior que hace más compleja la función de formación en la semiótica, por eso su nivel medio en el cuestionario del momento inicial.

Se reafirma que la actividad por estar ligada a los aspectos culturales de los estudiantes facilitó la forma de representación que hacen, ya que, la primera actividad cognitiva en las representaciones es la percepción del objeto, en este caso de la tabla de datos. Al respecto, Guzmán (Gumáz, 1998) manifiesta que a los estudiantes les resulta fácil hacer sus representaciones semióticas cuando logran comprender la lectura de un hecho expresado y les resulta práctico enunciarlo de otras formas, por ejemplo, en registros icónicos o algebraicos.

Sin embargo, el estudiante presentó dificultad al momento de realizar conversión de la representación, ya que al igual que el E2, se evidencia poca comprensión sobre las escalas de un plano cartesiano y la ubicación de la variable dependiente e independiente en las coordenadas de este, lo que conllevó a la elección errónea en la pregunta 2.3 (ver tabla 14). Esto se explica en que una de las dificultades que evitan al estudiante llegar a la conversión de representaciones se debe a elementos distractores que se pueden presentar en el contexto de la situación planteada, y se evidencia, además, que E4 presentó dificultad para relacionar el gráfico con el contexto de la pregunta, por lo que cae en contradicciones (Duval, 2004).

En un segundo momento, que incluye la introducción de nuevos conocimientos, la conceptualización de E4 se afianza sobre las representaciones semióticas del concepto razones y proporciones. En la actividad 5, realiza formación de su representación sobre la cantidad de machos y hembras del ganado (ver tabla 14) evidenciando la cantidad que existe de cada género, pero omite que pudo realizar tratamiento de la información obtenida por ejemplo expresando su representación a través de un fraccionario, porcentaje o decimal.

No obstante, la conversión que E4 realiza evidencia que los datos los transformó hacia un registro gráfico (diagrama circular) que deja ver su dificultad para asignar proporcionalmente las cantidades en dicho registro y que, además, los valores porcentuales no son coherentes con la información que dio inicialmente. Se infiere que la estudiante identifica las múltiples representaciones que puede realizar de un registro inicial, pero no comprende la importancia de conservar y respetar los datos del objeto matemático en estudio, siendo este, el paso más importante de la representación ya que es el resultado de la comprensión conceptual (Duval, 2004).

Para la actividad de síntesis, el mapa mental diseñado por la estudiante (ver tabla 14) deja ver su apropiación completa del concepto razones y proporciones, obtenido mediante el uso de

sus representaciones semióticas que le permitieron enriquecer el conocimiento y la comprensión del concepto y su complejidad. Esto se evidenció en su alto desempeño en la feria final del tercer momento (aplicación), espacio en el que E4 demostró su apropiación del tema y brindó a sus compañeros una explicación adecuada de la utilidad de las representaciones semióticas en su aprendizaje.

Posteriormente, se aplicó el cuestionario final por segunda vez, en el cual se evidenciaron cambios en sus representaciones semióticas, ya que empleó adecuadamente diagramas de líneas (ver tabla 14), de barras, circulares, números fracciones, porcentajes, entre otros. Por lo que se concluye que la estudiante pasa de un nivel medio a alto de aprendizaje profundo, lo cual muestra una evolución en los componentes de las representaciones semióticas (formación, tratamiento y conversión) en torno al concepto razones y proporciones.

6. Conclusiones

Teniendo en cuenta el análisis de los resultados obtenidos en la investigación y a partir del problema planteado, los objetivos y el referente teórico, se formula el siguiente texto de conclusiones.

En los procesos de aprendizaje de las matemáticas resulta imprescindible partir de los saberes previos de los estudiantes, ya que permite que los educandos logren mayor profundidad en la construcción de sus conocimientos. Así pues, en el caso de la unidad didáctica enfocada en la economía tradicional wayuu para el aprendizaje del concepto razones y proporciones, se evidenció que en el primer momento los estudiantes se ubicaron mayoritariamente en el nivel bajo de acuerdo con el uso de sus representaciones. Esto se debió a que los educandos presentaron grandes vacíos alrededor del concepto en estudio y emplearon un lenguaje bastante alejado del matemático, lo que condujo a realizar representaciones icónicas o artísticas, dejando a un lado el uso de componentes de formación, tratamiento y conversión útiles para representar las razones y proporciones.

Este proceso de caracterización también permitió observar que los estudiantes mantenían un inadecuado uso de números decimales y porcentajes, lo que dificultaba el diseño de sus representaciones en diagramas de barras y circulares y expresión numérica de cifras algebraicas en torno a situaciones planteadas sobre el concepto razones y proporciones. Asimismo, se evidenció el desconocimiento que presentaron sobre la ubicación de normas gráficas y de variables en sus representaciones gráficas, lo que impidió que realizaran efectivas conversiones y tratamientos en sus esquemas.

Fue con este resultado, que se consideró una unidad didáctica sobre razones y proporciones teniendo en cuenta el ciclo de aprendizaje de Sanmartí (2000), el cual cumplió un

papel fundamental en la transformación del aprendizaje profundo de los estudiantes dado que se plantearon actividades prácticas y secuenciadas muy cercanas al contexto wayuu como lo es la economía tradicional de esta etnia. Este diseño didáctico rompió el esquema tradicional de enseñanza de las matemáticas permeado por la descontextualización y transmisión de conceptos, y se condujo a una estructura lógica que hizo evidente la construcción de múltiples representaciones sobre razones y proporciones bajo los procesos cognitivos de formación, tratamiento y conversión en los estudiantes del grado noveno de la IERA y la INESARA.

Durante la interacción de los estudiantes con la unidad didáctica, se encontró una tendencia hacia el uso de representaciones cada vez más estructuradas desde los procesos cognitivos involucrados. A pesar de que los niveles iniciales fueron bajos, los educandos fueron desarrollando las actividades de introducción de nuevos conocimientos, síntesis y aplicación, con mayor dedicación y realizaron representaciones más cercanas al conocimiento matemático teniendo en cuenta los saberes que implicaba tener la economía tradicional wayuu. Todo esto, facilitó la construcción y adquisición de nuevos conocimientos y una mejor comprensión del concepto razones y proporciones a partir del análisis y desarrollo de situaciones contextualizadas.

De igual forma, la participación de un sabedor de su propia cultura para narrar sobre las tradiciones económicas que datan de siglos en la etnia Wayuu, permitió a los estudiantes establecer la relación de las matemáticas con un lenguaje común para derrumbar la visión abstracta y netamente numérica que mantenían sobre esta área escolar. Esto permitió a los educandos la conformación de estrategias útiles que les permitió realizar educadamente una formación de datos números para dar con el tratamiento y conversión en sus representaciones sobre razones y proporciones.

Al finalizar la aplicación de la intervención didáctica, se notaron grandes cambios en los estudiantes que inicialmente se ubicaron en nivel bajo, se logró movilizar a ambos grados noveno

de las instituciones hacia un nivel medio y alto, ya que fueron capaces de representar por medio de registros icónicos, gráficos, numéricos y otros, las situaciones planteadas en torno al concepto razones y proporciones y evidenciaron un correcto desarrollo de los componentes de formación, tratamiento y conversión en sus representaciones.

Otro aspecto que merece ser destacado en la transformación del aprendizaje profundo de los estudiantes, fue la intención argumentativa que demostraron en el momento final de la intervención didáctica, ya que, comparado con el momento inicial, en este último sus razones para explicar la elección de sus respuestas estuvieron más estructuradas y relacionadas con concepciones matemáticas adecuadas y propias de las razones y proporciones, lo que podría implicar que contribuyó a la evolución conceptual de los estudiantes permitiendo construir sus múltiples representaciones.

7. Recomendaciones

Para futuras investigaciones, se presentan las siguientes recomendaciones:

- Para el trabajo con unidades didácticas es clave tener en cuenta el trabajo colaborativo en el aula, ya que permite la conformación de equipos y asignación de roles dentro de los miembros que lo integran. Esto permite afianzar las habilidades de los estudiantes, aumentando la posibilidad que compartan sus opiniones y construyan conocimientos más sólidos en torno a un concepto determinado.
- Continuar con la aplicación de actividades contextualizadas y especialmente relacionados con los saberes étnicos de la cultura Wayuu, según sea el caso, ya que estas alimentan la curiosidad de los estudiantes y los deseos de entregarse por completo a su proceso de aprendizaje. Además, que un tema tan importante para ellos es trascendental para la elaboración de representaciones que permiten evidenciar sus modelos mentales y adquirir una mayor profundidad en su aprendizaje.
- En la elaboración se gráficas, diagramas y otros tipos de representación sobre el concepto razones y proporcionar, es posible orientar a los estudiantes a emplear herramientas tecnológicas para su construcción, por ejemplo Microsoft Excel o Power Point, ya que estos recursos brindan la oportunidad de visualizar detalladamente las normas de tabulación que deben mantener las gráficas y otras representaciones.
- Se sugiere tener en cuenta los resultados de la presente investigación para elaborar futuras investigaciones que se relacionen con el aprendizaje profundo y el uso de representaciones en las matemáticas, no solo alrededor del concepto razones y proporciones, sino desde otros temas pertinentes al área.

8. Referencias

- Acosta, J., Rondero, C., & Tarasenko, A. (2010). *Algunas incongruencias conceptuales sobre la noción de la linealidad*. México: Comité Latinoamericano de Matemáticas Educativa.
- Aldana, E. (2013). Una didáctica de la matemática para la investigación en pensamiento matemático avanzado. *Atenas*, 3(23), 56-69.
- Álvarez, O., & Muñoz, J. (2014). *Las representaciones múltiples como estrategia didáctica en la formación de maestros y maestras en educación para la primera infancia*. Manizalez: Universidad de Manizalez.
- Álvarez, S. (2018). *Fortalecimiento del pensamiento aleatorio a través del análisis estadístico de datos, gráficos y experimentos de los estudiantes en su contexto*. Tesis de posgrado: Universidad Nacional de Colombia.
- Andonegui, M. (2006). *Razones y proporciones. Serie desarrollo del pensamiento matemático*. Caracas: UNESCO.
- Aoyama, K., & Stephens, M. (2003). Graph interpretation aspects of statistical literacy: A Japanese perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 15(3), 3-22.
- Area, M. (1993). *Unidades Didácticas e Investigación en el Aula: Un modelo para el trabajo colaborativo entre profesores*. Las Palmas de Gran Canaria: Librería Nogal Ediciones.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 7, 55-67.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C., & Contreras, J. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(18), 93-104.
- Ausubel, D. (1980). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.

- Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 201-233.
- Batanero, C., & Godino, J. (2005). *Perspectivas de la educación estadística como área de investigación*. Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Beas, J. (1998). *Aprendizaje profundo: Una meta para renovar la educación*. Santiago: Universidad Católica de Chile.
- Biggs, J. (1993). What do inventories of student's learning processes really measure? A theoretical review and clarification. *British Journal of Educational Psychology*, 63(1), 1-17.
- Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿como beneficiaar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu, & A. Bishop, *Matemáticas y Educación, retos y cambios de una perspectiva internacional* (págs. 35-56). Barcelona: Graó.
- Bisquerra, R., Dorio, I., Gómez, J., Latorre, A., Martínez, F., Massot, I., & Vilá , R. (2009). *Metodología de la investigación en educación*. Madrid: La Muralla.
- Boyer, C. (2003). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Burgos, M., & Godino, J. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Revista Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 1-20.
- Cardona, C. (2016). *Proyecto de aula para la enseñanza de la estadística: Institución Educativa San Roberto Belarmino*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171-194.
- Castorina, J. (2008). Psicología genética y psicología social: ¿dos caras de una misma disciplina o dos programas de investigaciones compatibles? En A. Barreiro, *Representaciones sociales, prejuicio y relaciones con los otros: la construcción del conocimiento social y moral* (págs. 33-53). Paraguay: UNIPE.
- Chautá, L. (2018). *Interpretación y representación de datos estadísticos en el grado primero de primario*. Tesis de posgrado: Universidad Externado de Colombia.
- Chaverra, L. (2018). *Resignificación del uso de las nociones de razón, proporción y proporcionalidad con estudiantes del grado séptimo (12-17 años)*. Universidad de Medellín: Tesis de posgrado.
- Chevallar, I., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas: El Eslabón Perdido entre Enseñanza y Aprendizaje*. Barcelona: Editorial Horsori.
- Colina, M., & Valdivé, C. (2018). Las definiciones de razón y proporción. *Premisa*, 20(78), 5-21.
- Corry, L. (1994). La teoría de las proporciones de Eudoxio interpretada por Dedekind. *Filosofía e Historia de las Matemáticas*, 10(1), 1-24.
- Creswell, J. (2005). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. Estados Unidos: Prentice-Hall.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston: NCTM.
- D' Ambrosio, U. (20 de marzo de 2004). Entrevista al profesor Ubiratan D' Ambrosio. (H. Blanco, Entrevistador)

- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio, U. (1987). Etnomatemáticas: ¿Que podrán Ser? Una Recapitulación y Reconsideración. *ISGEM*, 3(1), Edición electrónica.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática: eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.
- Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *Science Education*, 84, 287-312.
- Duval, R. (2009). "Objet" : un mot pour quatre ordres de réalité irréductibles? En J. Baillé, *Du mot au concept: Objet* (págs. 79-108). Grenoble: PUG.
- Duval, R., & Saénz, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas; perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Egan, K., & Judson, G. (2013). Adaptándose a nuevas formas de enseñanza dentro del programa "Aprender en profundidad". *Praxis Educativa*, Vol XVII, N° 1 enero-junio, 13-23.
- Entwistle, N. (1984). Contrasting perspective on learning. En F. Marton, D. Hounsell, & N. Entwistle, *The experience of learning: implications for teaching and studying in higher education* (págs. 3-22). Edimburgo: University of Edinburgh.
- Escamilla, A. (1993). *Unidades didácticas: una propuesta de trabajo en el aula*. Zaragoza: Editorial Edelvives.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 17(4), 715-739.
- Fasce, E. (2007). Aprendizaje profundo y superficial. *Revista de Educación en Ciencias de la Salud*, 4(1), 7-8.

- Flórez, L. (2017). *Fortalecimiento del componente aleatorio del área de matemáticas en los estudiantes del grado noveno del C.E.R. La Carrera*. Tesis de posgrado: Universidad Autónoma de Bucaramanga.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics education*, 124-158.
- Fuenmayor, N., Gamboa, T., & Acurero, L. (2004). La experiencia cooperativa en la cría de ovinos y caprinos en La Guajira venezolana Cayapa. *Revista venezolana de Economía Social*, 4(7), 91-106.
- García, E. (2021). *Proyecto de aula para la enseñanza de las razones y proporciones a partir de la resolución de situaciones problema*. Tesis de posgrado: Universidad Nacional de Colombia.
- García, G., & Romero, J. (2018). Matemáticas para todos en tiempos de la inclusión como imperativo. Un estudio sobre el programa Todos a Aprender. *Revista Colombiana de Educación*(74), 289-310.
- García-Alonso, I. (2020). Análisis exploratorio de la lectura conjunta de dos gráficos estadísticos por estudiantes de secundaria. En M. Gea, R. Álvarez-Arroyo, & J. Garzón, *Seminario Hispano Brasileño de Educación Estadística*. Granada: Grupo PAI FQM-126.
- Garzón, C., & Rojas, N. (2014). *Representaciones semióticas como dispositivos para facilitar el desarrollo del pensamiento matemático y científico*. Bogotá: Universidad Militar Nueva Granada.
- Gerber, R., Boulton-Lewis, G., & Bruce, C. (1995). Children's understanding of graphic representation of quantitative data. *Learning and Instruction*, 5, 70-100.

- Gerdes, P. (1995). Ethnomathematics and mathematics education. En A. Bishop, K. Clements, J. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde, *International Handbook of mathematics education* (págs. 909-943). Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Gil, B., & Parra, R. (2016). *Desarrollo del pensamiento aleatorio a partir de un proyecto en contexto rural*. Universidad Santo Tomás: Tesis de posgrado.
- González, E. (2013). Acerca del estado de la cuestión o sobre un pasado reciente en la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico. *Uni-pluri/versidad*, 13(1), 60-63.
- Gumáz, R. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de acciones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemáticas Educativa*, 1(1), 5-21.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2008). *Metodología de la investigación*. México: McGraw.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw-Hill.
- Knijnik, G. (2007). Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escrita en la educación matemática campesina del sur de Brasil. En J. Giménez, J. Díez-Palomar, & M. Civil, *Educación matemática y exclusión* (págs. 66-83). Barcelona: Graó.
- Kosslyn, S. (1985). Graphics and human information processing. *Journal American Statistical Association*, 80(391), 499-512.
- Lublin, J. (2003). *Deep, surface and strategic approaches to learning*. center for teaching and learning.
- Marton, F., & Säljö, R. (1976). On qualitative Differences in Learning: I Outcome and Process. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 4-11.

- Marton, F., & Saljo, R. (1976). On qualitative differences in learning: I-outcome and process. *Education Psychology Journal*, 4(1), 4-11.
- Melo, N. (2019). Enseñanza a partir de saberes tradicionales de las comunidades de la etnia wayuu. *Educación y educadores*, 22(2), 237-255.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemática, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio del Interior. (2014). *Plan Salvaguarda Wayuu, Zona Sur de La Guajira*. Bogotá: Ministerio del Interior.
- Morelos, V. (2019). *Fortalecimiento de los procesos de interpretación y representación de información usando tablas y gráficos, a través de las Tecnologías de la Información y la Comunicación*. Tesis de posgrado: Universidad de Antioquia.
- Moreno, M. (2018). *Análisis de la información estadística a partir de un contexto rural*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Moreno, M. (2018). *Análisis de la información estadística a partir de un contexto rural*. Tesis de posgrado: Universidad Externado de Colombia.
- Ogborn, J., Kress, G., Martins, I., & McGuillicuddy, K. (1998). *Formas de explicar la enseñanza de las ciencias en secundaria*. Madrid: Santillana.
- Oliveras, M., & Blanco-Álvarez, H. (2016). Integración de las etnomatemáticas en el aula de matemáticas: posibilidades y limitaciones. *Revista Bolema*, 30(55), 455-480.
- Olivo, J. (2017). Caracterización de estudiantes exitosos: una aproximación al aprendizaje de las ciencias. *Revista de Investigación Educativa*, 25, 114-143.

- Parra, R., & Gil, B. (2016). *Desarrollo del pensamiento aleatorio a partir de un proyecto en contexto rural*. Bogotá: Universidad Santo Tomás.
- Radford, L. (2021). Las Etnomatemáticas en la Encrucijada de la Descolonización y la Recolonización de Saberes. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 14(2), 1-31.
- Ramírez, M. (30 de mayo de 2018). *Guajira360.org*. <https://guajira360.org/wp-content/uploads/2018/06/ESTRATEGIA-PARA-REDUCIR-LA-POBREZA-EN-LA-GUAJIRA.pdf>
- Rico, L., Sierra, M., & Castro, E. (2000). Didáctica de la matemática. En L. Rico, & D. Madrid, *Las Disciplinas Didácticas entre las ciencias de la educación y las áreas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Ridgway, J., Nicholson, J., & McCusker, S. (2008). *Mapping new statistical literacies and illiteracies*. México: 11th International Congress on Mathematics Education.
- Rodríguez, S. (2011). *Traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación verbal y simbólico por estudiantes de secundaria*. Tesis de posgrado. <https://doi.org/Universidad de Granada>
- Rúa, C. (2019). La producción caprina en Colombia. *Tierras Caprino*(28), 55-59.
- Sanmartí, N. (2000). El diseño de unidades didácticas. En P. Perales, & P. Cañal, *Didáctica de las ciencias experimentales*. Alicante: Marfil.
- Sanmartí, N. (2011). Los contratos didácticos: un instrumentos para la institucionalización de la gestión del aula. En E. Bassedas, *Estrategias organizativas de aula: propuestas para atender la diversidad* (págs. 55-60). Barcelona: Grao.
- Soto, A., & Macías, J. (2019). Las inteligencias múltiples en el aprendizaje de la razón entre dos números: propuesta didáctica. *Revista Rediem*, 1(1), 29-32.

- Stake, R. (1995). *Investigación con estudio de caso*. Madrid: Morata.
- Stake, R. (2005). *Investigación con estudios de casos*. Madrid : Morata.
- Tamayo, O. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, 18(45), 39-49.
- UNICEF. (2019). Vínculo wayúu. *unicerf.org*.
- Vásquez, J. (17 de septiembre de 2017). *Lifeder*. <https://www.lifeder.com/referentes-teoricos/>
- Vesga, G., & Escobar, R. (2018). Trabajo en solución de problemas matemáticos y su efecto sobre las. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 103-114.
- White, L. (1982). El locus de la realidad matemática. En L. White, *La ciencia de la cultura: un estudio sobre el hombre y la civilización* (pág. 411). Barcelona: Paidós Ibérica.
- Yacuzzi, E. (2009). *El estudio de caso como metodología de investigación: Teoría, mecanismos causales, validación*. Argentina: Universidad del CEMA.
- Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods*. Londres: Sage Publications.

ANEXOS

9. Anexos

Anexo A. Cuestionario de caracterización sociodemográfica

 Universidad Tecnológica de Pereira	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA	 Maestría-Educación
INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO, MANAURE (INESARA)		
INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA, ALBANIA (IERA)		
<p>Proyecto: El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayuu.</p>		
<p>Docente: Yulis Evelis Cárcamo Herrera y Yersey Ledin Muñoz Bonivento</p>		

CARACTERIZACIÓN DE LOS ESTUDIANTES (EXTRAESCOLAR)

Respetado(a) estudiante, la información solicitada es de uso académico y confidencial. Por lo tanto, es necesario que responda con la mayor sinceridad posible.

Nombres del estudiante:	
Apellido del estudiante:	
Fecha de nacimiento (dd/mm/aaaa)	
Documento de identidad:	
Edad	
Dirección y/o comunidad:	

Nombre del acudiente:	
Número telefónico del acudiente:	
CARACTERÍSTICAS DEL HOGAR:	
1. ¿Con quienes de estas personas vives? <i>- puedes marcar varias opciones</i>	Padre <input type="radio"/> Madre <input type="radio"/> Hermano(s) <input type="radio"/> Abuelo(s) <input type="radio"/> Tío(s) <input type="radio"/> Otra persona <input type="radio"/> ¿Quién? _____
2. ¿Cuál es el último nivel educativo alcanzado por tu padre o de la persona con quien vives? <i>- marca solo una opción.</i>	No terminó la primaria <input type="radio"/> terminó la primaria <input type="radio"/> No terminó el bachillerato <input type="radio"/> terminó el bachillerato <input type="radio"/> Obtuvo un título técnico o tecnológico <input type="radio"/> Obtuvo un título universitario <input type="radio"/>
3. ¿En dónde vives? <i>- marca solo una opción.</i>	Corregimiento <input type="radio"/> Ranchería <input type="radio"/> Finca <input type="radio"/> Cabecera municipal <input type="radio"/>
4. ¿Cuál es el último nivel educativo alcanzado por tu madre o de la persona con quien vives? <i>- marca solo una opción.</i>	No terminó la primaria <input type="radio"/> terminó la primaria <input type="radio"/> No terminó el bachillerato <input type="radio"/> terminó el bachillerato <input type="radio"/> Obtuvo un título técnico o tecnológico <input type="radio"/> Obtuvo un título universitario <input type="radio"/>
5. ¿Quién te apoya en el cumplimiento de las tareas y trabajos académicos? <i>- puedes marcar varias opciones.</i>	Padre <input type="radio"/> Madre <input type="radio"/> Hermano(s) <input type="radio"/> Abuelo(s) <input type="radio"/> Tío(a) <input type="radio"/> Otra persona <input type="radio"/> ¿Quién? _____ No me apoya nadie <input type="radio"/>
6. ¿Cuántos celulares hay en casa? <i>- marca solo una opción.</i>	1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> ¿Mas cuantos? _____ No hay celulares <input type="radio"/>
7. ¿Cuántos libros hay en tu vivienda? <i>- marca solo una opción.</i>	0 a 10 libros <input type="radio"/> 11 a 25 libros <input type="radio"/> 26 a 100 libros <input type="radio"/> Más de 100 libro <input type="radio"/>
8. Incluido tú ¿Cuántas personas viven en tu casa?	2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 o más <input type="radio"/>

- marca solo una opción.	
9. ¿Cuántos cuartos hay en la vivienda? - marca solo una opción	1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 o más <input type="radio"/>
10. ¿De qué tipo de material están hechas la mayoría de las paredes de tu vivienda? - marca solo una opción.	Bloque <input type="radio"/> Ladrillo <input type="radio"/> Madera <input type="radio"/> Barro <input type="radio"/> Plástico <input type="radio"/> Metal <input type="radio"/> Otro ¿cuál? _____
11. ¿Con cuales servicios públicos cuentan en tu vivienda? - puedes marcar varias opciones	Agua <input type="radio"/> Alcantarillado <input type="radio"/> Energía eléctrica <input type="radio"/> Internet <input type="radio"/> Gas <input type="radio"/> natural <input type="radio"/> Teléfono <input type="radio"/> TV Cable <input type="radio"/>
12. ¿Cuáles de estos electrodomésticos hay en tu vivienda? - puedes marcar varias opciones.	Abanico <input type="radio"/> Televisor <input type="radio"/> Estufa <input type="radio"/> Nevera <input type="radio"/> Lavadora <input type="radio"/> Teléfono <input type="radio"/> Equipo de sonido <input type="radio"/> Computador <input type="radio"/>
13. ¿Qué medio de transporte utilizas para llegar al colegio? - puedes marcar varias opciones.	Carro <input type="radio"/> Moto <input type="radio"/> Bicicleta <input type="radio"/> Otro <input type="radio"/> ¿Cuál? _____
14. ¿Presentas algún tipo de discapacidad? - puedes marcar varias opciones	Visual <input type="radio"/> Auditiva <input type="radio"/> Otra <input type="radio"/> ¿Cuál? _____
15. ¿Con cuál grupo étnico te identificas? - marca solo una opción	Indígena <input type="radio"/> Afrodescendiente <input type="radio"/> Otro <input type="radio"/> ¿cuál? _____
16. ¿Cuál es el estrato socioeconómico de la vivienda donde habitas? - marca solo una opción	1(Una) <input type="radio"/> 2(dos) <input type="radio"/> 3(tres) <input type="radio"/> Otro <input type="radio"/> Cual? _____
17. ¿Para las actividades académicas en casa que espacio utilizas?	sala <input type="radio"/> Habitación <input type="radio"/> Patio <input type="radio"/> Enramada <input type="radio"/> Otro <input type="radio"/> Cual? _____

- puedes marcar varias opciones

Anexo B. Cuestionario

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	 <p>Maestría-Educación</p>
<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO, MANAURE (INESARA)</p>		
<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA, ALBANIA (IERA)</p>		
<p>Proyecto: El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayuu.</p>		
<p>Docentes: Yulis Evelis Cárcamo Herrera y Yersey Ledien Muñoz Bonivento</p>		

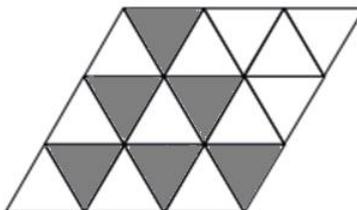
CUESTIONARIO

NOMBRE: _____

FECHA: _____

INSTRUCCIONES: Apreciado estudiante, a continuación, encontrarás una serie de preguntas abiertas y otras de selección múltiple con única respuesta. Te agradecemos responder con honestidad y usar el espacio dado para cada enunciado.

1. La figura de esta manilla wayuu presenta el siguiente diseño compuesto por varios triángulos equiláteros.

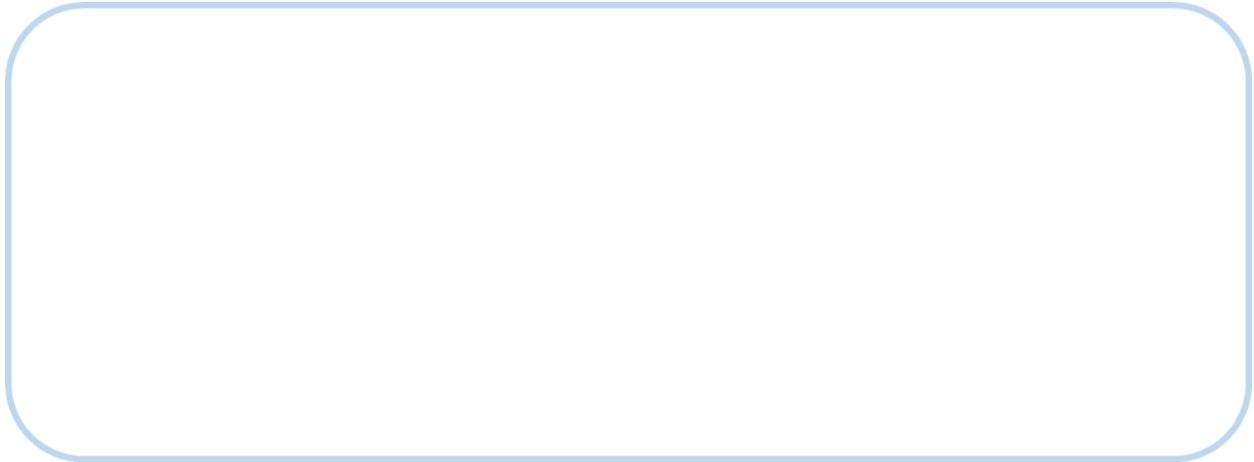


¿Qué fraccionario podría representar el área sombreada de la manilla?

A. $\frac{1}{4}$

- B. $\frac{1}{6}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{6}{12}$

1.1 ¿De qué otras formas podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?



1.2 ¿Qué temas recordaste para llegar a la respuesta?

2. El alaula (tío) de la familia Epieyu debe limpiar el terreno para la yuuja (huerta), antes que llegue juya (lluvia) esta actividad realizada por una sola persona requiere de 90 días, teniendo en cuenta la proximidad de juya, el alaula convoca una yanama (colaboración), a la cual han acudido algunos familiares y vecinos para hacer su trabajo más rápido.

Determina si a la yanama llegan 9 personas, ¿Cuántos días durará la limpieza del terreno de la yuuja?

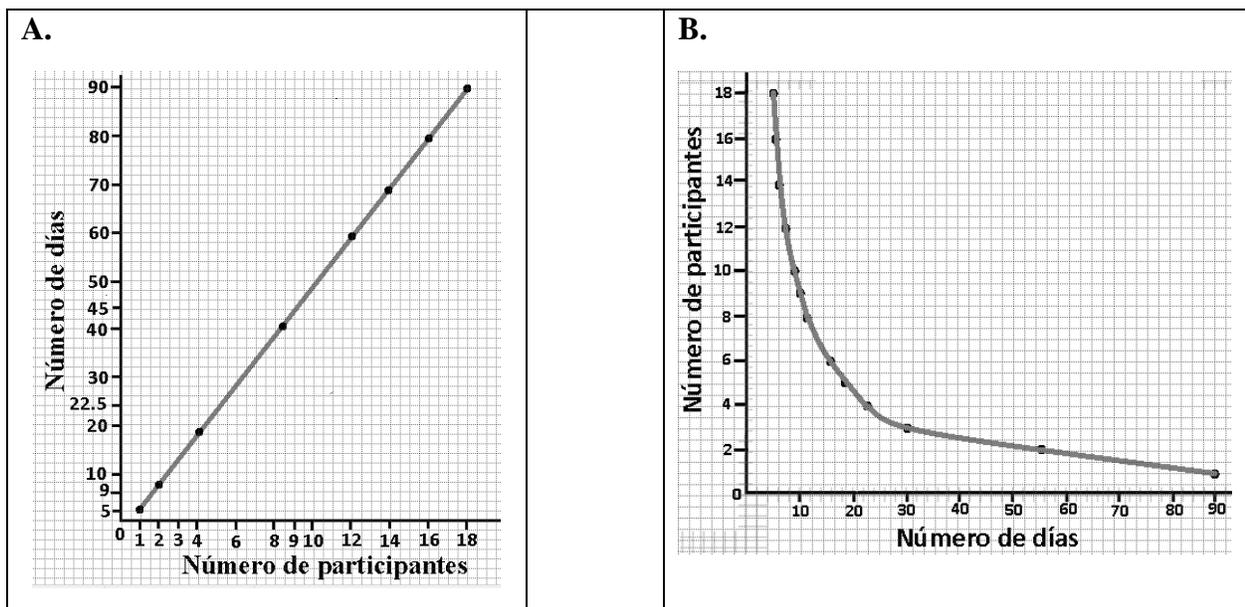
- A. 18 días
- B. 10 días
- C. 12 días

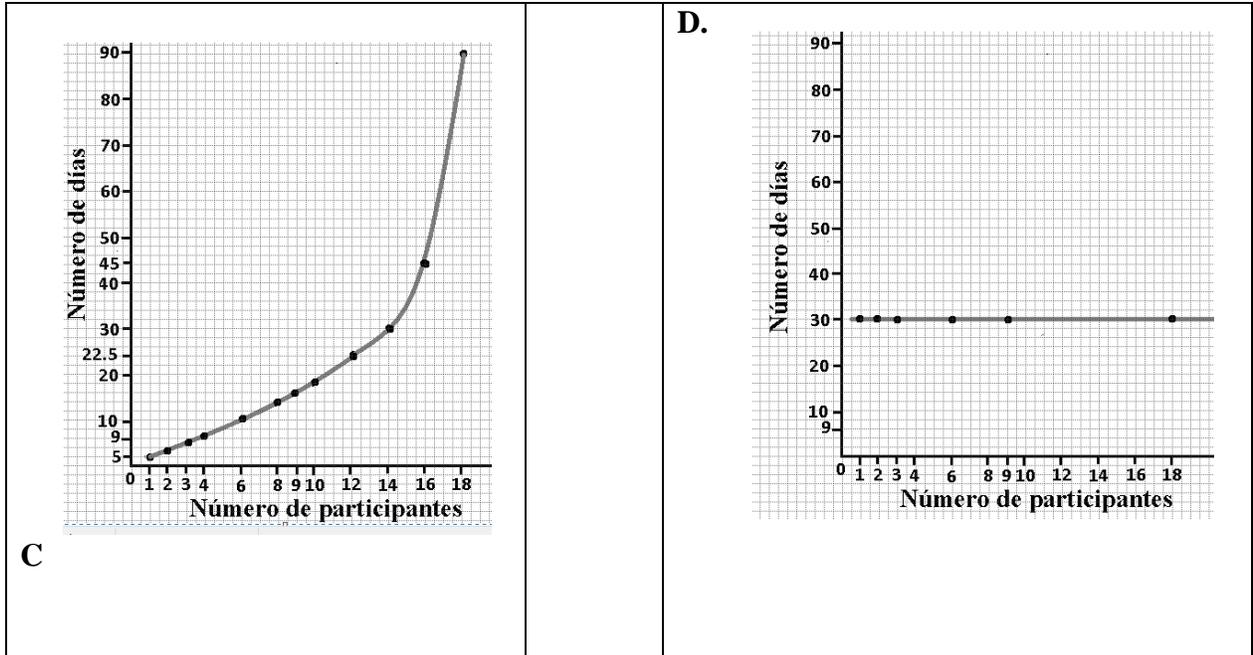
D. 8 días

2.1. Atendiendo a la información anterior, complete la siguiente tabla y luego responda las preguntas 2.2 y 2.3.

N° de participantes	1	2	3		6	9	18
N° de días	90	45		22,5			5

2.2 ¿De las siguientes gráficas cual representa correctamente la relación entre el número de participantes a la yanama y la cantidad de días que durará la preparación de la yujaa?





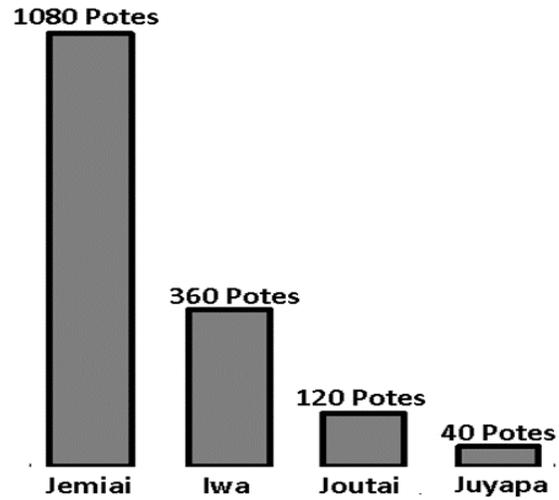
2.3 ¿Por qué crees que la respuesta que seleccionaste es la correcta? Escribe tres razones.

Razón 1: _____

Razón 2: _____

Razón 3: _____

3. La señora Clementina Ipuana y sus hijos recolectaron 1080 potes de maíz para consumir durante un año. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de potes disponibles en cada estación del año para los Wayuu, Jemiai (de Diciembre a Marzo), Iwa (Abril y Mayo) , Joutai (de Junio a Agosto), Juyapa, (de septiembre a Noviembre).



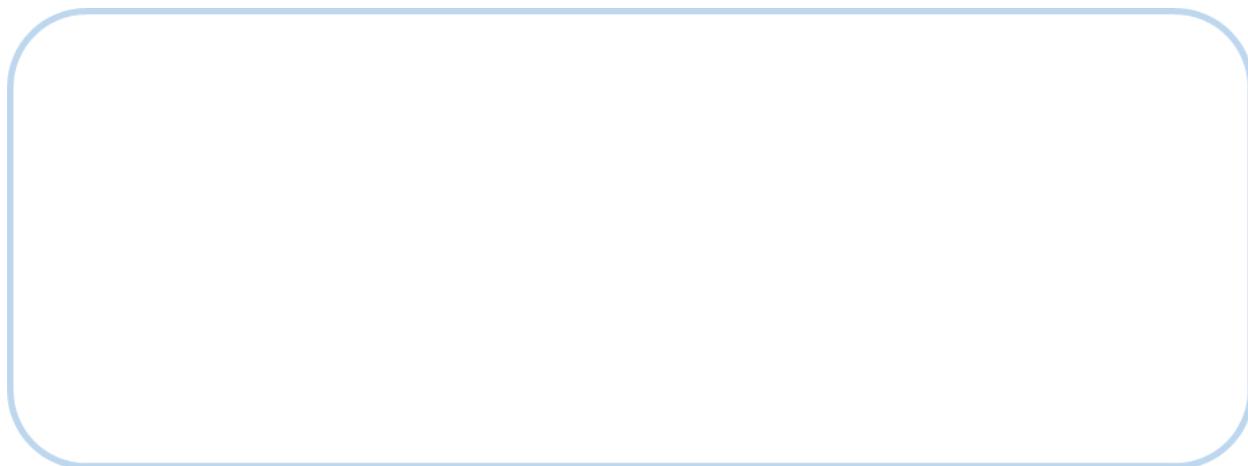
La cantidad de pote disponible en cada estación es:

- A. Un noveno de pote de la estación anterior.
- B. Un cuarto de pote de la estación anterior.
- C. Un tercio de pote de la estación anterior.
- D. Un medio de pote de la estación anterior.

3.1. ¿Qué pasos te llevaron a calcular la respuesta? Descríbalos.

3.2. ¿Qué conceptos recordaste para dar solución a esta pregunta?

3.3 Realiza otra representación diferente para la situación anterior



4. En días de mucho calor, el señor Alberto Iguaran vende en su comunidad botellas con chichas de maíz. La cantidad de dinero que recauda depende del número de chichas que venda.

Con base en la información anterior, complete la siguiente tabla:

N° de botellas con chicha de maíz	1	2	5	8	12	17	24	48
Precio (\$)	500							

- 4.1. Luego de completar la tabla, organiza la información en otra representación (por ejemplo, puedes realizar un diagrama de líneas o un diagrama de barras).

4.2. Las relaciones mostradas en la tabla son proporcionales

Sí___ No___ ¿Por qué? Escribe tres razones para justificar tu respuesta.

Razón 1: _____

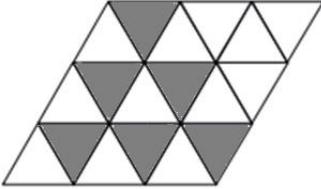
Razón 2: _____

Razón 3: _____

¡Muchas gracias!

Anexo C. Rejilla de Valoración del cuestionario.

REJILLA DE VALORACIÓN

PREGUNTA 1		
ENFOQUE TEMÁTICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		FORMACIÓN
<p>La figura de esta manilla wayuu presenta el siguiente diseño compuesto por varios triángulos equiláteros.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>¿Qué fraccionario podría representar el área sombreada de la manilla?</p>		
OPCIÓN	PUNTUACIÓN	CRITERIOS
A	0	No identifica la respuesta correcta
B	0	No identifica la respuesta correcta
C	1	Identifica la respuesta correcta
D	0	No identifica la respuesta correcta
PREGUNTA 1.1		
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		¿De qué otra forma podrías representar el área sombreada en el anterior esquema?

PUNTUACIÓN	CRITERIOS
3	El estudiante realiza otras representaciones, transforma haciendo uso de otros registros
2	El estudiante realiza una representación, transforma haciendo uso de un solo registro tales como: numérico (porcentaje, número decimales)
1	El estudiante realiza representaciones, utiliza transformaciones sin cambiar de registros (figural: cuadrados, rectángulos, rombos)
0	El estudiante no contesta la pregunta, realiza representaciones ajenas a los datos del registro (a las de razones y proporciones).
PREGUNTA 1.2	
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA	¿Qué temas recordaste para llegar a la respuesta?
PUNTUACIÓN	CRITERIOS
3	El estudiante recuerda tres o más conceptos que le hayan servido para desarrollar el cuestionario, tales como razón, números fraccionarios, números decimales y porcentajes.
2	El estudiante recuerda dos conceptos que le hayan servido para desarrollar el cuestionario, tales como razón, números fraccionarios, números decimales y porcentajes.
1	El estudiante recuerda un concepto que le hayan servido para desarrollar el cuestionario, tales como razón, números fraccionarios, números decimales y porcentajes.

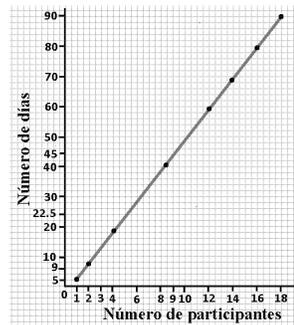
0		El estudiante no recuerda conceptos que le hayan servido para desarrollar el cuestionario.
PREGUNTA 2		
ENFOQUE TEMATICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES MÚLTIPLES
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		El alaula (tío) de la familia Epieyu debe limpiar el terreno para la yuuja (huerta), antes que llegue juya (lluvia) esta actividad realizada por una sola persona requiere de 90 días, teniendo en cuenta la proximidad de juya, el alaula convoca una yanama (colaboración), a la cual han acudido algunos familiares y vecinos para hacer su trabajo más rápido. Determina si a la yanama llegan 9 personas, ¿Cuántos días durará la limpieza del terreno de la yuuja?
OPCIÓN	PUNTUACIÓN	CRITERIOS
A	0	No identifica la respuesta correcta
B	1	Identifica la respuesta correcta
C	0	No identifica la respuesta correcta
D	0	No identifica la respuesta correcta
PREGUNTA 2.1		
ENFOQUE TEMATICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES FORMACIÓN

<p style="text-align: center;">ENUNCIADO DE LA PREGUNTA</p>	<p>Complete la siguiente tabla y luego responda las preguntas 2.2 y 2.3.</p> <table border="1" data-bbox="634 323 1292 611"> <tr> <td>N° de participantes</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>N° de días</td> <td>90</td> <td>45</td> <td>30</td> <td>22,5</td> <td>18</td> <td>10</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>Escriba las respuestas correctas...</p>	N° de participantes	1	2	3	4	6	9	18	N° de días	90	45	30	22,5	18	10	5
N° de participantes	1	2	3	4	6	9	18										
N° de días	90	45	30	22,5	18	10	5										
PUNTUACIÓN	CRITERIOS																
3	<p>Completa la tabla: el número de días disminuye conforme aumenta el número de participantes en la yanama de forma directamente proporcional (tiene claro que una de las variables disminuye conforme aumenta la otra).</p>																
2	<p>Completa la tabla: alguno de los números de días disminuye conforme aumenta el número de participantes en la yanama (no tiene claridad completa sobre la proporcionalidad inversa de las dos variables).</p>																
1	<p>Completa la tabla: el número de días no disminuye de forma coherente conforme aumenta el número de participantes en la yanama. (no tiene en cuenta la proporcionalidad inversa de las dos variables)</p>																
0	<p>Deja la tabla vacía.</p>																
PREGUNTA 2.2																	
ENFOQUE TEMATICO	APRENDIZAJE PROFUNDO																
COMPONENTES EVALUADOS	REPRESENTACIONES CONVERSIÓN																

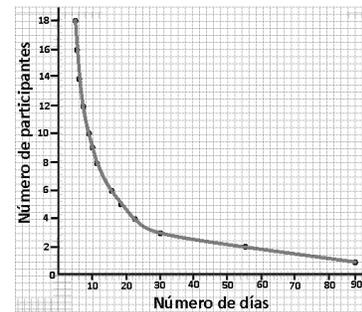
**ENUNCIADO DE LA
PREGUNTA**

¿De las siguientes gráficas cual representa correctamente la relación entre el número de participantes a la yanama y la cantidad de días que durara la preparación de la yujaa?

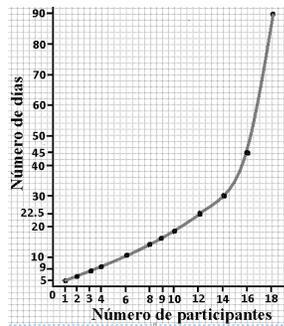
A.



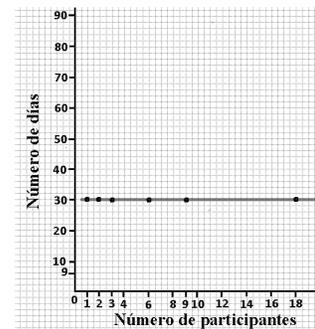
B.



C.

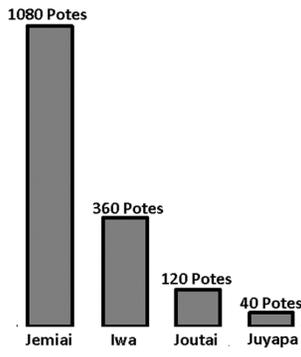


D.



OPCIÓN	PUNTUACIÓN	CRITERIOS
A	0	No identifica la respuesta correcta
B	1	Identifica la respuesta correcta
C	0	No identifica la respuesta correcta

D	0	No identifica la respuesta correcta
PREGUNTA 2.3		
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA	¿Por qué crees que la respuesta que seleccionaste es la correcta? Escribe tres razones.	
PUNTUACIÓN	CRITERIOS	
3	<p>El estudiante presenta tres razones para justificar su respuesta por ejemplo: Razón 1 basa en la línea curva de la gráfica (hipérbola equilátera) donde x aumenta y disminuye, si x disminuye y aumenta.</p> <p>Razón 2 se basa en los datos de la tabla, donde estos se conservan e identifican en la gráfica.</p> <p>Razón 3 se basa en su conocimiento sobre las representaciones el plano cartesiano de otras relaciones o funciones para comparar y descartar aquellas que no representen una proporción inversa (ejemplo: proporción directa, función constante).</p>	
2	<p>El estudiante presenta dos razones para justificar su respuesta por ejemplo: Se basa en la línea curva de la gráfica (hipérbola equilátera) donde x aumenta y disminuye, si x disminuye y aumenta; se basa en los datos de la tabla, donde estos se conservan e identifican en la gráfica; se basa en su conocimiento sobre las representaciones el plano cartesiano de otras relaciones o funciones para comparar y descartar aquellas que no representen una proporción inversa (ejemplo: proporción directa, función constante</p>	
1	<p>El estudiante presenta una razón para justificar su respuesta por ejemplo: 1. Se basa en la línea curva de la gráfica (hipérbola equilátera) donde x aumenta y disminuye, si x</p>	

		disminuye y aumenta; 2. Se basa en los datos de la tabla, donde estos se conservan e identifican en la gráfica; 3. se basa en su conocimiento sobre las representaciones el plano cartesiano de otras relaciones o funciones para comparar y descartar aquellas que no representen una proporción inversa (ejemplo: proporción directa, función constante										
	0	No responde la pregunta, justifica con pruebas fuera de contexto.										
PREGUNTA 3												
ENFOQUE TEMATICO		APRENDIZAJE PROFUNDO										
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES MÚLTIPLES CONVERSIÓN										
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		<p>La señora Clementina Ipuana y sus hijos recolectaron 1080 potes de maíz para consumir durante un año. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de potes disponibles en cada estación del año para los Wayuu, Jemiai (de Diciembre a Marzo), Iwa (Abril y Mayo) , Joutai (de Junio a Agosto), Juyapa, (de septiembre a Noviembre).</p> <div style="text-align: center;">  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Estación</th> <th>Cantidad de Potes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Jemiai</td> <td>1080</td> </tr> <tr> <td>Iwa</td> <td>360</td> </tr> <tr> <td>Joutai</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>Juyapa</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>La cantidad de potes de maíz disponible en cada estación es:</p>	Estación	Cantidad de Potes	Jemiai	1080	Iwa	360	Joutai	120	Juyapa	40
Estación	Cantidad de Potes											
Jemiai	1080											
Iwa	360											
Joutai	120											
Juyapa	40											
OPCIÓN	PUNTUACIÓN	CRITERIOS										

A	0	No identifica la respuesta correcta
B	0	No identifica la respuesta correcta
C	1	Identifica la respuesta correcta
D	0	No identifica la respuesta correcta
PREGUNTA 3.1		
ENFOQUE TEMATICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		¿Qué pasos te llevaron a calcular la respuesta?
PUNTUACIÓN		CRITERIOS
3		<p>El estudiante describe tres pasos que siguió para calcular la respuesta, tales como: comprueba con el dato de la primera barra (divide 1080 potes entre nueve, cuatro, tres y dos)</p> <p>Verifica; prueba con los otros datos (divide los otros datos entre tres)</p> <p>Compara los resultados de la verificación (deben ser la tercera parte del dato anterior)</p> <p>Selecciona, la respuesta basada en los pasos anteriores, verificación, comparación y selección, ser más explícitos en relación con la temática.</p> <p>Organizo</p>
2		El estudiante describe dos pasos que siguió para calcular la respuesta, tales como: comprueba con el dato de la primera

	<p>barra (divide 1080 potes entre nueve, cuatro, tres y dos)</p> <p>Verifica; prueba con los otros datos (divide los otros datos entre tres)</p> <p>Compara los resultados de la verificación (deben ser la tercera parte del dato anterior)</p> <p>Selecciona, la respuesta basada en los pasos anteriores, verificación, comparación y selección, ser más explícitos en relación con la temática.</p>
1	<p>El estudiante describe un paso que siguió para calcular la respuesta, tales como: comprueba con el dato de la primera barra (divide 1080 potes entre nueve, cuatro, tres y dos)</p> <p>Verifica; prueba con los otros datos (divide los otros datos entre tres)</p> <p>Compara los resultados de la verificación (deben ser la tercera parte del dato anterior)</p> <p>Selecciona, la respuesta basada en los pasos anteriores, verificación, comparación y selección, ser más explícitos en relación con la temática.</p>
0	<p>El estudiante no describe pasos que siguió para calcular la respuesta.</p>
PREGUNTA 3.2	
ENFOQUE TEMATICO	APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS	REPRESENTACIONES
ENUNCIADO DE LA	¿Qué conceptos recordaste para dar solución a este

PREGUNTA		problema?
ITEM	PUNTUACIÓN	CRITERIOS
3.2	3	El estudiante recuerda más de dos conceptos
	2	El estudiante recuerda dos conceptos
	1	El estudiante recuerda un concepto
	0	El estudiante no utiliza ningún tipo de conocimiento, deja el espacio en blanco.
PREGUNTA 3.3		
ENFOQUE TEMÁTICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES CONVERSIÓN
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		Realiza otra representación diferente para la situación anterior
PUNTUACIÓN		CRITERIOS
3		El estudiante realiza otras representaciones, utiliza transformaciones cambiando a varios registros tales como: numérico (porcentajes, fracciones y decimales), simbólico, tabular, oral.
2		El estudiante realiza una representación, transforma cambiando a un solo registro, tales como: numérico (porcentajes, fracciones y decimales), simbólico, tabular, gráfico de líneas, oral
1		El estudiante realiza representaciones, utiliza transformaciones sin cambiar de registros tales como: figural (dibujos, líneas), gráficos (diagrama de líneas,

	diagrama circular)																		
0	El estudiante no contesta la pregunta, realiza representaciones ajenas (a las de razones y proporciones), registros con datos incompletos.																		
PREGUNTA 4																			
ENFOQUE TEMÁTICO	APRENDIZAJE PROFUNDO																		
COMPONENTES EVALUADOS	REPRESENTACIONES MÚLTIPLES																		
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA	<p>En días de mucho calor, el señor Alberto Iguaran vende botellas con chichas de maíz. La cantidad de dinero que recaudará depende del número de chichas que venda.</p> <p>Completa la siguiente tabla:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>N° de botellas de chichas de maíz</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>17</td> <td>24</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>Precio (\$)</td> <td>500</td> <td>1000</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	N° de botellas de chichas de maíz	1	2	5	8	12	17	24	48	Precio (\$)	500	1000						
N° de botellas de chichas de maíz	1	2	5	8	12	17	24	48											
Precio (\$)	500	1000																	
PUNTUACIÓN	CRITERIOS																		
3	Completa la tabla: la cantidad de dinero aumenta conforme aumenta el número de botellas de chicha de maíz vendida, de manera coherente (tiene claro que una variable aumenta conforme aumenta la otra variable).																		
2	Completa la tabla: en algunas columnas, la cantidad de																		

		dinero no es coherente con el aumento del número de botellas de chicha de maíz (no tiene claridad completa sobre la proporcionalidad directa de las dos variables).
	1	Completa la tabla: en las columnas, la cantidad de dinero no aumenta conforme aumenta el número de botellas de chicha de maíz vendida. (no tiene en cuenta la proporcionalidad directa de las dos variables)
	0	Deja la tabla vacía.
PREGUNTA 4.1		
ENFOQUE TEMÁTICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES Conversión
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		luego de completar la tabla, organiza la información en otra representación (puedes relacionar un diagrama de línea o un diagrama de barras)
ITEM	PUNTUACIÓN	CRITERIOS
	3	Construye un diagrama de línea o un diagrama de barra en donde los datos conservan la información presentada en la tabla. La representación evidencia el crecimiento proporcional del precio conforme aumenta el número de botellas de chicha de maíz vendida.
	2	Construye un diagrama de línea o un diagrama de barra en donde algunos datos conservan la información presentada en la tabla. La representación no evidencia el crecimiento proporcional del precio conforme aumenta el número de botellas de chicha de maíz vendida.

	1	Construye un diagrama de linea o un diagrama de barra en donde los datos no conservan la información presentada en la tabla. (o las variables no están relacionadas igual que la tabla) La representación no evidencia el crecimiento proporcional del precio conforme aumenta el número de botellas de chicha de maíz vendida.
	0	No realiza otra representación o construye una representación ajena o (repite el mismo registro)
PREGUNTA 4.2		
ENFOQUE TEMATICO		APRENDIZAJE PROFUNDO
COMPONENTES EVALUADOS		REPRESENTACIONES
ENUNCIADO DE LA PREGUNTA		Las relaciones mostradas en la tabla son proporcionales Sí___ No___ ¿Por qué? Escribe tres pruebas para justificar tu respuesta.
ÍTEM	PUNTUACIÓN	CRITERIO
	3	El estudiante presenta tres razones para justificar su respuesta por ejemplo: Razón 1; aplica el teorema de proporciones (comprueba que el producto de los medios sea igual al producto de los extremos). Razón 2; se basa en los datos de la tabla, calcula la razón dividiendo el antecedente entre el consecuente de cada pareja comprobando que el cociente sea siempre igual. Razón 3; con la representación gráfica, en donde se evidencia el crecimiento proporcional de la línea que

		forma la unión de los puntos de las coordenadas del antecedente y el consecuente.
	2	<p>El estudiante presenta tres razones para justificar su respuesta por ejemplo:</p> <p>Razón 1; aplica el teorema de proporciones (comprueba que el producto de los medios sea igual al producto de los extremos).</p> <p>Razón 2; se basa en los datos de la tabla, calcula la razón dividiendo el antecedente entre el consecuente de cada pareja comprando que el cociente sea siempre igual.</p> <p>Razón 3; con la representación gráfica, en donde se evidencia el crecimiento proporcional de la línea que forma la unión de los puntos de las coordenadas del antecedente y el consecuente.</p>
	1	<p>El estudiante presenta tres razones (de forma científica) para justificar su respuesta por ejemplo:</p> <p>Razón 1; aplica el teorema de proporciones (comprueba que el producto de los medios sea igual al producto de los extremos).</p> <p>Razón 2; se basa en los datos de la tabla, calcula la razón dividiendo el antecedente entre el consecuente de cada pareja comprando que el cociente sea siempre igual.</p> <p>Razón 3; con la representación gráfica, en donde se evidencia el crecimiento proporcional de la línea que forma la unión de los puntos de las coordenadas del antecedente y el consecuente.</p>
	0	No responde la pregunta, justifica sin presentar pruebas.

Anexo D. Contrato didáctico

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p align="center">UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	 <p>Maestría-Educación</p>
	<p align="center">INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)</p> <p align="center">INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)</p>	
<p align="center">El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu</p>		
<p>Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera</p>		
<p>Nombre del estudiante:</p>		
<p>Fecha:</p>		

CONTRATO DIDÁCTICO

Instrucciones: apreciado estudiante, lea cada indicador y marque con una X la afirmación de respuesta que considere se ajusta a su desempeño, y escriba una justificación para esta.

CONTRATO DIDÁCTICO				
Indicadores	Lo sé o hago bien	Lo sé o hago algunas veces	No lo sé y tampoco lo hago	¿Por qué?
Reconozco la relación de los números fraccionarios, decimales y porcentajes con el concepto de razones y proporciones.				
Realizo representaciones con fraccionarios, números decimales y porcentajes, tomando información de un esquema o gráfico.				
Paso números fraccionarios a números decimales y a porcentajes.				

Construyo diagramas de línea y gráficos de barras a partir de la información que se muestra en una tabla de datos y viceversa.				
Elaboro esquemas y gráficos a partir de fraccionarios, números decimales y porcentajes.				
Reconozco cuando dos o más razones son directa e inversamente proporcional.				
Describo paso a paso la forma cómo hago mis representaciones del concepto razones y proporciones (fraccionarios, porcentajes, decimales).				
Planteo enunciados y conclusiones en las cuales existe una relación entre los datos utilizados del concepto razones y proporciones.				
Realizo consultas bibliográficas que favorecen mi conocimiento sobre razones y proporciones.				

¿Qué dificultades tiene en el área o asignatura? (ejemplo: me distraigo, hay cosas que no entiendo, problemas familiares o no tengo los recursos para avanzar...) debe ser muy preciso:

- _____
_____.
- _____
_____.
- _____
_____.

¿Qué actividades realizaré para mejorar mi aprendizaje y mi desempeño? (ejemplo: tener un horario de estudio, repasar más, prestar más atención, preguntarle al profesor cuando tenga una duda, entregar a tiempo...):

- _____
_____.
- _____
_____.
- _____
_____.

¿Quién me puede ayudar?: (ejemplo: el profesor, un compañero, otros profesores del área, un tutorial en YouTube...):

¿Cómo revisaremos el cumplimiento de este contrato? (ejemplo: entregas semanales puntuales de las actividades, haciendo asesorías asincrónicas por WhatsApp o llamadas...):

- _____
_____.
- _____
_____.
- _____
_____.

Nos comprometemos a cumplir este contrato, y si no lo hacemos, explicaremos por escrito las razones y asumiremos las valoraciones obtenidas por su no cumplimiento

El estudiante

El acudiente

Director(a) de grupo

Anexo E. Entrevista semiestructurada

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	 <p>Maestría-Educación</p>
	<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)</p> <p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)</p>	
<p>El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu</p>		
<p>Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera</p>		
<p>Nombre del estudiante:</p>		
<p>Grado:</p>	<p>Fecha:</p>	

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

OBJETIVO: Interactuar con el estudiante mediante un dialogo que permita comprender el significado y el lenguaje que utilizan para abordar las múltiples representaciones del concepto de razones y proporciones desde de la economía tradicional Wayúu.

1. ¿A usted le gustan las matemáticas?

a. Si es afirmativa su respuesta:

➤ ¿Por qué razones le gusta las matemáticas?

- ¿Qué es lo que más te ha gustado?
- ¿Crees que las matemáticas han mejorado tus habilidades? Si o no ¿por qué?
- Si se siguen trabajando las clases utilizando procesos similares a los realizados durante la investigación (Talleres, practicas grupales, actividades grupales, exposiciones), ¿crees que mejorarían los procesos de enseñanza y aprendizaje?
¿Por qué?

b. En caso negativo:

- ¿Por qué razones no te gusta las matemáticas?
- ¿Cómo te sientes en la clase de matemáticas?
- Si los temas vistos en las clases de matemáticas estuvieran relacionados con su vida diaria, ¿crees que te motivarías más a aprender ¿Por qué?

2. Según lo que usted conoce o ha escuchado mencionar ¿Qué entiende por razones y proporciones?

3. ¿Consideras que las preguntas planteadas en el cuestionario tienen relación con situaciones de tu vida cotidiana?

a. Si es afirmativa su respuesta:

- ¿Consideras que esto ayuda a comprender el tema con mayor facilidad? ¿Por qué?

b. En caso negativo:

- ¿Consideras que si las situaciones fueran de tu vida cotidiana esto ayudaría a comprender el tema con mayor facilidad? ¿Por qué?

4. Para la elaboración de las representaciones en las preguntas planteadas en el cuestionario

¿Hizo utilización de conceptos antes visto?

a. En caso afirmativo:

- ¿Qué conceptos utilizó?
- Conoce diferentes formas de representar estos temas ¿Cuáles?

b. En caso negativo:

- ¿Por qué cree que no los entendió?
- ¿En qué información se basó usted, para poder realizar las representaciones propuestas?

Anexo F. Unidad didáctica

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	
	<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)</p> <p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)</p>	
<p>El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu</p>		

ESTRUCTURA PARA LA INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

I. IDENTIFICACIÓN

<p>NOMBRE DE LA UNIDAD:</p>	<p>Apalanchii namaa aruleejirui economía tradicional wayuu</p>	
<p>ÁREA:</p>	<p>Matemáticas</p>	<p>GRADO: Noveno</p>

NUMERO DE ESTUDIANTES:	
DOCENTES:	Yersey Ledien Muñoz Bonivento Yulis Evelis Carcamo Herrera

II. EL CONTEXTO EXTRAESCOLAR

INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA ́IPA

El municipio de Albania se localiza en la zona denominada media Guajira a una distancia de 72 kilómetros de Riohacha, capital del departamento. Se encuentra ubicado en una gran cuenca sedimentaria de carbón, explotada por la firma de empresas transnacionales extranjeras el cerrejón.

Por su territorio fluye el río Ranchería que abastece este territorio, su clima es cálido con temperatura promedio de 28,5°C. Su altura esta entre los 60 msnm y 800 msnm, la humedad relativa promedio multianual es del 72%.

Esta localidad cuenta con una extensión de 425 kilómetros cuadrados, conformada por los corregimientos de Porciosa, Los remedios, Cuestecitas y Warewaren. Antes del 19 de marzo del 2000 fecha de su creación, fue corregimiento del municipio de Maicao.

Figura 1.

Municipio de Albania



Tiene una población de 27.102 habitantes de los cuales el 14,27% son indígenas Wayúu cuyos territorios se ubican en los Resguardos indígenas de la Alta y Media Guajira, y Cuatro de Noviembre. En el límite de estos dos resguardos fue creada la Institución Etnoeducativa Rural Akua'ipa Internado Indígena de Albania, para atender la población en edad escolar en los niveles de preescolar, primaria, secundaria y media

INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO

El municipio de Manaure se ubica en la zona media del departamento de La Guajira, su posición geográfica que es favorecida por el sol y fuertes vientos facilita la obtención de sal por evaporación. Por esto, Manaure cuenta con la explotación de sal marina más grande de Colombia, ubicada entre el mar Caribe y la zona desértica al noroeste de Riohacha, capital del departamento. Allí, se produce el 65% de la sal que se consume en el país, en un área de 4000 hectáreas con capacidad para producir un millón de toneladas al año.

Con una extensión de aproximadamente 1,643 Kilómetros cuadrados, el municipio de Manaure está conformado por nueve corregimientos, entre estos El Pájaro (ver figura 2) Este corregimiento, ubicado a treinta minutos de Manaure, es conocido por tener las mayores reservas de gas en los campos de Chuchupa A y Chuchupa B, liderado por la asociación Ecopetrol- Hocol sin embargo, la principal actividad económica del corregimiento El Pájaro es la pesca, seguida la explotación salina, caza, pastoreo y comercio de artesanías típicas de la cultura Wayúu, ya que esta etnia compone más de la mitad de su población.

El Pájaro cuenta con aproximadamente 1200 habitantes, con viviendas ubicadas en la playa y frente a esta, separadas por una avenida con pavimento, que en épocas invernales tiende a generar inundaciones en las dos calles de esta localidad. La mayoría de los moradores, pertenecen a la etnia Wayúu, por lo que gran cantidad de sus viviendas se sitúan en rancherías dispersas que políticamente pertenecen al mismo corregimiento. En general, las familias se ubican en estrato socioeconómico bajo, con recursos limitados para mantener y educar a los niños y jóvenes de la comunidad.

Figura 2.

Corregimiento El Pájaro



Históricamente, el Pájaro fue inspección de Manaure cuando este último era corregimiento de Uribí. En ese entonces, la comisaria Guajira construyó unas instalaciones para el desarrollo de oficios religiosos originarios por los hermanos Capuchinos. Posteriormente, Manaure se posesiona como municipio departamental en el año 1973, y años más tarde esas instalaciones religiosas se convierten en la Institución Etnoeducativa San Rafael, único colegio del corregimiento, y que su nombre rinde homenaje al patrono de la comunidad El Pájaro, el arcángel San Rafael.

III. EL CONTEXTO: INTRAESCOLAR (MISIÓN, VISIÓN, RESULTADOS SABER, ASPECTOS A DESTACAR, RESULTADOS DEL CUESTIONARIO INICIAL).

INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA

Misión

“Brindar Educación Intercultural Bilingüe, para una formación integral de niños, niñas y jóvenes en busca del mejoramiento social, humano y cultural, promoviendo en ellos la autonomía, capacidad de liderazgo, sentido de pertenencia por sus usos y costumbres como verdaderos dinamizadores de su entorno cultural, tomando como referente el Proyecto Etnoeducativo de la Nación Wayuu, Akua'ipa”

Visión

“La Institución Etnoeducativa Rural Akua'ipa, Internado Indígena de Albania, para el año 2030, se constituirá en un Centro de Construcción de Conocimientos y Pensamiento Intercultural, formando personas con capacidades intelectuales, investigativas y académicas, con actitudes y aptitudes en el emprendimiento, sistema agropecuario, arte, ciencia y tecnología, aportando al desarrollo y bienestar de las comunidades Wayuu y a la región a través de una educación competitiva y pertinente”.

Principios y valores

Los principios que fundamentan la educación wayuu y cimientan las bases del Proyecto Educativo Comunitario (PEC), se orientan hacia la unificación y desarrollo del Plan de Vida Wayuu, conforme a los preceptos culturales en la búsqueda de una formación integral y se sustentan en:

- ✓ Formar para bien
- ✓ La transmisión y preservación de la memoria y sabiduría ancestral
- ✓ La comunidad y la lengua
- ✓ La familia y el territorio

INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO

Misión

“Somos una institución educativa académica e investigativa, orientada a formar al educando en un ser íntegro y capaz para servir a la sociedad, mediante un ambiente que propicie su transformación, conforme a los principios y valores ancestrales y bíblicos. Asumimos el propósito de formar sobre principios y valores espirituales y cristianos y el desarrollo de la creatividad y competencias de nuestros estudiantes para proyectar una patria de nuevos y mejores horizontes para el municipio de Manaure.” (INESARA, 2020)

Visión

“La Institución Etnoeducativa San Rafael del Pájaro se proyecta (2030), como comunidad académica y educativa, reconocida por su calidad integral y orientación espiritual, intercultural y emocional. Será una institución educativa líder en innovación pedagógica para la formación de jóvenes competentes, capacitados para desenvolverse en el idioma español e inglés, sin detrimento de su lengua materna y fortaleciendo su identidad cultural mediante actividades pedagógicas del saber wayuu.” (INESARA, 2020)

Principios y valores.

Es fundamental educar preservando nuestros valores y principios morales, generando conciencia colectiva donde se proponga la ética y la cultura Wayuu.

- ✓ Educar en el aprender a cuidar el entorno: Fundamento de la supervivencia, significa aprender a percibir el planeta Tierra como un ser vivo del cual formamos parte y vivir en armonía con el medio y la naturaleza. Además, recuperar y fortalecer los valores ancestrales de respeto a nuestra madre Tierra y los demás seres que en ella viven, quien nos da sustento y protección.

Resultados del cuestionario inicial.

Con los resultados del cuestionario inicial aplicado en el primer momento de la intervención, se identificó que los estudiantes del grado noveno de ambas instituciones educativas obtuvieron un nivel bajo en su mayoría sobre el concepto razones y proporciones en cuanto al uso de múltiples representaciones. Cabe anotar que ninguno de los estudiantes pudo alcanzar el nivel alto, lo que indica que, dentro de ambas instituciones, los estudiantes no presentaron buen dominio en el uso de múltiples representaciones sobre el concepto razones y proporciones, por lo cual se puede deducir que dentro del grupo existen más debilidades que fortalezas con respecto a este

componente del aprendizaje profundo.

A nivel general según los datos obtenidos, se puede deducir que la mayoría de los estudiantes de ambas instituciones obtuvieron nivel bajo, lo que indica que en sus representaciones sobre razones y proporciones se evidencia poca o nula claridad en la comprensión del concepto, la mayoría de las cuales se observan en la dificultad para completar una tabla (formación), también debilidades en pasar de una representación a otra del mismo tipo (tratamiento) por ejemplo, de un esquema a otro esquema, o de fraccionario a porcentaje o de un diagrama de líneas a un diagrama circular; y para transformar completamente una representación (conversión) como convertir un registro icónico a uno numérico y viceversa o de un registro tabular a uno gráfico.

IV. OBJETIVOS, ESTÁNDAR Y ACCIONES DE PENSAMIENTO.

<p>OBJETIVO GENERAL</p>	<p>Al finalizar la unidad didáctica, los estudiantes del grado noveno habrán aprendido de manera profunda el concepto de razones y proporciones desde el uso de múltiples representaciones en torno a la economía tradicional Wayúu.</p>
<p>OBJETIVOS ESPECIFICOS (DE APRENDIZAJE)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Sesión de exploración: Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno estarán en capacidad de evidenciar sus ideas previas sobre el concepto de razones y proporciones mediante el uso de múltiples representaciones en la economía tradicional Wayúu. • Sesión de introducción de nuevos conocimientos: Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno estarán en capacidad de construir conocimientos, a partir del uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones en torno a la economía tradicional Wayúu. • Sesión de síntesis: Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno estarán en capacidad de organizar sus conocimientos contruidos en un mapa mental para comunicar su aprendizaje profundo sobre el concepto razones y proporciones en torno a la economía tradicional Wayúu

	<p>mediante el uso de múltiples representaciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sesión de aplicación y transferencia: Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno habrán utilizado los conocimientos aprendidos para comprobar la utilidad de sus representaciones del concepto razones y proporciones en situaciones que se relacionan con la economía tradicional Wayúu.
ESTANDAR	Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
ACCIONES DE PENSAMIENTO Y PRODUCCION	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones. • Identifico y uso medidas en distintos contextos. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. • Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.

V. SABERES

SABERES		
Conceptuales	Procedimentales	Actitudinal
<p>Economía tradicional Wayúu: Pastoreo, pesca.</p> <p>Razón: Definición, partes propiedades y situaciones de medición.</p> <p>Proporción: Definición, partes, propiedades, situaciones de medición, magnitudes directas e inversamente</p>	<p>Reconozco que en el proceso de aprender nuevos conceptos puedo mejorar mi capacidad e incrementar mis competencias.</p> <p>Demuestro interés y me involucro en las actividades hasta lograr la meta propuesta.</p>	<p>Presento con responsabilidad los implementos y herramientas necesarias para el desarrollo de las clases.</p> <p>Muestro actitud de estudio y desarrollo los compromisos escolares propuestos en la unidad didáctica de forma responsable y puntual.</p>

proporcionales.		
Fraccionarios		
Porcentajes		
Números decimales		

MOMENTO 1. EXPLORACIÓN DE IDEAS PREVIAS		
Objetivo	Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno estarán en capacidad de evidenciar sus ideas previas sobre el concepto de razones y proporciones mediante el uso de múltiples representaciones en la economía tradicional Wayúu.	
Indicador de desempeño	<p>Propone relaciones entre variables (razones) a partir de una situación dada e identifica si las variables son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos.</p> <p>Evaluar a través de un contrato didáctico debilidades y fortalezas del concepto razones y proporciones.</p>	
Acciones para realizar por el docente	Acciones para realizar por el estudiante	Recursos
El docente presenta a los estudiantes el objetivo de la clase relacionándolo con el cuestionario inicial que realizaron en la sesión anterior presencial.	Cada estudiante hace un balance del cuestionario inicial que se realizó.	Resultados de los cuestionarios aplicados en la sesión anterior.

Socializa las instrucciones de la actividad, entrega las fichas y materiales de trabajo.	Realizan los intercambios necesarios para llevar a cabo la actividad, escriben los distintos trueques y las relaciones obtenidas. Socializan los resultados de la actividad.	<ul style="list-style-type: none"> • Fichas de cartón que representan alimentos como el huevo, arroz, harina, maíz, frijol, aceite, leche, sal y azúcar. • Papel bond o cartulina • Marcadores • Cinta pegante • Guía de trabajo
Adecua el espacio para llevar a cabo la yanama, invita estudiantes de otros grados a participar de la yanama.	Realizan la limpieza de las zonas (1 y 2), reciben la chicha en forma de compensación. Extraen los datos requeridos para resolver la guía de trabajo.	<ul style="list-style-type: none"> • Chicha de maíz • Vasos (250 cc) • Jarras • Papel bond • Marcadores • Cinta pegante
Se realiza un espacio de reflexión donde los estudiantes comparten sus fortalezas y debilidades durante la actividad y la relación de esta con de razones y proporciones.	Los estudiantes participan activamente en la sesión de reflexión y cumplen con sus responsabilidades.	

GUÍA DE TRABAJO No. 1.

 Universidad Tecnológica de Pereira	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA	 Maestría-Educación
 INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)	INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)	
El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu		
Docentes: Yersey Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera		

TÍTULO: TRUEQUE CON RAZONES

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 1

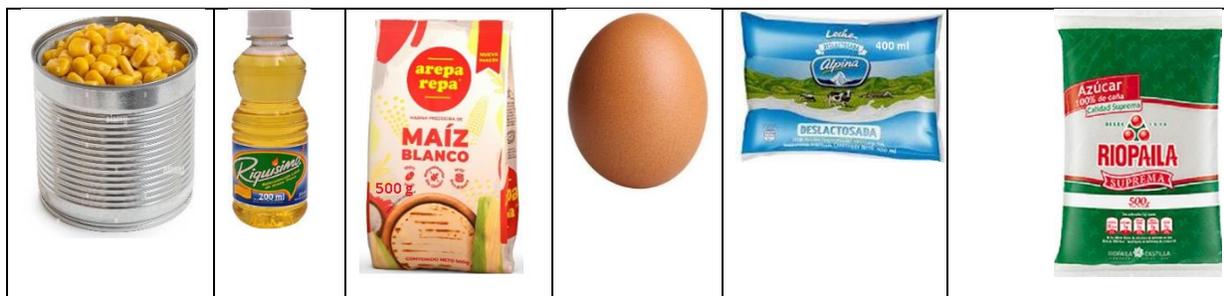


NOMBRE DEL GRUPO: _____

NOMBRE DE LOS INTEGRANTES	ROL O PAPEL QUE DESEMPEÑA
	Coordinador
	Relator
	Manejo del tiempo y materiales
	Expositor

Descripción de la actividad: Se organizan los estudiantes en grupos, a cada grupo se le entrega cierta cantidad de fichas que representan alimentos básicos específico de la canasta familiar y se les asigna una misión, armar una canasta con alimentos variados, suficiente para cuatro personas; a través de un trueque (intercambio) negociando de manera abierta con los otros grupos.

A continuación, se muestran los productos.



					
Maíz	Aceite	Harina	Huevo	Leche	Sal y azúcar

Posterior al intercambio de alimentos, se les solicita responder las siguientes preguntas y realizar una lista.

- ¿Cuál producto intercambiaron con mayor dificultad? ¿Por qué?

- ¿Cuál producto intercambiaron con mayor facilidad? ¿Por qué?

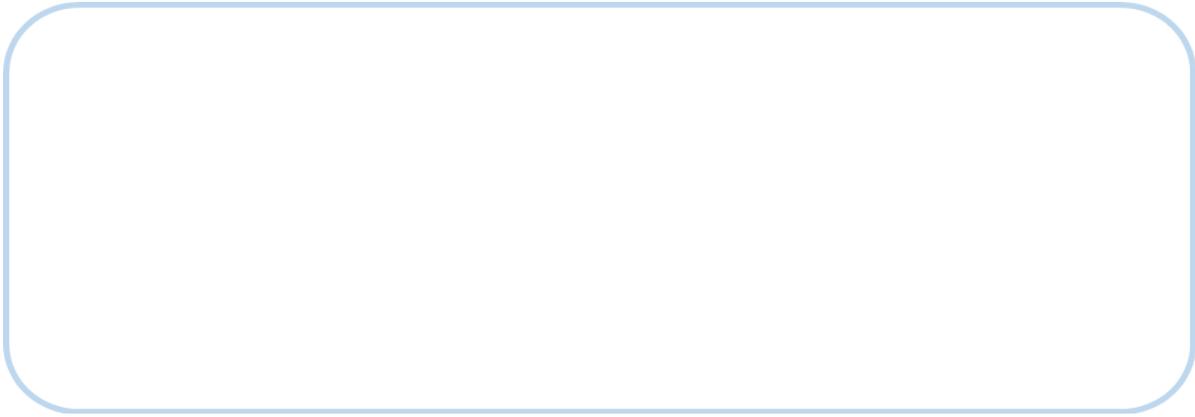
- Se solicita a cada grupo de trabajo una lista de los diferentes trueques que realizaron, en donde señalen la relación de cada alimento intercambiado

Elaboren una lista de los trueques que realizaron, comparando las dos cantidades de alimentos en cada intercambio. Como, por ejemplo, que cantidad de huevos entregaron para obtener cierta cantidad de otro producto (en el caso del grupo que se le asigno huevos).

Las preguntas anteriores deberán ser organizadas en una presentación (cartulina o papel bond). Posteriormente, se socializará ante el grupo en general, para ello tendrá un tiempo máximo de 10 minutos. Terminada la socialización, de manera individual cada estudiante debe realizar la siguiente actividad sobre la ficha de trabajo o en su cuaderno de matemáticas.

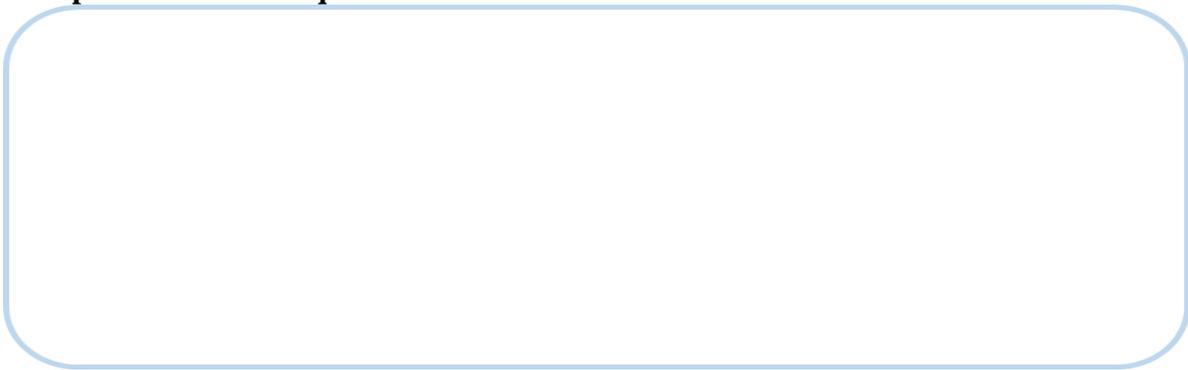
1. Selecciona dos trueques de los expuestos y realiza una representación de cada intercambio, en donde se refleje la comparación de las dos cantidades de alimentos en cada caso (puedes utilizar dibujos, gráficas, esquemas, símbolos, datos...)
- 2.

Representación trueque 1.



Por favor describe tu representación

Representación trueque 2.



Por favor describe tu representación

3. Teniendo en cuenta que el **trueque 1** que seleccionaste es la comparación de dos cantidades de alimentos (alimento 1 y alimento 2) necesarios para cuatro personas, completa la tabla con las cantidades de estos productos requeridos en el caso de que aumente el número de personas.

Alimento/Cantidad de personas	4 personas	6 personas	8 personas	10 personas	12 personas
Alimento 1					
Alimento 2					
Resultado de la división					

3.1. ¿Qué operación u operaciones llevaste a cabo para completar la tabla?

2.2 Realiza una división entre la cantidad de alimento 1 y la cantidad de alimento 2, requeridos para cuatro personas. Haz el mismo proceso para seis personas, ocho personas y demás casos. Al comparar los resultados ¿Qué puedes concluir?

2.3 Realiza otra representación diferente para la situación que desarrollaste en la tabla anterior

GUÍA DE TRABAJO No. 2.

 Universidad Tecnológica de Pereira	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA	 Maestría-Educación
 	INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA) INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)	
El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu		
Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera		

TÍTULO: YANAMA PROPORCIONAL

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 2



NOMBRE DEL GRUPO: _____

La idea es que se roten los roles y que cada uno esté enterado de sus funciones y responsabilidades

NOMBRE DE LOS INTEGRANTES	ROL O PAPEL QUE DESEMPEÑA
	Coordinador (a)
	Relator (a)
	Manejo del tiempo y materiales
	Expositor (a)

Descripción de la actividad: Se debe realizar limpieza en una zona del colegio para la cual se recurre a una yanama (trabajo colaborativo) inicialmente con los estudiantes del grado noveno participantes del estudio. En esta práctica tradicional, los wayuu en lugar de pagar con dinero a los que participan, brindan comida y bebida como forma de compensación. En ese sentido, a los estudiantes se les suministrara chicha de maíz.

La zona será dividida en dos partes, zona 1 y zona 2; con áreas congruentes.

En la yanama:

- Se les informa la extensión (en metros cuadrados) de la zona a limpiar.
- **Zona 1:** Los estudiantes realizan la limpieza, terminada esta actividad se les suministra 250 ml de chicha de maíz a cada uno. Se les solicita que saquen la cantidad total de la bebida en cc consumida por todo el grupo
- **Zona 2:** Los estudiantes realizan la limpieza de esta zona, en esta ocasión a la yanama se les une un grupo con igual número de estudiantes, de otros grados aumentando el número de participantes.
- Terminada la limpieza de la zona 2, la misma cantidad de chicha suministrada en la limpieza de la zona 1 es dividida en dos partes, para poder compensar a los dos grupos. Posteriormente, los estudiantes deben sacar el total de chicha repartida al grado focalizado.

Respondan las siguientes preguntas:

- Culminada la limpieza de la zona 1
 - a. ¿Cuántos estudiantes participaron en la actividad?

 - b. ¿Cuál fue la cantidad de chicha de maíz (en mililitros o litros) suministrada a los estudiantes del grado noveno 01?

- Culminada la limpieza de la zona 2

- a. ¿Cuántos estudiantes participaron en la actividad?

- b. ¿Cuál fue la cantidad de chicha de maíz (en mililitros o litros) suministrada a los estudiantes del grado noveno 01?

- Realicen una presentación (en papel bond) sobre la yanama.

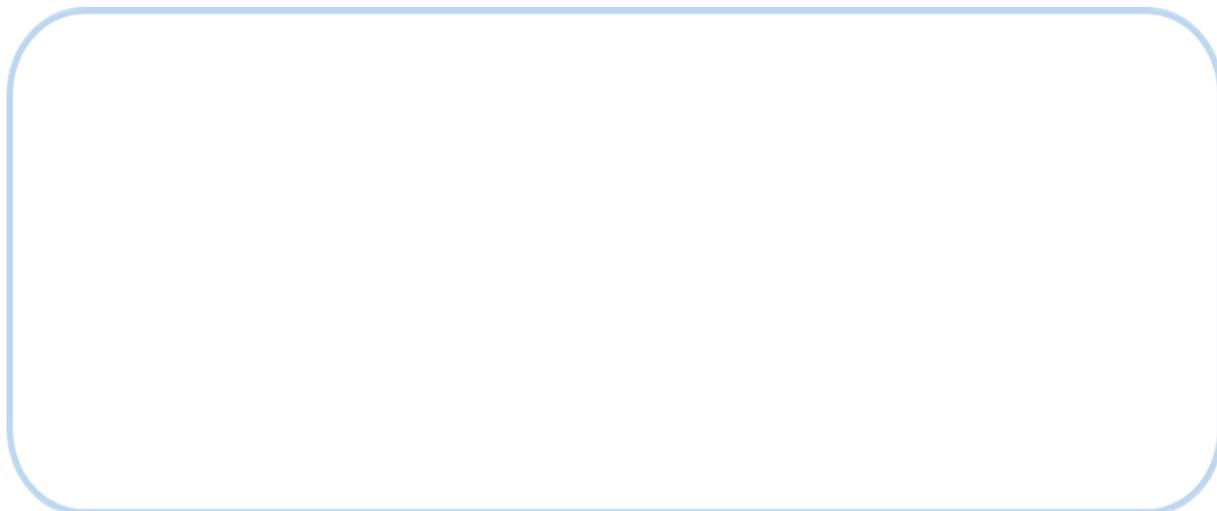
Terminada la socialización, de manera individual cada estudiante debe realizar la siguiente guía de trabajo.

1. Explica que sucedió con la cantidad de chicha de maíz suministrada a los estudiantes del grado noveno 01 posterior a la limpieza de cada zona.

- a. **Zona 1:**

- b. **Zona 2:**

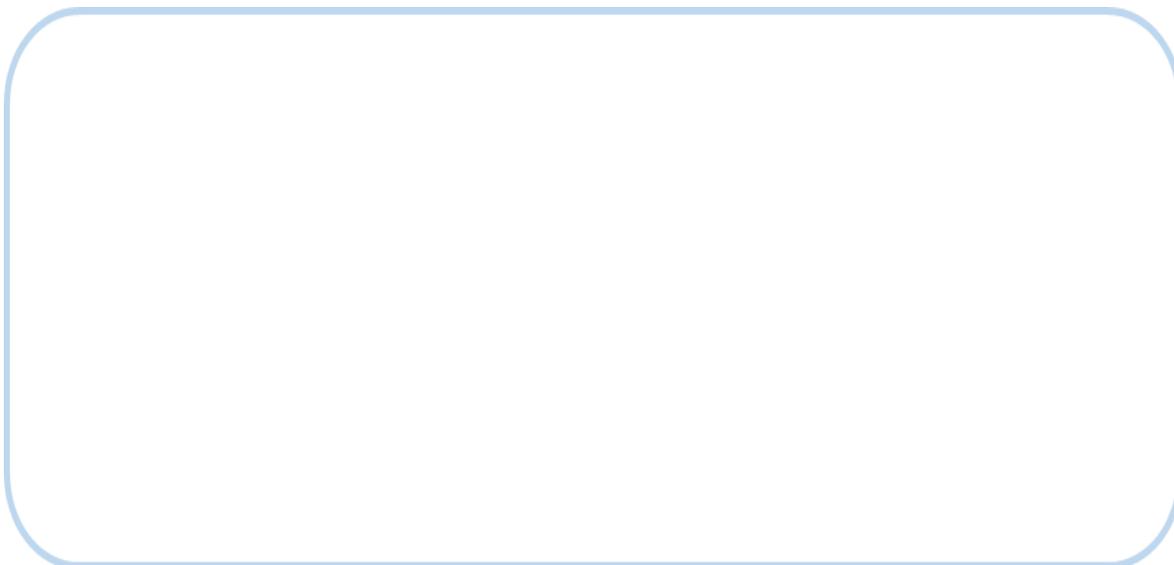
2. Realiza una representación con las dos explicaciones anteriores



3. Si en la yanama se realiza limpieza a otra zona (zona 3) en donde se suma un nuevo grado con igual número de estudiantes y finalizada la actividad se suministra a los participantes la misma cantidad de chicha repartida en la limpieza de la zona 1:

a. Describe como seria la repartición de la chicha de maíz.

b. Realiza una representación que relacione la cantidad de chicha de maíz que reciben los estudiantes del grado noveno 01 y el número de participantes en los diferentes momentos de la yanama (incluida la limpieza de la zona 3).



MOMENTO 2. INTRODUCCIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS	
Objetivo	Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno estarán en capacidad de construir conocimientos, a partir del uso de múltiples representaciones del concepto razón y proporción en torno a la economía tradicional Wayúu.
Indicador de desempeño	<p>Indaga a través de la recolección de información sobre la economía tradicional en su contexto familiar.</p> <p>Identifica si la relación entre dos o más razones es directamente proporcionales o inversamente proporcionales.</p> <p>Identifica las variables que forman una razón y la interacción que estas tienen con la proporcionalidad.</p>

	Reconoce la forma adecuada de representar razones y proporciones.	
Acciones para realizar por el docente	Acciones para realizar por el estudiante	Recursos
Presenta lectura relacionada con trueques entre alimentos, artesanías y reciclajes. Explica los datos a obtener para formar razones y realizar representaciones semióticas en la guía de trabajo.	Escuchan y leen atentamente, resuelven la guía.	<ul style="list-style-type: none"> • Guías de trabajo impresa • Lápiz • Borrador
Organiza y modera el encuentro con la sabedora tradicional wayúu, quien conversa sobre los trueques realizados por los ancestros wayúu.	Escuchan y participan activamente en el encuentro. De forma cooperativa Identifican razones en los trueques ancestrales para resolver la guía de trabajo grupal.	<ul style="list-style-type: none"> • Guías de trabajo • Lápiz • Borrador • Teléfono celular • Sabedora
Solicita a cada grupo de trabajo realizar un censo sobre el número de ganado caprino y ovino en una comunidad wayúu.	Consignan los datos obtenidos del censo, lo socializan entre ellos. De forma individual, relacionan variables obtenidas para formar razones y proporciones y realizar distintas representaciones.	<ul style="list-style-type: none"> • Guías de trabajo • Lápiz • Borrador
Se le presenta a los estudiantes el formato de seguimiento al contrato didáctico para que puedan realizarlo	Los estudiantes deben realizar el contrato didáctico a partir de sus debilidades y fortalezas en el aprendizaje del concepto razones y proporciones.	Formato de contrato didáctico.

GUÍA DE TRABAJO No. 3.

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	 <p>Maestría-Educación</p>
---	--	---

	INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA) INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)	
El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu		
Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera		

TÍTULO: NOTICIAS PROPORCIONALES

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 3

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

Descripción de la actividad: A continuación, encontrarás una actividad que debes realizar a partir de una lectura. Por favor sigue las indicaciones de tu profesor o profesora.

Lee las siguientes noticias y resuelve la guía.

Noticia 1: Artesanas wayúu cambian mochilas por mercados

Las artesanas wayuu que no han podido vender sus productos por el aislamiento preventivo obligatorio que decretó el gobierno nacional, están haciendo el trueque de sus mochilas por mercados de alimentos. Esta actividad se realiza a través del Movimiento Indígena Nación Wayuu cuyo líder José Silva Duarte, explica que las mochilas tienen un costo de \$100.000 (cien mil) pesos cada una y los alimentos deben ser equivalente a este precio.

Silva dice que, por las vías nacionales, departamentales y municipales, a diario se desplazan centenares de indígenas wayuu hacia los poblados más cercanos a realizar sus trueques diarios como medio de subsistencia. Este desplazamiento lo hacen para vender sus artesanías y animales (chivos, ovejos, gallinas, conejos, entre otros) y poder comprar comida para sus hogares. “Con gran preocupación observamos cómo el gobierno colombiano, excluye a las comunidades

indígenas wayuu de este plan de contingencia y los abandona a su suerte, comenzando que en estos territorios indígenas explotados, saqueados y abandonados no cuentan con un sistema de salud adecuado y oportuno”, manifiesta Silva.

Además de lo anterior, José Silva expone que, en la búsqueda de revivir y fortalecer las actividades comerciales ancestrales como el trueque, se diseñó la campaña para que las comunidades del resguardo ampliado de la Alta y Media Guajira se puedan beneficiar y quedarse en sus casas para evitar el contagio de la enfermedad. Por esto, un odontólogo de la ciudad de Bogotá hizo un pedido de 15 mochilas y fueron pagadas con bonos para ser reclamados en un supermercado de Riohacha, y desde Barranquilla se enviaron \$2.000.000 (dos millones) de pesos en mercados a cambio de mochilas wayuu.

Tomado de El Herald, 01 de abril del 2022

Noticia 2: Trueque en la Guajira: solución ambiental que alimenta

Contrastes, legados, tradición, desafíos, presente y futuro. La Guajira es al mismo tiempo un paraíso caribe y un referente de asuntos que reclaman soluciones urgentes. ¡Y las hay! hoy quiero referirme a una especialmente fascinante, que nace del trueque y que está fundamentada en una tendencia moderna, como es el reciclaje, al tiempo que alivia un problema actual que puede marcar el mañana de miles de niños: la inseguridad alimentaria.

La geografía guajira nos regala paisajes diversos. En medio de esa tierra árida sobresalen ideas coloridas que invitan a seguir avanzando de manera optimista. Porque desde el 2019, más de mil familias atraviesan como siempre los parajes de su natal Manaure, recogiendo por ejemplo latas de cervezas, que luego entregan en el centro de acopio de Mayapo, donde las reciben y contabilizan. A cambio de 10 kg de estas latas, una familia puede llevarse por ejemplo 1 libra de frijol, 1 libra de harina, 1 libra de maíz, 2 litros de leche larga vida, 1 libra de arroz y un jabón. Alimentos que no llegan a sus manos por arte de magia, sino gracias al reciclaje. De esta manera niños, jóvenes y adultos aprenden a recuperar material reciclable, pues están inscritos en el programa “Alimercambio”, liderado por la Fundación Baylor Colombia (Bipai) y apoyado por la Fundación Éxito.

La dinámica que inspira “Alimercambio” hace honor a otro legado de la humanidad, como es el trueque. Gracias a esta antigua y milenaria actividad comercial que resume el propósito de lograr un gana-gana, 1.007 familias Wayuu están constatando cómo el plástico, el cartón, las latas, el aluminio o el hierro, dejan de ser basura o desechos, se recuperan y se convierten en avena, fríjol, arroz, aceite, atún, leche, papel higiénico, incluso champú o pañales, para su consumo, lo cual redundará en bienestar, salud y disfrute.

Con esta lista de productos de alimentos y de artículos de aseo, la asignación de puntos para cada uno, y la respectiva lista del material que se puede recuperar con su debida equivalencia en puntos, el programa de intercambio se prepara para su segundo año de operación. A la fecha, ha logrado convertir más de 14 toneladas de reciclaje en mercados y productos de aseo para la comunidad manaurera inscrita como beneficiaria.

Así mismo, la recolección que precede al trueque está logrando que los días en que las calles de Manaure se cubrían con basura vayan quedando atrás, para darle paso a espacios liberados, donde se empieza a respirar un aire más limpio. Tal como lo están haciendo sus artífices, que con este intercambio ven cómo sus condiciones de vida también pueden dar un cambio positivo. Este círculo virtuoso que protege al medio ambiente dinamiza la economía familiar y mitiga la inseguridad alimentaria, puede darle un giro importantísimo a la realidad en esta península.

Un buen ejemplo, digno de ser replicado en otros territorios colombianos.

Tomado de la web de Fundación Éxito.

1. ¿Qué aspectos tienen en común las dos noticias?

Aspecto 1:

Aspecto 2:

2. Describa un intercambio o trueque de cada noticia

2.1 Noticia 1

2.2 Noticia 2

3. Realiza tres representaciones de cada intercambio.

Noticia 1

Representación 1

Representación 2

Representación 3

Noticia 2

Representación 1

Representación 2

Representación 3

4. ¿Qué criterios, aspectos o temas tuviste en cuenta para hacer las representaciones anteriores? Describe.

Criterio, aspecto o tema 1:

Criterio, aspecto o tema 2:

Criterio, aspecto o tema 3:

GUÍA DE TRABAJO No. 4.



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE
PEREIRA**



	INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA) INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)	
El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu		
Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera		

TÍTULO: RAZONES Y PROPORCIONES ANCESTRALES

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 4

NOMBRE DEL GRUPO: _____

NOMBRE DE LOS INTEGRANTES	ROL O PAPEL QUE DESEMPEÑA
	Coordinador (a)
	Relator (a)
	Manejo del tiempo y materiales
	Expositor (a)

Descripción de la actividad: Durante esta actividad se contará con la visita de un sabedor (a) conocedor de las prácticas ancestrales wayúu, en especial la economía tradicional, reflejadas en prácticas como el pastoreo de ovinos y caprinos, la pesca y la agricultura. Nos contara historias y vivencias sobre como este pueblo nativo obtenía los alimentos autóctonos y occidentales. Escucha, y participa activamente de esta visita ancestral, toma apuntes y responde la guía de trabajo de forma individual.

A partir de los relatos del sabedor(a) responde

1. ¿Qué productos autóctonos intercambian los wayúu? Señala con una x

Ovejo
 Pescado
 Chivo
 Vaca
 Maíz
 Yuca
 Ahuyama
 Patilla
 Melón
 Sal

2. ¿Qué productos de la cultura occidental intercambian con más frecuencia?

Arroz
 Azúcar
 Aceite
 Café
 Harina procesada

3. ¿Qué productos autóctonos han intercambiado por productos de la cultura occidental, describa los intercambios realizados? Por ejemplo: 1 kilogramo de azúcar por 1 mochila con yuca (4 kilogramos de yuca aproximadamente) o 2 kilogramos de harina por 5 ahuyamas.

Productos intercambiados	Cantidades intercambiadas

4. ¿Qué intercambios han realizado entre productos autóctonos, describa los intercambios realizados? Por ejemplo: 1 saco de maíz por 2 ovejos; 1 ovejo por 1 saco de yuca (30 kilogramos aproximadamente); 1 vaca por 12 ovejos; 1 mano de pescado por 3 kilogramos de arroz.

Productos intercambiados	Cantidades intercambiadas

GUÍA DE TRABAJO No. 5.

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	
	<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)</p> <p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)</p>	
<p>El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu</p>		
<p>Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera</p>		

TÍTULO: PASTOREANDO RAZONES Y PROPORCIONES

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 5

NOMBRE DEL GRUPO: _____

NOMBRE DE LOS INTEGRANTES	ROL O PAPEL QUE DESEMPEÑA
	Coordinador (a)
	Relator (a)
	Manejo del tiempo y materiales
	Expositor (a)

Descripción de la actividad: A continuación, se presenta una guía de trabajo, para desarrollarla se requiere de información sobre la actividad de pastoreo, practicada por la cultura wayúu. Realicen un censo poblacional en la comunidad wayúu de unos de los integrantes en donde se

practique esta actividad, con la ayuda padres, abuelos y tíos encuentren los siguientes datos sobre la economía tradicional wayúu.

1. ¿Cuál es el número de rebaño (ovejos y chivos) de la comunidad?

2. ¿Cuál es la cantidad de hembras?

3. ¿Cuál es la cantidad de machos?

4. ¿Cuántos animales son adultos?

5. ¿Cuál es el número de crías? (crías=hijos(as), descendencia)

6. ¿Cuántos animales se venden o intercambian por mes?

7. ¿Cuántos animales se destinan para el consumo propio?

8. ¿Cuántos animales se destinan para colaboración o pagar dotes?

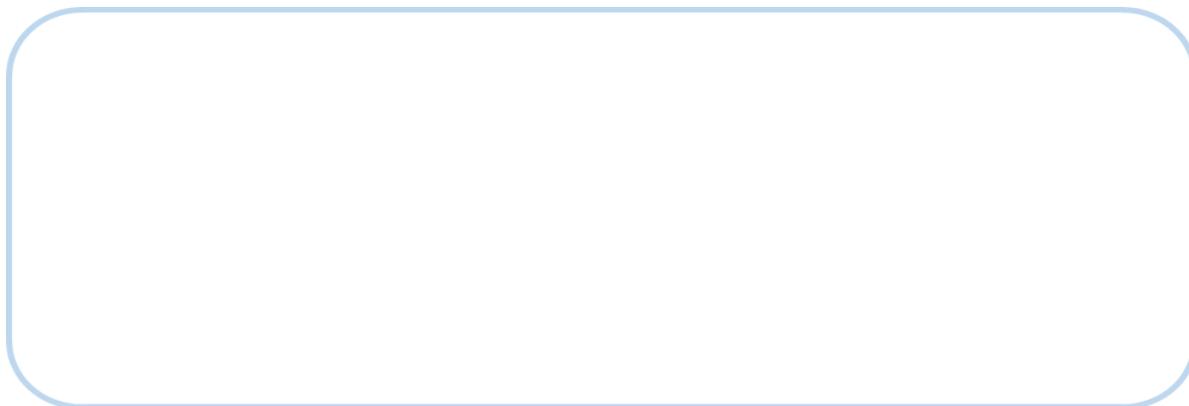
9. Realicen una presentación (en papel bond) con los resultados de la encuesta.

Teniendo en cuenta la información recolectada por tu grupo de trabajo, resuelve de forma individual las siguientes preguntas.

1. Relaciona la cantidad de machos con la cantidad de hembra.

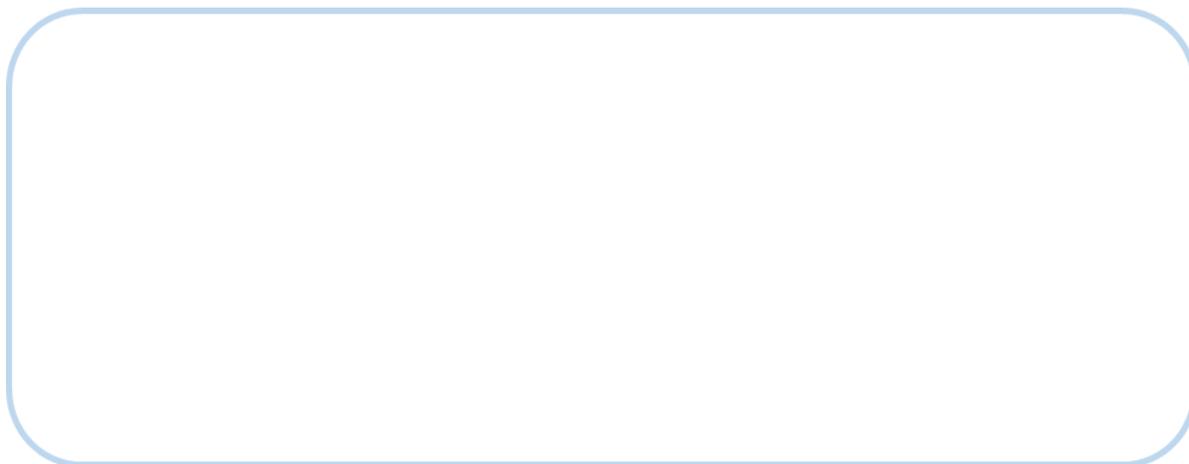
- 1.2 Realiza una representación para la relación anterior.

.



2. Relaciona el número de crías con la cantidad de animales adultos.

2.2 Realiza una representación para la relación anterior.



3. ¿Cuál es el porcentaje de crías? (con respecto al número de rebaño).

3.1 ¿qué pasos te llevaron a calcular el resultado?

Paso1:

Paso 2:

Paso 3:

4. ¿Cuál es la razón entre los animales para el autoconsumo y el total de los animales?

4.1 Realiza tres representaciones a la razón anterior.

Representación 1	Representación 2	Representación 3

5. Soluciona el siguiente problema.

La razón entre el número de machos y el número de hembras de un rebaño de ovinos es de 1 a 6 respectivamente, si el número de hembras es de 90.

5.1 ¿Cuál es el número de machos?

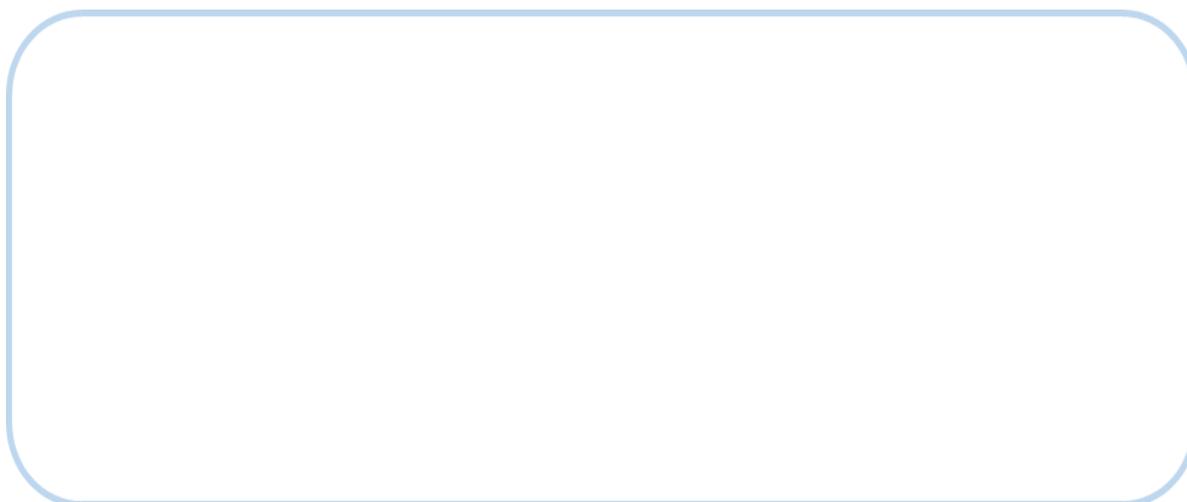
5.2. Si el ciclo de reproducción en los ovinos es de seis meses aproximadamente (semestral), y la tendencia de 1 a 6 (entre machos y hembras) se mantiene ¿Cuál sería el número de machos y hembras al finalizar cada semestre?

Género	Semestre II 2022	Semestre I 2023	Semestre II 2023	Semestre I 2024	Semestre II 2024
Macho					
Hembra	90				

5.3

Real

iza otra representación para la información de la tabla.



MOMENTO 3. SÍNTESIS		
Objetivo	Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno estarán en capacidad de organizar sus conocimientos construidos en un mapa mental para comunicar su aprendizaje profundo sobre el concepto razón y proporción en torno a la economía tradicional Wayúu mediante el uso de múltiples representaciones.	
Indicador de desempeño	Describe con sus palabras el concepto de razón y proporción, apoyado en las representaciones en las actividades de las sesiones anteriores. Esquematiza en un mapa mental los conocimientos adquiridos sobre razones y proporciones, utilizando distintos registros para representar el concepto mencionado.	
Acciones para realizar por el docente	Acciones para realizar por el estudiante	Recursos
Socializa las instrucciones para resolver las guías de trabajo.	Planifica la construcción de su mapa mental a fin de realizar un buen trabajo en el mismo.	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de trabajo • Lápiz, lapicero • Colores
Orienta a los estudiantes a la elaboración de sus mapas mentales	Plasma sus conocimientos sobre el concepto razones y proporciones y sus representaciones semióticas	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de trabajo • Lápiz, lapicero • Colores
Organiza un espacio	Realizan un espacio de reflexión	

donde los estudiantes puedan socializar sus diseños de mapa mental sobre el concepto razones y proporciones	donde compartir con sus pares académicos los mapas mentales elaborados sobre el uso de representaciones en el concepto razones y proporciones.	
---	--	--

GUÍA DE TRABAJO No. 6.

 Universidad Tecnológica de Pereira	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA	 Maestría-Educación
	INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)	
INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)		
El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu		
Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera		

TÍTULO: LO QUE SE DE RAZONES Y PROPORCIONES

Fecha: D ____ M ____ A ____

GUÍA DE TRABAJO No. 7.

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	 <p>Maestría-Educación</p>
	<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA IPA (IERA)</p> <p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO (INESARA)</p>	
<p>El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu</p>		
<p>Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera</p>		

TÍTULO: DIBUJANDO RAZONES Y PROPORCIONES

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 7

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

Descripción de la actividad: En esta guía debes construir un mapa mental sobre razones y proporciones y las diferentes maneras de representarlas. Para ellos debes usar dibujos, esquemas, colores, palabras claves, símbolos, puedes incluir las relaciones obtenidas de la economía tradicional wayúu.



MOMENTO 4. APLICACIÓN Y TRANSFERENCIA		
Objetivo	Al finalizar esta sesión, los estudiantes del grado noveno habrán utilizado los conocimientos aprendidos para comprobar la utilidad de sus representaciones del concepto razón y proporción en situaciones que se relacionan con la economía tradicional Wayúu	
Indicador de desempeño	Utiliza el conocimiento construido sobre razones y proporciones a partir del uso de representaciones para organizar y liderar una feria escolar sobre esta temática. Socializa a la comunidad escolar sus productos elaborados para la feria reconociendo la importancia del concepto razones y proporciones en la economía tradicional wayuu.	
Acciones para realizar por el docente	Acciones para realizar por el estudiante	Recursos
Orienta a los estudiantes para la organización y adecuación del espacio	Construyen los productos que presentaran en la feria escolar ante la comunidad educativa.	Todo lo necesario para la feria escolar sobre razones y proporciones en la economía

donde se desarrollará la feria escolar.		tradicional wayuu.
Organiza el espacio para la feria de razones y proporciones e invita a otros estudiantes a sumarse para conocer los productos elaborados.	Socializan sus conocimientos sobre razones y proporciones a partir de sus representaciones y en relación con la economía tradicional wayuu.	
Presenta los grupos que intervendrán en la feria.	<p>Coordinan la actividad del trueque de razones, indican a los invitados las razones obtenidas y las proporciones que pueden extraerse y las representaciones de este concepto.</p> <p>Representan mediante una dramatización el diálogo de un sabedor y un estudiante sobre la economía tradicional wayúu para indentificar las matemáticas ancestrales, en especial las razones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Alimentos tradicionales de la economía tradicional wayúu. • Papel bond • Marcadores • Tablero acrílico • Tablero digital • Fichas de cartón que representan alimentos como el huevo, arroz, harina, maíz, frijol, aceite, leche, sal y azúcar.

GUÍA DE TRABAJO No. 8.

 <p>Universidad Tecnológica de Pereira</p>	<p>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</p>	 <p>Maestría-Educación</p>
	<p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA RURAL AKUA'IPA (IERA)</p> <p>INSTITUCIÓN ETNOEDUCATIVA SAN RAFAEL DEL PÁJARO</p>	

	(INESARA)	
El aprendizaje profundo desde el uso de múltiples representaciones del concepto razones y proporciones, una aproximación desde una unidad didáctica basada en la economía tradicional Wayúu		
Docentes: Yersey Ledien Muñoz Bonivento y Yulis Evelis Carcamo Herrera		
Nombre del estudiante:		
Fecha:		

TÍTULO: FERIA DE RAZONES Y PROPORCIONES

Fecha: D ____ M ____ A ____

FICHA DE LA ACTIVIDAD N° 8

NOMBRE DEL GRUPO: _____

NOMBRE DE LOS INTEGRANTES	ROL O PAPEL QUE DESEMPEÑA
	Coordinador (a)
	Relator (a)
	Manejo del tiempo y materiales
	Expositor (a)

Descripción de la actividad: Durante esta actividad se realizará una feria con los conocimientos contruidos sobre razones y proporciones y sus distintas representaciones, es hora de compartir este saber ancestral matemático con compañeros de otros grados de tu institución. Los grupos de trabajo realizaran las siguientes presentaciones:

- Presentación sobre las actividades 4 y 5, razones y proporciones a partir del número de rebaño (ovino y caprino)
- Dramatización sobre sabedora y sabedor, conocedores de las razones ancestrales presentes en la economía tradicional wayúu.
- Aplicación de la actividad “trueque con razones” con los invitados a la feria.

Anexo G. Evidencias fotográficas.

IERA



INESARA



